

April 16, 2018

Contents

1	COMPRESSION DE DONNEES	1
1.1	On data compressibility	1
2		2

1 COMPRESSION DE DONNEES

site slides : www.lrde.epita.fr/~gtochon/CODO

Compression + decompression

Sans compression de donnees, un film 720p d'une heure ferait presque 400Gio.

La naissance naive de la compression de donnees est nee a peu pres en meme temps que le code morse. La naissance mathematique est avec Shannon.

Autre acteurs: - Abraham Lempel - David Huffman - Terry Welch

—

Le but de la compression est que lors de la decompression, ce soit le moins visible possible par l'utilisateur.

—

1.1 On data compressibility

On va chercher a eliminer les redondances, et les gaspillages. L'outil que l'on va utiliser est l'entropie.

Du point de vue de Shannon, plus un message va etre probable, moins il va contenir d'informations.

—

Prenons un alphabet de N symboles

$$\Sigma = \{s_1, s_2 s_N\}$$

de probabilite $p(s_1) = \text{proba}$ (le symbole s_i apparait) N valeurs de proba

$$P_1 \dots P_N$$

avec $\sum P_i = 1$

F un fichier construit sur cet alphabet \sum / distribution de proba (P_1, P_{N1})

-> qte d'information totale du symboles $s_i = -\log_2(P_i)$

F contient N_F symboles -> S_i est statiquement present $N_F P_i$

$$Q_{Tot}(S_i) = -N_F P_i \log_2(P_i)$$

$$Q_{Tot}(F) = Q_{Tot}(S_1) + Q_{Tot}(S_2) + \dots + Q_{Tot}(S_{N2})$$

$$Q_{Tot}(S_1) = -N_F P_1 \log_2(P_1)$$

$$Q_{Tot}(S_2) = -N_F P_2 \log_2(P_2)$$

$$Q_{Tot}(S_{N2}) = -N_F P_N \log_2(P_N)$$

$$Q_{Tot}(F) = \sum -N_F P_i = -N_F \sum P_i \log_2(P_i)$$

Un gros fichier "probable" contient plus d'info qu'un petit fichier "improbable" $Q_{Tot} \rightarrow H$

-> $H \rightarrow H$ /Symbole $H = -\sum P_i \log_2(P_i)$ -> ne depend pas du fichier considere, mais uniquement de la distribution de proba des symboles composant le fichier.

X variable aleatoire de valeur $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \rightarrow P_i = P(X = x_i) \sum P_i = 1$

$$E[X] = \sum_{i=1}^N x_i P(X = x_i) = \sum_{i=1}^N x_i P_i \quad E[\phi(X)] = \sum_{i=1}^N \phi(x_i) P_i \quad H = -\sum_{i=1}^N P_i \log_2(P_i) = \sum_{i=1}^N (-\log_2(P_i)) P_i = \sum_{i=1}^N q_{S_i} P_i H = E[q(s_i)] \quad \sum = 0, 1 \quad P(0) = P_0 = P(1) = P_1 = 1 - P \quad H = -p \log_2(p) - (1-p) \log_2(1-p) = H(p)$$

— Missing things —

\sum avec N symboles $s_i, i = 1, \dots, N$ (2^n)

$$P(S_i) = \frac{1}{N} = \frac{1}{2^n}$$

$$H = -\sum_{i=1}^{2^n} \log_2(P_i) = -\sum_{i=1}^{2^n} \log_2\left(\frac{1}{2^n}\right) = -\sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{2^n} \log_2\left(\frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2^n} * (-n) * \sum_{i=1}^{2^n} 1 = n 2^n @^{-n} = n$$

(Sh/Symbole)

2