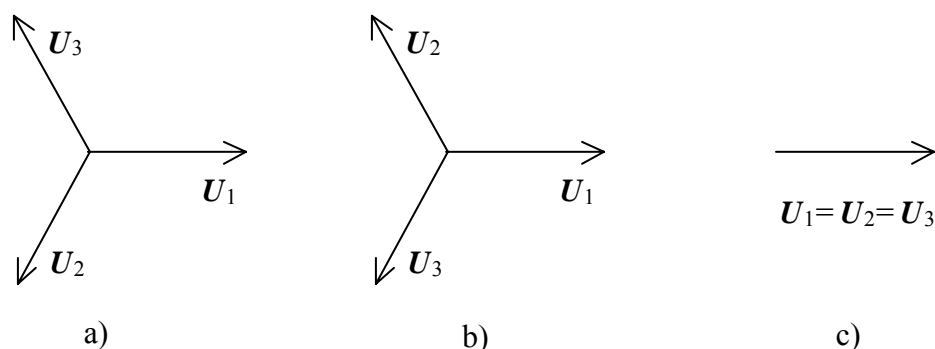


7 STRIEDAVÉ TROJFÁZOVÉ PRÚDY

7.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

7.1.1 Zapájanie trojfázových zdrojov

V trojfázových obvodoch sa elektrická energia prenáša z trojfázového zdroja trojfázovým vedením k spotrebičom hospodárnejšie, než v jednofázových obvodoch. **Trojfézový zdroj** je zariadenie, v ktorom sú v jednom konštrukčnom celku usporiadané tri jednofázové zdroje harmonických napätí rovnakej frekvencie. Ak sú efektívne hodnoty napätí rovnaké a vzájomný fázový posun napätí je rovnaký, hovoríme o súmernej trojfázovej sústave napätí a o súmernom trojfázovom zdroji. Zrejme uvedeným podmienkam vyhovujú tri typy súmernej trojfázovej sústavy napätí, fázorové diagramy ktorých sú na obr. 7.1



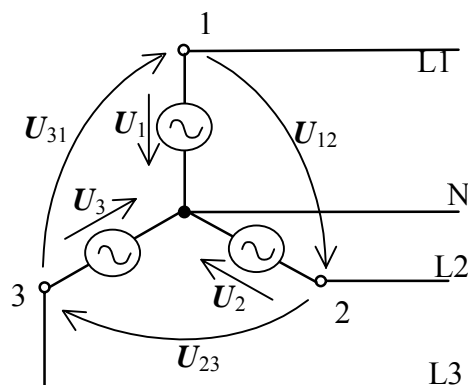
Obr. 7.1 Typy súmernej trojfázovej sústavy napätí:

a) súsledná sústava, b) spätná sústava, c) nulová sústava

Súčet fázorov napätí súslednej (spätnej) súmernej trojfázovej sústavy sa zrejme rovná nule, pretože fázory majú rovnakú veľkosť a zvierajú navzájom uhol 120° .

Ak sú tri jednofázové zdroje zapojené do hviezdy, potom je trojfázové vedenie štvorvodičové (tri fázové vodiče L1, L2, L3 a neutrálny vodič N), pozri obr. 7.2. Vtedy fázory U_1 , U_2 , U_3 sú fázory tzv. fázových napätí medzi adekvátnym fázovým vodičom (L1, L2, L3) a neutrálnym vodičom N. Impedancie vodičov vedenia zanedbávame. Fázory U_{12} , U_{23} , U_{31} sú fázory tzv. združených napätí medzi adekvátnou dvojicou fázových vodičov vedenia (L1-L2, L2-L3, L3-L1). Z obr. 7.2 pre fázory združených napätí podľa 2. Kirchhoffovho zákona platí

$$U_{12} = U_1 - U_2, \quad U_{23} = U_2 - U_3, \quad U_{31} = U_3 - U_1. \quad (7.1)$$



Obr. 7.2 Schéma zapojenia trojfázového zdroja do hviezdy

Zvyčajne sa pri zapojení trojfázového zdroja do hviezdy používa súsledná súmerná sústava fázových napätí (obr. 7.1a) s rovnakou efektívnou hodnotou $U_f = U_1 = U_2 = U_3$. Okamžité hodnoty u_1, u_2, u_3 a fázory U_1, U_2, U_3 fázových napätí sú

$$u_1 = U_m \cos(\omega t), \quad u_2 = U_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = U_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (7.2)$$

$$U_1, \quad U_2 = U_1 e^{-j120^\circ}, \quad U_3 = U_1 e^{-j240^\circ}, \quad (7.3)$$

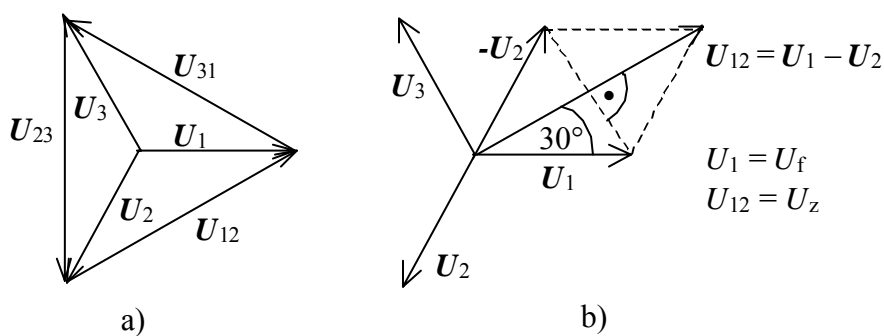
pričom amplitúda U_m fázových napätí je

$$U_m = \sqrt{2} U_f. \quad (7.4)$$

Fázorový diagram fázových a združených napätí je na obr. 7.3a. Združené napätia tiež tvoria súslednú súmernú sústavu napätí s efektívnou hodnotou $U_z = U_{12} = U_{23} = U_{31}$. Súvislosť medzi efektívnymi hodnotami U_z a U_f objasňuje obr. 7.3b.

Z obr. 7.3b vidno

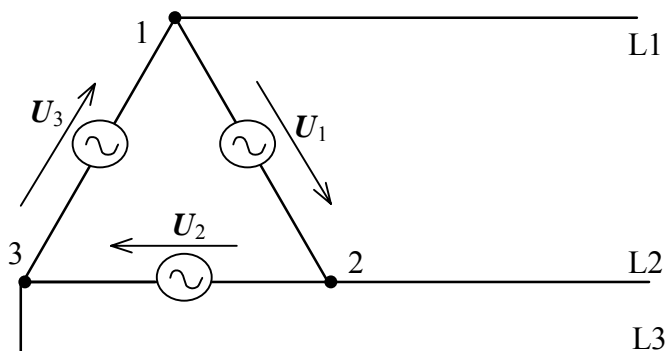
$$U_z = 2U_f \cos 30^\circ = 2U_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} U_f. \quad (7.5)$$



Obr. 7.3 Zapojenie trojfázového zdroja do hviezdy: a) fázorový diagram fázových a združených napätí, b) súvislosť medzi združeným a fázovým napätím

V rozvodoch nízkeho napätia je efektívna hodnota fázových napätí $U_f = 230 \text{ V}$, potom podľa (7.5) je efektívna hodnota združených napätí $U_z = 400 \text{ V}$.

Ak sú jednofázové zdroje zapojené do trojuholníka, potom je trojfázové vedenie trojvodičové (tri fázové vodiče L1, L2, L3), pozri obr. 7.4.



Obr. 7.4 Schéma zapojenia trojfázového zdroja do trojuholníka

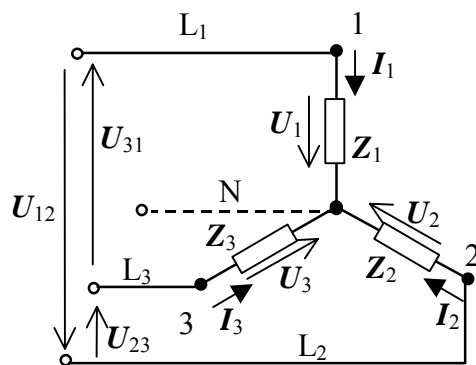
Zrejme sa do trojuholníka môžu zapájať iba také jednofázové zdroje, pre ktoré je súčet ich fázorov napätí nulový

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0.$$

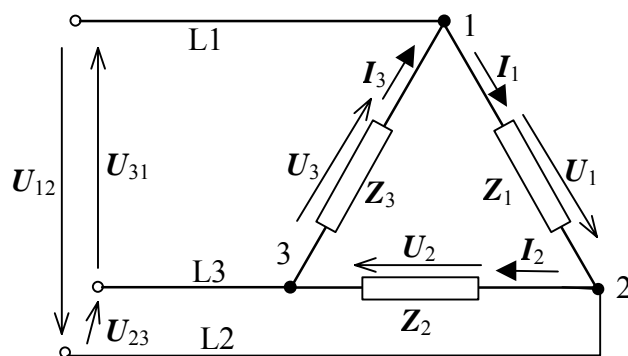
Ak by táto podmienka nebola splnená, tiekol by v stave naprázdno (pri odpojených spotrebičoch) cez zdroje zapojené do trojuholníka skratový elektrický prúd, ktorý by mohol zdroje poškodiť.

7.1.2 Zapájanie trojfázových spotrebičov

Bez ohľadu na spôsob zapojenia trojfázového zdroja, môžeme k trojfázovému štvorvodičovému vedeniu na obr. 7.2, resp. k trojfázovému trojvodičovému vedeniu na obr. 7.4 pripojiť trojfázový spotrebič do hviezdy (pozri obr. 7.5) alebo do trojuholníka (pozri obr. 7.6). Východiskom pri riešení trojfázových obvodov (sietí) sú Kirchhoffove zákony. Pomocou nich sa zostaví sústava obvodových rovníc, ktorú vyriešime niektorou z metód lineárnej algebry. Pomerne zdĺhavé riešenie sústavy obvodových rovníc možno obísť inými metódami: metódou uzlových napätí, metódou súmerných zložiek. Zvyčajne sa vyžaduje z fázorov napätí trojfázového zdroja a z impedancií trojfázového spotrebiča vyjadriť fázové elektrické prúdy I_1, I_2, I_3 tečúce cez jednotlivé impedancie trojfázového spotrebiča a združené elektrické prúdy $I_{L1}, I_{L2}, I_{L3}, I_N$ tečúce vodičmi trojfázového vedenia.



Obr. 7.5 Zapojenie trojfázového spotrebiča do hviezdy (Y)



Obr. 7.6 Zapojenie trojfázového spotrebiča do trojuholníka (Δ)

Celkový výkon trojfázového spotrebiča je súčtom výkonov jednotlivých fáz:

okamžitý výkon

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3, \quad (7.6)$$

komplexný výkon

$$S = U_1 I_1^* + U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = P + jQ, \quad (7.7)$$

činný výkon

$$P = \text{Re}[S] = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3, \quad (7.8)$$

jalový výkon

$$Q = \text{Im}[S] = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + U_3 I_3 \sin \varphi_3, \quad (7.9)$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (7.10)$$

kde U_k, I_k ($k = 1, 2, 3$) sú efektívne hodnoty fázového napätia a fázového elektrického prúdu na k -tej impedancii, φ_k ($k = 1, 2, 3$) je fázový posun medzi napätím a elektrickým prúdom na k -tej impedancii a $\cos \varphi_k$ ($k = 1, 2, 3$) je tzv. účinník k -tej impedancie trojfázového spotrebiča. Znak

* vo vzťahu (7.7) označuje operáciu komplexného združenia príslušných fázorov.

Ak pripojíme k súmernému trojfázovému zdroju so súslednou (spätnou) sústavou napätí súmerný trojfázový spotrebič ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Ze^{j\varphi}$), potom sa vzťahy na výpočet výkonov zjednodušia

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi}, \quad (7.11)$$

činný výkon

$$P = \operatorname{Re}[S] = 3U_f I_f \cos \varphi, \quad (7.12)$$

jalový výkon

$$Q = \operatorname{Im}[S] = 3U_f I_f \sin \varphi, \quad (7.13)$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_f I_f, \quad (7.14)$$

kde $\cos \varphi$ je účinník súmerného spotrebiča. Sústava fázových elektrických prúdov je vtedy taktiež súmerná súsledná (spätná), fázorový súčet fázorov I_1, I_2, I_3 je nulový

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (7.15)$$

a preto pri zapojení tohto jediného súmerného trojfázového spotrebiča *do hviezdy* (pozri obr.7.5) nebude tiecť neutrálnym vodičom vedenia žiadny elektrický prúd, $I_N = 0$. Vtedy sa neutrálny vodič môže vynechať, čím sa ušetrí materiál. V uzloch 1, 2, 3 nedochádza k vetveniu elektrických prúdov, preto sa efektívna hodnota I_f fázových elektrických prúdov rovná efektívnej hodnote I_z združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia

$$I_f = I_z \quad (7.16)$$

a s využitím (7.5) a (7.16) pre činný, jalový a zdanlivý výkon získame

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3 \frac{U_z}{\sqrt{3}} I_z \cos \varphi = \sqrt{3} U_z I_z \cos \varphi = S \cos \varphi, \quad (7.17)$$

$$Q = \sqrt{3} U_z I_z \sin \varphi = S \sin \varphi, \quad (7.18)$$

$$S = \sqrt{3} U_z I_z, \quad (7.19)$$

Pri zapojení súmerného trojfázového spotrebiča *do trojuholníka* (pozri obr. 7.6) môžeme fázory I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia konstruovať z fázorov I_1, I_2, I_3 fázových elektrických prúdov podobne ako príslušné fázory napätí na obr. 7.3a. Vtedy medzi efektívnou hodnotou I_z združených elektrických prúdov a efektívnou hodnotou I_f fázových elektrických prúdov platí vzťah

$$I_z = \sqrt{3} I_f. \quad (7.20)$$

Zrejme sa vtedy efektívna hodnota U_f fázových napätí na impedanciách súmerného spotrebiča rovná efektívnej hodnote U_z združených napätí medzi fázovými vodičmi vedenia,

$$U_f = U_z, \quad (7.21)$$

preto s využitím (7.20) a (7.21) pre činný, jalový a zdanlivý výkon získame

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3U_z \frac{I_z}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_z I_z \cos \varphi = S \cos \varphi, \quad (7.22)$$

$$Q = \sqrt{3} U_z I_z \sin \varphi = S \sin \varphi, \quad (7.23)$$

$$S = \sqrt{3} U_z I_z. \quad (7.24)$$

Vzťahy (7.22) až (7.24) pre zapojenie súmerného trojfázového spotrebiča do trojuholníka sú rovnaké ako vzťahy (7.17) až (7.19) pre zapojenie súmerného trojfázového spotrebiča do hviezdy.

7.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 7.2.1. Aká je efektívna hodnota združených napätí súmerného trojfázového spotrebiča zapojeného do hviezdy, ak na jednotlivých impedanciách má byť efektívna hodnota fázových napätí $U_f = 400 \text{ V}$, 50 Hz ?

Riešenie: Použijeme vzťah (7.5) a po dosadení získame

$$U_z = \sqrt{3} U_f = \sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} = 693 \text{ V}.$$

Združené napätia majú byť $3 \times 693 \text{ V}$, 50 Hz .

Príklad 7.2.2. Ako sa zmení efektívna hodnota združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia, ak súmerný trojfázový spotrebič prepne z hviezdy do trojuholníka?

Riešenie: Pri zapojení do hviezdy (Y) tečie podľa (7.16) fázovým vodičom vedenia a príslušnou impedanciou spotrebiča rovnaký elektrický prúd s efektívnou hodnotou $I_{ZY} = I_{FY}$, ktorú vypočítame podľa Ohmovho zákona

$$I_{ZY} = I_{FY} = \frac{U_f}{Z},$$

kde U_f je efektívna hodnota fázového napätia na impedancii a Z je modul (veľkosť) impedancie. Po prepnutí do trojuholníka (Δ) sa na impedanciu dostane združené napätie s efektívnou hodnotou U_z , pozri vzťah (7.5), preto sa efektívna hodnota $I_{f\Delta}$ fázových elektrických prúdov zvýši

$$I_{fA} = \frac{U_z}{Z} = \frac{\sqrt{3}U_f}{Z} = \sqrt{3}I_{zY}.$$

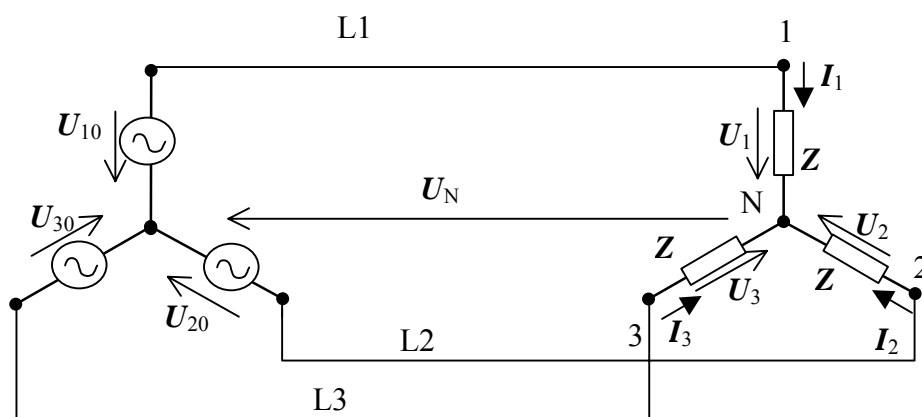
Podľa (7.20) fázovými vodičmi vedenia tečú združené elektrické prúdy s efektívnou hodnotou

$$I_{zA} = \sqrt{3}I_{fA} = \sqrt{3}\sqrt{3}I_{zY} = 3I_{zY}.$$

Pri prepnutí súmerného spotrebiča z hviezdy na trojuholník efektívna hodnota elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia vzrastie trikrát.

Príklad 7.2.3. K súmernému trojfázovému zdroju v zapojení do hviezdy so súslednou sústavou fázových napätí 3 x 230 V, 50 Hz sú pripojené tri rovnaké impedancie $Z = (40 + j30) \Omega$ a) do hviezdy bez neutrálneho vodiča, b) do trojuholníka. Určte fázové a združené elektrické prúdy a výkony trojfázového spotrebiča. Vnútorne impedancie zdroja a impedancie vodičov vedenia zanedbajte.

Riešenie: a) Schéma zapojenia je na obr. 7.7. K označeniu fázorov U_{10} , U_{20} , U_{30} fázových napätí zdroja pridávame index „0“, aby sme ich odlišili od fázorov U_1 , U_2 , U_3 na impedanciách spotrebiča.



Obr. 7.7 Súmerný spotrebič zapojený do hviezdy k súmernému zdroju

Napätie U_N medzi stredom spotrebiča a stredom zdroja určíme metódou uzlových napätí. Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon. Po zrejmých úpravách získame

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \\ \frac{U_{10} - U_N}{Z} + \frac{U_{20} - U_N}{Z} + \frac{U_{30} - U_N}{Z} &= 0 \Rightarrow \\ U_N &= \frac{U_{10} + U_{20} + U_{30}}{3} = 0 \end{aligned}$$

Súčet fázorov v čitateli je nulový, lebo sústava napätí zdroja je súmerná a súsledná. Z 2. Kirchhoffovho zákona vyplýva, že sa fázové napätia zdroja dostanú na impedancie spotrebiča

$$U_1 = U_{10} - U_N = U_{10}, \quad U_2 = U_{20} - U_N = U_{20}, \quad U_3 = U_{30} - U_N = U_{30}.$$

Pri zapojení súmerného spotrebiča do hviezdy sú zrejmé fázové a združené elektrické prúdy rovnaké ($I_f = I_z$) a tvoria súmernú súslednú sústavu. Stačí určiť fázor I_1 . Fázor I_2 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -120° , fázor I_3 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -240° . Ak predpokladáme, že fázor U_{10} nemá počiatočnú fázu, potom pre fázory I_1, I_2, I_3 dostaneme

$$I_1 = \frac{U_1}{Z} = \frac{U_{10}}{Z} = \frac{230}{40 + j30} \text{ A} = \frac{230}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 4,6e^{-j36,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_2 = 4,6e^{-j156,87^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = 4,6e^{-j276,87^\circ} \text{ A}$$

Keďže fázové napätia ($U_f = 230 \text{ V}$) i fázové elektrické prúdy ($I_f = 4,6 \text{ A}$) na impedanciách spotrebiča sú súmernými súslednými sústavami s fázovým posunom $\varphi = 36,87^\circ$, bude podľa vzťahov (7.11) až (7.14)

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi} = 3 \cdot 230 \cdot 4,6 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 3174e^{j36,87^\circ} \text{ VA},$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = 3174 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = \text{Re}[S] = S \cos \varphi = 3174 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 3174 \cdot 0,8 \text{ W} = 2539,2 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = \text{Im}[S] = S \sin \varphi = 3174 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 3174 \cdot 0,6 \text{ VAr} = 1904,4 \text{ VAr}.$$

Spotrebič zapojený do hviezdy bude mať činný výkon 2539,2 W, jalový výkon 1904,4 VAr a zdanlivý výkon 3174 VA.

b) Pri zapojení spotrebiča do trojuholníka, obr. 7.6, sa na jeho impedancie dostanú združené napätia s fázormi U_{12}, U_{23}, U_{31} , ktoré tvoria súmernú súslednú sústavu. Z obr. 7.3 a zo vzťahu (7.5) získame

$$U_{12} = U_z e^{j30^\circ} = \sqrt{3}U_f e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot e^{j30^\circ} \text{ V} = 398,37e^{j30^\circ} \text{ V},$$

$$U_{23} = 398,37e^{-j90^\circ} \text{ V}, \quad U_{31} = 398,37e^{-j210^\circ} \text{ V}$$

Fázové elektrické prúdy v impedanciách spotrebiča tvoria súmernú súslednú sústavu. Stačí určiť fázor I_1 . Fázor I_2 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -120° , fázor I_3 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -240° . Dosadením získame

$$I_1 = \frac{U_{12}}{Z} = \frac{398,37e^{j30^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{398,37e^{j30^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,967e^{-j6,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_2 = 7,967e^{-j126,87^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = 7,967e^{-j246,87^\circ} \text{ A}$$

Podľa (7.21) sú teraz združené napätia zdroja novými fázovými napätiami na impedanciách spotrebiča ($U_f = U_z = 398,37 \text{ V}$). Spolu s fázovými elektrickými prúdmi ($I_f = 7,967 \text{ A}$) na impedanciách spotrebiča sú súmernými súslednými sústavami s fázovým posunom $\varphi = 36,87^\circ$, preto bude podľa vzťahov (7.11) až (7.14)

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi} = 3 \cdot 398,37 \cdot 7,967 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 9522e^{j36,87^\circ} \text{ VA},$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = 9522 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = \text{Re}[S] = S \cos \varphi = 9522 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 9522 \cdot 0,8 \text{ W} = 7617,6 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = \text{Im}[S] = S \sin \varphi = 9522 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 9522 \cdot 0,6 \text{ VAr} = 5713,2 \text{ VAr}.$$

Pri prepnutí spotrebiča z hviezdy na trojuholník efektívne hodnoty fázových napätí aj fázových elektrických prúdov vzrástli $\sqrt{3}$ -krát, preto zrejme výkony vzrástli 3-krát v porovnaní so zapojením do hviezdy: spotrebič bude mať činný výkon 7617,6 W, jalový výkon 5713,2 Var a zdanlivý výkon 9522 VA.

Fázory združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia určíme podľa 1. Kirchhoffovho zákona pre uzly na obr. 7.6. Stačí určiť fázor I_{L1} , ostatné dva fázory získame postupne posunom o -120° a o -240°

$$I_{L1} = I_1 - I_3 = 2I_1 \cos 30^\circ \cdot e^{-j30^\circ} = \sqrt{3}I_1 e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 7,967 \cdot e^{-j6,87^\circ} e^{-j30^\circ} \text{ A} = 13,8e^{-j36,87^\circ} \text{ A},$$

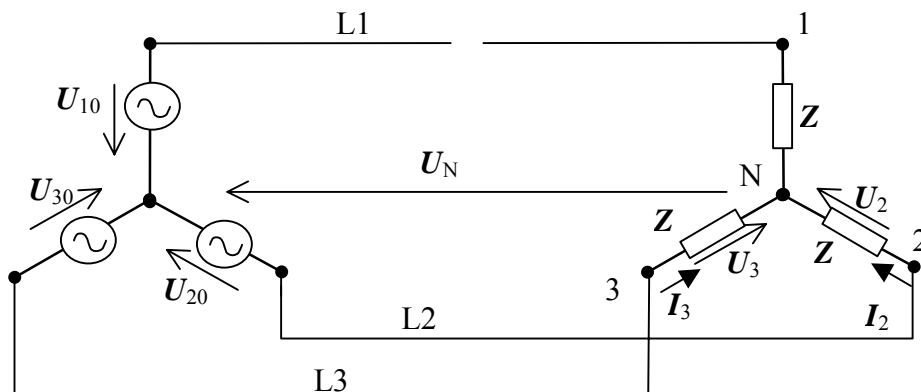
$$I_{L2} = 13,8e^{-j156,87^\circ} \text{ A}, \quad I_{L3} = 13,8e^{-j276,87^\circ} \text{ A}$$

Združené elektrické prúdy vo fázových vodičoch vedenia majú efektívnu hodnotu 13,8 A.

Príklad 7.2.4. K súmernému trojfázovému zdroju v zapojení do hviezdy (pozri obr. 7.2) so súslednou sústavou fázových napätí $U_f = 230 \text{ V}$, 50 Hz je do hviezdy pripojený súmerný spotrebič s impedanciou $Z = (40 + j30) \Omega$. Neutrálny vodič N vedenia je vynechaný. Určte výkony trojfázového spotrebiča, ak

- došlo k prerušeniu fázového vodiča L1,
- došlo k skratu prvej fázy spotrebiča.

Riešenie: a) Schéma zapojenia pri prerušení fázového vodiča L1 je na obr. 7.8.



Obr. 7.8 Prerušenie fázového vodiča L1 trojfázového vedenia

Prerušením fázového vodiča L1 sa súmernosť obvodu naruší, $I_1 = 0$ a medzi stredom spotrebiča a stredom zdroja sa objaví napätie U_N , ktoré určíme metódou uzlových napätí. Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon a po zrejmych úpravách získame

$$I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \frac{U_{20} - U_N}{Z} + \frac{U_{30} - U_N}{Z} = 0 \Rightarrow$$

$$U_N = \frac{U_{20} + U_{30}}{2} = \frac{230e^{-j120^\circ} + 230e^{j120^\circ}}{2} \text{ V} = 230\cos 120^\circ \text{ V} = -115 \text{ V} = 115e^{j180^\circ} \text{ V}$$

Napätia na impedanciách záťaže vyjadríme z 2. Kirchhoffovho zákona pomocou napätia U_N

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} + 115) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) + 115] \text{ V} = 199,2e^{-j90^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{j120^\circ} + 115) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) + 115] \text{ V} = 199,2e^{j90^\circ} \text{ V}$$

Fázory elektrických prúdov v impedanciách spotrebiča budú

$$I_1 = 0, \quad I_2 = \frac{U_2}{Z} = \frac{199,2e^{-j90^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{199,2e^{-j90^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 3,984e^{-j126,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z} = \frac{199,2e^{j90^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 3,984e^{j53,13^\circ} \text{ A}$$

Keďže $I_1 = 0$, komplexný výkon spotrebiča bude podľa (7.7), (7.11)

$$S = U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = (199,2e^{-j90^\circ} \cdot 3,984e^{j126,87^\circ} + 199,2e^{j90^\circ} \cdot 3,984e^{-j53,15^\circ}) \text{ VA}$$

$$S = 1587,23e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

Zdanlivý S , činný P a jalový Q výkon bude podľa (7.12) až (7.14)

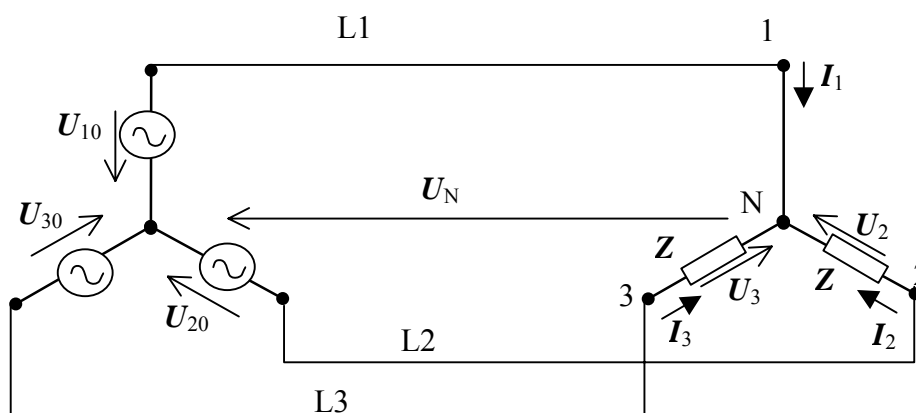
$$S = |S| = 1587,23 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 1587,23 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 1269,78 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 1587,23 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 952,34 \text{ VAr}$$

Po prerušení vodiča L1 bude mať spotrebič činný výkon 1269,78 W, jalový výkon 952,34 Var a zdanlivý výkon 1587,23 VA.

b) Schéma zapojenia so skratovanou prvou fázou spotrebiča je na obr. 7.9.



Obr. 7.9 Skrat prvej fázy spotrebiča

Zrejme sa pri skrate prvej fázy spotrebiča dostane medzi stred spotrebiča a stred zdroja napätie prvej fázy zdroja

$$U_N = U_{10} = 230e^{j0^\circ} \text{ V}.$$

Napätia na impedanciách záťaže vyjadríme z 2. Kirchhoffovho zákona pomocou napätia U_N

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} - 230) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) - 230] \text{ V} = 398,38e^{-j150^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{j120^\circ} - 230) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) - 230] \text{ V} = 398,38e^{j150^\circ} \text{ V}$$

Fázory elektrických prúdov v impedanciách spotrebiča budú

$$I_2 = \frac{U_2}{Z} = \frac{398,38e^{-j150^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{398,38e^{-j150^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,968e^{-j186,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z} = \frac{398,38e^{j150^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,968e^{j113,13^\circ} \text{ A},$$

$$I_1 = -(I_2 + I_3) = -7,968(e^{-j186,87^\circ} + e^{j113,13^\circ}) \text{ A} = 12,749e^{j30^\circ} \text{ A}$$

pričom sme fázor I_1 určili z 1. Kirchhoffovho zákona pre stred spotrebiča. Napätie na skrate prvej fázy spotrebiča je nulové, $U_1 = 0$, naviac $U_2 = U_3$ a $I_2 = I_3$, preto bude komplexný výkon spotrebiča podľa (7.7), (7.11)

$$S = U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = 2U_2 I_2 e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 2 \cdot 398,38 \cdot 7,968 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

$$S = 6348,58e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

Zdanlivý S , činný P a jalový Q výkon bude podľa (7.12) až (7.14)

$$S = |S| = 6348,58 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 6348,58 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 5078,87 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 6348,58 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 3809,15 \text{ VAr}$$

Pri skrate prvej fázy spotrebiča bude mať spotrebič činný výkon 5078,87 W, jalový výkon 3809,15 Var a zdanlivý výkon 6348,58 VA.

Príklad 7.2.5. Vypočítajte činný, jalový a zdanlivý výkon trojfázového súmerného spotrebiča zapojeného do hviezdy k trojfázovej súmernej súslednej sústave združených napätí 3 x 380 V. Každá impedancia spotrebiča má hodnotu $Z = 100e^{j60^\circ} \Omega$ ($Z = 100 \Omega$, $\varphi = 60^\circ$).

Riešenie: Zrejme 380 V je efektívna hodnota združených napätí, preto označme $U_z = 380 \text{ V}$.

Zo vzťahov (7.5), (7.16) až (7.19) získame

$$S = 3U_f I_f = 3U_f \frac{U_f}{Z} = \frac{3U_f^2}{Z} = \frac{(\sqrt{3}U_f)^2}{Z} = \frac{U_z^2}{Z} = \frac{380^2}{100} \text{ VA} = 1444 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 1444 \cdot \cos 60^\circ \text{ W} = 722 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 1444 \cdot \sin 60^\circ \text{ VAr} = 1250,5 \text{ VAr}$$

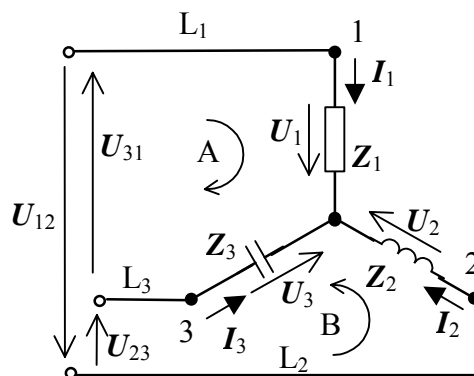
Spotrebič má zdanlivý výkon 1444 VA, činný výkon 722 W, jalový výkon 1250,5 VAr.

Príklad 7.2.6. Na trojfázové vedenie 3 x 400/230 V, 50 Hz je pripojená impedančná hviezda zložená z rovnako veľkých impedancií $Z = 100 \Omega$, pričom prvá impedancia má ohmický charakter, druhá čisto induktívny a tretia čisto kapacitný charakter. Vypočítajte fázory elektrických prúdov vo vodičoch vedenia a zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča. Neutrálny vodič vedenia je vynechaný.

Riešenie: Spotrebič je nesúmerný, pretože fázy jeho impedancií sú rôzne

$$Z_1 = 100e^{j0^\circ} \Omega, \quad Z_2 = 100e^{j90^\circ} \Omega, \quad Z_3 = 100e^{-j90^\circ} \Omega.$$

Pri riešení použijeme metódu obvodových rovníc, ktoré získame z 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol spotrebiča a z 2. Kirchhoffovho zákona pre slučky A a B v schéme na obr. 7.10.



Obr. 7.10 Schéma zapojenia nesúmerného spotrebiča

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 &= 0 \\ \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 - \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 &= -\mathbf{U}_{31} \\ \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2 - \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 &= \mathbf{U}_{23} \end{aligned}$$

Sústavu rovníc vyriešime Cramerovým pravidlom. Determinant sústavy je

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1 & 0 & -\mathbf{Z}_3 \\ 0 & \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_3 \end{vmatrix} = \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1.$$

Determinant \mathbf{D}_1 získame zámenou prvého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc

$$\mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\mathbf{U}_{31} & 0 & -\mathbf{Z}_3 \\ \mathbf{U}_{23} & \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_3 \end{vmatrix} = -\mathbf{U}_{31}(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3.$$

Fázory združených napätí poznáme, pozri obr. 7.3

$$\mathbf{U}_{12} = 400\text{e}^{\text{j}30^\circ} \text{V}, \quad \mathbf{U}_{23} = 400\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \text{V}, \quad \mathbf{U}_{31} = 400\text{e}^{-\text{j}210^\circ} \text{V}.$$

Súčet impedancií \mathbf{Z}_2 a \mathbf{Z}_3 je zrejme nulový, preto fázor prúdu \mathbf{I}_1 bude

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \frac{\mathbf{D}_1}{\mathbf{D}} = \frac{-\mathbf{U}_{31}(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \frac{-\mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \\ &= \frac{-400\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \cdot 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}}{100^2 \text{e}^{\text{j}90^\circ} + 100^2 + 100^2 \text{e}^{-\text{j}90^\circ}} \text{A} = -4 \text{A} \end{aligned}$$

Analogicky určíme fázor elektrického prúdu \mathbf{I}_2

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_2 &= \frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{U}_{23}(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3) + \mathbf{U}_{31} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \frac{400\text{e}^{-\text{j}90^\circ}(100 + 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}) + 400\text{e}^{-\text{j}210^\circ} 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}}{100^2 \text{e}^{\text{j}90^\circ} + 100^2 + 100^2 \text{e}^{-\text{j}90^\circ}} \text{A} = \\ &= \{-4\text{j}(1 - \text{j}) + 4\text{e}^{\text{j}60^\circ}\} \text{A} = \{-4\text{j} - 4 + 4(\cos 60^\circ + \text{j} \sin 60^\circ)\} \text{A} = \left\{-4\text{j} - 4 + 4\left(\frac{1}{2} + \text{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} \text{A} = \\ &= \{-4\text{j} - 4 + 2 + \text{j}2\sqrt{3}\} \text{A} = \{2 - \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = 2,071\text{e}^{-\text{j}165^\circ} \text{A} \end{aligned}$$

Zrejme fázor elektrického prúdu \mathbf{I}_3 získame z 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol

$$\mathbf{I}_3 = -\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = \{4 + 2 + \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = \{6 + \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = 6,024\text{e}^{\text{j}5,104^\circ} \text{A}.$$

Komplexný výkon podľa (7.7) bude

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{U}_1 \mathbf{I}_1^* + \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_2^* + \mathbf{U}_3 \mathbf{I}_3^* = \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1^* + \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2 \mathbf{I}_2^* + \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 \mathbf{I}_3^* = \\ &= \{100 \cdot 4^2 + 100\text{e}^{\text{j}90^\circ} \cdot 2,071^2 + 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \cdot 6,024^2\} \text{VA} = \{1600 + \text{j}(428,9 - 3628,9)\} \text{VA} = \\ &= \{1600 - \text{j}3200\} \text{VA} = 3578\text{e}^{-\text{j}63,4^\circ} \text{VA} \end{aligned}$$

Podľa vzťahov (7.8) až (7.10) činný výkon je 1600 W, jalový výkon je -3200 VAR a zdanlivý výkon je 3578 VA.

Príklad 7.2.7. Transformátorovňa závodu napája tri haly (1, 2, 3) trojfázovou sústavou so združeným napätím 390 V, 50 Hz. Meracie prístroje na rozvádzači ukazujú tieto činné výkony a efektívne hodnoty elektrických prúdov odoberaných halami, v ktorých sú len súmerné spotrebiče induktívneho charakteru

$$P_1 = 107 \text{ kW}, I_1 = 365 \text{ A}, P_2 = 150 \text{ kW}, I_2 = 390 \text{ A}, P_3 = 96 \text{ kW}, I_3 = 205 \text{ A}.$$

Vypočítajte celkový zdanlivý výkon závodu, celkový účinník závodu a celkový prúd odoberaný zo sekundárnej strany transformátora.

Riešenie: Podľa vzťahu (7.19) resp. (7.24) vypočítame zdanlivé výkony jednotlivých hál

$$S_1 = \sqrt{3} U_z I_1 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 365 \text{ VA} = 246,6 \text{ kVA}$$

$$S_2 = \sqrt{3} U_z I_2 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 390 \text{ VA} = 263,4 \text{ kVA}$$

$$S_3 = \sqrt{3} U_z I_3 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 205 \text{ VA} = 138,5 \text{ kVA}$$

Jalové výkony jednotlivých hál s trojfázovými súmernými spotrebičmi induktívneho charakteru určíme úpravou vzťahu (7.10)

$$Q_1 = +\sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{246,6^2 - 107^2} \text{ kVAr} = 222,2 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = +\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{263,4^2 - 150^2} \text{ kVAr} = 216,5 \text{ kVAr}$$

$$Q_3 = +\sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{138,5^2 - 96^2} \text{ kVAr} = 99,8 \text{ kVAr}$$

Celkový komplexný výkon závodu je súčtom komplexných výkonov jednotlivých hál.

S využitím vzťahu (7.7) dostaneme

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + P_3 + jQ_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$$

Zrejme celkový činný výkon P je súčtom činných výkonov jednotlivých hál a celkový jalový výkon Q je súčtom jalových výkonov jednotlivých hál

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = (107 + 150 + 96) \text{ kW} = 353 \text{ kW}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (222,2 + 216,5 + 99,8) \text{ kVAr} = 538,5 \text{ kVAr}$$

Celkový zdanlivý výkon závodu je modulom celkového komplexného výkonu, pozri (7.10)

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{353^2 + 538,5^2} \text{ kVA} = 643,9 \text{ kVA}.$$

Celkový účinník závodu vypočítame podľa vzťahu (7.17), resp. (7.22)

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{353}{643,9} = 0,548.$$

Zrejme celkový prúd vo fázovom vodiči vedenia pripojeného k sekundárnej strane transformátora získame zo vzťahu (7.19) resp. (7.24)

$$I_z = \frac{S}{\sqrt{3} U_z} = \frac{643,9}{\sqrt{3} \cdot 390} \text{ kA} = 0,953 \text{ kA}.$$

Celkový zdanlivý výkon závodu je 643,9 kVA, celkový účinník je 0,548 a celkový prúd vo fázovom vodiči vedenia pripojeného k sekundárnej strane transformátora je 953 A.

Príklad 7.2.8. Z nesúmernej trojfázovej sústavy združených napätí

$$u_{12} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(314t), \quad u_{23} = 200 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{4}\right), \quad u_{31} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t)$$

sa napája súmerný trojfázový spotrebič zapojený do hviezdy s impedanciou $Z = (10+j10) \Omega$. Vypočítajte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

Riešenie: Počiatočné fázy združených napätí určíme úpravou ich okamžitých hodnôt na súčin kladnej amplitúdy a harmonickej funkcie kosínus (cos)

$$u_{12} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(314t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{23} = 200 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{4}\right)$$

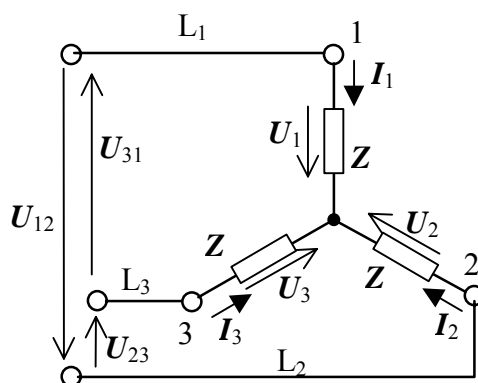
$$u_{31} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t - \pi)$$

Zrejme sú amplitúdy zadané vo voltoch a uhlová frekvencia (314) v rad/s. Keďže $314=2\pi f$, bude $f=50$ Hz. S využitím (7.4) vyjadríme fázory združených napätí

$$U_{12} = 100e^{j90^\circ} \text{ V} = j100 \text{ V}, \quad U_{23} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ} \text{ V} = (100 - j100) \text{ V}, \quad U_{31} = 100e^{-j180^\circ} \text{ V} = -100 \text{ V}.$$

Schéma zapojenia je na obr. 7.11.

Fázory napätí na impedanciách spotrebiča určíme metódou uzlových napätí. Východiskom je 1. Kirchhoffov zákon pre stred spotrebiča. Fázory elektrických prúdov vyjadríme Ohmovým zákonom z fázorov napätí na impedanciách. Aby sme získali rovnicu iba s jedným neznámym fázorom, napr. U_1 , musíme pomocou 2. Kirchhoffovho zákona fázory U_2 , U_3 vyjadriť cez fázor U_1 a zadané fázory združených napätí



Obr. 7.11 Schéma zapojenia súmerného spotrebiča k nesúmernej sústave napätí

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_1 - U_{12}}{Z} + \frac{U_{31} + U_1}{Z} = 0 \Rightarrow$$

$$3U_1 = U_{12} - U_{31} \Rightarrow U_1 = \frac{U_{12} - U_{31}}{3} = \frac{j100 + 100}{3} \text{ V} = 47,14e^{j45^\circ} \text{ V}$$

Zrejme z 2. Kirchhoffovho zákona získame ostatné fázory napätí na impedanciách

$$U_2 = U_1 - U_{12} = \left(\frac{100 + j100}{3} - j100 \right) \text{ V} = \left(\frac{100}{3} - j\frac{200}{3} \right) \text{ V} = 74,54e^{-j63,43^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{31} + U_1 = \left(-100 + \frac{100 + j100}{3} \right) \text{ V} = 74,54e^{j153,43^\circ} \text{ V}$$

Zdanlivý výkon spotrebiča určíme vzt'ahom (7.7) s použitím Ohmovho zákona

$$S = U_1 I_1^* + U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = \frac{U_1 U_1^*}{Z^*} + \frac{U_2 U_2^*}{Z^*} + \frac{U_3 U_3^*}{Z^*} = \frac{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}{Z^*} =$$

$$= \frac{47,14^2 + 74,54^2 + 74,54^2}{10 - j10} \text{ VA} = \frac{13334,6}{14,14e^{-j45^\circ}} \text{ VA} = 943,04e^{j45^\circ} \text{ VA} =$$

$$= (666,8 + j666,8) \text{ VA}$$

Zdanlivý výkon spotrebiča je $943,04e^{j45^\circ} \text{ VA}$, zdanlivý výkon je $943,04 \text{ VA}$, činný výkon je $666,8 \text{ W}$ a jalový výkon je $666,8 \text{ VAR}$.

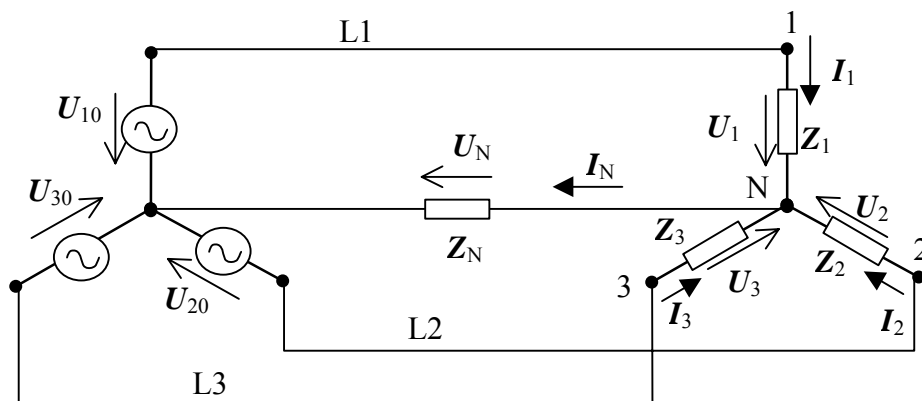
Príklad 7.2.9. Pre trojfázový obvod zapojený podľa schémy na obr. 7.12 vypočítajte napätia, elektrické prúdy a výkony na impedanciách $Z_1 = 100e^{j0^\circ} \Omega$, $Z_2 = 64e^{j38,8^\circ} \Omega$, $Z_3 = 60e^{j18,4^\circ} \Omega$ v prípadoch a) $Z_N = 5e^{j0^\circ} \Omega$, b) $Z_N = 0 \Omega$. Sústava fázových napätí zdroja je súmerná súsledná s fázormi $U_{10} = 230e^{j0^\circ} \text{ V}$, $U_{20} = 230e^{-j120^\circ} \text{ V}$, $U_{30} = 230e^{-j240^\circ} \text{ V}$.

Riešenie: a) Fázory napätí na všetkých impedanciách určíme metódou uzlových napätí. Výhodné je určiť najprv fázor U_N na impedancii Z_N . Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon a po zrejmých úpravách s využitím 2. Kirchhoffovho zákona získame

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{U_N}{Z_N} = \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2} + \frac{U_3}{Z_3} \Rightarrow$$

$$\frac{U_N}{Z_N} = \frac{U_{10} - U_N}{Z_1} + \frac{U_{20} - U_N}{Z_2} + \frac{U_{30} - U_N}{Z_3}$$

$$U_N \left(\frac{1}{Z_N} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \frac{U_{10}}{Z_1} + \frac{U_{20}}{Z_2} + \frac{U_{30}}{Z_3} \Rightarrow U_N = \frac{\frac{U_{10}}{Z_1} + \frac{U_{20}}{Z_2} + \frac{U_{30}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_N} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$



Obr. 7.12 Schéma zapojenia s impedanciou medzi stredmi zdroja a spotrebiča

Po dosadení dostaneme

$$U_N = \frac{\frac{230e^{j0^\circ}}{100e^{j0^\circ}} + \frac{230e^{-j120^\circ}}{64e^{j38,8^\circ}} + \frac{230e^{-j240^\circ}}{60e^{j18,4^\circ}}}{\frac{1}{5e^{j0^\circ}} + \frac{1}{100e^{j0^\circ}} + \frac{1}{64e^{j38,8^\circ}} + \frac{1}{60e^{j18,4^\circ}}} V = 12,82e^{j130,2^\circ} V.$$

Z 2. Kirchhoffovho zákona vyplýva

$$U_1 = U_{10} - U_N = (230 - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 238,5e^{-j2,353^\circ} V,$$

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 234,5e^{-j117,1^\circ} V,$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{-j240^\circ} - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 217,4e^{j119,4^\circ} V.$$

Zrejme fázory elektrických prúdov na jednotlivých impedanciách budú

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = 2,385e^{-j2,353^\circ} A, \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = 3,664e^{-j155,9^\circ} A, \quad I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = 3,623e^{j101^\circ} A,$$

$$I_N = \frac{U_N}{Z_N} = 2,564e^{j130,2^\circ} A$$

Komplexné výkony impedancií vyjadríme v zložkovom aj v exponenciálnom tvare

$$S_1 = U_1 I_1^* = 568,8e^{j0^\circ} VA = (568,8 + j0) VA,$$

$$S_2 = U_2 I_2^* = 859,6e^{j38,8^\circ} VA = (669,9 + j538,6) VA,$$

$$S_3 = U_3 I_3^* = 787,6e^{j18,4^\circ} VA = (747,3 + j248,6) VA.$$

V adekvátnom poradí sú zdanlivé výkony impedancií 568,8; 859,6; 787,6 VA, činné výkony 568,8; 669,9; 747,3 W a jalové výkony impedancií sú 0; 538,6; 248,6 VAR.

b) Pri skrate stredov zdroja a spotrebiča neutrálnym vodičom ($Z_N = 0 \Omega$) nie je napätie medzi stredmi spotrebiča a zdroja ($U_N = 0 V$). Fázové napätia zdroja sa dostanú na jednotlivé impedancie

$$U_1 = U_{10} - U_N = U_{10}, \quad U_2 = U_{20} - U_N = U_{20}, \quad U_3 = U_{30} - U_N = U_{30}.$$

Zrejme fázory elektrických prúdov na jednotlivých impedanciách a v neutrálnom vodiči budú

$$I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = 2,3e^{j0^\circ} \text{ A}, \quad I_2 = \frac{U_{20}}{Z_2} = 3,594e^{-j158,8^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_{30}}{Z_3} = 3,833e^{j101,6^\circ} \text{ A},$$

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 3,057e^{j126,6^\circ} \text{ A}$$

Komplexné výkony jednotlivých impedancií budú

$$S_1 = U_{10} I_1^* = \frac{U_{10}^2}{Z_1^*} = 529e^{j0^\circ} \text{ VA} = (529 + j0) \text{ VA},$$

$$S_2 = U_{20} I_2^* = \frac{U_{20}^2}{Z_2^*} = 826,6e^{j38,8^\circ} \text{ VA} = (644,2 + j517,9) \text{ VA},$$

$$S_3 = U_{30} I_3^* = \frac{U_{30}^2}{Z_3^*} = 881,7e^{j18,4^\circ} \text{ VA} = (836,6 + j278,3) \text{ VA}.$$

V adekvátnom poradí sú zdanlivé výkony impedancií 529 VA, 826,6 VA, 881,7 VA, činné výkony 529 W, 644,2 W, 836,6 W a jalové výkony impedancií sú 0 VAr, 517,9 VAr, 278,3 VAr.

7.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 7.3.1. Vinutie trojfázového motora je zapojené do trojuholníka. V jednotlivých impedanciách vinutia tečie elektrický prúd $I = 30 \text{ A}$. Na aký elektrický prúd treba dimenzovať pripojovací kábel?

$$(I_z = 52 \text{ A})$$

Úloha 7.3.2. Trojfázový motor pri zapojení vinutia do hviezdy berie zo siete elektrický prúd $I = 20 \text{ A}$. Ako sa zmení tento prúd po prepnutí vinutia do trojuholníka?

$$(I = 60 \text{ A})$$

Úloha 7.3.3. Trojfázový súmerný spotrebič zapojený do hviezdy má jednotlivé impedancie dimenzované na činný výkon $P_1 = 20 \text{ kW}$, elektrický prúd $I_1 = 100 \text{ A}$ pri účinníku $\cos \varphi_1 = 0,866$. Aké napätie (U_z / U_f) má mať trojfázové vedenie?

$$(3 \times 400/231)$$

Úloha 7.3.4. Vypočítajte, aké účinníky majú jednotlivé odbery elektrickej energie v halách 1, 2, 3 z vyriešeného príkladu 7.2.7.

$$(\cos \varphi_1 = 0,434, \cos \varphi_2 = 0,569, \cos \varphi_3 = 0,693)$$

Úloha 7.3.5. Aký odpor má mať jedna fáza výhrevného telesa trojfázovej akumulacej pece zapojenej do trojuholníka, ak celkový činný výkon pece pri napájaní zo siete 3 x 380 / 220 V, 50 Hz má byť $P = 3 \text{ kW}$?

$$(R_f = 144 \, \Omega)$$

Úloha 7.3.6. Ako sa zmení činný výkon pece z predchádzajúcej úlohy 7.3.5, ak impedancie výhrevného telesa prepne do hviezdy?

$$(P = 1 \text{ kW})$$

Úloha 7.3.7. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 230 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = (12 - j16) \, \Omega$, $Z_2 = (12 + j16) \, \Omega$, $Z_3 = (12 + j16) \, \Omega$. Neutrálny vodič trojfázového vedenia sa nevyužíva. Určte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča pre a) normálny stav,

b) stav pri prerušenom fázovom vodiči L2,

c) stav so skratovanou impedanciou Z_1 .

$$(a) S = 7940,6e^{-j3,475^\circ} \text{ VA}, S = 7940,6 \text{ VA}, P = 7926 \text{ W}, Q = -481,32 \text{ VAr},$$

$$b) S = 4007,7e^{j45^\circ} \text{ VA}, S = 4007,7 \text{ VA}, P = 2833,9 \text{ W}, Q = -2833,9 \text{ VAr},$$

$$c) S = 11223,2e^{j8,1^\circ} \text{ VA}, S = 11223,2 \text{ VA}, P = 11111,2 \text{ W}, Q = 1581,4 \text{ VAr}.$$

Úloha 7.3.8. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 100 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = Z_2 = (10 + j20) \, \Omega$, $Z_3 = 30 \, \Omega$. Neutrálny vodič trojfázového vedenia sa nevyužíva. Určte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

$$(S = 1106,1e^{j44,1^\circ} \text{ VA}, S = 1106,1 \text{ VA}, P = 794,19 \text{ W}, Q = 769,9 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.9. K nesúmernému trojfázovému zdroju s fázovými napätiami

$$u_{10} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t), \quad u_{20} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{2}\right), \quad u_{30} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$$

je do hviezdy pripojený súmerný trojfázový spotrebič s impedanciou $Z = R = 100 \, \Omega$. Vypočítajte zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

$$(S = 266,67 \text{ VA}, P = 266,67 \text{ W}, Q = 0 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.10. Zo súmernej trojfázovej sústavy združených napätí s efektívnou hodnotou $U_Z = \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V}$ s fázormi na obr. 7.3a) sa napája nesúmerný trojfázový spotrebič zapojený

do hviezdy s impedanciami $Z_1 = 100 \Omega$, $Z_2 = (100 + j100) \Omega$, $Z_3 = (100 - j100) \Omega$. Vypočítajte zdanlivý, činný a jalový výkon na prvej impedancii spotrebiča.

$$(S_1 = 740,3 \text{ VA}, P_1 = 740,3 \text{ W}, Q_1 = 0 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.11. Nesúmerný trojfázový zdroj zapojený do trojuholníka s fázormi združených napätí $U_{12} = 220e^{j0^\circ} \text{ V}$, $U_{23} = \sqrt{3} \cdot 220e^{-j150^\circ} \text{ V}$, $U_{31} = 220e^{j60^\circ} \text{ V}$ napája nesúmerný trojfázový odporový spotrebič zapojený do hviezdy s impedanciami $Z_1 = 200 \Omega$, $Z_2 = 100 \Omega$, $Z_3 = 100 \Omega$. Vypočítajte efektívnu hodnotu elektrického prúdu, ktorý tečie impedanciou Z_1 .

$$(I_1 = 0,44 \text{ A})$$

Úloha 7.3.12. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 220 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový odporový spotrebič s odpormi $R_2 = R_3 = 200 \Omega$. Aký musí byť odpor R_1 , aby na ňom bolo napätie s efektívnou hodnotou 110 V?

$$(R_1 = 50 \Omega)$$

Úloha 7.3.13. K trojfázovému zdroju zapojenému do hviezdy s fázormi fázových napätí $U_{10} = 200 \text{ V}$, $U_{20} = (-150 - j100) \text{ V}$, $U_{30} = (-150 + j100) \text{ V}$, uhlovej frekvencie 100 rad/s je pripojený súmerný trojfázový spotrebič, ktorý pozostáva z troch kondenzátorov s rovnakou kapacitou $C = 100 \mu\text{F}$ zapojených do hviezdy. Akú efektívnu hodnotu má elektrický prúd, ktorý tečie cez impedanciu $Z_N = 100 \Omega$ zapojenú medzi stred zdroja a stred spotrebiča?

$$(I_N = 0,3162 \text{ A})$$

Úloha 7.3.14. K súmernej súslednej sústave združených napätí s efektívnou hodnotou $U_z = \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V}$ s fázormi je pripojený do trojuholníka trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = 200 \Omega$, $Z_2 = -j100 \Omega$, $Z_3 = (100 + j100) \Omega$, pozri obr. 7.6. Vypočítajte efektívne hodnoty združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia.

$$(I_{L1} = 2,9997 \text{ A}, I_{L2} = 2,4685 \text{ A}, I_{L3} = 5,4419 \text{ A})$$

Úloha 7.3.15. Aký je zdanlivý, činný a jalový výkon trojfázového spotrebiča v predchádzajúcej úlohe 7.3.14?

$$(S = 1774,32 \text{ VA}, P = 1586,95 \text{ W}, Q = -793,60 \text{ VAr})$$