

3 ELEKTRICKÉ MERANIE A CHYBY MERANIA

3.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Meranie – je proces poznávania spočívajúci v porovnávaní neznámej (meranej) veličiny s veličinou známou, ktorá bola prijatá za jednotku (normál).

Elektrické meranie – je proces, pri ktorom sa určujú veľkosti rôznych elektrických veličín (napr.: napätie, elektrický prúd, výkon elektrického prúdu, elektrická práca, frekvencia, elektrický odpor, elektrická kapacita kondenzátorov a pod.). **Magnetické meranie** tiež považujeme za elektrické meranie, pretože je vždy spojené s elektrickými javmi.

Význam elektrických meraní spočíva v:

- overovaní vlastností vyrobených elektrotechnických a elektronických zariadení,
- kontrole elektrotechnických materiálov ešte pred začatím výroby,
- kontrole častí zariadení už počas výroby, aby bola ich činnosť aj výroba hospodárna,
- sledovaní správnej činnosti elektrických zariadení,
- rýchlom určení miesta poruchy,
- tom, že elektricky možno merať a kontrolovať aj iné fyzikálne (neelektrické) veličiny, napr.: čas, dĺžku, zrýchlenie, teplotu, tlak, silu a i.

3.1.1 Elektrické meracie prístroje

Merací prístroj (MP) – zariadenie, ktoré slúži na porovnávanie fyzikálnych veličín (meranej veličiny s jednotkou merania).

Elektrický merací prístroj – zariadenie, ktoré využíva fyzikálne zákony a závislosti na určenie elektrickej veličiny. S týmito meracími prístrojmi sa stretávame prakticky pri všetkých spôsoboch využívania elektrickej energie – na pracovisku, v škole alebo doma.

Základné rozdelenie meracích prístrojov podľa charakteru meranej veličiny:

1. Analógové MP – merajú veličiny, ktoré sa menia spojito. Môžu byť:

- a) elektromechanické – skladajú sa z ukazovacej časti a meracieho systému. Pôsobením elektrického prúdu v meracom systéme vznikne moment sily, ktorý spôsobí, že pohyblivá časť ukazovacieho zariadenia sa dá do pohybu a ustáli sa na výchylke úmernej hodnote meranej veličiny, pričom výchylka sa môže plynule meniť,
- b) elektronické – skladajú sa z ukazovacej časti (najčastejšie magnetoelektrický systém), ktorej je priradená elektronická časť. Jej úlohou je v závislosti od veľkosti meraného napätia vybudieť ukazovaciu časť,

2. Číslíkové (digitálne) MP – pri týchto sa mení údaj nespojito, po množstvách, aj keď sa meraná veličina mení spojito. Meranú veličinu udávajú číselne, ako násobok určitých základných množstiev.

Rozdelenie analógových elektromechanických prístrojov:

1. podľa prevodu meranej elektrickej meranej veličiny na mechanický pohyb:

- základné analógové elektromechanické prístroje (merajúce ustálené stavy),
- rezonančné (pracujú na princípe mechanickej rezonancie s kmitmi striedavého prúdu),
- integračné prístroje (merajú časový integrál – súčet okamžitých hodnôt meranej veličiny),
- pomerové prístroje (merajú pomer dvoch veličín),
- iné elektromechanické prístroje (napr.: oscilografy, zapisovače a i.),

2. podľa sústavy (meracieho systému):

- magnetoelektrické (deprézske) MP (s otočnou cievkou alebo s otočným magnetom),
- feromagnetické (elektromagnetické) prístroje,
- elektrodynamické a ferodynamické prístroje,
- indukčné (Ferrarisove) prístroje,
- tepelné prístroje (s horúcim drôtom alebo dvojkovom-bimetalom),
- elektrostatické prístroje,
- vibračné (rezonančné) prístroje,

3. podľa meranej veličiny:

- voltmetre (V-m) – merajú napätie,
- ampérmetre (A-m) – merajú elektrický prúd,
- galvanometre (G-m) – merajú veľmi malé napätie a veľmi malý prúd,
- ohmmetre (Ω -m) – merajú elektrický odpor,
- wattmetre (W-m) – merajú výkon elektrického prúdu,
- varmetre (VAr-m) – merajú jalový výkon,
- elektromery – merajú elektrickú prácu (energiu),
- fázomery – merajú účinník $\cos \varphi$ (nepriamo fázu) v striedavých obvodoch,
- frekventomery – merajú frekvenciu striedavého prúdu,

4. podľa druhu elektrickej meranej veličiny:

- jednosmerné MP – na meranie jednosmerných veličín,
- striedavé MP – na meranie striedavých veličín (jednofázové a viacfázové),
- kombinované (univerzálne) prístroje – multimetre merajúce = aj ~ veličiny,

5. podľa vonkajšej úpravy a použitia rozdeľujeme meracie prístroje na:

- základné – osobitne presné prístroje určené na ciachovanie laboratórnych prístrojov,
- laboratórne – pre presné laboratórne merania; ich použitie mimo laboratória sa neodporúča,
- prenosné (montážne) – používajú sa v dielňach, ich presnosť a citlivosť je rôzna,
- rozvádzačové prístroje – montujú sa na rozvodové dosky.

Základné pojmy používané pri meraní s meracími prístrojmi:

Merací systém – je aktívna časť MP. Skladá sa z pevnej a pohyblivej časti.

Moment systému – je vyvolaný meranou veličinou a pôsobí na pohyblivú časť systému. **Direktívny moment** – je vyvolaný direktívnymi pružinami. Snaží sa udržať pohyblivú časť v nulovej polohe. Zväčšuje sa úmerne s rastúcou výchylkou a pôsobí proti smeru výchylky, čiže smeru momentu systému.

Merací rozsah prístroja – je vyznačená časť rozsahu stupnice, kde môžeme merať s predpísanou presnosťou. **Merací rozsah stupnice** – je celá dĺžka stupnice daná okrajovými hodnotami stupnice, ktoré sú určitým spôsobom označené. (Odlíšenie meracieho rozsahu od rozsahu stupnice sa vyznačuje na stupnici bodkami, farebnými alebo dlhými čiarami, spôsobom delenia stupnice, iným typom číslíc a pod.).

Najväčšia hodnota meracieho rozsahu – pre prístroj s nulou na jednom konci delenia stupnice je to hodnota hornej hranice meracieho rozsahu (napr. voltmeter s meracím rozsahom 0 až 240 V má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 240 V). Ak je nula vnútri delenia stupnice, najväčšia hodnota meracieho rozsahu je určená súčtom hodnôt oboch hraníc meracieho rozsahu (napr. ampérmeter s meracím rozsahom $-1,5\text{ A}$ až $+1,5\text{ A}$ má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 3 A). V prístrojoch s potlačenou nulou je najväčšia hodnota meracieho rozsahu daná rozdielom hodnoty hornej a dolnej hranice meracieho rozsahu (napr. voltmeter s meracím rozsahom 8 V až 30 V má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 22 V).

Ustálená výchylka α – ukazovateľ meracieho prístroja, ktorý je kalibrovaný priamo v jednotkách meranej veličiny X , je

$$\alpha = C_X \cdot X \quad \begin{array}{l} \text{[dieliky; dieliky / jednotka meranej veličiny,} \\ \text{jednotka meranej veličiny].} \end{array} \quad (3.1)$$

Meraná veličina X – ak nie sú jej číselné hodnoty označené priamo na stupnici prístroja, to znamená pri viacrozsahových meracích prístrojoch, určí sa násobením výchylky prístroja konštantou prístroja

$$X = K_X \cdot \alpha . \quad (3.2)$$

Konštanta MP – označuje sa K_X a je to hodnota meranej veličiny pripadajúca na jeden dielik stupnice. Vypočítame ju

$$K_X = \frac{M}{\alpha_c}, \quad \text{kde } M - \text{merací rozsah prístroja, } \alpha_c - \text{celkový počet dielikov stupnice.}$$

Konštanta meracieho prístroja K_X je daná počtom jednotiek meranej veličiny X potrebných pre výchylku jeden dielik

$$K_X = \frac{X}{\alpha} = \frac{1}{C_X}, \quad (3.3)$$

kde X je meraná veličina, α – výchylka. Konštanta meracieho prístroja udáva prevrátenú hodnotu citlivosti C_X meracieho prístroja.

Konštanta wattmetra K_W , podľa všeobecnej definície konštanty prístroja (3.3), je daná súčinom menovitého napätia U_n a menovitého prúdu I_n deleného počtom dielikov stupnice α_n a násobeného menovitým účinníkom $\cos \varphi_n$, pri ktorom dosiahne wattmeter plnú výchylku

$$K_W = \frac{U_n \cdot I_n}{\alpha_n} \cdot \cos \varphi_n. \quad (3.3a)$$

Bežné wattmetre sú určené pre menovitý účinník $\cos \varphi_n = 1$, a teda najčastejšie konštanta wattmetra sa počíta

$$K_W = \frac{U_n \cdot I_n}{\alpha_n}. \quad (3.3b)$$

Citlivosť MP – označuje sa C_X a je to zmena výchylky ukazovateľa v dielikoch stupnice, ktorá pripadá na zmenu hodnoty meranej veličiny o jednotku

$$C_X = \frac{\alpha_c}{M},$$

kde M je merací rozsah prístroja, α_c – celkový počet dielikov stupnice. Citlivosť meracieho prístroja C_X je definovaná počtom dielikov výchylky α pri jednotkovej meranej veličine X

$$C_X = \frac{\alpha}{X} = \frac{1}{K_X}. \quad (3.4)$$

Citlivosť meracieho prístroja udáva prevrátenú hodnotu konštanty K_X meracieho prístroja. Citlivosť MP je podiel zmeny ukazovateľa a zmeny meranej hodnoty. Ak spôsobí napr. zväčšenie prúdu o $0,2 \mu\text{A}$ zmenu výchylky ručičky ampérmetra o $0,7 \text{ mm}$, citlivosť je:

$$C = \frac{\Delta I}{\Delta I} = \frac{0,7 \text{ mm}}{0,2 \mu\text{A}} = 3,5 \text{ mm}/\mu\text{A}.$$

Presnosť MP a trieda presnosti – inak sa udáva pri elektromechanických prístrojoch a inak pri číslicových prístrojoch.

- a) Elektromechanické prístroje: trieda presnosti sa udáva medznou (hraničnou) chybou a medznou (hraničnou) zmenou údajov. Hraničná chyba ΔM je najväčšia dovolená chyba, podľa ktorej sa vo väčšine prístrojov posudzuje presnosť prístroja a vyjadruje sa v percentách. Hraničná chyba sa zisťuje pri vzťažných podmienkach. To sú tie podmienky, pri ktorých bol prístroj nastavený, overený a vyskúšaný. Hodnoty niektorých vzťažných ovplyvňujúcich veličín udáva norma STN 35 6201. Zo vzťažných podmienok sa na číselníku uvádza iba poloha prístroja. Hraničná chyba sa určí

$$\Delta M = \frac{\Delta X_{\max}}{M_{\max}} \cdot 100 \% \quad (3.5)$$

pričom ΔX_{\max} je najväčšia absolútna chyba v meracom rozsahu, M_{\max} je najväčšia hodnota meracieho rozsahu. Najväčšia absolútna chyba nesmie prekročiť medznú (hraničnú) chybu charakterizovanú príslušnou triedou presnosti. Delenie do tried nám hovorí o presnosti MP. Z rôznych príčin (trenie, teplotné vplyvy a pod.) nie je prístroj absolútne presný a bude teda vykazovať určitú indikačnú chybu. Indikačná chyba je rozdiel medzi indikovanou a skutočnou hodnotou. Pri presnejšom prístroji je táto indikovaná chyba menšia ako pri prístroji menej presnejšom. Možná indikačná chyba sa vyjadruje v percentách (%) konečnej hodnoty stupnice. Skutočná hodnota je potom nameraná hodnota plus alebo mínus hodnoty odchýlky. Podľa veľkosti indikačnej chyby sa MP rozdeľujú do tried presnosti podľa tab. 3.1.

- b) Číslícové (digitálne) prístroje: tieto prístroje poskytujú väčšiu presnosť než analógové MP. Analógové prístroje s presnosťou $\pm 1 \%$ patria k lepšej triede funkčných prístrojov. Číslícové MP s presnosťou už $\pm 0,1 \%$ sú bežné. Presnosť veľmi závisí od nastavenia meracieho rozsahu a počtu číslíc displeja. Pritom musíme brať tiež do úvahy presnosť analógovo/číslícového prevodníka (A/D) a zosilňovača. Výrobca väčšinou udáva v špecifikačnom liste presnosť v percentách plus počet číslíc. Presnosť digitálnych prístrojov sa udáva viacerými spôsobmi:

1. \pm (percentá z údajov + jeden alebo viac digitov),
2. \pm (percentá z meracieho rozsahu + jeden alebo viac digitov),
3. kombináciou 1. a 2. spôsobu, pričom výsledná chyba je daná súčtom oboch čiastkových chýb.

Jeden digit tu znamená číselnú hodnotu číslice „1“ na poslednom mieste displeja. Je to tzv. číslícová chyba, resp. chyba kvantovania vzťahujúca sa na posledné miesto meracieho rozsahu. Napríklad pri displeji s údajom XXX.X je 1 digit = 0,1. Pri displeji s údajom X.XXX je 1 digit = 0,001.

Tabuľka 3.1 Triedy presnosti meracích prístrojov

Trieda		Použitie	Prípustná indikačná chyba konečná v %
Stará	Nová		
0,1		Najpresnejšie elektromechanické prístroje určené na kontrolu veľmi presných prístrojov	$\pm 0,1 \%$
0,2	E	Veľmi presné laboratórne elektromechanické MP	$\pm 0,2 \%$
0,5	F	Presné laboratórne prístroje	$\pm 0,5 \%$
1		Montážne a laboratórne elektromechanické prístroje	$\pm 1 \%$
1,5	G	Montážne (prenosné) prístroje a presné rozvádzačové prístroje	$\pm 1,5 \%$
2,5	H	Rozvádzačové prístroje pre spínacie panely	$\pm 2,5 \%$
5		Iné, menej presné rozvádzačové a pomocné prístroje	$\pm 5 \%$

Príklad: Máme digitálny MP s $3\frac{1}{2}$ miestnym displejom a presnosťou $\pm 0,3 \% \pm 1$ digit (bit). Merací prístroj má meracie rozsahy pre 200 mV, 20 V, 200 V a 1000 V. Chceme merať napätie 10 V. S akou presnosťou budeme s týmto číslicovým MP merať?

Riešenie: MP nastavíme na rozsah 20 V. Rozsah $3\frac{1}{2}$ miestneho displeja je 0000 – 1999, tzn., že jeho rozlišovacia schopnosť je 1 : 2000. Na meracom rozsahu 20 V je rozlišovacia schopnosť: $20 \text{ V} : 2000 = 0,01 \text{ V} = 1$ digit.

Chyba vo [V] z údajov: $0,3 \% \text{ z } 10 \text{ V} = 0,003 \cdot 10 \text{ V} = 0,03 \text{ V}$.

S číslicovým MP budeme merať s presnosťou: $\pm 0,03 \text{ V} \pm 0,01 \text{ V} = \pm 0,04 \text{ V}$. Nepresnosť v % je: $\pm (0,04 \text{ V} / 10 \text{ V}) \cdot 100 \% = \pm 0,004 \cdot 100 \% = \pm 0,4 \%$.

Vnútorý odpor MP – označuje sa R_i (interný) a má ho každý merací prístroj (napr. voltmeter ho má veľký a ampérmetr malý). Na určitom meracom rozsahu vnútorný odpor meracieho prístroja nezávisí od výchylky, čiže od veľkosti meranej veličiny a na každom meracom rozsahu elektromechanických MP je iný. Udáva sa v Ω/V (t. j. vnútorný odpor na 1 volt meracieho rozsahu). Údaj z číselníka elektromechanického MP (Ω/V) musíme prepočítavať na nastavený merací rozsah, nie výchylku!

$$R_i = M \cdot \text{údaj na stupnici v } \Omega/\text{V}$$

Vnútorý odpor voltmetrov často označujeme R_V , ampérmetrov R_A a wattmetrov R_W .

Príklad: Na stupnici voltmetra je údaj 40 000 Ω/V . Ak by sme na tomto MP nastavili merací rozsah 3 V, vnútorný odpor $V\text{-m}$ by bol $R_V = (R_i) = 3 \text{ V} \cdot 40\,000 \Omega/\text{V} = 120\,000 \Omega$. Voltmeter má tento vnútorný odpor $R_V = 120 \text{ k}\Omega$ iba na meracom rozsahu 3 V.

Všeobecne platí: ak sa zmení merací rozsah prístroja (ampérmetra, voltmetra), zmena odporu prístroja môže zväčšiť chybu merania. Pri meraní veľmi malých prúdov (ak má A-m nastavený malý merací rozsah, môže mať pomerne veľký vnútorný odpor a preto môže byť na ňom nezanedbateľné napätie), alebo veľmi malých napätí (ak má V-m nastavený malý merací rozsah, môže mať pomerne malý vnútorný odpor a preto ním môže pri paralelnom zapojení do obvodu pretekať nezanedbateľný prúd) sa môžu prejaviť tieto chyby veľmi výrazne. Okrem tohto dôvodu sú niekedy aj ďalšie, aby sme na meranie použili **elektronické meracie prístroje**. Oproti ručičkovým prístrojom majú elektronické niektoré nesporné výhody. Pri elektronických prístrojoch sa meraná veličina najprv elektronicky spracuje, zväčší alebo zmenší sa na potrebnú veľkosť a na číselníku alebo displeji sa zobrazí údaj meranej veličiny. Napríklad elektronické voltmetre majú preto podstatne väčší vnútorný odpor ako elektromechanické ručičkové meracie prístroje. Vnútorný odpor elektronického meracieho prístroja je pre veľký počet meracích rozsahov rovnaký. Tzn., že elektronický V-m má veľký odpor aj na veľmi malých meracích rozsahoch [1 MΩ až 10 (100) MΩ]. Aj pri elektronických MP sa udáva ich vnútorný odpor. Býva zvyčajne uvedený v sprievodnej technickej dokumentácii alebo v návode na obsluhu meracieho prístroja.

Vlastná spotreba meracích prístrojov – je príkon, ktorý elektromechanický prístroj spotrebúva pri dosiahnutí plnej výchylky. Pri jednosmerných prístrojoch sa udáva vo W a pri striedavých vo VA.

$$P_V = R_i \cdot I_n^2 = \frac{U_n^2}{R_i}, \quad (3.6)$$

$$P_V = Z_i \cdot I_n^2 = \frac{U_n^2}{Z_i}, \quad (3.7)$$

kde I_n je menovitý prúd prístroja, U_n – menovité napätie prístroja, R_i – vnútorný odpor meracieho prístroja, Z_i – impedancia meracieho prístroja.

Pretážiteľnosť MP – prekročenie hornej hranice meracieho rozsahu. Je to násobok nominálneho prúdu alebo napätia, ktoré prístroj znesie po určitú dobu bez poškodenia.

Pretáženie môže byť:

- a) Trvalé – nazývané tiež tepelné. Musia ho zniesť všetky prístroje bez poškodenia. Pre A-m a V-m s triedou presnosti 1 až 5, ďalej pre W-m, varmetre, fázomery a frekvenciomery je to 1,2-násobok menovitej hodnoty meranej veličiny.
- b) Krátkodobé – nazývané tiež dynamické. Nastáva pri prudkom zvýšení prúdu alebo napätia na krátky čas. Norma presnosti stanovuje pre každý typ prístroja a triedu presnosti násobky menovitej hodnoty a čas trvania, počas ktorého musia prístroje

vydržať toto preťaženie bez následkov (poškodeniu prístroja, a to buď nadmerným ohriatím, alebo mechanickým poškodením).

Elektrická pevnosť prístrojov – keby bola nedostatočná, mohla by spôsobiť poruchy v meracom obvode, poškodiť samotný prístroj a ohrozená by bola aj obsluha prístroja. Výrobca je preto povinný vyskúšať prístroj na elektrickú pevnosť **skúšobným napätím**, predpísaným normou. Skúšobné napätie sa pripája medzi všetky svorky navzájom pospájané a kovovú fóliu, ktorou je obalený kryt z izolantu. Skúšobné napätie prístroj musí zniesť bez toho, že by došlo k prierazu. Efektívna hodnota skúšobného napätia v závislosti od menovitého napätia obvodov prístroja alebo príslušenstva je v tab. 3.2.

Tabuľka 3.2 Hodnoty skúšobného napätia v závislosti od menovitého napätia







Menovité napätie obvodu [V]	Efektívna hodnota skúšobného napätia [V]	Značka na číselníku MP
do 40	500	☆
41 až 110	1000	☆ ₁
111 až 650	2000	☆ ₂
651 až 1000	3000	☆ ₃
1001 až 2000	5000	☆ ₅
2001 až 6000	(2U + 1000) zaokrúhlené nahor na celé tisíce	hodnota podľa predchádzajúceho stĺpca v kV
Prístroje, ktoré sa nepodrobujú skúšobnému napätiu		☆ ₀

Značky na číselníkoch MP – na číselníkoch elektromechanických prístrojov býva okrem značky (loga) výrobcu, výrobného čísla a značky hlavnej veličiny obvykle týchto 5 druhov značiek: značka polohy, značka meracieho systému, značka vyjadrujúca druh prúdu, triedu presnosti a značka skúšobného napätia. Niektoré prístroje majú na číselníku uvedenú aj značku vnútorného odporu prístroja v Ω/V .





Značky hlavných veličín a ich hlavných desatinných násobkov:

A – ampér	mA – miliampér	kA – kiloampér
Var – var	MVar – megavar	kVar – kilovar
V – volt	mV – milivolt	kV – kilovolt
$\cos \varphi$ – účinník (faktor výkonu)	μA – mikroampér	μV – mikrovolt
Hz – hertz	MHz – megahertz	kHz – kilohertz
Ω – ohm	M Ω – megaohm	k Ω – kiloohm
W – watt	MW – megawatt	kW – kilowatt
mW – miliwatt	T – tesla	mT – militesla




Symbody, ktoré označujú druh prúdu meraného prístrojom:

-  o jednosmerný prúd
-  o striedavý prúd
-  o jednosmerný a striedavý prúd
-  o trojfázový prístroj s jedným prúdovým a jedným napäťovým okruhom
-  o trojfázový prístroj s dvoma prúdovými a dvoma napäťovými okruhmi
-  o trojfázový prístroj s tromi prúdovými a tromi napäťovými okruhmi



Značky vyjadrujúce skúšku elektrickej pevnosti:

-  o skúšobné napätie 500 V
-  o skúšobné napätie 2 kV (číslo v značke udáva skúšobné napätie v kV)
-  o značka prístroja, pri ktorom sa nerobí skúška elektrickej pevnosti
-  o elektrická pevnosť prístroja nezodpovedá predpisom







Značky polohy:







-  o prístroj určený na používanie v zvislej polohe
-  o prístroj určený na používanie vo vodorovnej polohe
-  o prístroj určený na používanie s číselníkom nakloneným vzhľadom na vodorovnú polohu (napr. 60°)

Značky tried presnosti:

- 1,5** o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách najväčšej hodnoty meracieho rozsahu (napr. 1,5)
-  o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách dĺžky stupnice
-  o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách skutočnej hodnoty

Značky na označenie systému prístroja:

-  o magnetoelektrický prístroj (s otočnou cievkou)
-  o magnetoelektrický prístroj s usmerňovačom
-  o magnetoelektrický prístroj so zabudovaným neizolovaným termočlánkom
-  o magnetoelektrický prístroj pomerový
-  o feromagnetický (elektromagnetický) prístroj
-  o elektrodynamický prístroj

	o ferodynamický prístroj
	o elektrodynamický tienený prístroj
	o elektrodynamický pomerový prístroj
	o ferodynamický pomerový prístroj
	o indukčný prístroj
	o indukčný pomerový prístroj
	o tepelný prístroj s horúcim drôtom
	o tepelný prístroj s dvojkovom (bimetalom)
	o elektrostatický prístroj
	o rezonančný alebo vibračný prístroj
	o značka uzemňovacej svorky
	o značka ochranného uzemnenia
	o nebezpečné napätie
	o nastavovač nulovej polohy

Konštrukčné časti a meracie systémy elektromechanických meracích prístrojov pre rozsahové obmedzenie neuvádzame.

3.1.2 Chyby merania – klasický spôsob vyjadrenia presnosti merania

Výsledok merania nie je úplný, pokiaľ neobsahuje údaje o presnosti. Hodnotu meranej veličiny, získanú pri praktickom meraní, nemôžeme zistiť s absolútnou presnosťou. Nameraná hodnota je väčšia alebo menšia ako skutočná hodnota. Tento rozdiel sa nazýva **chyba merania**.

Rozdelenie chýb merania podľa spôsobu výskytu:

1. **systematické chyby (sústavné)** – vyskytujú sa pravidelne a sústavne a pri opakovaní merania sa nemenia, pričom výsledok zväčšujú alebo znižujú. Pri týchto chybách môžeme takmer vždy určiť znamienko chyby a viac alebo menej presne aj ich veľkosť. Medzi systematické chyby patria:
 - chyba metódy (napr. malý vnútorný odpor voltmetra),
 - chyba meracieho prístroja (napr. ohnutá ručička elektromechanického MP, trenie v ložiskách, nepresné naznačenie stupnice),

- zaokrúhľovanie údajov pri meraní,
- nesprávne premietnutie ručičky na stupnicu a pod.

Systematické chyby, ak treba, vieme odstrániť použitím vhodnejšieho meracieho zariadenia, korigovaním nameraných hodnôt, voľbou vhodnejšej metódy a pod.,

2. **náhodné chyby (chyby cudzích rušivých vplyvov)** – nie sú zahrnuté v chybe prístroja, lebo sú neodstrániteľné. Sú to veľmi premenlivé chyby čo do veľkosti a znamienka. Sú spôsobené rôznymi vonkajšími vplyvmi, ktorých zákonitosti neskúmame, pretože by to bolo veľmi náročné, napr. pre prístroje, čas a pod. Ich vplyv sa vyhodnocuje na základe veľkého počtu nameraných hodnôt štatistickými metódami. Medzi náhodné (rušivé) vplyvy môžeme zahrnúť: zmeny okolitej teploty, zmeny napätia alebo frekvencie siete, zlá poloha prístroja, vplyv cudzích polí, mechanické vplyvy (deformácia ručičky po prudkom náraze, zlé uloženie a tým zväčšené trenie otočnej časti, nesprávne vyváženie otočnej časti) a pod.,
3. **omyly (pozorovacie alebo ľudské chyby)** – sú hrubé chyby, ktoré vznikajú nepozornosťou alebo omylom pri meraní, nesprávnym odčítaním na stupnici MP, nesprávnym ohlásením alebo zápisom nameraných hodnôt. Tiež použitie poškodených (chybných) prístrojov pri meraní môže viesť k pozorovacím chybám. Meranie s pozorovacími chybami sa nesmie brať do úvahy.

Presnosť merania, ako základné kritérium merania a meracích prístrojov, sa udáva nepriamo veľkosťou chyby merania a meracieho prístroja.

Absolútna chyba merania Δ je rozdiel medzi nameranou hodnotou N a skutočnou (správnou) hodnotou S meranej veličiny

$$\Delta = N - S \quad (3.8)$$

Skutočnú hodnotu S však nemožno prakticky nikdy úplne presne zistiť (v niektorých osobitných prípadoch ju možno teoreticky odvodiť). Preto pri kontrole považujeme za správne tie hodnoty, ktoré ukazuje presnejší prístroj. Takéto vyjadrenie chyby je výhodné vtedy, ak určíme skutočnú hodnotu meranej veličiny a vyjadrujeme ju pomocou opravy. Absolútna chyba merania môže mať kladné alebo záporné znamienko.

Pri presných meraniach výsledok merania sa vyjadruje v tvare dvojčlena

$$S = N \pm \Delta_{\max}, \quad (3.9)$$

pričom Δ_{\max} je najväčšia možná absolútna chyba merania určená súčtom čiastkových chýb

$$\Delta_{\max} = \Delta_m + |\Delta_T| + \text{sign} \Delta_m, \quad (3.10)$$

kde Δ_m je absolútna chyba meracej metódy, Δ_T – najväčšia možná absolútna chyba určená z chýb meracích prístrojov Δ_u a členov meracieho obvodu $\Delta_{\text{čmo}}$.

Neznáme znamienka (sign) jednotlivých čiastkových chýb počítame v najnepriaznivejšom prípade tak, aby tieto ovplyvňovali výsledok tým istým smerom

$$\Delta_T = \sum \Delta_u + \sum \Delta_{\text{čmo}} \quad (3.11)$$

Absolútna chyba údajov prístroja

$$\Delta_u = N_u - S, \quad (3.12)$$

kde N_u je údaj prístroja, S – skutočná veľkosť meranej veličiny na svorkách meracieho prístroja. Absolútna chyba Δ_p meracieho prístroja

$$\Delta_p = \frac{M}{100} \cdot \delta_p, \quad (3.13)$$

kde δ_p je trieda presnosti meracieho prístroja.

Pri priamych metódach merania je najväčšia možná absolútna chyba merania

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p, \quad (3.14)$$

kde M je maximálny merací rozsah prístroja, δ_p – trieda presnosti prístroja podľa (3.18).

Pri posudzovaní meracích metód sa často žiada udať pri nameranej hodnote aj stupeň presnosti, s akou bola nameraná. Na porovnanie presnosti podobných meracích metód (niekoľkých meraní), je výhodnejšie vyjadriť odchýlky od skutočných hodnôt pomocou **relatívnej chyby**, ktorá lepšie vystihuje presnosť meracej metódy. Relatívna chyba merania je pomer absolútnej chyby Δ ku skutočnej hodnote S meranej veličiny

$$\delta = \frac{\Delta}{S}. \quad (3.15)$$

Takto vyjadrená chyba sa nazýva pomerná (relatívna) chyba. Ak vyjadríme relatívnu chybu v percentách zo skutočnej hodnoty, dostaneme percentuálnu (relatívnu) chybu.

$$\delta = \frac{\Delta}{S} \cdot 100 \%. \quad (3.16)$$

Keďže skutočnú hodnotu S nepoznáme (prítom vieme, že nameraná hodnota N sa od nej príliš nelíši a že teda absolútna chyba je pomerne malá) môžeme relatívnu chybu vyjadriť v percentách z nameranej hodnoty

$$\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 \%, \quad (3.17)$$

kde Δ je absolútna chyba merania podľa (3.8), S – skutočná hodnota.

Relatívna chyba údajov prístroja

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{S} \cdot 100 \%. \quad (3.18)$$

Relatívna chyba δ_p meracieho prístroja sa najčastejšie udáva ako absolútna chyba prístroja Δ_p v percentách maximálnej hodnoty M meracieho rozsahu prístroja

$$\delta_p = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 \% \quad (3.19)$$

Relatívna chyba meracieho prístroja, definovaná podľa (3.19), určuje **triedu presnosti** väčšiny meracích prístrojov, čiže dovolenú hranicu relatívnej chyby prístroja pri vzťahných podmienkach predpísaných výrobcom.

Najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T

$$|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 \% \quad (3.20)$$

kde Δ_T je najväčšia možná absolútna chyba merania, N – nameraná hodnota.

Pri niektorých presných meracích prístrojoch (triedy presnosti 0,1 a 0,2) udáva výrobca tzv. opravy (korekcie). **Korekcia (oprava)** je hodnota, ktorú treba k nameranej hodnote N pripočítať, aby sme získali skutočnú hodnotu S meranej veličiny

$$S = N + O \quad (3.21)$$

$$O = S - N \quad (3.22)$$

Korekcia je vlastne absolútna chyba meracieho prístroja (3.13) so záporným znamienkom

$$O = -\Delta_p \quad (3.23)$$

Chyby merania pri nepriamych metódach merania sú chyby výsledku merania Y . Výsledok merania Y určuje nejaká známa matematická funkcia, napr. troch premenných A , B , C , ktoré sme zistili priamym meraním. Predpokladajme, že výsledná meraná veličina je daná funkciou

$$Y = f(A, B, C) = A^m \cdot B^n \cdot C^p \quad (3.24)$$

Vypočítajme relatívnu chybu merania pre tento konkrétny prípad. Urobme totálny diferenciál funkcie (3.24)

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial A} dA + \frac{\partial Y}{\partial B} dB + \frac{\partial Y}{\partial C} dC$$

Celú rovnicu delíme Y a jednotlivé členy na pravej strane násobíme $\frac{A}{A}$, $\frac{B}{B}$, $\frac{C}{C}$

$$\frac{dY}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{dA}{A} \cdot \frac{A}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot \frac{dB}{B} \cdot \frac{B}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial C} \cdot \frac{dC}{C} \cdot \frac{C}{Y}$$

Diferenciály nahradíme malými prírastkami ($dY \rightarrow \Delta Y$)

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{A}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{B}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial C} \cdot \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C}{Y} \quad (3.25)$$

Diferencie sú vlastne absolútne chyby merania jednotlivých veličín a činitele $\frac{\Delta A}{A}$ sú podľa (3.17) relatívne chyby merania

$$\delta_A = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100 \%$$

Vypočítajme parciálne derivácie v (3.25) pre funkciu Y (3.24) a upravme rovnicu (3.25)

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = m \cdot A^{m-1} \cdot B^n \cdot C^p \quad \frac{\partial Y}{\partial B} = A^m \cdot n \cdot B^{n-1} \cdot C^p \quad \frac{\partial Y}{\partial C} = A^m \cdot B^n \cdot p \cdot C^{p-1}$$

$$\delta_Y = mA^{m-1}B^nC^p \cdot \delta_A \cdot \frac{A}{A^mB^nC^p} + A^m nB^{n-1}C^p \cdot \delta_B \cdot \frac{B}{A^mB^nC^p} + A^mB^n pC^{p-1} \cdot \delta_C \cdot \frac{C}{A^mB^nC^p}$$

Výsledná relatívna chyba potom je

$$\delta_Y = m \cdot \delta_A + n \cdot \delta_B + p \cdot \delta_C \quad (3.26)$$

$$\text{alebo } |\delta_Y| = |m| \cdot |\delta_A| + |n| \cdot |\delta_B| + |p| \cdot |\delta_C| \quad (3.27)$$

Absolútne a relatívne chyby merania pri nepriamych meracích metódach pre niektoré základné matematické úkony udáva tab. 3.3.

Tabuľka 3.3 Absolútne a relatívne chyby pre základné matematické operácie

Matematický úkon	Výsledný vzťah	Absolútna chyba	Relatívna chyba
Násobenie konštantou	$Y = n \cdot A$	$ \Delta_Y = n \Delta_A $	$ \delta_Y = \delta_A $
Mocnina	$Y = A^n$	$ \Delta_Y = nA^{n-1} \cdot \Delta_A $	$ \delta_Y = n \cdot \delta_A $
Odmocnina	$Y = \sqrt[n]{A}$	$ \Delta_Y = \left \frac{1}{n} A^{\frac{1-n}{n}} \right \cdot \Delta_A $	$ \delta_Y = \left \frac{1}{n} \right \cdot \delta_A $
Prirodzený logaritmus	$Y = \ln A$	$ \Delta_Y = \frac{1}{A} \Delta_A = \delta_A $	$ \delta_Y = \left \frac{1}{\ln A} \right \cdot \delta_A $
Súčet	$Y = A + B$	$ \Delta_Y = \Delta_A + \Delta_B $	$ \delta_Y = \frac{ \delta_A \cdot A + \delta_B \cdot B }{A + B}$
Rozdiel	$Y = A - B$		$ \delta_Y = \frac{ \delta_A \cdot A + \delta_B \cdot B }{A - B}$
Súčin	$Y = A \cdot B$	$ \Delta_Y = \Delta_A \cdot B + \Delta_B \cdot A $	$ \delta_Y = \delta_A + \delta_B $
Podiel	$Y = \frac{A}{B}$	$ \Delta_Y = \frac{ \Delta_A \cdot B + \Delta_B \cdot A }{B^2}$	

Doteraz uvedené chyby merania boli chyby **systematické (sústavné)**. Systematické chyby sa prejavujú vtedy, ak meria ten istý pozorovateľ za rovnakých podmienok. Systematické chyby majú stále rovnaké znamienko, výsledok merania zväčšujú alebo znižujú. Väčšinou veľkosť systematických chýb môžeme viac alebo menej presne určiť.

Oproti systematickým chybám **náhodné chyby (chyby cudzích rušivých vplyvov)** sa vyskytujú celkom náhodne, majú zvyčajne neznámy pôvod a vyskytujú sa s neznámou zákonitosťou. Existenciu náhodných chýb dokazuje skutočnosť, že ak určité veličiny meriame niekoľkokrát za rovnakých podmienok, nameriame odlišné výsledky merania.

Zo štatistiky vyplýva, že najsprávnejšou hodnotou nameranej veličiny je aritmetický priemer nameraných hodnôt jednotlivých meraní

$$N = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{n} \quad (3.28)$$

V elektrickom meraní sa náhodné chyby vyskytujú najmä tam, kde sa uplatní množstvo ťažko kontrolovateľných rušivých vplyvov. V oblasti náhodných chýb sa definuje stredná kvadratická chyba (smerodajná odchýlka), pravdepodobná chyba a krajná chyba. S náhodnými chybami sa počíta pri najpresnejších meraniach a pri fyzikálnych meraniach. Prehľad teórie náhodných chýb neuvádzame.

3.1.3 Neistota merania – nový spôsob hodnotenia presnosti merania

Základným nedostatkom klasického hodnotenia merania (založeného na pojmoch chyba merania a správna hodnota meranej veličiny), využívaného v meracej technike viac ako jedno storočie je tá skutočnosť, že „skutočnú“, „správnu“ alebo „pravú“ hodnotu meranej veličiny v praxi nikdy nepoznáme. Táto sa nahradzovala „konvenčnou pravou“ hodnotou, určenou meraním pomocou metódy alebo prístroja podstatne presnejšieho, než je meranie, ktorého chybu chceme určiť. Od 80-tych rokov 20. storočia sa ale v meracej technike postupne zavádza hodnotenie presnosti merania novým spôsobom, v ktorom je kľúčovým pojmom tzv. **neistota merania**. Najrôznejšie vplyvy, ktoré sa v reálnom meracom procese vyskytujú spolu s meranou veličinou, sa prejavujú odchýlkou medzi nameranou a skutočnou hodnotou meranej veličiny. Výsledok merania sa tak (po aplikovaní prípadných korekcií systematických chýb) pohybuje v určitom „tolerančnom pásme“ okolo skutočnej hodnoty. Rozsah hodnôt, ktoré je možné racionálne priradiť k meranej veličine, charakterizuje práve neistota merania. V roku 1993 vydala Medzinárodná organizácia pre normalizáciu (ISO) prvé vydanie praktickej príručky pre určovanie neistôt meraní (Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements).

Pojem neistota merania sa dnes už udomácnil v oblasti metrológie a kalibrácie, ale do praxe priemyselných a bežných laboratórnych meraní sa začína len teraz zavádzať. Od roku 2001 platí európska norma IEC 60359 „Electrical and electronic measurement equipment –

Expression of performance; Elektrické a elektronické meracie zariadenie – vyjadrovanie vlastností “. Táto norma definuje:

- meranú hodnotu – stredný prvok súboru, ktorý reprezentuje meranú veličinu
- neistotu merania – parameter priradený k výsledku merania charakterizujúci rozptýlenie hodnôt, ktoré sa dajú odôvodnene považovať za hodnotu veličiny, ktorá je objektom merania.

Týmto parametrom môže byť štandardná (smerodajná) odchýlka veličiny, pre ktorú je neistota udávaná. Označuje sa symbolom **u** (z angl. **uncertainty**, slovensky **neistota**). Štandardné neistoty sa podľa spôsobu svojho vyhodnotenia delia na:

1. štandardné neistoty typu (kategórie) A (označenie u_A) – sú stanovené z výsledkov opakovaných meraní štatistickou analýzou série nameraných hodnôt (zodpovedajú v podstate náhodným chybám podľa klasického prístupu). Ich príčiny sa považujú za neznáme a ich hodnota klesá s počtom meraní
2. štandardné neistoty typu (kategórie) B (označenie u_B) – sú získané inak než štatistickým spracovaním výsledkov opakovaných meraní. Sú vyhodnotené pre jednotlivé zdroje neistoty identifikované pre konkrétne meranie a ich hodnoty nezávisia od počtu opakovania merania (podobne ako systematické chyby merania podľa klasického spôsobu vyjadrenia presnosti merania). Pochádzajú od rôznych zdrojov a ich spoločné pôsobenie vyjadruje výsledná štandardná neistota typu B.

V praxi sa len zriedka vystačí s jedným alebo druhým typom neistoty samostatne. Zlúčením štandardnej neistoty typu A rovnicej u_A s výslednou štandardnou neistotou typu B rovnicej u_B sa získa

3. kombinovaná štandardná neistota typu (kategórie) C (označenie u_C) – vypočíta sa podľa vzťahu

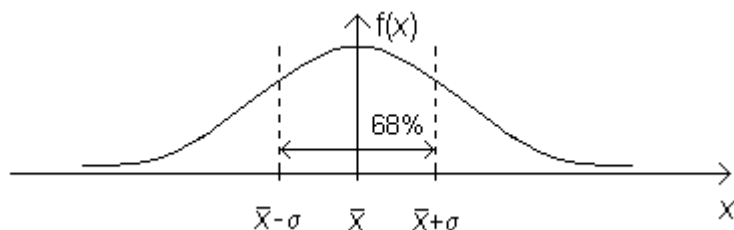
$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (3.29)$$

Fyzikálny význam štandardnej neistoty

Smerodajná odchýlka veličiny x (štandardná neistota) predstavuje:

- a) pri veličine majúcej normálne rozdelenie – polovicu šírky intervalu, v strede ktorého leží výsledok merania \bar{x} (priemerná hodnota opakovaných meraní) veličiny x a v ktorom s pravdepodobnosťou približne 68 % leží skutočná hodnota veličiny x zodpovedá štandardnej neistote typu A. Hustota pravdepodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (3.30)$$



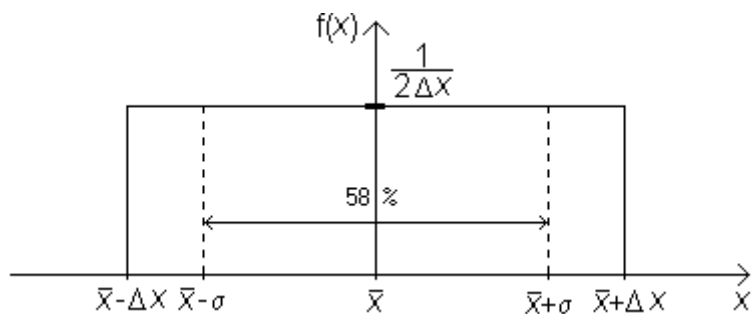
Obr. 3.1 Veličina s normálnym rozdelením

- b) pri veličine majúcej rovnomerné rozdelenie v intervale šírky $2\Delta x$, v strede ktorého leží výsledok merania \bar{x} veličiny x , (t. j. všetky hodnoty tejto veličiny ležia v intervale $\pm \Delta x$ okolo výsledku merania) sa rovná $\Delta x/\sqrt{3}$ (pravdepodobnosť, že v intervale $x \pm \Delta x/\sqrt{3}$ leží skutočná hodnota veličiny x je 58 %).

$$D = \frac{[\Delta x - (-\Delta x)]^2}{12} = \frac{4\Delta x^2}{12} = \frac{\Delta x^2}{3} \rightarrow \text{rozptyl meranej veličiny.}$$

Smerodajná odchýlka je $\sigma = \sqrt{D} = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$

- častý predpoklad pre zložky štandardnej neistoty typu B



Obr. 3.2 Veličina s rovnomerným rozdelením

Vzťah medzi maximálnou odchýlkou od strednej hodnoty (polovicou šírky intervalu, v ktorom môžu ležať hodnoty veličiny) a štandardnou odchýlkou sa dá určiť i pre iné než rovnomerné rozdelenie pravdepodobnosti.

Pravdepodobnosť, že skutočná hodnota leží v intervale udanom štandardnou neistotou je nízka (68 % pre normálne rozdelenie – neistoty typu A, 58 % pre rovnomerné rozdelenie – časté pri neistotách typu B). Aby sme zistili, že v pásme, ktorého šírka je určená neistotou, leží väčšie percento hodnôt než napr. 68 %, použijeme interval šírky väčšej ako 2σ . Štandardnú neistotu vynásobíme koeficientom rozšírenia $k_r = 2$ a tak dostaneme rozšírenú neistotu $U(x)$.

4. rozšírená neistota $U(x)$ – je to súčin kombinovanej štandardnej neistoty u_C a koeficientu rozšírenia k_r

$$U(x) = k_r \cdot u_C(x) \quad (3.31)$$

kde U je rozšírená neistota, k_r je koeficient rozšírenia, u_C je kombinovaná štandardná neistota, x je meraná veličina. Najčastejšie sa používa hodnota koeficientu rozšírenia $k_r = 2$, v niektorých prípadoch môže hodnota k_r ležať v intervale $<2, 3>$. (Pre $k_r = 2$ je pravdepodobnosť, že skutočná hodnota leží v intervale udanom rozšírenou neistotou 95 % pre normálne rozloženie a $k_r = 3$ zodpovedá úrovni spoľahlivosti 99,7 %.)

Vyhodnotenie priameho merania štandardných neistôt typu B

Odhad na základe dostupných informácií a skúseností, obvyčajne

- z údajov výrobcu (technické parametre použitého zariadenia, napr. trieda presnosti elektromechanického MP, dvojica parametrov charakterizujúcich presnosť číslicového prístroja alebo tolerancia pri pasívnych súčiastkach a pod.),
- z údaju získaného pri kalibrácii a z certifikátov,
- z neistoty referenčných údajov v príručkách,
- z predchádzajúcich meraní.

1. Prístroj používame podľa stanovených pracovných podmienok – ovplyvňujúce veličiny nadobúdajú hodnoty v rozsahu definovanom výrobcom (t. j. prevádzková neistota údajov prístroja sa určí z parametrov udaných výrobcom)

a) ručičkové prístroje

Klasicky definovaná chyba prístroja Δ_p :

- určuje maximálnu možnú odchýlku nameranej hodnoty od hodnoty skutočnej
- je definovaná triedou presnosti prístroja TP (δ_p)
- určíme ju zo vzťahu $\Delta_p = \frac{M}{100} \cdot \delta_p$, kde M je najväčšia hodnota meracieho rozsahu

Určenie štandardnej neistoty údajov:

- interval $< -\Delta_{zmax}, +\Delta_{zmax}>$, v ktorom hodnota meranej veličiny s veľkou pravdepodobnosťou leží, sa rovná $< -\Delta_p, +\Delta_p >$
- predpokladáme, že ide o rovnomerné rozloženie
- neistotu údajov prístroja vypočítame zo vzťahu

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta_{zmax}}{\sqrt{3}} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p \quad (3.32)$$

b) číslicové prístroje

Klasicky definovaná chyba prístroja Δ_p :

- určuje maximálnu možnú odchýlku nameranej hodnoty od hodnoty skutočnej

- je definovaná

α) chybou z odčítanej hodnoty δ_1 a chybou z rozsahu δ_2 ; chybu údajá X určíme zo vzťahu

$$\Delta x = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M, \quad \text{kde } M \text{ je najväčšia hodnota meracieho rozsahu}$$

β) chybou z odčítanej hodnoty δ_1 a počtom kvantizačných krokov $\pm N$; chybu údajá X určíme zo vzťahu

$$\Delta x = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R, \quad \text{kde } R \text{ je rozlíšenie prístroja,}$$

t. j. hodnota meranej veličiny zodpovedajúca kvantizačnému kroku

Určenie štandardnej neistoty údajá:

- interval $< -\Delta z_{\max}, +\Delta z_{\max} >$, v ktorom hodnota meranej veličiny s veľkou pravdepodobnosťou leží, sa rovná $< -\Delta_X, +\Delta_X >$
- predpokladáme, že ide o rovnomerné rozloženie
- neistotu údajá prístroja vypočítame podľa vzťahu

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} \quad \text{poprípade} \quad u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R}{\sqrt{3}}$$

2. Prístroj nepoužívame podľa stanovených pracovných podmienok – ovplyvňujúce veličiny nadobúdajú hodnoty mimo rozsah definovaný výrobcom (v tomto prípade je spôsob vyhodnotenia neistoty údajá prístroja podstatne zložitejší).

Vyhodnotenie priameho merania štandardných neistôt typu A

- zodpovedá výpočtu náhodných chýb,
- metóda vychádza zo štatistickej analýzy série opakovaných meraní. Ak je n nezávislých rovnako presných pozorovaní ($n > 1$),
- odhad výslednej hodnoty x meranej veličiny X je reprezentovaný hodnotou výberového priemeru (aritmetického priemeru),
- neistota príslušná k odhadu x sa určí ako smerodajná odchýlka výberového priemeru

$$u_A(x) = \sigma(\bar{X}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \text{kde } \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.33)$$

$\sigma(\bar{X})$ je odhad smerodajnej odchýlky aritmetického priemeru, n – počet prvkov výberového súboru. Táto neistota je spôsobená kolísaním nameraných údajov. V prípade

malého počtu meraní ($n < 10$) je takto určená hodnota málo spoľahlivá. Ak chceme vyhodnocovať neistotu merania typu A, opakujeme meranie pokiaľ možno viackrát.

Vyhodnotenie neistôt nepriamych meraní

Nepriame merania sú merania, pri ktorých sa meraná veličina Y vypočíta pomocou známej funkčnej závislosti z n veličín X_i , určených priamym meraním, ktorých odhad a neistoty (prípadne i vzájomné väzby – kovariancia) sú známe, teda

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad \text{kde } f \text{ je známa funkcia.}$$

Odhad y hodnoty výstupnej veličiny Y sa dá určiť zo vzťahu

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad \text{kde } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ sú odhady vstupných veličín } X_1, X_2, \dots, X_n.$$

Zákon šírenia neistôt v prípade, že vstupné veličiny nie sú medzi sebou korelované, je daný vzťahom

$$u_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{x_i} \right)^2} \quad (3.34)$$

kde u_y je kombinovaná štandardná neistota veličiny y , u_{x_i} sú štandardné kombinované neistoty meraných veličín x_i . (Pri zlučovaní neistôt sa ani pri ich malom počte neuvažuje ich aritmetický súčet ako pri výpočte maximálne možnej chyby, ale vždy sa používa súčet geometrický).

Neistota hodnoty X pasívneho prvku (etalónu, dekády, deliča a pod.) použitého v meracom obvode, pri ktorom je uvedené tolerančné pásmo $\pm \Delta z_{\max}$ alebo trieda presnosti TP (δ_p), sa určí podľa vzťahu

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} \quad \text{poprípade} \quad u_B = \frac{X/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p \quad (3.35)$$

3.1.4 Metodika merania a zásady pre používanie základných MP

Pravidlá pre používanie meracích prístrojov:

- A. *Príprava MP na meranie* – pred použitím ručičkového MP sa musí skontrolovať mechanické nastavenie nuly (robí sa zvyčajne pomocou skrutkovača). Prepínač $-$, \sim , Ω nastav do správnej polohy a potom podľa druhu meranej veličiny (prúd, napätie) nastav polohu prepínača. Merací rozsah nastav na väčšiu hodnotu ako je predpokladaná hodnota meranej veličiny. Ak máš pochybnosti o veľkosti meranej veličiny, nastav najväčší merací rozsah.
- B. *Zapojenie MP do obvodu* – v jednosmerných obvodoch pripoj na svorku “ + “ prístroja červený spojovací vodič, na svorku “ - “ modrý spojovací vodič (meráciu

šnůru), ak je to možné. V striedavých obvodoch pripoj na kladnú svorku hnedý alebo čierny spojovací vodič, na zápornú svorku modrý alebo zeleno-žltý vodič, ak je to možné.

C. *Postup počas merania* – neprepínaj prístroj na menší rozsah, pokiaľ si sa nepresvedčil, že hodnota meranej veličiny je menšia ako príslušný merací rozsah. Pokiaľ je prístroj zapojený v meracom obvode nestláčaj tlačidlo elektronickej poistky “Reset“. Vždy najprv odpoj prístroj od napätia, skontroluj zapojenie a odstráň chybu. Až potom “resetuj“ prístroj a pripoj ho na napätie. Prípadné závady alebo poruchy ihneď oznám cvičiacemu učiteľovi.

D. *Po meraní* – vypni napájanie batérií, ak ich prístroj obsahuje, prepínačom (voličom) nastav transportnú alebo neutrálnu polohu.

Poznámka: Pri meraní treba vždy použiť najmenší možný merací rozsah, aby chyba merania bola čo najmenšia, resp. merací rozsah prístroja je potrebné s ohľadom na presnosť merania voliť tak, aby bola meraná hodnota pokiaľ možno v poslednej tretine stupnice (na presné určenie meranej hodnoty sa musí zvoliť správny merací rozsah tak, aby výchylka ručičky bola čo najväčšia). Vtedy je možné počítať s menšou relatívnou chybou merania (napr. prípustná vypočítaná relatívna chyba vychádza pre údaje uprostred stupnice dvojnásobná, ako pre koniec stupnice).

Zásady používania a zapájania najbežnejších MP do obvodu:

Voltmeter (V-m): používa sa na meranie napätia zdroja alebo napätia na elektrických zariadeniach a spotrebičoch. Zapája sa vždy paralelne k zariadeniu, ktorého napätie chceme merať. Voltmeter môžeme pripojiť bez toho, aby sme menili zapojenie obvodu, v ktorom chceme merať napätie, tzn., že neovplyvňuje pomery v obvode, ak je správne zapojený alebo ak ho odpojíme. Premostením voltmetra vodičom by sa výrazne ovplyvnili pomery v obvode (premostenie V-m môže spôsobiť skrat v obvode!). Voltmetre majú veľký vnútorný odpor R_V , preto ich možno pripojiť paralelne k zdroju alebo spotrebiču. V-m má pri určitom meracom rozsahu konštantný vnútorný odpor, bez ohľadu na výchylku ručičky! Pri zväčšení meracieho rozsahu sa odpor voltmetra zväčší! Pri meraní jednosmerných napätí musíme dodržať polaritu zapojenia voltmetra (inak sa ručička vychýli doľava, von zo stupnice).

Označenie kladnej (vstupnej) svorky voltmetrov: “+“; “V“; “červená farba svorky“.

Označenie zápornej (výstupnej) svorky V-m: “–“; “*“; “⊥“; “0“;

“common“; “⏏“; “čierna farba svorky“.

Pre nameranú hodnotu napätia voltmetrom platí

$$U = \frac{M_U}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_V \cdot \alpha \quad (3.36)$$

kde M_U je merací rozsah voltmetra, α_c je celkový počet dielikov stupnice voltmetra, α je výchylka ručičky voltmetra.

Podiel $\frac{M_U}{\alpha_c}$ [V/dielik] sa nazýva konštanta voltmetra a označuje sa K_V .

Ampérmeter (A-m): používa sa na meranie elektrického prúdu v obvodoch. Zapája sa do série s tým prvkom obvodu, ktorého prúd chceme merať. Ampérmeter neovplyvňuje pomery v obvode, ak je správne zapojený, prípadne ak je premostený vodičom. Ak ampérmeter odpojíme, pomery v obvode sa výrazne zmenia (netečie prúd). Ampérmeter má malý vnútorný odpor R_A , preto ho možno pripojiť do série so spotrebičom alebo iným zariadením. A-m má na určitom meracom rozsahu konštantný vnútorný odpor, bez ohľadu na výchylku ručičky! Pri zväčšení meracieho rozsahu sa odpor ampérmetra zmenší! Pri meraní jednosmerných prúdov, ktoré tečú od miesta s vyšším potenciálom k miestu s nižším potenciálom, musíme dodržať polaritu zapojenia ampérmetra, podobne ako pri voltmetri (inak sa ručička vychýli doľava, von zo stupnice).

Označenie kladnej (vstupnej) svorky ampérmetrov: “+”; “A”; “červená farba svorky”.

Označenie zápornej (výstupnej) svorky A-m: “-”; “*”; “⊥”; “0”;

“common”; “⊥”; “čierna farba svorky”.

Meranú hodnotu prúdu určíme zo vzťahu (3.37)

$$I = \frac{M_I}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_A \cdot \alpha \quad (3.37)$$

kde M_I je merací rozsah ampérmetra, α_c je celkový počet dielikov stupnice ampérmetra, α je výchylka ručičky ampérmetra

Podiel $\frac{M_I}{\alpha_c}$ [A/dielik] sa nazýva konštanta ampérmetra a označuje sa K_A .

Wattmeter (W-m): je merací prístroj na meranie výkonu. Výkon jednosmerného prúdu je definovaný ako súčin U a I ($P = U \cdot I$ [W]) a činný výkon ~ jednofázovej sústavy je daný vzťahom $P = U I \cdot \cos \varphi$ [W]. W-m sa do obvodu pripája vždy pomocou štyroch svoriek (dve pre napäťovú cievku – U a dve pre prúdovú cievku – I). Napäťovú cievku wattmetra zapájame do obvodu rovnako ako voltmeter a prúdovú cievku rovnako ako ampérmeter. Meranú hodnotu výkonu určíme

$$P = \frac{M_U \cdot M_I}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_W \cdot \alpha \quad (3.38)$$

kde M_U je napäťový rozsah wattmetra; α_c je celkový počet dielikov stupnice W-m

M_I je prúdový rozsah wattmetra; α je výchylka ručičky wattmetra

Podiel $\frac{M_U \cdot M_I}{\alpha_c}$ [W/dielik] sa nazýva konštanta wattmetra a označuje sa K_W .

Pre ručičkové wattmetre sa najčastejšie používa merací systém elektrodynamický alebo ferodynamický. Ďalej sú uvedené rôzne druhy označovania svoriek wattmetra.

Označenie začiatku prúdovej svorky: “↓“, “*“, plná svorka “●“, väčšie rozmery svorky.

Označenie konca prúdovej svorky: “A“, “mA“, “⊥ I“, “0“, prázdna svorka “○“, väčšie rozmery svorky alebo bez označenia.

Označenie začiatku napäťovej svorky: “↓“, “*“, plná svorka “●“, menšie rozmery.

Označenie konca napäťovej svorky: “V“, “mV“, “⊥ U“, “0“, prázdna svorka “○“, menšie rozmery svorky alebo bez označenia.

Pri wattmetroch musíme dbať na to, aby bol pri meraní zvolený správny prúdový i napäťový rozsah. Inak by sa mohol wattmeter poškodiť. Ukážeme si to na nasledovnom konkrétnom príklade: výkon 100 W môže vzniknúť pri napätí 100 V a prúde 1 A. Ale tiež pri napätí 10 V a prúde 10 A. V prvom prípade (100 V, 1 A) musí byť napäťový rozsah vhodný na 100 V a prúdový rozsah na 1 A. V druhom prípade (10 V, 10 A) musí byť napäťový rozsah vhodný na 10 V a prúdový rozsah vhodný na 10 A. Ak by sme pripojili napäťové svorky na príliš veľké napätie alebo by prúdovou cievkou prechádzal príliš veľký prúd, mohla by sa príslušná cievka spaľiť a W-m poškodiť. *Pozor!*: pritom by ručička prístroja nemusela mať ani maximálnu výchylku. Preto sa pri meraní s W-m zvyčajne súčasne kontroluje voltmetrom veľkosť napätia na napäťovej cievke ampérmetrom veľkosť prúdu cez prúdovú cievku. Pri meraní s W-m sa nesmie prerušiť prúdový obvod (nesmie sa odpojiť prúdová cievka). Treba si tiež uvedomiť, že W-m je citlivý na polaritu pri meraní výkonu jednosmerného aj striedavého prúdu!

Ohmmeter (Ω -m): je merací prístroj určený na meranie odporov priamou metódou. **Ohmmeter sa zapája do obvodu, ktorý nie je pripojený na napätie!** Pred použitím ohmmetra (resp. ručičkového multimetra) sa musí skontrolovať nastavenie nuly “0” a nekonečna “ ∞ ” takto

- prepínač (volič) sa nastaví na najnižší merací rozsah merania odporu,
- pripojovacie svorky ohmmetra sa skratujú,
- otáčaním regulačného prvku označeného $\leftarrow 0 \rightarrow$ nastavíme ručičku (výchylku) na nulu,
- prerušíme skratovanie pripojovacích svoriek,
- otáčaním regulačného prvku $\leftarrow \Omega \rightarrow$ nastavíme ručičku (výchylku) na hodnotu ∞ .

Vždy keď prepne merací rozsah, treba znovu skontrolovať a prípadne nastaviť 0 a ∞ .

Číslicový (digitálny) MP: tento prístroj je bez ručičky. Meraná hodnota sa zobrazuje na displeji ako číselný údaj. Číslicový MP má veľmi veľký odpor na všetkých napäťových meracích rozsahoch. Pri týchto MP je nastavenie nuly obvyčajne automatické, alebo otáčaním kalibračného (nastavovacieho) prvku "CAL". Nastavenie nuly platí pre všetky rozsahy a merané veličiny, teda aj pre odpor. Pri zmene meracieho rozsahu sa automaticky mení poloha desatinnej čiarky (bodky) na displeji. Aby sme merali s číslicovým MP (ČMP) čo najpresnejšie, zvolíme najmenší možný merací rozsah. Zvolený rozsah ale nesmie byť menší, ako je hodnota meranej veličiny. Záporná (výstupná) svorka sa pri niektorých ČMP označuje \perp alebo COM. Displeje číslicových MP sú obvyčajne 3 - miestne, $3\frac{1}{2}$ (čítaj tri a pol) - miestne, 4 - miestne a $4\frac{1}{2}$ - miestne. Multimetre majú väčšinou $3\frac{1}{2}$ alebo $4\frac{1}{2}$ - miestne číslicové displeje, to znamená, že prvá číslica (ľavá) môže mať len hodnotu 1 alebo 0 (ak nesvieti). Ostatné tri alebo štyri číslice môžu mať pri meraní ľubovoľnú hodnotu (t. j. 0 až 9). Okrem spomenutých číslic displej zobrazuje aj ďalšie údaje

- stav batérie, znamienko pri meraní jednosmerných veličín,
- druh napätia alebo prúdu (DC - Direct Current - jednosmerný prúd; AC - Alternating Current - striedavý prúd),
- jednotku, v ktorej sa meria prúd, napätie, odpor, frekvencia, kapacita, indukčnosť alebo teplota (μA , mA, A, mV, V, Ω , k Ω , M Ω , Hz, kHz, MHz, nF, μF , mF, μH , mH, $^{\circ}\text{C}$, $^{\circ}\text{F}$ a i.), čo závisí od polohy prepínača, ktorým sa nastavuje merací rozsah.

Zásady a postup pri zostavovaní obvodu (meracieho zapojenia)

1. Merací obvod zapoj podľa schémy zapojenia (najprv sa má zapojiť prúdový obvod a až na konci sa pripoja voltmetre).
2. Použi spojovacie vodiče (meracie šnúry) vhodnej dĺžky.
3. Na pripojenie svorky "+" použi červené, resp. hnedé (čierné) vodiče a šnúry.
4. Na pripojenie svorky "-" použi modré, resp. zelenožlté vodiče a šnúry.
5. Ak je to potrebné použi ostatné spojovacie vodiče inej farby.
6. Zapnúť zdroj sa smie vždy len so súhlasom učiteľa, resp. cvičiaceho.
7. Ak je výchylka malá, treba vždy spoľahlivo určiť, či možno prepnúť na menší rozsah.
8. Po nameraní požadovaných hodnôt, nezabudni vypnúť zdroj a pri elektronických meracích prístrojoch vypni elektrické napájanie.
9. Všetky zmeny zapojenia a odstraňovanie chýb rob len vo vypnutom stave!
10. Odstraňovanie technických porúch prístrojov je študentom prísne zakázané. Poruchy a chyby MP odstraňuje zodpovedný technik po nahlásení poruchy cvičiacim.

3.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 3.2.1. Voltmeter má stupnicu 0 až 120 dielikov (rozsah stupnice) a nastavený merací rozsah $M = 60 \text{ V}$. Aká je konštanta a citlivosť voltmetra? Aká veľká výchylka α [d] pripadá na hodnotu 55 V a aké napätie pripadá na výchylku $\alpha = 80 \text{ d}$?

Riešenie: Konštanta voltmetra

$$K_V = \frac{M}{\alpha_c} = \frac{60 \text{ V}}{120 \text{ d}} = 0,5 \text{ V / d}.$$

Napäťová citlivosť voltmetra

$$C_U = \frac{1}{K_V} = \frac{\alpha_c}{M} = \frac{120 \text{ d}}{60 \text{ V}} = 2 \text{ d / V}.$$

Výchylka pri napätí 55 V $\alpha = \frac{U}{K_V} = U \cdot C_U = \frac{55 \text{ V}}{0,5 \text{ V} \cdot \text{d}^{-1}} = 55 \text{ V} \cdot 2 \text{ d} \cdot \text{V}^{-1} = 110 \text{ d}.$

Merané napätie pri $\alpha = 80 \text{ d}$ $U = K_V \cdot \alpha = 0,5 \text{ V} \cdot \text{d}^{-1} \cdot 80 \text{ d} = 40 \text{ V}.$

Príklad 3.2.2. Wattmeter má napäťový rozsah 60 V a prúdový rozsah 2 A pri $\cos \varphi = 0,1$. Vypočítajte konstantu wattmetra K_W , ak má jeho stupnica 100 dielikov.

Riešenie: Konštanta wattmetra

$$K_W = \frac{U_n I_n}{\alpha_n} \cdot \cos \varphi_n = \frac{60 \text{ V} \cdot 2 \text{ A}}{100 \text{ d}} \cdot 0,1 = 0,12 \text{ W / d}.$$

Príklad 3.2.3. Rozvádzačový ampérmeter triedy presnosti 1,5 % s nulou uprostred, s meracím rozsahom -50 A až $+50 \text{ A}$ má meraním zistenú absolútnu chybu $\Delta X_{\max} = 1,2 \text{ A}$. Pri skúšaní na zmenu údajov vplyvom okolitej teploty sa údaj zmenil o $\Delta Z = \pm 0,9 \text{ A}$. Zistite, či prístroj vyhovuje svojej triede presnosti a určte celkovú chybu pri skúške na vplyv teploty.

Riešenie: Najväčšia dovolená chyba (hraničná chyba):

$$\Delta M = \frac{\Delta X_{\max}}{M_{\max}} \cdot 100 = \frac{1,2 \text{ A}}{100 \text{ A}} \cdot 100 = 1,2 \text{ \%}.$$

Zmena údajov $\delta_{z \max}$ vyjadrená v % najväčšej hodnoty meracieho rozsahu M_{\max} , ktorá je tiež rozhodujúca pre zaradenie prístroja do príslušnej triedy presnosti, bude

$$\delta_{z \max} = \frac{\Delta Z}{M_{\max}} \cdot 100 = \frac{\pm 0,9 \text{ A}}{100 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 0,9 \text{ \%},$$

kde ΔZ je absolútna maximálna zmena údajov.

Prístroj vyhovuje triede presnosti 1,5 %, lebo ani percentuálna chyba prístroja (1,2 %), ani percentuálna zmena údajov ($\pm 0,9 \text{ \%}$) neprekročili hodnotu danú triedou presnosti.

Celková chyba pri skúške na vplyv teploty je $1,2 \% + (+ 0,9 \%) = 2,1 \%$
 alebo $1,2 \% + (- 0,9 \%) = 0,3 \%$,
 z najväčšej hodnoty meracieho rozsahu M_{\max} . Celková chyba teda môže prekročiť hodnotu triedy presnosti.

Príklad 3.2.4. Číslcový voltmeter so 4 - miestnym displejom a presnosťou $\pm (0,5 \% \text{ z meracieho rozsahu} + 2 \text{ digity})$ má nastavený merací rozsah 300 V. Nameraná hodnota je 80 V (údaj na displeji je 080,0 V). V akom rozmedzí je pravá (skutočná) hodnota meraného napätia?

Riešenie: Rozsah je 300 V, displej je 4 - miestny, údaj je teda v tvare XXX,X (V). Preto 1 digit (tzv. číslcová chyba, resp. chyba kvantovania vzťahujúca sa na posledné miesto meracieho rozsahu) = 0,1 V.

Podobne ako pri analógových prístrojoch, aj pri číslcových prístrojoch chyba 0,5 % z meracieho rozsahu znamená chybu vztiahnutú na príslušný merací rozsah. V našom prípade je chyba vo voltoch na tomto meracom rozsahu (bez ohľadu na veľkosť meraného napätia)

$$0,5 \% \text{ z } 300 \text{ V} = 0,005 \cdot 300 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$$

Najväčšia možná pravá hodnota je $80 \text{ V} + 1,5 \text{ V} + 2 \text{ digity} = 80 \text{ V} + 1,5 \text{ V} + 0,2 \text{ V} = 81,7 \text{ V}$.

Najmenšia možná pravá hodnota je $80 \text{ V} - 1,5 \text{ V} - 2 \text{ digity} = 80 \text{ V} - 1,5 \text{ V} - 0,2 \text{ V} = 78,3 \text{ V}$.

Pravá (skutočná) hodnota meraného napätia je v rozmedzí $80 \text{ V} \pm 1,7 \text{ V}$.

Príklad 3.2.5. Vypočítajte vnútorné odpory voltmetra na meracích rozsahoch 240 V a 600 V. Aká je spotreba voltmetra pri výchylke $\alpha = 90^\circ$ d na oboch rozsahoch, ak rozsah stupnice je 0 až 120 d. Voltmeter má na číselníku údaj 1000 Ω/V .

Riešenie: Merací rozsah $M = 240 \text{ V}$:

Vnútorný odpor na rozsahu 240 V $R_V = 1000 \Omega/\text{V} \cdot 240 \text{ V} = 240\,000 \Omega = 240 \text{ k}\Omega$.

Merané napätia pri $\alpha = 90^\circ$ d $U = K_V \cdot \alpha = \frac{M}{\alpha_c} \cdot \alpha = \frac{240 \text{ V}}{120 \text{ d}} \cdot 90 \text{ d} = 2 \text{ V/d} \cdot 90 \text{ d} = 180 \text{ V}$.

Spotreba pri $U = 180 \text{ V}$ $P_V = \frac{U^2}{R_V} = \frac{180^2 \text{ V}}{240 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{32\,400 \text{ V}}{240 \cdot 10^3 \Omega} = 0,135 \text{ W} = 135 \text{ mW}$.

Merací rozsah $M = 600 \text{ V}$:

Vnútorný odpor na rozsahu 600 V $R_V = 1000 \Omega/\text{V} \cdot 600 \text{ V} = 600\,000 \Omega = 600 \text{ k}\Omega$.

Merané napätia pri $\alpha = 90^\circ$ d $U = K_V \cdot \alpha = \frac{M}{\alpha_c} \cdot \alpha = \frac{600 \text{ V}}{120 \text{ d}} \cdot 90 \text{ d} = 5 \text{ V/d} \cdot 90 \text{ d} = 450 \text{ V}$.

Spotreba pri $U = 450 \text{ V}$ $P_V = \frac{U^2}{R_V} = \frac{450^2 \text{ V}^2}{600 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{202\,500 \text{ V}^2}{600 \cdot 10^3 \Omega} = 0,3375 \text{ W} = 337,5 \text{ mW}$.

Príklad 3.2.6. Univerzálnym voltampérmetrom meriame striedavý prúd na meracom rozsahu 6 A. Prístroj má stupnicu s počtom dielikov 60 a triedu presnosti pre striedavý prúd 1,5 A. Nameraná hodnota je 4,5 A, skutočná hodnota prúdu meraná presným prístrojom je 4,57 A. Vypočítajte prúdovú citlivosť prístroja C_I a konštantu K_A na danom meracom rozsahu, klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu merania Δ , relatívnu chybu prístroja δ_I , korekciu O pri danej nameranej hodnote, relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu merania $|\Delta_T|$ v ampéroch, najväčšiu možnú relatívnu chybu merania $|\delta_T|$) a vyjadrite presne nameraný prúd ako dvojčlen pomocou najväčšej možnej absolútnej chyby merania.

Riešenie: Prúdová citlivosť ampérmetra $C_I = \frac{\alpha_c}{M} = \frac{60 \text{ d}}{6 \text{ A}} = 10 \text{ d / A}$.

Konštanta ampérmetra $K_A = \frac{M}{\alpha_c} = \frac{1}{C_I} = \frac{6 \text{ A}}{60 \text{ d}} = \frac{1}{10 \text{ d / A}} = 10^{-1} \text{ A / d}$.

Absolútna chyba merania $\Delta = N - S = 4,5 - 4,57 = -0,07 \text{ A}$.

Relatívna chyba prístroja

$$\delta_I = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 = \frac{N - S}{M} \cdot 100 = \frac{4,5 - 4,57}{6} \cdot 100 = -\frac{0,07}{6} \cdot 100 = -1,16 \text{ \%}$$

Korekcia pri danej nameranej hodnote $O = S - N = 4,57 - 4,5 = +0,07 \text{ A}$.

Relatívna chyba merania $\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 = -\frac{0,07}{4,5} \cdot 100 = -1,55 \text{ \%}$.

Najväčšia možná absolútna chyba merania v ampéroch

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{6}{100} \cdot 1,5 = 0,09 \text{ A}$$

Najväčšia možná relatívna chyba merania $|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 = \frac{0,09}{4,5} \cdot 100 = 2 \text{ \%}$.

Nameraný prúd vyjadrený pomocou najväčšej možnej absolútnej chyby merania

$$I = N \pm \Delta_T = 4,5 \pm 0,09 \text{ A}$$

Príklad 3.2.7. Voltmeter rozsahu 150 V má 150 dielikovú stupnicu. Ukazuje merané napätie 142 dielikov a pre tento údaj z korekčnej krivky prístroja vieme, že korekcia dosahuje maximálnu hodnotu + 0,5 dielika. Vypočítajte klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu merania Δ , ak viete, že absolútna chyba merania sa rovná absolútnej chybe meracieho prístroja $\Delta = \Delta_p$ pri dodržaní podmienok určených výrobcom, relatívnu chybu merania δ a relatívnu chybu voltmetra δ_U). Určte, akej triede presnosti vyhovuje voltmeter.

Riešenie: Absolútna chyba merania pri podmienke uvedenej v zadaní sa rovná korekcii so záporným znamienkom

$$\Delta = \Delta_p = -O = -0,15 \text{ d} \quad \text{alebo vo voltoch} \quad \Delta = -0,15 \text{ V},$$

pretože konštanta voltmetra $K_V = 1 \text{ V/d}$.

Relatívna chyba merania podľa definície (3.17)

$$\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 = -\frac{0,15 \text{ d}}{142 \text{ d}} \cdot 100 = -0,105 \text{ \%}.$$

Relatívna chyba voltmetra podľa (3.19) pre najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu udáva súčasne triedu presnosti voltmetra

$$\delta_U = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 = -\frac{0,15 \text{ d}}{150 \text{ d}} \cdot 100 = -0,1 \text{ \%}.$$

Voltmeter vyhovuje triede presnosti 0,1.

Príklad 3.2.8. Voltmeter s meracím rozsahom $M = 240 \text{ V}$, s počtom dielikov na stupnici $\alpha = 120$ dielikov, triedy presnosti 1, meria hodnotu 200 V . Vypočítajte klasickým spôsobom chyby merania (maximálnu absolútnu chybu merania Δ_T vo voltoch a v dielikoch, interval, v ktorom leží správna hodnota napätia $U = N \pm \Delta_T$, korekciu O vo voltoch a v dielikoch, najväčšiu relatívnu chybu merania $|\delta_T|$ a relatívnu chybu voltmetra $|\delta_U|$).

Riešenie: Maximálna absolútna chyba merania vo voltoch podľa (3.13)

$$\Delta_T = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{240 \text{ V}}{100} \cdot (\pm 1) = \pm 2,4 \text{ V},$$

$$\text{v dielikoch} \quad \Delta_T = \frac{\alpha}{100} \cdot \delta_p = \frac{120 \text{ d}}{100} \cdot (\pm 1) = \pm 1,2 \text{ d}.$$

Správna hodnota napätia leží v intervale $U = N \pm \Delta_T = 200 \pm 2,4 \text{ V}$.

Korekcia vo voltoch $O = -\Delta_T = \mp 2,4 \text{ V}$

a v dielikoch $O = -\Delta_T = \mp 1,2 \text{ d}$.

Najväčšia relatívna chyba merania podľa (3.20)

$$|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 = \frac{2,4 \text{ V}}{200 \text{ V}} \cdot 100 = 1,2 \text{ \%}.$$

$$\text{Relatívna chyba voltmetra} \quad |\delta_U| = \frac{|\Delta_T|}{M} \cdot 100 = \frac{2,4 \text{ V}}{240 \text{ V}} \cdot 100 = 1 \text{ \%}.$$

Vypočítaná relatívna chyba voltmetra sa, pochopiteľne, rovná triede presnosti, ako to vyplýva z výpočtu maximálnej absolútnej chyby merania.

Príklad 3.2.9. Číslcovým voltmetrom sme namerali napätie 1400 mV na rozsahu 1,559 V. Presnosť použitého číslcového voltmetra udáva výrobca v katalógu $0,01 \% \pm 1$. Vypočítajte klasickým spôsobom, aká je maximálna absolútna chyba Δ_{\max} v milivoltch pre najnepriaznivejšie prípady, maximálna relatívna chyba merania δ_U v percentách a určte interval, v ktorom leží správna hodnota napätia.

Riešenie: Trieda presnosti daného číslcového V-m je relatívna chyba prístroja $\delta_p = 0,01 \%$. Hodnota ± 1 je tzv. číslcová chyba, resp. chyba kvantovania, ktorá sa vzťahuje na posledné miesto meracieho rozsahu. Udáva chybu meracej metódy ± 1 digit. Maximálna absolútna chyba číslcového V-m bude podľa (3.10) súčtom maximálnej chyby $|\Delta_T|$ určenej podľa (3.14) a maximálnej chyby Δ_m meracej metódy, ktorá je závislá od číslcovej chyby $\Delta_{\max} = |\Delta_T| + \Delta_m$. Maximálna chyba $|\Delta_T|$ pri meracom rozsahu $M = 1,559$ V je

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{1,559 \text{ V}}{100} \cdot 0,01 = 1,559 \cdot 10^{-4} \text{ V} = 0,1559 \text{ mV}.$$

Maximálna chyba kvantovania je ± 1 digit z posledného miesta meracieho rozsahu 1,559 V, teda $\Delta_m = \pm 0,001 \text{ V} = \pm 1 \text{ mV}$.

Maximálna absolútna chyba pre najnepriaznivejšie prípady

$$\Delta_{\max} = \Delta_m + |\Delta_T| \text{ sign} \Delta_m$$

$$\Delta_{\max} = \left\{ \begin{array}{l} +1 + 0,1559 \\ -1 - 0,1559 \end{array} \right\} = \pm 1,1559 \text{ mV}.$$

Maximálna relatívna chyba merania

$$\delta_U = \frac{\Delta_{\max}}{U_N} \cdot 100 = \frac{\pm 1,1559 \text{ V}}{1400 \text{ V}} \cdot 100 = \pm 0,0825 \%$$

Správna hodnota napätia leží v intervale

$$U = U_N \pm \Delta_{\max} = 1400 \pm 1,1559 \text{ mV}.$$

Príklad 3.2.10. Najpoužívanejším spôsobom merania činného výkonu v trojfázovej sústave bez nulového vodiča je meranie pomocou dvoch wattmetrov, označované ako meranie výkonu Aronovou metódou. Vypočítajte nameraný činný výkon P trojfázového spotrebiča, ak wattmeter W_1 ukazuje výchylku $\alpha_1 = 100$ dielikov a wattmeter W_2 výchylku $\alpha_2 = -50$ dielikov. (Poznámka: Použité wattmetre sú rovnaké a majú zapojené tie isté meracie rozsahy $U_{n1} = U_{n2} = 300 \text{ V}$, $I_{n1} = I_{n2} = 5 \text{ A}$. Obidva wattmetre majú stupnicu s počtom dielikov $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = 150$ dielikov.)

Riešenie: Činný výkon trojfázového spotrebiča meraný dvoma wattmetrami je súčtom výkonov nameraných wattmetrami W_1 a W_2 , teda všeobecne

$$P = P_1 + P_2 = K_{w1} \cdot \alpha_1 + K_{w2} \cdot \alpha_2 = 3 \cdot U_f I_f \cos \varphi.$$

Pri konkrétnom zadaní druhý wattmeter má zápornú výchylku, preto výkon spotrebiča je

$$P = K_{w1} \cdot \alpha_1 - K_{w2} \cdot \alpha_2.$$

Konštanty wattmetro sa rovnajú, pretože prístroje majú zapojené tie isté meracie rozsahy a počet dielikov ich stupnice je rovnaký, teda

$$K = K_1 = K_2 = \frac{U_{n1} \cdot I_{n1}}{\alpha_{n1}} = \frac{U_{n2} \cdot I_{n2}}{\alpha_{n2}} = \frac{300 \text{ V} \cdot 5 \text{ A}}{150 \text{ d}} = 10 \text{ W/d.}$$

Činný výkon trojfázového spotrebiča

$$P = K \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) = 10 \cdot (100 - 50) = 500 \text{ W.}$$

Príklad 3.2.11. Ampérmetrom triedy presnosti 1,5 a s meracím rozsahom $M = 10 \text{ A}$ sme namerali hodnotu prúdu $N = 8 \text{ A}$. Vypočítajte klasickým spôsobom

- najväčšiu možnú absolútnu chybu Δ_T a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania δ_T .
- aká bude najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T , ak tým istým ampérmetrom meriame prúd 2 A ?

Riešenie: a) Najväčšia možná absolútna chyba

$$\Delta_T = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{10}{100} \cdot (\pm 1,5) = \pm 0,15 \text{ A.}$$

Najväčšia možná relatívna chyba merania

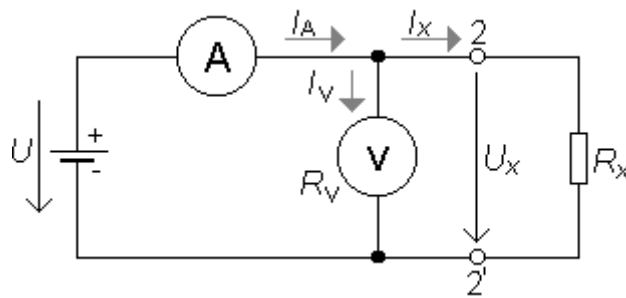
$$\delta_T = \frac{\Delta_T}{N} \cdot 100 = \pm \frac{0,15 \text{ A}}{8 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 1,875 \% \doteq \pm 1,9 \%$$

- Ak ampérmeter meria malý prúd 2 A na rozsahu 10 A , bude najväčšia relatívna chyba merania pochopiteľne ďaleko väčšia

$$\delta_T = \frac{\Delta_T}{N} \cdot 100 = \pm \frac{0,15 \text{ A}}{2 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 7,5 \%$$

Poznámka: Z uvedeného príkladu vyplýva všeobecne platná zásada, že rozsah meracieho prístroja volíme tak, aby výchylka prístroja bola v poslednej tretine stupnice. Vtedy totiž je chyba merania podstatne menšia.

Príklad 3.2.12. Odpor R_x meriame Ohmovou metódou, nepriamo meraním napätia U_x na meranom odpore voltmetrom V a meraním prúdu I_A ampérmetrom A , podľa schémy zapojenia na obr. 3.3, a to vtedy, ak $R_x \ll R_V$.



Obr. 3.3

Nech použitý V-m má merací rozsah $M_V = 6 \text{ V}$, vnútorný odpor $R_V = 6000 \text{ } \Omega$ a triedu presnosti $\delta_{pV} = 0,2$. Ampérmetr má merací rozsah $M_A = 5 \text{ A}$ a triedu presnosti $\delta_{pA} = 0,5$. Namerané hodnoty sú $U_V = 5,6 \text{ V}$ a $I_A = 4 \text{ A}$. Vypočítajte hodnotu meraného odporu R_x s uvažovaním odporu voltmetra, teda s vylúčením chyby meracej metódy a celkovú maximálnu relatívnu chybu merania odporu $|\delta_{R_x}|$.

Riešenie: Meraný odpor je $R_x = \frac{U_x}{I_x}$.

Keďže voltmetrom merané napätie sa rovná priamo napätiu na odpore $U_V = U_x$ a prúd I_x tečúci odporom je $I_x = I_A - I_V$,

kde I_V je prúdová spotreba voltmetra, hodnota meraného odporu s vylúčením chyby meracej metódy bude

$$R_x = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{5,6 \text{ V}}{4 \text{ A} - \frac{5,6 \text{ V}}{6 \cdot 10^3 \text{ } \Omega}} = \frac{5,6 \text{ V}}{3,99 \text{ A}} = 1,403 \text{ } \Omega.$$

Celková maximálna relatívna chyba merania odporu bude spôsobená nepresnosťou meracích prístrojov. Vypočítame ju ako relatívnu chybu merania pri nepriamej metóde (pozri tab. 3.3)

pre podiel $|\delta_{R_x}| = |\delta_U| + |\delta_I|$,

kde $|\delta_U|$ je relatívna chyba merania napätia, $|\delta_I|$ je relatívna chyba merania prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta U}{U_V} \right| \cdot 100 \quad [\%] \quad \quad \quad |\delta_I| = \left| \frac{\Delta I}{I_A} \right| \cdot 100 \quad [\%],$$

kde U_V je údaj (nameraná hodnota) voltmetra, I_A je údaj (nameraná hodnota) ampérmetra.

Najprv z tried presností voltmetra a ampérmetra vypočítame absolútne chyby merania napätia $|\Delta_U|$ a prúdu $|\Delta_I|$

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{6 \text{ V}}{100} \cdot 0,2 = 0,012 \text{ V}$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{5 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,025 \text{ A}$$

a potom relatívne chyby merania napätia a prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta U}{U_V} \right| \cdot 100 = \frac{0,012 \text{ V}}{5,6 \text{ V}} \cdot 100 = 0,214 \%,$$

$$|\delta_I| = \left| \frac{\Delta I}{I_A} \right| \cdot 100 = \frac{0,025 \text{ A}}{4 \text{ A}} \cdot 100 = 0,625 \%.$$

Celková maximálna relatívna chyba merania odporu

$$|\delta_{R_x}| = |\delta_U| + |\delta_I| = 0,214 \% + 0,625 \% = 0,839 \% \doteq 0,84 \%.$$

Príklad 3.2.13. Výkon jednosmerného spotrebiča možno merať nepriamo meraním prúdu a napätia spotrebiča. Vypočítajte výkon jednosmerného spotrebiča P vo wattoch, klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu $|\Delta_P|$ a relatívnu chybu δ_P merania výkonu jednosmerného spotrebiča), ak namerané napätie $U = 100 \text{ V}$ a nameraný prúd $I = 5 \text{ A}$. (Poznámka: Použitý voltmeter má merací rozsah $M_V = 120 \text{ V}$ a triedu presnosti $\delta_{pV} = 0,5$ a ampérmeter má merací rozsah $M_A = 6 \text{ A}$, triedu presnosti $\delta_{pA} = 0,5$.)

Riešenie: Výkon spotrebiča

$$P = U \cdot I = 100 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} = 500 \text{ W}.$$

Absolútna chyba určenia výkonu podľa tab. 3.3 pre matematickú operáciu súčin

$$|\Delta_P| = I \cdot |\Delta_U| + U \cdot |\Delta_I|,$$

kde $|\Delta_U|$ a $|\Delta_I|$ sú absolútne hodnoty chýb merania napätia a prúdu. Tieto možno vypočítať z tried presnosti prístrojov

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{120 \text{ V}}{100} \cdot 0,5 = 0,6 \text{ V},$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{6 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,03 \text{ A}.$$

Absolútna chyba výkonu $|\Delta_P| = I \cdot |\Delta_U| + U \cdot |\Delta_I| = 5 \cdot 0,6 \text{ V} + 100 \cdot 0,03 \text{ A} = 6 \text{ W}.$

Relatívna chyba výkonu je daná súčtom relatívnych chýb merania napätia $|\delta_U|$ a prúdu $|\delta_I|$ (pozri tab. 3.3). Relatívna chyba merania napätia a prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta_U}{U} \right| \cdot 100 = \frac{0,6 \text{ V}}{100 \text{ V}} \cdot 100 = 0,6 \%.$$

$$|\delta_I| = \left| \frac{\Delta_I}{I} \right| \cdot 100 = \frac{0,03 \text{ A}}{5 \text{ A}} \cdot 100 = 0,6 \%.$$

Teda relatívna chyba merania výkonu

$$|\delta_P| = |\delta_U| + |\delta_I| = 0,6 \% + 0,6 \% = 1,2 \% \quad \text{alebo} \quad \delta_P = \pm 1,2 \%.$$

Príklad 3.2.14. Impedanciu \vec{Z} cievky meriame wattmetrickou metódou v zapojení podľa schémy na obr. 3.4 . Namerané hodnoty sú: $I = 4 \text{ A}$, $U = 100 \text{ V}$, $P = 200 \text{ W}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Použité meracie prístroje majú nasledovné meracie rozsahy a triedy presnosti:

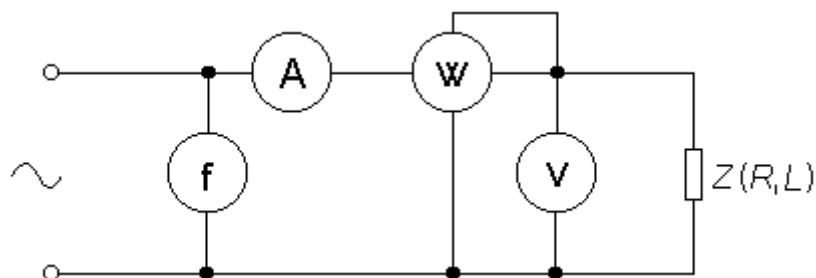
A-m 5 A; 0,5;

W-m 5 A; 150 V; 0,2;

V-m 300 V; 0,5;

frekvenciomér 45 až 55 Hz.

Spotreba voltmetra a napäťovej cievky wattmetra je zanedbateľná.



Obr. 3.4

Treba určiť veľkosť impedancie Z , fázu impedancie φ , vlastnú indukčnosť L a činný odpor R cievky, vektor impedancie \vec{Z} v exponenciálnom tvare a vypočítať maximálnu relatívnu chybu merania účinníka $|\delta_{\max \cos \varphi}|$ klasickou wattmetrickou metódou.

Riešenie: Veľkosť impedancie z nameraných hodnôt

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{4} = 25 \Omega.$$

Fázu impedancie vypočítame z nameraného činného výkonu P , napätia U a prúdu I

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{P}{U \cdot I} = \arccos \frac{200 \text{ W}}{100 \text{ V} \cdot 4 \text{ A}} = \arccos 0,5 = 60^\circ.$$

Vlastnú indukčnosť L cievky a jej činný odpor vypočítame z porovnania vektora impedancie cievky v zložkovom a trigonometrickom tvare

$$\vec{Z} = R + jX = R + j\omega L = Z \cdot \cos \varphi + jZ \cdot \sin \varphi.$$

Vlastná indukčnosť cievky teda je

$$L = \frac{Z}{\omega} \cdot \sin \varphi = \frac{25 \Omega}{314 \text{ s}^{-1}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{25 \Omega}{314 \text{ s}^{-1}} \cdot 0,866 = 0,0689 \text{ H},$$

kde $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 314 \text{ s}^{-1}$.

Činný odpor cievky

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 25 \Omega \cdot \cos 60^\circ = 25 \Omega \cdot 0,5 = 12,5 \Omega.$$

Impedancia cievky v exponenciálnom komplexnom tvare

$$\vec{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = 25 \Omega \cdot e^{+j60^\circ}.$$

Wattmetrická metóda merania účinníka je nepriama meracia metóda. Maximálna relatívna chyba merania bude teda závislá od chyby merania napätia δ_U , prúdu δ_I , výkonu δ_P .

Účinník určuje vzťah $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$.

A teda daná funkcia je funkciou troch veličín P , U a I . Odvoďme výraz pre maximálnu relatívnu chybu merania účinníka. Nech $\cos \varphi = k$, potom

$$k = \frac{P}{U \cdot I}. \quad (3.39)$$

Urobme totálny diferenciál výrazu (3.39)

$$dk = \frac{\partial k}{\partial P} dP + \frac{\partial k}{\partial U} dU + \frac{\partial k}{\partial I} dI.$$

Vydeľme s k a upravme na vhodný tvar

$$\frac{dk}{k} = \frac{\partial k}{\partial P} \frac{dP}{P} \frac{P}{k} + \frac{\partial k}{\partial U} \frac{dU}{U} \frac{U}{k} + \frac{\partial k}{\partial I} \frac{dI}{I} \frac{I}{k}.$$

Diferenciály nahradíme malými prírastkami

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\partial k}{\partial P} \frac{\Delta P}{P} \frac{P}{k} + \frac{\partial k}{\partial U} \frac{\Delta U}{U} \frac{U}{k} + \frac{\partial k}{\partial I} \frac{\Delta I}{I} \frac{I}{k}. \quad (3.40)$$

Diferencie Δ sú vlastne absolútne chyby jednotlivých veličín a podľa (3.17) sú jednotlivé relatívne chyby

$$\begin{aligned} \delta_k &= \frac{\Delta k}{k} \cdot 100, & \delta_P &= \frac{\Delta P}{P} \cdot 100, \\ \delta_U &= \frac{\Delta U}{U} \cdot 100, & \delta_I &= \frac{\Delta I}{I} \cdot 100. \end{aligned}$$

Výraz (3.39) upravme do tvaru súčinu

$$k = P \cdot U^{-1} \cdot I^{-1}$$

a vypočítajme parciálne derivácie v (3.40)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial P} &= U^{-1} \cdot I^{-1} = \frac{1}{U \cdot I}, & \frac{\partial k}{\partial U} &= -P \cdot U^{-2} \cdot I^{-1} = -\frac{P}{U^2 \cdot I}, \\ \frac{\partial k}{\partial I} &= -P \cdot U^{-1} \cdot I^{-2} = -\frac{P}{U \cdot I^2}. \end{aligned}$$

Maximálna relatívna chyba merania účinníka $\delta_{\max \cos \varphi}$ bude vtedy, ak všetky členy v (3.40) sú súčasne kladné alebo záporné

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = \frac{(\Delta k)_{\max}}{k} \cdot 100 = \left| \frac{1}{U \cdot I} \cdot \delta_P \cdot \frac{P}{k} \right| + \left| \frac{P}{U^2 \cdot I} \cdot \delta_U \cdot \frac{U}{k} \right| + \left| \frac{P}{U \cdot I^2} \cdot \delta_I \cdot \frac{I}{k} \right|.$$

Keďže sme označili $\cos \varphi = k = P / U \cdot I$, po úprave dostaneme výsledný vzťah pre maximálnu chybu účinníka

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = |\delta_P| + |\delta_U| + |\delta_I| \quad (3.41)$$

Najprv vypočítame jednotlivé absolútne chyby merania

$$|\Delta_P| = \frac{M_W}{100} \cdot \delta_{PW} = \frac{5 \text{ A} \cdot 150 \text{ V}}{100} \cdot 0,2 = 1,5 \text{ W},$$

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{300 \text{ V}}{100} \cdot 0,5 = 1,5 \text{ V},$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{5 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,025 \text{ A}.$$

Čiastkové relatívne chyby merania výkonu $|\delta_P|$, napätia $|\delta_U|$ a prúdu $|\delta_I|$

$$|\delta_P| = \frac{|\Delta_P|}{P} \cdot 100 = \frac{1,5 \text{ W}}{200 \text{ W}} \cdot 100 = 0,75 \%,$$

$$|\delta_U| = \frac{|\Delta_U|}{U} \cdot 100 = \frac{1,5 \text{ V}}{100 \text{ V}} \cdot 100 = 1,5 \%,$$

$$|\delta_I| = \frac{|\Delta_I|}{I} \cdot 100 = \frac{0,025 \text{ A}}{4 \text{ A}} \cdot 100 = 0,625 \, \%.$$

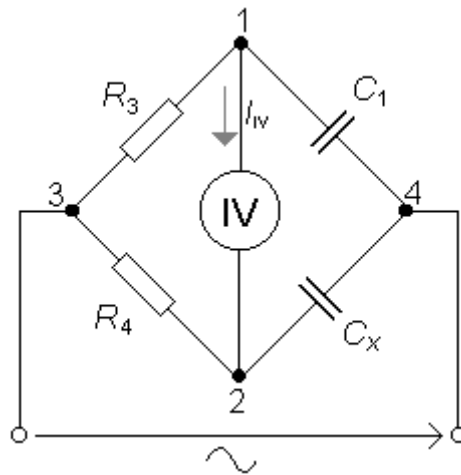
Maximálnu relatívnu chybu merania účinníka určuje súčet relatívnych chýb výkonu, napätia a prúdu - podľa (3.41)

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = |\delta_P| + |\delta_U| + |\delta_I| = 0,75 \, \% + 1,5 \, \% + 0,625 \, \% = \pm 2,875 \, \%.$$

Príklad 3.2.15. Striedavé vyvážené mostíky Wheatstonovho typu sa používajú na meranie vlastnej a vzájomnej indukčnosti, kapacity a činného odporu. Zvyčajne sa nimi určujú obidve zložky meranej impedancie $Z_x = R_x + jX_x$, ohmický odpor R_x aj reaktancia X_x . Nech striedavý vyvážený mostík Wheatstonovho typu podľa obr. 3.5 je zložený z ideálneho kondenzátora s kapacitou $C_1 = 10 \, \mu\text{F}$, z dvoch ideálnych rezistorov s odpormi $R_3 = 100 \, \Omega$ a $R_4 = 250 \, \Omega$ a z meraného ideálneho kondenzátora s kapacitou C_x .

Určte:

- Dve podmienky rovnováhy mostíka a dokážte, že tento mostík možno pri zmene meranej kapacity C_x vyvážiť zmenou jediného prvku, napríklad zmenou odporu R_3 . Vysvetlite, prečo v tomto prípade stačí na vyváženie zmena jediného prvku, keď je všeobecne známe, že všeobecný striedavý merací mostík musí mať najmenej dva premenné prvky, aby sa dosiahlo jeho vyváženie.
- Veľkosť meraného kondenzátora C_x , za predpokladu, že mostík je pri udaných hodnotách vyvážený.



Obr. 3.5

Riešenie: a) Pre všeobecný striedavý merací mostík zložený z impedancií Z_1 , Z_2 , Z_3 a Z_4 platia rovnice podmienky rovnováhy pri $I_{IV} = 0$

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3.$$

Ak vyjadríme impedancie v exponenciálnom tvare a po úprave dostaneme

$$Z_1 \cdot Z_4 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} = Z_2 \cdot Z_3 \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}, \quad (3.42)$$

kde Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 sú absolútne hodnoty impedancií,

φ_1 , φ_2 , φ_3 , φ_4 sú fázové posuny impedancií.

Z rovnice (3.42) vyplývajú dve podmienky rovnováhy impedančného mostíka

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3, \quad Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3 \quad (3.43)$$

a teda všeobecný mostík je vyvážený (meracou diagonálou neprechádza prúd $I_{IV} = 0$) nastavením minimálne dvoch premenných členov mostíka.

Pre náš mostík na obr. 3.5 platia rovnice podmienky rovnováhy

$$\frac{1}{\omega C_1} \cdot R_4 = \frac{1}{\omega C_x} \cdot R_3, \quad \text{čiže} \quad C_x = C_1 \cdot \frac{R_3}{R_4} \quad (3.44)$$

Ak predpokladáme vo vetvách mostíka ideálne odpory a ideálne kapacity, je tým pre ľubovoľné veľkosti prvkov splnená jedna podmienka rovnováhy (3.43), a to rovnosť fázových posunov, pretože $\varphi_1 = \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$ a $\varphi_3 = \varphi_4 = 0$.

Dokázali sme teda, že stačí zmenou jedného prvku v rovnici (3.44), napr. odporu R_3 , splniť druhú podmienku rovnováhy (rovnosť impedancií) mostíka (3.43) a mostík vyvážiť.

b) Meraný kondenzátor má kapacitu

$$C_x = C_1 \cdot \frac{R_3}{R_4} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot \frac{100 \Omega}{250 \Omega} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 4 \mu\text{F}.$$

Príklad 3.2.16. Elektromagnetický (ručičkový) voltmeter má triedu presnosti 0,5 a nastavený merací rozsah 130 V. Ovpływňujúce veličiny (teplota, magnetické pole a pod.) sú v rozsahu hodnôt definovaných výrobcom, tzn., že prístroj je používaný podľa stanovených pracovných podmienok a ich vplyv nebude uvažovaný. Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil a bol $U_x = 71,1$ V. Vyjadrite novým spôsobom presnosť merania (určte štandardné neistoty a vyjadrite výsledok, vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$ aj v relatívnom tvare).

Riešenie: Pretože sa údaj voltmetra pri opakovaných meraniach nemenil, neistoty typu A nemusíme uvažovať ($u_A = 0$).

Štandardné neistoty údajov prístroja typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{130 \text{ V}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = 0,375 \text{ V}.$$

Rozšírená neistota $U(x) = k_r \cdot u_C(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,375^2} = 0,75 \text{ V}$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$U_x = U_x \pm U(x) = 71,1 \text{ V} \pm 0,75 \text{ V}; \quad k_r = 2.$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota napätia leží v intervale $< 70,35 \text{ V}; 71,85 \text{ V} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$U_x = U_x \pm \frac{U(x)}{U_x} \cdot 100 = 71,1 \text{ V} \pm \frac{0,75 \text{ V}}{71,1 \text{ V}} \cdot 100 = 71,1 \text{ V} \pm 1,05 \%; \quad k_r = 2.$$

Príklad 3.2.17. Číslcový ampérmeter má triedu presnosti $\pm 0,1 \%$ z údajov (odčítanej hodnoty) a $\pm 0,05 \%$ z rozsahu. Nameraná hodnota prúdu $I_x = 60,0$ mA pri nastavenom rozsahu $M = 200$ mA sa pri opakovaných meraniach nemenila. Ovpływňujúca veličina (teplota) je v rozsahu hodnôt definovaných výrobcom. Určte štandardné neistoty a výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil, iba neistoty typu B ($u_A = 0$).

Štandardná neistota typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M = \frac{0,1}{100} \cdot 60,0 + \frac{0,05}{100} \cdot 200 \text{ mA} = \frac{0,06 + 0,1}{\sqrt{3}} \text{ mA} = 0,09 \text{ mA}$$

Rozšírená neistota

$$I(x) = k_r \cdot u_C(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,09^2} = 0,18 \text{ mA}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$I_x = I_x \pm I(x) = 60,0 \text{ mA} \pm 0,18 \text{ mA}; \quad k_r = 2$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota prúdu leží v intervale $< 59,82 \text{ mA}; 60,18 \text{ mA} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$I_x = I_x \pm \frac{I(x)}{I_x} \cdot 100 = 60,0 \text{ mA} \pm \frac{0,18 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100\% = 60,0 \text{ mA} \pm 0,3 \%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.18. Určte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní prúdu číslicovým miliampérmetrom na rozsahu 200 mA, ak ukazuje mA-m so 4 - miestnym displejom hodnotu $I_x = 60 \text{ mA}$ a ak je daná chyba miliampérmetra hodnotami $\pm 0,1 \%$ z údajá ± 2 digity.

Riešenie: Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil, iba neistoty typu B ($u_A = 0$).
Štandardná neistota typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 60,0 + 2 \cdot \frac{200}{2000}}{\sqrt{3}} \text{ mA} = \frac{0,06 + 0,2}{\sqrt{3}} \text{ mA} = 0,15 \text{ mA}$$

kde N je počet kvantizačných krokov (digitov),

R – rozlíšenie prístroja (1 digit = $200/2000 = 0,1$, t. j. chyba prístroja).

Rozšírená neistota

$$I(x) = k_r \cdot u_B(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,15^2} = 0,30 \text{ mA}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$I_x = I_x \pm I(x) = 60,0 \text{ mA} \pm 0,30 \text{ mA}; \quad k_r = 2$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota prúdu leží v intervale $< 59,7 \text{ mA}; 60,3 \text{ mA} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$I_x = I_x \pm \frac{I(x)}{I_x} \cdot 100 = 60,0 \text{ mA} \pm \frac{0,30 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100\% = 60,0 \text{ mA} \pm 0,5 \%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.19. Sériou desiatich opakovaných meraní presným číslicovým voltmetrom na meracom rozsahu $M = 10 \text{ V}$, boli namerané tieto hodnoty: 5,000 9; 5,001 9; 4,999 2; 4,999 8; 5,001 1; 4,998 9; 5,000 7; 5,000 3; 4,999 5; 5,001 4 [V]. Chyba voltmetra je daná hodnotami $\pm 0,01 \%$ z odčítanej hodnoty a $\pm 0,005 \%$ z meracieho rozsahu. Určte štandardné neistoty typu A, typu B a kombinovanú štandardnú neistotu typu C. Napište výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Odhad výslednej hodnoty x meranej veličiny X je reprezentovaný hodnotou výberového priemeru (aritmetického priemeru):

$$\bar{U}_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n U_{xi} = 5,000\,37\text{ V} \cong 5,000\,4\text{ V}$$

Určenie štandardnej neistoty typu A (je to vlastne smerodajná odchýlka výberového priemeru)

$$u_A(x) = \sigma(\bar{U}_x) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_{xi} - \bar{U}_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{10 \cdot (10-1)} \cdot 8,95 \cdot 10^{-6}\text{ V}} \doteq 0,000\,32\text{ V}.$$

Určenie štandardnej neistoty typu B:

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,01}{100} \cdot 5,0004 + \frac{0,005}{100} \cdot 10}{\sqrt{3}}\text{ V} = \frac{0,0005 + 0,0005}{\sqrt{3}}\text{ V} \doteq 0,000\,58\text{ V}.$$

Kombinovaná štandardná neistota typu C:

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = \sqrt{0,00032^2 + 0,00058^2} = \sqrt{4,388 \cdot 10^{-7}} = 6,624 \cdot 10^{-4} \doteq 0,000\,66\text{ V}.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$:

$$U_x = \bar{U}_x \pm U(x) = \bar{U}_x \pm k_r \cdot u_C(x) = 5,000\,4\text{ V} \pm 2 \cdot 0,000\,66\text{ V} = 5,000\,4\text{ V} \pm 0,001\,3\text{ V}; \quad k_r = 2.$$

Výsledok vyjadrený v relatívnom tvare:

$$U_x = \bar{U}_x \pm \frac{U(x)}{\bar{U}_x} \cdot 100 = 5,0004\text{ V} \pm \frac{0,0013\text{ V}}{5,0004\text{ V}} \cdot 100\% = 5,000\,4\text{ V} \pm 0,026\%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.20. Pri meraní odporu nepriamou VA metódou ($R_x = U / I$) číslicový voltmeter na meracom rozsahu 200 mV a s triedou presnosti $\pm 0,1\%$ z odčítanej hodnoty (údaja), $\pm 0,05\%$ z rozsahu nameral napätie $U = 150\text{ mV}$ a magnetoelektrický (ručičkový) ampérmeter na rozsahu 1,2 A a s triedou presnosti 0,5 nameral prúd 0,4 A. Vypočítajte štandardné neistoty merania odporu a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koef. rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Štandardná neistota typu B údaja voltmetra (merania napätia)

$$u_U = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 150 + \frac{0,05}{100} \cdot 200}{\sqrt{3}}\text{ mV} = \frac{0,15 + 0,1}{\sqrt{3}}\text{ mV} \doteq 0,14\text{ mV} \approx 0,1\%.$$

Štandardná neistota typu B údaja ampérmetra (merania prúdu)

$$u_I = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{1,2 \text{ A}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = \frac{0,006 \text{ A}}{\sqrt{3}} \doteq 0,0034 \text{ A} \approx 0,87 \text{ \%}.$$

Štandardná neistota merania odporu

$$\begin{aligned} u_{R_x} &= \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{xi} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(U/I)}{\partial U} \cdot u_U \right)^2 + \left(\frac{\partial(U/I)}{\partial I} \cdot u_I \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U \right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} \cdot u_I \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,4} \cdot 0,14 \right)^2 + \left(\frac{150}{0,4^2} \cdot 0,0034 \right)^2} = \sqrt{0,35^2 + 3,1875^2} = \sqrt{10,2826} \doteq 3,2 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

Štandardná neistota merania odporu vyjadrená v relatívnom tvare

$$\begin{aligned} \frac{u_{R_x}}{R_x} \cdot 100 &= 100 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot \frac{u_U}{U/I} \right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} \cdot \frac{u_I}{U/I} \right)^2} = 100 \cdot \sqrt{\left(\frac{u_U}{U} \right)^2 + \left(\frac{u_I}{I} \right)^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,87^2} \doteq \\ &\doteq 0,88 \text{ \%}. \end{aligned}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$\begin{aligned} R_x &= R_x \pm R(x) = U/I \pm k_r \cdot u_{R_x} = 0,15 \text{ V} / 0,4 \text{ A} \pm 2 \cdot 3,2 \text{ m}\Omega = \\ &= 0,375 \Omega \pm 6,4 \text{ m}\Omega; \quad k_r = 2 \end{aligned}$$

kde $R(x)$ je rozšírená neistota.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$R_x = R_x \pm \frac{R(x)}{R_x} \cdot 100 = 0,375 \Omega \pm \frac{6,4 \cdot 10^{-3} \Omega}{0,375 \Omega} \cdot 100 = 1,7 \text{ \%}; \quad k_r = 2.$$

V prípade súčinu alebo podielu vo vzorci pri nepriamej metóde sa pod odmocninou sčítajú kvadráty neistôt vyjadrených v relatívnom tvare.

Príklad 3.2.21. Pri meraní výkonu v 3-fázovej sieti ($P_x = P_1 + P_2 + P_3$) tromi wattmetrami s rovnakým meracím rozsahom 2400 W a triedou presnosti 0,5 namerali tieto hodnoty výkonov: $P_1 = 1600 \text{ W}$, $P_2 = 1200 \text{ W}$, $P_3 = 2000 \text{ W}$. Určte štandardnú neistotu merania výkonu v trojfázovej sieti tromi wattmetrami a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Štandardná neistota typu B údajov wattmetra (merania výkonu):

$$u_{P_1} = u_{P_2} = u_{P_3} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{2400 \text{ W}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = \frac{12 \text{ W}}{\sqrt{3}} \doteq 6,9 \text{ W}$$

Štandardná neistota merania výkonu v 3-fázovej sieti tromi wattmetrami:

$$u_{P_x} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{xi} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_1} \cdot u_{P_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_2} \cdot u_{P_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_3} \cdot u_{P_3} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{u_{P_1}^2 + u_{P_2}^2 + u_{P_3}^2} = \sqrt{6,9^2 + 6,9^2 + 6,9^2} = \sqrt{142,83} = 11,95 \text{ W} \doteq 12 \text{ W}.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$P_x = P_x \pm P(x) = P_1 + P_2 + P_3 \pm k_r \cdot u_{P_x} = 1600 \text{ W} + 1200 \text{ W} + 2000 \text{ W} \pm \\ \pm 2 \cdot 12 \text{ W} = 4800 \text{ W} \pm 24 \text{ W}; \quad k_r = 2.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$P_x = P_x \pm \frac{P(x)}{P_x} \cdot 100 = 4800 \text{ W} \pm \frac{24 \text{ W}}{4800 \text{ W}} \cdot 100 = 4800 \text{ W} \pm 0,5 \%; \quad k_r = 2.$$

V prípade súčtu alebo rozdielu vo vzorci pri nepriamej metóde sa pod odmocninou sčítajú kvadráty neistôt vyjadrených v absolútnom tvare.

3.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 3.3.1. Určte najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu pre:

- a) A-m s nulou na jednom konci delenia stupnice, ak jeho merací rozsah je 0 až 10 A,
 - b) mV-m s nulou vnútri delenia stupnice a s meracím rozsahom – 50 mV až + 50 mV,
 - c) A-m s potlačenou nulou a s meracím rozsahom 80 A až 120 A.
- (a) 10 A, b) 100 mV, c) 40 A)

Úloha 3.3.2. Vypočítajte konštantu K_A a citlivosť C_A ampérmetra s meracím rozsahom 5 A, ktorého stupnica má 100 dielikov. Aká veľká výchylka α [d] pripadá na hodnotu 4,5 A a aký prúd pripadá na výchylku $\alpha = 75$ d?

$$(K_A = 0,05 \text{ A/d}; \quad C_A = 20 \text{ d/A}; \quad \alpha = 90 \text{ d}; \quad I = 3,75 \text{ A})$$

Úloha 3.3.3. Vypočítajte konštantu K_W wattmetra:

- a) s napäťovým rozsahom 380 V a prúdovým rozsahom 3 A, ak má stupnica prístroja 120 dielikov.
 - b) s napäťovým rozsahom 300 V a prúdovým rozsahom 2,5 A, ak má stupnica prístroja 150 dielikov.
- (a) $K_W = 9,5 \text{ W/d}$, b) $K_W = 5 \text{ W/d}$)

Úloha 3.3.4. Wattmeter má 150 dielikovú stupnicu, nastavené meracie rozsahy 5 A, 300 V. Pri meraní činného výkonu jednofázového spotrebiča ukazuje výchylku 132 dielikov. Vypočítajte výkon P nameraný wattmetrom, konštantu K_W a citlivosť C_W wattmetra.

($P = 1320 \text{ W}$; $K_W = 10 \text{ W/d}$; $C_W = 10^{-1} \text{ d/W} = 0,1 \text{ d/W}$)

Úloha 3.3.5. Aká je absolútna chyba údajov vo voltoch a relatívna chyba v percentách pri meraní napätia 120 V voltmetrom v triede presnosti 0,5 na meracom rozsahu 250 V?

$$(\Delta = \pm 1,25 \text{ V}; \delta = \pm 1,04 \%)$$

Úloha 3.3.6. Číslicový voltmeter so 4 - miestnym displejom a presnosťou $\pm 1 \%$ z údajov (odčítanej hodnoty), $\pm 0,5 \%$ z meracieho rozsahu + 2 digity má nastavený merací rozsah 30 V. Nameraná hodnota (údaj na displeji) je 10,00 V. V akom rozmedzí je pravá (skutočná) hodnota napätia vo voltoch a v percentách?

$$(U = 10 \text{ V} \pm 0,27 \text{ V}; U = 10 \text{ V} \pm 2,7 \%)$$

Úloha 3.3.7. Voltmeter s rozsahom 150 V má vnútorný odpor 500 Ω/V . Aký veľký je celkový vnútorný odpor prístroja?

$$(R_V = 75 \text{ k}\Omega)$$

Úloha 3.3.8. Univerzálny merací prístroj Avomet na maximálne napätie $U = 600 \text{ V}$ odoberá pri plnej výchylke prúd $I = 20 \mu\text{A}$. Aký veľký je vnútorný odpor prístroja na 1 V meraného napätia? ($R_i = 50 \text{ k}\Omega/\text{V}$)

Úloha 3.3.9. Vypočítajte vnútorný odpor voltmetra na meracom rozsahu 30 V. V-m má na číselníku údaj 10 $\text{k}\Omega/\text{V}$ a ručička prístroja ukazuje hodnotu 15 V.

$$(R_V = 300 \text{ k}\Omega)$$

Úloha 3.3.10. Merací prístroj odoberá pri plnej výchylke na meracom rozsahu 12 V prúd 0,5 mA. Vypočítajte jeho vnútorný odpor v Ω/V .

$$(R_i = 2 \text{ k}\Omega/\text{V})$$

Úloha 3.3.11. Odpor voltmetra na meracom rozsahu 25 V je 1 $\text{M}\Omega$. Aký je vnútorný odpor voltmetra v $\text{k}\Omega/\text{V}$? ($R_V = 40 \text{ k}\Omega/\text{V}$)

Úloha 3.3.12. Ampérmeter má rozsah do 10 A, jeho vnútorný odpor je 0,05 Ω/A . Aký výkon P_A spotrebuje prístroj pri plnej výchylke?

$$(P_A = 50 \text{ W})$$

Úloha 3.3.13. Vypočítajte vlastnú spotrebu a prúd pretekajúci voltmetrom s rozsahom stupnice 0 až 120 dielikov a vnútorným odporom 500 Ω/V na meracom rozsahu 240 V pre výchylku $\alpha = 120$ dielikov.

$$(P_V = 480 \text{ mW}; I_V = 2 \text{ mA})$$

Úloha 3.3.14. Ampérmetr s rozsahom stupnice 0 až 120 dielikov, menovitým prúdom $I_n = 6 \text{ A}$, s úbytkom napätia $\Delta U_A = 60 \text{ mV}$ pre hornú medzu rozsahu. Aká je spotreba ampérmetra pri plnej výchylke ($\alpha = 120 \text{ d}$) a pri výchylke $\alpha = 100 \text{ d}$? Aký je vnútorný odpor ampérmetra? ($P_{A120} = 360 \text{ mW}$; $P_{A100} = 250 \text{ mW}$; $R_A = 0,01 \Omega$)

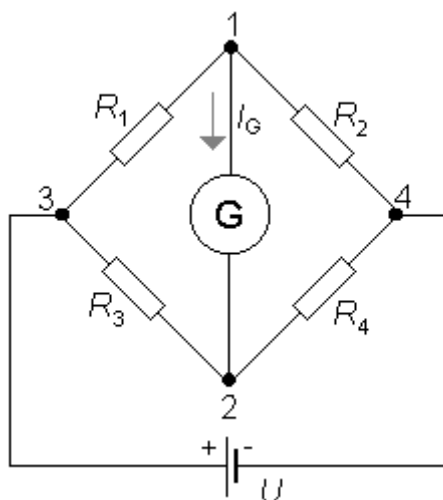
Úloha 3.3.15. Voltmeter má rozsah 600 V , jeho vnútorný odpor je $500 \Omega/\text{V}$. Aký veľký výkon spotrebuje prístroj pri meraní napätia $U = 250 \text{ V}$? Aký prúd I tečie prístrojom pri meraní napätia 600 V ? ($P_V = 0,208 \text{ W} = 208 \text{ mW}$; $I = 0,002 \text{ A} = 2 \text{ mA}$)

Úloha 3.3.16. Avometom triedy presnosti 1,5 meriame striedavý prúd na meracom rozsahu $M = 6 \text{ A}$. Prístroj ukazuje meraný prúd $3,5 \text{ A}$. Skutočná hodnota prúdu meraná precíznym prístrojom je $3,58 \text{ A}$. Avomet má 60 dielikovú stupnicu. Určte klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu Δ , korekciu O pre danú nameranú hodnotu, relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu merania $|\Delta_T|$ v dielikoch a v ampéroch a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania $|\delta_T|$). ($\Delta = -0,08 \text{ A}$; $O = +0,08 \text{ A}$; $\delta = -2,286 \%$; $|\Delta_T| = 0,9 \text{ d}$; $0,09 \text{ A}$; $|\delta_T| = 2,57 \%$)

Úloha 3.3.17. Voltmeter triedy presnosti 0,5 na meracom rozsahu $M = 300 \text{ V}$ ukazuje výchylku 150 V. Skutočná hodnota napätia je $151,2 \text{ V}$. Vypočítajte klasickým spôsobom absolútnu chybu merania Δ , relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu Δ_T a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania δ_T . Aká bude najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T , ak na tom istom meracom rozsahu meriame napätie 50 V ? ($\Delta = -1,2 \text{ V}$; $\delta = -0,8 \%$; $\Delta_T = \pm 1,5 \text{ V}$; $\delta_T = \pm 1 \%$; $\delta_T = \pm 3 \%$)

Úloha 3.3.18. Ampérmetrom s meracím rozsahom $M = 10 \text{ A}$, triedy presnosti 0,5 meriame prúd 8 A . Vypočítajte klasickým spôsobom najväčšiu možnú absolútnu Δ_T a relatívnu chybu δ_T merania! Aké budú chyby merania Δ_T a δ_T pri tom istom meranom prúde, ak použijeme ampérmetr s meracím rozsahom 20 A , triedy presnosti tiež 0,5? ($\Delta_T = \pm 0,05 \text{ A}$; $\delta_T = \pm 0,625 \%$; $\Delta_T = \pm 0,1 \text{ A}$; $\delta_T = \pm 1,25 \%$)

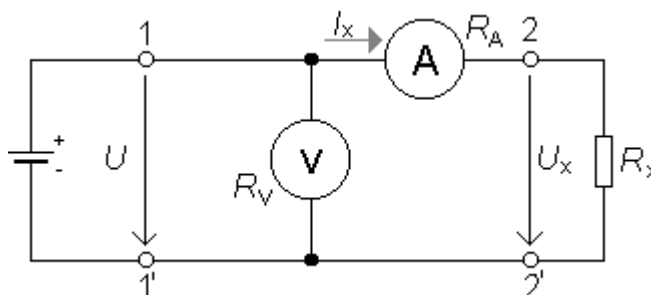
Úloha 3.3.19. Na meranie lineárnych odporov strednej veľkosti sa používa vyvážený Wheatstonov mostík (obr. 3.6) v rôznych vyhotoveniach. Odvodte podmienky rovnováhy Wheatstonovho mostíka a vypočítajte veľkosť meraného odporu R_x , ak $R_1 = R_x$ a vo vyváženom stave $R_2 = 1500 \Omega$, $R_3 = 3000 \Omega$, $R_4 = 3000 \Omega$. ($I_G = 0$; $R_1 R_4 = R_2 R_3$; $R_x = 1500 \Omega$)



Obr. 3.6

Úloha 3.3.20. Za určitých podmienok, ak $R_x \gg R_V$ a pri známom odpore ampérmetra R_A je vhodné merať odpor R_x Ohmovou metódou podľa schémy zapojenia na obr. 3.7. Neznámy odpor určíme z nameraného napätia U a prúdu I_x tečúceho meraným odporom. Nech namerané hodnoty sú: $U = 10 \text{ V}$, $I_x = 0,2 \text{ mA}$, použitý voltmeter má merací rozsah 12 V , vnútorný odpor $R_V = 5000 \Omega$, triedu presnosti $0,5$, ampérmeter má merací rozsah 1 mA , vnútorný odpor $R_A = 100 \Omega$ a triedu presnosti $0,2$. Vypočítajte hodnotu neznámeho odporu R_x s korekciou údajov voltmetra o úbytok napätia na ampérmetri a určte celkovú maximálnu relatívnu chybu merania odporu $|\delta_{R_x}|$.

($R_x = 49,9 \text{ k}\Omega$; $|\delta_{R_x}| = 1,6 \%$)



Obr. 3.7

Úloha 3.3.21. Elektromechanický (ručičkový) voltmeter má triedu presnosti $0,5$ a nastavený merací rozsah 150 V . Prístroj sa používa podľa stanovených pracovných podmienok. Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil a bol $U_x = 101,1 \text{ V}$. Vypočítajte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia je $k_r = 2$).

($101,1 \text{ V} \pm 0,866 \text{ V}$; $101,1 \text{ V} \pm 0,86 \%$)

Úloha 3.3.22. Určte hodnotu napätia s rozšírenou neistotou typu B ($k_r = 2$) pri meraní napätia magnetoelektrickým voltmetrom. Voltmeter má rozsah 60 V, dĺžku stupnice 120 dielikov, triedu presnosti 0,5 a výchylku 50 dielikov.

(25 V \pm 0,346 V; 25 V \pm 1,38 %)

Úloha 3.3.23. Určte rozšírenú neistotu typu B (s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní napätia číslicovým voltmetrom, ak je použitý rozsah voltmetra 0,3 V a chyba voltmetra je daná hodnotami $\pm 0,1$ % z údajov a $\pm 0,05$ % z meracieho rozsahu. Voltmeter ukazuje hodnotu napätia 30 mV.

(30 mV \pm 0,208 mV; 30 mV \pm 0,69 %)

Úloha 3.3.24. Vypočítajte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní prúdu jednosmerným číslicovým miliampérmetrom na rozsahu 30 mA, ak ukazuje hodnotu 10 mA a ak je daná chyba miliampérmetra hodnotami $\pm 0,2$ % z údajov a $\pm 0,1$ % z rozsahu.

(10 mA \pm 0,058 mA; 10 mA \pm 0,58 %)

Úloha 3.3.25. Určte rozšírenú neistotu typu B (s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní napätia striedavým číslicovým voltmetrom s rozsahom 300 V a 4-miestnym displejom, ak ukazuje hodnotu 100 V a jeho chyba je daná hodnotami $\pm 0,1$ % z údajov ± 3 digity.

(100 V \pm 0,462 V; 100 V \pm 0,46 %)

Úloha 3.3.26. Sériou desiatich opakovaných meraní presným číslicovým ampérmetrom na meracom rozsahu $M = 10$ mA, boli namerané tieto hodnoty: 6,005; 6,012; 5,993; 5,998; 6,008; 5,991; 6,004; 6,002; 5,995; 6,010 [mA]. Chyba ampérmetra je daná hodnotami $\pm 0,01$ % z odčítanej hodnoty a $\pm 0,005$ % z meracieho rozsahu. Určte štandardné neistoty typu A, typu B, typu C a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom $k_r = 2$.

($u_A = 0,002\ 309\ 4$ mA; $u_B = 0,000\ 635\ 2$ mA; $u_C = 0,002\ 395$ mA;

$I_x = 6,002$ mA \pm 0,004 79 mA; $I_x = 6,002 \pm 0,079\ 8$ %)

Úloha 3.3.27. Pri meraní odporu VA metódou číslicový voltmeter na meracom rozsahu 500 mV a s triedou presnosti $\pm 0,1$ % z údajov, $\pm 0,05$ % z rozsahu nameral napätie $U = 375$ mV a magnetoelektrický ampérmeter na rozsahu 0,5 A a s triedou presnosti 0,5 nameral prúd 0,1 A. Vypočítajte štandardné neistoty merania odporu a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

($u_{R_x} = 54$ m Ω ; $u_{R_x} = 1,44$ %; $R_x = 3,75\ \Omega \pm 0,108\ \Omega$ pri $k_r = 2$; $R_x = 3,75\ \Omega \pm 2,88$ %, $k_r = 2$)