

TRAVAUX DIRIGÉES

Série 2

Exercice 1

On s'intéresse à la production de pièces par une machine. Notons p la proportion de production d'une pièce défectueuse. Pour étudier ce paramètre p , on a prélevé un échantillon aléatoire simple non exhaustif (avec remise) de n pièces fabriquées et on a relevé pour chaque pièce si elle est défectueuse.

- 1°) Déterminer l'estimateur \hat{p}_M de p obtenu par la méthode des moments.
- 2°) Déterminer l'estimateur \hat{p}_V de p obtenu par la méthode du maximum de vraisemblance.

Remarquer que $\hat{p}_M = \hat{p}_V$. Dans la suite on note $\hat{p} = \hat{p}_M = \hat{p}_V$

- 3°) Etudier le biais de \hat{p} .
- 4°) Calculer l'erreur quadratique moyenne.
- 5°) Etudier la convergence faible de \hat{p} .
- 6°) Etudier l'exhaustivité de \hat{p} .
- 7°) Etudier l'efficacité de \hat{p} .

Exercice 2

Un magasin reçoit en moyenne λ réclamations par jour. On suppose la survenance de ces réclamations suit une loi de poisson.

- 1°) Déterminer l'estimateur $\hat{\lambda}_M$ de λ obtenu par la méthode des moments.
- 2°) Déterminer l'estimateur $\hat{\lambda}_V$ de λ obtenu par la méthode du maximum de vraisemblance.

Remarquer que $\hat{\lambda}_M = \hat{\lambda}_V$. Dans la suite on note $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_M = \hat{\lambda}_V$

- 3°) Etudier le biais de $\hat{\lambda}$.
- 4°) Calculer l'erreur quadratique moyenne.
- 5°) Etudier la convergence faible de $\hat{\lambda}$.
- 6°) Etudier l'exhaustivité de $\hat{\lambda}$.
- 7°) Etudier l'efficacité de $\hat{\lambda}$.

Exercice 3

Soit un échantillon aléatoire non exhaustif de taille n , (X_1, X_2, \dots, X_n), distribué suivant une loi Binomiale $B(m, p)$, avec m connu et p inconnu dans $]0, 1[$.

- 1°) Déterminer l'estimateur \hat{p} de p obtenu par la méthode des moments.
- 2°) Déterminer l'estimateur \hat{p} de p obtenu par la méthode du maximum de vraisemblance.
- 3°) Etudier le biais de \hat{p} .
- 4°) Calculer l'erreur quadratique moyenne.
- 5°) Etudier la convergence faible de \hat{p} .
- 6°) Etudier l'exhaustivité de \hat{p} .
- 7°) Etudier l'efficacité de \hat{p} .

Exercice 4

Soit un échantillon aléatoire non exhaustif de taille n , (X_1, X_2, \dots, X_n) issu d'une population uniforme sur $\{1, 2, \dots, N\}$, N inconnu.

I- Estimateur obtenu par la méthode des moments.

- 1°) Déterminer l'estimateur \hat{N} de N obtenu par la méthode des moments.
- 2°) Etudier le biais de \hat{N} .
- 3°) Calculer l'erreur quadratique moyenne.
- 4°) Etudier la convergence faible de \hat{N} .

II- Estimateur du maximum de vraisemblance

- 1°) Déterminer l'estimateur \hat{N} de N obtenu par la méthode du maximum de vraisemblance.
- 2°) Etudier le biais de \hat{N} .
- 3°) Calculer l'erreur quadratique moyenne.
- 4°) Etudier la convergence faible de \hat{N} .