

Fyzika

Časť: Laboratórne cvičenie

Laboratórna úloha č. 2:

*MERANIE KOEFICIENTU VNÚTORNÉHO TRENIA
KVAPALÍN STOKESOVOU METÓDOU*

Akademický rok: 2023/2024

Vypracovala: doc. PaedDr. Žaneta Gerhátová, PhD.

Laboratórna úloha č. 2:

MERANIE KOEFICIENTU VNÚTORNÉHO TREANIA KVAPALÍN STOKESOVOU METÓDOU

Naštudujte si uvedenú tému zo skrípt:

Kubliha, M. a kol. *Metodológia technického experimentu*.
STU v Bratislave, MTF so sídlom v Trnave, 2007,
ISBN 978-80-8096-00, **str. 57 – 62.**

**K uvedenej problematike si môžete pozrieť aj video
„Viscosity - MeitY Olabs“ dostupné na:**

<https://www.youtube.com/watch?v=mQwlmXtRu5k> alebo
video „TO MEASURE VISCOSITY OF GIVEN VISCOUS
LIQUID“, dostupné na

<https://www.youtube.com/watch?v=A6CzFfkfvFo>.

OBSAH

1. Teoretický úvod k meraniu
2. Postup práce
3. Experimentálna časť
4. Záver

Ciel'

Určiť hodnotu koeficientu vnútorného trenia rastlinného oleja Stokesovou metódou a stanoviť veľkosť neistoty merania.

Teoretický úvod

Kvapaliny a plyny (tekutiny):

- molekuly nie sú viazané na nepremenné rovnovážne polohy (môžu sa navzájom voľne posúvať),
- nemajú tvarovú stálosť.

Teoretický úvod

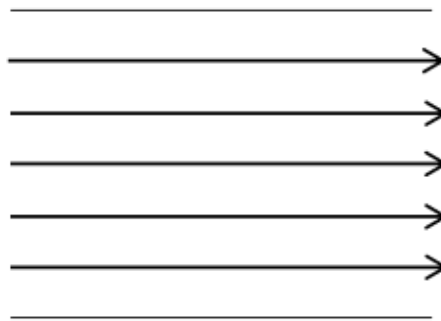
Kvapaliny:

- a) **ideálna** – nestlačiteľná, bez vnútorného trenia (aproximácia),
- a) **reálna** - stlačiteľná, medzimolekulové sily sa v nej prejavujú vnútorným trením – **viskozitou**.

Teoretický úvod

Kvapaliny:

Pohyb molekúl kvapaliny môže byť štatisticky neusporiadaný (tepelný pohyb), alebo usporiadaný (prúdenie).

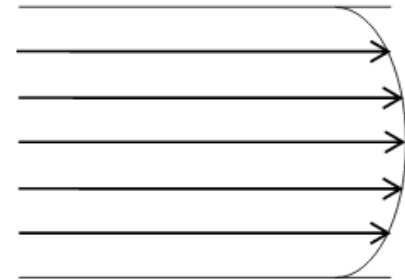


Obr. 1 Prúdenie ideálnej kvapaliny

Teoretický úvod

Kvapaliny:

Pri prúdení reálnej kvapaliny sa objavujú v kvapaline sily brzdiace jej pohyb, ktoré majú pôvod vo vzájomnom silovom pôsobení častíc kvapaliny.



Obr. 2 Prúdenie reálnej kvapaliny

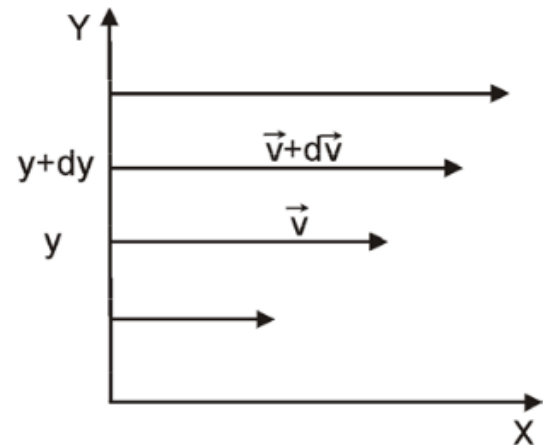
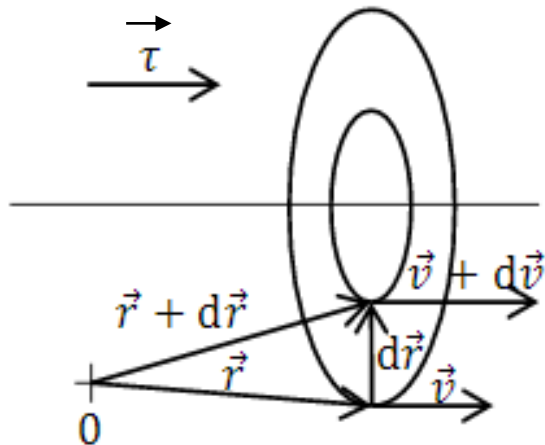
Tieto sily sa nazývajú **sily vnútorného trenia**.

Vnútorné trenie – viskozita kvapalín.

Teoretický úvod

Kvapaliny:

Pri meraní rýchlosti častíc **prúdiacej reálnej kvapaliny** v jednotlivých bodoch prierezu trubice zistíme, že tieto rýchlosti nie sú rovnaké.



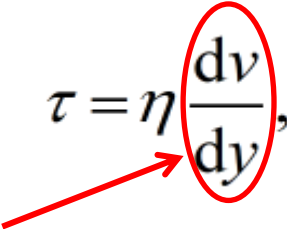
Obr. 3 Prúdenie reálnej kvapaliny

Teoretický úvod

Kvapaliny:

Valcové plochy (obr. 3) sa pohybujú vzhľadom na seba rýchlosťou $d\vec{v}$, vzniká medzi nimi **trenie**, ktoré vyvoláva silové účinky medzi týmito dvomi plochami.

Tieto silové účinky môžeme charakterizovať vektorom **tangenciálneho napätia** $\vec{\tau}$, ktorého smer je totožný so smerom vektora rýchlosti prúdenia kvapaliny a pre jeho veľkosť platí vzťah:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$


Gradient rýchlosti v smere osi y .

kde η je koeficient
dynamickej viskozity.

$$[\eta] = \text{Pa.s}$$

Teoretický úvod

Kvapaliny:

Prúdenie reálnej kvapaliny charakterizuje aj kinematická viskozita ν , definovaná podielom dynamickej viskozity η a hustoty kvapaliny ρ :

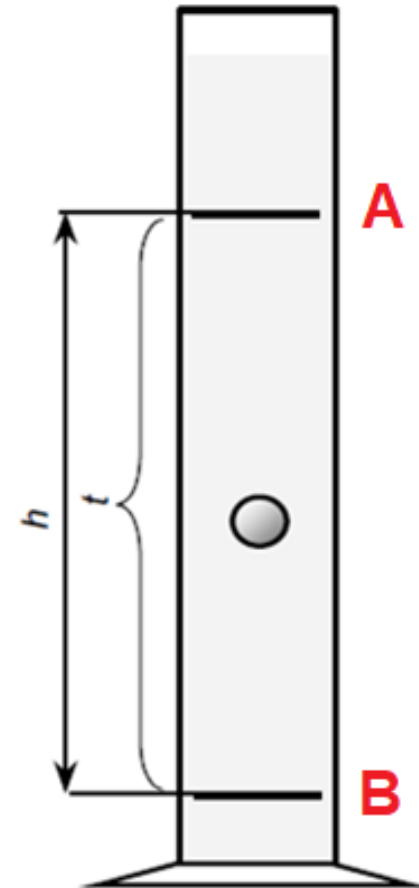
$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Jednotka kinematickej viskozity je $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Riešime pád guľôčky v kvapaline.

Teoretický úvod

Riešime pád guľôčky v kvapaline.



Teoretický úvod

Odporová sila je v tomto prípade spôsobená len viskozitou kvapaliny.

Pre teleso tvaru gule Stokes odvodil vzťah na určenie veľkosti sily odporu F_o v tvare:

$$F_o = 6\pi\eta r v , \quad (1)$$

kde v je rýchlosť pohybu gule s polomerom r v kvapaline s koeficientom vnútorného trenia (dynamickou viskozitou) η . Stokes na základe predchádzajúceho vzťahu odvodil aj metódu stanovenia veľkosti koeficientu vnútorného trenia kvapalín z ustáleného padania gúl v kvapalinách.

Teoretický úvod

Výsledná sila pôsobiaca na guľôčku:

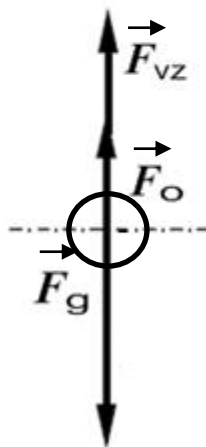
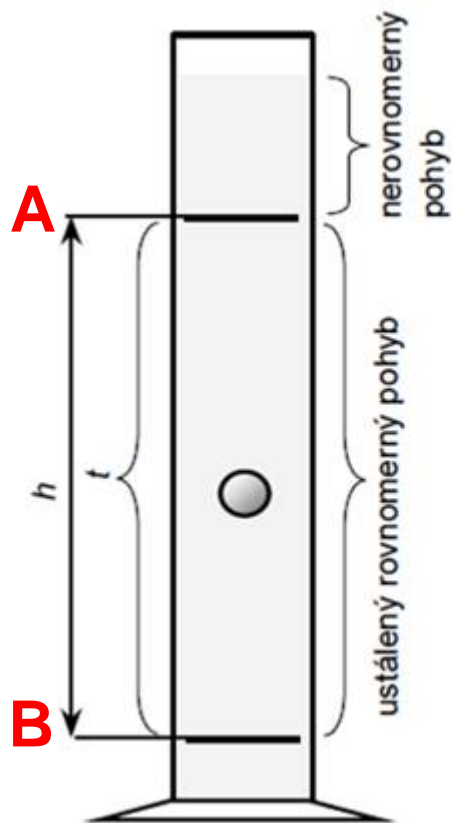
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i$$

$$\vec{F} = -\vec{F}_g + \vec{F}_{vz} + \vec{F}_o$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

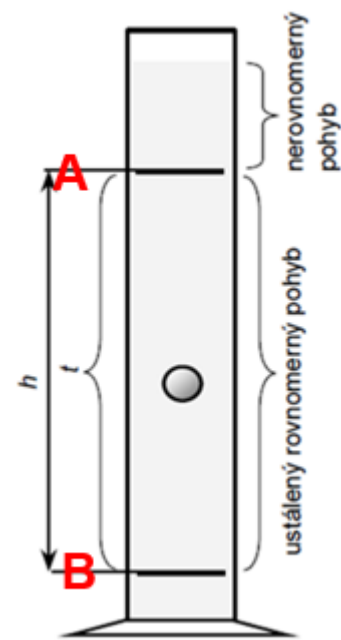
Ak je rýchlosť padania guľôčky konštantná:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$$



Obr. 4 Zobrazenie meracieho valca na meranie koeficientu vnútorného trenia kvapalín

Teoretický úvod



Potom môžeme písať:

$$0 = -F_g + F_{vz} + F_o$$

$$F_g = F_{vz} + F_o$$

$$mg = V\rho_{kv}g + 6\pi\eta rv$$

$$\eta = \frac{g}{6\pi rv} (m - \rho_{kv} V)$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$v = \frac{h}{t}$$

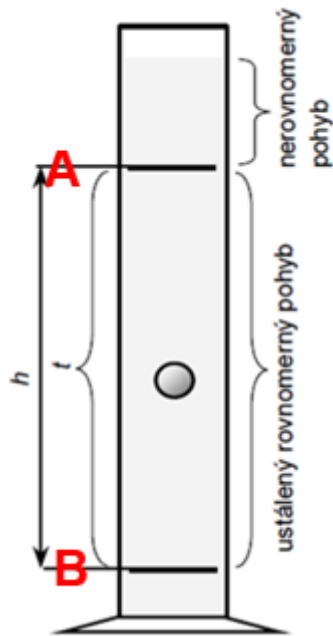
$$\eta = \frac{gt}{6\pi rh} \left(m - \rho_{kv} \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \frac{1}{1 + 2,4 \frac{r}{R}}$$

← korekčný člen

platí iba, ak guľôčka padá
v neohraničenom prostredí

Teoretický úvod

Veľkosť koeficientu vnútorného trenia kvapaliny vypočítame zo vzťahu:



$$\eta = \frac{\left(m - \rho_{kv} \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g}{6\pi r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R} \right)} \cdot \frac{t}{h}$$

korekčný člen

EXPERIMENTÁLNA ČASŤ

Prístroje a pomôcky:

vysoký sklený valec s kvapalinou, hustomer, mikrometer, stopky, váhy, guľky, oceľové meradlo.

Postup práce

1. Pomocou mikrometra odmerajte polomery 10-tich guľôčok, tieto hodnoty zapíšte do tabuľky 1 a stanovte priemernú hodnotu ich polomeru \bar{r} . Vypočítajte δr (neistotu merania typu A):

$$\delta r = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta r_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n(n-1)}}$$

a relatívnu neistotu merania δr_{rel} :

$$\delta r_{\text{rel}} = \frac{\delta r}{\bar{r}} \cdot 100\% ,$$

Výsledok merania zapíšte v tvare: $r = \bar{r} \pm \delta r$ a δr_{rel} .

Postup práce

2. Určte priemernú hmotnosť meraných guľôčok (pomocou váh zistíte hmotnosť všetkých guľôčok naraz a nameranú hodnotu podelíte ich počtom).
3. Súčasne určte aj veľkosť neistoty merania hmotnosti δm (neistota merania **typu B – zodpovedá najmenšiemu dieliku meradla**) a relatívnu neistotu merania hmotnosti guľôčky δm_{rel} :

$$\delta m_{\text{rel}} = \frac{\delta m}{m} \cdot 100\%$$

Výsledok merania zapíšte v tvare: $m = m \pm \delta m$ a δm_{rel} .

Postup práce

4. Päťkrát odmerajte vnútorný polomer nádoby tvaru valca R použitej pri meraní, hodnoty zapíšte do tabuľky 2. Stanovte priemernú hodnotu \bar{R} jej polomeru a vypočítajte δR (neistotu merania **typu A**):

$$\delta R = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta R_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n(n-1)}}$$

a relatívnu neistotu merania δR_{rel} :

$$\delta R_{\text{rel}} = \frac{\delta R}{\bar{R}} \cdot 100\%.$$

Výsledok merania zapíšte v tvare: $R = \bar{R} \pm \delta R$ a δR_{rel} .

Postup práce

5. Pomocou hustomera určte hustotu meranej kvapaliny ρ .

Určte veľkosť jej neistoty $\delta\rho$ (neistota merania **typu B – zodpovedá najmenšiemu dieliku meradla**) a relatívnu neistotu merania hustoty kvapaliny $\delta\rho_{\text{rel}}$:

$$\delta\rho_{\text{rel}} = \frac{\delta\rho}{\rho} \cdot 100\%.$$

Výsledok merania zapíšte v tvare: $\rho = \rho \pm \delta\rho$ a $\delta\rho_{\text{rel}}$.

Postup práce

6. Zo stupnice na valci odčítajte vzdialenosť h značiek **AB** (pozri obr. 4), ktorá vymedzuje oblasť ustáleného padania guľôčky v kvapaline.

Určte δh (neistotu merania **typu B – zodpovedá najmenšiemu dieliku meradla**)

a relatívnu neistotu merania δh_{rel} :
$$\delta h_{\text{rel}} = \frac{\delta h}{h} \cdot 100\%.$$

Výsledok merania zapíšte v tvare: $h = h \pm \delta h$ a δh_{rel} .

Postup práce

7. Jednotlivo púšťajte guľôčky do valca a pomocou stopiek merajte dobu t , za ktorú guľka prejde úsek dĺžky h vyznačený značkami **AB**. Tieto hodnoty zapíšte do tabuľky 3 a stanovte priemernú hodnotu merania času pádu guľôčky \bar{t} . Stanovte δt (neistotu merania **typu A**):

$$\delta t = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}}$$

a relatívnu neistotu merania δt_{rel} : $\delta t_{\text{rel}} = \frac{\delta t}{\bar{t}} \cdot 100\%$.

Výsledok merania zapíšte v tvare: $t = \bar{t} \pm \delta t$ a δt_{rel} .

Postup práce

8. Koeficient vnútorného trenia kvapaliny η vypočítajte pomocou vzťahu:

$$\eta = \frac{\left(m - \rho_{\text{kv}} \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g}{6 \pi r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R} \right)} \cdot \frac{t}{h}$$

Pozor!!!

Do uvedeného vzťahu treba dosadzovať hodnoty jednotlivých fyzikálnych veličín v základných jednotkách sústavy SI.

Postup práce

9. Neistotu koeficientu vnútorného trenia $\delta\eta$ meranej kvapaliny určte pomocou znalosti neistôt čiastkových veličín (δr , δR , δm , $\delta \rho$, δh , δt) a tiež vypočítajte $\delta\eta_{\text{rel}}$.

10. Veľkosť neistoty koeficientu vnútorného trenia kvapaliny $\delta\eta$ určte metódou linearizácie pre viacrozmerný prípad:

$$\delta\eta = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial m}\delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \rho}\delta \rho\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial h}\delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial R}\delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial r}\delta r\right)^2},$$

kde

Postup práce

$$\frac{\partial \eta}{\partial m} = \frac{g}{6\pi r \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right)} \cdot \frac{t}{h},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho} = \frac{-V \cdot g}{6\pi r \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right)} \cdot \frac{t}{h},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{(m - \rho V)g}{6\pi r \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right) \cdot h},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial h} = -\frac{(m - \rho V)g}{6\pi r \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right)} \cdot \frac{t}{h^2},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial R} = \frac{2,4(m - \rho V)g}{6\pi \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right)^2 \cdot R^2} \cdot \frac{t}{h},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = -\frac{g \cdot t}{6\pi h} \left[\frac{4\pi \rho r^2 \left(r + 2,4 \cdot \frac{r^2}{R}\right) + \left(m - \rho \frac{4}{3}\pi r^3\right) \cdot \left(1 + 4,8 \cdot \frac{r}{R}\right)}{\left(r + 2,4 \cdot \frac{r^2}{R}\right)^2} \right].$$

Postup práce

11. Výslednú hodnotu koeficientu vnútorného trenia kvapaliny η zapíšete v tvare: $\eta = \bar{\eta} \pm \delta\eta$ a $\delta\eta_{\text{rel}}$.
12. Diskutujte o výsledkoch merania a formulujte záver.
13. Z merania vypracujte laboratórny protokol.
14. Vypracovaný lab. protokol odovzdajte svojmu vyučujúcemu na nasledujúcej hodine.

Literatúra

1. Kubliha, M. a kol. (2007) *Metodológia technického experimentu*. STU v Bratislave, MTF so sídlom v Trnave, ISBN 978-80-8096-00, str. 57 – 62.
2. Vajda, D., Trpišová, B. *Určenie koeficientu dynamickej viskozity telieskovými viskozimetrami*, [online] dostupné na: <http://tarjanyiova.fyzika.uniza.sk/viskozita.pdf> (citované dňa 08.02.2024).
3. Video „Viscosity - MeitY Olabs“, [online] dostupné na: <https://www.youtube.com/watch?v=mQwlmXtRu5k> (citované dňa 08.02.2024).

Literatúra

4. Video „*TO MEASURE VISCOSITY OF GIVEN VISCOUS LIQUID*“, [online] dostupné na:
<<https://www.youtube.com/watch?v=A6CzFfkfvFo>>
(citované dňa 08.02.2024).

Ďakujem za pozornosť!