8 MAGNETICKÉ POLE

8.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Magnetické pole je prejavom pohybu elektricky nabitej častice vzhľadom k pozorovateľovi. V technickej praxi sú zdrojmi jednosmerného magnetického poľa trvalé magnety alebo vodiče (cievky), cez ktoré preteká jednosmerný prúd. Vodiče (cievky), cez ktoré preteká striedavý prúd, sú zdrojmi striedavého magnetického poľa.

Magnetické pole kvantitatívne opisuje vektorová veličina **magnetická indukcia *B***, ktorá je definovaná prostredníctvom silového pôsobenia d$\boldsymbol{F}$ magnetického poľa na elektrický náboj dQ pohybujúci sa rýchlosťou $\boldsymbol{v}$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = \mathrm{d}Q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}. \qquad (8.1)$$

Ak do (8.1) dosadíme $\mathrm{d}Q = I\mathrm{d}t$, $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{l}/\mathrm{d}t$, získame vzťah pre Ampérovu silu, ktorou pôsobí magnetické pole na element vodiča d$\boldsymbol{l}$ pretekaného elektrickým prúdom I

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}, \qquad (8.2)$$

kde $\boldsymbol{B}$ je magnetická indukcia v mieste, v ktorom sa nachádza vektor element vodiča $\boldsymbol{dl}$. Na priamy vodič dĺžky l s elektrickým prúdom I pôsobí homogénne magnetické pole silou

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}, \qquad (8.3)$$

Smer vektora d$\boldsymbol{l}$, resp. $\boldsymbol{l}$ je súhlasný so smerom prúdu I. Okrem pravidla pravej ruky pre vektorové súčiny (8.2, 8.3) môžeme na určenie smeru Ampérovej sily pôsobiacej na priame prúdovodiče v homogénnom magnetickom poli použiť **Flemingovo pravidlo ľavej ruky**: Ak vystreté prsty ľavej ruky ukazujú smer elektrického prúdu a dlaň je natočená tak, aby do nej vstupovalo čo najviac magnetických indukčných čiar, vychýlený palec ľavej ruky ukazuje smer Ampérovej sily.

Jednotkou magnetickej indukcie v sústave SI je tesla (T). Zrejme 1T = 1N/(1A·1m).

Magnetický tok *Φ* je integrál magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ cez orientovanú plochu S

$$\Phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}. \qquad (8.4)$$

Jednotkou magnetického toku v sústave SI je weber (1 Wb). Zrejme 1Wb = 1T·1m^2.

Gaussov zákon pre magnetický tok: magnetický tok cez ľubovoľnú uzavretú plochu S sa vždy rovná nule

$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0. \qquad (8.5)$$

Vektor d$\boldsymbol{S}$ elementu uzavretej plochy S je orientovaný kolmo k elementu dS, von z objemu V ohraničeného uzavretou plochou S. Fyzikálnou príčinou je nežriedlovosť magnetického poľa - neexistujú voľné magnetické náboje. Ak sú magnetické toky sústredené do úsekov obmedzeného prierezu, hovoríme o magnetických obvodoch. Z Gaussovho zákona pre magnetický tok vyplýva **1. Kirchhoffov zákon pre uzol magnetického obvodu**: súčet magnetických tokov v uzle magnetického obvodu sa rovná nule

$$\sum_k \pm \Phi_k = 0 . \tag{8.6}$$

Smery čítacích šípiek magnetických tokov vo vetvách volíme ľubovoľne. Vo vzťahu (8.6) znamienko „+" píšeme vtedy, ak čítacia šípka daného toku vychádza z uzla. Znamienko „-" píšeme vtedy, ak čítacia šípka daného toku vchádza do uzla. Pri výpočte magnetických tokov v rozvetvenom magnetickom obvode zapíšeme 1. Kirchhoffov zákon (8.6) pre všetky uzly okrem jedného.

Magnetizácia *M* je mierou namagnetovania látky

$$\boldsymbol{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_k \boldsymbol{m}_k}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{m}}{\mathrm{d}V}, \tag{8.7}$$

kde $\boldsymbol{m}_k = I_{ek}\boldsymbol{S}_k$ je magnetický moment k-tej elementárnej prúdovej slučky s prúdom I_{ek} generovaným pohybom elektrónov v elektrónovom obale atómov a s vektorom plochy $\boldsymbol{S}_k$ orientovaným podľa pravidla pravej ruky. Vektor d$\boldsymbol{m}$ je vektorový súčet elementárnych magnetických momentov, ktoré sa nachádzajú v infinitezimálnom objeme dV látky. Jednotkou magnetizácie $\boldsymbol{M}$ v sústave SI je 1 A·m^{-1}.

Intenzita magnetického poľa *H* je vektorová fyzikálna veličina, definovaná vzťahom

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0} - \boldsymbol{M}, \tag{8.8}$$

kde $\boldsymbol{B}$ je magnetická indukcia látky, $\boldsymbol{M}$ je magnetizácia látky. Jednotkou intenzity magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ v sústave SI je 1 A·m^{-1}. Konštanta μ_0 je permeabilita vákua (magnetická konštanta), ktorá má zrejme rozmer T·m/A = (T·m^2)/(A·m) = (Wb/A)/m = H/m. Henry (H) je jednotkou indukčnosti, ktorá bude definovaná neskôr. V sústave jednotiek SI má permeabilita vákua hodnotu

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}. \tag{8.9}$$

V tzv. magneticky mäkkých izotropných magnetikách je magnetizácia $\boldsymbol{M}$ úmerná intenzite magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ ($\boldsymbol{M} = \kappa\boldsymbol{H}$), kde faktor κ je **magnetická susceptibilita** magnetika. Po dosadení do (8.8) a úprave získame materiálový vzťah

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) = \mu_0(\boldsymbol{H} + \kappa\boldsymbol{H}) = \mu_0(1+\kappa)\boldsymbol{H} = \mu_0\mu_\mathrm{r}\boldsymbol{H} = \mu\boldsymbol{H}, \tag{8.10}$$

kde faktor $\mu_\mathrm{r} = 1 + \kappa$ je **relatívna permeabilita** prostredia a $\mu = \mu_0\mu_\mathrm{r}$ je **permeabilita** prostredia. Zrejme vo vákuu $\boldsymbol{M} = \kappa = 0$, preto $\mu_\mathrm{r} = 1$ a vzťah (8.10) prejde do tvaru

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}. \tag{8.11}$$

Ampérov zákon celkového prúdu stanovuje väzbu medzi elektrickými prúdmi a magnetickým poľom, ktoré tieto prúdy vyvolali: krivkový integrál intenzity magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ po ľubovoľnej uzavretej orientovanej krivke l sa rovná celkovému elektrickému prúdu I, ktorý tečie cez ľubovoľnú plochu S ohraničenú touto krivkou

$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = I. \tag{8.12}$$

Výraz na ľavej strane vzťahu (8.12) je tzv. obehové magnetické napätie. Magnetické napätie U_m na otvorenej krivke l medzi dvoma rôznymi bodmi je

$$U_\mathrm{m} = \int_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}. \tag{8.13}$$

Z Ampérového zákona celkového prúdu vyplýva **2. Kirchhoffov zákon pre slučku magnetického obvodu**: súčet magnetických napätí na magnetických odporoch slučky magnetického obvodu sa rovná súčtu magnetomotorických napätí v tejto slučke

$$\sum_k \pm U_{\mathrm{m}k} = \sum_k \pm N_k I_k\,, \tag{8.14}$$

kde súčin $N_k I_k$ počtu závitov a elektrického prúdu v k-tom budiacom vinutí je tzv. magnetomotorické napätie F_k k-teho budiaceho vinutia. Smer jeho čítacej šípky sa určuje jednoznačne pravidlom pravej ruky: ak zahnuté prsty pravej ruky ukazujú smer prúdu vo vinutí, vychýlený palec pravej ruky ukazuje smer čítacej šípky magnetomotorického napätia. Ak jej smer je zhodný so smerom zvoleného obehu v magnetickej slučke, píšeme na pravej strane (8.14) pred daným magnetomotorickým napätím znamienko „+“, v opačnom prípade píšeme znamienko „-“.

Smery čítacích šípiek magnetických tokov vo vetvách volíme ľubovoľne. $U_{\mathrm{m}k}$ je magnetické napätie na k-tom magnetickom odpore slučky. Ak je smer tokovej čítacej šípky v k-tom magnetickom odpore slučky zhodný so smerom zvoleného obehu v magnetickej slučke, píšeme na ľavej strane (8.14) pred dané magnetické napätie znamienko „+“, v opačnom prípade píšeme znamienko „-“.

Pri výpočte magnetických tokov v rozvetvenom magnetickom obvode je potrebné vymedziť a zapísať 2. Kirchhoffov zákon (8.14) pre taký počet slučiek, aby výsledný počet rovníc zostavených na základe 1. Kirchhoffovho zákona (8.6) a 2. Kirchhoffovho zákona

(8.14) sa rovnal počtu vetiev magnetického obvodu. Pri vymedzovaní slučiek dbáme na to, aby každá vetva bola súčasťou aspoň jednej slučky.

Magnetické napätie U_m na magnetickom odpore R_m určíme **Hopkinsonovým zákonom**

$$U_m = R_m \Phi \,. \tag{8.15}$$

Zrejme magnetický odpor R_m môžeme na úseku rovnakej permeability $\mu_0\mu_r$ dĺžky l, prierezu S vypočítať podľa vzťahu

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu_0 \mu_r HS} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \,. \tag{8.16}$$

Biotov-Savartov zákon je vzťah pre výpočet magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ v ľubovoľnom mieste vo vákuu v okolí uzavretého vodiča l s elektrickým prúdom I

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_l \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}. \tag{8.17}$$

Polohový vektor $\boldsymbol{r}$ začína tam, kde vektor element vodiča d$\boldsymbol{l}$ a končí v mieste, v ktorom určujeme magnetickú indukciu $\boldsymbol{B}$.

Vlastná indukčnosť cievky L s počtom závitov N je definovaná podielom cievkového (celkového) magnetického toku $\Phi_c = N\Phi$, kde magnetický tok Φ prechádza cez plochu ohraničenú jedným závitom cievky a elektrického prúdu I v cievke

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{N\Phi}{I}. \tag{8.18}$$

Energia magnetického poľa E_m cievky s vlastnou indukčnosťou L pretekanej elektrickým prúdom I je daná vzťahom

$$E_m = \frac{1}{2}\Phi_c I = \frac{1}{2} L I^2. \tag{8.19}$$

Vzájomná indukčnosť cievok M je definovaná podielom celkového magnetického toku Φ_{12} prvej cievky magnetického poľa generovaného elektrickým prúdom I_2 v druhej cievke a elektrického prúdu I_2 v druhej cievke. Zároveň je vzájomná indukčnosť podielom celkového magnetického toku Φ_{21} druhej cievky magnetického poľa generovaného elektrickým prúdom I_1 v prvej cievke a elektrického prúdu I_1 v prvej cievke

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\Phi_{21}}{I_1}. \tag{8.20}$$

Jednotkou vlastnej a vzájomnej indukčnosti v sústave SI je Henry (1 H = 1Wb/A). Vzájomnú indukčnosť cievok M môžeme určiť tiež vzťahom

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \,, \tag{8.21}$$

kde k je činiteľ väzby cievok ($0 \leq k \leq 1$), L_1, L_2 sú vlastné indukčnosti jednotlivých cievok.

Energia výsledného magnetického poľa E_m dvoch cievok s vlastnými indukčnosťami L_1, L_2 a vzájomnou indukčnosťou M, pretekaných elektrickými prúdmi I_1, I_2 je daná vzťahom

$$E_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M I_1 I_2 . \tag{8.22}$$

Znamienko „+“ platí, ak elektrické prúdy celkový magnetický tok oboch cievok zväčšujú, v opačnom prípade platí znamienko „-“.

Hustotu energie magnetického poľa w_m v ľubovoľnom bode s intenzitou magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ a s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$ vypočítame podľa vzťahu

$$w_m = \frac{1}{2} \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B} . \tag{8.23}$$

Pri prechode cez rozhranie dvoch prostredí s rôznymi permeabilitami μ_1, μ_2 platia pre normálové zložky B_{1n}, B_{2n} magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ a pre dotyčnicové zložky H_{1t}, H_{2t} intenzity magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ **hraničné podmienky**

$$B_{1n} = B_{2n} ; \quad H_{1t} = H_{2t} . \tag{8.24}$$

Druhá hraničná podmienka platí vtedy, ak po rozhraní netečie elektrický prúd.

Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie: Okamžitá hodnota u_i indukovaného elektromotorického napätia sa rovná zápornej časovej zmene celkového magnetického toku Φ_c

$$u_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_c}{\mathrm{d}t} . \tag{8.25}$$

Ak sa pohybuje v magnetickom poli s indukciou $\boldsymbol{B}$ vodič dĺžky l, bude okamžitá hodnota indukovaného napätia

$$u_i = \int_l \left(\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v} \right) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} , \tag{8.26}$$

kde $\boldsymbol{v}$ je rýchlosť pohybu vodiča a $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ je element dĺžky vodiča. Ak je podľa (8.26) okamžitá hodnota kladná, potom má začiatok vodiča väčší elektrický potenciál než koniec vodiča. V opačnom prípade bude mať začiatok vodiča menší elektrický potenciál než koniec vodiča. Ak je celkový magnetický tok Φ_c harmonickou (kosínusovou) funkciou času, bude podľa (8.25) harmonickou (sínusovou) funkciou času aj indukované napätie. Pre harmonický priebeh napätia je definovaná efektívna hodnota U vzťahom

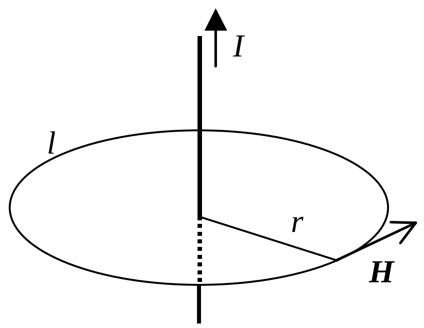
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} , \tag{8.27}$$

kde U_m je amplitúda (maximálna hodnota) harmonického napätia.

8.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 8.2.1. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H vo vzdialenosti 0,5 m od dlhého priameho vodiča, ktorým preteká elektrický prúd 20 A.

Riešenie: Označme r = 0,5 m, I = 20 A. Úloha má zjavnú valcovú symetriu, preto veľkosť H intenzity magnetického poľa musí byť rovnaká na povrchu plášťa valca polomeru r, ak je na osi valca uložený prúdovodič. Uzavretú integračnú krivku l v Ampérovom zákone celkového prúdu (8.12) zvolíme v tvare kružnice polomeru r, body ktorej ležia na plášti valca. Smer integrovania a zároveň smer intenzity magnetického poľa určíme pravidlom pravej ruky – v smere zahnutých prstov pravej ruky, ak palec ukazuje smer elektrického prúdu vo vodiči, pozri obr. 8.1.



Obr. 8.1 Intenzita magnetického poľa v okolí nekonečne dlhého prúdovodiča

Pri tejto orientácii sú obe strany vzťahu (8.12) kladné. Úpravami a dosadením zadaných hodnôt získame

$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oint_l H \mathrm{d}l = H \oint_l \mathrm{d}l = H 2\pi r = I \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{20\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 0{,}5\ \mathrm{m}} = 6{,}37\ \mathrm{A \cdot m^{-1}}\ .$$

Intenzita magnetického poľa má veľkosť 6,37 A/m.

Príklad 8.2.2. V rovine nákresne sa nachádzajú tri priame rovnobežné vodiče vzdialené od seba 1 m, ktorými preteká elektrický prúd 1 A, 2 A a 3 A s orientáciami vyznačenými na obr. 8.2. Vypočítajte magnetickú indukciu vzduchu v bode P v rovine nákresne.

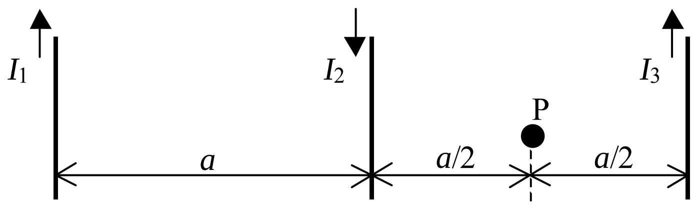
Riešenie: Označme I_1 = 1 A, I_2 = 2 A, I_3 = 3 A, a = 1 m.

Zrejme podľa pravidla pravej ruky budú v bode P magnetické indukcie $\boldsymbol{B}_2$ a $\boldsymbol{B}_3$ generované elektrickými prúdmi I_2 a I_3 orientované pred nákresňu a magnetická indukcia $\boldsymbol{B}_1$ generovaná prúdom I_1 bude orientovaná za nákresňu. Nech os x je kolmá na nákresňu a smeruje pred nákresňu. S využitím zákona celkového prúdu (8.12) a materiálového vzťahu (8.11) pre x-ovú súradnicu magnetickej indukcie v bode P získame

$$B = B_2 + B_3 - B_1 = \mu_0 (H_2 + H_3 - H_1) = \mu_0 \left(\frac{I_2}{2\pi r_2} + \frac{I_3}{2\pi r_3} - \frac{I_1}{2\pi r_1} \right),$$

kde r_1, r_2, r_3 sú vzdialenosti bodu P od jednotlivých vodičov a B_1, B_2, B_3 sú veľkosti magnetických indukcií v bode P generovaných adekvátnymi elektrickými prúdmi. Z obr. 8.2 je zrejmé, že

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} - \frac{I_1}{r_1} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{2I_2}{a} + \frac{2I_3}{a} - \frac{2I_1}{3a} \right) = \frac{\mu_0}{\pi a} \left(I_2 + I_2 - \frac{I_1}{3} \right).$$



Obr. 8.2 Orientácie elektrických prúdov v komplanárnych rovnobežných vodičoch

Po dosadení permeability vákua (vzduchu) (8.9) a zadaných hodnôt získame

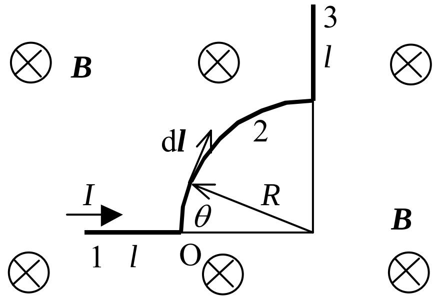
$$B = \frac{\mu_0}{\pi a} \left(I_2 + I_2 - \frac{I_1}{3} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 1} \left(2 + 3 - \frac{1}{3} \right) \mathrm{T} = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{14}{3} \ \mathrm{T} = 18{,}66 \cdot 10^{-7} \ \mathrm{T}.$$

Výsledná magnetická indukcia je v bode P orientovaná pred nákresňu kolmo na nákresňu a má veľkosť 1,866 μT. Ak by bol výsledok záporný, bola by výsledná magnetická indukcia v bode P orientovaná za nákresňu.

Príklad 8.2.3. Vodič s elektrickým prúdom I = 1 A je zložený z dvoch priamych úsekov dĺžky l = 1 m a jedného zakriveného úseku v tvare štvrťkružnice s polomerom R = 2 m podľa obr. 8.3. Vypočítajte veľkosť Ampérovej sily, ktorá naň pôsobí v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti B = 1 T. Magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$ je kolmá na nákresňu a smeruje za ňu. Vzájomné pôsobenie úsekov neuvažujte.

Riešenie: Úlohu vyriešime v karteziánskej pravotočivej sústave: os x s jednotkovým vektorom $\boldsymbol{i}$ smeruje doprava, os y s jednotkovým vektorom $\boldsymbol{j}$ smeruje nahor, os z s jednotkovým vektorom $\boldsymbol{k}$ smeruje pred nákresňu kolmo na ňu. Stred sústavy nech je v bode O. Ampérové sily pôsobiace na priame úseky 1, 3 prúdovodiča vypočítame podľa vzťahu (8.3), silu pôsobiacu na zakrivený úsek 2 prúdovodiča vypočítame integrovaním vzťahu (8.2)

$$\boldsymbol{F}_1 = I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B} = Il\boldsymbol{i} \times (-B)\boldsymbol{k} = BIl\boldsymbol{j},$$
$$\boldsymbol{F}_3 = I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B} = Il\boldsymbol{j} \times (-B)\boldsymbol{k} = -BIl\boldsymbol{i},$$



Obr. 8.3 Priame a zakrivené úseky prúdovodiča v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{F}_2 = \int_2 (I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) = \int_2 I(\boldsymbol{i}\mathrm{d}l \sin\theta + \boldsymbol{j}\mathrm{d}l\cos\theta) \times (\text{-}B)\boldsymbol{k} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\boldsymbol{i}R\mathrm{d}\theta \sin\theta + \boldsymbol{j}R\mathrm{d}\theta\cos\theta) \times (\text{-}B)\boldsymbol{k} = BIR\left(\boldsymbol{j}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \mathrm{d}\theta - \boldsymbol{i}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \mathrm{d}\theta \right) =$$

$$= BIR\left(\boldsymbol{j}\left[-\cos\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \boldsymbol{i}\left[\sin\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \right) = BIR(\boldsymbol{j} - \boldsymbol{i}).$$

Výsledná Ampérova sila je vektorový súčet síl pôsobiacich na jednotlivé úseky

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = BIl\boldsymbol{j} + BIR(\boldsymbol{j} - \boldsymbol{i}) \text{ - } BIl\boldsymbol{i} = -BI(l+R)\boldsymbol{i} + BI(l+R)\boldsymbol{j}.$$

Veľkosť Ampérovej sily vyjadríme zo súradníc pomocou Pytagorovej vety

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2}BI(l+R).$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2}BI(l+R) = \sqrt{2} \cdot 1\,\mathrm{T} \cdot 1\,\mathrm{A} \cdot (1+2)\,\mathrm{m} = 4{,}24\ \mathrm{N}.$$

Veľkosť Ampérovej sily pôsobiacej na prúdovodič je 4,24 N.

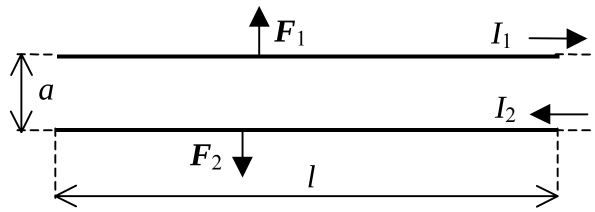
Príklad 8.2.4. Určte Ampérovu silu, ktorou vo vákuu pôsobia na seba dva priame rovnobežné nekonečne dlhé vodiče vzdialené od seba 0,25 m na úseku dlhom 10 m, ak nimi pretekajú rovnaké nesúhlasne orientované prúdy 30 A.

Riešenie: Označme $I_1 = I_2 = 30$ A, $a = 0{,}25$ m, $l = 10$ m, pozri obr. 8.4.

Oba prúdovodiče sú na obr. 8.4 uložené v rovine nákresne. Na priamy úsek vodiča dĺžky l s prúdom I_1 pôsobí podľa vzťahu (8.3) Ampérova sila $\boldsymbol{F}_1$

$$\boldsymbol{F}_1 = I_1 \boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B},$$

kde $\boldsymbol{B}$ je magnetická indukcia generovaná vodičom s prúdom I_2.



Obr. 8.4 Ampérova sila pôsobiaca medzi rovnobežnými prúdovodičmi

Podľa pravidla pravej ruky je táto magnetická indukcia v mieste uloženia vodiča s prúdom I_1 orientovaná za nákresňu kolmo k nákresni. Smer sily $\boldsymbol{F}_1$ určíme Flemingovým pravidlom ľavej ruky, pozri obr. 8.4. Využitím zákona celkového prúdu (8.12) a vzťahu (8.11) úpravami pre veľkosť magnetickej indukcie B získame

$$H 2\pi a = I_2 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I_2}{2\pi a}, \qquad\qquad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}.$$

Veľkosť Ampérovej sily podľa pravidla o veľkosti vektorového súčinu bude

$$F_1 = I_1 l B \sin 90° = I_1 l B = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}.$$

Sila $\boldsymbol{F}_2$ pôsobiaca na rovnako dlhý úsek druhého prúdovodiča bude zrejme rovnako veľká avšak opačne orientovaná. Rovnobežné vodiče s nesúhlasne orientovanými prúdmi sa teda odpudzujú. Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

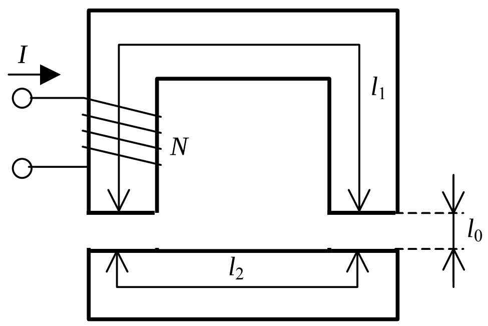
$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}} \cdot 30\ \mathrm{A} \cdot 30\ \mathrm{A} \cdot 10\ \mathrm{m}}{2\pi \cdot 0{,}25\ \mathrm{m}} = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} = 7{,}2\ \mathrm{mN}.$$

Na 10 m dlhý úsek každého z prúdovodičov pôsobí Ampérova sila veľkosti 7,2 mN.

Príklad 8.2.5. Vypočítajte, koľkokrát musí byť obehové magnetické napätie bremenového magnetu väčšie, ak bude mať magnetický obvod dve vzduchové medzery rovnakej šírky 0,5 mm v porovnaní s prípadom bez vzduchových medzier. V oboch prípadoch predpokladáme rovnakú veľkosť magnetickej indukcie 0,8 T na strednej indukčnej čiare v železe a strednú dĺžku indukčnej čiary v železe 0,318 m, pozri obr. 8.5. Z magnetizačnej krivky železa pre magnetickú indukciu 0,8 T možno odčítať intenzitu magnetického poľa v železe 200 A/m.

Riešenie: Označme $l_0 = 0{,}5$ mm, $B = 0{,}8$ T, $H_{Fe} = 200$ A/m, $l_{Fe} = l_1 + l_2 = 0{,}318$ m.

Na strednej indukčnej čiare je magnetická indukcia kolmá na rozhranie medzi vzduchovou medzerou a železom a pri prechode cez toto rozhranie sa podľa prvej z hraničných podmienok (8.24) nemení. Ak zanedbáme rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier, musí byť magnetická indukcia v železe i vo vzduchovej medzere rovnaká. Intenzitu magnetického



Obr. 8.5 Magnetický obvod so vzduchovými medzerami

poľa vo vzduchovej medzere vypočítame zo vzťahu (8.11)

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0{,}8\,\mathrm{T}}{4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}} = 636{,}6\,\mathrm{kA/m}\,.$$

Obehové magnetické napätie pre magnetický obvod so vzduchovými medzerami podľa (8.13)

$$U_{\mathrm{m0}} = H_{\mathrm{Fe}} l_{\mathrm{Fe}} + H_0 2 l_0 = (200\cdot 0{,}318 + 636{,}6\cdot 10^3\cdot 2\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3})\ \mathrm{A} =$$
$$= (63{,}6 + 636{,}6)\ \mathrm{A} = 700{,}2\ \mathrm{A}$$

Zrejme obehové magnetické napätie pre magnetický obvod bez vzduchových medzier bude podstatne nižšie

$$U_{\mathrm{m}} = H_{\mathrm{Fe}} l_{\mathrm{Fe}} = 200\ \mathrm{A\cdot m^{-1}}\cdot 0{,}318\,\mathrm{m} = 63{,}6\ \mathrm{A}\,.$$

Zrejme

$$n = \frac{U_{m0}}{U_m} = \frac{700{,}2\ \mathrm{A}}{63{,}6\ \mathrm{A}} = 11\,.$$

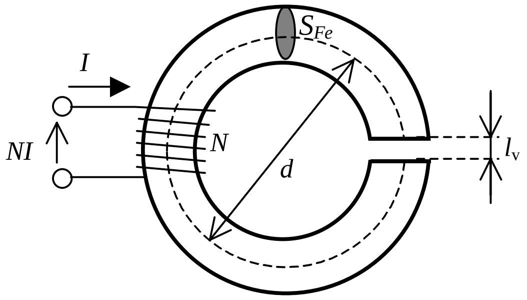
Aby sa pri zaradení vzduchových medzier do magnetického obvodu zachovala v železe daná magnetická indukcia, musí obehové magnetické napätie vzrásť 11-krát.

Príklad 8.2.6. Vypočítajte magnetickú indukciu vo vzduchovej medzere neuzavretého prstenca, na ktorý je navinuté 200-závitové budiace vinutie s elektrickým prúdom 5 A. Pri takom budení má prstenec relatívnu permeabilitu 1000. Stredný priemer prstenca je 22 cm a plošný obsah jeho prierezu je 6 cm^2. Dĺžka vzduchovej medzery je 1 mm, pozri obr. 8.6. Predpokladajte, že vplyvom rozptylu magnetického poľa sa efektívny prierez vzduchovej medzery zväčšil 1,1-krát v porovnaní s prierezom prstenca.

Riešenie: Označme μ_{r} =1000, N =200, I = 5 A, d = 22 cm, S_{Fe} = 6 cm^2, l_{v} = 1 mm, S_{v} =1,1 S_{Fe}.

Magnetickú indukciu vo vzduchovej medzere získame úpravou vzťahu (8.4)

$$\Phi = \int_{S_{\mathrm{v}}} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = B\cdot S_{\mathrm{v}} \quad\Rightarrow\quad B = \frac{\Phi}{S_{\mathrm{v}}}\,.$$



Obr. 8.6 Nerozvetvený magnetický obvod s rozptylom magnetického poľa v okolí vzduchovej medzery

V analógii s elektrickým prúdom v nerozvetvenom elektrickom obvode je magnetický tok Φ v každej časti nerozvetveného magnetického obvodu rovnaký bez ohľadu na hodnoty magnetických odporov jednotlivých častí. Ak smer obehu v jedinej slučke magnetického obvodu a zároveň aj smer tokovej čítacej šípky zvolíme v smere čítacej šípky magnetomotorického napätia $F = NI$, potom podľa 2. Kirchhoffovho zákona pre magnetické obvody (8.14) dostaneme

$$U_{\mathrm{mFe}} + U_{\mathrm{mv}} = NI\,.$$

Ak magnetické napätia prstenca U_{mFe} a vzduchovej medzery U_{mv} vyjadríme Hopkinsonovým zákonom (8.15), po úprave získame

$$R_{\mathrm{mFe}}\Phi + R_{\mathrm{mv}}\Phi = NI \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{NI}{R_{\mathrm{mFe}} + R_{\mathrm{mv}}}\,.$$

Magnetické odpory prstenca R_{mFe} a vzduchovej medzery R_{mv} vypočítame podľa vzťahu (8.16)

$$R_{\mathrm{mFe}} = \frac{l_{\mathrm{Fe}}}{\mu_0\mu_{\mathrm{r}}S_{\mathrm{Fe}}} = \frac{\pi d - l_{\mathrm{v}}}{\mu_0\mu_{\mathrm{r}}S_{\mathrm{Fe}}} = \frac{(\pi\cdot 0{,}22 - 0{,}001)\,\mathrm{m}}{4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}\cdot 1000\cdot 6\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}} = 9{,}15\cdot 10^{5}\ \mathrm{H^{-1}}\,,$$

$$R_{\mathrm{mv}} = \frac{l_{\mathrm{v}}}{\mu_0 S_{\mathrm{v}}} = \frac{0{,}001\,\mathrm{m}}{4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}\cdot 1{,}1\cdot 6\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}} = 12{,}06\cdot 10^{5}\ \mathrm{H^{-1}}\,.$$

Magnetický tok v obvode a teda aj vo vzduchovej medzere bude

$$\Phi = \frac{NI}{R_{\mathrm{mFe}} + R_{\mathrm{mv}}} = \frac{200\cdot 5\ \mathrm{A}}{(9{,}15 + 12{,}06)\cdot 10^{5}\ \mathrm{H^{-1}}} = 47{,}14\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Wb}$$

a pre veľkosť magnetickej indukcie vo vzduchovej medzere získame

$$B = \frac{\Phi}{S_{\mathrm{v}}} = \frac{47{,}14\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Wb}}{1{,}1\cdot 6\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}} = 0{,}714\,\mathrm{T}\,\cdot$$

Magnetická indukcia vo vzduchovej medzere bude mať veľkosť 714 mT.

Príklad 8.2.7. Aké napätie sa indukuje v priamom vodiči dlhom 0,5 m, ktorý sa pohybuje v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti 0,8 T rýchlosťou 5 m/s, ak vektor rýchlosti zviera so smerom magnetickej indukcie uhol 60°, pričom vodič je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary?

Riešenie: Označme l = 0,5 m, B = 0,5 T, v = 5 m/s, α = 60°. Úpravou vzťahu (8.26) pre priamy vodič dostaneme

$$u_\mathrm{i} = \int_l (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{l} = |\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}| \cdot l \cdot \cos\beta = Bv\sin\alpha \cdot l\cos\beta \,.$$

Ak vektor $\boldsymbol{l}$ (začiatok a koniec priameho vodiča) volíme tak, aby zvieral ostrý uhol β s vektorovým súčinom $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{v}$, potom bude indukované napätie kladné. V našom prípade

$$u_\mathrm{i} = Bvl\sin\alpha\cos\beta = 0{,}8\,\mathrm{T} \cdot 5\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot \sin 60° \cdot \cos 0° =$$

$$= 0{,}8 \cdot 5 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.1\,\mathrm{V} = 1{,}732\,\mathrm{V}$$

V priamom vodiči sa indukuje napätie 1,732 V.

Príklad 8.2.8. Aká je frekvencia otáčania obdĺžnikovej 100-závitovej cievky v radiálnom magnetickom poli, ak aktívne strany závitov cievky majú dĺžku 0,4 m, od osi otáčania sú vzdialené 0,2 m, pohybujú sa v miestach s magnetickou indukciou veľkosti 0,7 T a v cievke sa indukuje napätie 43 V? Vektor rýchlosti aktívnych strán rotujúcej cievky je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary radiálneho magnetického poľa.

Riešenie: Označme N = 100, l = 0,4 m, r = 0,2 m, B = 0,7 T, u_i = 43 V, α = 90°. Zrejme sa podľa vzťahu (8.26) na jednej aktívnej strane jedného závitu indukuje napätie

$$u_\mathrm{i1} = \int_l (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{l} = |\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}| \cdot l \cdot \cos\beta = Bv\sin\alpha \cdot l\cos\beta = Bvl \,,$$

pretože α = 90° a vektor $\boldsymbol{l}$ aktívnej strany závitu volíme tak, aby zvieral uhol β = 0° s vektorovým súčinom $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{v}$. Jeden závit má dve aktívne strany a v cievke sú aktívne strany závitov vodivo spojené tak, aby sa ich indukované napätia sčítavali, preto

$$u_\mathrm{i} = 2Nu_\mathrm{i1} = 2NBvl \,.$$

Veľkosť obvodovej rýchlosti v aktívnych strán môžeme vyjadriť pomocou frekvencie otáčania n

$$v = \omega r = 2\pi nr \,,$$

preto po dosadení a úprave získame

$$u_\mathrm{i} = 2NBvl = 2NB2\pi nrl = 4\pi NBnrl \quad \Rightarrow \quad n = \frac{u_\mathrm{i}}{4\pi NBrl} \,.$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$n = \frac{u_\mathrm{i}}{4\pi NBrl} = \frac{43\,\mathrm{V}}{4\pi \cdot 100 \cdot 0{,}7\,\mathrm{T} \cdot 0{,}2\,\mathrm{m} \cdot 0{,}4\,\mathrm{m}} = 0{,}611\,\mathrm{s}^{-1}\,.$$

Frekvencia otáčania cievky je 0,611 s^{-1}.

Príklad 8.2.9. Vypočítajte vlastnú indukčnosť vzduchového 1000-závitového solenoidu (dlhej vzduchovej cievky) dĺžky 8 cm priemeru 1 cm.

Riešenie: Označme N =1000, l = 8 cm, d =1 cm, μ_r = 1. Vlastnú indukčnosť solenoidu určíme zo vzťahu (8.18) s využitím definície magnetického toku (8.4) a materiálového vzťahu (8.10)

$$L = \frac{\Phi_\mathrm{c}}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{N\mu_0\mu_\mathrm{r}HS}{I}\,,$$

kde S je plošný obsah ohraničený jedným závitom solenoidu. Veľkosť intenzity magnetického poľa H vnútri solenoidu určíme pomocou zákona celkového prúdu (8.12). Uvažujme uzavretú krivku k pozostávajúcu z úsečky dĺžky l vnútri solenoidu na jeho osi a časti vedenej mimo solenoidu. Cez ľubovoľnú plochu ohraničenú touto krivkou preteká prúd NI. Zrejme je intenzita magnetického poľa vnútri solenoidu omnoho väčšia než mimo solenoidu. Ak v Ampérovom zákone celkového prúdu (8.12) zanedbáme intenzitu magnetického poľa v bodoch krivky k mimo solenoidu, po úpravách získame veľkosť intenzity magnetického poľa H vnútri solenoidu

$$\oint_k \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \cong \int_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = Hl = NI \quad \Rightarrow \qquad H = \frac{NI}{l}\,.$$

Po dosadení do prvého vzťahu získame

$$L = \frac{N\mu_0\mu_\mathrm{r}HS}{I} = \frac{N^2\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\,.$$

Plošný obsah S vyjadríme pomocou priemeru solenoidu

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

a po dosadení zadaných hodnôt dostaneme vlastnú indukčnosť solenoidu

$$L = \frac{N^2\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l} = \frac{N^2\mu_0\mu_\mathrm{r}\pi d^2}{4l} = \frac{1000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H}\cdot\mathrm{m}^{-1} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 0{,}01^2\ \mathrm{m}^2}{4 \cdot 0{,}08\,\mathrm{m}} = 1{,}234\,\mathrm{mH}\,.$$

Príklad 8.2.10. Vypočítajte vzájomnú indukčnosť dvoch vzduchových 2000-závitových cievok rovnakých dĺžok 0,8 m a rovnakých priemerov 0,15 m. Činiteľ väzby cievok je 0,75.

Riešenie: Označme $N = 2000$, $l = 0{,}8$ m, $d = 0{,}15$ m, $k = 0{,}75$, $\mu_r = 1$. Vzájomnú indukčnosť M určíme vzťahom (8.21)

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}\,,$$

pričom vlastné indukčnosti jednotlivých cievok L_1, L_2 sú zrejme rovnaké. Môžeme ich vypočítať podľa vzťahu odvodeného v príklade 9

$$L_1 = L_2 = L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r S}{l} = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r \pi d^2}{4l} = \frac{2000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 0{,}15^2}{4 \cdot 0{,}8}\,\mathrm{H} = 111\,\mathrm{mH}\,.$$

Po dosadení zadaných a vypočítaných hodnôt dostaneme

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = kL = 0{,}75 \cdot 111\,\mathrm{mH} = 83{,}25\,\mathrm{mH}\,.$$

Vzájomná indukčnosť cievok je 83,25 mH.

Príklad 8.2.11. Vypočítajte energiu magnetického poľa vnútri cievky s vlastnou indukčnosťou 300 mH, ak ňou preteká elektrický prúd 1,76 A. Vnútro cievky vypĺňa jadro dĺžky 1 m, s plošným obsahom prierezu 10 cm^2 a s relatívnou permeabilitou 1000. Aká je veľkosť magnetickej indukcie v jadre cievky?

Riešenie: Označme $L = 300$ mH, $I = 1{,}76$ A, $l = 1$ m, $S = 10$ cm^2, $\mu_r = 1000$. Energiu magnetického poľa vnútri cievky vypočítame podľa vzťahu (8.19)

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\,\mathrm{H} \cdot 1{,}76^2\,\mathrm{A}^2 = 464{,}64\,\mathrm{mJ}.$$

Zrejme hustotu energie magnetického poľa v jadre získame, ak podelíme energiu magnetického poľa E_m objemom jadra Sl. Porovnaním so vzťahom (8.23) a úpravami získame

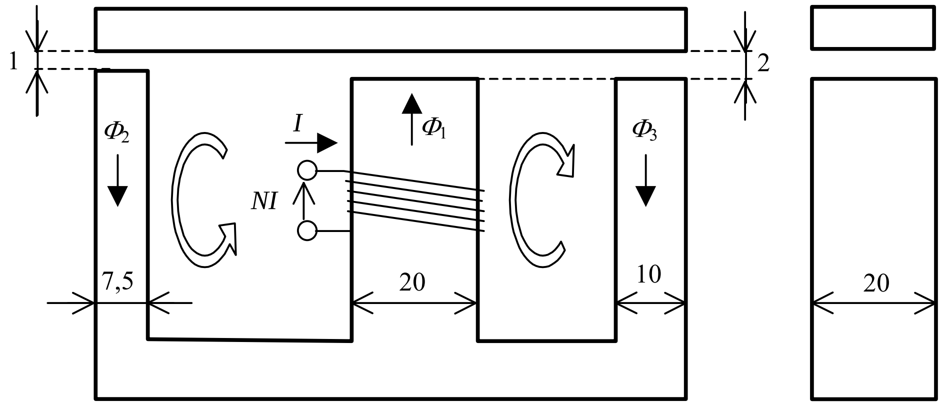
$$w_m = \frac{E_m}{Sl} = \frac{1}{2}\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_m}{Sl} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} \quad \Rightarrow \quad B = \sqrt{\frac{2\mu_0 \mu_r E_m}{Sl}}\,.$$

Pri úpravách sme použili materiálový vzťah (8.10) a predpokladali sme, že vektorové veličiny $\boldsymbol{H}$ a $\boldsymbol{B}$ sú v jadre súhlasne orientované. Po dosadení vypočítaných a zadaných hodnôt dostaneme

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 \mu_r E_m}{Sl}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}} \cdot 1000 \cdot 464{,}64 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{10 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1\,\mathrm{m}}} = 1{,}08\,\mathrm{T}\,.$$

Energia magnetického poľa vnútri cievky je 464,64 mJ. Veľkosť magnetickej indukcie v jadre je 1,08 T.

Príklad 8.2.12. Magnetický obvod pozostávajúci z feromagnetických častí a vzduchových medzier má tvar a rozmery podľa obr. 8.7. Budiaca cievka navinutá na strednom stĺpiku jadra



Obr. 8.7 Rozvetvený magnetický obvod so vzduchovými medzerami

má 500 závitov a preteká ňou elektrický prúd 0,9 A. Vypočítajte magnetické toky vo všetkých troch stĺpikoch, ak zanedbáme magnetický odpor feromagnetických častí a zanedbáme rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier.

Riešenie: Označme dĺžky a plošné obsahy prierezov vzduchových medzier rovnakými indexami ako magnetické toky, ktoré cez ne prechádzajú, pozri obr. 8.7. Podľa obrázka je $l_1 = l_3 = 2$ mm, $l_2 = 1$ mm, $S_1 = 20 \times 20$ mm^2, $S_2 = 7{,}5 \times 20$ mm^2, $S_3 = 10 \times 20$ mm^2, $I = 0{,}9$ A, $N = 500$. Pravidlom pravej ruky sa jednoznačne určuje smer čítacej šípky magnetomotorického napätia *NI*. Smery čítacích šípiek magnetických tokov volíme ľubovoľne, pozri obr. 8.7. Z dvoch uzlov obvodu 1. Kirchhoffov zákon (8.6) zapíšeme pre spodný uzol

$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0 .$$

Zvyšné dve rovnice sústavy pre výpočet troch neznámych magnetických tokov získame z 2. Kirchhoffovho zákona (8.14) pre ľavú a pravú slučku magnetického obvodu, pričom magnetické napätia vzduchových medzier vyjadríme Hopkinsonovým zákonom (8.15). Smery ľubovoľne zvolených obehov v slučkách sú vyznačené na obr. 8.7 orientovanými oblúkmi. V súlade so znamienkovou konvenciou získame

$$R_{\mathrm{m1}}\Phi_1 + R_{\mathrm{m2}}\Phi_2 = NI\,, \quad R_{\mathrm{m1}}\Phi_1 + R_{\mathrm{m3}}\Phi_3 = NI\,.$$

Sústavu troch rovníc môžeme vyriešiť Cramerovou metódou. Determinant sústavy je

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_{\mathrm{m1}} & R_{\mathrm{m2}} & 0 \\ R_{\mathrm{m1}} & 0 & R_{\mathrm{m3}} \end{vmatrix} = R_{\mathrm{m1}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m1}}\,.$$

Determinant D_1 získame zámenou prvého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc a determinant D_2 získame zámenou druhého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ NI & R_{\mathrm{m2}} & 0 \\ NI & 0 & R_{\mathrm{m3}} \end{vmatrix} = NIR_{\mathrm{m2}} + NIR_{\mathrm{m3}}\,.$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_{\mathrm{m1}} & NI & 0 \\ R_{\mathrm{m1}} & NI & R_{\mathrm{m3}} \end{vmatrix} = NIR_{\mathrm{m3}}\,.$$

Magnetické toky Φ_1 a Φ_2 budú

$$\Phi_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{NIR_{\mathrm{m2}} + NIR_{\mathrm{m3}}}{R_{\mathrm{m1}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m1}}}\,,$$

$$\Phi_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{NIR_{\mathrm{m3}}}{R_{\mathrm{m1}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m2}} + R_{\mathrm{m3}}R_{\mathrm{m1}}}\,.$$

Magnetické odpory vzduchových medzier ($\mu_{\mathrm{r}} = 1$) vypočítame podľa vzťahu (8.16)

$$R_{\mathrm{m1}} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_{\mathrm{r}} S_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}} \cdot 20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2} = \frac{10^8}{8\pi}\,\mathrm{H}^{-1}\,,$$

$$R_{\mathrm{m2}} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_{\mathrm{r}} S_2} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}} \cdot 7{,}5 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2} = \frac{10^8}{6\pi}\,\mathrm{H}^{-1}\,,$$

$$R_{\mathrm{m3}} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_{\mathrm{r}} S_3} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}} \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2} = \frac{10^8}{4\pi}\,\mathrm{H}^{-1}\,.$$

Po dosadení vypočítaných a zadaných hodnôt dostaneme

$$\Phi_1 = \frac{500 \cdot 0{,}9\ \mathrm{A} \cdot \left(\dfrac{10^8}{6\pi} + \dfrac{10^8}{4\pi}\right)\mathrm{H}^{-1}}{\left(\dfrac{10^8}{8\pi} \cdot \dfrac{10^8}{6\pi} + \dfrac{10^8}{4\pi} \cdot \dfrac{10^8}{6\pi} + \dfrac{10^8}{4\pi} \cdot \dfrac{10^8}{8\pi}\right)\mathrm{H}^{-2}} = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{80}{18}\,\mathrm{Wb} = 62{,}832\ \mu\mathrm{Wb}\,,$$

$$\Phi_2 = \frac{500 \cdot 0{,}9\ \mathrm{A} \cdot \dfrac{10^8}{4\pi}\,\mathrm{H}^{-1}}{\left(\dfrac{10^8}{8\pi} \cdot \dfrac{10^8}{6\pi} + \dfrac{10^8}{4\pi} \cdot \dfrac{10^8}{6\pi} + \dfrac{10^8}{4\pi} \cdot \dfrac{10^8}{8\pi}\right)\mathrm{H}^{-2}} = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{48}{18}\,\mathrm{Wb} = 37{,}699\ \mu\mathrm{Wb}\,.$$

Zrejme z 1. Kirchhoffovho zákona získame

$$\Phi_3 = \Phi_1 - \Phi_2 = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{80}{18} - \frac{48}{18}\right)\mathrm{Wb} = 25{,}132\ \mu\mathrm{Wb}\,.$$

Veľkosti magnetických indukcií vypočítame úpravou vzťahu (8.4)

$$\Phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = B \cdot S \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\Phi}{S}\,.$$

Po dosadení vypočítaných a zadaných hodnôt dostaneme

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{62{,}832 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2} = 0{,}157\,\text{T}, \quad B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{37{,}699 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}}{7{,}5 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2} = 0{,}251\,\text{T},$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{25{,}132 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}}{10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2} = 0{,}126\,\text{T}.$$

Magnetické toky v jednotlivých stĺpikoch jadra v adekvátnom poradí sú 62,832 μWb, 37,699 μWb a 25,132 μWb. Veľkosti magnetických indukcií v jednotlivých vzduchových medzerách v adekvátnom poradí sú 157 mT, 251 mT a 126 mT.

Príklad 8.2.13. Vypočítajte magnetickú indukciu v ťažisku závitu tvaru rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany 1 m, ktorým preteká elektrický prúd 4 A. Závit sa nachádza vo vákuu.

Riešenie: Označme a = 1 m, I = 4 A. Úloha nemá valcovú symetriu, preto nemôžeme pri výpočte použiť Ampérov zákon celkového prúdu. Smer magnetickej indukcie môžeme určiť pravidlom pravej ruky – v smere palca pravej ruky, ak zahnuté prsty ukazujú smer prúdu v závite. Veľkosť magnetickej indukcie bude $B = 3B_1$,

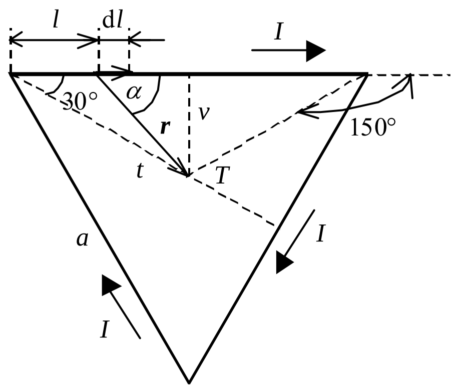
kde B_1 je príspevok k veľkosti celkovej indukcie od jednej strany závitu. S využitím zákona Biota–Savarta–Laplacea (8.17) dostaneme

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{\mathrm{d}l \cdot r \cdot \sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{\mathrm{d}l \cdot \sin\alpha}{r^2}.$$

Z obr. 8.8 vidno

$$l = \frac{a}{2} - v \cdot \operatorname{cotg}\alpha \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}l = \frac{v \cdot \mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}, \qquad \sin\alpha = \frac{v}{r} \quad \Rightarrow \quad r^2 = \frac{v^2}{\sin^2\alpha},$$

Substitúciou a integrovaním dostaneme



Obr. 8.8 Využitie zákona Biota–Savarta–Laplacea

na výpočet magnetickej indukcie

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_a \frac{\mathrm{d}l\cdot\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{30°}^{150°}\frac{\frac{v\cdot\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\sin\alpha}{\frac{v^2}{\sin^2\alpha}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi v}\int_{30°}^{150°}\sin\alpha\cdot\mathrm{d}\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi v}\left[-\cos\alpha\right]_{30°}^{150°} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi v}\cdot 2\cos 30° = \frac{\mu_0 I}{4\pi v}\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi v}.$$

Vzdialenosť v ťažiska T od stredu strany sa rovná tretine dĺžky ťažnice t, a preto využitím Pytagorovej vety získame

$$v = \frac{t}{3} = \frac{1}{3}\cdot\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

Celková veľkosť magnetickej indukcie v ťažisku bude

$$B = 3B_1 = 3\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi v} = \frac{3\sqrt{3}\mu_0 I\cdot 6}{4\pi\sqrt{3}a} = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a}.$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$B = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{9\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}\cdot 4\ \mathrm{A}}{2\pi\cdot 1\ \mathrm{m}} = 7{,}2\cdot 10^{-6}\ \mathrm{T} = 7{,}2\ \mu\mathrm{T}\cdot$$

Magnetická indukcia v ťažisku závitu má veľkosť 7,2 μT, na obr. 8.8 je kolmá na nákresňu a smeruje za ňu.

Príklad 8.2.14. Prstencové feromagnetické jadro obdĺžnikového prierezu s vnútorným polomerom 25 mm, vonkajším polomerom 35 mm, výšky 20 mm bolo zmagnetizované prúdom vo vinutí na magnetickú indukciu nasýtenia 1,2 T. Pre materiál jadra platí hysterézna slučka (meraná na uzavretom prstencovom jadre), časť ktorej je na obr. 8.9. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa na kruhovej osi v jadre po vypnutí magnetizačného prúdu vo vinutí, remanenciu a remanentný magnetický tok (zanedbáme nerovnomerné rozloženie remanencie v priereze jadra) pre tieto dva prípady:

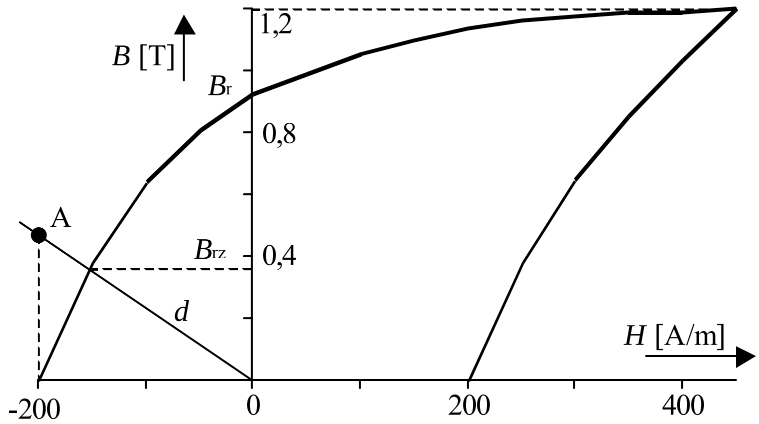
a) jadro nemá žiadnu vzduchovú medzeru,

b) jadro je prerušené vzduchovou medzerou dĺžky 0,1 mm, pričom zanedbajte rozptyl magnetického poľa v jej okolí.

Riešenie: Označme h = 20 mm, r_2 = 35 mm, r_1 = 25 mm, B_s = 1,2 T, l_v = 0,1 mm.

a) V prípade prstencového jadra bez vzduchových medzier (uzavretého jadra) z Ampérového zákona celkového prúdu (8.12) po vypnutí magnetizačného prúdu vyplýva

$$\oint_k \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = H_{\mathrm{Fe}} l_{\mathrm{Fe}} = 0 \quad\Rightarrow\quad H_{\mathrm{Fe}} = 0.$$



Obr. 8.9 Časť hysteréznej slučky materiálu jadra

Keďže sa meranie hysteréznych slučiek (B – H charakteristík) materiálov vykonáva s uzavretými prstencovými jadrami, z charakteristiky na obr. 8.9 pre intenzitu $H_{\mathrm{Fe}} = 0$ odčítame remanenciu $B_{\mathrm{r}} = 0{,}92$ T. Pri zanedbaní nerovnomerného rozloženia magnetickej indukcie v priereze jadra sa bude remanentný magnetický tok rovnať

$$\Phi_{\mathrm{r}} = B_{\mathrm{r}} \cdot S = B_{\mathrm{r}} \cdot h \cdot (r_2 - r_1) = 0{,}92 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (35 - 25) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb} = 184\ \mu\mathrm{Wb}\,.$$

b) V prípade prstencového jadra prerušeného vzduchovou medzerou (otvoreného jadra) z Ampérového zákona celkového prúdu (8.12) po vypnutí magnetizačného prúdu vyplýva

$$\oint_k \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = H_{\mathrm{Fe}} l_{\mathrm{Fe}} + H_{\mathrm{v}} l_{\mathrm{v}} = 0 \quad \Rightarrow \qquad H_{\mathrm{Fe}} = -\frac{H_{\mathrm{v}} l_{\mathrm{v}}}{l_{\mathrm{Fe}}}\,.$$

Zrejme pri zanedbaní rozptylu má magnetický obvod všade rovnaký prierez a magnetická indukcia je podľa prvej z hraničných podmienok (8.24) vo vzduchovej medzere i v jadre rovnaká $B_{\mathrm{Fe}} = B_{\mathrm{v}}$.

Ak adekvátne strany poslednej rovnice podelíme adekvátnymi stranami predposlednej rovnice, získame po úprave rovnicu demagnetizačnej priamky d, pozri obr. 8.9:

$$\frac{B_{\mathrm{Fe}}}{H_{\mathrm{Fe}}} = -\frac{B_{\mathrm{v}} l_{\mathrm{Fe}}}{H_{\mathrm{v}} l_{\mathrm{v}}} = -\frac{\mu_0 l_{\mathrm{Fe}}}{l_{\mathrm{v}}} \quad \Rightarrow \quad B_{\mathrm{Fe}} = -\frac{\mu_0 l_{\mathrm{Fe}}}{l_{\mathrm{v}}} H_{\mathrm{Fe}}\,,$$

lebo $B_{\mathrm{v}} / H_{\mathrm{v}} = \mu_0$. Znamienko „-“ na pravej strane rovnice demagnetizačnej priamky poukazuje na to, že v otvorených permanentných magnetoch má intenzita magnetického poľa $\boldsymbol{H}$ opačný smer ako magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$.

V našom prípade

$$l_{\mathrm{Fe}} \cong 2\pi \frac{r_1 + r_2}{2} = 2\pi \frac{25 + 35}{2}\ \mathrm{mm} = 188{,}5\ \mathrm{mm}\,,$$

preto po dosadení má rovnica demagnetizačnej priamky tvar

$$B_{Fe} = -2{,}369 \cdot 10^{-3} H_{Fe} \,.$$

Demagnetizačná priamka zrejme prechádza počiatkom a napríklad bodom A so súradnicami H_A = -200 A/m, B_A = 0,474 T, pozri obr. 8.9. Zvislá súradnica priesečníka demagnetizačnej priamky s hysteréznou slučkou v 2. kvadrante je zrejme zdanlivá remanencia B_{rz} jadra prerušeného danou vzduchovou medzerou, v našom prípade vidieť z obr. 8.9

$$B_{rz} \cong 0{,}38 \text{ T} \,.$$

Taká istá bude zrejme magnetická indukcia vo vzduchovej medzere, a preto intenzita magnetického poľa vo vzduchovej medzere magnetu bude

$$H_v = \frac{B_{rz}}{\mu_0} = \frac{0{,}38}{4\pi \cdot 10^{-7}} \text{ A/m} = 302394 \text{ A/m} \,.$$

Z prvej rovnice získame intenzitu magnetického poľa v jadre magnetu

$$H_{Fe} = -\frac{H_v l_v}{l_{Fe}} = -\frac{302394 \cdot 0{,}1}{188{,}5} \text{ A/m} = \text{-}160{,}4 \text{ A/m} \,.$$

Remanentný magnetický tok v jadre so vzduchovou medzerou bude podľa (8.4)

$$\Phi_{rz} = B_{rz} \cdot S = B_{rz} \cdot h \cdot (r_2 - r_1) = 0{,}38 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (35 - 25) \cdot 10^{-3} \text{ Wb} = 76 \,\mu\text{Wb} \,.$$

Na kruhovej osi prstencového magnetu bez vzduchovej medzery je intenzita magnetického poľa nulová, remanencia je 0,92 T a remanentný magnetický tok v priereze je 184 μWb.
Na kruhovej osi prstencového magnetu prerušeného vzduchovou medzerou je (zdanlivá) remanencia 0,38 T, intenzita magnetického poľa vo vzduchovej medzere je 302,394 kA/m. Intenzita magnetického poľa v jadre je –160,4 A/m, nesúhlasne orientovaná vzhľadom na remanenciu. Remanentný magnetický tok v priereze jadra je 76 μWb.

Príklad 8.2.15. Na magnetickom jadre s prierezom S = 10 cm^2 je navinutá cievka s počtom závitov N = 200. V jadre cievky je magnetická indukcia kosínusového priebehu s amplitúdou B_m = 1 T a s frekvenciou f = 50 Hz. Vypočítajte efektívnu hodnotu magnetického toku cez prierez jadra, amplitúdu a efektívnu hodnotu indukovaného napätia v cievke!

Riešenie: Zrejme podľa zadania

$$B = B_m \cos(\omega t) = B_m \cos(2\pi f t) \,.$$

Okamžitá hodnota magnetického toku cez prierez jadra podľa (8.4) bude

$$\Phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = BS = B_m S \cos(2\pi f t) = \Phi_m \cos(2\pi f t),$$

takže magnetický tok cez prierez jadra má tiež kosínusový priebeh. Efektívna hodnota magnetického toku bude v analógii so vzťahom (8.27)

$$\Phi_e = \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{B_m S}{\sqrt{2}} = \frac{1\,\mathrm{T}\cdot 10\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ \mathrm{mWb}\,.$$

Podľa Faradayovho zákona elektromagnetickej indukcie (8.25) sa v cievke indukuje napätie

$$u_\mathrm{i} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -NB_\mathrm{m}S\frac{\mathrm{d}\cos(2\pi ft)}{\mathrm{d}t} = 2\pi fNB_\mathrm{m}S\sin(2\pi ft) = U_\mathrm{im}\sin(2\pi ft),$$

lebo celkový magnetický tok cievky $\Phi_\mathrm{c} = N\Phi$. Amplitúda indukovaného napätia je zrejme

$$U_\mathrm{im} = 2\pi fNB_\mathrm{m}S = 2\pi\cdot 50\,\mathrm{Hz}\cdot 200\cdot 1\,\mathrm{T}\cdot 10\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2 = 62{,}83\ \mathrm{V}\,.$$

Efektívna hodnota indukovaného napätia bude podľa (8.27)

$$U_\mathrm{i} = \frac{U_\mathrm{im}}{\sqrt{2}} = \frac{62{,}83}{\sqrt{2}}\ \mathrm{V} = 44{,}43\ \mathrm{V}\,.$$

Efektívna hodnota magnetického toku cez prierez jadra je 0,707 mWb. Amplitúda indukovaného napätia je 62,83 V a efektívna hodnota indukovaného napätia je 44,43 V.

Príklad 8.2.16. Vypočítajte veľkosť a smer magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}_2$ v druhom prostredí, ak magnetická indukcia $\boldsymbol{B}_1$ v prvom prostredí zviera s normálovým vektorom na rozhranie uhol β_1 = 45° a jej veľkosť je B_1 = 10 mT! Prvým prostredím je vzduch, relatívna permeabilita druhého prostredia je μ_{r2} = 10. Prostredia sú homogénne a izotropné. Po rozhraní medzi prostrediami netečie žiadny elektrický prúd.

Riešenie: Homogénne prostredie má v každom bode rovnakú permeabilitu. Ak permeabilita nezávisí od smeru magnetizácie, prostredie je izotropné. Prvým prostredím je vzduch, preto označme μ_{r1} = 1. S využitím hraničných podmienok (8.24) a materiálového vzťahu (8.10) pre pomer tangensov uhla lomu β_2 a uhla dopadu β_1 magnetickej indukčnej čiary pri prechode cez rozhranie, po ktorom netečie elektrický prúd, dostaneme tzv. zákon lomu magnetickej indukčnej čiary

$$\frac{\mathrm{tg}\,\beta_2}{\mathrm{tg}\,\beta_1} = \frac{B_{2\mathrm{t}}}{B_{2\mathrm{n}}}.\frac{B_{1\mathrm{n}}}{B_{1\mathrm{t}}} = \frac{B_{2\mathrm{t}}}{B_{1\mathrm{t}}} = \frac{\mu_0\mu_{\mathrm{r}2}H_{2\mathrm{t}}}{\mu_0\mu_{\mathrm{r}1}H_{1\mathrm{t}}} = \frac{\mu_{\mathrm{r}2}}{\mu_{\mathrm{r}1}}.$$

Úpravou a dosadením vypočítame uhol β_2, ktorý zviera magnetická indukcia $\boldsymbol{B}_2$ s normálovým vektorom

$$\beta_2 = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mu_{\mathrm{r}2}}{\mu_{\mathrm{r}1}}\mathrm{tg}\,\beta_1\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{10}{1}.\mathrm{tg}\,45°\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{10}{1}.1\right) = \mathrm{arctg}\,10 = 84{,}29°.$$

Z pravouhlej trigonometrie s využitím prvej z hraničných podmienok (8.24) úpravou a dosadením vypočítame veľkosť magnetickej indukcie v druhom prostredí

$$B_2 = \frac{B_{2\mathrm{n}}}{\cos\beta_2} = \frac{B_{1\mathrm{n}}}{\cos\beta_2} = \frac{B_1\cos\beta_1}{\cos\beta_2} = \frac{10\,\mathrm{mT}.\cos 45°}{\cos 84{,}29°} = 71{,}07\ \mathrm{mT}.$$

Magnetická indukcia $\boldsymbol{B}_2$ v druhom prostredí má veľkosť 71,07 mT a zviera s normálovým vektorom uhol 84,29°.

8.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 8.3.1. Aký elektrický prúd preteká dvoma priamymi rovnobežnými prípojnicami vzdialenými od seba a = 0,2 m, ak na úsek dlhý l = 6 m každej z prípojníc pôsobí sila F = 38,4 mN?
(I = 80 A)

Úloha 8.3.2. Vypočítajte vzdialenosť medzi dvoma rovnobežnými vodičmi pretekanými elektrickými prúdmi I_1 = 200 A, I_2 = 300 A, ak na úseku dlhom 20 m pôsobia navzájom na seba silou F = 0,6 N.
(a = 0,4 m)

Úloha 8.3.3. Aký veľký elektrický prúd preteká priamym vodičom, ak vo vzdialenosti r = 0,25 m od neho je intenzita magnetického poľa H = 2,55 A/m?
(I = 4 A)

Úloha 8.3.4. Aký veľký elektrický prúd preteká priamym vodičom, ak vo vzdialenosti a = 0,2 m od neho je magnetická indukcia vo vzduchu B = 2 mT?
(I = 2000 A)

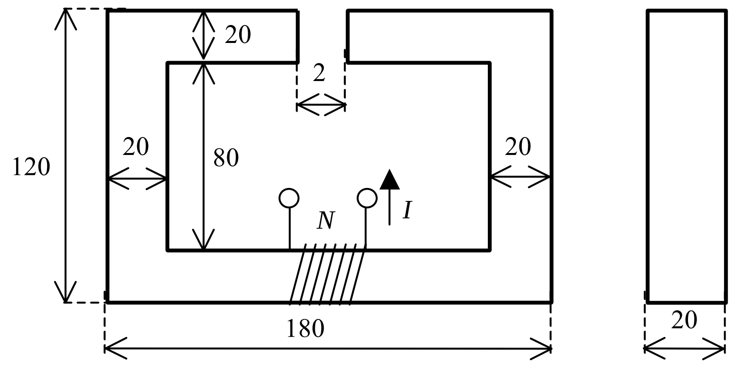
Úloha 8.3.5. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H, ak je v tomto mieste vo vzduchu magnetická indukcia B = 1,25 T.
($H = 9{,}55.10^5$ A/m)

Úloha 8.3.6. Oceľový prstenec sa skladá z dvoch polprstencov s rôznymi prierezmi. Stredná dĺžka polprstencov je $l_1 = l_2$ = 0,075 m. Na prstenci je navinutá 400-závitová cievka. Vypočítajte elektrický prúd vo vinutí cievky, ak v jednotlivých polprstencoch budú intenzity magnetického poľa H_1 = 3500 A/m, H_2 = 100 A/m.
(I = 0,675 A)

Úloha 8.3.7. Oceľový prstenec na obr. 8.6 má prierez S = 6 cm^2, stredný priemer d = 0,22 m, dĺžku vzduchovej medzery l_v = 0,5 mm. Na prstenci je navinutá 200-závitová cievka. Aký

elektrický prúd vybudí v jadre intenzitu magnetického poľa H_{Fe} = 750 A/m a v priereze jadra magnetický tok Φ = 0,6 mWb? Rozptyl poľa v okolí vzduchovej medzery zanedbajte.
(I = 4,579 A)

Úloha 8.3.8. Vypočítajte hodnotu elektrického prúdu potrebného na vybudenie magnetického toku Φ = 0,4 mWb a intenzity magnetického poľa H_{Fe} = 300 A/m v jadre nerozvetveného magnetického obvodu s nárysom a bokorysom na obr. 8.10. Počet závitov N = 100. Uvažujte, že vplyvom rozptylu poľa efektívny prierez vzduchovej medzery bude S_v = 1,15 S_{Fe}.
(I = 15,394 A)



Obr. 8.10 Nerozvetvený magnetický obvod s rozptylom

Úloha 8.3.9. Vypočítajte kruhový prierez oceľového prstenca z materiálu s relatívnou permeabilitou μ_r = 1000, ak stredný polomer prstenca je r = 0,1 m a magnetický odpor prstenca je R_m = 5.10^5 H^{-1}. Aký magnetický tok vybudí elektrický prúd I = 10 A tečúci 500-závitovou cievkou navinutou na prstenci?
(S = 1 cm^2, Φ = 10 mWb)

Úloha 8.3.10. Aké napätie sa indukuje v priamom vodiči dĺžky l = 0,25 m v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou B = 1,2 T, ak ním pohybujeme rýchlosťou v = 2 m/s kolmo na indukčné čiary? (u_i = 0,6 V)

Úloha 8.3.11. Aká je frekvencia otáčania štvorcového závitu v radiálnom magnetickom poli, ak aktívne strany závitu majú dĺžku l = 0,6 m a pohybujú sa v miestach s magnetickou indukciou veľkosti 0,8 T a v závite sa indukuje napätie u_i = 70 V? Vektor rýchlosti aktívnych strán rotujúcej cievky je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary radiálneho magnetického poľa. (n = 38,68 s^{-1})

Úloha 8.3.12. Vypočítajte prierez vzduchového 5000-závitového solenoidu (dlhej vzduchovej cievky), ak má vlastnú indukčnosť L = 0,09 H a dĺžku l = 10 cm.

(S = 2,86 cm^2)

Úloha 8.3.13. Vypočítajte činiteľ väzby dvoch cievok s vlastnými indukčnosťami L_1 = 3 mH, L_2 = 10 mH a vzájomnou indukčnosťou M = 4,925 mH.
(k = 0,9)

Úloha 8.3.14. Aká veľká je energia magnetického poľa vnútri 2000-závitovej cievky dĺžky l = 80 cm, priemeru d = 15 cm, ak ňou preteká elektrický prúd I = 60,2 A? Akú hodnotu bude mať elektrický prúd, ak spojíme dve takéto cievky do série tak, aby ich činiteľ väzby k = 1 a magnetické toky boli súhlasné, avšak energia magnetického poľa sa nezmení?
(E_m = 201,2 J, I = 30,1 A)

Úloha 8.3.15. Nerozvetvený magnetický obvod, pozri obr. 8.5, má dve vzduchové medzery dĺžky l_0 = 5 mm. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H, magnetickú indukciu B a magnetický tok Φ vo vzduchovej medzere, ak prierez vzduchovej medzery je S = 10 x 20 mm^2 a na feromagnetickom jadre je navinuté 500-závitové vinutie s budiacim elektrickým prúdom I = 600 mA. Magnetický odpor feromagnetických častí obvodu a rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier zanedbajte.
(H = 7,5.10^4 A/m, B = 94,25 mT, Φ = 18,85 μWb)

Úloha 8.3.16. Tri priame nekomplanárne rovnobežné vodiče sú navzájom od seba vzdialené na vzdialenosť a = 1 m. Prvým a druhým vodičom pretekajú súhlasne orientované elektrické prúdy I_1 = 1200 A a I_2 = 900 A. Tretím vodičom preteká prúd I_3 = 2100 A, nesúhlasne orientovaný vzhľadom na prvé dva prúdy. Priesečníky vodičov s rovinou na ne kolmou sú vrcholmi rovnostranného trojuholníka. Vypočítajte veľkosť intenzity magnetického poľa H a veľkosť magnetickej indukcie B vo vzduchu v ťažisku rovnostranného trojuholníka.
(H = 2,737 kA/m, B = 3,44 mT)

Úloha 8.3.17. Vypočítajte veľkosť a smer indukcie $\boldsymbol{B}_2$ v druhom prostredí, ak indukcia $\boldsymbol{B}_1$ v prvom prostredí zviera s normálovým vektorom na rozhranie uhol β_1 = 30° a jej veľkosť B_1 = 20 mT! Prvým prostredím je vzduch, relatívna permeabilita druhého prostredia je μ_{r2} = 5. Prostredia sú homogénne a izotropné. Po rozhraní medzi prostrediami netečie žiadny prúd.
(β_2 = 70,89°, B_2 = 52,9 mT)