

## Vzorka príkladov korešpondujúca s problematikou numerického cvičenia č. 5

1. Homogénna kruhová doska s polomerom 0.3 m a hmotnosťou 60 kg sa pri svojom otáčavom pohybe okolo osi kolmej na rovinu dosky a prechádzajúcej stredom dosky podrobuje účinku vonkajších síl, ktorých moment má konštantnú zložku do smeru osi otáčania s veľkosťou 0.1 N.m . Vypočítajte uhlové zrýchlenie otáčavého pohybu dosky, ako aj prácu, ktorú vykonajú vonkajšie sily za prvé 3 minúty otáčania dosky, keď na začiatku (t.j. v čase  $t = 0$  s) bola doska v pokoji.
2. Homogénne teleso tvaru rotačného valca sa otáča okolo geometrickej osi. Aká je hodnota momentu vonkajších síl vzhľadom na os otáčania, keď sa hodnota momentu hybnosti telesa vzhľadom na os otáčania mení s časom tak, že za 5 sekúnd vzrastie z nulovej hodnoty na hodnotu  $L = 0,157 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$  ?  
Nájdite moment zotrvačnosti homogénnej dosky tvaru štvorca so stranou  $a = 10 \text{ cm}$  a hmotnosťou  $m = 2 \text{ kg}$  vzhľadom na svoju uhlopriečku ako os.
3. Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej hmotnej úsečky s dĺžkou  $L$  a celkovou hmotnosťou  $m$ 
  - a) vzhľadom na os, ktorá je kolmá na úsečku a prechádza jedným jej krajným bodom.
  - b) vzhľadom na os, ktorá je kolmá na úsečku a prechádza jej stredom.
  - c) vzhľadom na os, ktorá prechádza stredom úsečky a zvierá s úsečkou uhol  $\alpha = 60^\circ$
4. Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej kruhovej dosky s polomerom  $R$  a hmotnosťou  $m$ 
  - a) vzhľadom na os kolmú na rovinu dosky a prechádzajúcu jej stredom.
  - b) vzhľadom na os, ktorá leží v rovine dosky a prechádza jej stredom.
5. Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénneho telesa tvaru gule s polomerom  $R$  a hmotnosťou  $m$ 
  - a) vzhľadom na os, ktorá prechádza stredom gule.
  - b) vzhľadom na os, ktorá je dotyčnicou tejto gule.
6. Vypočítajte moment zotrvačnosti tenkej dosky tvaru štvorca so stranou  $a$  vzhľadom na os, ktorá je kolmá na rovinu štvorca s prechádza jeho stredom.
7. Hustota  $\rho$  tenkej tyče s dĺžkou  $L$  a s konštantným prierezom narastá rovnomerne v závislosti od vzdialenosti  $x$  od jedného konca podľa vzťahu  $\rho = \rho_0 + ax$ , kde  $\rho_0$  a  $a$  sú konštanty. Určte polohu ťažiska tyče.
8. Vypočítajte polohu ťažiska homogénneho tenkého drôtu ohnutého do tvaru štvrtkružnice s polomerom  $R$ .
9. Vypočítajte polohu ťažiska homogénnej tenkej dosky tvaru štvrtkruhu s polomerom  $R$ .
10. Vypočítajte potenciálnu energiu homogénneho telesa tvaru rotačného kužľa s výškou  $h$ , ktoré je položené podstavou na zemskom povrchu.
11. Uvažujme sústavu hmotných bodov s rovnakou hmotnosťou. Dokážte, že ak uvedená sústava má os symetrie (súmernosti), tak ťažisko sústavy leží na tejto osi.
12. Dokážte, že ak sústavu hmotných bodov je možné rozdeliť na podsústavy, ktorých polohu ťažiska poznáme, tak potom pre polohu ťažiska celej sústavy  $\vec{r}^*$  platí:
$$\vec{r}^* = \frac{\sum_i M_i \vec{r}_i^*}{\sum_i M_i}$$
kde  $M_i$  je celková hmotnosť  $i$  - tej podsústavy a  $\vec{r}_i^*$  je polohový vektor ťažiska  $i$  - tej podsústavy. To znamená, že pri hľadaní polohy ťažiska celej sústavy môže každú podsústavu nahradiť hmotným bodom umiestneným v jej ťažisku.
13. Vypočítajte potenciálnu energiu homogénneho telesa tvaru rotačného kužľa s polomerom podstavy  $R = 10 \text{ cm}$  a výškou  $h = 20 \text{ cm}$ , ktorý je postavený svojou podstavou na zemskom povrchu. Hmotnosť telesa je  $m = 5 \text{ kg}$ .

14. Tyč s dĺžkou  $L = 1\text{ m}$  je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej koncovým bodom tyče. Akú rýchlosť máme udeliť voľnému koncu tyče, aby pri svojom vychýlení z rovnovážnej polohy dosiahol vodorovnú rovinu prechádzajúcu osou otáčania?

15. Homogénne teleso tvaru valca s polomerom podstavy  $R = 15\text{ cm}$  (alebo gule s polomerom  $R$ ) a s hmotnosťou  $m = 1\text{ kg}$  sa kotúľa bez šmýkania po vodorovnej rovine. Určte rýchlosť uvedeného telesa ak viete, že jeho kinetická energia je  $W_k = 150\text{ J}$ .

16. Teleso tvaru valca (alebo gule) s hmotnosťou  $m = 3\text{ kg}$  sa valí bez šmýkania po naklonenej rovine, ktorá je sklonená pod uhlom  $\alpha = 40^\circ$ . Určte, aká bude rýchlosť telesa po prejdení dráhy  $s = 120\text{ cm}$ , keď na začiatku bolo teleso v pokoji.

17. Na valci s hmotnosťou  $M$  je navinuté lano, na konci ktorého je zavesené závažie hmotnosti  $m$ . Akým zrýchlením sa bude závažie pohybovať pod vplyvom tiažovej sily? Odpor prostredia a trenie zanedbajte.

18. Závažia s hmotnosťami  $m_1$  sú spojené cez kladku hmotnosti  $m$  a polomeru  $R$ . Jedno závažie je položené na povrchu stola a druhé visí cez okraj stola. S akým zrýchlením sa závažia pohybujú, ak koeficient trenia medzi závažím a povrchom stola je  $\mu$ ? Kladku považujte za kruhovú dosku. Trenie v kladke neuvažujte.

19. Na jednom konci loďky s dĺžkou  $L = 3,6\text{ m}$  a hmotnosťou  $m_1 = 45\text{ kg}$  stojí človek s hmotnosťou  $m_2 = 90\text{ kg}$ . O akú vzdialenosť sa loďka na vode posunie, ak človek prejde na jej opačný koniec loďky? Odpor vody zanedbajte.

20. Homogénna doska s hmotnosťou  $1\text{ kg}$  leží na stole tak, že jej pravý koniec je vysunutý mimo stôl o  $1/3$  jej dĺžky. Aká je minimálna hmotnosť závažia, ktoré treba zavesiť na pravý koniec, aby sa jej ľavý koniec začal zdvíhať?

21. Na jednom konci tyče dlhej  $30\text{ cm}$  je pripevnená guľa s polomerom  $6\text{ cm}$ . Hmotnosť gule je dvakrát väčšia než hmotnosť tyče. Určte polohu ťažiska.

22. Žulový 4-boký pravidelný hranol má štvorcovú podstavu s hranou dĺžky  $60\text{ cm}$  a výšku  $80\text{ cm}$ . Akú prácu treba vykonať, aby sme ho preklopili z rovnovážnej polohy stálej do rovnovážnej polohy vratkej, ak hranol stojí na štvorcovej podstave a hustota žuly je  $2500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ?