

6 STRIEDAVÉ JEDNOFÁZOVÉ PRÚDY

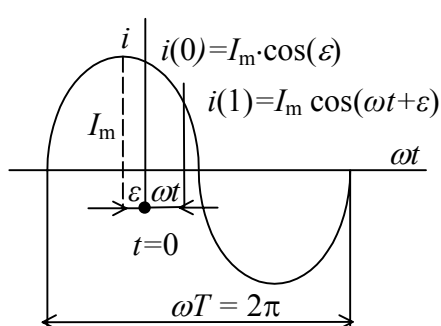
6.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Harmonickú funkciu môžeme znázorniť dvoma spôsobmi: časovým, resp. fázovým priebehom nejakej elektrickej veličiny (napätia, prúdu, magnetického toku a pod.) obr. 6.1

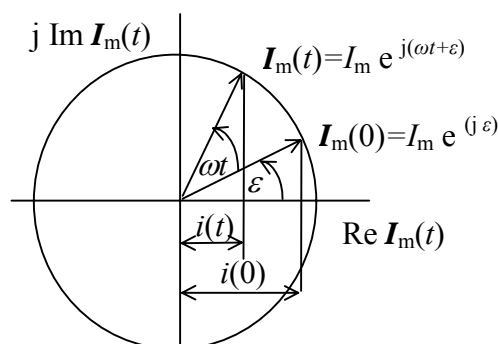
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) \quad (6.1)$$

alebo fázorom - komplexnou funkciou jednej reálnej nezávisle premennej (čas t) obr. 6.2

$$I_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \varepsilon)} = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) + j I_m \sin(\omega t + \varepsilon). \quad (6.2)$$



Obr. 6.1



Obr. 6.2

Frekvenciu f a zodpovedajúcu periódu T elektrického prúdu zistíme z uhlovej frekvencie ω

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f}. \quad (6.3)$$

Obrazom funkcie v komplexnej rovine je smerová úsečka rotujúca okolo počiatku konštantnou uhlovou rýchlosťou ω , pričom veľkosť úsečky je totožná s amplitúdou I_m a uhol určujúci jej polohu vzhľadom na reálnu os je totožný s fázou $(\omega t + \varepsilon)$ harmonicky sa meniacej veličiny, ε je počiatočná fáza. Tejto smerovej rotujúcej úsečke sa hovorí fázor alebo tiež časový vektor. Ak elektrická veličina nezávisí od času (napr. impedancia), z „časového vektora“ sa stáva „polohový vektor“ (má stálu polohu v komplexnej rovine).

Z komplexnej funkcie času sa stala komplexná veličina, ktorú môžeme vyjadriť z polohového vektora na obr. 6.3

– v zložkovom tvare

$$\mathbf{M} = \text{Re } \mathbf{M} + j \cdot \text{Im } \mathbf{M}, \quad (6.4)$$

$$M = \sqrt{(\text{Re } \mathbf{M})^2 + (\text{Im } \mathbf{M})^2}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{Re } \mathbf{M}}{M}, \quad (6.5)$$

- v trigonometrickom tvare

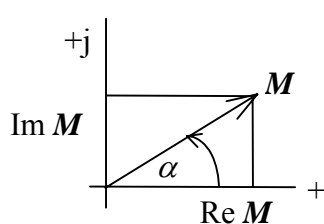
$$\mathbf{M} = M(\cos \alpha + j \sin \alpha), \quad (6.6)$$

- v exponenciálnom tvare

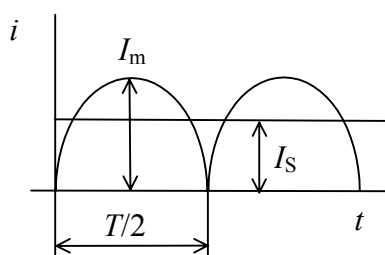
$$\mathbf{M} = M \cdot e^{j\alpha}, \quad (6.7)$$

- vo verzorovom tvare

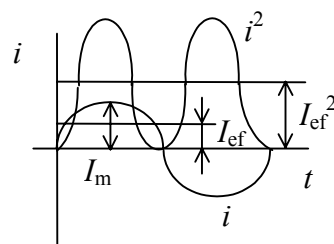
$$\mathbf{M} = M \angle \alpha. \quad (6.8)$$



Obr. 6.3



Obr. 6.4



Obr. 6.5

Stredná hodnota harmonickej funkcie za polovicu periódy $T/2$ je definovaná obr. 6.4

$$I_s = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m. \quad (6.9)$$

Stredná hodnota teda nezávisí od času a rovná sa výške obdĺžnika so základňou $T/2$, ktorého plocha je taká istá ako plocha vymedzená krivkou a časovou osou. Číselne sa rovná 63,7 % amplitúdy harmonickeho priebehu. Strednú hodnotu merajú magnetoelektrické (deprézské) meracie prístroje (jednosmerné voltmetre, ampérmetre).

Efektívna hodnota harmonickej funkcie je definovaná (obr. 6. 5)

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (6.10)$$

Efektívna hodnota teda nezávisí od času a rovná sa druhej odmocniny z výšky obdĺžnika so základňou T , ktorého plocha sa rovná ploche vymedzenej časovým priebehom kvadrátu i^2 k danej krivke a časovou osou. Číselne sa rovná 70,7 % amplitúdy harmonickeho priebehu. Efektívnu hodnotu merajú ostatné druhy (okrem magnetoelektrických) meracích prístrojov (striedavé voltmetre, ampérmetre, wattmetre). Môžeme ju vyjadriť pomocou strednej hodnoty

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s. \quad (6.11)$$

Impedancia je veličina pre striedavé obvody definovaná podobne ako odpor pri jednosmerných obvodoch s tým rozdielom, že impedancia pri danom harmonickom napätí

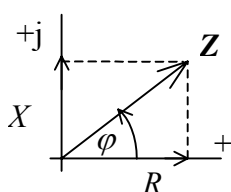
určuje nielen efektívnu hodnotu prúdu, ale aj jeho fázový posun (t. j. časové zaostávanie alebo predbiehanie) vzhľadom na napätie. Znázorňujeme ju ako polohový vektor v komplexnej rovine, pretože je komplexnou veličinou. Pri výpočtoch striedavých obvodov je zvyčajne potrebné prechádzať z jedného tvaru impedancie na iný podľa vzťahov (6.5 až 6.8)

Impedanciu Z a modul impedancie Z určíme nasledovne

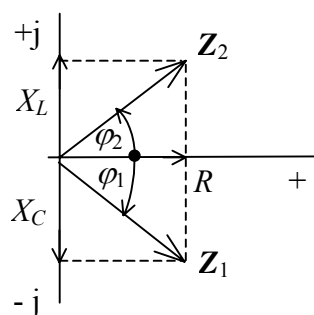
$$\mathbf{Z} = Z e^{j\varphi} = R + jX \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (6.12)$$

kde R je rezistancia (ohmický odpor - reálna časť impedancie) a X je reaktancia (imaginárna časť impedancie). Fáza impedancie φ je súčasne uhlom medzi fázorom napätia, ktoré pôsobí na impedanciu a fázorom prúdu, ktorý prechádza impedanciou (obr. 6.6)

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}. \quad (6.13)$$



Obr. 6.6



Obr. 6.7

Reaktancia kondenzátora (kapacitancia) X_C , resp. cievky (induktancia) X_L závisí nielen od kapacity C kondenzátora, resp. indukčnosti L cievky, ale aj od frekvencie f prúdu (resp. kruhovej frekvencie $\omega = 2\pi f$)

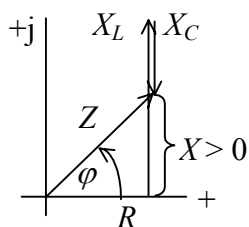
$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L, \quad (6.14)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (6.15)$$

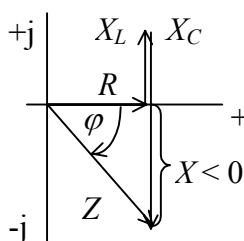
Pritom kapacita kondenzátora spôsobuje fázové posunutie prúdu o 90° pred napätie a indukčnosť cievky o 90° za napätie. Preto v komplexnej rovine (obr. 6.7) reaktanciu kondenzátora X_C kreslíme do smeru zápornej imaginárnej osi a reaktanciu indukčnosti cievky X_L do smeru kladnej imaginárnej osi. Impedancia Z_1 pozostávajúca z kapacitancie kondenzátora a rezistancie (stručne impedancia kapacitného charakteru) je znázornená polohovým vektorom v IV. kvadrante komplexnej roviny, zatiaľ čo impedancia Z_2 induktívneho charakteru (pozostávajúca z indukcie cievky a rezistancie) je znázornená v I. kvadrante komplexnej roviny. Sériové zapojenie rezistora, kondenzátora a cievky má výslednú reaktanciu

$$X = X_L - X_C, \quad (6.16)$$

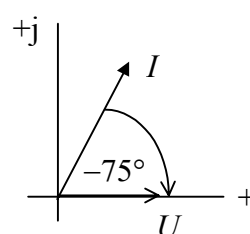
tzn. že reaktancia môže byť kladná (induktívny charakter – I. kvadrant) na obr. 6.8 ak je indukancia cievky väčšia ako kapacitancia kondenzátora, alebo záporná (kapacitný charakter – IV. kvadrant) na obr. 6.9 ak prevláda kapacitancia kondenzátora nad induktanciou cievky.



Obr. 6.8



Obr. 6.9



Obr. 6.10

Ohmov zákon pre striedavý prúd hovorí, že prúd prechádzajúci impedanciou Z je priamo úmerný napätiu na nej a nepriamo úmerný impedancii. Pomocou fázorov s modulom rovným efektívnej hodnote môžeme tento zákon vyjadriť

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{j\varphi}} = Ie^{j(\omega t - \varphi)}. \quad (6.17)$$

Efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho impedanciou je daná pomerom efektívnej hodnote napätia na impedancii a veľkosti impedancie

$$I = \frac{U}{Z}. \quad (6.18)$$

Ohmov zákon môžeme písať v nasledovných tvaroch

$$U = Z \cdot I, \quad I = \frac{U}{Z}, \quad Z = \frac{U}{I}. \quad (6.19)$$

Polohu fázora prúdu vzhľadom na fázor napätia určuje fáza impedancie, a to s ohľadom aj na znamienko. Ak ide napr. o impedanciu kapacitného charakteru s fázou $\varphi = -75^\circ$, potom prúd pri pôsobení napätia, ktorého fázor leží práve v reálnej osi (obr. 6.10)

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{j\varphi}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{-j75^\circ}} = Ie^{j(\omega t + 75^\circ)}$$

bude mať vzhľadom na reálnu os posun $+75^\circ$, teda bude predbiehať napätie o tento uhol.

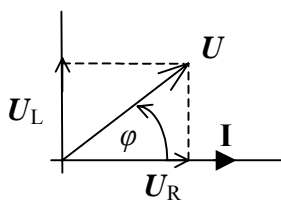
Keďže impedancie možno zapájať do série, paralelne a sériovoparalelne, prípadne zostavovať z nich celé obvody, platí Ohmov zákon pre striedavý prúd tak pre jednotlivé impedancie, ako aj pre komplex impedancií. Potrebné je však dosadzovať príslušné napätie a náhradnú ekvivalentnú impedanciu.

V striedavom elektrickom obvode, ktorý má len činný odpor, platia podobné vzťahy ako pre jednosmerný obvod. Harmonické napätie zdroja U a prúd I nemajú medzi sebou žiaden fázový posun $\varphi = 0$ a impedancia sa rovná ohmickému odporu $Z = R$. Všetky vzorce odvodené pre obvody s jednosmerným prúdom platia aj pre efektívne hodnoty striedavého prúdu v obvode, ktorý má len činný odpor.

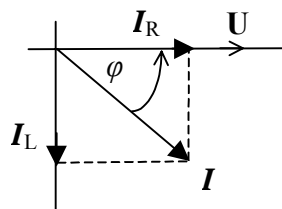
V obvode s ideálnou cievkou (jej činný odpor považujeme za veľmi malý) pri jednosmernom prúde má indukčnosť vplyv iba pri zapnutí alebo vypnutí obvodu. Pri striedavom prúde sa mení magnetické pole cievky a indukuje do vlastných závitov samoindukčné napätie U_L , ktoré smeruje proti napätiu zdroja U . Fázový posun je $\varphi = 90^\circ$, modul impedancie sa rovná reaktancii cievky a prúd I_L sa oneskoruje o 90° za napätím U zdroja.

V obvode s kondenzátorom sa prechodom jednosmerného prúdu kondenzátor pri zapnutí prúdu nabije a na kondenzátore sa vytvorí napätie U_C rovnako veľké ako napätie U jednosmerného zdroja, ale opačného smeru. Po nabití prúd nepreteká, pretože cez izoláciu kondenzátora vodivý prúd neprechádza. Pri striedavom prúde sa kondenzátor striedavo nabíja a vybíja. Prúd a napätie nie sú vo fáze, prúd kondenzátora I_C predstihuje o $\varphi = -90^\circ$ napätie zdroja U .

Pri náhradnom sériovom spojení činného odporu R a indukčnosti cievky prechádza oboma členmi rovnaký prúd I , ktorý na nich vytvorí úbytky napätí U_R , U_L . Ich vektorový súčet sa rovná napätiu zdroja U podľa obr. 6.11. Prúd sa oneskoruje za výsledným napätím o fázový posun φ . Pri náhradnom paralelnom spojení je napätie zdroja U spoločné pre oba členy a má rovnakú fázu ako prúd prechádzajúci ohmickým odporom I_R . V cievke sa prúd oneskoruje o 90° za napätím cievky $U_L = U$. Prúdy vektorovo sčítané sa skladajú do výsledného prúdu I celého obvodu, ktorý sa oneskoruje za napätím U o fázový uhol φ podľa obr. 6.12.



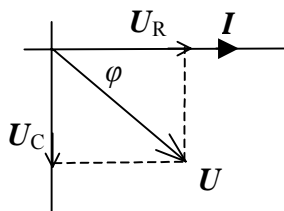
Obr. 6.11



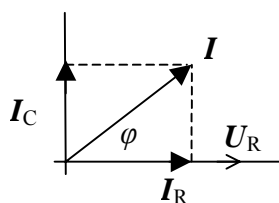
Obr. 6.12

Pri sériovom spojení odporu R a kondenzátora s kapacitou C obvodom prechádza spoločný prúd I cez oba členy, ktorý má rovnakú fázu ako napätie na odpore U_R . Napätie

kondenzátora U_C sa oneskoruje o 90° za prúdom I . Výsledné napätie sa oneskoruje za celkovým prúdom podľa obr. 6.13. Pri paralelnom spojení majú oba členy rovnaké napätie ako napätie zdroja $U = U_C = U_R$, ktoré má rovnakú fázu ako prúd prechádzajúci ohmickým odporom I_R . Prúd prechádzajúci kondenzátorom predbieha napätie U o 90° . Výsledný prúd zložený vektorovo z prúdov I_R , I_C predbieha napätie o fázový posun medzi reaktanciou kondenzátora a ohmickým odporom podľa obr. 6.14. V oboch prípadoch je fázový posun záporný.

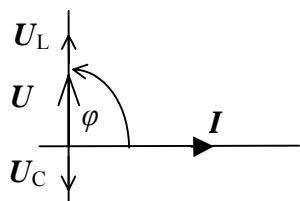


Obr. 6.13

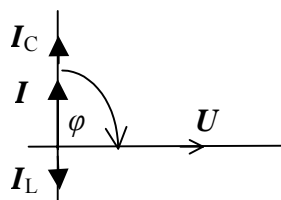


Obr. 6.14

Pri sériovom spojení cievky s indukčnosťou L a kondenzátora s kapacitou C obvodom prechádza spoločný prúd I cez oba členy. Napätie kondenzátora U_C sa oneskoruje o 90° za prúdom I a napätie cievky U_L predbieha prúd o 90° . Napätie na cievke U_L pôsobí v opačnom smere ako napätie na kondenzátore U_C . Pri väčšom napätí na kondenzátore bude sa výsledné napätie oneskorovať za prúdom I a fázový posun bude $\varphi = -90^\circ$, pri väčšom napätí na cievke (obr. 6.15) bude výsledné napätie predbiehať prúd a fázový posun bude $\varphi = +90^\circ$. Pri paralelnom spojení majú oba členy rovnaké napätie ako napätie zdroja $U = U_C = U_L$, a prúdy I_L a I_C pôsobia proti sebe. Výsledný prúd vektorovo zložený z prúdov I_L , I_C bude mať smer väčšieho prúdu. Pri väčšom prúde cievky I_L bude výsledný prúd I zaostávať za napätím U , pri väčšom prúde kondenzátora I_C (obr. 6.16) bude výsledný prúd predbiehať napätie o 90° a fázový posun bude $\varphi = -90^\circ$.



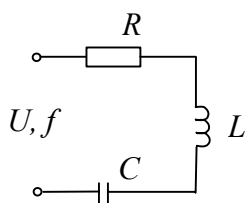
Obr. 6.15



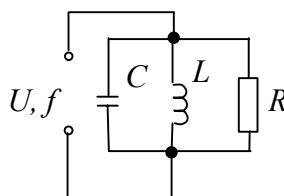
Obr. 6.16

Pri sériovom zapojení všetkých troch členov (obr. 6.17) prechádza obvodom celkový prúd I a jednotlivé úbytky napätí U_R , U_L , U_C sa vektorovo zložia do výsledného napätia U v závislosti od charakteru výslednej impedancie – pri induktívnej impedancii napätie

predbieha prúd o fázový posun φ , pri kapacitnej impedancii, napätie zaostáva za prúdom I . Pri paralelnom zapojení (obr. 6.18) je napätie rovnaké na všetkých členoch a prúd sa rozdelí do troch vetiev. Vektorovo zložený výsledný prúd I zo zložiek I_R , I_L , I_C bude mať smer podľa charakteru výslednej impedancie – pri induktívnej impedancii prúd zaostáva za napätím o fázový posun φ , pri kapacitnej impedancii, prúd predbieha napätie.



Obr. 6.17



Obr. 6.18

Pretože striedavé obvody obsahujú odpory, indukčnosti a kapacity, ktoré z hľadiska odberu elektrickej energie zo zdroja sa správajú rôzne, rozlišujeme aj ich výkony. Odpor má **činný výkon** P , s ktorým sa elektrická energia premieňa na teplo.

Indukčnosť a kapacita (ideálne prvky majú $\varphi_L = 90^\circ$, $\varphi_C = -90^\circ$, reálne prvky majú aj činný odpor, resp. konduktanciu) činný výkon nemajú, ale majú výkon, s ktorým sa elektrická energia mení vratne na energiu magnetického poľa v cievke, resp. energiu elektrického poľa v kondenzátore. Aby sme tento výkon odlišili od predchádzajúceho, nazývame ho **jalový výkon** Q . S ohľadom na opačné znamienka reaktancie (resp. fázového posunu φ) indukčnosti a kapacity prisudzujeme opačné znamienka aj jalovému výkonu indukčnosti a kapacity.

Činný výkon zodpovedá reálnej zložke impedancie (odporu), jalový výkon zodpovedá imaginárnej zložke impedancie (reaktancii). Celej impedancii zodpovedá tzv. **komplexný výkon** S , ktorý je podobne ako impedancia komplexnou veličinou, pretože je súčtom reálnej a imaginárnej zložky. Modul komplexného výkonu sa nazýva **zdanlivý výkon** S . Graficky môžeme tieto pomery znázorniť v komplexnej rovine pre impedanciu induktívneho charakteru (kladná fáza, kladný jalový výkon – obr. 6.19) a pre impedanciu kapacitného charakteru (záporná fáza, záporný jalový výkon – obr. 6.20).

Matematicky veľkosti výkonov môžeme s použitím vzťahov (6.19) vyjadriť pre efektívne hodnoty napätí a prúdov

- zdanlivý výkon

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2 = \frac{U^2}{Z}, \quad (6.20)$$

- činný výkon

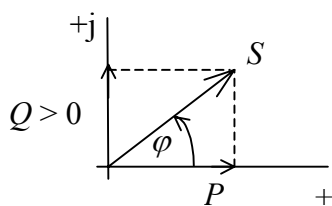
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = Z \cdot I^2 \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z} \cos \varphi = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot R, \quad (6.21)$$

- jalový výkon

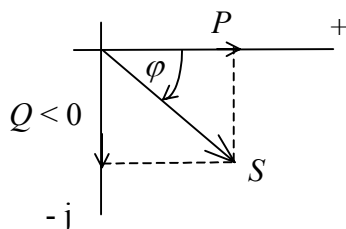
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = Z \cdot I^2 \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot X = \frac{U^2}{Z} \sin \varphi = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot X \quad (6.22)$$

a vzájomne môžeme napísať podľa obr. 6.19, obr. 6.20

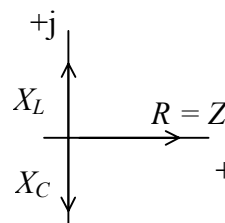
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (6.23)$$



Obr. 6.19



Obr. 6.20



Obr. 6.21

Sériovou rezonanciou nazývame jav, ktorý nastáva pri sériovom zapojení R-L-C prvkov (obr. 6.17) pripojených na zdroj s tzv. rezonančnou frekvenciou, pri ktorej reaktancia cievky sa rovná reaktancii kondenzátora, teda výsledná reaktancia obvodu je nulová. Vtedy celková impedancia dosahuje minimálnu hodnotu rovnú ohmickému odporu rezistora a vzhľadom na zdroj sa správa ako rezistencia (obr. 6.21)

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + j \cdot 0 = R$$

a rezonančnú frekvenciu vypočítame z podmienky rovnosti reaktancií

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \text{odkiaľ vyjadríme} \quad f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (6.24)$$

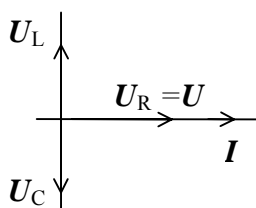
Prúd prechádzajúci impedanciou počas rezonancie dosahuje maximálnu hodnotu obmedzenú iba činným odporom a efektívne hodnoty na jednotlivých prvkoch vypočítame

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}, \quad (6.25)$$

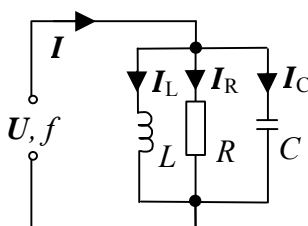
$$U_R = I_{\text{REZ}} \cdot R, \quad U_L = I_{\text{REZ}} \cdot X_L = I_{\text{REZ}} \cdot 2\pi f_{\text{REZ}} \cdot L$$

$$U_C = I_{\text{REZ}} \cdot X_C = I_{\text{REZ}} \cdot \frac{1}{2\pi f_{\text{REZ}} \cdot C}, \quad (6.26)$$

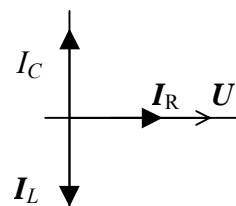
pričom efektívne hodnoty napätí na cievke U_L a kondenzátore U_C sú rovnaké, ale ich fázy sú opačné, teda ich vektorový súčet je nulový a svorkové napätie sa rovná napätiu na rezistore, ako je uvedené na obr. 6.22.



Obr. 6.22



Obr. 6.23



Obr. 6.24

Paralelná rezonancia môže nastať v obvode podľa obr. 6.23, v ktorom kondenzátor a cievka sú paralelne spojené a pripojené na zdroj striedavého napätia U . Prúd I sa rozvetvuje v uzle a cievkou ho prechádza viac pri nižšej frekvencii, pri vyššej frekvencii prechádza väčší prúd kondenzátorom. Pri rezonančnej frekvencii budú efektívne hodnoty prúdov I_L , I_C rovnaké

$$I_C = I_L, \quad (6.27)$$

vtedy bude obvod v stave paralelnej rezonancie. Napätie zdroja U je vo fáze s prúdom I_R prechádzajúcim odporom, prúdy cez cievku I_L a kondenzátor I_C sú rovnako veľké ale opačne orientované a výsledný prúd I sa rovná prúdu prechádzajúcemu ohmickým odporom I_R (obr. 6.24). Rezonančnú frekvenciu po úprave vypočítame

$$\omega_{\text{REZ}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}. \quad (6.28)$$

Rezonančný prúd I_R je vo fáze s napätím zdroja U .

Ohmov zákon platí pre slučku v jednoduchom elektrickom obvode, ktorou prechádza rovnaký prúd a platí aj pre každú slučku zložitého obvodu. V zloženom obvode je v jednotlivých vetvách prúd rôzny a riešime ho **Kirchhoffovými zákonmi**.

Prvý Kirchhoffov zákon pre striedavý prúd sa vzťahuje na uzol siete a pre striedavé prúdy platí v tvare - súčet fázorov prúdov v uzle sa rovná nule

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (6.29)$$

kde I_i je fázor prúdu v i -tej vetve, pre počet n vetiev spojených v uzle.

Druhý Kirchhoffov zákon hovorí, že súčet všetkých fázorov napätí v slučke sa rovná nule

$$\sum_{j=1}^m U_j = 0 \quad (6.30)$$

pre m – počet prvkov v slučke. Pri zostavovaní rovníc platia rovnaké pravidlá ako bolo uvedené pre jednosmerné obvody v 5. kapitole.

6.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 6.2.1. Striedavý prúd zo striedavej siete má frekvenciu $f = 50$ Hz. Aká je perióda (doba jedného cyklu) a uhlová rýchlosť ω ?

Riešenie: Frekvencia je prevrátená hodnota periódy jedného cyklu, preto

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 0,02 \text{ s}.$$

Uhlovú rýchlosť vypočítame z definície (6.3)

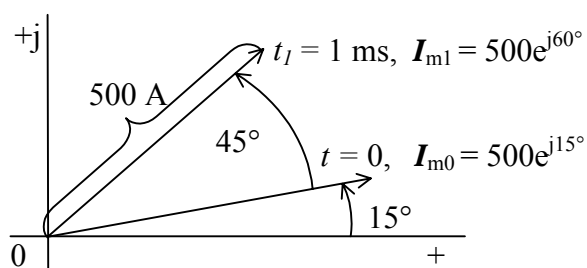
$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Hz} = 314 \text{ rad s}^{-1}.$$

Striedavý prúd frekvencie 50 Hz má periódu 0,02 s a uhlovú rýchlosť 314 rad s^{-1} .

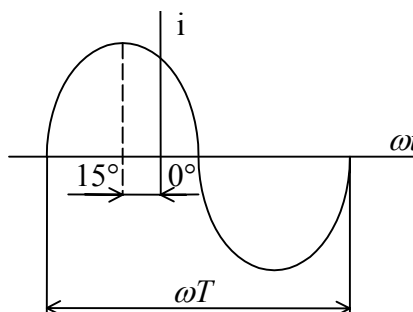
Príklad 6.2.2. Aký je časový priebeh prúdu, ktorého fázor je na obr. 6.25?

Riešenie: Z obr. 6.25 vidno, že veľkosť fázora, t. j. amplitúda prúdu $I_m = 500$ A, v čase $t = 0$ je fázor I_{m0} posunutý vzhľadom na reálnu os o uhol 15° ($\pi/12$) a v čase $t_1 = 0,001$ s je fázor I_{m1} posunutý o ďalších 45° , môžeme napísať

$$\omega t_1 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \quad \omega = \frac{\pi}{4t_1} = \frac{\pi}{4 \cdot 0,001 \text{ s}} = 785 \text{ rad s}^{-1}.$$



Obr. 6.25



Obr. 6.26

Fázor prúdu potom vyjadríme (6.2)

$$I_m = I_m e^{j(\omega t + \varepsilon)} = 500 \cdot e^{j(785t + \pi/12)} \text{ A} = 500 [\cos(785t + \pi/12) + j \sin(785t + \pi/12)] \text{ A}.$$

Harmonická funkcia udávajúca časový priebeh prúdu je (6.1)

$$i = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) = 500 \cdot \cos(785 \cdot t + \pi/12) \text{ A}.$$

Frekvenciu a zodpovedajúci čas periódy prúdu zistíme zo vzťahov (6.3)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{785}{2\pi} \text{ Hz} = 125 \text{ Hz}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{125 \text{ Hz}} = 8 \text{ ms}.$$

Na obr. 6.26 je časový priebeh prúdu s frekvenciou 125 Hz.

Príklad 6.2.3. Vyjadrite v zložkovom, trigonometrickom, exponenciálnom a verzorovom tvare polohový vektor \mathbf{M} daný v komplexnej rovine podľa obr. 6.27.

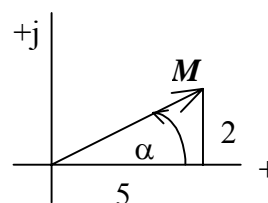
Riešenie: Na obr. 6.27 sú dané veľkosti zložiek polohového vektora $\operatorname{Re} \mathbf{M} = 5$, $\operatorname{Im} \mathbf{M} = 2$. Veľkosť polohového vektora vypočítame z daných veľkostí zložiek (6.5)

$$M = \sqrt{(\operatorname{Re} \mathbf{M})^2 + (\operatorname{Im} \mathbf{M})^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5,39.$$

Fázu a príslušné goniometrické funkcie vypočítame

$$\cos \alpha = \frac{\operatorname{Re} \mathbf{M}}{M} = \frac{5}{5,39} = 0,93, \Rightarrow \alpha = 22^\circ,$$

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{Im} \mathbf{M}}{M} = \frac{2}{5,39} = 0,37.$$



Obr. 6.27

Polohový vektor vyjadríme podľa (6.4 – 6.8)

- v zložkovom tvare $\mathbf{M} = 5 + j2$,
- v trigonometrickom tvare $\mathbf{M} = M(\cos \alpha + j \sin \alpha) = 5,39(0,93 + j \cdot 0,37)$,
- v exponenciálnom tvare $\mathbf{M} = M \cdot e^{j\alpha} = 5,39 \cdot e^{j22^\circ}$,
- vo verzorovom tvare $\mathbf{M} = M \angle \alpha = 5,39 \angle 22^\circ$.

Príklad 6.2.4. Aký tvar by mal Jouleov zákon, keby sme k jeho vyjadreniu použili strednú hodnotu striedavého (harmonického) prúdu?

Riešenie: Jouleov zákon pre striedavý prúd $P = R \cdot I^2$,

má rovnakú formu ako pre jednosmerný vtedy, ak je striedavý prúd vyjadrený efektívnou hodnotou, ktorú vyjadríme pomocou strednej hodnoty (6.11)

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s,$$

$$P = R \cdot I_{\text{ef}}^2 = R \left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_s \right)^2 = 1,24 \cdot R \cdot I_s^2.$$

Zo vzťahu vyplýva, že Jouleov zákon by sa pri použití strednej hodnoty striedavého prúdu zmenil iba násobkom 1,24.

Príklad 6.2.5. Magnetoelektrický ampérmeter s dvojcestným usmerňovačom ukazuje hodnotu prúdu $I_s = 100$ A. Aká je efektívna hodnota prúdu?

Riešenie: Použijeme vzorec pre výpočet efektívnej hodnoty prúdu (6.10)

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 100 \text{ A} = 111,07 \text{ A}.$$

Príklad 6.2.6. Ručička voltmetra ukazuje hodnotu striedavého napätia 150 V. Akú veličinu ukazuje? Aká je maximálna hodnota meraného napätia?

Riešenie: Voltmeter ukazuje efektívnu hodnotu striedavého napätia. Maximálna hodnota striedavého napätia podľa vzťahu (6.10) je

$$U_m = U_{ef} \cdot \sqrt{2} = 150 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 212 \text{ V}.$$

Pri frekvencii $f = 50 \text{ Hz}$ dosiahne striedavé napätie špičkovú hodnotu 100-krát za sekundu. Pri nameranej efektívnej hodnote striedavého napätia je maximálna hodnota napätia 212 V.

Príklad 6.2.7. Ampérmeter ukázal hodnotu 20 A. Aká je maximálna a stredná hodnota?

Riešenie: Ampérmeter ukazuje efektívnu hodnotu $I_{ef} = 20 \text{ A}$. Maximálna hodnota je daná vzťahom (6.10)

$$I_m = I_{ef} \cdot \sqrt{2} = 20 \text{ A} \cdot \sqrt{2} = 28,3 \text{ A}.$$

Stredná hodnota podľa (6.9)

$$I_s = \frac{2}{\pi} \cdot I_m = 0,637 \cdot I_m = 0,637 \cdot 28,3 \text{ A} = 18 \text{ A}.$$

Pri efektívnej hodnote striedavého prúdu 20 A je maximálna hodnota 28,3 A a stredná hodnota striedavého prúdu 18 A.

Príklad 6.2.8. V rovnorodom magnetickom poli s indukciou $B = 0,8 \text{ T}$ sa pohybuje obdĺžniková cievka so 40 závitmi, s rozmermi $15 \times 10 \text{ cm}$, ktorá sa otáča rýchlosťou 1200 otáčok za minútu. Aká je maximálna stredná a efektívna hodnota indukovaného napätia v cievke? Aká bola efektívna hodnota prúdu pri spojení cievky cez ampérmeter, t. j. pri spojení nakrátko, keď prierez drôtu cievky je $0,07 \text{ mm}^2$, $\rho = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$?

Riešenie: Maximálne indukované napätie v cievke závisí od uhlovej frekvencie, od počtu závitov, veľkosti magnetickej indukcie a rozmerov závitov

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N = 2\pi f \cdot B \cdot S \cdot N = 2\pi \frac{1200 \text{ ot}}{60 \text{ s}} \cdot 0,8 \text{ T} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 40 = 60,32 \text{ V}.$$

Strednú a efektívnu hodnotu vypočítame podľa (6.9, 6.10)

$$U_s = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 \cdot 60,32 \text{ V} = 38,4 \text{ V},$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot 60,32 \text{ V} = 42,6 \text{ V}.$$

Pri spojení nakrátko, pri známom priereze drôtu z danej efektívnej hodnoty napätia, odporu drôtu cievky a Ohmovho zákona vypočítame efektívnu hodnotu prúdu

$$I = \frac{U}{40 \cdot R_{ZAV}} = \frac{U}{40} \cdot \frac{S}{\rho \cdot \ell} = \frac{42,6 \text{ V}}{40} \cdot \frac{0,07 \text{ mm}^2}{0,0178 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \cdot 2(0,1 + 0,15) \text{ m}} = 8,38 \text{ A}.$$

Príklad 6.2.9. Vypočítajte impedanciu Z_{AB} pozostávajúcu z ohmického odporu $R = 50 \Omega$, indukčnosti $L = 0,15 \text{ H}$ a kapacity $C = 30 \mu\text{F}$ pripojenej k zdroju harmonického napätia $f = 100 \text{ Hz}$, ak sú zapojené

a) do série – obr. 6.17

b) paralelne – obr. 6.18

Riešenie: a) Pre zapojenie do série môžeme dosadiť do vzťahu pre impedanciu (6.12) veľkosti jej zložiek (6.14, 6.15)

$$Z_{AB} = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\left(2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C}\right),$$

$$Z_{AB} = 50 + j\left(2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 0,15 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right) = 50 \Omega + j \cdot 41,2 \Omega.$$

Veľkosť a fáza impedancie bude

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(50 \Omega)^2 + (41,2 \Omega)^2} = 64,79 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{Z} = \arctg \frac{41,2 \Omega}{64,79 \Omega} = 40^\circ.$$

Kedže impedancia má induktívny charakter, prúd sa oneskoruje za napätím o uhol φ .

b) Pri paralelnom zapojení impedanciu vypočítame

$$Z_{AB} = \left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \right]^{-1} = \left[\frac{1}{R} + j\left(2\pi f \cdot C - \frac{1}{2\pi f \cdot L}\right) \right]^{-1},$$

$$Z_{AB} = \left[\frac{1}{50 \Omega} + j\left(2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F} - \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 0,15 \text{ H}}\right) \right]^{-1} = 42,7 - j \cdot 17,6 \Omega.$$

Veľkosť a fáza impedancie bude

$$Z = \sqrt{\text{Re } Z^2 + \text{Im } Z^2} = \sqrt{(42,7 \Omega)^2 + (-17,6 \Omega)^2} = 46,18 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-17,6 \Omega}{42,7 \Omega} = -22^\circ.$$

Impedancia má kapacitný charakter $\varphi < 0$, tzn. že napätie zaostáva za prúdom o uhol 22° .

Príklad 6.2.10. Aká je reaktancia cievky s indukčnosťou $L = 50 \text{ mH}$ pri frekvencii 100 Hz ?

Riešenie: Z definície veľkosti reaktancie cievky (induktancie) môžeme napísať (6.14)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 31,4 \Omega.$$

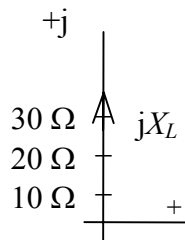
Reaktancia cievky veľkosti $31,4 \Omega$ je zobrazená na obr. 6.28.

Príklad 6.2.11. Akú reaktanciu má kondenzátor s kapacitou $20 \mu\text{F}$ pri frekvencii 100 Hz ?

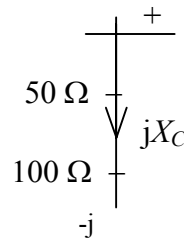
Riešenie: Z definície reaktancie kondenzátora môžeme napísať (6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 79,58 \Omega.$$

Reaktancia kondenzátora veľkosti $79,58 \Omega$ je znázornená na obr. 6.29.



Obr. 6.28



Obr. 6.29

Príklad 6.2.12. Kondenzátor s kapacitou $10 \mu\text{F}$ je pripojený na striedavé napätie hodnôt 220 V , 50 Hz . Aká je efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho kondenzátorom?

Riešenie: Efektívnu hodnotu podľa vzťahu (6.10, 6.15) vypočítame

$$I_{\text{ef}} = I_C = \frac{U}{X_C} = U \left(\frac{1}{\omega C} \right)^{-1} = U \cdot \omega C = U \cdot 2\pi f \cdot C$$

$$I_{\text{ef}} = 220 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 0,69 \text{ A}.$$

Efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho kondenzátorom je $0,69 \text{ A}$.

Príklad 6.2.13. Akú reaktanciu má pre rôzne frekvencie 10^2 , 10^3 a 10^6 Hz , kondenzátor veľkosti $10\,000 \text{ pF}$?

Riešenie: Z definície (6.15) pre reaktanciu kondenzátora platí

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot C} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \frac{1}{f} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1}.$$

Dosadíme frekvencie

$$f_1 = 10^2 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C1} = \frac{1}{10^2 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 159 \text{ k}\Omega,$$

$$f_1 = 10^3 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C2} = \frac{1}{10^3 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 15,9 \text{ k}\Omega,$$

$$f_1 = 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C3} = \frac{1}{10^6 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 15,9 \Omega.$$

Pre vyššie frekvencie sú reaktancie kondenzátora menšie.

Príklad 6.2.14. Na impedanciu zloženú z činného odporu $R = 5 \Omega$ a indukčnosti $L = 10 \text{ mH}$ cievky podľa obr. 6.30 pôsobí napätie s frekvenciou 50 Hz . Vypočítajte veľkosť a fázu impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Impedancia pozostáva z dvoch prvkov zapojených v sérii (6.14)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 3,14 \Omega.$$

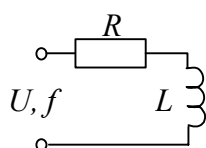
Veľkosť impedancie potom vypočítame (6.12)

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(5 \Omega)^2 + (3,14 \Omega)^2} = 5,9 \Omega.$$

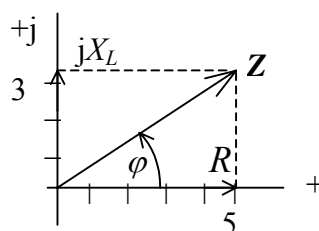
Zo známych členov vypočítame fázu impedancie (6.13)

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{3,14 \Omega}{5 \Omega} = 32^\circ.$$

Výsledná impedancia RL veľkosti 5,9 Ω a fázou 32° je graficky znázornená na obr. 6.31.



Obr. 6.30



Obr. 6.31

Príklad 6.2.15. Cievka má ohmický odpor $R = 40 \Omega$. Po jej pripojení na sieť s napätím 220 V, 50 Hz cez ňu prechádza prúd $I = 2 \text{ A}$. Aká je indukčnosť L cievky?

Riešenie: Z Ohmovho zákona pre daný prúd a napätie vieme vypočítať veľkosť celkovej impedancie cievky (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 110 \Omega.$$

Reaktanciu cievky potom môžeme vyjadriť (6.12)

$$X = X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(110 \Omega)^2 - (40 \Omega)^2} = 102,47 \Omega.$$

Indukčnosť cievky bude zo vzťahu (6.14)

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{102,47 \Omega}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 0,326 \text{ H}.$$

Indukčnosť cievky je 0,326 H.

Príklad 6.2.16. Aká musí byť frekvencia napätia pôsobiaceho na ohmický odpor R a indukčnosť cievky L zapojených v sérii (obr. 6.30), aby impedanciou prechádzal prúd I ?

Riešenie: Musíme poznať efektívnu hodnotu napätia ktoré pôsobí na danú impedanciu a môžeme potom použiť Ohmov zákon pre efektívnu hodnotu striedavého prúdu a vzťah pre veľkosť impedancie (6.18, 6.12)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}}$$

Úpravou rovnice dostaneme výsledný vzťah pre hľadanú frekvenciu.

$$f = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$$

Príklad 6.2.17. Cievka elektromagnetu má činný odpor $R = 21 \Omega$ a po pripojení na sieťové napätie $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$ ukáže ampérmeter hodnotu 2 A . Aká je veľkosť impedancie, reaktancia a indukčnosť cievky? Aká je fáza impedancie cievky?

Riešenie: Modul impedancie vypočítame z Ohmovho zákona pre striedavý prúd (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 110 \Omega.$$

Impedancia je zložená z činného odporu cievky a reaktancie cievky, ktorú vyjadríme (6.12)

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(110 \Omega)^2 - (21 \Omega)^2} = 107,98 \Omega.$$

Indukčnosť cievky závisí od frekvencie podľa (6.14)

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{107,98 \Omega}{2\pi f} = 343,71 \text{ H}.$$

Fázový posun (6.13) vypočítame z pravouhlého trojuholníka

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \frac{107,98 \Omega}{21 \Omega} = 79^\circ.$$

Cievka elektromagnetu má indukčnosť $343,71 \text{ H}$, fáza impedancie je 79° , modul impedancie cievky je 110Ω , reaktancia cievky je $107,98 \Omega$.

Príklad 6.2.18. Aký prúd potečie v obvode cez impedanciu RC zapojených v sérii (obr. 6.32), ak frekvencia je 100 Hz , $R = 20 \Omega$, $C = 46 \mu\text{F}$ a efektívna hodnota napätia $U = 400 \text{ V}$?

Riešenie: Reaktanciu kondenzátora vieme vypočítať z definície (6.15)

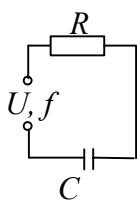
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 46 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 34,6 \Omega.$$

Veľkosť impedancie potom bude (6.12)

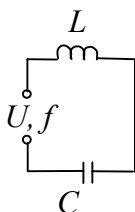
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(20 \Omega)^2 + (34,6 \Omega)^2} = 39,96 \Omega.$$

Efektívna hodnota prúdu je daná pomocou Ohmovho zákona pre striedavý prúd (6.18)

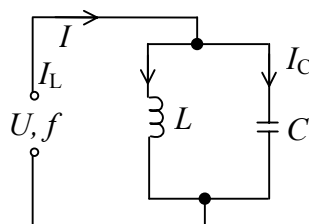
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{400 \text{ V}}{39,96 \Omega} = 10,01 \text{ A}.$$



Obr. 6.32



Obr. 6.33



Obr. 6.34

Príklad 6.2.19. Striedavý obvod (obr. 6.33) sa skladá z indukčnosti $L = 4 \text{ H}$ sériovo spojenou s kapacitou $C = 8 \text{ } \mu\text{F}$ (obr. 6.33) a je pripojený na sieť s efektívnou hodnotou napätia $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Cievka má nepatrný činný odpor, ktorý zanedbáme. Určte modul impedancie obvodu, efektívnu hodnotu prúdu, fázový posun a efektívnu hodnotu napätia na jednotlivých členoch impedancie.

Riešenie: Modul impedancie (6.12) pri zanedbateľnom činnom odpore je daný

$$Z = |X| = |X_L - X_C| = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right| = \left| 2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C} \right|$$

$$Z = \left| 2\pi \cdot 50 \text{ } \Omega \cdot 4 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \right| = |1256,64 \text{ } \Omega - 397,89 \text{ } \Omega| = 858,75 \text{ } \Omega.$$

Efektívna hodnota prúdu z definície impedancie (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{858,75 \text{ } \Omega} = 0,256 \text{ A}.$$

Fáza impedancie (fázový posun) je podľa (6.13)

$$\sin \varphi = \frac{X}{Z} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 90^\circ.$$

Fázory napätí na cievke U_L a kondenzátore U_C sú orientované proti sebe a fázový posun je $\varphi = +90^\circ$, preto pre efektívnu hodnotu U napätia siete platí $U = U_L - U_C$.

Kedže efektívna hodnota U_L na cievke (6.18, 6.14) je

$$U_L = I \cdot Z = I \cdot \omega \cdot L = 0,256 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \text{ H} = 321,7 \text{ V}$$

bude efektívna hodnota U_C na kondenzátore

$$U_C = U_L - U = 321,7 \text{ V} - 220 \text{ V} = 101,7 \text{ V}.$$

Výsledná impedancia má induktívny charakter.

Príklad 6.2.20. Kondenzátor s kapacitou $8 \text{ } \mu\text{F}$ a cievkou s indukčnosťou 4 H spojíme paralelne podľa obr. 6.34 v obvode napájanom sieťovým napätím 220 V , 50 Hz . Vypočítajte veľkosť impedancie obvodu a prúd pretekajúci obvodom, kondenzátorom a cievkou.

Riešenie: Zo zapojenia vidno, že napätie na kondenzátore je rovnako veľké ako na cievke. Pomocou Ohmovho zákona (6.12) môžeme vypočítať efektívne hodnoty jednotlivých prúdov prechádzajúcich jednotlivými členmi

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U \cdot \omega C = U \cdot 2\pi f \cdot C = 220 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 8 \mu\text{F} = 0,55 \text{ A},$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega \cdot L} = \frac{U}{2\pi f \cdot L} = \frac{220 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \text{ H}} = 0,18 \text{ A}.$$

Fázory prúdov I_C , I_L majú opačné smery, preto sa efektívna hodnota výsledného prúdu rovná rozdielu efektívnych hodnôt prúdov kondenzátora a cievky

$$I = I_C - I_L = 0,55 \text{ A} - 0,18 \text{ A} = 0,37 \text{ A}.$$

Modul impedancie vypočítame z definície (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,37 \text{ A}} = 595 \Omega.$$

Impedanciou prechádza prúd efektívnej hodnoty 0,37 A, kondenzátorom prechádza prúd 0,55 A a cievkou prúd 0,18 A. Keďže $I_C > I_L$, bude fázor napätia U zaostávať za fázorom prúdu I o 90° . Impedancia má kapacitný charakter, fázový posun $\varphi = -90^\circ$.

Príklad 6.2.21. Na impedanciu (obr. 6. 17) zloženú z činného odporu $R = 8 \Omega$, cievky s indukčnosťou $L = 10 \text{ mH}$ a kondenzátora kapacity $C = 300 \mu\text{F}$ zapojených do série, pôsobí napätie s frekvenciou 50 Hz. Vypočítajte veľkosť a fázu výslednej impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Z daných prvkov impedancie vieme vypočítať jednotlivé reaktancie (6.14, 6.15)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 3,14 \Omega,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 300 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 10,61 \Omega.$$

Reaktancie X_C , X_L pôsobia proti sebe a výsledná reaktancia bude

$$X = X_L - X_C = 3,14 \Omega - 10,61 \Omega = -7,47 \Omega.$$

Pretože reaktancia kondenzátora má väčšiu hodnotu, výsledná reaktancia je záporná a impedancia má kapacitný charakter. Veľkosť impedancie potom vypočítame

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(8 \Omega)^2 + (-7,47 \Omega)^2} = 10,95 \Omega.$$

Fázu impedancie vypočítame z jeho definície a pretože impedancia má kapacitný charakter, tzn. že leží v IV. kvadrante, kreslíme ho v zápornom smere

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{-7,47 \Omega}{8 \Omega} = -43^\circ.$$

Impedancia veľkosti $10,95 \Omega$, fázy -43° a kapacitného charakteru je znázornená na obr. 6.9.

Príklad 6.2.22. Impedancia pozostáva z ohmického odporu $R = 4 \Omega$, cievky s reaktanciou $X_L = 7 \Omega$ a z kondenzátora s reaktanciou $X_C = 2 \Omega$, pričom všetky tri prvky sú zapojené do série (obr. 6.17). Vypočítajte modul impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Výsledná reaktancia je daná rozdielom jednotlivých reaktancií, pretože indukčná reaktancia je väčšia, celková impedancia bude indukčného charakteru (6.16)

$$X = X_L - X_C = 7 \Omega - 2 \Omega = 5 \Omega.$$

Veľkosť a fázu impedancie určíme (6.12, 6.13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(4 \Omega)^2 + (5 \Omega)^2} = 6,4 \Omega,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{5 \Omega}{4 \Omega} = 51^\circ.$$

Výsledná impedancia má veľkosť $6,4 \Omega$, fázu 51° , indukčný charakter a preto leží v prvom kvadrante komplexnej roviny (obr. 6. 8).

Príklad 6.2.23. Aké je napätie na svorkách impedancie pozostávajúcej z ohmického odporu $R = 100 \Omega$, indukčnosti cievky $L = 0,8 \text{ H}$ a kapacity kondenzátora $C = 5 \mu\text{F}$ (obr. 6. 17), ak napätie na odpore je $U_R = 50 \text{ V}$, 50 Hz ? Nakreslite fázorový diagram.

Riešenie: Zo známeho napätia na ohmickom odpore a veľkosti odporu vieme vypočítať efektívnu hodnotu prúdu ktorý prechádza odporom (6.18)

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{50 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,5 \text{ A}.$$

Pretože prvky sú zapojené v sérii, ten istý prúd bude prechádzať celým obvodom. Môžeme vypočítať napätie na celej impedancii, ale musíme poznať veľkosť celkovej impedancie. Najprv vypočítame reaktanciu (6.14, 6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 636,62 \Omega$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,8 \text{ H} = 251,33 \Omega.$$

Výsledná impedancia bude kapacitného charakteru, pretože kapacitná reaktancia X_C je väčšia ako indukčná X_L , preto bude impedancia orientovaná do IV. kvadrantu (6.12)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100 \Omega)^2 + (251,33 \Omega - 636,62 \Omega)^2} = 398,06 \Omega.$$

Napätie na svorkách impedancie potom vypočítame (6.18)

$$U = I \cdot Z = 0,5 \text{ A} \cdot 398,06 \Omega = 199,03 \text{ V}$$

Aby sme mohli nakresliť fázorový diagram potrebujeme vedieť aj veľkosť fázy impedancie

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{251,33 \Omega - 636,62 \Omega}{100 \Omega} = -75^\circ.$$

Na svorkách impedancie je napätie 199,03 V. Fázorový diagram je na obr. 6.35.

Príklad 6.2.24. Dané sú okamžité hodnoty harmonického napätia a prúdu spotrebiča $u(t) = 210 \cos 314 t$ [V], $i(t) = 8 \cos (314 t + 30^\circ)$ [A]. Určte jednotlivé výkony spotrebiča.

Riešenie: Z okamžitých hodnôt harmonického napätia a prúdu môžeme vyjadriť fázory napätia U a prúdu I v okamihu $t = 0$ (6.10) a fázový posun

$$U = \frac{210 \text{ V}}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ}, \quad I = \frac{8 \text{ A}}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ}, \quad \varphi = -30^\circ.$$

Spotrebič sa správa ako kapacitná impedancia, pretože prúd predbieha napätie o uhol 30° podľa obr. 6.35. Zdanlivý výkon môžeme vypočítať (6.20) z efektívnych hodnôt napätia a prúdu

$$S = U \cdot I = \frac{210}{\sqrt{2}} \text{ V} \cdot \frac{8}{\sqrt{2}} \text{ A} = 840 \text{ VA}$$

činný a jalový výkon potom dostaneme (6.21, 6.22)

$$P = S \cdot \cos \varphi = 840 \text{ VA} \cdot \cos (-30^\circ) = 727,46 \text{ W}$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 840 \text{ VA} \cdot \sin (-30^\circ) = -420 \text{ VAr},$$

kde jalový výkon Q je záporný. Okamžitý výkon je

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 210 \cos 314 t \cdot 8 \cos (314 t + 30^\circ) \text{ W}.$$

Na úpravu súčinnu musíme použiť vzťah

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

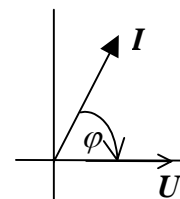
a po úprave dostaneme

$$p(t) = 840 \text{ W} \cos (628 t + 30^\circ) + 840 \text{ W} \cos (-30^\circ)$$

$$p(t) = 840 \text{ W} \cos (628 t + 30^\circ) + 727,46 \text{ W}.$$

Na spotrebiči bude maximálny výkon ak $\cos = 1$

$$p_{\text{MAX}} = (840 \cdot 1 + 727,46) \text{ W} = 1567,46 \text{ W}.$$



Obr. 6.35

Príklad 6.2.25. K zdroju harmonického napätia, ktorého efektívna hodnota je 220 V sú pripojené paralelne dva spotrebiče indukčného charakteru. Meraním sme zistili efektívne

hodnoty prechádzajúceho prúdu $I_1 = 6 \text{ A}$, $I_2 = 4 \text{ A}$, a činných výkonov $P_1 = 792 \text{ W}$, $P_2 = 748 \text{ W}$. Určte celkový činný, jalový a zdanlivý výkon, účinník a celkový prúd obvodu.

Riešenie: Zo zadaných hodnôt vieme vypočítať fázy impedancií oboch spotrebičov

$$\varphi_1 = \arccos \frac{P_1}{U \cdot I_1} = \arccos \frac{792 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 6 \text{ A}} = 53^\circ,$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{P_2}{U \cdot I_2} = \arccos \frac{748 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 4 \text{ A}} = 32^\circ.$$

Činný a jalový výkon sú vektorové zložky komplexného výkonu. Celkový činný a jalový výkon je daný súčtom činných (jalových) výkonov jednotlivých spotrebičov

$$P = P_1 + P_2 = 792 \text{ W} + 748 \text{ W} = 1540 \text{ W},$$

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Jalové výkony si vyjadríme pomocou zdanlivého a zadaného činného výkonu (6.20, 6.21)

$$Q_1 = S_1 \cdot \sin \varphi_1 = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} \cdot \sin \varphi_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$$

a pre celkový jalový výkon môžeme napísať

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + P_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 792 \text{ W} \cdot \operatorname{tg} 53^\circ + 748 \text{ W} \cdot \operatorname{tg} 32^\circ = \\ &= 1051 \text{ VAr} + 467 \text{ VAr} = 1518 \text{ VAr}. \end{aligned}$$

Oba spotrebiče sú induktívne, tzn. že celkový jalový výkon je kladný. Celkový zdanlivý výkon môžeme podľa (6.23) vypočítať

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(1540 \text{ W})^2 + (1518 \text{ VAr})^2} = 2162 \text{ VA}.$$

Celkový účinník môžeme vypočítať z definície celkového činného výkonu podľa (6.21)

$$\varphi = \arccos \frac{P}{S} = \arccos \frac{1540 \text{ W}}{2162 \text{ VA}} = 45^\circ$$

a efektívna hodnota celkového prúdu z definície celkového zdanlivého výkonu podľa (6.20)

$$I = \frac{S}{U} = \frac{2162 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 9,83 \text{ A}.$$

V obvode bude pretekať prúd efektívnej hodnoty 9,83 A.

Príklad 6.2.26. Cievka má ohmický odpor $R = 40 \Omega$, indukčnosť $L = 0,33 \text{ H}$. Pôsobí na ňu napätie $U = 220 \text{ V}$, 50 Hz. Aké sú jej výkonové pomery?

Riešenie: Aby sme mohli vypočítať výkon cievky, musíme vedieť veľkosť a fázu jej celkovej impedancie. Z definície môžeme vypočítať (6.12, 13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2} = \sqrt{(40 \Omega)^2 + (2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,33 \text{ H})^2} = 111,12 \Omega,$$

$$\varphi = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{40 \Omega}{111,12 \Omega} = \arccos 0,360 = 69^\circ, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 0,933.$$

Efektívna hodnota prúdu, ktorý prechádza impedanciou je (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{111,12 \Omega} = 1,98 \text{ A}.$$

Cievka má tieto výkonové pomery podľa (6.20, 6.21, 6.22)

zdanlivý výkon

$$S = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 1,98 \text{ A} = 435,6 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 435,6 \text{ VA} \cdot 0,360 = 156,82 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = 435,6 \text{ VA} \cdot 0,933 = 406,41 \text{ VAr}.$$

Príklad 6.2.27. Aké napätie by sme museli priviesť na cievku z predchádzajúceho príkladu 6.2.26, aby činný výkon stúpol na 300 W?

Riešenie: Vyjadríme si činný výkon z definície a použitím vzťahov dostaneme (6.19, 6.21)

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \dot{U} \cdot \frac{U}{Z} \cdot \frac{R}{Z} = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot R.$$

Úpravou rovnice vyjadríme hľadané napätie

$$U = Z \sqrt{\frac{P}{R}} = 111,12 \Omega \sqrt{\frac{300 \text{ W}}{40 \Omega}} = 304,31 \text{ V}.$$

Aby na cievke s $R = 40 \Omega$, $L = 0,33 \text{ H}$ bol činný výkon 300 W, musíme ju pripojiť na napätie efektívnej hodnoty 304,31 V, frekvencie 50 Hz.

Príklad 6.2.28. Impedancia pozostávajúca z R-L-C v sérii z veľkostí členov $R = 100 \Omega$, $L = 0,8 \text{ H}$, $C = 5 \mu\text{F}$ (obr. 6.17), je pripojená na napätie $U = 200 \text{ V}$, 50 Hz. Aké sú jej výkonové pomery?

Riešenie: Aby sme mohli vypočítať výkonové pomery cievky, musíme poznať veľkosť a fázu celkovej impedancie. Z definície môžeme vypočítať (6.14, 6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 636,62 \Omega,$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,8 \text{ H} = 251,33 \Omega.$$

Výsledná impedancia bude kapacitného charakteru, pretože kapacitná reaktancia je väčšia ako indukčná X_L a podľa (6.12, 6.13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100 \Omega)^2 + (251,33 \Omega - 636,62 \Omega)^2} = 398,06 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{251,33 \Omega - 636,62 \Omega}{100 \Omega} = -75^\circ.$$

Impedancia je orientovaná do IV. kvadrantu, $\sin \varphi$ bude záporný

$$\cos(-75^\circ) = 0,251 \quad \Rightarrow \quad \sin(-75^\circ) = -0,968.$$

Prúd ktorý prechádza impedanciou je podľa (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200 \text{ V}}{398,06 \Omega} = 0,5 \text{ A}.$$

Impedancia má tieto výkonové pomery (6.20, 6.21, 6.22)

$$S = U \cdot I = 200 \text{ V} \cdot 0,5 \text{ A} = 100 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 100 \text{ VA} \cdot 0,251 = 25,1 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = 100 \text{ VA} \cdot (-0,968) = -96,8 \text{ VAr}$$

Pretože impedancia má kapacitný charakter, jalový výkon má záporné znamienko.

Príklad 6.2.29. Obvod pozostávajúci z R-L-C v sérii (obr. 6.17) je pripojený na zdroj s konštantnou frekvenciou $f = 200 \text{ Hz}$. Kapacita kondenzátora je $C = 1 \mu\text{F}$. Hodnotu indukčnosti cievky treba nastaviť tak, aby sa obvod dostal do rezonancie. Vypočítajte hodnotu indukčnosti L .

Riešenie: Rezonančná frekvencia je definovaná vzťahom (6.24), z ktorého môžeme vyjadriť

$$f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{(2\pi f_{\text{REZ}})^2 \cdot C}.$$

Dosadením dostaneme hodnotu indukčnosti L

$$L = \frac{1}{(2\pi f_{\text{REZ}})^2 \cdot C} = \frac{1}{(2\pi \cdot 200 \text{ Hz})^2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,633 \text{ H}.$$

Indukčnosť cievky musí mať hodnotu 0,633 H aby sa obvod dostal do rezonancie.

Príklad 6.2.30. Obvod pozostávajúci z R-L-C zapojených v sérii ($R = 20 \Omega$, $L = 0,3 \text{ H}$, $C = 3 \mu\text{F}$) je pripojený na zdroj s napätím $U = 380 \text{ V}$ (obr. 6.17). Vypočítajte hodnotu rezonančnej frekvencie, prúd a napätie na indukčnosti.

Riešenie: Rezonančná frekvencia je daná (6.24)

$$f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,3 \text{ H} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 167,76 \text{ Hz}.$$

Prúd a napätie na indukčnosti pri rezonančnej frekvencii vypočítame (6.25, 6.26)

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{R} = \frac{380 \text{ V}}{20 \Omega} = 19 \text{ A},$$

$$U_L = I_{\text{REZ}} \cdot X_L = I_{\text{REZ}} \cdot 2\pi f_{\text{REZ}} \cdot L = 19 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 167,76 \text{ Hz} \cdot 0,3 \text{ H} = 6 \text{ kV}.$$

Rezonancia nastane pri frekvencii 167,76 Hz a indukčnosťou bude prechádzať prúd s efektívnou hodnotou 19 A, a napätie na indukčnosti bude 6 kV.

Príklad 6.2.31. Sériový obvod obsahuje rezistanciu 5Ω , cievku s indukčnosťou 1 H , kondenzátor $4 \mu\text{F}$ a zdroj striedavého napätia 50 V , 50 Hz (obr. 6.17). Vypočítajte modul impedancie obvodu, prúd prechádzajúci obvodom a úbytky napätí na jednotlivých odporoch. Aký prúd potečie obvodom pri rezonancii?

Riešenie: Reaktanciu a modul impedancie vypočítame podľa (6.12, 6.14, 6.15, 6.16)

$$X = X_L - X_C = 2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C} = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \mu\text{F}} = 314 \Omega - 796 \Omega,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(5 \Omega)^2 - (314 \Omega - 796 \Omega)^2} = 482 \Omega$$

a prúd prechádzajúci obvodom je daný veľkosťou celkovej impedancie (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50 \text{ V}}{482 \Omega} = 0,104 \text{ A}.$$

Úbytok napätia na činnom odpore závisí od hodnôt odporu a prúdu

$$U_R = I \cdot R = 0,104 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 0,52 \text{ V}.$$

Úbytok napätia na cievke, ktorej činný odpor zanedbávame bude

$$U_L = I \cdot X_L = 0,104 \text{ A} \cdot 314 \Omega = 32,7 \text{ V}.$$

Úbytok napätia na kondenzátore

$$U_C = I \cdot X_C = 0,104 \text{ A} \cdot 796 \Omega = 82,8 \text{ V}.$$

Rezonancia v sériovom obvode nastane pri rovnosti indukcie cievky a kapacitancie kondenzátora, odkiaľ môžeme vyjadriť rezonančnú frekvenciu (6.24) a prúd

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \text{ H} \cdot 4 \mu\text{F}}} = 79,6 \text{ Hz},$$

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{R} = \frac{50 \text{ V}}{5 \Omega} = 10 \text{ A}.$$

Celkovou impedanciou pri frekvencii $f = 50 \text{ Hz}$ prechádza prúd veľkosti $0,104 \text{ A}$. Efektívne hodnoty napätí sú $0,52 \text{ V}$ na rezistore, $32,7 \text{ V}$ na cievke a $82,8 \text{ V}$ na kondenzátore. Na svorkách cievky vzniká prechodom prúdu väčšie napätie ako je napätie zdroja. Rezonančná frekvencia je $79,6 \text{ Hz}$, rezonančný prúd je 10 A .

Príklad 6.2.32. Vypočítajte prúdy vo všetkých troch vetvách siete podľa obr. 6.36. Predpokladajte, že napätia zdrojov a impedancie sú známe.

Riešenie: Na výpočet troch prúdov potrebujeme tri rovnice. Použijeme obidva Kirchhoffove zákony. Máme dva uzly a podľa I. Kirchhoffovho zákona napíšeme rovnicu len pre jeden uzol, pre zvolený smer čítacích šípok fázorov prúdov (6.29)

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Zvyšné dve rovnice získame pomocou II. Kirchhoffovho zákona (6.30) pre dve ľubovoľne zvolené slučky. Čítacie šípky fázorov napätí zdrojov orientujeme proti čítacím šípkam fázorov prúdov (obr. 6.36)

$$-U_1 + U_{Z_1} + U_{Z_3} = 0 \quad \text{a} \quad -U_2 + U_{Z_2} + U_{Z_3} = 0.$$

Získali sme tri lineárne rovnice s tromi neznámymi prúdmi a tromi napätiami na jednotlivých impedanciách. Pomocou Ohmovho zákona môžeme dosadiť za jednotlivé napätia (6.19)

$$U_{Z_1} = I_1 \cdot Z_1, \quad U_{Z_2} = I_2 \cdot Z_2, \quad U_{Z_3} = I_3 \cdot Z_3.$$

Dosadením napätí a úpravou rovníc získame tieto podmiennečné rovnice

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 \cdot Z_1 + I_3 \cdot Z_3 = U_1$$

$$I_2 \cdot Z_2 + I_3 \cdot Z_3 = U_2$$

Pri výpočte konkrétnych hodnôt vyplývajúcich zo zadania úlohy treba brať do úvahy, že I_1, I_2, I_3, U_1, U_2 sú fázory, tzn. komplexné veličiny a impedancie Z_1, Z_2, Z_3 , sú komplexné veličiny. Úpravou podmiennečných rovníc vyjadríme jednotlivé neznáme fázory prúdov

$$I_1 = \frac{U_1(Z_2 + Z_3) - U_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}$$

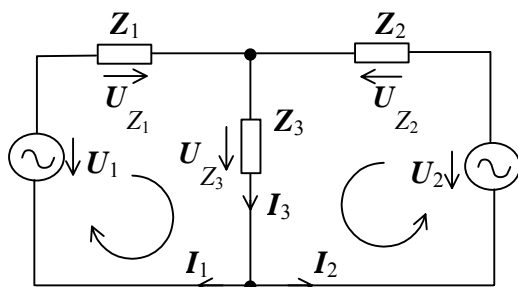
$$I_2 = \frac{U_2(Z_3 + Z_1) - U_1 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}.$$

$$I_3 = \frac{U_1 \cdot Z_2 + U_2 \cdot Z_1}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}$$

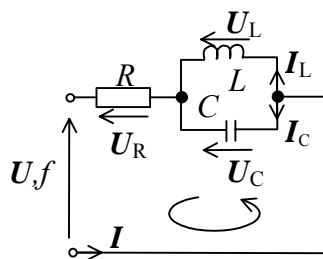
Dosadením známych hodnôt jednotlivých fázorov napätí a impedancií vypočítame fázory prúdov.

Príklad 6.2.33. Vypočítajte prúdy v obvode podľa obr. 6.37, ak sú dané impedancie a napätie. Nakreslite fázorový diagram prúdov a napätí.

Riešenie: Na výpočet troch neznámych prúdov použijeme obidva Kirchhoffove zákony. Máme dva uzly a podľa I. Kirchhoffovho zákona napíšeme jednu rovnicu pre pravý uzol, pre zvolený smer fázorov prúdov (6.29)



Obr. 6.36



Obr. 6.37

$$-I_C - I_L + I = 0.$$

Zvyšné dve rovnice získame pomocou II. Kirchhoffovho zákona (6.30) pre dve ľubovoľne zvolené slučky. Čítacie šípky fázorov napätí zdrojov orientujeme proti čítacím šípkam fázorov prúdov (obr. 6.37)

$$-U + U_R + U_L = 0 \quad \text{a} \quad U_L - U_C = 0.$$

Dosadíme impedancie a po úprave dostaneme rovnice (6.12, 6.14, 6.15)

$$U = I \cdot R + jX_L \cdot I_L = I \cdot R + j\omega L \cdot I_L$$

$$0 = jX_L \cdot I_L + jX_C \cdot I_C = j\omega L \cdot I_L + j \frac{1}{\omega C} \cdot I_C$$

Z troch rovníc, kde sú neznáme fázory prúdov I , I_C , I_L úpravami získame vzťahy

$$I = I_C + I_L$$

$$I_C = \frac{\omega^2 CL}{R(LC\omega^2 - 1) - j\omega L} U$$

$$I_L = \frac{-1}{R(LC\omega^2 - 1) - j\omega L} U$$

Dosadením známych hodnôt jednotlivých zložiek impedancie, vypočítame konkrétne veľkosti prúdov.

6.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 6.3.1. Exponenciálny tvar komplexného čísla je $Z = 7,2 e^{j15^\circ}$. Aký je jeho zložkový tvar?

$$(Z = 6,95 + j 1,88)$$

Úloha 6.3.2. Aký je trigonometrický tvar komplexného čísla, keď jeho zložkový tvar je $A = 3 + j 4$?

$$(A = 5 (\cos 53^\circ + j \sin 53^\circ))$$

Úloha 6.3.3. Veľkosť polohového vektora je $M = 100$, jeho fáza $\alpha = 30^\circ$, aké sú jeho zložky?
($\operatorname{Re} M = 86,6$, $\operatorname{Im} M = 50$)

Úloha 6.3.4. Na skúšobni vysokého napätia došlo k výboju na iskrišti pri hodnote napätia $U_m = 7\,070$ V. Aká je efektívna hodnota striedavého harmonického napätia?
($U_{\text{ef}} = 4\,999$ V)

Úloha 6.3.5. Elektromagnetický voltmeter ukazuje $U_{\text{ef}} = 300$ V. Aká je amplitúda striedavého harmonického napätia?
($U_m = 424$ V)

Úloha 6.3.6. Odporom veľkosti $10\ \Omega$ preteká striedavý harmonický prúd, ktorého stredná hodnota je 10 A. S akým výkonom sa premieňa elektrická energia na odpore na teplo?
($P = 1,23$ kW)

Úloha 6.3.7. Vypočítajte veľkosť a fázu impedancie, ktorú tvorí odpor $3\ \Omega$ a kondenzátor s kapacitou $400\ \mu\text{F}$ zapojené do série. Frekvencia prúdu je 50 Hz.
($Z = 8,5\ \Omega$, $\varphi = -69^\circ$)

Úloha 6.3.8. Vypočítajte modul a fázu impedancie, ktorú tvorí odpor $150\ \Omega$ a cievka s reaktanciou $120\ \Omega$ zapojených do série.
($Z = 192\ \Omega$, $\varphi = +38^\circ$)

Úloha 6.3.9. Akú indukčnosť má cievka, ktorá pri frekvencii 50 Hz má reaktanciu $120\ \Omega$?
($L = 0,38$ H)

Úloha 6.3.10. Akú modul má odpor rezistora v sériovom zapojení s kondenzátorom, ktorého reaktancia je $30\ \Omega$ a veľkosť impedancie je $153\ \Omega$?
($R = 150\ \Omega$)

Úloha 6.3.11. V sérii sú zapojené odpor $100\ \Omega$, indukčnosť $0,7$ H a kapacita kondenzátora je $5\ \mu\text{F}$ pri frekvencii striedavého napätia 50 Hz. Aká je veľkosť impedancie?
($Z = 429\ \Omega$)

Úloha 6.3.12. Aký prúd potečie impedanciou, ktorú tvorí odpor $20\ \Omega$ a kondenzátor kapacity $46\ \mu\text{F}$ v sérii ak na ňu pôsobí napätie veľkosti 200 V, frekvencie 100 Hz?

$$(I = 5 \text{ A})$$

Úloha 6.3.13. Aký prúd potečie impedanciou, ktorú tvorí odpor 55Ω a indukčnosť $0,4 \text{ H}$ v sérii, ak na ňu pôsobí napätie veľkosti 200 V , frekvencia 50 Hz ?

$$(I = 1,46 \text{ A})$$

Úloha 6.3.14. Cievka má činný odpor 4Ω . Po jej pripojení na sieť s napätím efektívnej hodnoty 220 V , frekvencie 50 Hz ňou tečie prúd 2 A . Aká je indukčnosť cievky?

$$(L = 0,35 \text{ H})$$

Úloha 6.3.15. Kondenzátor s kapacitou $1 \mu\text{F}$ je pripojený na napätie efektívnej hodnoty 110 V , frekvencie 100 Hz . Aký prúd ním tečie?

$$(I = 69 \text{ mA})$$

Úloha 6.3.16. Aké napätie musíme pripojiť na svorky impedancie, ktorú tvorí odpor 100Ω , indukčnosť $0,8 \text{ H}$ a kondenzátor kapacity $5 \mu\text{F}$ zapojených v sérii aby ňou tiekol prúd $0,25 \text{ A}$?

$$(U = 99,5 \text{ V})$$

Úloha 6.3.17. Akú frekvenciu má napätie efektívnej hodnoty 70 V pripojené na indukčnosť $0,5 \text{ H}$ ak ňou tečie prúd 1 A ?

$$(f = 22 \text{ Hz})$$

Úloha 6.3.18. S akým výkonom sa premieňa elektrická energia na teplo na cievke, ktorej ohmický odpor je 20Ω , indukčnosť $0,33 \text{ H}$ a je pripojená na napätie veľkosti 220 V , frekvencie 50 Hz ?

$$(P = 87 \text{ W})$$

Úloha 6.3.19. Impedancia má veľkosť 150Ω a ohmický odpor (reálnu zložku) 50Ω . Aké napätie treba na ňu priviesť, aby činný výkon bol 5 kW ?

$$(U = 1,5 \text{ kV})$$

Úloha 6.3.20. Impedancia pozostáva z odporu 100Ω , induktívnej reaktancie 220Ω , kapacitnej reaktancie 120Ω zapojených v sérii a je pripojená na napätie efektívnej hodnoty 284 V , frekvencie 50 Hz . Aké sú výkonové pomery na impedancii?

$$(S = 570 \text{ VA}, P = 403 \text{ W}, Q = +403 \text{ VAR})$$

Úloha 6.3.21. Ohmický odpor $100\ \Omega$ je pripojený na napätie $380\ \text{V}$ frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na ňom?

$$(S = 1\ 444\ \text{VA}, P = 1\ 444\ \text{W}, Q = 0\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.22. Kondenzátor s kapacitou $10\ \mu\text{F}$ je pripojený na napätie efektívnej hodnoty $380\ \text{V}$, frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na ňom?

$$(S = 454\ \text{VA}, P = 0\ \text{W}, Q = -454\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.23. Indukčnosť $1\ \text{H}$ je pripojená na napätie efektívnej hodnoty $380\ \text{V}$, frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na nej?

$$(S = 459\ \text{VA}, P = 0\ \text{W}, Q = +459\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.24. Jednofázový asynchrónny motorček so štítkovými údajmi $220\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$, $0,5\ \text{A}$, účinník $0,7$ je nominálne zaťažný. Aké sú jeho výkonové pomery?

$$(S = 110\ \text{VA}, P = 77\ \text{W}, Q = +78\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.25. Pri akej frekvencii nastane rezonancia obvodu zostaveného z indukčnosti $1\ \text{H}$ a kapacity kondenzátora $1\ \mu\text{F}$ zapojených v sérii?

$$(f_{\text{rez}} = 159\ \text{Hz})$$

Úloha 6.3.26. Zdroj s konštantnou frekvenciou $5\ \text{kHz}$ napája sériový obvod pozostávajúci z indukčnosti $70\ \text{mH}$ a kondenzátora, ktorého hodnotu kapacity treba nastaviť tak, aby došlo k rezonancii. Vypočítajte hodnotu kapacity.

$$(C = 14\ \text{nF})$$

Úloha 6.3.27. Obvod pozostávajúci z R-L-C v sérii sa nachádza v stave rezonancie. Aké je pritom napätie na kondenzátore, ak svorkové napätie je $U = 220\ \text{V}$, $R = 100\ \Omega$, $L = 0,4\ \text{H}$ a $C = 1\ \mu\text{F}$?

$$(U_C = U_L = 1,39\ \text{kV})$$

Úloha 6.3.28. Obvod podľa obr. 6.37 (príklad 6.2.33) má odpor $50\ \Omega$, indukčnosť $0,2\ \text{H}$, kapacitu kondenzátora $32\ \mu\text{F}$, $U = 220\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$. Vypočítajte prúdy.

$$(I = 1,24\ \text{A}, I_C = 2,21\ \text{A}, I_L = 3,5\ \text{A})$$

Úloha 6.3.29. Obvod podľa obr. 6.37 má odpor $15\ \Omega$, indukčnosť $0,1\ \text{H}$, kapacitu $15\ \mu\text{F}$, $U = 220\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$. Vypočítajte prúd I_C .

$$(I_C = 1,04\ \text{A})$$

Úloha 6.3.30. V domácnosti s jednofázovou sieťou $U = 220\ \text{V}$, frekvenciou $50\ \text{Hz}$ sú zapnuté dva spotrebiče paralelne k sieti. Žiarovky s celkovým výkonom $P_Z = 420\ \text{W}$ a jeden motor s údajmi: výkon na hriadeľ $P_M = 500\ \text{W}$, účinnosť $\eta = 0,75$ a účinník $\cos \varphi = 0,7$. Vypočítajte prúd pretekajúci žiarovkami, prúd motora a celkový prúd odoberaný domácnosťou.

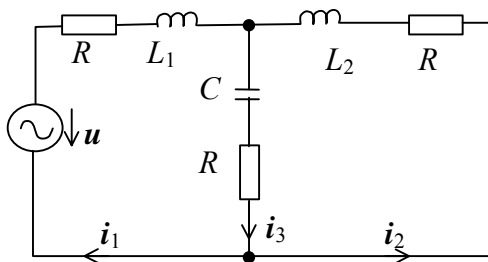
$$(I_Z = 1,91\ \text{A}, I_M = 4,33\ \text{A}, I = 5,83\ \text{A})$$

Úloha 6.3.31. Vypočítajte prúdy v obvode podľa obr. 6.38, ktorý je pripojený k zdroju harmonického napätia $u(t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314 t)\ [\text{V}]$. Odpory majú rovnakú veľkosť $R = 100\ \Omega$, indukčnosti sú $L_1 = 0,3979\ \text{H}$, $L_2 = 0,7958\ \text{H}$ a kondenzátor s $C = 12,44\ \mu\text{F}$.

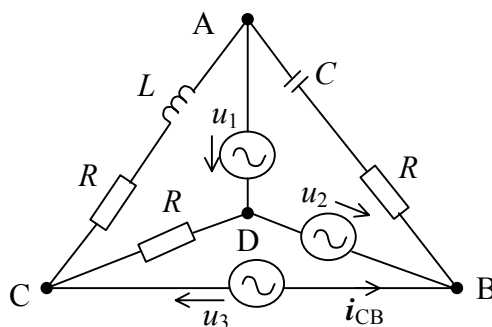
$$(I_1 = 0,41 e^{-j25^\circ} [\text{A}], I_2 = 0,19 e^{-j103^\circ} [\text{A}], I_3 = 0,41 e^{j2^\circ} [\text{A}])$$

Úloha 6.3.32. Vypočítajte prúd i_{CB} v obvode podľa obr. 6.39, ak činný odpor $R = 100\ \Omega$, indukčnosť $L = 0,5\ \text{H}$, kapacita $C = 50\ \mu\text{F}$ a napätia sú $u_2 = u_1 = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(200 t)\ [\text{V}]$, $u_3 = \sqrt{2} \cdot 200 \cdot \cos(200 t)\ [\text{V}]$.

$$(i_{CB} = 6 \cdot \cos(200 t - \pi/4)\ [\text{A}])$$



Obr. 6.38



Obr. 6.39