7.2 MECHANICKÉ VLNENIE

Učebné ciele

Študent by mal vedieť vysvetliť mechanické vlnenie a základné druhy vlnenia, vysvetliť a vyjadriť priebeh šírenia rozruchu pružným prostredím. Vedieť určiť vlnovú dĺžku a ostatné charakteristiky harmonickej vlny. Vedieť získať informácie o vlnení z vlnovej funkcie a vysvetliť vlnovú rovnicu. Vedieť aplikovať Huyghensov princíp na vysvetlenie odrazu a lomu vlnenia. Vedieť vysvetliť interferenciu vlnení, vznik maxím a miním a stojaté vlnenie. Vysvetliť rozdiel medzi fázovou a grupovou rýchlosťou vlnenia. Pochopiť šírenie mechanickej energie vlnením. Vedieť vysvetliť zmenu pozorovanej frekvencie vlnenia pri pohybe zdroja alebo pozorovateľa.
Vedieť aplikovať základné vlastnosti vlnenia na riešenie jednoduchých úloh.

7.2.1 Základné pojmy

V predchádzajúcej časti sme sa zaoberali kmitavým pohybom izolovaných objektov. Kmitavý pohyb v spojitom pružnom prostredí nezostane lokalizovaný, ale prostredníctvom elastických síl sa šíri prostredím. Mechanické kmity spojitého prostredia voláme mechanické vlnenie. Rýchlosť šírenia vlnenia je určená zotrvačnými a elastickými vlastnosťami prostredia. Pri vlnení nedochádza k pohybu prostredia ako celku, ale jednotlivé časti prostredia oscilujú okolo určitej rovnovážnej polohy. Rozlišujeme dva základné druhy vlnenia, a to **vlnenie priečne** a **vlnenie pozdĺžne**.

Pri priečnom vlnení elementy prostredia kmitajú kolmo na smer šírenia vlnenia. Príkladom takéhoto vlnenia je napr. vlnenie šíriace sa po napnutej strune, vlnenie šíriace sa po gumovej hadici, ktorej jeden koniec rozkmitáme a pod. Obidva uvedené príklady sú prípadmi jednorozmerného vlnenia, alebo tiež vlnenia v rade bodov. Vlnenie je **lineárne polarizované**, ak výchylky všetkých bodov (elementov) prostredia sa konajú po rovnobežných priamkach kolmých na smer šírenia vlnenia. Rovina v ktorej ležia tieto priamky sa nazýva **rovina kmitov**. Lineárne polarizované priečne vlnenie môžeme vytvoriť napríklad na gumovej hadici, ak koncom hadice budeme kmitať vo vertikálnom smere. Priečne vlnenie môže byť ešte **kruhovo (elipticky) polarizované.** Pri kruhovo polarizovanom vlnení koniec vektora výchylky opisuje špirálu po valcovej ploche orientovanej v smere šírenia vlnenia. V nepolarizovanej priečnej vlne kmitajú častice prostredia vo všetkých smeroch.

Pozdĺžne vlnenie je vlnenie pri ktorom častice prostredia kmitajú v smere šírenia sa vlnenia. Kmitanie sa prejaví periodickými zmenami hustoty prostredia v danom mieste prostredia. Príkladom pozdĺžneho vlnenia je napr. zvuk. Periodickým pohybom membrány reproduktora dochádza k zvýšeniu (zníženiu) hustoty vzduchu pri membráne a tieto zhustenia, resp. zriedenia sa postupne šíria na ostatné molekuly vzduchu. V priestore sa tak bude šíriť pozdĺžna vlna pozostávajúca z opakujúcich sa zhustení a zriedení vzduchu.

V plynoch a kvapalinách sa môže šíriť len pozdĺžne vlnenie. V tuhých látkach môže vzniknúť vlnenie priečne aj pozdĺžne. Niektoré druhy vlnenia, napr. povrchové vlny na vode, nemožno pokladať iba za priečne, alebo pozdĺžne. Častice vody vykonávajú eliptický, alebo aj všeobecne zložitejší pohyb a vlnenie na vode je kombináciou priečneho a pozdĺžneho vlnenia.

Na základe analógie s mechanickým vlnením hovoríme o vlnení, ak každému bodu prostredia je priradená v priestore postupujúca zmena určitej fyzikálnej veličiny. Vlnu potom môžeme charakterizovať ako časovú a priestorovú periodickú zmenu danej fyzikálnej veličiny. Takto napr. hovoríme o elektromagnetickom vlnení. Pri elektromagnetickom vlnení však nedochádza ku kmitom nejakej látky. Postupujúci rozruch nie je pohyb hmoty, ale elektromagnetické pole. Vektory intenzity elektrického poľa a indukcie magnetického poľa kmitajú kolmo na smer šírenia elektromagnetického poľa, preto elektromagnetické vlnenie – svetlo – označujeme ako vlnenie priečne. Okrem tejto charakteristiky však nemá nič spoločné s mechanickým priečnym vlnením, ktoré pre svoje šírenie potrebuje pružné prostredie. Postupujúcu elektromagnetickú vlnu môžeme popísať analogickými funkciami ako mechanické vlnenie a zákonitosti interferencie mechanických vĺn, ktorými sa budeme zaoberať, sa budú prejavovať aj pri interferencii svetla.

7.2.2 Popis vlnenia, vlnová funkcia

Najjednoduchším a najnázornejším príkladom vlnenia je lineárna harmonická priečna vlna. Experimentálne ju vytvoríme napríklad rozkmitaním napnutého pružného vlákna, alebo gumovej hadice. Predpokladáme, že je naše napnuté vlákno dostatočne dlhé, aby sme sa vyhli komplikáciám, ktoré by boli spôsobené odrazom vlnenia na jeho konci. Je to vlákno, ktoré je napnuté, na jednom jeho konci je zdroj kmitania, ale na druhom konci ako by nebolo ohraničené.

Hľadáme matematickú funkciu, ktorá bude popisovať postupujúcu vlnu. Nech je vlákno orientované v smere osi x a v počiatku súradníc máme harmonický zdroj kmitov. Hľadaná funkcia bude funkciou premenných x a t. Nech výchylka v počiatku je daná harmonickou funkciou

$$u(0,t)=u_0\cos(\omega t+\varphi), \qquad (7.2.2.1)$$

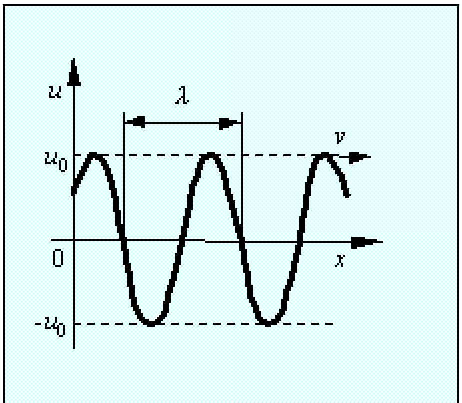
kde u_0 je amplitúda kmitov, w je kruhová frekvencia kmitov a j je fázová konštanta. Tento harmonický „rozruch“ sa bude šíriť pružným prostredím určitou rýchlosťou v a do bodu so súradnicou x príde o čas $\tau = x/v$ neskôr. Výchylka v bode vzdialenom od zdroja kmitov o x bude

$$u(x,t)=u_0\cos\left(\omega(t-\tau)+\varphi\right)=u_0\cos\left(\omega(t-\frac{x}{v})+\varphi\right)=u_0\cos\left((\omega t-\frac{\omega x}{v})+\varphi\right). \qquad (7.2.2.2)$$

Tento zápis môžeme ďalej upraviť do názornejšieho tvaru, ak využijeme, že $\omega = 2\pi/T$ a zavedieme novú veličinu – vlnovú dĺžku. **Vlnová dĺžka** je vzdialenosť, ktorú prejde fáza vlny za jednu periódu.

$$\lambda = v\,T. \qquad (7.2.2.3)$$

Na obr. 6.2.1 je zobrazená vlna v určitom časovom okamžiku. Vidíme, že vlnová dĺžka je najmenšia vzdialenosť bodov prostredia, ktorých výchylka má rovnakú fázu.

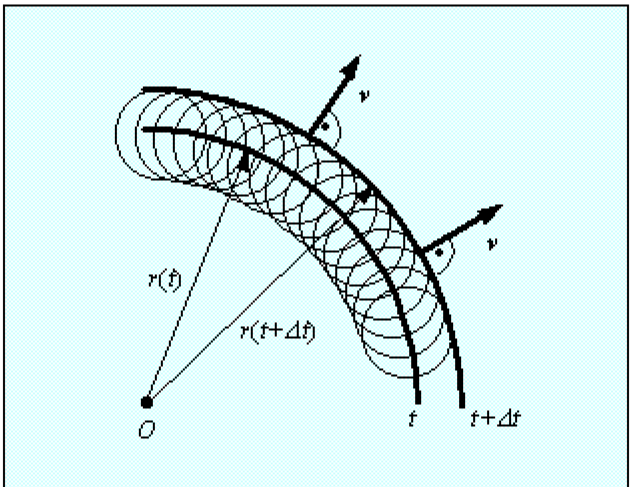


Obr. 6.2.1. Harmonické vlnenie.

Množina bodov kmitajúcich s rovnakou fázou nazýva **vlnoplocha**. Vlnoplochy môžu mať rôzny tvar, najjednoduchší tvar vlnoplochy je rovina, alebo guľová plocha. Ak sa rovinná vlna šíri napríklad v smere osi x, potom pre dané x body s ľubovoľnou hodnotou súradnice y, resp. z budú mať rovnakú fázu.

7.2.3 Šírenie vlnenia v priestore, Huyghensov princíp

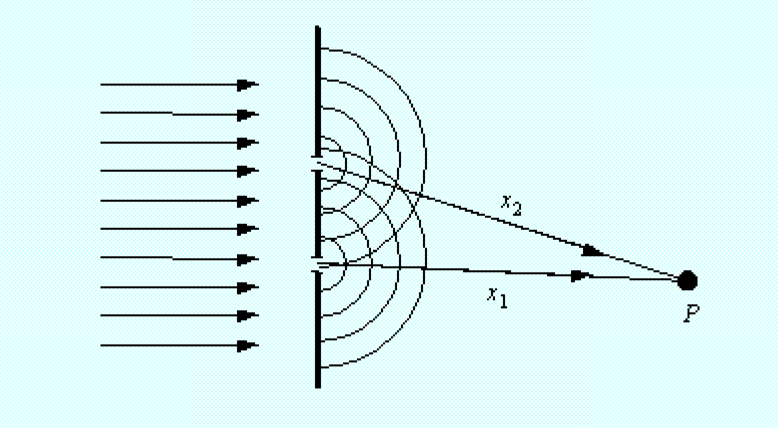
V homogénnom a izotropnom prostredí sa vlnenie od bodového zdroja šíri všetkými smermi rovnako. Množina bodov, do ktorých sa vlnenie dostane v čase t bude guľová plocha s polomerom $r = vt$. V homogénnom a izotropnom prostredí bude mať teda vlnoplocha tvar gule. Vo veľkej vzdialenosti od zdroja ($r \to \infty$) prechádza guľová vlnoplocha na rovinnú vlnoplochu. Smer šírenia vlnenia charakterizuje lúč. Lúč je v každom mieste kolmý na vlnoplochu. Pod pojmom elementárna vlnoplocha rozumieme nekonečne malú vlnoplochu bodového zdroja. Pri šírení vlnenia nastávajú prípady keď vlnenie naráža na prekážky, prechádza rozhraním prostredí a pod. Určiť tvar vlnoplochy v takýchto prípadoch nám umožňuje **Huyghensov princíp**. Podľa Huyghensovho princípu sa vlnenie šíri tak, že všetky body priestoru, do ktorého sa vlnenie v určitom okamžiku t dostane sa stávajú bodovými zdrojmi vlnenia a elementárnych vlnoplôch. Vlnoplocha v čase $t + \Delta t$ je obálkou takýchto elementárnych vlnoplôch. Elementárne vlnoplochy a ich obálka sú znázornené na obr.6.2.4 .



Obr. 6.2.4. Huyghensov princíp šírenia vlnenia.

7.2.4 Interferencia vlnenia

V pružnom prostredí sa môže súčasne šíriť vlnenie od viacerých zdrojov. Môžeme to pekne pozorovať na pokojnej hladine jazera, ak na ňu hodíme dva kamienky. Od miesta dopadu každého z nich sa budú šíriť a prechádzať cez seba kružnice vlnoplôch. V miestach, v ktorých vlnenia prechádzajú jedno cez druhé vzniká otázka, aká bude výchylka daného bodu prostredia. S podobným problémom sme sa už stretli pri skladaní kmitov. Ukázali sme, že výsledné kmitanie je vektorovým súčtom jednotlivých dielčích kmitov. Princíp superpozície, ktorý sme využívali pri skladaní kmitov, platí i pri skladaní vlnení. Vlnenie od jedného zdroja prechádza určitým priestorom tak, ako by iná, v tom istom priestore sa šíriaca vlna, vôbec neexistovala. V oblasti, kde sa vlnenia prekrývajú, bude podľa princípu superpozície výsledné vlnenie vektorovým súčtom jednotlivých vlnení. Teda výchylka určitého elementu prostredia bude vektorovým súčtom výchyliek, ktoré by daný element mal mať od každého z vlnení. Môže nastať zväčšenie, zmenšenie alebo dokonca aj zrušenie výchylky v danom mieste. Takéto prejavy prekrývania sa vlnení nazývame **interferenčné javy**. Interferenčné javy môžeme pozorovať iba v prípade, že interferujúce vlnenia sú koherentné. **Koherentné** sú vlnenia vtedy, ak majú rovnakú frekvenciu a v dôsledku toho aj konštantný fázový rozdiel. K superpozícii vlnení by samozrejme dochádzalo aj v prípade nekoherentných vlnení, ale výsledný obraz sa bude rýchlo meniť. Koherentné vlnenia sú vytvárané koherentnými zdrojmi. **Koherentné zdroje** majú rovnakú frekvenciu a preto aj konštantný fázový rozdiel. Koherentné zdroje sú napr. dva reproduktory riadené jedným oscilátorom alebo dva malé otvory na tienidle, na ktoré dopadá rovinná vlna (obr.6.2.5)



Obr. 6.2.5. Interferencia vlnenia prechádzajúceho dvoma otvormi.

Preberieme si dva prípady, interferencie koherentných vlnení a to vznik maxím a miním pri skladaní dvoch vlnení rovnakej frekvencie a rôznej amplitúdy, postupujúcich v prvom prípade rovnakým smerom, v druhom prípade v protismere.

7.2.5.1 Interferencia koherentných vlnení postupujúcich rovnakým smerom.

Majme dve koherentné lineárne polarizované harmonické vlny rovnakej frekvencie, vo všeobecnosti rôznej amplitúdy, postupujúce rovnakým smerom, ale vychádzajúce z rôznych zdrojov. Zdroje majú rovnakú frekvenciu a pre jednoduchšie počítanie aj rovnakú amplitúdu, iba sú posunuté o vzdialenosť d. Do bodu prostredia, ktorého súradnica je x, preto príde druhé vlnenie s určitým fázovým posunom j = kd. Uvedeným vlneniam zodpovedajú vlnové funkcie

$$u_1 = a\cos(\omega t - kx) \qquad (7.2.5.1.1)$$

$$u_2 = a\cos(\omega t - k(x - \delta)) = a\cos(\omega t - kx + \varphi) \qquad (7.2.5.1.2)$$

Výsledné vlnenie bude podľa princípu superpozície dané súčtom jednotlivých vlnení $u = u_1 + u_2$.
Využijeme vzťah

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

a dostávame

$$u = u_1 + u_2 = 2a\cos\frac{\varphi}{2}\cos\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (7.2.5.1.3)$$

Vidíme, že výsledkom skladania vlnení je znovu postupujúca vlna. Amplitúda výsledného vlnenia však závisí na fázovom posune interferujúcich vlnení a rovná sa $|2a\cos(j/2)|$.

Amplitúda bude maximálna ak $\cos(j/2) = \pm 1$, čomu odpovedá podmienka

$j = n$p, $n =$ 1,2,3, ... (7.2.5.1.4)

V takomto prípade sa vlnenia stretávajú vo fáze („konštruktívna interferencia“).

Amplitúda bude minimálna ak $\cos(j/2) = 0$, čomu odpovedá podmienka

$j = (2n-1)$ p/2, $n =$ 1,2,3,......... . (7.2.5.1.5)

V tomto prípade sa vlnenia stretávajú s opačnou fázou („deštruktívna interferencia“).

Amplitúdy zdrojov sme zvolili rovnaké a vlnenia sa v našom prípade interferenciou navzájom rušia. Ak by sme postupovali celkom všeobecne a amplitúdy zdrojov by boli rôzne, potom maximálna amplitúda výslednej vlny (prvý prípad) sa bude rovnať súčtu amplitúd zdrojov, minimálna amplitúda (druhý prípad) sa bude rovnať absolutnej hodnote ich rozdielu.

Podmienky pre rozdiel fáz interferujúcich vlnení môžeme vyjadriť aj **dráhovým rozdielom** d. Je to rozdiel dráh, ktorými vlnenia postúpili do daného bodu. Pre fázový rozdiel platí $j = k$d = 2p d/l. Po dosadení do (6.2.5.1.4) a (6.2.5.1.5) dostávame podmienky pre interferenciu vyjadrené pomocou dráhového rozdielu.

Dve vlnenia sa maximálne zosilujú, ak dráhový rozdiel

$\delta = n\lambda$ $n = 1, 2, 3,$ ..... . (7.2.5.1.6)

Dve vlnenia sa maximálne zoslabujú ak dráhový rozdiel

$\delta = (2n-1)\,\lambda/2$ $n = 1, 2, 3,$...... . (7.2.5.1.7)

7.2.5.2 Interferencia koherentných vlnení postupujúcich proti sebe, stojaté vlnenie

Stojaté vlnenie je jav, ktorý vzniká vtedy, keď sa skladajú dve vlnenia s rovnakou amplitúdou a frekvenciou postupujúce proti sebe. Majme dve lineárne polarizované harmonické vlny rovnakej frekvencie, amplitúdy a postupujúce proti sebe v osi x. Začiatok súradníc si zvoľme v bode v ktorom sa obidve vlny stretajú s rovnakou fázou. Vlneniam odpovedajú vlnové funkcie

$$u_1 = u_0 \cos(\omega t - kx) \qquad (7.2.5.2.1)$$

$$u_2 = u_0 \cos(\omega t + kx) \qquad (7.2.5.2.2)$$

Podľa princípu superpozície výsledné vlnenie bude určené funkciou

$$u = u_1 + u_2 = u_0\left[\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)\right] = 2u_0 \cos(kx)\cos(\omega t) \qquad (7.2.5.2.3)$$

Vlnová funkcia sa rozpadla na súčin dvoch harmonických funkcií. Nemá tvar 6.2.2.9, preto nepopisuje postupujúce vlnenie, ale, ako uvidíme ďalej, tzv. stojaté vlnenie.

V tomto vyjadrení stavu, ktorý vznikol interferenciou proti sebe postupujúcich vlnení, amplitúdu výsledného vlnenia určuje funkcia $|2u_o\cos kx|$. Amplitúda závisí od polohy kmitajúceho bodu. Výsledné vlnenie bude mať nulovú amplitúdu v miestach, v ktorých cos $kx = 0$, t.j. vo všetkých bodoch, pre ktoré platí $kx = (2n + 1)\,\pi/2$, alebo po dosadení za $k = 2\pi/\lambda$ sú to miesta, pre ktoré platí

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ldots \qquad (7.2.5.2.4)$$

Tieto miesta nazývame **uzly**.

Vzdialenosť dvoch susedných uzlov je

$$x_n - x_{n-1} = (2n+1)\frac{\lambda}{4} - \left[2(n-1)+1\right]\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2} \qquad (7.2.5.2.5)$$

teda polovica vlnovej dĺžky. S maximálnou výchylkou budú kmitať body, v ktorých cos $kx = \pm 1$. Pre tieto miesta $kx = n\pi$, alebo

$$x = n\frac{\lambda}{2}, \quad \text{kde} \qquad n = 0,\ 1,\ 2, \ldots . \qquad (7.2.5.2.6)$$

Tieto miesta nazývame **kmitne**. Vzdialenosť dvoch susedných kmitní

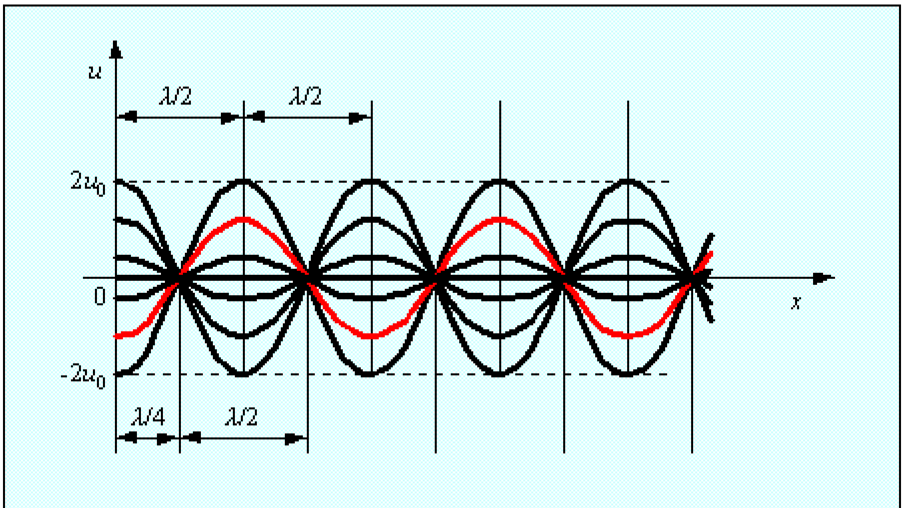
$$x_n - x_{n-1} = n\frac{\lambda}{2} - (n-1)\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \qquad (7.2.5.2.7)$$

a tiež sa rovná polovici vlnovej dĺžky.

Na rozdiel od postupujúceho vlnenia, pri ktorom všetky body prostredia kmitajú s rovnakou amplitúdou ale s rôznou fázou, pri stojatom vlnení je fáza kmitov všetkých bodov prostredia medzi dvoma uzlami rovnaká a pri prechode uzlom sa mení na opačnú. Každý bod prostredia však kmitá s určitou amplitúdou, ktorá závisí od jeho polohy a je určená funkciou

$2u_o|\cos kx|$. V uzloch sú výchylky vždy nulové, v kmitniach vždy maximálne. V určitom čase, keď cos ωt v (6.2.5.2.3) sa rovná nule, je výchylka všetkých bodov prostredia nulová.

Ak cos $\omega t = \pm 1$, majú všetky body svoje maximálne výchylky, ktorých amplitúda sa rovná $2\,u_o|\cos kx|$. Priebeh stojatého vlnenia je na obr. 6.2.6.



Obr. 6.2.6. Stojaté vlnenie.

Stojaté vlnenie vznikne, ak ohraničený rad bodov, pružné vlákno, strunu rozkmitáme na obidvoch koncoch, alebo ak rozkmitáme jeden jej koniec a druhý je upevnený. Na upevnenom konci nastane **odraz vlnenia** a odrazená vlna postupuje proti pôvodnej vlne a s ňou interferuje.

Pri odraze vlnenia rozlišujeme **odraz na voľnom konci** a **odraz na pevnom konci**. Pri odraze na voľnom konci je v mieste odrazu kmitňa a vlnenie sa odráža na voľnom konci s rovnakou fázou. Pri odraze na pevnom konci je v mieste odrazu uzol a vlnenie sa odráža s opačnou fázou.

Pri stojatom vlnení nemáme postupujúce čelo vlny, ako pri vlne šíriacej sa napr. po pružnom vlákne. Niekedy sa preto tiež používa možno výstižnejší termín pre stojaté vlnenie a to „chvenie“. V ohraničenom prostredí, ktorým je napr. napnutá husľová struna nemôže vzniknúť stojaté vlnenie ľubovoľnej frekvencie. Rýchlosť šírenia sa vlnenia je určená vlastnosťami struny a jej napnutím vzťahom (6.2.3.7). Možné budú iba také vlnové dĺžky a teda aj frekvencie, pre ktoré sú na koncoch struny uzly. Dĺžka struny sa preto musí rovnať násobku $\lambda / 2$.

7.2.6 Odraz a lom vlnenia

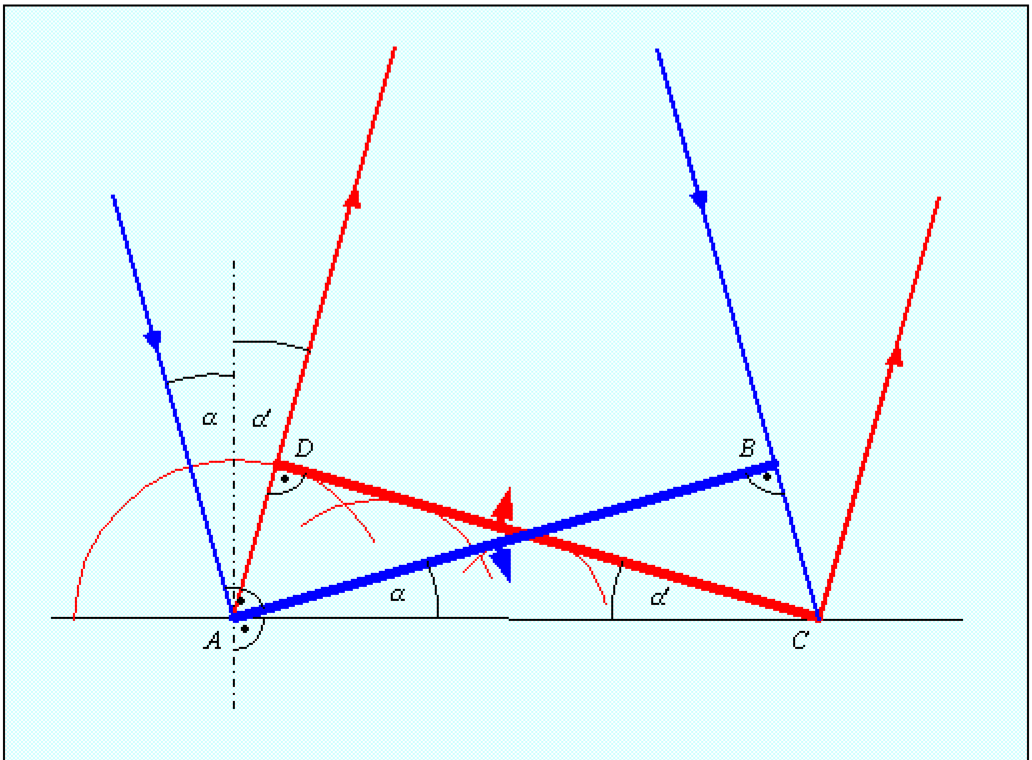
Pre odraz a lom vlnenia platia tieto zákony:

1. Uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu.

2. Na rozhraní dvoch prostredí sa vlnenie láme tak, že podiel sinusov uhla dopadu a uhla lomu sa rovná podielu rýchlostí vlnenia v týchto prostrediach.

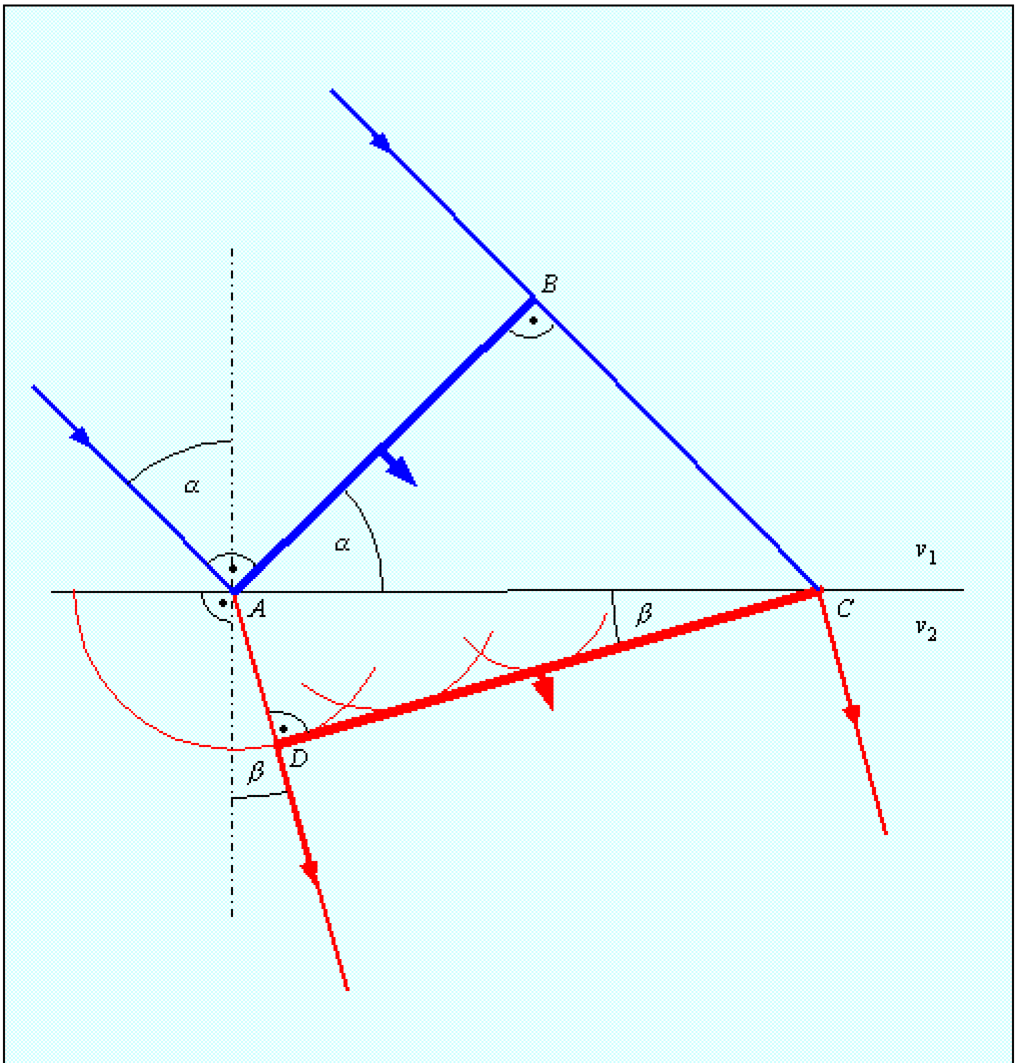
Obidva zákony si dokážeme využitím Huygensovho princípu.

Nech rovinná vlna dopadá na odrazovú plochu pod uhlom α (obr. 6.2.10).



Obr. 6.2.10. Odraz vlnenia.

Uhol dopadu je uhol, ktorý zviera dopadajúci lúč s kolmicou dopadu. Analogicky je definovaný uhol odrazu. Na obr. 6.2.10 je AB vlnoplocha dopadajúcej vlny v čase t, keď na rozhranie dopadá lúč do bodu A, CD je vlnoplocha odrazeného vlnenia, a to v čase $t + \Delta t$, keď na rozhranie dopadol lúč do bodu C. Všetky body rozhrania sa podľa Huyghensovho princípu stávajú postupne (ako do nich dostúpi čelo rovinnej vlny) zdrojmi vlnenia. Polomer elementárnej vlnoplochy vytvorenej po dopade lúča do bodu A sa za tento čas rovná $v\Delta t$. Vzhľadom na to, že dopadajúci aj odrazený lúč sa pohybujú rovnakými rýchlosťami, AD = $v \Delta t$ = BC a pre uhly α a α' z obrázku 6.2.10. platí $\sin\alpha$ = BC /AC = AD/AC=$\sin\alpha'$, odkiaľ vyplýva $\alpha = \alpha'$ t.j. uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu.



Obr. 6.2.11. Lom vlnenia.

Dokážme teraz zákon lomu. Nech rýchlosť vlnenia v prostredí 1 je v_1 a v prostredí 2 je v_2 (obr.6.2.11). Za čas Δt, o ktorý dopadne lúč na rozhranie do bodu C neskôr ako dopadol lúč do bodu A, prejde čelo rovinnej vlny v prostredí 1 dráhu BC = $v_1\Delta t$. Lúč, ktorý dopadol do bodu A, prechádza do druhého prostredia a prejde v ňom za tento čas dráhu AD = $v_2\Delta t$.

Podľa obr 6.2.11 platí

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AC} \quad \text{a} \quad \sin\beta = \frac{AD}{AC},$$

takže

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{BC}{AD} = \frac{v_1\Delta t}{v_2\Delta t} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}, \qquad (7.2.6.1)$$

kde n_{12} je konštanta charakterizujúca dané rozhranie a nazývame ju relatívny index lomu.

Rovnica (7.2.6.1) vyjadruje **Snellov zákon** lomu. Ak je rýchlosť vlnenia v prostredí 2 menšia ako v prostredí 1 hovoríme, že nastáva lom ku kolmici, ak je rýchlosť v prostredí, do ktorého sa vlnenie láme väčšia hovoríme, že nastáva lom od kolmice. Ak nastáva lom od kolmice, potom existuje taký uhol dopadu, pri ktorom $\sin\beta = 1$. Tento uhol voláme medzný uhol a pre tento uhol platí $\sin\alpha_m = n_{12}$. Ak bude uhol dopadu taký, že $\sin\alpha > n_{12}$ vlnenie z prostredia 1 neprenikne do prostredia 2 a nastáva úplný odraz.

V optike sa zavádza absolutný index lomu $n = c/v$, je to podiel rýchlosti svetla v danom prostredí a rýchlosti svetla vo vákuu. Snellov zákon má potom tvar

$$\sin\alpha\, n_1 = \sin\beta\, n_2 \qquad (7.2.6.2)$$

7.2.7 Dopplerov jav

Z bežného vnímania výšky tónu pohybujúceho sa zdroja, napr. zvuku trúbiaceho auta vieme, že tón je vyšší, ak sa zdroj pohybuje k nám a nižší, ak sa zdroj zvuku pohybuje od nás. Zmena frekvencie vnímaného tónu je príkladom Dopplerovho javu. **Dopplerov jav** je závislosť prijímanej frekvencie vlnenia na pohybe pozorovateľa, alebo pohybe zdroja. Hans Christian Doppler objavil tento jav v roku 1842 a nepozorujeme ho iba pri zvuku. Prejavuje sa pri všetkých vlnových dĺžkach elektromagnetického vlnenia, teda aj pri svetle. Na základe Dopplerovho javu môže polícia merať rýchlosť automobilu radarom a pod. .

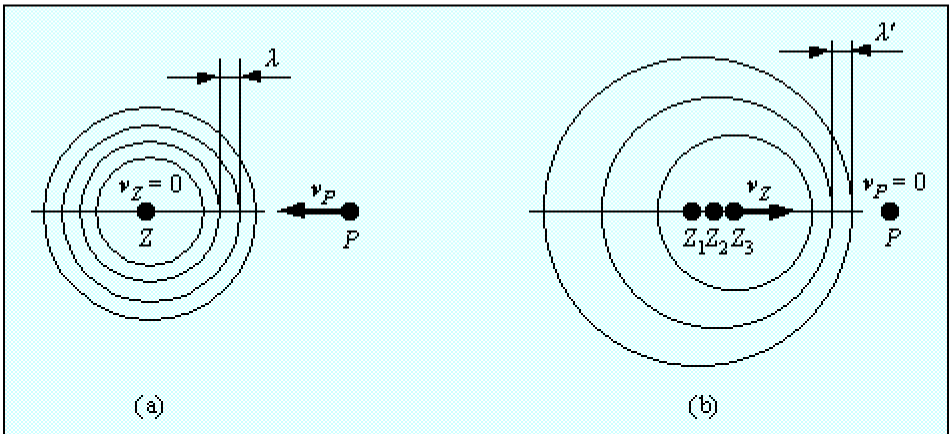
Majme zdroj vysielajúci zvukové vlny frekvencie f, ktoré v danom prostredí vytvárajú vlnenie s vlnovou dĺžkou $\lambda = v/f$. Vyšetrime najprv prípad pohybu pozorovateľa.

Pohyb pozorovateľa. Nech je zdroj vlnenia v pokoji a pozorovateľ sa k nemu pohybuje rýchlosťou v_p. Kružnice na obr.6.2.9 (a) reprezentujú vlnoplochy (hrebene vĺn) medzi ktorými je vzdialenosť λ. Ak by bol pozorovateľ v pokoji, za čas t by zaregistroval, že okolo neho prešiel počet vt/λ vĺn, kde v je rýchlosť šírenia sa vlnenia. Vzhľadom na to, že sa pohybuje smerom k zdroju „stretne" pri svojom pohybe za čas t ešte naviac $v_p\, t/\lambda$ vĺn. Frekvencia, ktorú bude počuť pozorovateľ sa rovná počtu zaregistrovaných maxím za časovú jednotku

$$f' = \frac{\frac{vt}{\lambda} - \frac{v_p t}{\lambda}}{t} = \frac{v - v_p}{\lambda} = f\left(1 - \frac{v_p}{v}\right). \qquad (7.2.7.1)$$

Ak sa pozorovateľ pohybuje od zdroja rýchlosťou $v_p < v$, tak zaregistruje menší počet vĺn a počuje frekvenciu

$$f' = \frac{\frac{vt}{\lambda} + \frac{v_p t}{\lambda}}{t} = \frac{v + v_p}{\lambda} = f\left(1 + \frac{v_p}{v}\right). \qquad (7.2.7.2)$$



Obr. 6.2.9. K Dopplerovmu javu: (a) pohyb pozorovateľa P, (b) pohyb zdroja Z.

Pohyb zdroja. Nech sa zdroj vlnenia kmitajúci s frekvenciou f pohybuje smerom k pozorovateľovi rýchlosťou v_z., obr.6.2.9(b). Vzdialenosť vlnoplôch s rovnakou fázou sa v dôsledku pohybu zdroja medzi zdrojom a pozorovateľom zmenší a bude sa rovnať

$$\lambda' = \lambda - v_z T = \frac{v}{f} - \frac{v_z}{f} \, . \qquad (7.2.7.3)$$

Frekvencia vlnenia, ktorú zaregistruje pozorovateľ, je daná počtom prejdených maxím za časovú jednotku a rovná sa

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{v_z}{f}} = f\frac{v}{v - v_z} \, . \qquad (7.2.7.4)$$

Ak sa bude zdroj pohybovať od pozorovateľa vlnová dĺžka sa zväčší $\lambda' = \lambda + v_z T$ a pozorovateľ zaregistruje v takomto prípade frekvencie

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\frac{v}{f} + \frac{v_z}{f}} = f\frac{v}{v + v_z} \, . \qquad (7.2.7.5)$$

V prípade, že sa pohybuje aj zdroj aj pozorovateľ frekvenciu vlnenia získame rovnakým postupom a bude sa rovnať

$$f' = f\frac{v \pm v_p}{v \mp v_z} \, , \qquad (7.2.7.6)$$

kde horné znamienko platí pre prípad, keď sa zdroj a pozorovateľ pohybujú proti sebe, dolné znamienko platí pre prípad, keď sa pohybujú od seba. Ľahko si znamienka zapamätáte, keď si uvedomíte, že pri pohybe smerom k sebe počujeme frekvenciu vyššiu.

Pôvodná Dopplerova práca z r. 1842 sa zaoberala zmenou farby svetla vyžarovaného pohybujúcim sa zdrojom. Dnes vieme, že svetlo k svojmu šíreniu nepotrebuje žiadne prostredie, rýchlosť svetla je vždy konštantná a nezávisí na pohybe zdroja ani pozorovateľa. Tu ukázané odvodenie Dopplerovho javu nie je pre svetlo korektné.

Dopplerov jav sa využíva v mnohých oblastiach, 1nielen pri meraní rýchlosti áut. Napr. moderné vyšetrovacie metódy v medicíne dokážu na základe tohoto javu merať rýchlosť prietoku krvi. Jedna zo spektroskopických metód používaných na štúdium molekulových komplexov – Mössbauerova spektroskopia je založená tiež na tomto jave. Gigantickým prejavom Dopplerovho javu je takzvaný červený posun (k väčším vlnovým dĺžkam) spektier vzdialených galaxií. Čím je galaxia od nás ďalej, tým je posun väčší. Znamená to, že sa vzďaľuje rýchlejšie a to je pre astrofyziku jedným z experimentálnych dôkazov „big bandu“ – počiatočnej explózie vesmíru.

Príklad 7.2.1

Vo vzduchu sa šíri harmonické zvukové vlnenie s frekvenciou $f = 2$ kHz a amplitúdou $A = 1$ μm. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $v = 340$ ms^{-1}. Určte vlnovú dĺžku vlnenia a maximálnu rýchlosť molekúl vzduchu.

Riešenie :

Výchylku molekúl z rovnovážnej polohy vyjadruje vlnová funkcia $u = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$. Pre rýchlosť zvuku (fázovú rýchlosť) platí

$$v = \frac{\omega}{k} = f\lambda\,,$$

odkiaľ pre vlnovú dĺžku dostávame

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{2000}\ \mathrm{m} = 0{,}17\ \mathrm{m}$$

Rýchlosť kmitajúcich molekúl je

$$v = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = A\cos(\omega t - kx + \varphi) = -\omega A\sin(\omega t - kx + \varphi)$$

Maximálna rýchlosť molekúl je maximálna hodnota tejto funkcie, t. j.
$v_{\max} = \omega A = 2\pi f A = 2\pi\,.\,2000\,.\,10^{-6}\ \mathrm{m.s^{-1}} = 1{,}26\,.\,10^{-2}\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

Príklad 7.2.2

Stojaté vlnenie vzniklo interferenciou dvoch proti sebe postupujúcich vlnení s frekvenciou $f = 475$ Hz. Vzdialenosť susedných uzlov bola $d = 1{,}5$ m. Určte rýchlosť postupu vlnenia v danom prostredí.

Riešenie:

Vzdialenosť susedných uzlov stojatého vlnenia sa rovná polovici vlnovej dĺžky vlnení, ktorých interferenciou stojaté vlnenie vzniklo. Preto $d = \lambda/2$, z čoho $\lambda = 2d$. Rýchlosť postupu vlnenia je $v = f\lambda = f\,2d$ =475.2.1,5 m.s^{-1} = 1425 m.s^{-1}.

Príklad 7.2.3

Zdroj zvuku kmitá s frekvenciou $f = 1$ kHz. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $v = 340$ m s^{-1}. Určte, akú frekvenciu počuje pozorovateľ a aká je vlnová dĺžka zvuku vo vzduchu, ak

(a) pozorovateľ je vzhľadom na vzduch v pokoji a zdroj sa k nemu približuje rýchlosťou $v_z = 30$ m s^{-1},

(b) zdroj je vzhľadom na vzduch v pokoji a pozorovateľ sa k nemu približuje rýchlosťou $v_p = 30$ m s^{-1}.

Možno z výsledku vyvodiť záver, že pri určovaní frekvencie nie je dôležité vedieť, či sa pohybuje zdroj alebo pozorovateľ, ale stačí poznať iba ich vzájomnú rýchlosť?

Riešenie:

a)Ide tu o Dopplerov jav. Frekvencia, ktorú počuje pozorovateľ je daná vzťahom (7.2.7.4)

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = f\frac{v}{v - v_z} = 10^3 \cdot \frac{340}{340 - 30}\ \mathrm{Hz} = 1097\ \mathrm{Hz}.$$

Pre vlnovú dĺžku v priestore medzi pozorovateľom a zdrojom platí (7.2.7.3)

$$\lambda' = \lambda - v_z T = \frac{v}{f} - \frac{v_z}{f} = \frac{340 - 30}{1000}\ \mathrm{m} = 0{,}31\ \mathrm{m}.$$

(b) Pohybuje sa pozorovateľ k zdroju. Frekvencia, ktorú počuje pozorovateľ je daná vzťahom (7.2.7.1)

$$f' = f\frac{v + v_p}{v} = 1000\,\frac{340 + 30}{340}\ \mathrm{Hz} = 1088\ \mathrm{Hz}.$$

Vlnová dĺžka zvuku je v tomto prípade

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000}\ \mathrm{m} = 0{,}34\ \mathrm{m}.$$

Vzájomná rýchlosť zdroja a pozorovateľa je v prípade (a) a (b) rovnaká, výsledná frekvencia vnímaná pozorovateľom je však rôzna (i keď v oboch prípadoch vyššia než frekvencia zdroja). To znamená, že pri riešení úlohy je samotná informácia o vzájomnej rýchlosti nedostatočná. Treba spresniť, či sa pohybuje zdroj alebo pozorovateľ.

Príklad 7.2.4

Z nehybného zdroja sa šíri zvuk s frekvenciou $f = 500$ Hz a odráža sa od pohyblivej steny, ktorá sa k zdroju približuje rýchlosťou $v_s = 1$ m s^{-1}. Určte vlnovú dĺžku odrazeného zvuku. Rýchlosť zvuku je $v = 340$ m s^{-1}.

Riešenie:

Pohybujúca sa stena vystupuje ako pozorovateľ pohybujúci sa k zdroju. Stena prijíma frekvenciu určenú vzťahom (6.2.8.1)

$$f' = f\frac{v + v_s}{v}.$$

Pre odrazený zvuk stena vystupuje ako pohybujúci sa zdroj, ktorý vysiela zvuk frekvencie f'. Vlnová dĺžka odrazeného zvuku bude v dôsledku pohybu zdroja vzhľadom k prostrediu zmenšená a to o vzdialenosť $d = v_s / f'$. Ak označíme vlnovú dĺžku, ktorú by malo vlnenie frekvencie f' vysielané nepohyblivým zdrojom ako λ', potom vlnová dĺžka odrazeného zvuku je

$$\lambda'' = \lambda' - v_s T' = \frac{v}{f'} - \frac{v_s}{f'} = \frac{v - v_s}{f'} = \frac{v(v - v_s)}{f(v + v_s)} = \frac{340(340 - 1)}{500(340 + 1)}\ \mathrm{m} = 0,676\ \mathrm{m}.$$

Príklad 7.2.5

Pod akým najväčším uhlom vzhľadom na kolmicu môže dopadať zvuková vlna na rozhranie vzduchu a vody, aby prenikla do vody? Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $v_1 = 340\ \mathrm{m\ s^{-1}}$, vo vode $v_2 = 1\ 450\ \mathrm{m\ s^{-1}}$.

Riešenie:

Pri prechode do vody sa smer zvuku láme od kolmice. Pre najväčší (medzný) uhol, pri ktorom zvuk ešte prenikne do vody a nenastáva úplný odraz, platí

$$\sin \alpha_m = \frac{v_1}{v_2},$$

odkiaľ potom pre hľadaný uhol platí

$$\alpha_m = \arcsin \frac{v_1}{v_2} = \arcsin \frac{340}{1450} = 13°33'.$$

Kontrolné otázky

1. *V čom je rozdiel medzi kmitaním hmotného bodu a vlnením?*
2. *Čo sa rozumie pojmom polarizácia vlnenia?*
3. *Čo vyjadruje vlnová funkcia?*
4. *Čo je vlnová dĺžka a čo vyjadruje uhlové vlnové číslo?*
5. *Ako zistíme, či daná funkcia opisuje vlnenie, t. j. či je vlnovou funkciou?*
6. *Aký je rozdiel medzi fázou a fázovou konštantou?*
7. *Aký je vzťah medzi vlnovou funkciou a vlnovou rovnicou?*
8. *Čo znamená pojem koherentnosť dvoch vlnení?*
9. *Kedy sa interferujúce vlnenia najviac zosilujú a kedy sa najviac zoslabujú?*
10. *Akú podmienku musia spĺňať dve navzájom kolmé lineárne polarizované priečne vlnenia, aby vzniklo lineárne polarizované vlnenie?*
11. *Akú podmienku musia spĺňať dve navzájom kolmé lineárne polarizované vlnenia, aby vzniklo kruhovo polarizované vlnenie?*

12. Pri akých podmienkach vzniká stojaté vlnenie?

13 Čo je Dopplerov jav? Nakreslite k nemu vysvetľujúci obrázok a napíšte vzťah, ktorý ho vyjadruje.