

## 5 JEDNOSMERNÉ OBVODY

### 5.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Elektrický prúd je usporiadaný pohyb nábojov. Cez plochu bude prechádzať náboj v závislosti od veľkosti plochy  $S$ , koncentrácie nosičov náboja  $n$ , rýchlosti pohybu nábojov  $v$  a veľkosti náboja jedného nosiča  $e$ . Prúd potom môžeme vyjadriť pomocou **prúdovej hustoty**

$$I = jS \quad \text{kde} \quad j = env \quad (5.1)$$

Zdroj elektrického napätia (prúdu) je prístroj (zariadenie), v ktorom sa prácou neelektrických síl vytvára na svorkách zdroja elektrické napätie. Toto napätie sa rovná rozdielu potenciálov dvoch elektród (kladnej a zápornej). Elektromotorické napätie sa rovná práci cudzej sily neelektrickej povahy pri prenose jednotkového kladného náboja vnútri zdroja zo zápornej elektródy na kladnú a má opačnú polaritu ako elektrické napätie na svorkách zdroja – je orientované rovnakým smerom, akým prechádza prúd v danom okruhu. Vnútorne napätie  $U_1$  zdroja je vždy väčšie ako svorkové napätie  $U$ , ak sa odoberá prúd. Len v prípade, ak zdroj nie je zaťažený ( $I = 0$ ), nemáme napätia na vnútornom odpore zdroja a svorkové napätie sa rovná vnútornému napätiu.

Ohm objavil, že na kovových rezistoroch sa zachováva priama úmernosť medzi úbytkom napätia na nejakom úseku rezistora a prúdom, ktorý ním prechádza, tzv. **Ohmov zákon**. Pre veľkosť napätia pripojeného na rezistor pri známej hustote elektrického prúdu, odporu a prierezu vodiča môžeme napísať

$$U = R \cdot I = R \cdot j \cdot S = R \cdot j \cdot \frac{1}{4} \pi d^2. \quad (5.2)$$

Odpor priameho vodiča s **rezistivitou**  $\rho$  [ $\mu\Omega$  m, staršia jednotka  $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ] (charakteristikou materiálu z ktorého je vyrobený) závisí od jeho dĺžky  $\ell$  a prierezu  $S$ , prípadne od jeho polomeru alebo priemeru (pre konečné rozmery)

$$R = \rho \frac{2\ell}{S} = \rho \frac{2\ell}{\pi r^2} = \rho \frac{2\ell}{\pi} \frac{4}{d^2} = \frac{8\ell\rho}{\pi d^2}. \quad (5.3)$$

Prevrátená hodnota rezistivity je merná (špecifická) elektrická vodivosť  $\sigma$ .

**Práca elektrického prúdu** je prácou elektrickej sily, potrebnej na prenesenie náboja prúdom  $I$  pozdĺž úseku vodiča s rozdielom potenciálov  $U$  za čas  $t$

$$W = U \cdot I \cdot t. \quad (5.4)$$

**Výkon elektrického prúdu** dostaneme ako prácu delenú časom (Jouleov zákon)

$$P = U \cdot I , \quad (5.5)$$

ktorý pomocou Ohmovho zákona môžeme písať aj v tvaroch

$$P = U \cdot I = U \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U^2}{P} , \quad (5.6)$$

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{I^2} . \quad (5.7)$$

**Príkón** ktorý dodávame do elektrického zariadenia sa rozdelí na výkon zariadenia a časť sa „stratí“ vo vodičoch, trením v ložiskách alebo sa premení na teplo, ktoré zohrieva stroj. **Účinnosť** elektrického zariadenia je daná podielom dodaného príkonu  $P_p$  a výkonu  $P$

$$\eta = \frac{P}{P_p} . \quad (5.8)$$

Prvky **elektrickej siete** (vodiče, rezistory, cievky a kondenzátory) vytvárajú **vetvy** (vetva obsahuje spojovacie vodiče, najmenej jeden rezistor a môže byť v nej zdroj napätia), ktoré sa stretávajú v **uzloch**. Uzol je spojenie najmenej troch vetiev. Spojovacie vodiče považujeme za ideálne, t. j. bezodporové. Základnou metódou riešenia elektrických sietí je riešenie pomocou Kirchhoffových zákonov.

**I. Kirchhoffov zákon** (I. KZ) sa dá formulovať takto: *Súčet prúdov v uzle sa rovná nule* (dôsledok zákona zachovania náboja). Musíme rozlišovať znamienkom prúdy, ktoré do uzla vstupujú od prúdov, ktoré z neho vystupujú. Pre  $n$ -definovaných prúdov v jednom uzle môžeme napísať zákon v tvare

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 . \quad (5.9)$$

**II. Kirchhoffov zákon** (II. KZ) vyjadríme: *Súčet úbytkov napätí vytváraných prúdmi na rezistoroch sčítaný so súčtom elektických napätí zdrojov sa v uzavretej slučke rovná nule*

$$\sum_{j=1}^m R_j I_j + \sum_{i=1}^p U_{zi} = 0 \quad , \text{ pre } m\text{-rezistorov a } p\text{-zdrojov.} \quad (5.10)$$

Pri riešení elektrických sietí pomocou Kirchhoffových zákonov je potrebné dodržiavať tieto *pravidlá*. Označíme ľubovoľne smery prúdov vo vetvách. Ak po číselnom výpočte vyjde prúd vo vetve kladný, bol smer zvolený dobre. Ak vyjde záporný, v skutočnosti prúd tečie opačným smerom ako ukazuje nakreslená šípka. Napíšeme  $(i-1)$  rovníc podľa I. KZ, kde  $i$  je počet uzlov v obvode. Označíme smery elektrických napätí zdrojov (od kladnej k zápornej svorky zdroja). Vyberieme si uzavreté slučky a zvolíme si smery ich obiehania. Počet slučiek musí byť taký, aby počet všetkých rovníc (podľa oboch KZ) sa rovnal počtu vetiev. Napíšeme rovnice podľa II. KZ. Ak prúd vo vetve má rovnaký smer ako smer obiehania, bude napätie

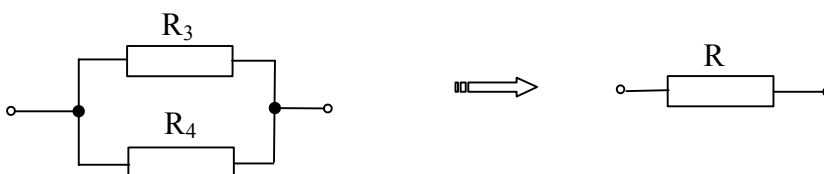
na odpore kladné, ak má opačný smer, bude záporné. Podobne bude napätie zdroja kladné, ak smer elektrického napätia zdroja je zhodný so smerom obiehania. Takto zostavené rovnice potom riešime ako lineárnu sústavu rovníc.

Využitie I. a II. Kirchhoffovho zákona je postačujúce i v zložitých jednosmerných obvodoch. Okrem toho však existujú známe metódy, ktoré nám uľahčujú riešenie. Sú to náhrada dvojpólových skupín, Maxwellove cykly, superpozícia a náhradný aktívny dvojpól. Dnes, vďaka rozšíreniu výpočtovej techniky, sa dajú pohodlne riešiť zložité obvody, kde vychádza i veľký počet podmiennečných rovníc. Tvorivú prácu – zostavu podmiennečných rovníc obvodu – robí človek a rutinné práce riešenia vykoná počítač.

Na zjednodušenie elektrických obvodov nahrádzame viac rezistorov jedným alebo rezistory zapojené do trojuholníka nahrádzame zapojením do hviezdy a opačne.



Obr. 5.1 Sériové zapojenie odporov



Obr. 5.2 Paralelné zapojenie odporov

**Za sebou** zapojené rezistory (*do série*) nahradíme podľa obr. 5.1 odporom náhradného rezistora  $R$ , ktorého veľkosť je daná súčtom nahrádzovaných rezistorov  $R_1$  a  $R_2$

$$R = R_1 + R_2 \quad , \text{ pre } n\text{-rezistorov} \quad R = \sum_{i=1}^n R_i . \quad (5.11)$$

Pre **vedľa seba** zapojené rezistory (*paralelne*) vypočítame odpor náhradného rezistora  $R$  ako súčet prevrátených hodnôt jednotlivých rezistorov  $R_3$  a  $R_4$  (obr. 5.2)

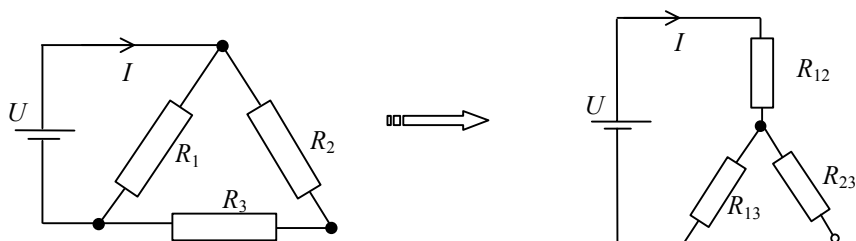
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad , \text{ pre } m\text{-rezistorov} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{R_i} \quad (5.12)$$

$$\text{alebo } R = R_3 \parallel R_4 \quad \text{znak } \parallel \text{ označuje paralelné zapojenie.} \quad (5.13)$$

Tri odpory môžeme zapojiť pomocou dvoch zapojení – hviezda alebo trojuholník. Zapojenie do hviezdy a trojuholníka sú ekvivalentné vtedy, ak zdroj pripojený k tým istým svorkám dodáva ten istý prúd. Podľa obr. 5.3 môžeme napísať tieto prevodové vzorce trojuholník  $\rightarrow$  hviezda

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (5.14)$$

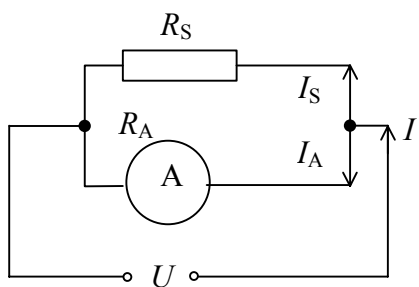
Opačný prevod dostaneme z týchto rovníc, ak z nich vyjadríme  $R_1, R_2, R_3$ .



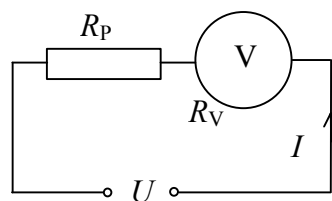
Obr. 5.3 Schémy zapojenia trojuholníka a hviezdy

Pre jednoduchý bočník  $R_S$  zapojený v paralelnej vetve (obr. 5.4) platí z rovnosti napätí

$$R_A I_A = R_S I_S \quad \text{kde} \quad I = n \cdot I_A \quad \Rightarrow \quad R_S = \frac{R_A}{(n-1)}. \quad (5.15)$$



Obr. 5.4 Zapojenie bočníka ampérmetra



Obr. 5.5 Zapojenie predradeného odporu voltmetra

Pre predradený odpor voltmetra  $R_P$  vychádzame z napätí na odporoch (obr. 5.5)

$$R_P = \frac{U_R}{U_V} R_V \quad \text{kde} \quad U = n \cdot U_V$$

$$R_P = (n-1)R_V \quad (5.16)$$

Odpor závisí od rozmerov a vlastností materiálu a aj od teploty podľa vzťahu

$$R_g = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \quad [\Omega; \Omega, K^{-1}, K] \quad (5.17)$$

kde  $\alpha$  je teplotný koeficient odporu daný materiálom,  $\Delta \vartheta$  je rozdiel teplôt.

Pri elektrolýze sa vylúči prechodom hustoty elektrického prúdu  $j$  cez plochu  $S$  za určitý čas  $t$  množstvo látky  $m$  dané vzhľadom na elektrochemický ekvivalent  $A$

$$m = A \cdot j \cdot S \cdot t = A \cdot I \cdot t \quad [mg; mgA^{-1}s^{-1}, A, s] \quad (5.18)$$

## 5.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

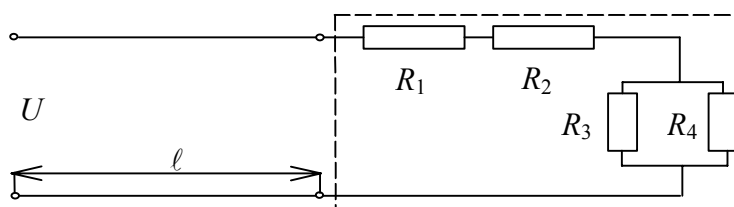
**Príklad 5.2.1.** Je daný obvod podľa obr. 5.6 s údajmi: napätie  $U = 200 \text{ V}$ , medený prívodný vodič od zdroja k spotrebiču má dĺžku  $\ell = 150 \text{ m}$  a priemer  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 50 \Omega$ ,  $R_3 = 25 \Omega$ ,  $R_4 = 50 \Omega$ . Vypočítajte hustotu elektrického prúdu  $j$  a veľkosť odporu  $R_2$  tak, aby celkový odobraný výkon obvodu zo zdroja bol  $P = 500 \text{ W}$ .

*Riešenie:* Z definície výkonu a Ohmovho zákona môžeme vyjadriť celkový odpor obvodu

$$P = U \cdot I, \quad I = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U^2}{P}.$$

Celkový odpor obvodu podľa zapojenia sa skladá z piatich odporov – tri sú zapojené do série, dva odpory paralelne a podľa vzťahov (5.11, 5.12)

$$R = R_{ved} + R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}.$$



Obr. 5.6

Pre odpor vedenia podľa vzťahu (5.3) platí

$$R_{ved} = \rho \frac{2\ell}{S} = \rho \frac{2\ell}{\pi r^2} = \rho \frac{2\ell}{\pi} \frac{4}{d^2} = \frac{8\ell\rho}{\pi d^2}.$$

Vyjadríme neznámy odpor  $R_2$  pre rezistivitu Cu vodiča  $\rho_{Cu} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m}$

$$\begin{aligned} R_2 &= R - R_{ved} - R_1 - \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{U^2}{P} - \frac{8\ell\rho}{\pi d^2} - R_1 - \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \\ R_2 &= \frac{(200 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} - \frac{8 \cdot 150 \text{ m} \cdot 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}}{\pi (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} - 50 \Omega - \frac{25 \Omega \cdot 50 \Omega}{25 \Omega + 50 \Omega} \\ R_2 &= 80 \Omega - 1,67 \Omega - 50 \Omega - 16,67 \Omega = 11,66 \Omega. \end{aligned}$$

Vypočítame prúdovú hustotu  $j$  prívodného vodiča podľa vzťahu (5.1)

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1}{\pi} \frac{P}{U} \frac{4}{d^2} = \frac{4P}{\pi U d^2} = \frac{4 \cdot 500 \text{ W}}{\pi \cdot 200 \text{ V} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 795\,774 \text{ Am}^{-2}.$$

Prúdová hustota je  $795\,774 \text{ Am}^{-2}$  pri odpore  $R_2 = 11,66 \Omega$ .

**Príklad 5.2.2.** Voltov článok má vnútorné napätie  $U_V = 1 \text{ V}$  a vnútorný odpor  $R_V = 0,5 \Omega$ . Aký prúd bude prechádzať žiarovkou s údajmi 1,5 V, 0,3 A? Aké bude svorkové napätie a vnútorný úbytok napätia článku podľa obr. 5.7?

*Riešenie:* Odpor žiarovky vypočítame zo štítkových hodnôt podľa vzťahu (5.2)

$$R_Z = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{1,5 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 5 \Omega.$$

Celkový odpor obvodu sa skladá z dvoch odporov zapojených do série. Prúd prechádzajúci obvodom bude

$$I = \frac{U_1}{R_V + R_Z} = \frac{1 \text{ V}}{0,5 \Omega + 5 \Omega} = 0,18 \text{ A}.$$

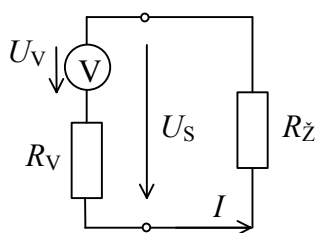
Svorkové napätie sa rovná napätiu na odpore žiarovky

$$U_S = I \cdot R_Z = 0,18 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 0,9 \text{ V}.$$

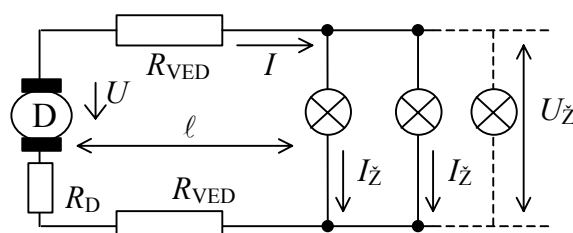
Vnútorný úbytok článku je daný rozdielom svorkového a vnútorného napätia článku

$$\Delta U = U_V - U_S = 1 \text{ V} - 0,9 \text{ V} = 0,1 \text{ V}.$$

Žiarovkou bude prechádzať prúd 0,18 A, svorkové napätie je 0,9 V a úbytok článku 0,1 V.



Obr. 5.7



Obr. 5.8

**Príklad 5.2.3.** Dynamo (obr. 5.8) má vnútorné napätie  $U = 130 \text{ V}$  a odpor  $R_D = 0,2 \Omega$ . Má dodávať prúd 50-tim žiarovkám (60 W, 120 V) do vzdialenosti  $\ell = 200 \text{ m}$ . Aký veľký musí byť prierez medeného vedenia, aby žiarovky dostali svoje napätie  $U_Z = 120 \text{ V}$ ?

*Riešenie:* Prierez drôtu vedenia vypočítame z odporu vedenia a dovoleného úbytku napätia medzi dynamom a žiarovkami a stratou na vnútornom odpore dynama  $U_D$

$$U_{VED} = U - U_Z - U_D = U - U_Z - I \cdot R_D.$$

Prúd prechádzajúci obvodom je 50-násobok prúdu prechádzajúceho žiarovkou (5.5)

$$I_Z = \frac{P_Z}{U_Z} \Rightarrow I = 50 \cdot I_Z = 50 \cdot \frac{P_Z}{U_Z} = 50 \cdot \frac{60 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 25 \text{ A}.$$

Odpor vedenia bude podľa (5.2)

$$R_V = \frac{U_V}{I} = \frac{1}{I}(U - U_Z - I \cdot R_D) = \frac{1}{25 \text{ A}}(130 \text{ V} - 120 \text{ V} - 25 \text{ A} \cdot 0,2 \Omega) = 0,2 \Omega.$$

Z definície odporu drôtu (5.3) a rezistivity Cu vodiča  $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m}$  vyjadríme

$$S = \rho \frac{\ell}{R_{\text{VED}}} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m} \frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{0,2 \Omega} = 35 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 35 \text{ mm}^2.$$

Vedenie dodávajúce prúd všetkým žiarovkám musí mať prierez  $35 \text{ mm}^2$ .

**Príklad 5.2.4.** Dynamo dodáva prúd dvom žiarovkám s menovitými údajmi  $100 \text{ W}/110 \text{ V}$  do vzdialenosti  $100 \text{ m}$  medeným vedením s prierezom  $0,75 \text{ mm}^2$ . Aké svorkové napätie musí ukazovať voltmeter  $V_1$ , aby žiarovky mali napätie  $110 \text{ V}$ , ktoré ukazuje voltmeter  $V_2$ ?

*Riešenie:* Prúd prechádzajúci obvodom sa delí do dvoch vetiev so žiarovkami a je daný prúdom ktorý prechádza jednou žiarovkou, ktorý vypočítame z menovitého výkonu (5.5)

$$I = 2 \cdot I_Z = 2 \frac{P}{U}.$$

Vo vedení vyvolá úbytok napätia, kde odpor vedenia vypočítame z jeho rozmerov (5.3)

$$\Delta U = R_V \cdot I = \rho \frac{2\ell}{S} I = \rho \frac{2\ell}{S} 2 \frac{P}{U} = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{0,75 \text{ mm}^2} 2 \frac{100 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 8,48 \text{ V}.$$

Voltmeter pri dynamike musí ukazovať vyššiu hodnotu ako voltmeter pri žiarovkách o úbytok napätia vo vedení

$$U_1 = U_2 + \Delta U = 110 \text{ V} + 8,48 \text{ V} = 118,48 \text{ V}.$$

Svorkové napätie, ktoré nameria voltmeter musí byť  $118,48 \text{ V}$ .

**Príklad 5.2.5.** Kruhovú cievku podľa obr. 5.9 je navinutá z medeného drôtu kruhového prierezu s priemerom  $d = 0,7 \text{ mm}$ , s izoláciou hrúbky  $d_{\text{iz}} = 0,75 \text{ mm}$ . Medzivrstvová izolácia je hrúbky  $d_{\text{izVR}} = 0,1 \text{ mm}$ . Dané sú rozmery cievky  $\ell = 50 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 25 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 50,5 \text{ mm}$ . Vypočítajte počet vrstiev, počet závitov vo vrstve, počet závitov cievky a odpor vinutia cievky. Vypočítajte aká musí byť veľkosť napätia pripojeného na cievku, aby hustota elektrického prúdu bola maximálne  $2,5 \text{ A/mm}^2$ . Vypočítajte spotrebovanú energiu cievky pri jej prevádzke počas troch hodín.

*Riešenie:* Hrúbka vrstvy je daná priemerom drôtu a medzivrstvovou izoláciou

$$d_{\text{VR}} = d_{\text{iz}} + d_{\text{izVR}} = 0,75 \text{ mm} + 0,1 \text{ mm} = 0,85 \text{ mm}.$$

Počet vrstiev je daný rozdielom priemerov cievky vzhľadom na hrúbku vrstvy

$$N_V = \frac{d_2 - d_1}{d_{\text{VR}}} = \frac{50,5 \text{ mm} - 25 \text{ mm}}{0,85 \text{ mm}} = 30 \text{ vrstiev}.$$

Počet závitov vo vrstve vypočítame ako

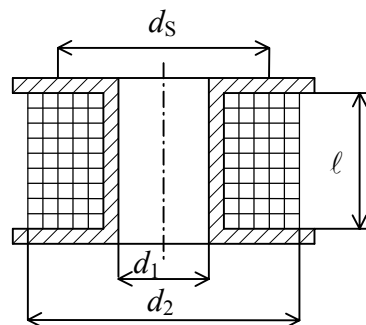
$$N_z = \frac{\ell}{d_{VR}} = \frac{50 \text{ mm}}{0,85 \text{ mm}} = 58,82 \approx 58 \text{ závitov v jednej vrstve.}$$

Počet závitov cievky bude

$$N = N_z \cdot N_v = 58 \cdot 30 = 1740 \text{ závitov.}$$

Stredná dĺžka jedného závitú je daná jeho rozmermi

$$\ell_s = \pi \cdot d_s = \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{2}.$$



Obr. 5.9

Odpor vinutia je daný rozmermi

$$R = \rho \frac{\ell_{VIN}}{S} = \rho \frac{N \cdot \ell_s}{S} = \rho \cdot N \cdot \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{2} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = 2\rho \cdot N \frac{d_2 + d_1}{d^2}$$

$$R = 2 \cdot 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m} \cdot 1740 \frac{(50,5 + 25) \cdot 10^{-3} \text{ m}}{(0,7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 9,38 \Omega.$$

Veľkosť napätia pripojeného na cievku pri známej hustote elektrického prúdu, odporu a prierezu vodiča podľa vzťahu (5.2)

$$U = R \cdot I = R \cdot j \cdot S = R \cdot j \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 = 9,38 \Omega \cdot 2,5 \text{ A mm}^{-2} \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (0,7 \text{ mm}^2)^2 = 9,02 \text{ V}.$$

Spotrebovanú energiu vypočítame podľa vzťahov (5.4, 5.5)

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = U \frac{U}{R} t = \frac{U^2}{R} t = \frac{(9,02 \text{ V})^2}{9,38 \Omega} 3 \text{ hod} = 26,02 \text{ Wh}.$$

Počas troch hodín cievka spotrebuje energiu 26,02 Wh.

**Príklad 5.2.6.** Jednosmerný motor má na štítku len tieto údaje  $P = 10 \text{ kW}$ ,  $U = 220 \text{ V}$ . Aký prúd ním prechádza, keď je v činnosti?

*Riešenie:* Z definície výkonu (5.5) vypočítame

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{10 \text{ kW}}{220 \text{ V}} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 45,45 \text{ A}.$$

Prúd prechádzajúci spusteným jednosmerným motorom je 45,45 A.

**Príklad 5.2.7.** Pri ponornom ohrievači nápojov na výkon 600 W a napätí 220 V vypočítajte jeho odpor a prúd ktorý ním prechádza pri jeho prevádzke.

*Riešenie:* Z definície výkonu vyjadríme prúd pretekajúci daným odporom (5.5)

$$I = \frac{P}{U} = \frac{600 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 2,73 \text{ A}.$$

Pomocou Ohmovho zákona (5.2) vypočítame odpor



$$R = \frac{U}{I} = U \frac{U}{P} = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{600 \text{ W}} = 80,67 \, \Omega.$$

Pri prevádzke ponorného ohrievača jeho odporom  $80,67 \, \Omega$  preteká prúd  $2,73 \text{ A}$ .

**Príklad 5.2.8.** Dynamo dodáva jednosmerný prúd  $110 \text{ A}$  do siete a výkon  $12 \text{ kW}$  pre žiarovky. Aké má svorkové napätie?

*Riešenie:* Svorkové napätie vyjadríme z definície výkonu (5.5)

$$U = \frac{P}{I} = \frac{12 \cdot 10^3 \text{ W}}{110 \text{ A}} = 109,09 \text{ V}.$$

Svorkové napätie dynama je  $109,09 \text{ V}$ .

**Príklad 5.2.9.** Vodná priehrada má rozdiel hladín vody  $h = 4 \text{ m}$ . Každú sekundu dopadá na turbínu z potrubia  $51$  litrov vody. Aký veľký mechanický výkon sa premení v hydrogenerátore na elektrický výkon, ak zanedbáme straty?

*Riešenie:* Objem  $51$  litrov má tiažovú silu danú pri hustote vody približne  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ ms}^{-1} = 500,31 \text{ N}.$$

Mechanický výkon je definovaný tiažovou silou a dráhou za čas (5.4)

$$P = \frac{G \cdot s}{t} = \frac{500,31 \text{ N} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 2001,24 \text{ W} = 2 \text{ kW}.$$

V hydrogenerátore sa premení výkon veľkosti  $2 \text{ kW}$ .

**Príklad 5.2.10.** Hydroelektrárň dostáva jedným potrubím každú sekundu  $4 \text{ m}^3$  vody z vodnej priehrady. Výškový rozdiel medzi hladinou vody a vodnou turbínou je  $20 \text{ m}$ . Vypočítajte výkon jednej turbíny bez ohľadu na straty.

*Riešenie:* Mechanický výkon je definovaný tiažovou silou a dráhou za čas (5.4)

$$G = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g$$

$$P = \frac{G \cdot s}{t} = \frac{V \cdot \rho \cdot g \cdot s}{t} = \frac{4 \text{ m}^3 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-1} \cdot 20 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 784800 \text{ W} = 784,8 \text{ kW}.$$

Turbína má výkon  $784,8 \text{ kW}$ .

**Príklad 5.2.11.** Medené vedenie  $100 \text{ m}$  dlhé s prierezom  $S = 25 \text{ mm}^2$  spája generátor so spotrebičmi, ktoré dostávajú napätie  $U = 220 \text{ V}$  a prúd  $I = 120 \text{ A}$ . Vypočítajte výkon spotrebičov, úbytok napätia a výkonu vo vedení a napokon výkon a napätie generátora.

*Riešenie:* Výkon spotrebičov z definície vypočítame (5.5)

$$P_2 = U_2 \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 120 \text{ A} = 26,4 \text{ kW}.$$

Odpor vedenia závisí od jeho rozmerov (5.3)

$$R_v = \rho \frac{2\ell}{S} = 0,0175 \Omega \text{mm}^2 \text{m}^{-1} \frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{25 \text{ mm}^2} = 0,14 \Omega.$$

Úbytok napätia vo vedení vypočítame z jeho odporu a prúdu ktorý ním prechádza a stratu výkonu vo vedení z odporu vedenia a druhej mocniny prúdu

$$\Delta U = R_v \cdot I = 0,14 \Omega \cdot 120 \text{ A} = 16,8 \text{ V}$$

$$\Delta P = R_v \cdot I^2 = 0,14 \Omega \cdot 120^2 \text{ A} = 2,016 \text{ kW}.$$

Svorkové napätie generátora musí byť väčšie od napätia na spotrebičoch o úbytok napätia vo vedení a výkon generátora musí byť väčší od výkonu spotrebičov o vypočítaný úbytok výkonu vo vedení

$$U_1 = U_2 + \Delta U = 220 \text{ V} + 16,8 \text{ V} = 236,8 \text{ V}$$

$$P_1 = P_2 + \Delta P = 26,4 \text{ kW} + 2,016 \text{ kW} = 28,416 \text{ kW}.$$

Výkon spotrebičov je 26,4 kW, úbytok napätia vo vedení je 16,8 V, úbytok výkonu vo vedení je 2,016 kW a napokon výkon a napätie generátora je 28,416 kW; 236,8 V.

**Príklad 5.2.12.** Elektrická piecka má tri tyčové výhrevné telieska s parametrami 500 W, 220 V paralelne spojené. Aký je celkový výkon, prúd a odpor pri prevádzke?

*Riešenie:* Každé výhrevné teliesko má odpor a prúd ktorý ním prechádza

$$I_T = \frac{P_T}{U_T} = \frac{500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 2,27 \text{ A},$$

$$R_T = \frac{U_T}{I_T} = \frac{U_T^2}{P_T} = \frac{(220 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} = 96,8 \Omega.$$

Celkový výkon piecky je daný

$$P_C = 3 \cdot P_T = 3 \cdot 500 \text{ W} = 1500 \text{ W} = 1,5 \text{ kW}.$$

Výsledný prúd pri prevádzke bude

$$I_C = \frac{P_C}{U} = \frac{1500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 6,82 \text{ A}.$$

Výsledný odpor môžeme vypočítať z Ohmovho zákona (5.2)

$$R_C = \frac{U}{I_C} = \frac{220 \text{ V}}{6,82 \text{ A}} = 32,26 \Omega$$

alebo z troch paralelne zapojených odporov (5.12)

$$\frac{1}{R_C} = \frac{3}{R_T} \Rightarrow R_C = \frac{R_T}{3} = \frac{96,8 \Omega}{3} = 32,27 \Omega.$$

Pri prevádzke elektrickej piecky prechádza celkovým odporom  $32,3 \Omega$  prúd  $6,82 \text{ A}$  s celkovým výkonom  $1,5 \text{ kW}$ .

**Príklad 5.2.13.** Elektromotor čerpadla má čerpať každú sekundu  $25,5$  litra vody do výšky  $4 \text{ m}$ . Aký výkon musí mať motor a akú prácu vykonal za  $2$  hod?

*Riešenie:* Výkon vypočítame z potenciálnej energie a podľa vzťahu (5.4)

$$P = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{mg \cdot h}{t} = \frac{25,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ kW}.$$

Práca je daná výkonom za čas (5.4)

$$W = P \cdot t_1 = 1 \text{ kW} \cdot 2 \text{ hod} = 2 \text{ kWhod}.$$

Motor s výkonom  $1 \text{ kW}$  vykoná za dve hodiny prácu  $2 \text{ kWhod}^{-1}$ .

**Príklad 5.2.14.** Koľko zaplatíme za elektrické svetlo žiarovky s údajmi  $40 \text{ W}/220 \text{ V}$  za mesiac, keď svietime denne priemerne  $5$  hodín a za  $1 \text{ kWh}$  platíme  $5 \text{ Sk}$ ?

*Riešenie:* Mesiac má v priemere  $30$  dní. Za jeden mesiac bude žiarovka v prevádzke čas

$$t = 30 \cdot 5 \text{ hod} = 150 \text{ hod}.$$

Energiu ktorú spotrebuje závisí od jej výkonu (5.4)

$$W = P \cdot t = 40 \text{ W} \cdot 150 \text{ hod} = 6 \text{ kWhod}.$$

Pri známej cene energie vypočítame cenu spotrebovanej energie

$$\text{Cena} = 6 \text{ kWhod} \cdot 5 \text{ Sk/kWhod} = 30 \text{ Sk}.$$

Za mesačné svietenie  $5$  hodín denne  $40 \text{ W}$  žiarovky zaplatíme  $30 \text{ Sk}$ .

**Príklad 5.2.15.** Elektrický luster má tri paralelne spojené žiarovky po  $60 \text{ W}$ . Koľko zaplatíme za energiu za mesiac, keď svietime lustrom priemerne hodinu denne? Cena  $1 \text{ kWhod}$  je  $5 \text{ Sk}$ .

*Riešenie:* Celkový výkon troch paralelne zapojených žiaroviek je

$$P = 3 \cdot P_z = 3 \cdot 60 \text{ W} = 180 \text{ W}.$$

Za mesiac ktorý má  $30$  dní pri priemernom svietení  $1$  hodinu spotrebujeme energiu (5.4)

$$W = P \cdot t = 180 \text{ W} \cdot 30 \text{ hod} = 5,4 \text{ kWhod}.$$

Pri známej cene za  $5 \text{ Sk/kWhod}$  vypočítame cenu energie

$$\text{Cena} = 5,4 \text{ kWhod} \cdot 5 \text{ Sk/kWhod} = 27 \text{ Sk}.$$

Za mesačné svietenie lustra s tromi žiarovkami  $60 \text{ W}$  zaplatíme  $27 \text{ Sk}$ .

**Príklad 5.2.16.** Voltmeter je natrvalo pripojený na sieť 220 V. Cez jeho vnútorný odpor 10 kΩ nepretržite prechádza prúd. Aká je spotreba elektrickej energie za rok?

*Riešenie:* Vlastná spotreba voltmetra je výkonová strata na vnútornom odpore voltmetra a stratená energia je daná spotrebovaným výkonom za rok (5.4, 5.5)

$$P = \frac{U^2}{R_v} = \frac{220^2 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega} = 4,84 \text{ W},$$

$$W = P \cdot t = 4,84 \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \text{ hod} = 42,4 \text{ kWhod}.$$

Voltmeter pri celoročnej prevádzke spotrebuje 42,4 kWhodín.

**Príklad 5.2.17.** Elektrický bojler na 150 litrov vody má príkon 1600 W. Za aký čas sa zohreje uvedené množstvo vody z teploty 14 °C na teplotu 90 °C. Účinnosť  $\eta = 92 \%$ . Čo bude stáť zohriatie vody pri cene 4,80 Sk za 1 kWh (merné teplo vody  $c = 4181,8 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

*Riešenie:* Teplo, ktoré je potrebné dodať vode je

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c(t_2 - t_1) = \rho V \cdot c(t_2 - t_1) = \\ &= 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 4181,8 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} (90^\circ\text{C} - 14^\circ\text{C}) = 47,67 \text{ MJ} \end{aligned}$$

Pri prevode 1 kWh = 3,6 MJ, čas ktorý potrebuje bojler na zohriatie bude

$$t = \frac{W}{P_p} = \frac{Q}{3,6 \cdot \eta P} = \frac{47,67 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 0,92 \cdot 1,6 \text{ kW}} = 9 \text{ hod}.$$

Za zohriatie vody zaplatíme

$$t \cdot 4,80 \text{ Sk} = 9 \text{ hod} \cdot 4,80 \text{ Sk} = 43,20 \text{ Sk}.$$

Na zohriatie 150 litrov vody potrebujeme 9 hod. a zaplatíme 43,20 Sk pri danej cene energie.

**Príklad 5.2.18.** Do elektromotoru privádzame príkon  $P_p = 5 \text{ kW}$  a z neho dostaneme výkon  $P = 5$  koní. Aká je účinnosť a aké veľké sú straty?

*Riešenie:* Jednotku kone premeníme na kW

$$P = 5 \text{ k} = 5 \cdot 736 \text{ W} = 3,68 \text{ kW}$$

a účinnosť vypočítame podľa (5.8)

$$\eta = \frac{P}{P_1} = \frac{3,68 \text{ kW}}{5 \text{ kW}} = 0,736 = 73,6 \%$$

Straty vznikajú trením v ložiskách, trením ventilátora o vzduch, vo vodičoch elektrického prúdu a stratami v železe. Všetky straty ako časť príkonu sa menia na teplo, ktoré zohrieva stroj. Stratový výkon potom môžeme vypočítať

$$P_s = P_1 - P = 5 \text{ kW} - 3,68 \text{ kW} = 1,32 \text{ kW}$$

$$P_s = 1 - 0,736 = 0,264 = 26,4 \%$$

**Príklad 5.2.19.** Aký veľký prúd odoberá motor na 220 V, keď sa bremeno výtahu 100 kg pohybuje rýchlosťou  $1,5 \text{ ms}^{-1}$ ? Účinnosť motora je 80 % a účinnosť výtahu je 70 %.

*Riešenie:* Výkon je práca za čas a po úprave podľa (5.4, 5.5)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v = G \cdot v = mg \cdot v = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 1,5 \text{ ms}^{-1} = 1,47 \text{ kW}.$$

Príkon motora vypočítame z účinnosti (5.8)

$$P_p = \frac{P}{\eta_M \cdot \eta_v} = \frac{1,47 \text{ kW}}{0,8 \cdot 0,7} = 2,63 \text{ kW}.$$

Prúd vypočítame z definície výkonu a nominálneho napätia (5.5)

$$I = \frac{P_p}{U} = \frac{2,63 \text{ kW}}{220 \text{ V}} = 11,96 \text{ A}.$$

Motor odoberá prúd 11,96 A.

**Príklad 5.2.20.** Vypočítajte sériovo-paralelné spojenie troch odporov  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$  zapojených podľa obr. 5.10.

*Riešenie:* Odpor  $R_2$  a  $R_3$  sú zapojené paralelne a môžeme ich nahradiť odporom veľkosti podľa vzťahu (5.12)

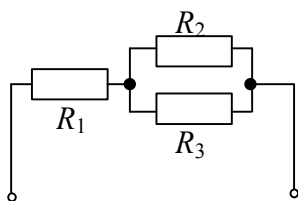
$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_3 + R_2}.$$

K tomuto odporu je pripojený odpor  $R_1$  sériovo a môžeme ich nahradiť výsledným odporom veľkosti podľa

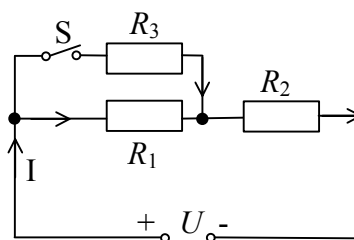
$$R = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 5 \Omega + \frac{10 \Omega \cdot 20 \Omega}{10 \Omega + 20 \Omega} = 11,67 \Omega.$$

Celkový odpor je 11,67  $\Omega$ .

**Príklad 5.2.21.** Aký prúd preteká obvodom (obr. 5.11) s tromi odpormi  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ ,  $R_3 = 10 \Omega$  pri vypnutom spínači S a pri zapnutom spínači? Ako sa mení napätie na svorkách odporov  $R_1$ ,  $R_2$  v oboch prípadoch, ak napätie zdroja je 100 V?



Obr. 5.10



Obr. 5.11

*Riešenie:* Pri vypnutom spínači sú v obvode zapojené dva odpory do série  $R_1$  a  $R_2$ . Prúd prechádzajúci obvodom je daný ich spoločným odporom podľa (5.11)

$$I_{\text{VYP}} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{100 \text{ V}}{20 \Omega + 5 \Omega} = 4 \text{ A}.$$

Úbytok napätia na odpore vypočítame podľa (5.2)

$$U_{2\text{VYP}} = I_{\text{VYP}} \cdot R_2 = 4 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 20 \text{ V},$$

$$U_{1\text{VYP}} = I_{\text{VYP}} \cdot R_1 = 4 \text{ A} \cdot 20 \Omega = 80 \text{ V}.$$

Pri zapnutom spínači sú v obvode zapojené dva odpory paralelne  $R_1$  a  $R_3$  a tretí  $R_2$  je k nim pripojený do série. Prúd prechádzajúci obvodom je daný ich spoločným odporom

$$R = R_{13} + R_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} + 5 \Omega = 11,67 \Omega.$$

Prúd, ktorý prechádza obvodom pri zapnutom spínači vypočítame podľa (5.2)

$$I_{\text{ZAP}} = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{11,67 \Omega} = 8,57 \text{ A}.$$

Aby sme mohli vypočítať jednotlivé napätia musíme si vyjadriť jednotlivé prúdy (5.9)

$$I_{\text{ZAP}} = I_1 + I_3 = I_1 + \frac{I_1 \cdot R_1}{R_3} = I_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \Rightarrow I_1 = \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} \text{ a } I_3 = I_{\text{ZAP}} - I_1.$$

Úbytok napätia na odporoch vypočítame pomocou Ohmovho zákona (5.2) zo známych veľkostí prúdov prechádzajúcich odpormi a ich veľkostí

$$U_{2\text{ZAP}} = I_{\text{ZAP}} \cdot R_2 = 8,57 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 42,85 \text{ V},$$

$$U_{1\text{ZAP}} = I_1 \cdot R_1 = \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} R_1 = \frac{8,57 \text{ A} \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} 20 \Omega = 57,13 \text{ V},$$

$$U_{3\text{ZAP}} = I_3 \cdot R_3 = \left( I_{\text{ZAP}} - \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} \right) R_3 = \left( 8,57 \text{ A} - \frac{8,57 \text{ A} \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} \right) 10 \Omega = 57,13 \text{ V}.$$

V druhom prípade sa prúd zväčšil paralelným pripojením odporu  $R_3$  ku  $R_1$ , čiže zväčšením prierezu odporu  $R_1$ . Väčší prúd vytvorí väčší úbytok na odpore  $R_2$ .

**Príklad 5.2.22.** Wheatstonov mostík (obr. 5.12) predstavuje zložitý obvod štyroch odporov  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 30 \Omega$ ,  $R_3 = 70 \Omega$ ,  $R_4 = 50 \Omega$ . Vypočítajte jeho výsledný odpor  $R$  a prúd  $I$ , ak zdroj má napätie  $U = 2,5 \text{ V}$ . Odpor galvanometra v prostrednej vetve je  $R_G = 10 \Omega$ .

*Riešenie:* Odpory  $R_1$ ,  $R_2$  a odpor galvanometra  $R_G$  sú zapojené do trojuholníka, ktorý nahradíme výhodnejším spojením do hviezdy podľa (5.14). Dostaneme náhradné spojenie s odpormi  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  podľa obr. 5.12

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 10 \Omega,$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_G}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{30 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 5 \Omega,$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_G}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 3,33 \Omega.$$

Ďalším zjednodušením vo vetvách z odporov  $R_C$  a  $R_3$  dostaneme  $R_X$ , z odporov  $R_B$  a  $R_4$  nahradíme  $R_Z$  podľa obr. 5.13

$$R_X = R_C + R_3 = 3,33 \Omega + 70 \Omega = 73,33 \Omega,$$

$$R_Z = R_B + R_4 = 5 \Omega + 50 \Omega = 55 \Omega.$$

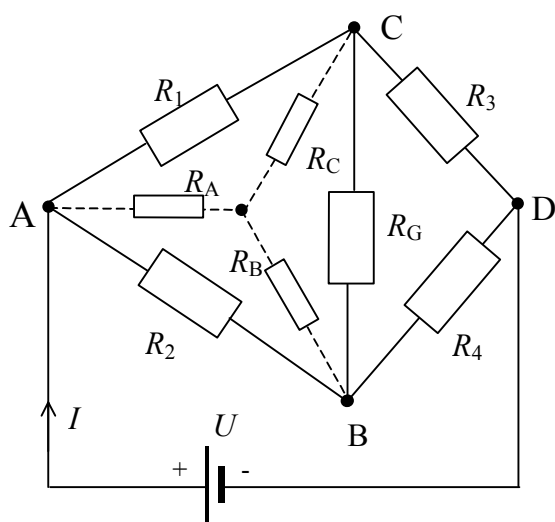
Odpory  $R_X$  a  $R_Z$  sú zapojené paralelne spolu a do série k odporu  $R_A$ .

$$R = R_A + \frac{R_X \cdot R_Z}{R_X + R_Z} = 10 \Omega + \frac{73,33 \Omega \cdot 55 \Omega}{73,33 \Omega + 55 \Omega} = 41,43 \Omega.$$

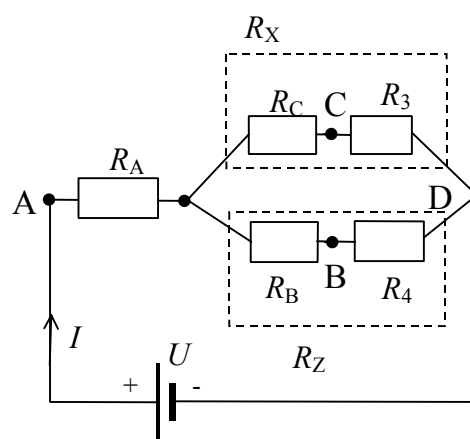
Výsledný prúd vypočítame

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2,5 \text{ V}}{41,43 \Omega} = 0,06 \text{ A}.$$

Celkový odpor Wheatsonového mostíka je  $41,43 \Omega$  a prúd  $0,06 \text{ A}$ .



Obr. 5.12



Obr. 5.13

**Príklad 5.2.23.** Aký veľký musí byť predradený odpor  $R_P$  (obr. 5.14), aby sa dve paralelne spojené žiarovky s údajmi  $120 \text{ V}$ ,  $0,2 \text{ A}$  mohli pripojiť na sieť s napätím  $U = 220 \text{ V}$ ?

*I. Riešenie:* Cez každú žiarovku prechádza prúd  $I_Z = 0,2 \text{ A}$ , obvodom potom bude prechádzať podľa I. Kirchhoffového zákona (5.9)

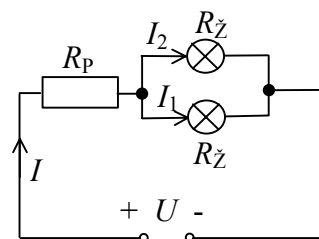
$$I = I_{z1} + I_{z2} = 0,2 \text{ A} + 0,2 \text{ A} = 0,4 \text{ A}.$$

Celkový odpor obvodu vypočítame (5.2)

$$R_C = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,4 \text{ A}} = 550 \Omega.$$

Odpor žiarovky vypočítame z jej údajov

$$R_Z = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{120 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 600 \Omega.$$



Obr. 5.14

Dve paralelne zapojené žiarovky majú odpor (5.12)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{z1}} + \frac{1}{R_{z2}} = \frac{2}{R_Z} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{R_Z}{2} = \frac{600 \Omega}{2} = 300 \Omega.$$

Z celkového odporu si potom vyjadríme sériovo pripojený predradený odpor

$$R_C = R_P + R \quad \Rightarrow \quad R_P = R_C - R = 550 \Omega - 300 \Omega = 250 \Omega.$$

Žiarovkám musíme priradiť odpor 250 Ω.

2. *Riešenie:* Na predradenom odpore je napätie dané rozdielom svorkového napätia a napätia žiarovky. Veľkosť odporu vypočítame pomocou Ohmovho zákona (5.2)

$$R_P = \frac{U_P}{I} = \frac{U - U_Z}{I} = \frac{220 \text{ V} - 120 \text{ V}}{0,4 \text{ A}} = 250 \Omega.$$

Druhé riešenie je jednoduchšie a kratšie.

**Príklad 5.2.24.** Vypočítajte odpor  $R_X$ , ktorý treba sériovo pripojiť k odporu  $R_2 = 5 \Omega$ , aby vetvou pretekal prúd  $I_2 = 3 \text{ A}$  pri napätí zdroja 24 V.

*Riešenie:* Podľa druhého Kirchhoffovho zákona (5.10) majú všetky vetvy medzi bodmi 1 a 2 rovnaké napätie. Na obr. 5.15 sú tri jednoduché obvody a pre jeden z nich môžeme napísať

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_X.$$

Jediná neznáma veličina je priradený odpor  $R_X$

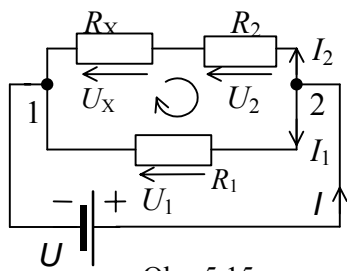
$$R_X = \frac{U - I_2 \cdot R_2}{I_2} = \frac{24 \text{ V} - 3 \text{ A} \cdot 5 \Omega}{3 \text{ A}} = 3 \Omega.$$

Musíme pripojiť odpor veľkosti 3 Ω.

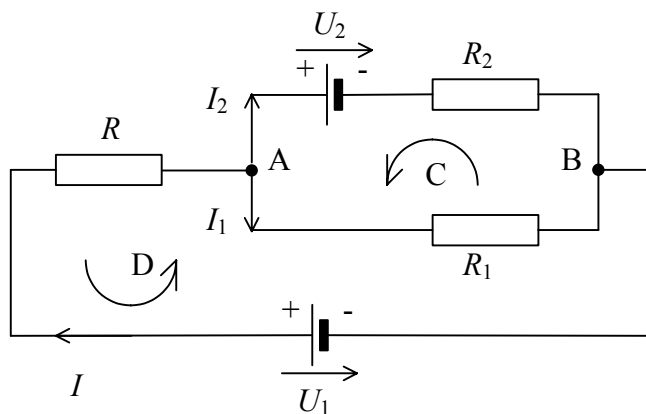
**Príklad 5.2.25.** V obvode podľa obr. 5.16 pomocou Kirchhoffových zákonov vypočítajte prúdy  $I, I_1, I_2$ , ak je dané:  $U_1 = 24 \text{ V}$ ,  $U_2 = 12 \text{ V}$ ,  $R = 30 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 15 \Omega$ .

*Riešenie:* Podľa Kirchhoffových zákonov (5.9, 5.10) pre uzol A a slučky I, II môžeme napísať sústavu troch rovníc





Obr. 5.15



Obr. 5.16

$$\begin{aligned} \text{I. KZ pre uzol A} \quad & I = I_1 + I_2 \\ \text{II. KZ pre slučku D} \quad & U_1 - I_1 \cdot R_1 - I \cdot R = 0 \\ \text{II. KZ pre slučku C} \quad & I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - U_2 = 0 \end{aligned}$$

Prvú rovnicu dosadíme do druhej a vyjadríme prúd  $I_1$

$$U_1 - I_1(R_1 + R) - I_2 \cdot R = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_1 - I_2 \cdot R}{R_1 + R},$$

dosadením do tretej rovnice získame  $I_2$

$$\frac{U_1 - I_2 R}{R_1 + R} R_1 - I_2 R_2 - U_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U_1 R_1 - U_2 (R_1 + R)}{R_1 R + R_2 (R_1 + R)}.$$

Dosadíme hodnoty a vypočítame prúdy

$$I_2 = \frac{U_1 R_1 - U_2 (R_1 + R)}{R_1 R + R_2 (R_1 + R)} = \frac{24 \text{ V} \cdot 10 \Omega - 12 \text{ V} (10 \Omega + 30 \Omega)}{10 \Omega \cdot 30 \Omega + 15 \Omega (10 \Omega + 30 \Omega)} = -0,27 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_1 - I_2 \cdot R}{R_1 + R} = \frac{24 \text{ V} - (-0,27 \text{ A}) 30 \Omega}{10 \Omega + 30 \Omega} = 0,8 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 0,8 \text{ A} + (-0,27 \text{ A}) = 0,53 \text{ A}.$$

Celkový prúd 0,53 A sa rozdelí do vetiev veľkosti 0,8 A a 0,27 A. Prúd  $I_2$  je záporný, to znamená, že má opačný smer ako sme zvolili na obrázku.

**Príklad 5.2.26.** Premeňte odporový trojuholník na obr. 5.17 s odpormi  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 30 \Omega$ ,  $R_3 = 10 \Omega$  na odporovú hviezdu, ktorá by mala rovnaký výsledný odpor ako trojuholník. Vypočítajte odpory hviezdy  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$ .

*Riešenie:* Odpory zapojené do trojuholníka nahradíme tak, aby celkové odpory medzi bodmi AB, AC, BC boli v zapojení do hviezdy rovnaké ako v trojuholníku.

Nové odpory vypočítame podľa rovníc (5.14).

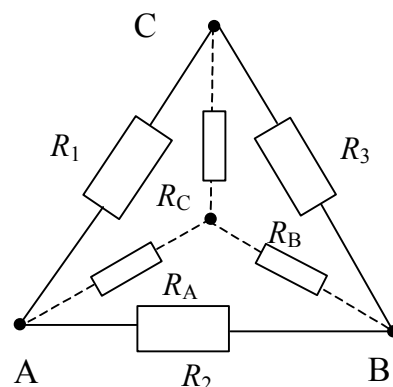
(Prívody prúdu sú v troch bodoch A, B, C pre trojuholník aj pre hviezdu.)

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 10 \Omega,$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 5 \Omega,$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 3,33 \Omega.$$

Spojenie do hviezdry s vypočítanými odpormi má celkový odpor ako dané spojenie do trojuholníka.



Obr. 5.17

**Príklad 5.2.27.** Elektromagnetický ampérmetr má vnútorný odpor  $R_A = 10 \Omega$  a rozsah 1 A. Vypočítajte veľkosť odporu bočníka  $R_B$ , ktorý musíme pridať k ampérmetru, aby ampérmetr mohol merať prúd do 20 A.

*Riešenie:* Prúd prechádzajúci obvodom podľa obr. 5.18 sa rozvetví na prúd cez ampérmetr a prúd prechádzajúci bočníkom. Pomocou I. Kirchhoffového zákona (5.9) môžeme vyjadriť

$$I = I_A + I_B.$$

Z rovností napätí môžeme pre bočník napísať (5.15)

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B.$$

Úpravou dostaneme

$$I = I_A + \frac{U}{R_B} = I_A + \frac{I_A \cdot R_A}{R_B}$$

odkiaľ vyjadríme neznámy odpor

$$R_B = \frac{I_A}{I - I_A} R_A = \frac{1 \text{ A}}{20 \text{ A} - 1 \text{ A}} 10 \Omega = 0,526 \Omega.$$

Na zvýšenie rozsahu ampérmetra na 20 A musíme pridať bočník veľkosti 0,526  $\Omega$ .

**Príklad 5.2.28.** Ampérmetr podľa obr. 5.18 má vnútorný odpor  $R_A = 9,9 \Omega$  a jeho bočník má odpor 0,1  $\Omega$ . V akom pomere sa rozdelí meraný prúd 300 A?

*Riešenie:* Prúd prechádzajúci obvodom  $I$  sa rozdelí na prúd cez ampérmetr  $I_A$  a prúd prechádzajúci bočníkom  $I_B$ . Pomocou Kirchhoffových zákonov (5.9) môžeme vyjadriť

$$I = I_A + I_B.$$

Z rovností napätí môžeme napísať (5.15)

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B.$$

Úpravou rovníc vypočítame oba prúdy

$$I = I_A + \frac{I_A \cdot R_A}{R_B} = I_A \left( 1 + \frac{R_A}{R_B} \right).$$

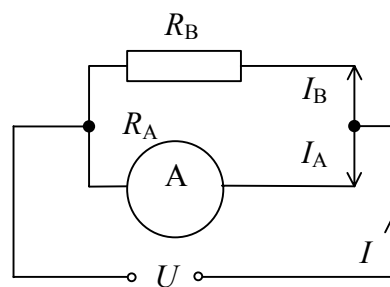
Cez ampérmeter preteká prúd

$$I_A = I \frac{R_B}{R_B + R_A} = 300 \text{ A} \frac{0,1 \Omega}{0,1 \Omega + 9,9 \Omega} = 3 \text{ A}.$$

Bočníkom preteká prúd

$$I_B = I - I_A = 300 \text{ A} - 3 \text{ A} = 297 \text{ A}.$$

Z meraného prúdu 300 A pôjde ampérmetrom prúd veľkosti 3 A a bočníkom 297 A. Ampérmeter bude mať na stupnici výchylku 300 A spôsobenú prúdom 3 A, hoci vedením mimo ampérmetra prechádza 100-krát väčší prúd. Meraný prúd 300 A sa rozdelí v nepriamom pomere odporov: kde je väčší odpor, prechádza menší prúd.



Obr. 5.18

**Príklad 5.2.29.** Ampérmeter, ktorý má vnútorný odpor  $R_A$ , ukazuje plnú výchylku pri prúde  $I_A$ . Chceme, aby ampérmeter meral do veľkosti prúdu  $I_B$ . Aký odpor  $R_B$  musí mať bočník, ktorý musíme paralelne pripojiť k svorkám prístroja?

*Riešenie:* Rozsah chceme zväčšiť  $n$  – násobne

$$n = \frac{I}{I_A} = \frac{I_A + I_B}{I_A} = 1 + \frac{I_B}{I_A}.$$

Z rovnosti napätia po úpravách dostaneme

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B \quad \Rightarrow \quad n - 1 = \frac{I_B}{I_A} = \frac{R_A}{R_B}.$$

Môžeme vyjadriť neznámy odpor bočníka

$$R_B = \frac{R_A}{(n-1)}.$$

Takto môžeme vypočítať veľkosť bočníka ak poznáme násobok rozsahu ampérmetra.

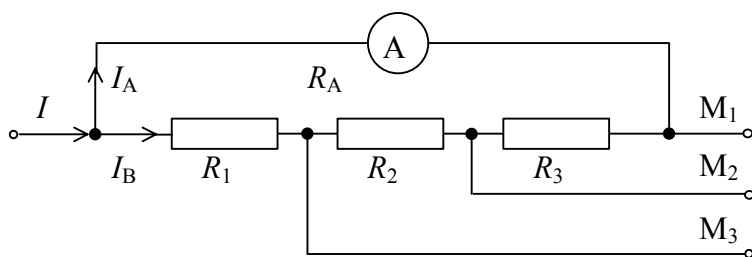
**Príklad 5.2.30.** Miliampérmeter s vnútorným odporom  $R_A = 50 \Omega$  má plnú výchylku pri prúde  $I_A = 2 \text{ mA}$ . Vypočítajte kombinovaný bočník pre rozsahy 10; 15; 30 A.

*Riešenie:* Ako vidieť na obr. 5.19 pri zapojení ľubovoľného rozsahu celkový prúd  $I$  sa rozdelí do dvoch paralelných vetiev a pri riešení vychádzame z podmienky rovnosti úbytku napätí v oboch vetvách. Pre jednoduchý bočník na obr. 5.20 podľa vzťahu (5.15) platí

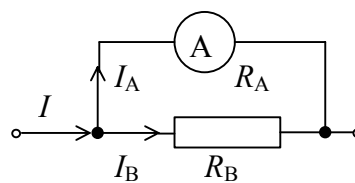
$$R_A I_A = R_B I_B \quad \text{kde} \quad I = n \cdot I_A.$$

Celkový prúd  $I$  je  $n$ -násobkom prúdu ampérmetra

$$I = n \cdot I_A, \quad \text{kde} \quad I_B = n \cdot I_A - I_A = I_A (n - 1).$$



Obr. 5.19



Obr. 5.20

Potom  $R_B = \frac{R_A I_A}{I_B} = \frac{R_A I_A}{I_A (n-1)} = \frac{R_A}{n-1}.$

Pre prúdový rozsah  $M_1 = 10 \text{ A}$  bude zväčšenie a odpor bočnika

$$n_1 = \frac{I_1}{I_A} = \frac{10 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 5000,$$

$$R_{B1} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_A}{n_1 - 1} = \frac{50 \Omega}{4999} = 0,010002 \Omega.$$

Pre prúdový rozsah  $M_2 = 15 \text{ A}$

$$n_2 = \frac{I_2}{I_A} = \frac{15 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 7500,$$

$$R_{B2} = R_1 + R_2 = \frac{R_A + R_3}{n_2 - 1} \Rightarrow R_A + R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2).$$

Kedže z predchádzajúceho prúdového rozsahu vieme čomu sa rovná odpor bočnika pozostávajúci zo všetkých troch odporov, upravíme rovnicu tak aby sme na pravej strane dostali súčet týchto troch odporov a môžeme potom dosadiť už hodnotu v  $\Omega$

$$R_A + R_3 + (n_2 - 1)R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2) + (n_2 - 1)R_3$$

$$R_A + n_2 R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$R_3 = \frac{1}{n_2} [(n_2 - 1)(R_1 + R_2 + R_3) - R_A] = \frac{1}{7500} [(7500 - 1)(0,010002 \Omega) - 50 \Omega]$$

$$R_3 = 0,003333 \Omega$$

$$R_{B2} = R_1 + R_2 = \frac{R_A + R_3}{n_2 - 1} = \frac{50 \Omega + 0,003333 \Omega}{7500 - 1} = 0,006668 \Omega.$$

Pre prúdový rozsah  $M_3 = 30 \text{ A}$

$$n_3 = \frac{I_3}{I_A} = \frac{30 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 15000$$

$$R_{B3} = R_1 = \frac{R_A + R_2 + R_3}{n_3 - 1} \Rightarrow R_1 (n_3 - 1) = R_A + R_2 + R_3.$$

Z predchádzajúceho prúdového rozsahu môžeme dosadiť známy odpor bočníka pozostávajúci z dvoch odporov  $R_1$ ,  $R_2$  a vypočítanú veľkosť odporu  $R_3$ . Rovnicu upravíme tak, aby sme na ľavej strane dostali bočník z predchádzajúceho rozsahu a dosadíme hodnotu v  $\Omega$ . Jedinou neznámou bude odpor  $R_2$  na pravej strane.

$$(R_1 + R_2)(n_3 - 1) = R_A + R_2 + R_3 + (n_3 - 1)R_2 = R_A + n_3 R_2 + R_3,$$

$$R_2 = \frac{1}{n_3} [(n_3 - 1)(R_1 + R_2) - R_A - R_3]$$

$$R_2 = \frac{1}{15000} [14999 \cdot 0,006668 \Omega - 50 \Omega - 0,003333 \Omega] = 0,003334 \Omega$$

$$R_1 = \frac{R_A + R_2 + R_3}{n_3 - 1} = \frac{1}{14999} (50 \Omega + 0,003334 \Omega + 0,003333 \Omega) = 0,003335 \Omega.$$

Kontrola súčtu hľadaných odporov

$$R_1 + R_2 + R_3 = 0,003335 \Omega + 0,003334 \Omega + 0,003333 \Omega = 0,010002 \Omega.$$

**Príklad 5.2.31.** Aký veľký musí byť predradený odpor  $R_P$  voltmetra, ktorý má rozsah 50 V a vnútorný odpor  $R_V = 200 \Omega$ , aby mal rozsah 300 V?

*Riešenie:* Keďže na voltmetri môže byť iba 50 V (vyššie napätie by nezniesol jeho vnútorný odpor a poškodil by sa), musí na odpore byť napätie

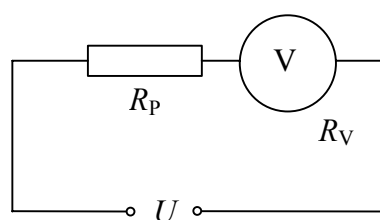
$$U_R = U_2 - U_1 = 300 \text{ V} - 50 \text{ V} = 250 \text{ V}.$$

V obvode tečie prúd, ktorý vypočítame z veľkosti vnútorného odporu voltmetra, veľkosť predradeného odporu vypočítame z Ohmovho zákona (5.2) ak poznáme napätie na odpore a prúd ktorý ním prechádza

$$I_V = \frac{U_1}{R_V} \quad \text{a} \quad R_P = \frac{U_R}{I_V}.$$

Predradený odpor bude mať veľkosť

$$R_P = \frac{U_R}{U_1} R_V = \frac{250 \text{ V}}{50 \text{ V}} 200 \Omega = 1000 \Omega.$$



Obr. 5.21

Pri zvýšení rozsahu na 300 V musíme predradit' pred voltmeter odpor veľkosti 1 k $\Omega$ .

**Príklad 5.2.32.** Voltmeter s napäťovým rozsahom  $U_1$ , vnútorným odporom  $R_V$  chceme použiť pre vyšší napäťový rozsah  $U_2$ . Aký predradený odpor  $R_P$  musíme zapojiť pred voltmeter?

*Riešenie:* Rozsah chceme zväčšiť  $n$  – násobne (obr. 5.21)

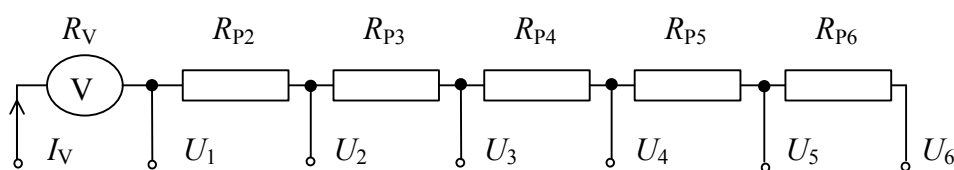
$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_R + U_1}{U_1} = \frac{U_R}{U_1} + 1.$$

Napätia vyjadríme pomocou prúdu, ktorý tečie obvodom a po úpravách dostaneme

$$n-1 = \frac{U_R}{U_1} = \frac{I_V \cdot R_P}{I_V \cdot R_V} = \frac{R_P}{R_V} \Rightarrow R_P = (n-1)R_V.$$

Takto môžeme vypočítať veľkosť predradeného odporu ak poznáme násobok vyššieho rozsahu voltmetra.

**Príklad 5.2.33.** Vypočítajte kombinovaný predradný odpor k voltmetru podľa obr. 5.22 ak vnútorný odpor voltmetra je  $R_V = 600 \, \Omega$  a prúd prechádzajúci voltmetrom je  $I_V = 2 \, \text{mA}$ . Rozsahy napätí sú 1,2; 2,4; 12; 24; 120; 600 V.



Obr. 5.22

*Riešenie:* Základný rozsah je  $U_1$ ,  $I_V$  a  $R_V$ . Vychádzame z toho, že prúd tečúci cievkou meracieho systému pri plnej výchylke nesmie prekročiť hodnotu na ktorú je dimenzovaná  $I_V$ .

Pre napäťový rozsah  $U_2$  je zväčšenie rozsahu a celkový odpor obvodu

$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{2,4 \, \text{V}}{1,2 \, \text{V}} = 2, \quad R_{C2} = \frac{U_2}{I_V} = \frac{2,4 \, \text{V}}{2 \cdot 10^{-3} \, \text{A}} = 1200 \, \Omega.$$

Predradený odpor je daný rozdielom celkového a vnútorného odporu

$$R_{P2} = R_{C2} - R_V = 1200 \, \Omega - 600 \, \Omega = 600 \, \Omega.$$

Pre napäťový rozsah  $U_3$  platí

$$n = \frac{U_3}{U_1} = \frac{12}{1,2} = 10, \quad R_{C3} = \frac{U_3}{I_V} = 6000 \, \Omega, \quad R_{P3} = R_{C3} - R_{C2} = 4800 \, \Omega.$$

Pre napäťový rozsah  $U_4$  platí

$$n = \frac{U_4}{U_1} = \frac{24}{1,2} = 20, \quad R_{C4} = \frac{U_4}{I_V} = 12\,000 \, \Omega, \quad R_{P4} = R_{C4} - R_{C3} = 6000 \, \Omega.$$

Pre napäťový rozsah  $U_5$  platí

$$n = \frac{U_5}{U_1} = \frac{120}{1,2} = 100, \quad R_{C5} = \frac{U_5}{I_V} = 60\,000 \, \Omega, \quad R_{P5} = R_{C5} - R_{C4} = 48\,000 \, \Omega.$$

Pre napäťový rozsah  $U_6$  platí

$$n = \frac{U_6}{U_1} = \frac{600}{1,2} = 500, \quad R_{C6} = \frac{U_6}{I_V} = 300\,000\,\Omega, \quad R_{P6} = R_{C6} - R_{C5} = 240\,000\,\Omega.$$

Predradené odpory k voltmetru pre dané rozsahy sú 600  $\Omega$ ; 4,8 k $\Omega$ ; 6 k $\Omega$ ; 48 k $\Omega$  a 240 k $\Omega$ .

**Príklad 5.2.34.** Prúdová cievka wattmetra na obr. 5.23 má bočník  $R_B$  a napäťová cievka má predradený odpor  $R_P$ , aby sa zväčšil rozsah wattmetra W. Odpor napäťovej (paralelne zapojenej) cievky  $R_V = 100\,\Omega$  a odpor prúdovej (sériovo zapojenej) cievky je  $R_A = 9\,\Omega$ . Chceme zväčšiť rozsah wattmetra desaťnásobne. Vypočítajte predradený odpor napäťovej cievky, odpor bočníka a výsledný prúd generátora  $I_G$  s napätím  $U_G = 220\,\text{V}$ , keď prúd prechádzajúci motorom je  $I_M = 10\,\text{A}$ .

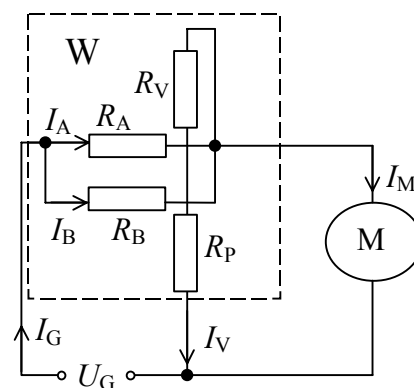
*Riešenie:* Pre  $n$ -násobné zvýšenie rozsahu pre predradené odpory podľa vzťahov (5.15, 5.16)

$$R_B = \frac{R_A}{(n-1)} = \frac{9\,\text{A}}{10-1} = 1\,\Omega$$

$$R_P = (n-1)R_V = (10-1)100\,\Omega = 900\,\Omega.$$

Prúd prechádzajúci napäťovou cievkou vypočítame s celkového napätia generátora a veľkosti odporov v paralelnej vetve podľa Ohmovho zákona (5.2)

$$I_V = \frac{U_G}{R_V + R_P} = \frac{220\,\text{V}}{100\,\Omega + 900\,\Omega} = 0,22\,\text{A}.$$



Obr. 5.23

Celkový prúd prechádzajúci generátorom vypočítame podľa I. Kirchhoffovho zákona (5.9)

$$I_G = I_V + I_M = 0,22\,\text{A} + 10\,\text{A} = 10,22\,\text{A}.$$

Pri desaťnásobnom zvýšení rozsahu W-metra musíme predradiť odpory 1  $\Omega$  a bočník veľkosti 900  $\Omega$ . Generátorom prechádza prúd 10,22 A.

**Príklad 5.2.35.** Na cievke z medeného drôtu sme namerali odpor 86,5  $\Omega$  pri teplote 20  $^{\circ}\text{C}$ . Pri zahriatí cievky prechodom prúdu sme namerali odpor 99,8  $\Omega$ . Vypočítajte priemernú teplotu na ktorú sa cievka zahriala. Teplotný koeficient medi  $\alpha_{\text{CU}} = 0,00392 / ^{\circ}\text{C}$ .

*Riešenie:* Veľkosť odporu drôtu závisí od jeho rozmerov, materiálu a teploty, podľa (5.17) môžeme napísať

$$R_{\vartheta} = R_{20^{\circ}}(1 + \alpha(\vartheta - 20^{\circ}\text{C})).$$

Z rovnice si vyjadríme neznámu hodnotu teploty  $\vartheta$  na ktorú sa cievka zahriala

$$\vartheta = 20^{\circ}\text{C} + \frac{R_{\vartheta} - R_{20^{\circ}}}{R_{20^{\circ}} \cdot \alpha} = 20^{\circ}\text{C} + \frac{99,8\,\Omega - 86,5\,\Omega}{86,5\,\Omega \cdot 0,00392\,^{\circ}\text{C}^{-1}} = 59,22^{\circ}\text{C}.$$

**Príklad 5.2.36.** Koľko medi sa vylúči elektrolýzou z modrej skalice ( $\text{CuSO}_4$ ) prúdom  $I = 10 \text{ A}$  za 30 minút, keď elektrochemický ekvivalent  $A = 0,329 \text{ mg/As}$ ?

*Riešenie:* Pri elektrolýze sa vylúči podľa vzťahu (5.18) množstvo medi

$$m = A \cdot I \cdot t = 0,329 \text{ mgA}^{-1}\text{s}^{-1} \cdot 10 \text{ A} \cdot 30 \cdot 60 \text{ s} = 5,922 \text{ g}.$$

Na kovovom predmete, ktorý je zavesený na katóde, sa vylúči vrstva čistej medi 5,922 g.

### 5.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

**Úloha 5.3.1.** Z akumulátora 24 V je napájané relé, ktoré musí dostať svoj nominálny prúd 5 mA, aby pritiahlo kotvičku. V akej najväčšej vzdialenosti môže byť umiestnené relé od akumulátora, ak dovolený úbytok napätia na relé je 5% a prírodné vedenie je z Cu drôtu priemeru 0,5 mm? (Rezistivita Cu vodiča  $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$ .)

( $\ell = 1346 \text{ m}$ )

**Úloha 5.3.2.** Dynamo napája štyri paralelne zapojené spotrebiče 10 kW, 3 kW, 5 kW a 7,5 kW, ktoré sú od neho vzdialené 50 m. Prírodné vedenie je z medi prierezu  $35 \text{ mm}^2$ . Určte výkon dynama a jeho svorkové napätie, ak napätie na konci vedenia (pri paralelnom rozvetvení k spotrebičom) je 120 V.

( $P = 27,75 \text{ kW}$ ,  $U_S = 130,625 \text{ V}$ )

**Úloha 5.3.3.** Vedenie z medi má prierez  $25 \text{ mm}^2$ . Aký prierez musí mať rovnako dlhé vedenie z hliníka, aby malo rovnaký odpor? ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$ ,  $\rho_{\text{Al}} = 0,033 \mu\Omega\text{m}$ )

( $S_{\text{Al}} = 47,14 \text{ mm}^2$ )

**Úloha 5.3.4.** Aký bude prierez dvojvodičového hliníkového vedenia celkovej dĺžky 500 m, na konci ktorého bude spotrebič s výkonom 5 kW pri napätí 220 V. Dovolенý úbytok na vedení je 5 %,  $\rho_{\text{Al}} = 0,033 \mu\Omega\text{m}$ .

( $S = 34 \text{ mm}^2$ )

**Úloha 5.3.5.** Jednosmerný motor príkonu 3 kW napájame z jednosmernej siete svorkovým napätím 110 V a 50 m dlhým prípojným vedením z hliníkového vodiča ( $\rho_{\text{Al}} = 0,0033 \mu\Omega\text{m}$ ) prierezu  $16 \text{ mm}^2$ . Vypočítajte úbytok napätia na vedení pri plnej prevádzke elektrického motora a pri jeho rozbehu, kedy záberový prúd motora dosiahne trojnásobok nominálneho prúdu.

( $I_n = 27,27 \text{ A}$ ,  $\Delta U_n = 5,62 \text{ V}$ ,  $\Delta U_{ZAB} = 16,87 \text{ V}$ )



**Úloha 5.3.6.** Dynamo, ktoré má napätie 230 V a vnútorný odpor  $0,2 \Omega$  má dodávať prúd 70 žiarovkám s údajmi 100 W, 220 V vo vzdialenosti 250 m. Vypočítajte potrebný prierez medeného vedenia ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$ ) tak, aby na žiarovkách bolo predpísané napätie 220 V.

$$(S = 77 \text{ mm}^2)$$

**Úloha 5.3.7.** Na cievke z medeného drôtu sme namerali odpor  $86,5 \Omega$  pri teplote  $20^\circ\text{C}$ . Pri zahriatí cievky prechodom prúdu sme namerali odpor  $99,8 \Omega$ . Vypočítajte priemernú teplotu na ktorú sa cievka zahriala. Teplotný koeficient medi  $\alpha_{\text{Cu}} = 0,00392^\circ\text{C}^{-1}$ .

$$(t_2 = 59^\circ\text{C})$$

**Úloha 5.3.8.** Akumulátorová batéria je vytvorená sériovým spojením šiestich článkov s vnútorným napätím 2,1 V a vnútorným odporom článku  $0,01 \Omega$ . Vypočítajte prúd prechádzajúci obvodom ak k batérii pripojíme odpor  $2 \Omega$  a svorkové napätie batérie.

$$(I = 6,12 \text{ A}, U_S = 12,23 \text{ V})$$

**Úloha 5.3.9.** Vypočítajte vnútorný odpor a vnútorné napätie zdroja z nameraných hodnôt ampérmetra s vnútorným odporom  $R_A = 0 \Omega$  a voltmetra s vnútorným odporom  $R_V = \infty \Omega$ . Pri prúde veľkosti 4 A ukázal voltmeter hodnotu 18 V, pri prúde 8 A hodnotu 16 V.

$$(R_V = 0,5 \Omega, U_V = 20 \text{ V})$$

**Úloha 5.3.10.** Pri výpočte medeného vinutia elektrických strojov počítame s hodnotou  $\rho_1 = 0,02 \mu\Omega\text{m}$  namiesto správnej hodnoty  $\rho_2 = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$ . S akým oteplením vinutia sa tu už nepriamo počíta?

$$(\Delta t = 36,44^\circ\text{C})$$

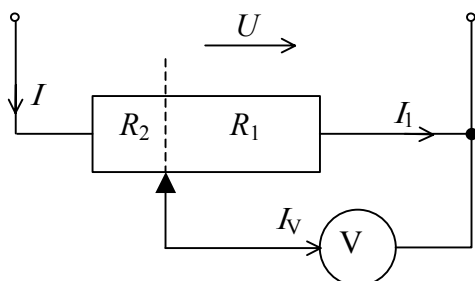
**Úloha 5.3.11.** Akú dĺžku má špirála ohrievacieho vinutia z chrómniklového drôtu priemeru 0,4 mm na 220 V, ak ňou prechádzal prúd 1,25 A a namerali sme teplotu špirály  $700^\circ\text{C}$ ? Rezistivita chrómniklu pri  $20^\circ\text{C}$  je  $1,1 \mu\Omega\text{m}$ ,  $\alpha = 0,15 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ .

$$(\ell = 18,2 \text{ m})$$

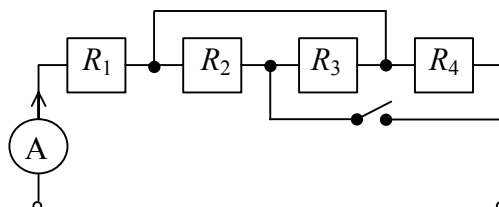
**Úloha 5.3.12.** Elektromer má údaje 10 A, 220 V,  $1 \text{ kWhod} = 4800$  otáčok. Pri zapnutí spotrebiča sa otáča kotúč rýchlosťou 100 otáčok/min. Vypočítajte príkon a prúd spotrebiča.

$$(P_P = 1,25 \text{ kW}, I = 5,68 \text{ A})$$

**Úloha 5.3.13.** Na delič napätia (potenciometer) je zapojený voltmetr odoberajúci prúd  $I_V = 15 \text{ mA}$  z miesta, ktoré delí delič na dva odpory (obr. 5.24). Vypočítajte veľkosť napätia meraného voltmetrom, ak svorkové napätie je  $200 \text{ V}$  a odpory  $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$  a  $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ .  
( $U_V = 93,75 \text{ V}$ )



Obr. 5.24



Obr. 5.25

**Úloha 5.3.14.** Aký odpor musíme pripojiť paralelne k odporu veľkosti  $60 \Omega$ , aby výsledný odpor bol  $24 \Omega$ ? Vypočítajte prúdy prechádzajúce jednotlivými odpormi ak celkový prúd je  $1,25 \text{ A}$ .

( $R_2 = 40 \Omega$ ,  $I_1 = 0,5 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0,75 \text{ A}$ )

**Úloha 5.3.15.** Batéria je pripojená na vonkajší odpor  $4 \Omega$ . Vnútorný odpor je  $0,3 \Omega$ . Svorkové napätie batérie je  $1,2 \text{ V}$ . Vypočítajte prúd, ktorý prechádza obvodom a napätie batérie v stave naprázdno.

( $I = 0,3 \text{ A}$ ,  $U_0 = 1,29 \text{ V}$ )

**Úloha 5.3.16.** Ak bude vypínač (obr. 5.25) rozpojený, ukazuje ampérmeter hodnotu  $3 \text{ A}$ . Ako sa zmení údaj ampérmetra ak zapojíme vypínač.

( $I = 4,5 \text{ A}$ )

**Úloha 5.3.17.** Vypočítajte všetky prúdy v sériovoparalelnom obvode (obr. 5.26) ak napätie zdroja je  $120 \text{ V}$  a jednotlivé odpory majú hodnoty  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$ ,  $R_3 = 5 \Omega$ . Aký výkon sa v obvode spotrebuje?

( $I_1 = 22,98 \text{ A}$ ,  $I_2 = 12,77 \text{ A}$ ,  $I_3 = 10,21 \text{ A}$ ,  $P = 2,7 \text{ kW}$ )

**Úloha 5.3.18.** Vypočítajte predradený odpor k voltmetru, ktorého merací systém má údaje  $60 \text{ V}$  a  $R_V = 20 \Omega$ , tak aby sme mohli merať do  $600 \text{ kV}$ .

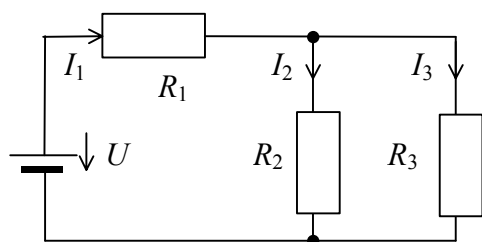
( $R_X = 199,98 \text{ k}\Omega$ )

**Úloha 5.3.19.** Merací systém ampérmetra má údaje na plnú výchylku 2 mA a odpor  $50\ \Omega$ . Ako zväčšíme jeho merací rozsah na 5 A? (Bočníkom – obr. 5.27)

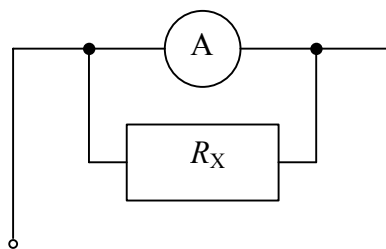
( $R_X = 20\ \text{m}\Omega$ )

**Úloha 5.3.20.** Prípustná hustota prúdu pri pomed'ovaní  $j = 0,4\ \text{A dm}^{-2}$ . Povrch katódy, ktorá sa má pomedit' je  $S = 2,5\ \text{dm}^2$ . Akým prúdom sa urobí elektrolýza a koľko gramov sa vylúči na katóde za 1 hodinu?

( $m = 1,18\ \text{g}$ )



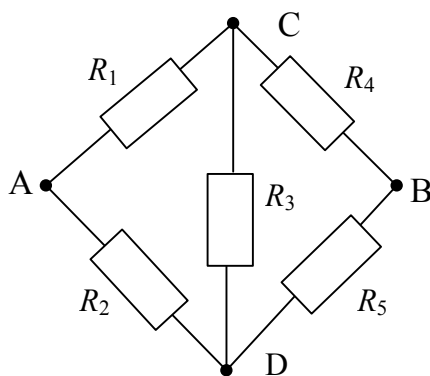
Obr. 5.26



Obr. 5.27

**Úloha 5.3.21.** Vypočítajte výsledný odpor medzi bodmi AB mostíkového zapojenia podľa obr. 5.28 pre veľkosti odporov  $R_1 = 2\ \Omega$ ,  $R_2 = 6\ \Omega$ ,  $R_3 = 2\ \Omega$ ,  $R_4 = 3\ \Omega$ ,  $R_5 = 5\ \Omega$ .

( $R_{AB} = 3,4\ \Omega$ )



Obr. 5.28