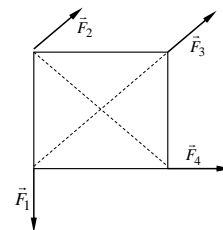


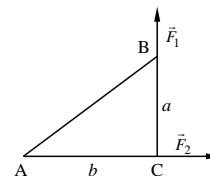
## Numerické cvičenie č. 5 – Základy mechaniky tuhých telies

1. Homogénna štvorcová doska so stranou dĺžky 1 m sa otáča okolo osi kolmej na rovinu dosky a prechádzajúcej jej stredom. Na dosku pôsobia sily  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . Všetky sily pôsobia v rovine dosky a majú rovnakú veľkosť 12 N (pozri obrázok vpravo). Vypočítajte:



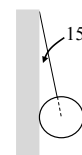
- a) veľkosť momentov jednotlivých síl vzhľadom na stred dosky  
[ 6 Nm; 8,485 Nm; 0 Nm; 6 Nm ]  
b) veľkosť aj smer výsledného momentu týchto síl vzhľadom na stred dosky  
[ 3,5 Nm ]

2. Doska tvaru pravouhlého trojuholníka s odvesnami  $a = 0,3$  m,  $b = 0,4$  m sa otáča okolo osi kolmej na rovinu dosky a prechádzajúcej vrcholom A. Vo vrchole B pôsobí sila  $F_1 = 8$  N, vo vrchole C sila  $F_2 = 6$  N (pozri obrázok vpravo).



- a) Akú veľkosť má moment sily  $F_1$  vzhľadom na os otáčania? [ 3,2 Nm ]  
b) Akú veľkosť má moment sily  $F_2$  vzhľadom na os otáčania? [ 0 Nm ]  
c) aká veľká musí byť sila  $F_3$  s pôsobiskom v strede odvesny  $b$ , aby vykompenzovala otáčavý účinok síl  $F_1, F_2$ ? [ 16 N ]
3. Maticovým kľúčom dĺžky 40 cm chceme uvoľniť maticu. Na koniec kľúča pôsobíme silou 80 N kolmo na kľúč. Aký veľký je moment tejto sily? Akou veľkou silou treba pôsobiť na kľúč, aby sme dosiahli rovnaký moment, ak smer sily zvierá s kľúčom uhol  $30^\circ$ ? [ 32 Nm; 160 N ]
4. Naložený čln ťahajú po oboch brehoch kanála dva traktory rovnomerným pohybom. Aká je odporová sila vody, keď laná sú napínané stálou silou 200 N a zvierajú uhol  $60^\circ$ ? [ 346 N ]
5. Homogénna doska hmotnosti 1 kg leží na stole tak, že jej pravý koniec je vysunutý mimo stôl o  $1/3$  jej dĺžky. Aká je minimálna hmotnosť závažia, ktoré treba zavesiť na pravý koniec, aby sa jej ľavý koniec začal zdvíhať? [ 0,5 kg ]

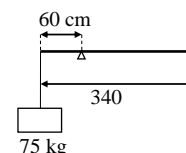
6. Na tenkom vlákne upevnenom na zvislej stene visí guľa hmotnosti 5 kg. Vlákno zvierá so stenou uhol  $15^\circ$  (pozri obrázok vpravo). Určte ťahovú silu vo vlákne a tlakovú silu, ktorou guľa pôsobí na stenu.



7. Dve gule s rovnakým polomerom ležia na vodorovnej podložke a dotýkajú sa. Jedna z nich je dvakrát ťažšia ako druhá. Určte polohu ťažiska tejto sústavy. [ vo vzdialenosti  $r/3$  od bodu dotyku ]
8. Na jednom konci tyče dlhej 30 cm je pripevnená guľa polomeru 6 cm (pozri obrázok vpravo). Hmotnosť gule je dvakrát väčšia než hmotnosť tyče. Určte polohu ťažiska. [ 14 cm od stredu tyče ]

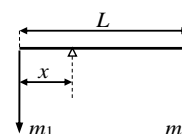


9. Aká je hmotnosť homogénneho trámu, ak závažie s hmotnosťou 75 kg zavesené na jeho ľavom konci ho udrží v rovnováhe? (pozri obrázok vpravo) [ 41 kg ]



10. Tri guľičky s hmotnosťami 0,1 kg, 0,2 kg, 0,3 kg sú upevnené na tenkom drôte zanedbateľnej hmotnosti tak, že sú od seba vzdialené 0,3 m. Ako ďaleko od tretej guľičky je ťažisko sústavy? [ 0,2 m ]
11. Akú kinetickú energiu má kotúč s hmotnosťou 8 kg a polomerom 25 cm, ak za minútu vykoná 500 otáčok? [ 340 J ]

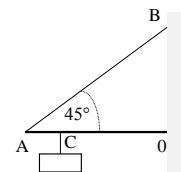
12. Homogénna tyč s dĺžkou 40 cm a hmotnosťou 10 kg je na koncoch zaťažovaná závažiami  $m_1 = 40$  kg a  $m_2 = 10$  kg (pozri obrázok vpravo). V ktorom mieste je potrebné tyč podprieť, aby nastala rovnováha? [ 10 cm zľava ]



13. Akú rýchlosť získa guľa, ak sa skotúľa z naklonenej roviny z výšky 1 m? Moment zotrvačnosti gule je  $J = \frac{2}{5} mR^2$ , trenie zanedbávame. [ 3,8 m.s<sup>-1</sup> ]

14. Ako ďaleko by sa odkotúľalo koleso hmotnosti 20 kg s polomerom 34 cm, keby sa uvoľnilo z osi auta pri rýchlosti 72 km.h<sup>-1</sup>? Moment zotrvačnosti kolesa je 1 kg.m<sup>2</sup>, veľkosť odporovej sily je 4% tiažovej sily kolesa. [ 730 m ]

15. Homogénna tyč AO sa môže otáčať vo vertikálnej rovine okolo osi O kolmej na nákresu. Tyč je udržiavaná vo vodorovnej polohe niťou AB upevnenou o stenu a zvierajúcou s vodorovným smerom uhol 45° (pozri obrázok vpravo). V bode C, ktorý je vzdialený od bodu A 0,2 m je zavesené teleso s hmotnosťou 0,6 kg. Určte silu, ktorou je napínaná niť, ak hmotnosť tyče je 0,4 kg a jej dĺžka je 0,6 m. [ 8,849 N ]



16. Žulový 4-boký pravidelný hranol má podstavnú hranu 60 cm a výšku 80 cm. Akú prácu treba vykonať, aby sme ho preklopili z rovnovážnej polohy stálej do rovnovážnej polohy vratkej, ak hranol stojí na štvorcovej podstave a hustota žuly je 2500 kg.m<sup>-3</sup>? [ 720 J ]

17. Homogénna guľa s polomerom 0,1 m sa otáča okolo osi, ktorá prechádza jej stredom uhlovou rýchlosťou  $\omega = 4 \text{ s}^{-1}$ .

- a) Na zastavenie gule treba vykonať prácu 40 J. Aký veľký je moment zotrvačnosti gule vzhľadom na os? [ 5 kg.m<sup>2</sup> ]
- b) Akú veľkú prácu treba vykonať, aby sa uhlová rýchlosť zväčšila zo 4 s<sup>-1</sup> na 8 s<sup>-1</sup>? [ 120 J ]

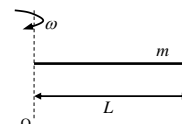
18. Teleso tvaru valca (alebo gule) s hmotnosťou  $m = 3 \text{ kg}$  sa valí bez šmýkania po naklonenej rovine, ktorá je sklonená pod uhlom  $\alpha = 40^\circ$ . Určte, aká bude rýchlosť telesa po prejdení dráhy  $s = 120 \text{ cm}$ , keď na začiatku bolo teleso v pokoji. Akú rýchlosť bude mať teleso tvaru gule s rovnakou hmotnosťou valiace sa za tých istých podmienok? [ 3,176 m.s<sup>-1</sup>, 3,2878 m.s<sup>-1</sup> ]

19. Hustota  $\rho$  veľmi tenkej tyče s dĺžkou  $L = 5 \text{ m}$  a s konštantným prierezom narastá rovnomerne v závislosti od vzdialenosti  $x$  od jej ľavého konca podľa vzťahu  $\rho = \rho_0 + ax$ , kde  $\rho_0$  a  $a$  sú konštanty, ktorých hodnoty sú  $\rho_0 = 2 \text{ kg.m}^{-1}$ ,  $a = 4 \text{ kg.m}^{-2}$ . Určte polohu ťažiska tyče. [ 3,1944 m od ľavého konca tyče ]

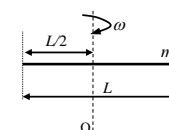
20. Určte polohu ťažiska homogénneho tenkého drôtu ohnutého do tvaru štvrtkružnice s polomerom  $R$ .

$$\left[ \text{v polohe } \vec{r}^* = \frac{2R}{\pi} \vec{i} + \frac{2R}{\pi} \vec{j} \right]$$

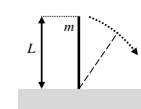
21. Veľmi tenká homogénna tyč s dĺžkou 2 m a s hmotnosťou 3 kg rotuje okolo osi kolmej na tyč a prechádzajúcej jedným jej krajným bodom s konštantnou frekvenciou 4 Hz (pozri obrázok vpravo). Určte kinetickú energiu tyče. [ 1263,31 J ]



22. Veľmi tenká homogénna tyč s dĺžkou 2 m a s hmotnosťou 3 kg rotuje okolo osi kolmej na tyč a prechádzajúcej stredom tyče s konštantnou frekvenciou 4 Hz (pozri obrázok vpravo). Určte kinetickú energiu tyče. [ 315,827 J ]



23. Veľmi tenká homogénna tyč s dĺžkou 1 m je v rovnovážnej polohe postavená na jednom svojom konci kolmo k zemskému povrchu. V určitom okamihu je tyč vychýlená z rovnováhy a začne voľne padať v tiažovom poli zeme tak, že rotuje okolo svojho dolného konca, ktorý sa dotýka so zemským povrchom (pozri obrázok vpravo). Určte rýchlosť horného konca tyče v okamihu, keď tyč dopadne na povrch zeme. [ 5,425 m.s<sup>-1</sup> ]



24. Nájdite moment zotrvačnosti veľmi tenkej homogénnej dosky tvaru štvorca so stranou 10 cm a s hmotnosťou 2 kg vzhľadom na svoju uhlopriečku ako os. [ 1,666.10<sup>-3</sup> kg.m<sup>2</sup> ]