

Fyzika

Časť: Laboratórne cvičenie

Laboratórna úloha č. 1:

URČENIE OBJEMU VALCA NA ZÁKLADE MERANIA JEHO
ROZMEROV

Akademický rok: 2023/2024

Vypracovala: doc. PaedDr. Žaneta Gerháťová, PhD.

Laboratórna úloha č. 1:

URČENIE OBJEMU VALCA NA ZÁKLADE MERANIA JEHO ROZMEROV

Naštudujte si uvedenú tému zo skrípt:

Kubliha, M. a kol. *Metodológia technického experimentu*.
STU v Bratislave, MTF so sídlom v Trnave, 2007,
ISBN 978-80-8096-00, **str. 42 - 45.**

Princíp merania posuvným meradlom si môžete pozrieť po kliknutí na odkaz:

http://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=mech_posuvka&l=cz,

alebo aj po kliknutí na odkaz:

<https://www.youtube.com/watch?v=HC1zapp4uF4&t=57s>.

Princíp merania mikrometrom si môžete pozrieť po kliknutí na odkaz:

http://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=mech_mikrometr&l=cz,

alebo aj po kliknutí na odkaz: <https://www.youtube.com/watch?v=zdpL9WX8k70>.

Laboratórna úloha č. 1:

URČENIE OBJEMU VALCA NA ZÁKLADE MERANIA JEHO ROZMEROV

V skriptách

Kubliha, M. a kol. *Metodológia technického experimentu*.
STU v Bratislave, MTF so sídlom v Trnave, 2007,
ISBN 978-80-8096-00,

na **str. 8 - 41**

si naštudujte spôsob merania, zaokrúhľovania nameraných hodnôt, chýb a neistôt merania a spôsob zápisu výsledkov merania s príslušnými jednotkami.

OBSAH

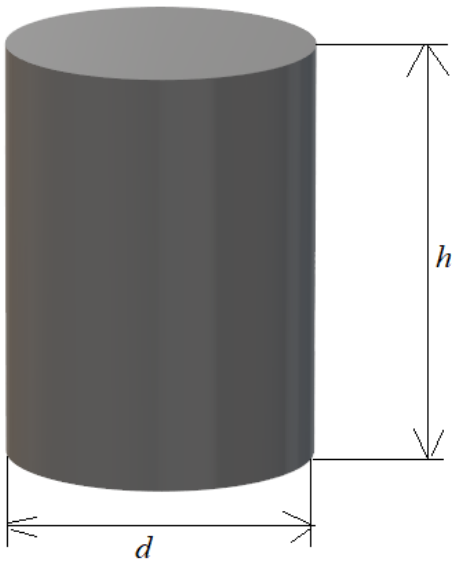
1. Teoretický úvod k meraniu
2. Postup práce
3. Experimentálna časť
4. Záver

Cieľ merania

Určiť objem valca nepriamou metódou na základe priamo nameraných hodnôt jeho výšky a priemeru podstavy.

Teoretický úvod k meraniu

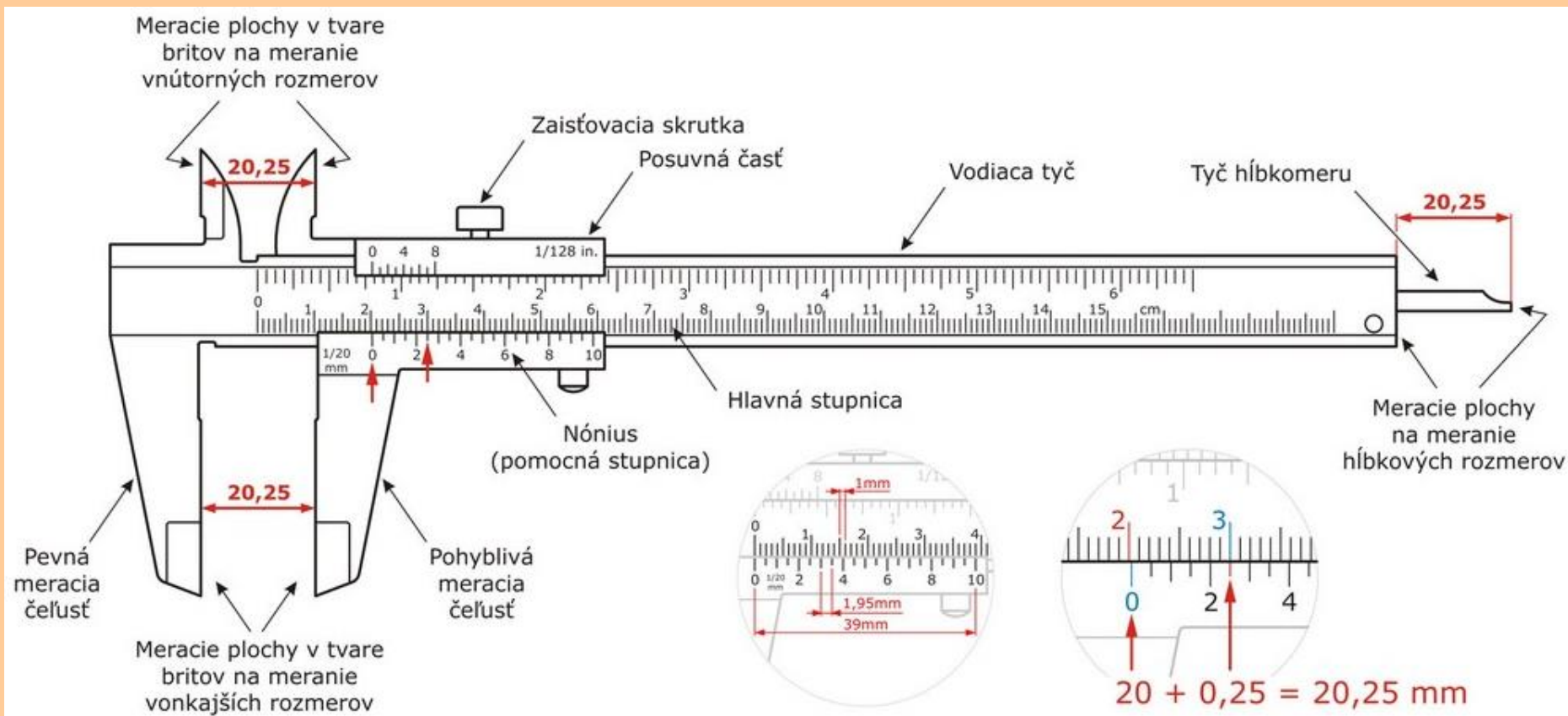
1. Objem valca (obr. 1) V určíme na základe merania jeho výšky h posuvným meradlom a priemeru d mikrometrom zo vzťahu:



$$V = \frac{\pi d^2 h}{4} \quad (1)$$

Obr. 1 Valec

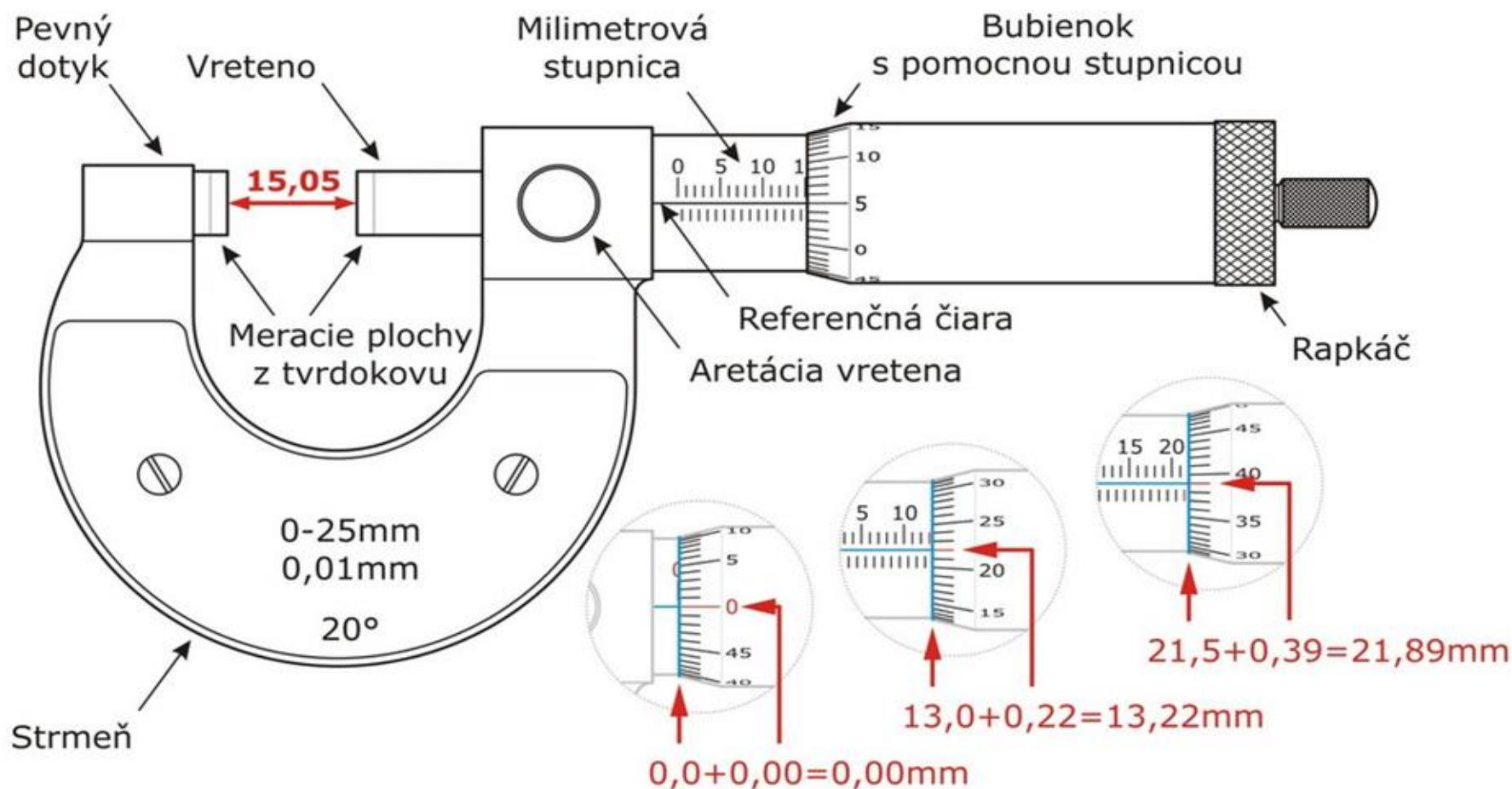
Posuvné meradlo



Obr. 2 Posuvné meradlo

(Zdroj obr.: <https://oskole.detiamy.sk/clanok/chyby-meradiel-a-presnost-merania>)

Mikrometer



Obr. 3 Mikrometer

(Zdroj obr.: <https://oskole.detiamy.sk/clanok/meranie-dlzkys-pozadovanou-presnostou/2>)

Neistota merania

Neistota merania je parameter charakterizujúci interval hodnôt meranej veličiny okolo výsledku merania, ktorý podľa očakávania obsahuje skutočnú hodnotu veličiny. Je kvantitatívnym ukazovateľom výsledku a vyjadruje aj kvalitu merania.

Veľkosť tohto intervalu je výrazne ovplyvnená voľbou meracích prístrojov, postupov a metód spracovania nameraných hodnôt.

Pri jednorazovom meraní sa zvyčajne vychádza z presnosti použitého prístroja (neistota typu B), pri opakovanom meraní zo štatistiky (neistota typu A).

Typy štandardných neistôt merania

Neistota typu A (δx_A) sa určuje z opakovaných meraní štatistickými metódami – štandardná neistota typu A je rovná výberovej smerodajnej odchýlke výberového priemeru nameraných hodnôt fyzikálnej veličiny x .

$$\delta x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2)$$

Z teórie štatistiky vyplýva, že zvyšovaním počtu meraní štandardná neistota typu A klesá.

Typy štandardných neistôt merania

Neistota typu B (δx_B) sa získava inak ako štatistickými operáciami z opakovaných meraní, napr. z údajov výrobcu prístroja, kde zdroje neistôt sú kvantifikované a známe.

Identifikáciu a kvantifikáciu týchto neistôt musí urobiť experimentátor pre konkrétne meranie z rôznych jemu známych zdrojov informácií.

Jednotlivé príspevky neistoty B od rôznych zdrojov sa zlučujú do výslednej neistoty typu B.

Opakovanie meraní nijako neovplyvňuje neistotu typu B.

Typy štandardných neistôt merania

V prípade priameho merania absolútnu štandardnú neistotu predstavuje **kombinovaná štandardná neistota**.

Kombinovaná štandardná neistota typu C (δx_C), sa vypočíta ako kombinácia neistôt typu A a B podľa vzťahu:

$$\delta x_C = \sqrt{\delta x_A^2 + \delta x_B^2} \quad (3)$$

Poznámka: Počíta sa v prípadoch, keď pri opakovanom meraní prekračuje zvyčajne rozptyl hodnôt najmenší dielik meradla.

Zaokrúhľovanie a zápis výsledkov

Pozor!!!

V zápise výslednej hodnoty veličiny a neistoty majú byť ich hodnoty v spoločnej zátvorke s rovnakým počtom desatinných miest, pričom **neistota sa zaokrúhľuje na prvé dve platné číslice.**

Za zátvorkou sa uvedie jednotka meranej fyzikálnej veličiny.

Relatívna neistota sa uvádza v percentách zaokrúhlená na prvé dve platné číslice.

Výpočet neistoty merania - TYP A

Na nasledujúcom príklade si spôsob zaokrúhľovania a zápisu veličiny vysvetlíme:

Príklad: Máme stanoviť presnosť merania dĺžky b súčiastky. Uskutočnili sme súbor meraní, ktorých výsledky sú nasledovné: 11,3 mm; 11,3 mm; 11,4 mm; 11,5 mm; 11,2 mm; 11,4 mm; 11,3 mm; 11,5 mm; 11,3 mm; 11,4 mm. Pre prehľadnosť využijeme zápis do tabuľky, kde symbol \sum predstavuje súčet hodnôt v danom stĺpci.

Výpočet neistoty merania - TYP A

Tabuľka X Namerané hodnoty dĺžky súčiastky

i	b_i [mm]	Δb_i [mm]	$(\Delta b_i)^2$ [mm ²]
1	11,3	-0,06	0,0036
2	11,3	-0,06	0,0036
3	11,4	0,04	0,0016
4	11,5	0,14	0,0196
5	11,2	-0,16	0,0256
6	11,4	0,04	0,0016
7	11,3	-0,06	0,0036
8	11,5	0,14	0,0196
9	11,3	-0,06	0,0036
10	11,4	0,04	0,0016
Σ	113,6	0	0,084

Aritmetický priemer nameraných hodnôt:

$$\bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{n} = \frac{113,6 \text{ mm}}{10} = 11,36 \text{ mm} .$$

Výpočet neistoty merania - TYP A

Do druhého stĺpca tabuľky zapíšeme hodnoty $\Delta b_i = b_i - \bar{b}$, napr. pre riadok $i = 5$ bude výpočet nasledovný:

$$\Delta b_i = b_i - \bar{b} = (11,2 - 11,36) \text{ mm} = -0,16 \text{ mm}$$

a v treťom stĺpci

$$(\Delta b_i)^2 = (-0,16 \text{ mm})^2 = 0,0256 \text{ mm}^2.$$

Neistota v stanovení dĺžky bude

$$\delta b = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta b_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{0,084 \text{ mm}^2}{10(10-1)}} = 0,0306 \text{ mm}$$

a relatívna neistota v stanovení dĺžky bude

$$\delta b_{\text{rel}} = \frac{\delta b}{\bar{b}} \cdot 100\% = \frac{0,0306 \text{ mm}}{11,36 \text{ mm}} \cdot 100\% = 0,27\%$$

Výpočet neistoty merania - TYP A

Zápis výsledku merania

$$b = (11,360 \pm 0,031) \text{ mm} \quad \delta b_{\text{rel}} = 0,27 \%$$

Zápis výsledku merania v SI sústave

$$b = (11,360 \pm 0,031) \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \delta b_{\text{rel}} = 0,27 \%$$

Zápis výsledku merania

Hodnotu nameranej veličiny zaokrúhľujeme na toľko desatinných miest ako je stanovená neistota.

Najskôr zaokrúhlime neistotu merania a následne podľa počtu jej desatinných miest zaokrúhlime aj nameranú hodnotu fyzikálnej veličiny!!!

Zápis výsledku merania

Najskôr sa zaokrúhľujú chyby, odchýlky a neistoty merania maximálne na prvé dve platné číslice (prvou platnou číslicou je prvá nenulová číslica), vždy sa zaokrúhľuje nahor, okrem prípadu, ak je za platnou číslicou 0.

Príklad 1: Vypočítaná chyba merania je 0,01223 mm.

Zaokrúhlenie na prvú platnú číslicu: prvou platnou (nenulovou) číslicou je 1, za ňou je 2, takže sa zaokrúhľuje nahor na 0,02 mm.

Zaokrúhlenie na prvé dve platné číslice je 0,013 mm.

Následne sa hodnota nameranej veličiny zaokrúhli na toľko desatinných miest, ako ich má chyba, odchýlka, neistota merania, pričom pri zaokrúhlení už platia pravidlá, že

od 0 do 4 sa zaokrúhľuje nadol, napr. 12,564 mm sa zaokrúhli na 12,56 mm,
od 5 do 9 sa zaokrúhľuje nahor, napr. 12,567 mm sa zaokrúhli na 12,57 mm.

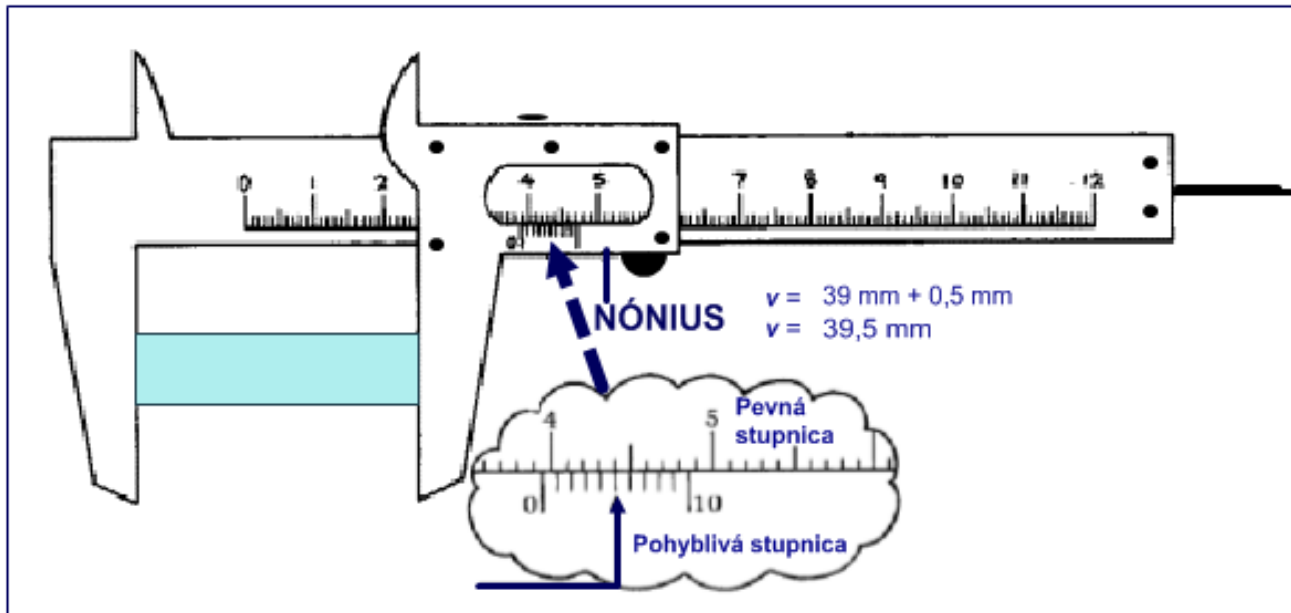
Príklad 2: Zápis výsledku merania:

Nezaokrúhlený výsledok merania: $(11,32658 \pm 0,051264)$ mm.

Zaokrúhlený výsledok merania a neistota merania zaokrúhlená na prvé dve platné číslice: $(11,327 \pm 0,052)$ mm.

Postup práce

1. Odmerajte 10-krát výšku h valca pomocou posuvného meradla a namerané hodnoty zapíšte do tabuľky 1.



Obr. 4 Meranie výšky valca posuvným meradlom

Postup práce

Tabuľka 1 Namerané hodnoty priameho merania výšky valca

i	h_i	$\Delta h_i = h_i - \bar{h}$	$(\Delta h_i)^2 = (h_i - \bar{h})^2$
	[mm]	[mm]	[mm ²]
1			
2			
...			
10			
Σ	$\sum_i h_i$	$\sum_i \Delta h_i$	$\sum_i (\Delta h_i)^2$

Postup práce

2. Vypočítajte:

a) aritmetický priemer výšky valca \bar{h}

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n}$$

b) odchýlku i-teho merania $\Delta h_i = h_i - \bar{h}$

c) kvadrát odchýlky i-teho merania $(\Delta h_i)^2 = (h_i - \bar{h})^2$

d) neistotu merania výšky valca – priame meranie –
neistota typu A:

$$\delta h = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2}{n(n-1)}}$$

e) relatívnu neistotu meranej veličiny v %: $\delta h_{\text{rel}} = \frac{\delta h}{\bar{h}} \cdot 100 \%$

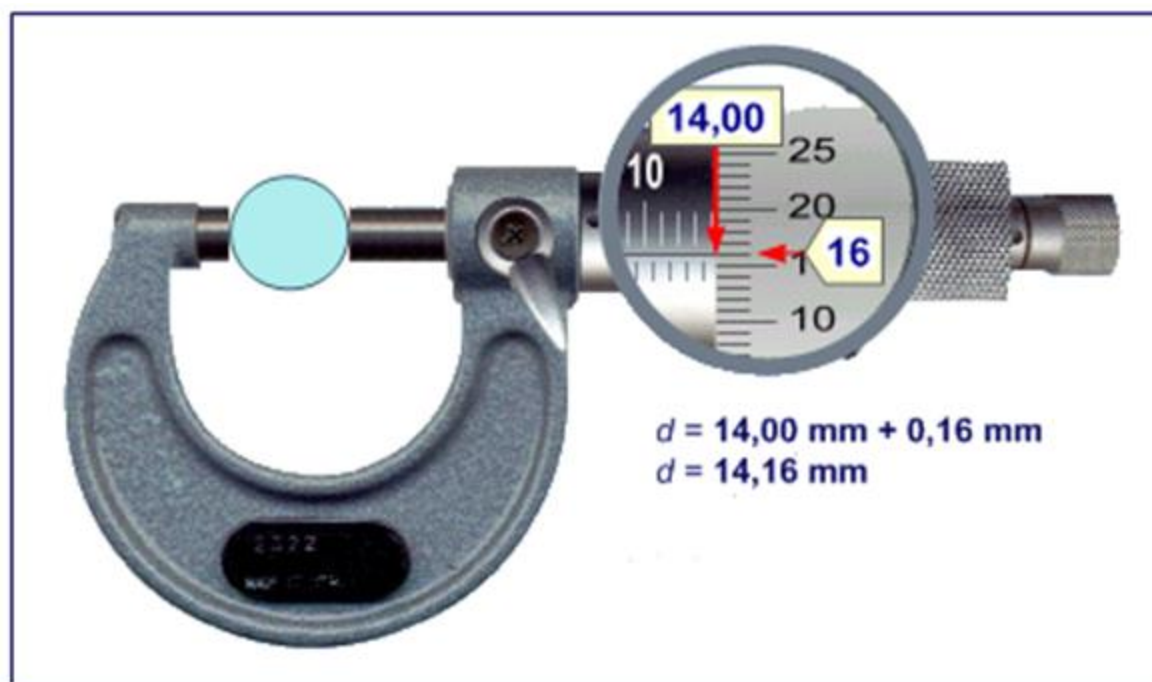
f) výsledok správne zaokrúhlite a zapíšte v tvare:

$$h = \bar{h} \pm \delta h \text{ a } \delta h_{\text{rel}}$$

Poznámka: Neistoty zaokrúhlite na prvé dve platné číslice!!!

Postup práce

3. Odmerajte 10-krát priemer valca d a hodnoty zapíšte do tabuľky 2.



Obr. 5 Meranie priemeru valca mikrometrom s rozsahom $d = 0 - 25 \text{ mm}$

Postup práce

Tabuľka 2 Namerané hodnoty priameho merania priemeru valca

i	d_i	$\Delta d_i = d_i - \bar{d}$	$(\Delta d_i)^2 = (d_i - \bar{d})^2$
	[mm]	[mm]	[mm ²]
1			
2			
...			
10			
Σ	$\sum_{i=1}^n d_i$	$\sum_{i=1}^n (\Delta d_i)$	$\sum_{i=1}^n (\Delta d_i)^2$

Postup práce

4. Vypočítajte:

a) aritmetický priemer priemeru valca: \bar{d}

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

b) odchýlku i-teho merania: $\Delta d_i = d_i - \bar{d}$

c) kvadrát odchýlky i-teho merania: $(\Delta d_i)^2 = (d_i - \bar{d})^2$

d) neistotu merania priemeru valca – priame meranie –
neistota typu A:

$$\delta d = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta d_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}}$$

e) relatívnu neistotu meranej veličiny v %: $\delta d_{\text{rel}} = \frac{\delta d}{\bar{d}} \cdot 100\%$

f) výsledok správne zaokrúhlite a zapíšte v tvare:

$$d = \bar{d} \pm \delta d \quad \text{a} \quad \delta d_{\text{rel}} \quad .$$

Poznámka: Neistoty zaokrúhlite na prvé dve platné číslice!!!

Postup práce

5. Nepriamym meraním určte hodnotu objemu valca zo vzťahu:

$$\bar{V} = \frac{\pi \bar{d}^2 \bar{h}}{4}$$

Postup práce

6. Metódou linearizácie pre viacrozmerný prípad stanovte neistotu nepriamo určovaného objemu valca:

$$\begin{aligned}\delta V &= \pm \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h} \delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d} \delta d\right)^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{4}\right)}{\partial h} \delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{4}\right)}{\partial d} \delta d\right)^2} = \\ &= \pm \sqrt{\left(\left(\frac{\pi \cdot d^2}{4}\right) \delta h\right)^2 + \left(\left(\frac{\pi \cdot d \cdot h}{2}\right) \delta d\right)^2}.\end{aligned}$$

7. Vypočítajte relatívnu neistotu merania: $\delta V_{\text{rel}} = \frac{\delta V}{V} \cdot 100\%$

Postup práce

8. Vypočítanú hodnotu objemu valca a neistoty merania správne zaokrúhlite a zapíšete v tvare: $V = \bar{V} \pm \delta V$ a δV_{rel}
9. Diskutujte o výsledkoch merania a formulujte záver.
10. Z merania vypracujte laboratórny protokol.
11. Vypracovaný lab. protokol odovzdajte svojmu vyučujúcemu na nasledujúcej hodine.

Poznámka: Neistoty zaokrúhlite na prvé dve platné číslice!!!

Literatúra

1. Kubliha, M. a kol. (2007) *Metodológia technického experimentu*. STU v Bratislave, MTF so sídlom v Trnave, ISBN 978-80-8096-00, str. 8 - 45.
2. *Posuvné meradlo* (obrázok) dostupné na: <https://oskole.detiamy.sk/clanok/chyby-meradiel-a-presnost-merania> citované dňa 08.02.2024).
3. *Mikrometer* (obrázok) dostupné na: <https://oskole.detiamy.sk/clanok/meranie-dlzky-s-pozadovanou-presnostou/2> citované dňa 08.02.2024).

Literatúra

4. Tuleja, S. *Meranie dĺžky telesa posuvným meradlom* - (video), [online] dostupné na: <https://www.youtube.com/watch?v=HClzapp4uF4&t=57s> > citované dňa 08.02.2024).
5. Vaščák, V. *Princíp merania posuvným meradlom* - (physlet), [online] dostupné na: http://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=mech_posuvka&l=cz > citované dňa 08.02.2024).

Literatúra

6. Vaščák, V. *Princíp merania mikrometrom* - (physlet), [online] dostupné na: http://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=mech_mikrometr&l=cz > citované dňa 08.02.2023).
7. Krejník, R. *Třmenový mikrometer* - (video), [online] dostupné na: <https://www.youtube.com/watch?v=zdpL9WX8k70> > citované dňa 08.02.2023).

Ďakujem za pozornosť!