

RÓBERT RIEDLMAJER
JANA FILANOVÁ
IGOR JANČUŠKA
STANISLAV VRAGAŠ

ELEKTROTECHNIKA

PRÍKLADY NA CVIČENIA

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
Materiálovotechnologická fakulta
2006

© Ing. Róbert Riedlmajer, PhD., RNDr. Igor Jančuška, PhD., Ing. Jana Filanová,
Ing. Stanislav Vragaš

Recenzenti: Prof. Ing. Ľudovít Klug, PhD.
Ing. Štefan Vojtek, CSc.

Schválila Vedecká rada Materiálovotechnologickej fakulty STU dňa 2. 3. 2005 pre všetky študijné
programy.

ISBN 80-227-2438-6

EDÍCIA SKRÍPT

Ing. Róbert Riedlmajer, PhD. – RNDr. Igor Jančuška, PhD. – Ing. Jana Filanová,
Ing. Stanislav Vragaš

ELEKTROTECHNIKA

Príklady na cvičenia

Vydala Slovenská technická univerzita v Bratislave vo Vydavateľstve STU Bratislava, Vazovova 5,
v roku 2006.

Rozsah 302 strán, 170 obrázkov, 5 tabuliek, 21,376 AH, 21,789 VH, edičné číslo 5249, vydané
v elektronickej forme.

85 – 243 – 2006

ISBN 80-227-2438-6

ÚVOD

Skriptá ELEKTROTECHNIKA - príklady na cvičenia sú určené všetkým študentom Materiálovotechnologickej fakulty STU v Trnave, a to pre denné i externé štúdium. Skriptá sú zamerané na požiadavky osnov predmetu Elektrotechnika a elektronika a obsahujú riešené príklady a problémové úlohy z elektrotechniky, elektroniky a elektrického merania. Nadväzujú na už vydané Návodý na laboratórne cvičenia a na základnú študijnú literatúru.

Ich cieľom je naučiť študentov metodicky správne analyzovať problémy a navrhnúť riešenie, ale aj poskytnúť zrozumiteľný a prehľadný materiál, o ktorý sa bude opierať najmä praktická časť výučby tohto predmetu.

Každá kapitola obsahuje:

- všeobecnú časť, ktorá obsahuje podstatné princípy a poznatky,
- riešené príklady, ktoré majú za cieľ precvičiť a upevniť teoretické poznatky,
- neriešené úlohy, ktoré rozvíjajú tvorivé myslenie študentov.

Skriptá obsahujú relatívne rozsiahly súbor príkladov, ktoré sú koncipované na precvičenie poznatkov získaných pri štúdiu Elektrotechniky a elektroniky. Sú určené predovšetkým pre individuálne štúdium a prípravu.

Autorský kolektív odborne viedol Ing. Róbert Riedlmajer, PhD., vedúci Katedry fyziky MtF STU v Trnave.

Jednotlivé návody autori spracovali takto:

Ing. Jana Filanová.: kap. 1, 2, 5, 6, 16

RNDr. Igor Jančuška, PhD.: kap. 7, 8, 13, 14

Ing. Róbert Riedlmajer, PhD.: úvod, kap. 4, 12, 15

Ing. Stanislav Vragaš: kap. 3, 9, 10, 11.

Autori považujú za svoju milú povinnosť poďakovať sa recenzentom skrípt prof. Ing. Ľudovítovi Klugovi, PhD. z Fakulty elektrotechniky a informatiky STU v Bratislave a Ing. Štefanovi Vojtekovi, CSc. z MtF STU za cenné rady a pripomienky k rukopisu skrípt, vedeniu MtF STU a Vydavateľstvu STU za pozornosť, ktorú venovali vydaniu skrípt.

Trnava, máj 2006

Autori

1 VŠEOBECNÉ ZÁSADY

V nasledujúcej časti je uvedený stručný výťah z noriem obsahujúcich informácie o všeobecných veličinách, jednotkách, ich písomných značkách, indexoch a matematických značkách, ktoré sú určené na použitie v elektrotechnike, vrátane pravidiel na ich písanie. Úplné informácie sú obsiahnuté v medzinárodnom (celosvetovom) súbore noriem IEC 27 „Písomné značky používané v elektrotechnike“.

Všeobecné zásady pre fyzikálne veličiny a vyjadrenie ich hodnôt v jednotkách Medzinárodnej sústavy jednotiek (SI) sú opísané v medzinárodnej norme STN ISO 31–0 Veličiny a jednotky, a v ďalších nadväzujúcich častiach, podľa oblasti ich používania (napr. STN ISO 31–5 Elektrina a magnetizmus). Používanie jednotiek veličín je u nás upravené Zákonom o metrológii (505/1990 Zb.) a taktiež normou STN 01 1300.

1.1 ZNAČKY VELIČÍN A JEDNOTIEK

- značky sú zvyčajne jednotlivé písmená latinskej alebo gréckej abecedy,
- značky veličín sú tlačené kurzívou (nezávisle od typu písma),
- značky indexov sú tlačené stojatým písmom, výnimkou sú indexy, ktoré predstavujú fyzikálnu veličinu,
- jednotky veličín musia byť použité pomocou jednotiek sústavy SI,
- zložená jednotka sa môže písať nasledujúcimi spôsobmi – $N\ m$, $N\cdot m$, m/s , $m\cdot s^{-1}$,
- znamienko pre násobenie je bodka v polovičnej výške písma alebo krížik (\times),
- časovo premenné veličiny majú okamžitú hodnotu udávanú malým písmenom, veľké písmeno znamená strednú hodnotu, prípadne sa pridá v zátvorke označenie závislej veličiny,
- značka jednotky sa umiestňuje za číselnou hodnotou veličiny s medzerou,
- predpony značiek jednotiek sú tlačené stojatým písmom,
- vektory, fázory a komplexné veličiny sa označujú tučným typom písma, ich veľkosti už obyčajným typom písma.

2 SYMBOLY A KONŠTANTY

1, 1'	vstupné svorky dvojbrány (štvorpólu)
2, 2'	výstupné svorky dvojbrány (štvorpólu)
3f	trojfázová sústava (zariadenie, prístroj, súčiastka)
$\downarrow, *$	označenie začiatku prúdovej alebo napät'ovej svorky W-m
$\perp I, \perp U$	označenie konca prúdovej alebo napät'ovej svorky W-m
•	označenie začiatku prúdovej alebo napät'ovej svorky W-m (plná svorka)
°	označenie konca prúdovej alebo napät'ovej svorky W-m (prázdna svorka)
\perp, \perp	označenie výstupnej svorky A-m alebo V-m
–, 0, *	označenie výstupnej (zápornej) svorky A-m alebo V-m
+	označenie vstupnej (kladnej) svorky A-m alebo V-m; neinvertujúci vstup OZ; kladný pól
–	invertujúci vstup OZ; záporný pól
=	jednosmerná sústava; jednosmerné veličiny
~	striedavá sústava; striedavé veličiny
	označenie paralelnej kombinácie odporov
A, A	ampér; typ (kategória) štandardných neistôt; zosilnenie; premenná; ampérmeter; anóda; označenie vstupnej (kladnej) svorky ampérmetro; pracovná trieda zosilňovačov; označenie rovnice; označenie uzla v schéme zapojenia
$\overline{A}, \overline{B}$	negované premenné
AND	logický súčin (disjunkcia)
AC	striedavý prúd (Alternating Current)
A-m	ampérmeter
A/D	analogovo-číslicový prevodník
B, B	batéria; magnetická indukcia; susceptancia; typ (kategória) štandardných neistôt; pomocné relé; premenná; pracovná trieda zosilňovačov; báza bipolárneho tranzistora; označenie rovnice
common	označenie výstupnej (zápornej) svorky A-m alebo V-m
$\cos \varphi$	účinník
C, C	kapacita kondenzátora; konštanta; typ (kategória) štandardných neistôt; kolektor bipolárneho tranzistora; premenná; pracovná trieda zosilňovačov; označenie rovnice

°C	stupeň Celzia
CAL	kalibračný (nastavovací prvok) meracieho prístroja
COM	záporná (výstupná) svorka ČMP
ČMP	číslicový (digitálny) merací prístroj
d, d	zapojenie do trojuholníka; rozmer (vzdialenosť); diferenciál; priemer; dielik
dB	decibel (1 dB = 0,115 Np)
dt	diferenciál argumentu t (času)
dx	diferenciál argumentu x (premennej)
dY	totálny (úplný) diferenciál (reálnej) funkcie $Y = f(A, B, C)$
D, D	rozptyl meranej veličiny ($D = \sigma^2$); zapojenie do trojuholníka; dióda; kolektor unipolárneho tranzistora (drain); pracovná trieda zosilňovačov; priemer; prienik elektrónky; označenie rovnice
DC	jednosmerný prúd (Direct Current)
e	Eulerovo číslo ($e = 2,718\ 281\ 828\ \dots$)
e	elementárny elektrický náboj ($+1,60217733 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$)
E	emitor bipolárneho tranzistora; elektrónka
ELSI	zvlášť (extra) veľká hustota integrácie (Extra Large Scale Integration)
EX-OR	výhradný logický súčet \oplus (Exclusive OR)
FET	tranzistor (unipolárny) riadený elektrickým poľom
f, f	frekvencia; funkcia
F	farad
°F	stupeň Fahrenheita
G, G	vodivosť; konduktancia; galvanometer; riadiaca elektróda polovodičových prvkov alebo mriežka elektrónky (gate)
G-m	galvanometer
h	hybridné parametre tranzistora
H	henry; logická hodnota jedna v kladnej logike (high – vysoká úroveň)
Hz	hertz
i	premenný, okamžitý (striedavý) alebo pomerný elektrický prúd; premenná
I	jednosmerný elektrický prúd; efektívna hodnota striedavého elektrického prúdu; celkový elektrický prúd v obvode
I	fázor elektrického prúdu
Im	imaginárna časť
IO (IC)	integrovaný obvod (Integrated Circuit)

IV	indikátor vyváženia mostíka
ISO	medzinárodná organizácia pre normalizáciu
j	symbol na označenie imaginárnej časti, imaginárna jednotka, $j^2 = -1$
k, k	konštanta; činiteľ
K, K	konštanta; kolektor; katóda; činiteľ stabilizácie
KLO	kombinačný logický obvod
L, L	vlastná indukčnosť; logická hodnota nula v kladnej logike (low – nízka úroveň); indukčnosť tlmivky
LED	luminiscenčná dióda (Light Emitter Diode)
LO	logický obvod
m, m	hmotnosť; počet fáz; premenná; prirodzené číslo
M, M	merací rozsah prístroja; vzájomná indukčnosť
MP	merací prístroj
n, n	počet prvkov výberového súboru; počet pozorovaní; počet veličín; premenná; zväčšenie meracieho rozsahu; prirodzené číslo
nf	nízke frekvencie
N, N	nameraná hodnota; počet kvantizačných krokov (digitov); stredný (nulovací) vodič v striedavej sústave; prirodzené číslo; ako index menovitá (nominálna) hodnota (napr. U_N, I_N, P_N)
NAND	negácia logického súčinu
NOR	negácia logického súčtu
NOT	logická negácia
Np	neper ($1\text{Np} = 8,695 \text{ dB}$)
NPN	typ vodivosti bipolárneho tranzistora
O	oprava (korekcia)
OR	logický súčet (konjunkcia)
OZ	operačný zosilňovač
p, p	okamžitá hodnota výkonu; prevod; prirodzené číslo
P, P	výkon jednosmerného prúdu; činný výkon; spotreba meracieho prístroja; poistka
PNP	typ vodivosti bipolárneho tranzistora
π	Ludolfovo číslo ($\pi = 3,141\,592\,654 \dots$)
Q	jalový výkon; činiteľ akosti; elektrický náboj na kondenzátore
r	polomer; dynamický odpor; vzdialenosť
r_e	dynamický odpor emitora

R	elektrický odpor; rezistencia; rozlíšenie prístroja (t. j. hodnota meranej veličiny zodpovedajúca kvantizačnému kroku); činný odpor cievky; polomer; fázový vodič
Re	reálna časť
$\text{sign } x$	nadobúda hodnotu +1 pre $x > 0$, hodnotu -1 pre $x < 0$, hodnotu 0 pre $x = 0$
S, S	siemens; skutočná hodnota meranej veličiny; zdanlivý výkon; spotrebič; signál; strmosť elektrónky; emitor unipolárneho tranzistora (source); fázový vodič; emitor unipolárneho tranzistora (source); plocha; prierez
SB	zapojenie bipolárneho tranzistora so spoločnou bázou
SC, SK	zapojenie bipolárneho tranzistora so spoločným kolektorom
SD	zapojenie unipolárneho tranzistora so spoločným kolektorom (drain)
S_D	dynamická strmosť elektrónky
SE	zapojenie bipolárneho tranzistora so spoločným emitorom
SG	zapojenie unipolárneho tranzistora so spoločnou riadiacou elektródou (gate); synchronný generátor
Si	kremík; kremíkový
SLO	sekvenčný logický obvod
SS	zapojenie unipolárneho tranzistora so spoločným emitorom (source)
t	čas
T, T	tesla; perióda; čas kmitu; tranzistor; fázový vodič
u, u	okamžité (striedavé) alebo pomerné napätie; neistota
U	jednosmerné napätie; efektívna hodnota striedavého napätia
U	fázor napätia
v	vypínač
V	volt; voltmeter; označenie vstupnej (kladnej) svorky voltmetrov
VA-ch	voltampérová charakteristika
VAr-m	varmeter
νf	vysoké frekvencie
VLSI	veľmi veľká hustota integrácie (Very Large Scale Integration)
V-m	voltmeter
V Ω -ch	voltohmová charakteristika
w	frekvencia
W, W	watt; wattmeter; elektrická práca (energia)
W-m	wattmeter
x	veličina; premenná; neznáma; súradnica

x_i	merané veličiny ($i = 1, 2, \dots, m$)
X_C	kapacitná reaktancia (kapacitancia kondenzátora)
X_L	induktívna reaktancia (induktancia cievky)
y, y	zapojenie do hviezdy; premenná; admitančné parametre tranzistora; neznáma; súradnica
Y, Y	modul (veľkosť) admitancie; zapojenie do hviezdy; zvislá premenná (funkcia)
\mathbf{Y}	vektor admitancie; admitancia
z, z	súradnica; zapojenie do lomenej hviezdy; zisk zosilňovača
Z	modul (veľkosť) impedancie
\mathbf{Z}	vektor impedancie; impedancia
ZD	Zenerova (stabilizačná, napäťová referenčná) dióda
α, α	uhol; ustálená výchylka; teplotný súčiniteľ odporu, počet dielikov stupnice
β	prúdový zosilňovací činiteľ
δ	relatívna chyba merania; stratový uhol dielektrických strát
δ_p	trieda presnosti (TP) meracieho prístroja
Δ	absolútna chyba merania
$\Delta_{\text{čmo}}$	absolútna chyba členov meracieho obvodu
ε	zaťažovateľ (pomerná doba brzdenia); permitivita prostredia
ε_0	permitivita vákua ($\varepsilon_0 = 8,854\,19 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$)
μ_0	permeabilita vákua ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} = 1,256\,64 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$)
μ	zosilňovací činiteľ elektrónky
σ	smerodajná odchýlka; stredná kvadratická odchýlka ($\sigma = \sqrt{D}$)
τ	časová konštanta
φ	fáza; fázový posun; uhol
Φ_v	činiteľ zvlnenia (zvlnenie usmerneného prúdu alebo napätia)
ω	kruhovú (uhlovú) frekvenciu ($\omega = 2\pi f$)
Ω	ohm; ohmmeter
$\Omega\text{-m}$	ohmmeter
$\&$	and (logický súčin)
∂	znak parciálnej derivácie
$\frac{\partial Y}{\partial A}$	parciálna derivácia (prvého rádu) (reálnej) funkcie $Y = f(A)$, podľa premennej A

3 ELEKTRICKÉ MERANIE A CHYBY MERANIA

3.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Meranie – je proces poznávania spočívajúci v porovnávaní neznámej (meranej) veličiny s veličinou známou, ktorá bola prijatá za jednotku (normál).

Elektrické meranie – je proces, pri ktorom sa určujú veľkosti rôznych elektrických veličín (napr.: napätie, elektrický prúd, výkon elektrického prúdu, elektrická práca, frekvencia, elektrický odpor, elektrická kapacita kondenzátorov a pod.). **Magnetické meranie** tiež považujeme za elektrické meranie, pretože je vždy spojené s elektrickými javmi.

Význam elektrických meraní spočíva v:

- overovaní vlastností vyrobených elektrotechnických a elektronických zariadení,
- kontrole elektrotechnických materiálov ešte pred začatím výroby,
- kontrole častí zariadení už počas výroby, aby bola ich činnosť aj výroba hospodárna,
- sledovaní správnej činnosti elektrických zariadení,
- rýchlom určení miesta poruchy,
- tom, že elektricky možno merať a kontrolovať aj iné fyzikálne (neelektrické) veličiny, napr.: čas, dĺžku, zrýchlenie, teplotu, tlak, silu a i.

3.1.1 Elektrické meracie prístroje

Merací prístroj (MP) – zariadenie, ktoré slúži na porovnávanie fyzikálnych veličín (meranej veličiny s jednotkou merania).

Elektrický merací prístroj – zariadenie, ktoré využíva fyzikálne zákony a závislosti na určenie elektrickej veličiny. S týmito meracími prístrojmi sa stretávame prakticky pri všetkých spôsoboch využívania elektrickej energie – na pracovisku, v škole alebo doma.

Základné rozdelenie meracích prístrojov podľa charakteru meranej veličiny:

1. Analógové MP – merajú veličiny, ktoré sa menia spojito. Môžu byť:
 - a) elektromechanické – skladajú sa z ukazovacej časti a meracieho systému. Pôsobením elektrického prúdu v meracom systéme vznikne moment sily, ktorý spôsobí, že pohyblivá časť ukazovacieho zariadenia sa dá do pohybu a ustáli sa na výchylke úmernej hodnote meranej veličiny, pričom výchylka sa môže plynule meniť,
 - b) elektronické – skladajú sa z ukazovacej časti (najčastejšie magnetoelektrický systém), ktorej je priradená elektronická časť. Jej úlohou je v závislosti od veľkosti meraného napätia vybudíť ukazovaciu časť,

2. Číslíkové (digitálne) MP – pri týchto sa mení údaj nespojito, po množstvách, aj keď sa meraná veličina mení spojito. Meranú veličinu udávajú číselne, ako násobok určitých základných množstiev.

Rozdelenie analógových elektromechanických prístrojov:

1. podľa prevodu meranej elektrickej meranej veličiny na mechanický pohyb:

- základné analógové elektromechanické prístroje (merajúce ustálené stavy),
- rezonančné (pracujú na princípe mechanickej rezonancie s kmitmi striedavého prúdu),
- integračné prístroje (merajú časový integrál – súčet okamžitých hodnôt meranej veličiny),
- pomerové prístroje (merajú pomer dvoch veličín),
- iné elektromechanické prístroje (napr.: oscilografy, zapisovače a i.),

2. podľa sústavy (meracieho systému):

- magnetoelektrické (deprézske) MP (s otočnou cievkou alebo s otočným magnetom),
- feromagnetické (elektromagnetické) prístroje,
- elektrodynamické a ferodynamické prístroje,
- indukčné (Ferrarisove) prístroje,
- tepelné prístroje (s horúcim drôtom alebo dvojkovom-bimetalom),
- elektrostatické prístroje,
- vibračné (rezonančné) prístroje,

3. podľa meranej veličiny:

- voltmetre (V-m) – merajú napätie,
- ampérmetre (A-m) – merajú elektrický prúd,
- galvanometre (G-m) – merajú veľmi malé napätie a veľmi malý prúd,
- ohmmetre (Ω -m) – merajú elektrický odpor,
- wattmetre (W-m) – merajú výkon elektrického prúdu,
- varmetre (VAr-m) – merajú jalový výkon,
- elektromery – merajú elektrickú prácu (energiu),
- fázomery – merajú účinník $\cos \varphi$ (nepriamo fázu) v striedavých obvodoch,
- frekventomery – merajú frekvenciu striedavého prúdu,

4. podľa druhu elektrickej meranej veličiny:

- jednosmerné MP – na meranie jednosmerných veličín,
- striedavé MP – na meranie striedavých veličín (jednofázové a viacfázové),
- kombinované (univerzálne) prístroje – multimetre merajúce = aj ~ veličiny,

5. podľa vonkajšej úpravy a použitia rozdeľujeme meracie prístroje na:

- základné – osobitne presné prístroje určené na ciachovanie laboratórnych prístrojov,
- laboratórne – pre presné laboratórne merania; ich použitie mimo laboratória sa neodporúča,
- prenosné (montážne) – používajú sa v dielňach, ich presnosť a citlivosť je rôzna,
- rozvádzačové prístroje – montujú sa na rozvodové dosky.

Základné pojmy používané pri meraní s meracími prístrojmi:

Merací systém – je aktívna časť MP. Skladá sa z pevnej a pohyblivej časti.

Moment systému – je vyvolaný meranou veličinou a pôsobí na pohyblivú časť systému. **Direktívny moment** – je vyvolaný direktívnymi pružinami. Snaží sa udržať pohyblivú časť v nulovej polohe. Zväčšuje sa úmerne s rastúcou výchylkou a pôsobí proti smeru výchylky, čiže smeru momentu systému.

Merací rozsah prístroja – je vyznačená časť rozsahu stupnice, kde môžeme merať s predpísanou presnosťou. **Merací rozsah stupnice** – je celá dĺžka stupnice daná okrajovými hodnotami stupnice, ktoré sú určitým spôsobom označené. (Odlíšenie meracieho rozsahu od rozsahu stupnice sa vyznačuje na stupnici bodkami, farebnými alebo dlhými čiarami, spôsobom delenia stupnice, iným typom číslíc a pod.).

Najväčšia hodnota meracieho rozsahu – pre prístroj s nulou na jednom konci delenia stupnice je to hodnota hornej hranice meracieho rozsahu (napr. voltmeter s meracím rozsahom 0 až 240 V má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 240 V). Ak je nula vnútri delenia stupnice, najväčšia hodnota meracieho rozsahu je určená súčtom hodnôt oboch hraníc meracieho rozsahu (napr. ampérmeter s meracím rozsahom $-1,5\text{ A}$ až $+1,5\text{ A}$ má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 3 A). V prístrojoch s potlačenou nulou je najväčšia hodnota meracieho rozsahu daná rozdielom hodnoty hornej a dolnej hranice meracieho rozsahu (napr. voltmeter s meracím rozsahom 8 V až 30 V má najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu 22 V).

Ustálená výchylka α – ukazovateľ meracieho prístroja, ktorý je kalibrovaný priamo v jednotkách meranej veličiny X , je

$$\alpha = C_X \cdot X \quad \begin{array}{l} \text{[dieliky; dieliky / jednotka meranej veličiny,} \\ \text{jednotka meranej veličiny].} \end{array} \quad (3.1)$$

Meraná veličina X – ak nie sú jej číselné hodnoty označené priamo na stupnici prístroja, to znamená pri viacrozsahových meracích prístrojoch, určí sa násobením výchylky prístroja konštantou prístroja

$$X = K_X \cdot \alpha . \quad (3.2)$$

Konštanta MP – označuje sa K_X a je to hodnota meranej veličiny pripadajúca na jeden dielik stupnice. Vypočítame ju

$$K_X = \frac{M}{\alpha_c}, \quad \text{kde } M - \text{merací rozsah prístroja, } \alpha_c - \text{celkový počet dielikov stupnice.}$$

Konštanta meracieho prístroja K_X je daná počtom jednotiek meranej veličiny X potrebných pre výchylku jeden dielik

$$K_X = \frac{X}{\alpha} = \frac{1}{C_X}, \quad (3.3)$$

kde X je meraná veličina, α – výchylka. Konštanta meracieho prístroja udáva prevrátenú hodnotu citlivosti C_X meracieho prístroja.

Konštanta wattmetra K_W , podľa všeobecnej definície konštanty prístroja (3.3), je daná súčinom menovitého napätia U_n a menovitého prúdu I_n deleného počtom dielikov stupnice α_n a násobeného menovitým účinníkom $\cos \varphi_n$, pri ktorom dosiahne wattmeter plnú výchylku

$$K_W = \frac{U_n \cdot I_n}{\alpha_n} \cdot \cos \varphi_n. \quad (3.3a)$$

Bežné wattmetre sú určené pre menovitý účinník $\cos \varphi_n = 1$, a teda najčastejšie konštanta wattmetra sa počíta

$$K_W = \frac{U_n \cdot I_n}{\alpha_n}. \quad (3.3b)$$

Citlivosť MP – označuje sa C_X a je to zmena výchylky ukazovateľa v dielikoch stupnice, ktorá pripadá na zmenu hodnoty meranej veličiny o jednotku

$$C_X = \frac{\alpha_c}{M},$$

kde M je merací rozsah prístroja, α_c – celkový počet dielikov stupnice. Citlivosť meracieho prístroja C_X je definovaná počtom dielikov výchylky α pri jednotkovej meranej veličine X

$$C_X = \frac{\alpha}{X} = \frac{1}{K_X}. \quad (3.4)$$

Citlivosť meracieho prístroja udáva prevrátenú hodnotu konštanty K_X meracieho prístroja. Citlivosť MP je podiel zmeny ukazovateľa a zmeny meranej hodnoty. Ak spôsobí napr. zväčšenie prúdu o $0,2 \mu\text{A}$ zmenu výchylky ručičky ampérmetra o $0,7 \text{ mm}$, citlivosť je:

$$C = \frac{\Delta I}{\Delta I} = \frac{0,7 \text{ mm}}{0,2 \mu\text{A}} = 3,5 \text{ mm}/\mu\text{A}.$$

Presnosť MP a trieda presnosti – inak sa udáva pri elektromechanických prístrojoch a inak pri číslicových prístrojoch.

- a) Elektromechanické prístroje: trieda presnosti sa udáva medznou (hraničnou) chybou a medznou (hraničnou) zmenou údajov. Hraničná chyba ΔM je najväčšia dovolená chyba, podľa ktorej sa vo väčšine prístrojov posudzuje presnosť prístroja a vyjadruje sa v percentách. Hraničná chyba sa zisťuje pri vzťažných podmienkach. To sú tie podmienky, pri ktorých bol prístroj nastavený, overený a vyskúšaný. Hodnoty niektorých vzťažných ovplyvňujúcich veličín udáva norma STN 35 6201. Zo vzťažných podmienok sa na číselníku uvádza iba poloha prístroja. Hraničná chyba sa určí

$$\Delta M = \frac{\Delta X_{\max}}{M_{\max}} \cdot 100 \% \quad (3.5)$$

pričom ΔX_{\max} je najväčšia absolútna chyba v meracom rozsahu, M_{\max} je najväčšia hodnota meracieho rozsahu. Najväčšia absolútna chyba nesmie prekročiť medznú (hraničnú) chybu charakterizovanú príslušnou triedou presnosti. Delenie do tried nám hovorí o presnosti MP. Z rôznych príčin (trenie, teplotné vplyvy a pod.) nie je prístroj absolútne presný a bude teda vykazovať určitú indikačnú chybu. Indikačná chyba je rozdiel medzi indikovanou a skutočnou hodnotou. Pri presnejšom prístroji je táto indikovaná chyba menšia ako pri prístroji menej presnejšom. Možná indikačná chyba sa vyjadruje v percentách (%) konečnej hodnoty stupnice. Skutočná hodnota je potom nameraná hodnota plus alebo mínus hodnoty odchýlky. Podľa veľkosti indikačnej chyby sa MP rozdeľujú do tried presnosti podľa tab. 3.1.

- b) Číslícové (digitálne) prístroje: tieto prístroje poskytujú väčšiu presnosť než analógové MP. Analógové prístroje s presnosťou $\pm 1 \%$ patria k lepšej triede funkčných prístrojov. Číslícové MP s presnosťou už $\pm 0,1 \%$ sú bežné. Presnosť veľmi závisí od nastavenia meracieho rozsahu a počtu číslíc displeja. Pritom musíme brať tiež do úvahy presnosť analógovo/číslícového prevodníka (A/D) a zosilňovača. Výrobca väčšinou udáva v špecifikačnom liste presnosť v percentách plus počet číslíc. Presnosť digitálnych prístrojov sa udáva viacerými spôsobmi:

1. \pm (percentá z údajov + jeden alebo viac digitov),
2. \pm (percentá z meracieho rozsahu + jeden alebo viac digitov),
3. kombináciou 1. a 2. spôsobu, pričom výsledná chyba je daná súčtom oboch čiastkových chýb.

Jeden digit tu znamená číselnú hodnotu číslice „1“ na poslednom mieste displeja. Je to tzv. číslícová chyba, resp. chyba kvantovania vzťahujúca sa na posledné miesto meracieho rozsahu. Napríklad pri displeji s údajom XXX.X je 1 digit = 0,1. Pri displeji s údajom X.XXX je 1 digit = 0,001.

Tabuľka 3.1 Triedy presnosti meracích prístrojov

Trieda		Použitie	Prípustná indikačná chyba konečná v %
Stará	Nová		
0,1		Najpresnejšie elektromechanické prístroje určené na kontrolu veľmi presných prístrojov	$\pm 0,1 \%$
0,2	E	Veľmi presné laboratórne elektromechanické MP	$\pm 0,2 \%$
0,5	F	Presné laboratórne prístroje	$\pm 0,5 \%$
1		Montážne a laboratórne elektromechanické prístroje	$\pm 1 \%$
1,5	G	Montážne (prenosné) prístroje a presné rozvádzačové prístroje	$\pm 1,5 \%$
2,5	H	Rozvádzačové prístroje pre spínacie panely	$\pm 2,5 \%$
5		Iné, menej presné rozvádzačové a pomocné prístroje	$\pm 5 \%$

Príklad: Máme digitálny MP s $3\frac{1}{2}$ miestnym displejom a presnosťou $\pm 0,3 \% \pm 1$ digit (bit). Merací prístroj má meracie rozsahy pre 200 mV, 20 V, 200 V a 1000 V. Chceme merať napätie 10 V. S akou presnosťou budeme s týmto číslicovým MP merať?

Riešenie: MP nastavíme na rozsah 20 V. Rozsah $3\frac{1}{2}$ miestneho displeja je 0000 – 1999, tzn., že jeho rozlišovacia schopnosť je 1 : 2000. Na meracom rozsahu 20 V je rozlišovacia schopnosť: $20 \text{ V} : 2000 = 0,01 \text{ V} = 1$ digit.

Chyba vo [V] z údajov: $0,3 \% \text{ z } 10 \text{ V} = 0,003 \cdot 10 \text{ V} = 0,03 \text{ V}$.

S číslicovým MP budeme merať s presnosťou: $\pm 0,03 \text{ V} \pm 0,01 \text{ V} = \pm 0,04 \text{ V}$. Nepresnosť v % je: $\pm (0,04 \text{ V} / 10 \text{ V}) \cdot 100 \% = \pm 0,004 \cdot 100 \% = \pm 0,4 \%$.

Vnútorý odpor MP – označuje sa R_i (interný) a má ho každý merací prístroj (napr. voltmeter ho má veľký a ampérmetr malý). Na určitom meracom rozsahu vnútorný odpor meracieho prístroja nezávisí od výchylky, čiže od veľkosti meranej veličiny a na každom meracom rozsahu elektromechanických MP je iný. Udáva sa v Ω/V (t. j. vnútorný odpor na 1 volt meracieho rozsahu). Údaj z číselníka elektromechanického MP (Ω/V) musíme prepočítat' na nastavený merací rozsah, nie výchylku!

$$R_i = M \cdot \text{údaj na stupnici v } \Omega/\text{V}$$

Vnútorý odpor voltmetrov často označujeme R_V , ampérmetrov R_A a wattmetrov R_W .

Príklad: Na stupnici voltmetra je údaj 40 000 Ω/V . Ak by sme na tomto MP nastavili merací rozsah 3 V, vnútorný odpor V-m by bol $R_V = (R_i) = 3 \text{ V} \cdot 40\,000 \Omega/\text{V} = 120\,000 \Omega$. Voltmeter má tento vnútorný odpor $R_V = 120 \text{ k}\Omega$ iba na meracom rozsahu 3 V.

Všeobecne platí: ak sa zmení merací rozsah prístroja (ampérmetra, voltmetra), zmena odporu prístroja môže zväčšiť chybu merania. Pri meraní veľmi malých prúdov (ak má A-m nastavený malý merací rozsah, môže mať pomerne veľký vnútorný odpor a preto môže byť na ňom nezanedbateľné napätie), alebo veľmi malých napätí (ak má V-m nastavený malý merací rozsah, môže mať pomerne malý vnútorný odpor a preto ním môže pri paralelnom zapojení do obvodu pretekať nezanedbateľný prúd) sa môžu prejaviť tieto chyby veľmi výrazne. Okrem tohto dôvodu sú niekedy aj ďalšie, aby sme na meranie použili **elektronické meracie prístroje**. Oproti ručičkovým prístrojom majú elektronické niektoré nesporné výhody. Pri elektronických prístrojoch sa meraná veličina najprv elektronicky spracuje, zväčší alebo zmenší sa na potrebnú veľkosť a na číselníku alebo displeji sa zobrazí údaj meranej veličiny. Napríklad elektronické voltmetre majú preto podstatne väčší vnútorný odpor ako elektromechanické ručičkové meracie prístroje. Vnútorný odpor elektronického meracieho prístroja je pre veľký počet meracích rozsahov rovnaký. Tzn., že elektronický V-m má veľký odpor aj na veľmi malých meracích rozsahoch [1 MΩ až 10 (100) MΩ]. Aj pri elektronických MP sa udáva ich vnútorný odpor. Býva zvyčajne uvedený v sprievodnej technickej dokumentácii alebo v návode na obsluhu meracieho prístroja.

Vlastná spotreba meracích prístrojov – je príkon, ktorý elektromechanický prístroj spotrebúva pri dosiahnutí plnej výchylky. Pri jednosmerných prístrojoch sa udáva vo W a pri striedavých vo VA.

$$P_V = R_i \cdot I_n^2 = \frac{U_n^2}{R_i}, \quad (3.6)$$

$$P_V = Z_i \cdot I_n^2 = \frac{U_n^2}{Z_i}, \quad (3.7)$$

kde I_n je menovitý prúd prístroja, U_n – menovité napätie prístroja, R_i – vnútorný odpor meracieho prístroja, Z_i – impedancia meracieho prístroja.

Pretážiteľnosť MP – prekročenie hornej hranice meracieho rozsahu. Je to násobok nominálneho prúdu alebo napätia, ktoré prístroj znesie po určitú dobu bez poškodenia.

Pretáženie môže byť:

- a) Trvalé – nazývané tiež tepelné. Musia ho zniesť všetky prístroje bez poškodenia. Pre A-m a V-m s triedou presnosti 1 až 5, ďalej pre W-m, varmetre, fázomery a frekvenciomery je to 1,2-násobok menovitej hodnoty meranej veličiny.
- b) Krátkodobé – nazývané tiež dynamické. Nastáva pri prudkom zvýšení prúdu alebo napätia na krátky čas. Norma presnosti stanovuje pre každý typ prístroja a triedu presnosti násobky menovitej hodnoty a čas trvania, počas ktorého musia prístroje

vydržať toto preťaženie bez následkov (poškodeniu prístroja, a to buď nadmerným ohriatím, alebo mechanickým poškodením).

Elektrická pevnosť prístrojov – keby bola nedostatočná, mohla by spôsobiť poruchy v meracom obvode, poškodiť samotný prístroj a ohrozená by bola aj obsluha prístroja. Výrobca je preto povinný vyskúšať prístroj na elektrickú pevnosť **skúšobným napätím**, predpísaným normou. Skúšobné napätie sa pripája medzi všetky svorky navzájom pospájané a kovovú fóliu, ktorou je obalený kryt z izolantu. Skúšobné napätie prístroj musí zniesť bez toho, že by došlo k prierazu. Efektívna hodnota skúšobného napätia v závislosti od menovitého napätia obvodov prístroja alebo príslušenstva je v tab. 3.2.

Tabuľka 3.2 Hodnoty skúšobného napätia v závislosti od menovitého napätia







Menovité napätie obvodu [V]	Efektívna hodnota skúšobného napätia [V]	Značka na číselníku MP
do 40	500	☆
41 až 110	1000	☆ ₁
111 až 650	2000	☆ ₂
651 až 1000	3000	☆ ₃
1001 až 2000	5000	☆ ₅
2001 až 6000	(2U + 1000) zaokrúhlené nahor na celé tisíce	hodnota podľa predchádzajúceho stĺpca v kV
Prístroje, ktoré sa nepodrobujú skúšobnému napätiu		☆ ₀

Značky na číselníkoch MP – na číselníkoch elektromechanických prístrojov býva okrem značky (loga) výrobcu, výrobného čísla a značky hlavnej veličiny obvykle týchto 5 druhov značiek: značka polohy, značka meracieho systému, značka vyjadrujúca druh prúdu, triedu presnosti a značka skúšobného napätia. Niektoré prístroje majú na číselníku uvedenú aj značku vnútorného odporu prístroja v Ω/V .





Značky hlavných veličín a ich hlavných desatinných násobkov:

A – ampér	mA – miliampér	kA – kiloampér
Var – var	MVar – megavar	kVar – kilovar
V – volt	mV – milivolt	kV – kilovolt
$\cos \varphi$ – účinník (faktor výkonu)	μA – mikroampér	μV – mikrovolt
Hz – hertz	MHz – megahertz	kHz – kilohertz
Ω – ohm	M Ω – megaohm	k Ω – kiloohm
W – watt	MW – megawatt	kW – kilowatt
mW – miliwatt	T – tesla	mT – militesla




Symbody, ktoré označujú druh prúdu meraného prístrojom:

-  o jednosmerný prúd
-  o striedavý prúd
-  o jednosmerný a striedavý prúd
-  o trojfázový prístroj s jedným prúdovým a jedným napäťovým okruhom
-  o trojfázový prístroj s dvoma prúdovými a dvoma napäťovými okruhmi
-  o trojfázový prístroj s tromi prúdovými a tromi napäťovými okruhmi



Značky vyjadrujúce skúšku elektrickej pevnosti:

-  o skúšobné napätie 500 V
-  o skúšobné napätie 2 kV (číslo v značke udáva skúšobné napätie v kV)
-  o značka prístroja, pri ktorom sa nerobí skúška elektrickej pevnosti
-  o elektrická pevnosť prístroja nezodpovedá predpisom







Značky polohy:









-  o prístroj určený na používanie v zvislej polohe
-  o prístroj určený na používanie vo vodorovnej polohe
-  o prístroj určený na používanie s číselníkom nakloneným vzhľadom na vodorovnú polohu (napr. 60°)

Značky tried presnosti:

- 1,5** o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách najväčšej hodnoty meracieho rozsahu (napr. 1,5)
-  o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách dĺžky stupnice
-  o značka triedy, ktorá sa vzťahuje na chyby vyjadrené v percentách skutočnej hodnoty

Značky na označenie systému prístroja:

-  o magnetoelektrický prístroj (s otočnou cievkou)
-  o magnetoelektrický prístroj s usmerňovačom
-  o magnetoelektrický prístroj so zabudovaným neizolovaným termočlánkom
-  o magnetoelektrický prístroj pomerový
-  o feromagnetický (elektromagnetický) prístroj
-  o elektrodynamický prístroj

	o ferodynamický prístroj
	o elektrodynamický tienený prístroj
	o elektrodynamický pomerový prístroj
	o ferodynamický pomerový prístroj
	o indukčný prístroj
	o indukčný pomerový prístroj
	o tepelný prístroj s horúcim drôtom
	o tepelný prístroj s dvojkovom (bimetalom)
	o elektrostatický prístroj
	o rezonančný alebo vibračný prístroj
	o značka uzemňovacej svorky
	o značka ochranného uzemnenia
	o nebezpečné napätie
	o nastavovač nulovej polohy

Konštrukčné časti a meracie systémy elektromechanických meracích prístrojov pre rozsahové obmedzenie neuvádzame.

3.1.2 Chyby merania – klasický spôsob vyjadrenia presnosti merania

Výsledok merania nie je úplný, pokiaľ neobsahuje údaje o presnosti. Hodnotu meranej veličiny, získanú pri praktickom meraní, nemôžeme zistiť s absolútnou presnosťou. Nameraná hodnota je väčšia alebo menšia ako skutočná hodnota. Tento rozdiel sa nazýva **chyba merania**.

Rozdelenie chýb merania podľa spôsobu výskytu:

1. **systematické chyby (sústavné)** – vyskytujú sa pravidelne a sústavne a pri opakovaní merania sa nemenia, pričom výsledok zväčšujú alebo zmenšujú. Pri týchto chybách môžeme takmer vždy určiť znamienko chyby a viac alebo menej presne aj ich veľkosť. Medzi systematické chyby patria:
 - chyba metódy (napr. malý vnútorný odpor voltmetra),
 - chyba meracieho prístroja (napr. ohnutá ručička elektromechanického MP, trenie v ložiskách, nepresné naznačenie stupnice),

- zaokrúhľovanie údajov pri meraní,
- nesprávne premietnutie ručičky na stupnicu a pod.

Systematické chyby, ak treba, vieme odstrániť použitím vhodnejšieho meracieho zariadenia, korigovaním nameraných hodnôt, voľbou vhodnejšej metódy a pod.,

2. **náhodné chyby (chyby cudzích rušivých vplyvov)** – nie sú zahrnuté v chybe prístroja, lebo sú neodstrániteľné. Sú to veľmi premenlivé chyby čo do veľkosti a znamienka. Sú spôsobené rôznymi vonkajšími vplyvmi, ktorých zákonitosti neskúmame, pretože by to bolo veľmi náročné, napr. pre prístroje, čas a pod. Ich vplyv sa vyhodnocuje na základe veľkého počtu nameraných hodnôt štatistickými metódami. Medzi náhodné (rušivé) vplyvy môžeme zahrnúť: zmeny okolitej teploty, zmeny napätia alebo frekvencie siete, zlá poloha prístroja, vplyv cudzích polí, mechanické vplyvy (deformácia ručičky po prudkom náraze, zlé uloženie a tým zväčšené trenie otočnej časti, nesprávne vyváženie otočnej časti) a pod.,
3. **omyly (pozorovacie alebo ľudské chyby)** – sú hrubé chyby, ktoré vznikajú nepozornosťou alebo omylom pri meraní, nesprávnym odčítaním na stupnici MP, nesprávnym ohlásením alebo zápisom nameraných hodnôt. Tiež použitie poškodených (chybných) prístrojov pri meraní môže viesť k pozorovacím chybám. Meranie s pozorovacími chybami sa nesmie brať do úvahy.

Presnosť merania, ako základné kritérium merania a meracích prístrojov, sa udáva nepriamo veľkosťou chyby merania a meracieho prístroja.

Absolútna chyba merania Δ je rozdiel medzi nameranou hodnotou N a skutočnou (správnou) hodnotou S meranej veličiny

$$\Delta = N - S \quad (3.8)$$

Skutočnú hodnotu S však nemožno prakticky nikdy úplne presne zistiť (v niektorých osobitných prípadoch ju možno teoreticky odvodiť). Preto pri kontrole považujeme za správne tie hodnoty, ktoré ukazuje presnejší prístroj. Takéto vyjadrenie chyby je výhodné vtedy, ak určíme skutočnú hodnotu meranej veličiny a vyjadrujeme ju pomocou opravy. Absolútna chyba merania môže mať kladné alebo záporné znamienko.

Pri presných meraniach výsledok merania sa vyjadruje v tvare dvojčlena

$$S = N \pm \Delta_{\max}, \quad (3.9)$$

pričom Δ_{\max} je najväčšia možná absolútna chyba merania určená súčtom čiastkových chýb

$$\Delta_{\max} = \Delta_m + |\Delta_T| + \text{sign} \Delta_m, \quad (3.10)$$

kde Δ_m je absolútna chyba meracej metódy, Δ_T – najväčšia možná absolútna chyba určená z chýb meracích prístrojov Δ_u a členov meracieho obvodu $\Delta_{\text{čmo}}$.

Neznáme znamienka (sign) jednotlivých čiastkových chýb počítame v najnepriaznivejšom prípade tak, aby tieto ovplyvňovali výsledok tým istým smerom

$$\Delta_T = \sum \Delta_u + \sum \Delta_{\text{čmo}} \quad (3.11)$$

Absolútna chyba údajov prístroja

$$\Delta_u = N_u - S, \quad (3.12)$$

kde N_u je údaj prístroja, S – skutočná veľkosť meranej veličiny na svorkách meracieho prístroja. Absolútna chyba Δ_p meracieho prístroja

$$\Delta_p = \frac{M}{100} \cdot \delta_p, \quad (3.13)$$

kde δ_p je trieda presnosti meracieho prístroja.

Pri priamych metódach merania je najväčšia možná absolútna chyba merania

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p, \quad (3.14)$$

kde M je maximálny merací rozsah prístroja, δ_p – trieda presnosti prístroja podľa (3.18).

Pri posudzovaní meracích metód sa často žiada udať pri nameranej hodnote aj stupeň presnosti, s akou bola nameraná. Na porovnanie presnosti podobných meracích metód (niekoľkých meraní), je výhodnejšie vyjadriť odchýlky od skutočných hodnôt pomocou **relatívnej chyby**, ktorá lepšie vystihuje presnosť meracej metódy. Relatívna chyba merania je pomer absolútnej chyby Δ ku skutočnej hodnote S meranej veličiny

$$\delta = \frac{\Delta}{S}. \quad (3.15)$$

Takto vyjadrená chyba sa nazýva pomerná (relatívna) chyba. Ak vyjadríme relatívnu chybu v percentách zo skutočnej hodnoty, dostaneme percentuálnu (relatívnu) chybu.

$$\delta = \frac{\Delta}{S} \cdot 100 \%. \quad (3.16)$$

Keďže skutočnú hodnotu S nepoznáme (prítom vieme, že nameraná hodnota N sa od nej príliš nelíši a že teda absolútna chyba je pomerne malá) môžeme relatívnu chybu vyjadriť v percentách z nameranej hodnoty

$$\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 \%, \quad (3.17)$$

kde Δ je absolútna chyba merania podľa (3.8), S – skutočná hodnota.

Relatívna chyba údajov prístroja

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{S} \cdot 100 \%. \quad (3.18)$$

Relatívna chyba δ_p meracieho prístroja sa najčastejšie udáva ako absolútna chyba prístroja Δ_p v percentách maximálnej hodnoty M meracieho rozsahu prístroja

$$\delta_p = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 \% \quad (3.19)$$

Relatívna chyba meracieho prístroja, definovaná podľa (3.19), určuje **triedu presnosti** väčšiny meracích prístrojov, čiže dovolenú hranicu relatívnej chyby prístroja pri vzťahných podmienkach predpísaných výrobcom.

Najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T

$$|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 \% \quad (3.20)$$

kde Δ_T je najväčšia možná absolútna chyba merania, N – nameraná hodnota.

Pri niektorých presných meracích prístrojoch (triedy presnosti 0,1 a 0,2) udáva výrobca tzv. opravy (korekcie). **Korekcia (oprava)** je hodnota, ktorú treba k nameranej hodnote N pripočítať, aby sme získali skutočnú hodnotu S meranej veličiny

$$S = N + O \quad (3.21)$$

$$O = S - N \quad (3.22)$$

Korekcia je vlastne absolútna chyba meracieho prístroja (3.13) so záporným znamienkom

$$O = -\Delta_p \quad (3.23)$$

Chyby merania pri nepriamych metódach merania sú chyby výsledku merania Y . Výsledok merania Y určuje nejaká známa matematická funkcia, napr. troch premenných A , B , C , ktoré sme zistili priamym meraním. Predpokladajme, že výsledná meraná veličina je daná funkciou

$$Y = f(A, B, C) = A^m \cdot B^n \cdot C^p \quad (3.24)$$

Vypočítajme relatívnu chybu merania pre tento konkrétny prípad. Urobme totálny diferenciál funkcie (3.24)

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial A} dA + \frac{\partial Y}{\partial B} dB + \frac{\partial Y}{\partial C} dC$$

Celú rovnicu delíme Y a jednotlivé členy na pravej strane násobíme $\frac{A}{A}$, $\frac{B}{B}$, $\frac{C}{C}$

$$\frac{dY}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{dA}{A} \cdot \frac{A}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot \frac{dB}{B} \cdot \frac{B}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial C} \cdot \frac{dC}{C} \cdot \frac{C}{Y}$$

Diferenciály nahradíme malými prírastkami ($dY \rightarrow \Delta Y$)

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{A}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{B}{Y} + \frac{\partial Y}{\partial C} \cdot \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C}{Y} \quad (3.25)$$

Diferencie sú vlastne absolútne chyby merania jednotlivých veličín a činitele $\frac{\Delta A}{A}$ sú podľa (3.17) relatívne chyby merania

$$\delta_A = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100 \%$$

Vypočítajme parciálne derivácie v (3.25) pre funkciu Y (3.24) a upravme rovnicu (3.25)

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = m \cdot A^{m-1} \cdot B^n \cdot C^p \quad \frac{\partial Y}{\partial B} = A^m \cdot n \cdot B^{n-1} \cdot C^p \quad \frac{\partial Y}{\partial C} = A^m \cdot B^n \cdot p \cdot C^{p-1}$$

$$\delta_Y = mA^{m-1}B^nC^p \cdot \delta_A \cdot \frac{A}{A^mB^nC^p} + A^m nB^{n-1}C^p \cdot \delta_B \cdot \frac{B}{A^mB^nC^p} + A^mB^n pC^{p-1} \cdot \delta_C \cdot \frac{C}{A^mB^nC^p}$$

Výsledná relatívna chyba potom je

$$\delta_Y = m \cdot \delta_A + n \cdot \delta_B + p \cdot \delta_C \quad (3.26)$$

$$\text{alebo } |\delta_Y| = |m| \cdot |\delta_A| + |n| \cdot |\delta_B| + |p| \cdot |\delta_C| \quad (3.27)$$

Absolútne a relatívne chyby merania pri nepriamych meracích metódach pre niektoré základné matematické úkony udáva tab. 3.3.

Tabuľka 3.3 Absolútne a relatívne chyby pre základné matematické operácie

Matematický úkon	Výsledný vzťah	Absolútna chyba	Relatívna chyba
Násobenie konštantou	$Y = n \cdot A$	$ \Delta_Y = n \Delta_A $	$ \delta_Y = \delta_A $
Mocnina	$Y = A^n$	$ \Delta_Y = nA^{n-1} \cdot \Delta_A $	$ \delta_Y = n \cdot \delta_A $
Odmocnina	$Y = \sqrt[n]{A}$	$ \Delta_Y = \left \frac{1}{n} A^{\frac{1-n}{n}} \right \cdot \Delta_A $	$ \delta_Y = \left \frac{1}{n} \right \cdot \delta_A $
Prirodzený logaritmus	$Y = \ln A$	$ \Delta_Y = \frac{1}{A} \Delta_A = \delta_A $	$ \delta_Y = \left \frac{1}{\ln A} \right \cdot \delta_A $
Súčet	$Y = A + B$	$ \Delta_Y = \Delta_A + \Delta_B $	$ \delta_Y = \frac{ \delta_A \cdot A + \delta_B \cdot B }{A + B}$
Rozdiel	$Y = A - B$		$ \delta_Y = \frac{ \delta_A \cdot A + \delta_B \cdot B }{A - B}$
Súčin	$Y = A \cdot B$	$ \Delta_Y = \Delta_A \cdot B + \Delta_B \cdot A $	$ \delta_Y = \delta_A + \delta_B $
Podiel	$Y = \frac{A}{B}$	$ \Delta_Y = \frac{ \Delta_A \cdot B + \Delta_B \cdot A }{B^2}$	

Doteraz uvedené chyby merania boli chyby **systematické (sústavné)**. Systematické chyby sa prejavujú vtedy, ak meria ten istý pozorovateľ za rovnakých podmienok. Systematické chyby majú stále rovnaké znamienko, výsledok merania zväčšujú alebo znižujú. Väčšinou veľkosť systematických chýb môžeme viac alebo menej presne určiť.

Oproti systematickým chybám **náhodné chyby (chyby cudzích rušivých vplyvov)** sa vyskytujú celkom náhodne, majú zvyčajne neznámy pôvod a vyskytujú sa s neznámou zákonitosťou. Existenciu náhodných chýb dokazuje skutočnosť, že ak určité veličiny meriame niekoľkokrát za rovnakých podmienok, nameriame odlišné výsledky merania.

Zo štatistiky vyplýva, že najsprávnejšou hodnotou nameranej veličiny je aritmetický priemer nameraných hodnôt jednotlivých meraní

$$N = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{n} \quad (3.28)$$

V elektrickom meraní sa náhodné chyby vyskytujú najmä tam, kde sa uplatní množstvo ťažko kontrolovateľných rušivých vplyvov. V oblasti náhodných chýb sa definuje stredná kvadratická chyba (smerodajná odchýlka), pravdepodobná chyba a krajná chyba. S náhodnými chybami sa počíta pri najpresnejších meraniach a pri fyzikálnych meraniach. Prehľad teórie náhodných chýb neuvádzame.

3.1.3 Neistota merania – nový spôsob hodnotenia presnosti merania

Základným nedostatkom klasického hodnotenia merania (založeného na pojmoch chyba merania a správna hodnota meranej veličiny), využívaného v meracej technike viac ako jedno storočie je tá skutočnosť, že „skutočnú“, „správnu“ alebo „pravú“ hodnotu meranej veličiny v praxi nikdy nepoznáme. Táto sa nahradzovala „konvenčnou pravou“ hodnotou, určenou meraním pomocou metódy alebo prístroja podstatne presnejšieho, než je meranie, ktorého chybu chceme určiť. Od 80-tych rokov 20. storočia sa ale v meracej technike postupne zavádza hodnotenie presnosti merania novým spôsobom, v ktorom je kľúčovým pojmom tzv. **neistota merania**. Najrôznejšie vplyvy, ktoré sa v reálnom meracom procese vyskytujú spolu s meranou veličinou, sa prejavujú odchýlkou medzi nameranou a skutočnou hodnotou meranej veličiny. Výsledok merania sa tak (po aplikovaní prípadných korekcií systematických chýb) pohybuje v určitom „tolerančnom pásme“ okolo skutočnej hodnoty. Rozsah hodnôt, ktoré je možné racionálne priradiť k meranej veličine, charakterizuje práve neistota merania. V roku 1993 vydala Medzinárodná organizácia pre normalizáciu (ISO) prvé vydanie praktickej príručky pre určovanie neistôt meraní (Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements).

Pojem neistota merania sa dnes už udomácnil v oblasti metrológie a kalibrácie, ale do praxe priemyselných a bežných laboratórnych meraní sa začína len teraz zavádzať. Od roku 2001 platí európska norma IEC 60359 „Electrical and electronic measurement equipment –

Expression of performance; Elektrické a elektronické meracie zariadenie – vyjadrovanie vlastností “. Táto norma definuje:

- meranú hodnotu – stredný prvok súboru, ktorý reprezentuje meranú veličinu
- neistotu merania – parameter priradený k výsledku merania charakterizujúci rozptýlenie hodnôt, ktoré sa dajú odôvodnene považovať za hodnotu veličiny, ktorá je objektom merania.

Týmto parametrom môže byť štandardná (smerodajná) odchýlka veličiny, pre ktorú je neistota udávaná. Označuje sa symbolom **u** (z angl. **uncertainty**, slovensky **neistota**). Štandardné neistoty sa podľa spôsobu svojho vyhodnotenia delia na:

1. štandardné neistoty typu (kategórie) A (označenie u_A) – sú stanovené z výsledkov opakovaných meraní štatistickou analýzou série nameraných hodnôt (zodpovedajú v podstate náhodným chybám podľa klasického prístupu). Ich príčiny sa považujú za neznáme a ich hodnota klesá s počtom meraní
2. štandardné neistoty typu (kategórie) B (označenie u_B) – sú získané inak než štatistickým spracovaním výsledkov opakovaných meraní. Sú vyhodnotené pre jednotlivé zdroje neistoty identifikované pre konkrétne meranie a ich hodnoty nezávisia od počtu opakovania merania (podobne ako systematické chyby merania podľa klasického spôsobu vyjadrenia presnosti merania). Pochádzajú od rôznych zdrojov a ich spoločné pôsobenie vyjadruje výsledná štandardná neistota typu B.

V praxi sa len zriedka vystačí s jedným alebo druhým typom neistoty samostatne. Zlúčením štandardnej neistoty typu A rovnicej u_A s výslednou štandardnou neistotou typu B rovnicej u_B sa získa

3. kombinovaná štandardná neistota typu (kategórie) C (označenie u_C) – vypočíta sa podľa vzťahu

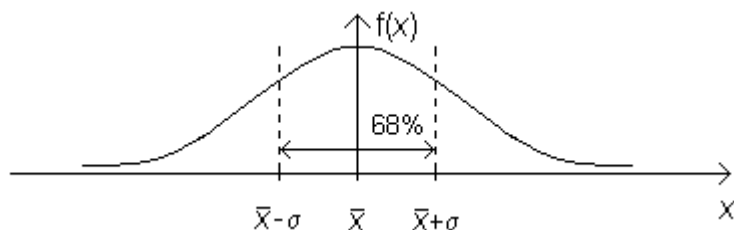
$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (3.29)$$

Fyzikálny význam štandardnej neistoty

Smerodajná odchýlka veličiny x (štandardná neistota) predstavuje:

- a) pri veličine majúcej normálne rozdelenie – polovicu šírky intervalu, v strede ktorého leží výsledok merania \bar{x} (priemerná hodnota opakovaných meraní) veličiny x a v ktorom s pravdepodobnosťou približne 68 % leží skutočná hodnota veličiny x zodpovedá štandardnej neistote typu A. Hustota pravdepodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (3.30)$$



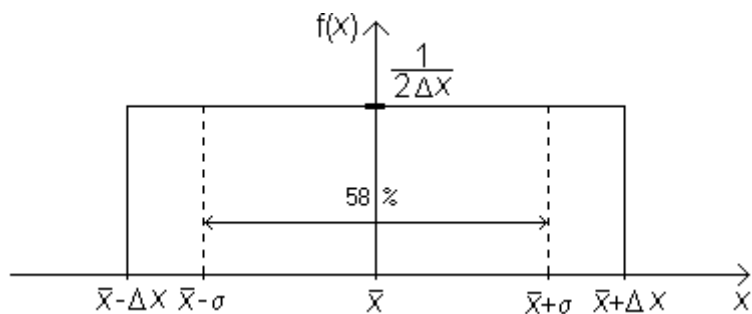
Obr. 3.1 Veličina s normálnym rozdelením

- b) pri veličine majúcej rovnomerné rozdelenie v intervale šírky $2\Delta x$, v strede ktorého leží výsledok merania \bar{x} veličiny x , (t. j. všetky hodnoty tejto veličiny ležia v intervale $\pm \Delta x$ okolo výsledku merania) sa rovná $\Delta x/\sqrt{3}$ (pravdepodobnosť, že v intervale $x \pm \Delta x/\sqrt{3}$ leží skutočná hodnota veličiny x je 58 %).

$$D = \frac{[\Delta x - (-\Delta x)]^2}{12} = \frac{4\Delta x^2}{12} = \frac{\Delta x^2}{3} \rightarrow \text{rozptyl meranej veličiny.}$$

Smerodajná odchýlka je $\sigma = \sqrt{D} = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$

- častý predpoklad pre zložky štandardnej neistoty typu B



Obr. 3.2 Veličina s rovnomerným rozdelením

Vzťah medzi maximálnou odchýlkou od strednej hodnoty (polovicou šírky intervalu, v ktorom môžu ležať hodnoty veličiny) a štandardnou odchýlkou sa dá určiť i pre iné než rovnomerné rozdelenie pravdepodobnosti.

Pravdepodobnosť, že skutočná hodnota leží v intervale udanom štandardnou neistotou je nízka (68 % pre normálne rozdelenie – neistoty typu A, 58 % pre rovnomerné rozdelenie – časté pri neistotách typu B). Aby sme zistili, že v pásme, ktorého šírka je určená neistotou, leží väčšie percento hodnôt než napr. 68 %, použijeme interval šírky väčšej ako 2σ . Štandardnú neistotu vynásobíme koeficientom rozšírenia $k_r = 2$ a tak dostaneme rozšírenú neistotu $U(x)$.

4. rozšírená neistota $U(x)$ – je to súčin kombinovanej štandardnej neistoty u_C a koeficientu rozšírenia k_r

$$U(x) = k_r \cdot u_C(x) \quad (3.31)$$

kde U je rozšírená neistota, k_r je koeficient rozšírenia, u_C je kombinovaná štandardná neistota, x je meraná veličina. Najčastejšie sa používa hodnota koeficientu rozšírenia $k_r = 2$, v niektorých prípadoch môže hodnota k_r ležať v intervale $<2, 3>$. (Pre $k_r = 2$ je pravdepodobnosť, že skutočná hodnota leží v intervale udanom rozšírenou neistotou 95 % pre normálne rozloženie a $k_r = 3$ zodpovedá úrovni spoľahlivosti 99,7 %.)

Vyhodnotenie priameho merania štandardných neistôt typu B

Odhad na základe dostupných informácií a skúseností, obvyčajne

- z údajov výrobcu (technické parametre použitého zariadenia, napr. trieda presnosti elektromechanického MP, dvojica parametrov charakterizujúcich presnosť číslicového prístroja alebo tolerancia pri pasívnych súčiastkach a pod.),
- z údaju získaného pri kalibrácii a z certifikátov,
- z neistoty referenčných údajov v príručkách,
- z predchádzajúcich meraní.

1. Prístroj používame podľa stanovených pracovných podmienok – ovplyvňujúce veličiny nadobúdajú hodnoty v rozsahu definovanom výrobcom (t. j. prevádzková neistota údajov prístroja sa určí z parametrov udaných výrobcom)

a) ručičkové prístroje

Klasicky definovaná chyba prístroja Δ_p :

- určuje maximálnu možnú odchýlku nameranej hodnoty od hodnoty skutočnej
- je definovaná triedou presnosti prístroja TP (δ_p)
- určíme ju zo vzťahu $\Delta_p = \frac{M}{100} \cdot \delta_p$, kde M je najväčšia hodnota meracieho rozsahu

Určenie štandardnej neistoty údajov:

- interval $< -\Delta_{zmax}, +\Delta_{zmax}>$, v ktorom hodnota meranej veličiny s veľkou pravdepodobnosťou leží, sa rovná $< -\Delta_p, +\Delta_p>$
- predpokladáme, že ide o rovnomerné rozloženie
- neistotu údajov prístroja vypočítame zo vzťahu

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta_{zmax}}{\sqrt{3}} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p \quad (3.32)$$

b) číslicové prístroje

Klasicky definovaná chyba prístroja Δ_p :

- určuje maximálnu možnú odchýlku nameranej hodnoty od hodnoty skutočnej

- je definovaná

α) chybou z odčítanej hodnoty δ_1 a chybou z rozsahu δ_2 ; chybu údajá X určíme zo vzťahu

$$\Delta x = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M, \quad \text{kde } M \text{ je najväčšia hodnota meracieho rozsahu}$$

β) chybou z odčítanej hodnoty δ_1 a počtom kvantizačných krokov $\pm N$; chybu údajá X určíme zo vzťahu

$$\Delta x = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R, \quad \text{kde } R \text{ je rozlíšenie prístroja,}$$

t. j. hodnota meranej veličiny zodpovedajúca kvantizačnému kroku

Určenie štandardnej neistoty údajá:

- interval $< -\Delta z_{\max}, +\Delta z_{\max} >$, v ktorom hodnota meranej veličiny s veľkou pravdepodobnosťou leží, sa rovná $< -\Delta_X, +\Delta_X >$
- predpokladáme, že ide o rovnomerné rozloženie
- neistotu údajá prístroja vypočítame podľa vzťahu

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} \quad \text{poprípade} \quad u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R}{\sqrt{3}}$$

2. Prístroj nepoužívame podľa stanovených pracovných podmienok – ovplyvňujúce veličiny nadobúdajú hodnoty mimo rozsah definovaný výrobcom (v tomto prípade je spôsob vyhodnotenia neistoty údajá prístroja podstatne zložitejší).

Vyhodnotenie priameho merania štandardných neistôt typu A

- zodpovedá výpočtu náhodných chýb,
- metóda vychádza zo štatistickej analýzy série opakovaných meraní. Ak je n nezávislých rovnako presných pozorovaní ($n > 1$),
- odhad výslednej hodnoty x meranej veličiny X je reprezentovaný hodnotou výberového priemeru (aritmetického priemeru),
- neistota príslušná k odhadu x sa určí ako smerodajná odchýlka výberového priemeru

$$u_A(x) = \sigma(\bar{X}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \text{kde } \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.33)$$

$\sigma(\bar{X})$ je odhad smerodajnej odchýlky aritmetického priemeru, n – počet prvkov výberového súboru. Táto neistota je spôsobená kolísaním nameraných údajov. V prípade

malého počtu meraní ($n < 10$) je takto určená hodnota málo spoľahlivá. Ak chceme vyhodnocovať neistotu merania typu A, opakujeme meranie pokiaľ možno viackrát.

Vyhodnotenie neistôt nepriamych meraní

Nepriame merania sú merania, pri ktorých sa meraná veličina Y vypočíta pomocou známej funkčnej závislosti z n veličín X_i , určených priamym meraním, ktorých odhad a neistoty (prípadne i vzájomné väzby – kovariancia) sú známe, teda

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad \text{kde } f \text{ je známa funkcia.}$$

Odhad y hodnoty výstupnej veličiny Y sa dá určiť zo vzťahu

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad \text{kde } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ sú odhady vstupných veličín } X_1, X_2, \dots, X_n.$$

Zákon šírenia neistôt v prípade, že vstupné veličiny nie sú medzi sebou korelované, je daný vzťahom

$$u_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{x_i} \right)^2} \quad (3.34)$$

kde u_y je kombinovaná štandardná neistota veličiny y , u_{x_i} sú štandardné kombinované neistoty meraných veličín x_i . (Pri zlučovaní neistôt sa ani pri ich malom počte neuvažuje ich aritmetický súčet ako pri výpočte maximálne možnej chyby, ale vždy sa používa súčet geometrický).

Neistota hodnoty X pasívneho prvku (etalónu, dekády, deliča a pod.) použitého v meracom obvode, pri ktorom je uvedené tolerančné pásmo $\pm \Delta z_{\max}$ alebo trieda presnosti TP (δ_p), sa určí podľa vzťahu

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} \quad \text{poprípade} \quad u_B = \frac{X/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p \quad (3.35)$$

3.1.4 Metodika merania a zásady pre používanie základných MP

Pravidlá pre používanie meracích prístrojov:

- A. *Príprava MP na meranie* – pred použitím ručičkového MP sa musí skontrolovať mechanické nastavenie nuly (robí sa zvyčajne pomocou skrutkovača). Prepínač $-$, \sim , Ω nastav do správnej polohy a potom podľa druhu meranej veličiny (prúd, napätie) nastav polohu prepínača. Merací rozsah nastav na väčšiu hodnotu ako je predpokladaná hodnota meranej veličiny. Ak máš pochybnosti o veľkosti meranej veličiny, nastav najväčší merací rozsah.
- B. *Zapojenie MP do obvodu* – v jednosmerných obvodoch pripoj na svorku “ + “ prístroja červený spojovací vodič, na svorku “ - “ modrý spojovací vodič (meráciu

šnůru), ak je to možné. V striedavých obvodoch pripoj na kladnú svorku hnedý alebo čierny spojovací vodič, na zápornú svorku modrý alebo zeleno-žltý vodič, ak je to možné.

C. *Postup počas merania* – neprepínaj prístroj na menší rozsah, pokiaľ si sa nepresvedčil, že hodnota meranej veličiny je menšia ako príslušný merací rozsah. Pokiaľ je prístroj zapojený v meracom obvode nestláčaj tlačidlo elektronickej poistky “Reset“. Vždy najprv odpoj prístroj od napätia, skontroluj zapojenie a odstráň chybu. Až potom “resetuj“ prístroj a pripoj ho na napätie. Prípadné závady alebo poruchy ihneď oznám cvičiacemu učiteľovi.

D. *Po meraní* – vypni napájanie batérií, ak ich prístroj obsahuje, prepínačom (voličom) nastav transportnú alebo neutrálnu polohu.

Poznámka: Pri meraní treba vždy použiť najmenší možný merací rozsah, aby chyba merania bola čo najmenšia, resp. merací rozsah prístroja je potrebné s ohľadom na presnosť merania voliť tak, aby bola meraná hodnota pokiaľ možno v poslednej tretine stupnice (na presné určenie meranej hodnoty sa musí zvoliť správny merací rozsah tak, aby výchylka ručičky bola čo najväčšia). Vtedy je možné počítať s menšou relatívnou chybou merania (napr. prípustná vypočítaná relatívna chyba vychádza pre údaje uprostred stupnice dvojnásobná, ako pre koniec stupnice).

Zásady používania a zapájania najbežnejších MP do obvodu:

Voltmeter (V-m): používa sa na meranie napätia zdroja alebo napätia na elektrických zariadeniach a spotrebičoch. Zapája sa vždy paralelne k zariadeniu, ktorého napätie chceme merať. Voltmeter môžeme pripojiť bez toho, aby sme menili zapojenie obvodu, v ktorom chceme merať napätie, tzn., že neovplyvňuje pomery v obvode, ak je správne zapojený alebo ak ho odpojíme. Premostením voltmetra vodičom by sa výrazne ovplyvnili pomery v obvode (premostenie V-m môže spôsobiť skrat v obvode!). Voltmetre majú veľký vnútorný odpor R_V , preto ich možno pripojiť paralelne k zdroju alebo spotrebiču. V-m má pri určitom meracom rozsahu konštantný vnútorný odpor, bez ohľadu na výchylku ručičky! Pri zväčšení meracieho rozsahu sa odpor voltmetra zväčší! Pri meraní jednosmerných napätí musíme dodržať polaritu zapojenia voltmetra (inak sa ručička vychýli doľava, von zo stupnice).

Označenie kladnej (vstupnej) svorky voltmetrov: “+“; “V“; “červená farba svorky“.

Označenie zápornej (výstupnej) svorky V-m: “–“; “*“; “⊥“; “0“;

“common“; “⊥“; “čierna farba svorky“.

Pre nameranú hodnotu napätia voltmetrom platí

$$U = \frac{M_U}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_V \cdot \alpha \quad (3.36)$$

kde M_U je merací rozsah voltmetra, α_c je celkový počet dielikov stupnice voltmetra, α je výchylka ručičky voltmetra.

Podiel $\frac{M_U}{\alpha_c}$ [V/dielik] sa nazýva konštanta voltmetra a označuje sa K_V .

Ampérmeter (A-m): používa sa na meranie elektrického prúdu v obvodoch. Zapája sa do série s tým prvkom obvodu, ktorého prúd chceme merať. Ampérmeter neovplyvňuje pomery v obvode, ak je správne zapojený, prípadne ak je premostený vodičom. Ak ampérmeter odpojíme, pomery v obvode sa výrazne zmenia (netečie prúd). Ampérmeter má malý vnútorný odpor R_A , preto ho možno pripojiť do série so spotrebičom alebo iným zariadením. A-m má na určitom meracom rozsahu konštantný vnútorný odpor, bez ohľadu na výchylku ručičky! Pri zväčšení meracieho rozsahu sa odpor ampérmetra zmenší! Pri meraní jednosmerných prúdov, ktoré tečú od miesta s vyšším potenciálom k miestu s nižším potenciálom, musíme dodržať polaritu zapojenia ampérmetra, podobne ako pri voltmetri (inak sa ručička vychýli doľava, von zo stupnice).

Označenie kladnej (vstupnej) svorky ampérmetrov: “+”; “A”; “červená farba svorky”.

Označenie zápornej (výstupnej) svorky A-m: “-”; “*”; “⊥”; “0”;

“common”; “⊥”; “čierna farba svorky”.

Meranú hodnotu prúdu určíme zo vzťahu (3.37)

$$I = \frac{M_I}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_A \cdot \alpha \quad (3.37)$$

kde M_I je merací rozsah ampérmetra, α_c je celkový počet dielikov stupnice ampérmetra, α je výchylka ručičky ampérmetra

Podiel $\frac{M_I}{\alpha_c}$ [A/dielik] sa nazýva konštanta ampérmetra a označuje sa K_A .

Wattmeter (W-m): je merací prístroj na meranie výkonu. Výkon jednosmerného prúdu je definovaný ako súčin U a I ($P = U \cdot I$ [W]) a činný výkon ~ jednofázovej sústavy je daný vzťahom $P = U I \cdot \cos \varphi$ [W]. W-m sa do obvodu pripája vždy pomocou štyroch svoriek (dve pre napäťovú cievku – U a dve pre prúdovú cievku – I). Napäťovú cievku wattmetra zapájame do obvodu rovnako ako voltmeter a prúdovú cievku rovnako ako ampérmeter. Meranú hodnotu výkonu určíme

$$P = \frac{M_U \cdot M_I}{\alpha_c} \cdot \alpha = K_W \cdot \alpha \quad (3.38)$$

kde M_U je napäťový rozsah wattmetra; α_c je celkový počet dielikov stupnice W-m

M_I je prúdový rozsah wattmetra; α je výchylka ručičky wattmetra

Podiel $\frac{M_U \cdot M_I}{\alpha_c}$ [W/dielik] sa nazýva konštanta wattmetra a označuje sa K_W .

Pre ručičkové wattmetre sa najčastejšie používa merací systém elektrodynamický alebo ferodynamický. Ďalej sú uvedené rôzne druhy označovania svoriek wattmetra.

Označenie začiatku prúdovej svorky: “↓“, “*“, plná svorka “●“, väčšie rozmery svorky.

Označenie konca prúdovej svorky: “A“, “mA“, “⊥ I“, “0“, prázdna svorka “○“, väčšie rozmery svorky alebo bez označenia.

Označenie začiatku napäťovej svorky: “↓“, “*“, plná svorka “●“, menšie rozmery.

Označenie konca napäťovej svorky: “V“, “mV“, “⊥ U“, “0“, prázdna svorka “○“, menšie rozmery svorky alebo bez označenia.

Pri wattmetroch musíme dbať na to, aby bol pri meraní zvolený správny prúdový i napäťový rozsah. Inak by sa mohol wattmeter poškodiť. Ukážeme si to na nasledovnom konkrétnom príklade: výkon 100 W môže vzniknúť pri napätí 100 V a prúde 1 A. Ale tiež pri napätí 10 V a prúde 10 A. V prvom prípade (100 V, 1 A) musí byť napäťový rozsah vhodný na 100 V a prúdový rozsah na 1 A. V druhom prípade (10 V, 10 A) musí byť napäťový rozsah vhodný na 10 V a prúdový rozsah vhodný na 10 A. Ak by sme pripojili napäťové svorky na príliš veľké napätie alebo by prúdovou cievkou prechádzal príliš veľký prúd, mohla by sa príslušná cievka spaľiť a W-m poškodiť. *Pozor!*: pritom by ručička prístroja nemusela mať ani maximálnu výchylku. Preto sa pri meraní s W-m zvyčajne súčasne kontroluje voltmetrom veľkosť napätia na napäťovej cievke ampérmetrom veľkosť prúdu cez prúdovú cievku. Pri meraní s W-m sa nesmie prerušiť prúdový obvod (nesmie sa odpojiť prúdová cievka). Treba si tiež uvedomiť, že W-m je citlivý na polaritu pri meraní výkonu jednosmerného aj striedavého prúdu!

Ohmmeter (Ω -m): je merací prístroj určený na meranie odporov priamou metódou. **Ohmmeter sa zapája do obvodu, ktorý nie je pripojený na napätie!** Pred použitím ohmmetra (resp. ručičkového multimetra) sa musí skontrolovať nastavenie nuly “0” a nekonečna “ ∞ ” takto

- prepínač (volič) sa nastaví na najnižší merací rozsah merania odporu,
- pripojovacie svorky ohmmetra sa skratujú,
- otáčaním regulačného prvku označeného $\leftarrow 0 \rightarrow$ nastavíme ručičku (výchylku) na nulu,
- prerušíme skratovanie pripojovacích svoriek,
- otáčaním regulačného prvku $\leftarrow \Omega \rightarrow$ nastavíme ručičku (výchylku) na hodnotu ∞ .

Vždy keď prepne merací rozsah, treba znovu skontrolovať a prípadne nastaviť 0 a ∞ .

Číslicový (digitálny) MP: tento prístroj je bez ručičky. Meraná hodnota sa zobrazuje na displeji ako číselný údaj. Číslicový MP má veľmi veľký odpor na všetkých napäťových meracích rozsahoch. Pri týchto MP je nastavenie nuly obvyčajne automatické, alebo otáčaním kalibračného (nastavovacieho) prvku "CAL". Nastavenie nuly platí pre všetky rozsahy a merané veličiny, teda aj pre odpor. Pri zmene meracieho rozsahu sa automaticky mení poloha desatinnej čiarky (bodky) na displeji. Aby sme merali s číslicovým MP (ČMP) čo najpresnejšie, zvolíme najmenší možný merací rozsah. Zvolený rozsah ale nesmie byť menší, ako je hodnota meranej veličiny. Záporná (výstupná) svorka sa pri niektorých ČMP označuje \perp alebo COM. Displeje číslicových MP sú obvyčajne 3 - miestne, $3\frac{1}{2}$ (čítaj tri a pol) - miestne, 4 - miestne a $4\frac{1}{2}$ - miestne. Multimetre majú väčšinou $3\frac{1}{2}$ alebo $4\frac{1}{2}$ - miestne číslicové displeje, to znamená, že prvá číslica (ľavá) môže mať len hodnotu 1 alebo 0 (ak nesvieti). Ostatné tri alebo štyri číslice môžu mať pri meraní ľubovoľnú hodnotu (t. j. 0 až 9). Okrem spomenutých číslic displej zobrazuje aj ďalšie údaje

- stav batérie, znamienko pri meraní jednosmerných veličín,
- druh napätia alebo prúdu (DC - Direct Current - jednosmerný prúd; AC - Alternating Current - striedavý prúd),
- jednotku, v ktorej sa meria prúd, napätie, odpor, frekvencia, kapacita, indukčnosť alebo teplota (μA , mA, A, mV, V, Ω , k Ω , M Ω , Hz, kHz, MHz, nF, μF , mF, μH , mH, $^{\circ}C$, $^{\circ}F$ a i.), čo závisí od polohy prepínača, ktorým sa nastavuje merací rozsah.

Zásady a postup pri zostavovaní obvodu (meracieho zapojenia)

1. Merací obvod zapoj podľa schémy zapojenia (najprv sa má zapojiť prúdový obvod a až na konci sa pripoja voltmetre).
2. Použi spojovacie vodiče (meracie šnúry) vhodnej dĺžky.
3. Na pripojenie svorky "+" použi červené, resp. hnedé (čierné) vodiče a šnúry.
4. Na pripojenie svorky "-" použi modré, resp. zelenožlté vodiče a šnúry.
5. Ak je to potrebné použi ostatné spojovacie vodiče inej farby.
6. Zapnúť zdroj sa smie vždy len so súhlasom učiteľa, resp. cvičiaceho.
7. Ak je výchylka malá, treba vždy spoľahlivo určiť, či možno prepnúť na menší rozsah.
8. Po nameraní požadovaných hodnôt, nezabudni vypnúť zdroj a pri elektronických meracích prístrojoch vypni elektrické napájanie.
9. Všetky zmeny zapojenia a odstraňovanie chýb rob len vo vypnutom stave!
10. Odstraňovanie technických porúch prístrojov je študentom prísne zakázané. Poruchy a chyby MP odstraňuje zodpovedný technik po nahlásení poruchy cvičiacim.

3.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 3.2.1. Voltmeter má stupnicu 0 až 120 dielikov (rozsah stupnice) a nastavený merací rozsah $M = 60 \text{ V}$. Aká je konštanta a citlivosť voltmetra? Aká veľká výchylka α [d] pripadá na hodnotu 55 V a aké napätie pripadá na výchylku $\alpha = 80 \text{ d}$?

Riešenie: Konštanta voltmetra

$$K_V = \frac{M}{\alpha_c} = \frac{60 \text{ V}}{120 \text{ d}} = 0,5 \text{ V / d}.$$

Napäťová citlivosť voltmetra

$$C_U = \frac{1}{K_V} = \frac{\alpha_c}{M} = \frac{120 \text{ d}}{60 \text{ V}} = 2 \text{ d / V}.$$

Výchylka pri napätí 55 V $\alpha = \frac{U}{K_V} = U \cdot C_U = \frac{55 \text{ V}}{0,5 \text{ V} \cdot \text{d}^{-1}} = 55 \text{ V} \cdot 2 \text{ d} \cdot \text{V}^{-1} = 110 \text{ d}.$

Merané napätie pri $\alpha = 80 \text{ d}$ $U = K_V \cdot \alpha = 0,5 \text{ V} \cdot \text{d}^{-1} \cdot 80 \text{ d} = 40 \text{ V}.$

Príklad 3.2.2. Wattmeter má napäťový rozsah 60 V a prúdový rozsah 2 A pri $\cos \varphi = 0,1$. Vypočítajte konstantu wattmetra K_W , ak má jeho stupnica 100 dielikov.

Riešenie: Konštanta wattmetra

$$K_W = \frac{U_n I_n}{\alpha_n} \cdot \cos \varphi_n = \frac{60 \text{ V} \cdot 2 \text{ A}}{100 \text{ d}} \cdot 0,1 = 0,12 \text{ W / d}.$$

Príklad 3.2.3. Rozvádzačový ampérmeter triedy presnosti 1,5 % s nulou uprostred, s meracím rozsahom -50 A až $+50 \text{ A}$ má meraním zistenú absolútnu chybu $\Delta X_{\max} = 1,2 \text{ A}$. Pri skúšaní na zmenu údajov vplyvom okolitej teploty sa údaj zmenil o $\Delta Z = \pm 0,9 \text{ A}$. Zistite, či prístroj vyhovuje svojej triede presnosti a určte celkovú chybu pri skúške na vplyv teploty.

Riešenie: Najväčšia dovolená chyba (hraničná chyba):

$$\Delta M = \frac{\Delta X_{\max}}{M_{\max}} \cdot 100 = \frac{1,2 \text{ A}}{100 \text{ A}} \cdot 100 = 1,2 \text{ \%}.$$

Zmena údajov $\delta_{z \max}$ vyjadrená v % najväčšej hodnoty meracieho rozsahu M_{\max} , ktorá je tiež rozhodujúca pre zaradenie prístroja do príslušnej triedy presnosti, bude

$$\delta_{z \max} = \frac{\Delta Z}{M_{\max}} \cdot 100 = \frac{\pm 0,9 \text{ A}}{100 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 0,9 \text{ \%},$$

kde ΔZ je absolútna maximálna zmena údajov.

Prístroj vyhovuje triede presnosti 1,5 %, lebo ani percentuálna chyba prístroja (1,2 %), ani percentuálna zmena údajov ($\pm 0,9 \text{ \%}$) neprekročili hodnotu danú triedou presnosti.

Celková chyba pri skúške na vplyv teploty je $1,2 \% + (+ 0,9 \%) = 2,1 \%$
 alebo $1,2 \% + (- 0,9 \%) = 0,3 \%$,
 z najväčšej hodnoty meracieho rozsahu M_{\max} . Celková chyba teda môže prekročiť hodnotu triedy presnosti.

Príklad 3.2.4. Číslicový voltmeter so 4 - miestnym displejom a presnosťou $\pm (0,5 \% \text{ z meracieho rozsahu} + 2 \text{ digity})$ má nastavený merací rozsah 300 V. Nameraná hodnota je 80 V (údaj na displeji je 080,0 V). V akom rozmedzí je pravá (skutočná) hodnota meraného napätia?

Riešenie: Rozsah je 300 V, displej je 4 - miestny, údaj je teda v tvare XXX,X (V). Preto 1 digit (tzv. číslicová chyba, resp. chyba kvantovania vzťahujúca sa na posledné miesto meracieho rozsahu) = 0,1 V.

Podobne ako pri analógových prístrojoch, aj pri číslicových prístrojoch chyba 0,5 % z meracieho rozsahu znamená chybu vztiahnutú na príslušný merací rozsah. V našom prípade je chyba vo voltoch na tomto meracom rozsahu (bez ohľadu na veľkosť meraného napätia)

$$0,5 \% \text{ z } 300 \text{ V} = 0,005 \cdot 300 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$$

Najväčšia možná pravá hodnota je $80 \text{ V} + 1,5 \text{ V} + 2 \text{ digity} = 80 \text{ V} + 1,5 \text{ V} + 0,2 \text{ V} = 81,7 \text{ V}$.

Najmenšia možná pravá hodnota je $80 \text{ V} - 1,5 \text{ V} - 2 \text{ digity} = 80 \text{ V} - 1,5 \text{ V} - 0,2 \text{ V} = 78,3 \text{ V}$.

Pravá (skutočná) hodnota meraného napätia je v rozmedzí $80 \text{ V} \pm 1,7 \text{ V}$.

Príklad 3.2.5. Vypočítajte vnútorné odpory voltmetra na meracích rozsahoch 240 V a 600 V. Aká je spotreba voltmetra pri výchylke $\alpha = 90^\circ$ d na oboch rozsahoch, ak rozsah stupnice je 0 až 120 d. Voltmeter má na číselníku údaj 1000 Ω/V .

Riešenie: Merací rozsah $M = 240 \text{ V}$:

Vnútorný odpor na rozsahu 240 V $R_V = 1000 \Omega/\text{V} \cdot 240 \text{ V} = 240\,000 \Omega = 240 \text{ k}\Omega$.

Merané napätia pri $\alpha = 90^\circ$ d $U = K_V \cdot \alpha = \frac{M}{\alpha_c} \cdot \alpha = \frac{240 \text{ V}}{120 \text{ d}} \cdot 90 \text{ d} = 2 \text{ V/d} \cdot 90 \text{ d} = 180 \text{ V}$.

Spotreba pri $U = 180 \text{ V}$ $P_V = \frac{U^2}{R_V} = \frac{180^2 \text{ V}}{240 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{32\,400 \text{ V}}{240 \cdot 10^3 \Omega} = 0,135 \text{ W} = 135 \text{ mW}$.

Merací rozsah $M = 600 \text{ V}$:

Vnútorný odpor na rozsahu 600 V $R_V = 1000 \Omega/\text{V} \cdot 600 \text{ V} = 600\,000 \Omega = 600 \text{ k}\Omega$.

Merané napätia pri $\alpha = 90^\circ$ d $U = K_V \cdot \alpha = \frac{M}{\alpha_c} \cdot \alpha = \frac{600 \text{ V}}{120 \text{ d}} \cdot 90 \text{ d} = 5 \text{ V/d} \cdot 90 \text{ d} = 450 \text{ V}$.

Spotreba pri $U = 450 \text{ V}$ $P_V = \frac{U^2}{R_V} = \frac{450^2 \text{ V}^2}{600 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{202\,500 \text{ V}^2}{600 \cdot 10^3 \Omega} = 0,3375 \text{ W} = 337,5 \text{ mW}$.

Príklad 3.2.6. Univerzálnym voltampérmetrom meriame striedavý prúd na meracom rozsahu 6 A. Prístroj má stupnicu s počtom dielikov 60 a triedu presnosti pre striedavý prúd 1,5 A. Nameraná hodnota je 4,5 A, skutočná hodnota prúdu meraná presným prístrojom je 4,57 A. Vypočítajte prúdovú citlivosť prístroja C_I a konštantu K_A na danom meracom rozsahu, klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu merania Δ , relatívnu chybu prístroja δ_I , korekciu O pri danej nameranej hodnote, relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu merania $|\Delta_T|$ v ampéroch, najväčšiu možnú relatívnu chybu merania $|\delta_T|$) a vyjadrite presne nameraný prúd ako dvojčlen pomocou najväčšej možnej absolútnej chyby merania.

Riešenie: Prúdová citlivosť ampérmetra $C_I = \frac{\alpha_c}{M} = \frac{60 \text{ d}}{6 \text{ A}} = 10 \text{ d / A}.$

Konštanta ampérmetra $K_A = \frac{M}{\alpha_c} = \frac{1}{C_I} = \frac{6 \text{ A}}{60 \text{ d}} = \frac{1}{10 \text{ d / A}} = 10^{-1} \text{ A / d}.$

Absolútna chyba merania $\Delta = N - S = 4,5 - 4,57 = -0,07 \text{ A}.$

Relatívna chyba prístroja

$$\delta_I = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 = \frac{N - S}{M} \cdot 100 = \frac{4,5 - 4,57}{6} \cdot 100 = -\frac{0,07}{6} \cdot 100 = -1,16 \text{ \%}.$$

Korekcia pri danej nameranej hodnote $O = S - N = 4,57 - 4,5 = +0,07 \text{ A}.$

Relatívna chyba merania $\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 = -\frac{0,07}{4,5} \cdot 100 = -1,55 \text{ \%}.$

Najväčšia možná absolútna chyba merania v ampéroch

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{6}{100} \cdot 1,5 = 0,09 \text{ A}.$$

Najväčšia možná relatívna chyba merania $|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 = \frac{0,09}{4,5} \cdot 100 = 2 \text{ \%}.$

Nameraný prúd vyjadrený pomocou najväčšej možnej absolútnej chyby merania

$$I = N \pm \Delta_T = 4,5 \pm 0,09 \text{ A}.$$

Príklad 3.2.7. Voltmeter rozsahu 150 V má 150 dielikovú stupnicu. Ukazuje merané napätie 142 dielikov a pre tento údaj z korekčnej krivky prístroja vieme, že korekcia dosahuje maximálnu hodnotu + 0,5 dielika. Vypočítajte klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu merania Δ , ak viete, že absolútna chyba merania sa rovná absolútnej chybe meracieho prístroja $\Delta = \Delta_p$ pri dodržaní podmienok určených výrobcom, relatívnu chybu merania δ a relatívnu chybu voltmetra δ_U). Určte, akej triede presnosti vyhovuje voltmeter.

Riešenie: Absolútna chyba merania pri podmienke uvedenej v zadaní sa rovná korekcii so záporným znamienkom

$$\Delta = \Delta_p = -O = -0,15 \text{ d} \quad \text{alebo vo voltoch} \quad \Delta = -0,15 \text{ V},$$

pretože konštanta voltmetra $K_V = 1 \text{ V/d}$.

Relatívna chyba merania podľa definície (3.17)

$$\delta = \frac{\Delta}{N} \cdot 100 = -\frac{0,15 \text{ d}}{142 \text{ d}} \cdot 100 = -0,105 \text{ \%}.$$

Relatívna chyba voltmetra podľa (3.19) pre najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu udáva súčasne triedu presnosti voltmetra

$$\delta_U = \frac{\Delta_p}{M} \cdot 100 = -\frac{0,15 \text{ d}}{150 \text{ d}} \cdot 100 = -0,1 \text{ \%}.$$

Voltmeter vyhovuje triede presnosti 0,1.

Príklad 3.2.8. Voltmeter s meracím rozsahom $M = 240 \text{ V}$, s počtom dielikov na stupnici $\alpha = 120$ dielikov, triedy presnosti 1, meria hodnotu 200 V . Vypočítajte klasickým spôsobom chyby merania (maximálnu absolútnu chybu merania Δ_T vo voltoch a v dielikoch, interval, v ktorom leží správna hodnota napätia $U = N \pm \Delta_T$, korekciu O vo voltoch a v dielikoch, najväčšiu relatívnu chybu merania $|\delta_T|$ a relatívnu chybu voltmetra $|\delta_U|$).

Riešenie: Maximálna absolútna chyba merania vo voltoch podľa (3.13)

$$\Delta_T = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{240 \text{ V}}{100} \cdot (\pm 1) = \pm 2,4 \text{ V},$$

$$\text{v dielikoch} \quad \Delta_T = \frac{\alpha}{100} \cdot \delta_p = \frac{120 \text{ d}}{100} \cdot (\pm 1) = \pm 1,2 \text{ d}.$$

Správna hodnota napätia leží v intervale $U = N \pm \Delta_T = 200 \pm 2,4 \text{ V}$.

Korekcia vo voltoch $O = -\Delta_T = \mp 2,4 \text{ V}$

a v dielikoch $O = -\Delta_T = \mp 1,2 \text{ d}$.

Najväčšia relatívna chyba merania podľa (3.20)

$$|\delta_T| = \frac{|\Delta_T|}{N} \cdot 100 = \frac{2,4 \text{ V}}{200 \text{ V}} \cdot 100 = 1,2 \text{ \%}.$$

$$\text{Relatívna chyba voltmetra} \quad |\delta_U| = \frac{|\Delta_T|}{M} \cdot 100 = \frac{2,4 \text{ V}}{240 \text{ V}} \cdot 100 = 1 \text{ \%}.$$

Vypočítaná relatívna chyba voltmetra sa, pochopiteľne, rovná triede presnosti, ako to vyplýva z výpočtu maximálnej absolútnej chyby merania.

Príklad 3.2.9. Číslcovým voltmetrom sme namerali napätie 1400 mV na rozsahu 1,559 V. Presnosť použitého číslcového voltmetra udáva výrobca v katalógu $0,01 \% \pm 1$. Vypočítajte klasickým spôsobom, aká je maximálna absolútna chyba Δ_{\max} v milivoltch pre najnepriaznivejšie prípady, maximálna relatívna chyba merania δ_U v percentách a určte interval, v ktorom leží správna hodnota napätia.

Riešenie: Trieda presnosti daného číslcového V-m je relatívna chyba prístroja $\delta_p = 0,01 \%$. Hodnota ± 1 je tzv. číslcová chyba, resp. chyba kvantovania, ktorá sa vzťahuje na posledné miesto meracieho rozsahu. Udáva chybu meracej metódy ± 1 digit. Maximálna absolútna chyba číslcového V-m bude podľa (3.10) súčtom maximálnej chyby $|\Delta_T|$ určenej podľa (3.14) a maximálnej chyby Δ_m meracej metódy, ktorá je závislá od číslcovej chyby $\Delta_{\max} = |\Delta_T| + \Delta_m$. Maximálna chyba $|\Delta_T|$ pri meracom rozsahu $M = 1,559$ V je

$$|\Delta_T| = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{1,559 \text{ V}}{100} \cdot 0,01 = 1,559 \cdot 10^{-4} \text{ V} = 0,1559 \text{ mV}.$$

Maximálna chyba kvantovania je ± 1 digit z posledného miesta meracieho rozsahu 1,559 V, teda $\Delta_m = \pm 0,001 \text{ V} = \pm 1 \text{ mV}$.

Maximálna absolútna chyba pre najnepriaznivejšie prípady

$$\Delta_{\max} = \Delta_m + |\Delta_T| \text{ sign} \Delta_m$$

$$\Delta_{\max} = \left\{ \begin{array}{l} +1 + 0,1559 \\ -1 - 0,1559 \end{array} \right\} = \pm 1,1559 \text{ mV}.$$

Maximálna relatívna chyba merania

$$\delta_U = \frac{\Delta_{\max}}{U_N} \cdot 100 = \frac{\pm 1,1559 \text{ V}}{1400 \text{ V}} \cdot 100 = \pm 0,0825 \%$$

Správna hodnota napätia leží v intervale

$$U = U_N \pm \Delta_{\max} = 1400 \pm 1,1559 \text{ mV}.$$

Príklad 3.2.10. Najpoužívanejším spôsobom merania činného výkonu v trojfázovej sústave bez nulového vodiča je meranie pomocou dvoch wattmetrov, označované ako meranie výkonu Aronovou metódou. Vypočítajte nameraný činný výkon P trojfázového spotrebiča, ak wattmeter W_1 ukazuje výchylku $\alpha_1 = 100$ dielikov a wattmeter W_2 výchylku $\alpha_2 = -50$ dielikov. (Poznámka: Použité wattmetre sú rovnaké a majú zapojené tie isté meracie rozsahy $U_{n1} = U_{n2} = 300 \text{ V}$, $I_{n1} = I_{n2} = 5 \text{ A}$. Obidva wattmetre majú stupnicu s počtom dielikov $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = 150$ dielikov.)

Riešenie: Činný výkon trojfázového spotrebiča meraný dvoma wattmetrami je súčtom výkonov nameraných wattmetrami W_1 a W_2 , teda všeobecne

$$P = P_1 + P_2 = K_{w1} \cdot \alpha_1 + K_{w2} \cdot \alpha_2 = 3 \cdot U_f I_f \cos \varphi.$$

Pri konkrétnom zadaní druhý wattmeter má zápornú výchylku, preto výkon spotrebiča je

$$P = K_{w1} \cdot \alpha_1 - K_{w2} \cdot \alpha_2.$$

Konštanty wattmetro sa rovnajú, pretože prístroje majú zapojené tie isté meracie rozsahy a počet dielikov ich stupnice je rovnaký, teda

$$K = K_1 = K_2 = \frac{U_{n1} \cdot I_{n1}}{\alpha_{n1}} = \frac{U_{n2} \cdot I_{n2}}{\alpha_{n2}} = \frac{300 \text{ V} \cdot 5 \text{ A}}{150 \text{ d}} = 10 \text{ W/d.}$$

Činný výkon trojfázového spotrebiča

$$P = K \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) = 10 \cdot (100 - 50) = 500 \text{ W.}$$

Príklad 3.2.11. Ampérmetrom triedy presnosti 1,5 a s meracím rozsahom $M = 10 \text{ A}$ sme namerali hodnotu prúdu $N = 8 \text{ A}$. Vypočítajte klasickým spôsobom

- najväčšiu možnú absolútnu chybu Δ_T a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania δ_T .
- aká bude najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T , ak tým istým ampérmetrom meriame prúd 2 A ?

Riešenie: a) Najväčšia možná absolútna chyba

$$\Delta_T = \frac{M}{100} \cdot \delta_p = \frac{10}{100} \cdot (\pm 1,5) = \pm 0,15 \text{ A.}$$

Najväčšia možná relatívna chyba merania

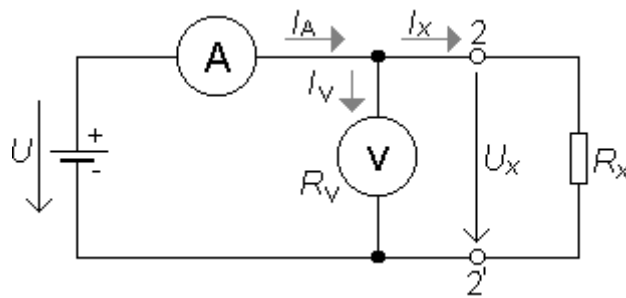
$$\delta_T = \frac{\Delta_T}{N} \cdot 100 = \pm \frac{0,15 \text{ A}}{8 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 1,875 \% \doteq \pm 1,9 \%$$

- Ak ampérmeter meria malý prúd 2 A na rozsahu 10 A , bude najväčšia relatívna chyba merania pochopiteľne ďaleko väčšia

$$\delta_T = \frac{\Delta_T}{N} \cdot 100 = \pm \frac{0,15 \text{ A}}{2 \text{ A}} \cdot 100 = \pm 7,5 \%$$

Poznámka: Z uvedeného príkladu vyplýva všeobecne platná zásada, že rozsah meracieho prístroja volíme tak, aby výchylka prístroja bola v poslednej tretine stupnice. Vtedy totiž je chyba merania podstatne menšia.

Príklad 3.2.12. Odpor R_x meriame Ohmovou metódou, nepriamo meraním napätia U_x na meranom odpore voltmetrom V a meraním prúdu I_A ampérmetrom A , podľa schémy zapojenia na obr. 3.3, a to vtedy, ak $R_x \ll R_V$.



Obr. 3.3

Nech použitý V-m má merací rozsah $M_V = 6 \text{ V}$, vnútorný odpor $R_V = 6000 \text{ } \Omega$ a triedu presnosti $\delta_{pV} = 0,2$. Ampérmeter má merací rozsah $M_A = 5 \text{ A}$ a triedu presnosti $\delta_{pA} = 0,5$. Namerané hodnoty sú $U_V = 5,6 \text{ V}$ a $I_A = 4 \text{ A}$. Vypočítajte hodnotu meraného odporu R_x s uvažovaním odporu voltmetra, teda s vylúčením chyby meracej metódy a celkovú maximálnu relatívnu chybu merania odporu $|\delta_{R_x}|$.

Riešenie: Meraný odpor je $R_x = \frac{U_x}{I_x}$.

Keďže voltmetrom merané napätie sa rovná priamo napätiu na odpore $U_V = U_x$ a prúd I_x tečúci odporom je $I_x = I_A - I_V$,

kde I_V je prúdová spotreba voltmetra, hodnota meraného odporu s vylúčením chyby meracej metódy bude

$$R_x = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{5,6 \text{ V}}{4 \text{ A} - \frac{5,6 \text{ V}}{6 \cdot 10^3 \text{ } \Omega}} = \frac{5,6 \text{ V}}{3,99 \text{ A}} = 1,403 \text{ } \Omega.$$

Celková maximálna relatívna chyba merania odporu bude spôsobená nepresnosťou meracích prístrojov. Vypočítame ju ako relatívnu chybu merania pri nepriamej metóde (pozri tab. 3.3)

pre podiel $|\delta_{R_x}| = |\delta_U| + |\delta_I|$,

kde $|\delta_U|$ je relatívna chyba merania napätia, $|\delta_I|$ je relatívna chyba merania prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta U}{U_V} \right| \cdot 100 \quad [\%] \quad \quad \quad |\delta_I| = \left| \frac{\Delta I}{I_A} \right| \cdot 100 \quad [\%],$$

kde U_V je údaj (nameraná hodnota) voltmetra, I_A je údaj (nameraná hodnota) ampérmetra.

Najprv z tried presností voltmetra a ampérmetra vypočítame absolútne chyby merania napätia $|\Delta_U|$ a prúdu $|\Delta_I|$

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{6 \text{ V}}{100} \cdot 0,2 = 0,012 \text{ V}$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{5 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,025 \text{ A}$$

a potom relatívne chyby merania napätia a prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta U}{U_V} \right| \cdot 100 = \frac{0,012 \text{ V}}{5,6 \text{ V}} \cdot 100 = 0,214 \%,$$

$$|\delta_I| = \left| \frac{\Delta I}{I_A} \right| \cdot 100 = \frac{0,025 \text{ A}}{4 \text{ A}} \cdot 100 = 0,625 \%.$$

Celková maximálna relatívna chyba merania odporu

$$|\delta_{R_x}| = |\delta_U| + |\delta_I| = 0,214 \% + 0,625 \% = 0,839 \% \doteq 0,84 \%.$$

Príklad 3.2.13. Výkon jednosmerného spotrebiča možno merať nepriamo meraním prúdu a napätia spotrebiča. Vypočítajte výkon jednosmerného spotrebiča P vo wattoch, klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu $|\Delta_P|$ a relatívnu chybu δ_P merania výkonu jednosmerného spotrebiča), ak namerané napätie $U = 100 \text{ V}$ a nameraný prúd $I = 5 \text{ A}$. (Poznámka: Použitý voltmeter má merací rozsah $M_V = 120 \text{ V}$ a triedu presnosti $\delta_{pV} = 0,5$ a ampérmeter má merací rozsah $M_A = 6 \text{ A}$, triedu presnosti $\delta_{pA} = 0,5$.)

Riešenie: Výkon spotrebiča

$$P = U \cdot I = 100 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} = 500 \text{ W}.$$

Absolútna chyba určenia výkonu podľa tab. 3.3 pre matematickú operáciu súčin

$$|\Delta_P| = I \cdot |\Delta_U| + U \cdot |\Delta_I|,$$

kde $|\Delta_U|$ a $|\Delta_I|$ sú absolútne hodnoty chýb merania napätia a prúdu. Tieto možno vypočítať z tried presnosti prístrojov

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{120 \text{ V}}{100} \cdot 0,5 = 0,6 \text{ V},$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{6 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,03 \text{ A}.$$

Absolútna chyba výkonu $|\Delta_P| = I \cdot |\Delta_U| + U \cdot |\Delta_I| = 5 \cdot 0,6 \text{ V} + 100 \cdot 0,03 \text{ A} = 6 \text{ W}.$

Relatívna chyba výkonu je daná súčtom relatívnych chýb merania napätia $|\delta_U|$ a prúdu $|\delta_I|$ (pozri tab. 3.3). Relatívna chyba merania napätia a prúdu

$$|\delta_U| = \left| \frac{\Delta_U}{U} \right| \cdot 100 = \frac{0,6 \text{ V}}{100 \text{ V}} \cdot 100 = 0,6 \%.$$

$$|\delta_I| = \left| \frac{\Delta_I}{I} \right| \cdot 100 = \frac{0,03 \text{ A}}{5 \text{ A}} \cdot 100 = 0,6 \%.$$

Teda relatívna chyba merania výkonu

$$|\delta_P| = |\delta_U| + |\delta_I| = 0,6 \% + 0,6 \% = 1,2 \% \quad \text{alebo} \quad \delta_P = \pm 1,2 \%.$$

Príklad 3.2.14. Impedanciu \vec{Z} cievky meriame wattmetrickou metódou v zapojení podľa schémy na obr. 3.4 . Namerané hodnoty sú: $I = 4 \text{ A}$, $U = 100 \text{ V}$, $P = 200 \text{ W}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Použité meracie prístroje majú nasledovné meracie rozsahy a triedy presnosti:

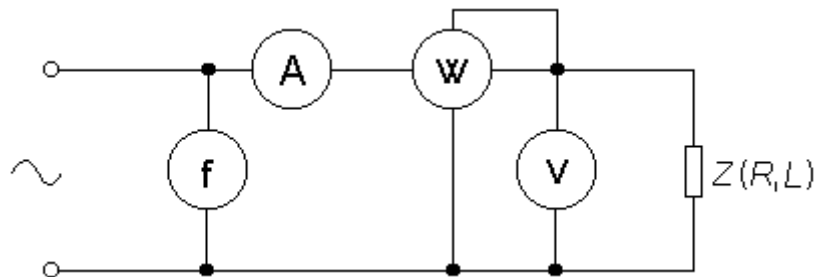
A-m 5 A ; $0,5$;

W-m 5 A ; 150 V ; $0,2$;

V-m 300 V ; $0,5$;

frekvenciomér 45 až 55 Hz .

Spotreba voltmetra a napäťovej cievky wattmetra je zanedbateľná.



Obr. 3.4

Treba určiť veľkosť impedancie Z , fázu impedancie φ , vlastnú indukčnosť L a činný odpor R cievky, vektor impedancie \vec{Z} v exponenciálnom tvare a vypočítať maximálnu relatívnu chybu merania účinníka $|\delta_{\max \cos \varphi}|$ klasickou wattmetrickou metódou.

Riešenie: Veľkosť impedancie z nameraných hodnôt

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{4} = 25 \Omega.$$

Fázu impedancie vypočítame z nameraného činného výkonu P , napätia U a prúdu I

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{P}{U \cdot I} = \arccos \frac{200 \text{ W}}{100 \text{ V} \cdot 4 \text{ A}} = \arccos 0,5 = 60^\circ.$$

Vlastnú indukčnosť L cievky a jej činný odpor vypočítame z porovnania vektora impedancie cievky v zložkovom a trigonometrickom tvare

$$\vec{Z} = R + jX = R + j\omega L = Z \cdot \cos \varphi + jZ \cdot \sin \varphi.$$

Vlastná indukčnosť cievky teda je

$$L = \frac{Z}{\omega} \cdot \sin \varphi = \frac{25 \Omega}{314 \text{ s}^{-1}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{25 \Omega}{314 \text{ s}^{-1}} \cdot 0,866 = 0,0689 \text{ H},$$

kde $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 314 \text{ s}^{-1}$.

Činný odpor cievky

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 25 \Omega \cdot \cos 60^\circ = 25 \Omega \cdot 0,5 = 12,5 \Omega.$$

Impedancia cievky v exponenciálnom komplexnom tvare

$$\vec{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = 25 \Omega \cdot e^{+j60^\circ}.$$

Wattmetrická metóda merania účinníka je nepriama meracia metóda. Maximálna relatívna chyba merania bude teda závislá od chyby merania napätia δ_U , prúdu δ_I , výkonu δ_P .

Účinník určuje vzťah $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$.

A teda daná funkcia je funkciou troch veličín P , U a I . Odvoďme výraz pre maximálnu relatívnu chybu merania účinníka. Nech $\cos \varphi = k$, potom

$$k = \frac{P}{U \cdot I}. \quad (3.39)$$

Urobme totálny diferenciál výrazu (3.39)

$$dk = \frac{\partial k}{\partial P} dP + \frac{\partial k}{\partial U} dU + \frac{\partial k}{\partial I} dI.$$

Vydeľme s k a upravme na vhodný tvar

$$\frac{dk}{k} = \frac{\partial k}{\partial P} \frac{dP}{P} \frac{P}{k} + \frac{\partial k}{\partial U} \frac{dU}{U} \frac{U}{k} + \frac{\partial k}{\partial I} \frac{dI}{I} \frac{I}{k}.$$

Diferenciály nahradíme malými prírastkami

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\partial k}{\partial P} \frac{\Delta P}{P} \frac{P}{k} + \frac{\partial k}{\partial U} \frac{\Delta U}{U} \frac{U}{k} + \frac{\partial k}{\partial I} \frac{\Delta I}{I} \frac{I}{k}. \quad (3.40)$$

Diferencie Δ sú vlastne absolútne chyby jednotlivých veličín a podľa (3.17) sú jednotlivé relatívne chyby

$$\begin{aligned} \delta_k &= \frac{\Delta k}{k} \cdot 100, & \delta_P &= \frac{\Delta P}{P} \cdot 100, \\ \delta_U &= \frac{\Delta U}{U} \cdot 100, & \delta_I &= \frac{\Delta I}{I} \cdot 100. \end{aligned}$$

Výraz (3.39) upravme do tvaru súčinu

$$k = P \cdot U^{-1} \cdot I^{-1}$$

a vypočítajme parciálne derivácie v (3.40)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial P} &= U^{-1} \cdot I^{-1} = \frac{1}{U \cdot I}, & \frac{\partial k}{\partial U} &= -P \cdot U^{-2} \cdot I^{-1} = -\frac{P}{U^2 \cdot I}, \\ \frac{\partial k}{\partial I} &= -P \cdot U^{-1} \cdot I^{-2} = -\frac{P}{U \cdot I^2}. \end{aligned}$$

Maximálna relatívna chyba merania účinníka $\delta_{\max \cos \varphi}$ bude vtedy, ak všetky členy v (3.40) sú súčasne kladné alebo záporné

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = \frac{(\Delta k)_{\max}}{k} \cdot 100 = \left| \frac{1}{U \cdot I} \cdot \delta_P \cdot \frac{P}{k} \right| + \left| \frac{P}{U^2 \cdot I} \cdot \delta_U \cdot \frac{U}{k} \right| + \left| \frac{P}{U \cdot I^2} \cdot \delta_I \cdot \frac{I}{k} \right|.$$

Keďže sme označili $\cos \varphi = k = P / U \cdot I$, po úprave dostaneme výsledný vzťah pre maximálnu chybu účinníka

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = |\delta_P| + |\delta_U| + |\delta_I| \quad (3.41)$$

Najprv vypočítame jednotlivé absolútne chyby merania

$$|\Delta_P| = \frac{M_W}{100} \cdot \delta_{PW} = \frac{5 \text{ A} \cdot 150 \text{ V}}{100} \cdot 0,2 = 1,5 \text{ W},$$

$$|\Delta_U| = \frac{M_V}{100} \cdot \delta_{pV} = \frac{300 \text{ V}}{100} \cdot 0,5 = 1,5 \text{ V},$$

$$|\Delta_I| = \frac{M_A}{100} \cdot \delta_{pA} = \frac{5 \text{ A}}{100} \cdot 0,5 = 0,025 \text{ A}.$$

Čiastkové relatívne chyby merania výkonu $|\delta_P|$, napätia $|\delta_U|$ a prúdu $|\delta_I|$

$$|\delta_P| = \frac{|\Delta_P|}{P} \cdot 100 = \frac{1,5 \text{ W}}{200 \text{ W}} \cdot 100 = 0,75 \%,$$

$$|\delta_U| = \frac{|\Delta_U|}{U} \cdot 100 = \frac{1,5 \text{ V}}{100 \text{ V}} \cdot 100 = 1,5 \%,$$

$$|\delta_I| = \frac{|\Delta_I|}{I} \cdot 100 = \frac{0,025 \text{ A}}{4 \text{ A}} \cdot 100 = 0,625 \%.$$

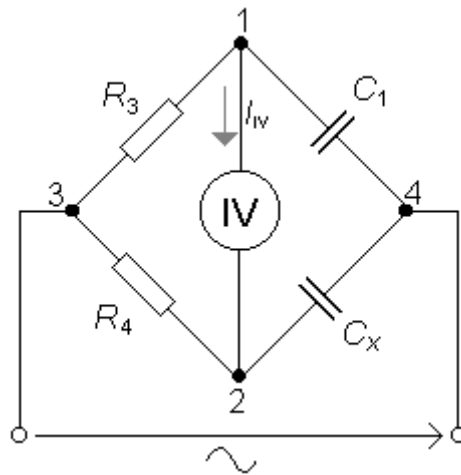
Maximálnu relatívnu chybu merania účinníka určuje súčet relatívnych chýb výkonu, napätia a prúdu - podľa (3.41)

$$|\delta_{\max \cos \varphi}| = |\delta_P| + |\delta_U| + |\delta_I| = 0,75 \% + 1,5 \% + 0,625 \% = \pm 2,875 \%.$$

Príklad 3.2.15. Striedavé vyvážené mostíky Wheatstonovho typu sa používajú na meranie vlastnej a vzájomnej indukčnosti, kapacity a činného odporu. Zvyčajne sa nimi určujú obidve zložky meranej impedancie $Z_x = R_x + jX_x$, ohmický odpor R_x aj reaktancia X_x . Nech striedavý vyvážený mostík Wheatstonovho typu podľa obr. 3.5 je zložený z ideálneho kondenzátora s kapacitou $C_1 = 10 \mu\text{F}$, z dvoch ideálnych rezistorov s odpormi $R_3 = 100 \Omega$ a $R_4 = 250 \Omega$ a z meraného ideálneho kondenzátora s kapacitou C_x .

Určte:

- Dve podmienky rovnováhy mostíka a dokážte, že tento mostík možno pri zmene meranej kapacity C_x vyvážiť zmenou jediného prvku, napríklad zmenou odporu R_3 . Vysvetlite, prečo v tomto prípade stačí na vyváženie zmena jediného prvku, keď je všeobecne známe, že všeobecný striedavý merací mostík musí mať najmenej dva premenné prvky, aby sa dosiahlo jeho vyváženie.
- Veľkosť meraného kondenzátora C_x , za predpokladu, že mostík je pri udaných hodnotách vyvážený.



Obr. 3.5

Riešenie: a) Pre všeobecný striedavý merací mostík zložený z impedancií Z_1 , Z_2 , Z_3 a Z_4 platia rovnice podmienky rovnováhy pri $I_{IV} = 0$

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3.$$

Ak vyjadríme impedancie v exponenciálnom tvare a po úprave dostaneme

$$Z_1 \cdot Z_4 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} = Z_2 \cdot Z_3 \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}, \quad (3.42)$$

kde Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 sú absolútne hodnoty impedancií,

φ_1 , φ_2 , φ_3 , φ_4 sú fázové posuny impedancií.

Z rovnice (3.42) vyplývajú dve podmienky rovnováhy impedančného mostíka

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3, \quad Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3 \quad (3.43)$$

a teda všeobecný mostík je vyvážený (meracou diagonálou neprechádza prúd $I_{IV} = 0$) nastavením minimálne dvoch premenných členov mostíka.

Pre náš mostík na obr. 3.5 platia rovnice podmienky rovnováhy

$$\frac{1}{\omega C_1} \cdot R_4 = \frac{1}{\omega C_x} \cdot R_3, \quad \text{čiže} \quad C_x = C_1 \cdot \frac{R_3}{R_4} \quad (3.44)$$

Ak predpokladáme vo vetvách mostíka ideálne odpory a ideálne kapacity, je tým pre ľubovoľné veľkosti prvkov splnená jedna podmienka rovnováhy (3.43), a to rovnosť fázových posunov, pretože $\varphi_1 = \varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$ a $\varphi_3 = \varphi_4 = 0$.

Dokázali sme teda, že stačí zmenou jedného prvku v rovnici (3.44), napr. odporu R_3 , splniť druhú podmienku rovnováhy (rovnosť impedancií) mostíka (3.43) a mostík vyvážiť.

b) Meraný kondenzátor má kapacitu

$$C_x = C_1 \cdot \frac{R_3}{R_4} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot \frac{100 \Omega}{250 \Omega} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 4 \mu\text{F}.$$

Príklad 3.2.16. Elektromagnetický (ručičkový) voltmeter má triedu presnosti 0,5 a nastavený merací rozsah 130 V. Ovpływujúce veličiny (teplota, magnetické pole a pod.) sú v rozsahu hodnôt definovaných výrobcom, tzn., že prístroj je používaný podľa stanovených pracovných podmienok a ich vplyv nebude uvažovaný. Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil a bol $U_x = 71,1$ V. Vyjadrite novým spôsobom presnosť merania (určte štandardné neistoty a vyjadrite výsledok, vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$ aj v relatívnom tvare).

Riešenie: Pretože sa údaj voltmetra pri opakovaných meraniach nemenil, neistoty typu A nemusíme uvažovať ($u_A = 0$).

Štandardné neistoty údajov prístroja typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\Delta z_{\max}}{\sqrt{3}} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{130 \text{ V}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = 0,375 \text{ V}.$$

$$\text{Rozšírená neistota} \quad U(x) = k_r \cdot u_C(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,375^2} = 0,75 \text{ V}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$U_x = U_x \pm U(x) = 71,1 \text{ V} \pm 0,75 \text{ V}; \quad k_r = 2.$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota napätia leží v intervale $< 70,35 \text{ V}; 71,85 \text{ V} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$U_x = U_x \pm \frac{U(x)}{U_x} \cdot 100 = 71,1 \text{ V} \pm \frac{0,75 \text{ V}}{71,1 \text{ V}} \cdot 100 = 71,1 \text{ V} \pm 1,05 \%; \quad k_r = 2.$$

Príklad 3.2.17. Číslcový ampérmeter má triedu presnosti $\pm 0,1$ % z údajov (odčítanej hodnoty) a $\pm 0,05$ % z rozsahu. Nameraná hodnota prúdu $I_x = 60,0$ mA pri nastavenom rozsahu $M = 200$ mA sa pri opakovaných meraniach nemenila. Ovpływujúca veličina (teplota) je v rozsahu hodnôt definovaných výrobcom. Určte štandardné neistoty a výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil, iba neistoty typu B ($u_A = 0$).

Štandardná neistota typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 60,0 + \frac{0,05}{100} \cdot 200}{\sqrt{3}} \text{ mA} = \frac{0,06 + 0,1}{\sqrt{3}} \text{ mA} = 0,09 \text{ mA}$$

Rozšírená neistota

$$I(x) = k_r \cdot u_C(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,09^2} = 0,18 \text{ mA}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$I_x = I_x \pm I(x) = 60,0 \text{ mA} \pm 0,18 \text{ mA}; \quad k_r = 2$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota prúdu leží v intervale $< 59,82 \text{ mA}; 60,18 \text{ mA} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$I_x = I_x \pm \frac{I(x)}{I_x} \cdot 100 = 60,0 \text{ mA} \pm \frac{0,18 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100\% = 60,0 \text{ mA} \pm 0,3 \%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.18. Určte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní prúdu číslicovým miliampérmetrom na rozsahu 200 mA, ak ukazuje mA-m so 4 - miestnym displejom hodnotu $I_x = 60 \text{ mA}$ a ak je daná chyba miliampérmetra hodnotami $\pm 0,1 \%$ z údajá ± 2 digity.

Riešenie: Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil, iba neistoty typu B ($u_A = 0$).
Štandardná neistota typu B

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 60,0 + 2 \cdot \frac{200}{2000}}{\sqrt{3}} \text{ mA} = \frac{0,06 + 0,2}{\sqrt{3}} \text{ mA} = 0,15 \text{ mA}$$

kde N je počet kvantizačných krokov (digitov),

R – rozlíšenie prístroja (1 digit = $200/2000 = 0,1$, t. j. chyba prístroja).

Rozšírená neistota

$$I(x) = k_r \cdot u_B(x) = k_r \cdot \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = 2 \cdot \sqrt{0^2 + 0,15^2} = 0,30 \text{ mA}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$I_x = I_x \pm I(x) = 60,0 \text{ mA} \pm 0,30 \text{ mA}; \quad k_r = 2$$

Pre $k_r = 2$ (pri normálnom rozdelení) je pravdepodobnosť 95 %, že skutočná hodnota prúdu leží v intervale $< 59,7 \text{ mA}; 60,3 \text{ mA} >$.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$I_x = I_x \pm \frac{I(x)}{I_x} \cdot 100 = 60,0 \text{ mA} \pm \frac{0,30 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100\% = 60,0 \text{ mA} \pm 0,5 \%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.19. Sériou desiatich opakovaných meraní presným číslicovým voltmetrom na meracom rozsahu $M = 10 \text{ V}$, boli namerané tieto hodnoty: 5,000 9; 5,001 9; 4,999 2; 4,999 8; 5,001 1; 4,998 9; 5,000 7; 5,000 3; 4,999 5; 5,001 4 [V]. Chyba voltmetra je daná hodnotami $\pm 0,01 \%$ z odčítanej hodnoty a $\pm 0,005 \%$ z meracieho rozsahu. Určte štandardné neistoty typu A, typu B a kombinovanú štandardnú neistotu typu C. Napište výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Odhad výslednej hodnoty x meranej veličiny X je reprezentovaný hodnotou výberového priemeru (aritmetického priemeru):

$$\bar{U}_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n U_{xi} = 5,000\,37\text{ V} \cong 5,000\,4\text{ V}$$

Určenie štandardnej neistoty typu A (je to vlastne smerodajná odchýlka výberového priemeru)

$$u_A(x) = \sigma(\bar{U}_x) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_{xi} - \bar{U}_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{10 \cdot (10-1)} \cdot 8,95 \cdot 10^{-6}\text{ V}} \doteq 0,000\,32\text{ V}.$$

Určenie štandardnej neistoty typu B:

$$u_B(x) = \sigma = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,01}{100} \cdot 5,0004 + \frac{0,005}{100} \cdot 10}{\sqrt{3}}\text{ V} = \frac{0,0005 + 0,0005}{\sqrt{3}}\text{ V} \doteq 0,000\,58\text{ V}.$$

Kombinovaná štandardná neistota typu C:

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = \sqrt{0,00032^2 + 0,00058^2} = \sqrt{4,388 \cdot 10^{-7}} = 6,624 \cdot 10^{-4} \doteq 0,000\,66\text{ V}.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$:

$$U_x = \bar{U}_x \pm U(x) = \bar{U}_x \pm k_r \cdot u_C(x) = 5,000\,4\text{ V} \pm 2 \cdot 0,000\,66\text{ V} = 5,000\,4\text{ V} \pm 0,001\,3\text{ V}; \quad k_r = 2.$$

Výsledok vyjadrený v relatívnom tvare:

$$U_x = \bar{U}_x \pm \frac{U(x)}{\bar{U}_x} \cdot 100 = 5,0004\text{ V} \pm \frac{0,0013\text{ V}}{5,0004\text{ V}} \cdot 100\% = 5,000\,4\text{ V} \pm 0,026\%; \quad k_r = 2$$

Príklad 3.2.20. Pri meraní odporu nepriamou VA metódou ($R_x = U / I$) číslicový voltmeter na meracom rozsahu 200 mV a s triedou presnosti $\pm 0,1\%$ z odčítanej hodnoty (údaja), $\pm 0,05\%$ z rozsahu nameral napätie $U = 150\text{ mV}$ a magnetoelektrický (ručičkový) ampérmeter na rozsahu 1,2 A a s triedou presnosti 0,5 nameral prúd 0,4 A. Vypočítajte štandardné neistoty merania odporu a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koef. rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Štandardná neistota typu B údaja voltmetra (merania napätia)

$$u_U = \frac{\frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 150 + \frac{0,05}{100} \cdot 200}{\sqrt{3}}\text{ mV} = \frac{0,15 + 0,1}{\sqrt{3}}\text{ mV} \doteq 0,14\text{ mV} \approx 0,1\%.$$

Štandardná neistota typu B údaja ampérmetra (merania prúdu)

$$u_I = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{1,2 \text{ A}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = \frac{0,006 \text{ A}}{\sqrt{3}} \doteq 0,0034 \text{ A} \approx 0,87 \text{ \%}.$$

Štandardná neistota merania odporu

$$\begin{aligned} u_{R_x} &= \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{xi} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(U/I)}{\partial U} \cdot u_U \right)^2 + \left(\frac{\partial(U/I)}{\partial I} \cdot u_I \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U \right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} \cdot u_I \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,4} \cdot 0,14 \right)^2 + \left(\frac{150}{0,4^2} \cdot 0,0034 \right)^2} = \sqrt{0,35^2 + 3,1875^2} = \sqrt{10,2826} \doteq 3,2 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

Štandardná neistota merania odporu vyjadrená v relatívnom tvare

$$\begin{aligned} \frac{u_{R_x}}{R_x} \cdot 100 &= 100 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot \frac{u_U}{U/I} \right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} \cdot \frac{u_I}{U/I} \right)^2} = 100 \cdot \sqrt{\left(\frac{u_U}{U} \right)^2 + \left(\frac{u_I}{I} \right)^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,87^2} \doteq \\ &\doteq 0,88 \text{ \%}. \end{aligned}$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$\begin{aligned} R_x &= R_x \pm R(x) = U/I \pm k_r \cdot u_{R_x} = 0,15 \text{ V} / 0,4 \text{ A} \pm 2 \cdot 3,2 \text{ m}\Omega = \\ &= 0,375 \Omega \pm 6,4 \text{ m}\Omega; \quad k_r = 2 \end{aligned}$$

kde $R(x)$ je rozšírená neistota.

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$R_x = R_x \pm \frac{R(x)}{R_x} \cdot 100 = 0,375 \Omega \pm \frac{6,4 \cdot 10^{-3} \Omega}{0,375 \Omega} \cdot 100 = 1,7 \text{ \%}; \quad k_r = 2.$$

V prípade súčinu alebo podielu vo vzorci pri nepriamej metóde sa pod odmocninou sčítajú kvadráty neistôt vyjadrených v relatívnom tvare.

Príklad 3.2.21. Pri meraní výkonu v 3-fázovej sieti ($P_x = P_1 + P_2 + P_3$) tromi wattmetrami s rovnakým meracím rozsahom 2400 W a triedou presnosti 0,5 namerali tieto hodnoty výkonov: $P_1 = 1600 \text{ W}$, $P_2 = 1200 \text{ W}$, $P_3 = 2000 \text{ W}$. Určte štandardnú neistotu merania výkonu v trojfázovej sieti tromi wattmetrami a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

Riešenie: Štandardná neistota typu B údajov wattmetra (merania výkonu):

$$u_{P_1} = u_{P_2} = u_{P_3} = \frac{M/100}{\sqrt{3}} \cdot \delta_p = \frac{2400 \text{ W}/100}{\sqrt{3}} \cdot 0,5 = \frac{12 \text{ W}}{\sqrt{3}} \doteq 6,9 \text{ W}$$

Štandardná neistota merania výkonu v 3-fázovej sieti tromi wattmetrami:

$$u_{P_x} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_{xi} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_1} \cdot u_{P_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_2} \cdot u_{P_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_3} \cdot u_{P_3} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{u_{P_1}^2 + u_{P_2}^2 + u_{P_3}^2} = \sqrt{6,9^2 + 6,9^2 + 6,9^2} = \sqrt{142,83} = 11,95 \text{ W} \doteq 12 \text{ W}.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$

$$P_x = P_x \pm P(x) = P_1 + P_2 + P_3 \pm k_r \cdot u_{P_x} = 1600 \text{ W} + 1200 \text{ W} + 2000 \text{ W} \pm \\ \pm 2 \cdot 12 \text{ W} = 4800 \text{ W} \pm 24 \text{ W}; \quad k_r = 2.$$

Výsledok vrátane rozšírenej neistoty vyjadrenej v relatívnom tvare

$$P_x = P_x \pm \frac{P(x)}{P_x} \cdot 100 = 4800 \text{ W} \pm \frac{24 \text{ W}}{4800 \text{ W}} \cdot 100 = 4800 \text{ W} \pm 0,5 \%; \quad k_r = 2.$$

V prípade súčtu alebo rozdielu vo vzorci pri nepriamej metóde sa pod odmocninou sčítajú kvadráty neistôt vyjadrených v absolútnom tvare.

3.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 3.3.1. Určte najväčšiu hodnotu meracieho rozsahu pre:

- a) A-m s nulou na jednom konci delenia stupnice, ak jeho merací rozsah je 0 až 10 A,
 - b) mV-m s nulou vnútri delenia stupnice a s meracím rozsahom – 50 mV až + 50 mV,
 - c) A-m s potlačenou nulou a s meracím rozsahom 80 A až 120 A.
- (a) 10 A, b) 100 mV, c) 40 A)

Úloha 3.3.2. Vypočítajte konštantu K_A a citlivosť C_A ampérmetra s meracím rozsahom 5 A, ktorého stupnica má 100 dielikov. Aká veľká výchylka α [d] pripadá na hodnotu 4,5 A a aký prúd pripadá na výchylku $\alpha = 75$ d?

$$(K_A = 0,05 \text{ A/d}; \quad C_A = 20 \text{ d/A}; \quad \alpha = 90 \text{ d}; \quad I = 3,75 \text{ A})$$

Úloha 3.3.3. Vypočítajte konštantu K_W wattmetra:

- a) s napäťovým rozsahom 380 V a prúdovým rozsahom 3 A, ak má stupnica prístroja 120 dielikov.
- b) s napäťovým rozsahom 300 V a prúdovým rozsahom 2,5 A, ak má stupnica prístroja 150 dielikov.

$$(a) K_W = 9,5 \text{ W/d}, \quad b) K_W = 5 \text{ W/d})$$

Úloha 3.3.4. Wattmeter má 150 dielikovú stupnicu, nastavené meracie rozsahy 5 A, 300 V. Pri meraní činného výkonu jednofázového spotrebiča ukazuje výchylku 132 dielikov. Vypočítajte výkon P nameraný wattmetrom, konštantu K_W a citlivosť C_W wattmetra.

$$(P = 1320 \text{ W}; \quad K_W = 10 \text{ W/d}; \quad C_W = 10^{-1} \text{ d/W} = 0,1 \text{ d/W})$$

Úloha 3.3.5. Aká je absolútna chyba údajov vo voltoch a relatívna chyba v percentách pri meraní napätia 120 V voltmetrom v triede presnosti 0,5 na meracom rozsahu 250 V?

$$(\Delta = \pm 1,25 \text{ V}; \delta = \pm 1,04 \%)$$

Úloha 3.3.6. Číslcový voltmeter so 4 - miestnym displejom a presnosťou $\pm 1 \%$ z údajov (odčítanej hodnoty), $\pm 0,5 \%$ z meracieho rozsahu + 2 digity má nastavený merací rozsah 30 V. Nameraná hodnota (údaj na displeji) je 10,00 V. V akom rozmedzí je pravá (skutočná) hodnota napätia vo voltoch a v percentách?

$$(U = 10 \text{ V} \pm 0,27 \text{ V}; U = 10 \text{ V} \pm 2,7 \%)$$

Úloha 3.3.7. Voltmeter s rozsahom 150 V má vnútorný odpor 500 Ω/V . Aký veľký je celkový vnútorný odpor prístroja?

$$(R_V = 75 \text{ k}\Omega)$$

Úloha 3.3.8. Univerzálny merací prístroj Avomet na maximálne napätie $U = 600 \text{ V}$ odoberá pri plnej výchylke prúd $I = 20 \mu\text{A}$. Aký veľký je vnútorný odpor prístroja na 1 V meraného napätia? ($R_i = 50 \text{ k}\Omega/\text{V}$)

Úloha 3.3.9. Vypočítajte vnútorný odpor voltmetra na meracom rozsahu 30 V. V-m má na číselníku údaj 10 $\text{k}\Omega/\text{V}$ a ručička prístroja ukazuje hodnotu 15 V.

$$(R_V = 300 \text{ k}\Omega)$$

Úloha 3.3.10. Merací prístroj odoberá pri plnej výchylke na meracom rozsahu 12 V prúd 0,5 mA. Vypočítajte jeho vnútorný odpor v Ω/V .

$$(R_i = 2 \text{ k}\Omega/\text{V})$$

Úloha 3.3.11. Odpor voltmetra na meracom rozsahu 25 V je 1 $\text{M}\Omega$. Aký je vnútorný odpor voltmetra v $\text{k}\Omega/\text{V}$? ($R_V = 40 \text{ k}\Omega/\text{V}$)

Úloha 3.3.12. Ampérmeter má rozsah do 10 A, jeho vnútorný odpor je 0,05 Ω/A . Aký výkon P_A spotrebuje prístroj pri plnej výchylke?

$$(P_A = 50 \text{ W})$$

Úloha 3.3.13. Vypočítajte vlastnú spotrebu a prúd pretekajúci voltmetrom s rozsahom stupnice 0 až 120 dielikov a vnútorným odporom 500 Ω/V na meracom rozsahu 240 V pre výchylku $\alpha = 120$ dielikov.

$$(P_V = 480 \text{ mW}; I_V = 2 \text{ mA})$$

Úloha 3.3.14. Ampérmetr s rozsahom stupnice 0 až 120 dielikov, menovitým prúdom $I_n = 6$ A, s úbytkom napätia $\Delta U_A = 60$ mV pre hornú medzu rozsahu. Aká je spotreba ampérmetra pri plnej výchylke ($\alpha = 120$ d) a pri výchylke $\alpha = 100$ d? Aký je vnútorný odpor ampérmetra? ($P_{A120} = 360$ mW; $P_{A100} = 250$ mW; $R_A = 0,01 \Omega$)

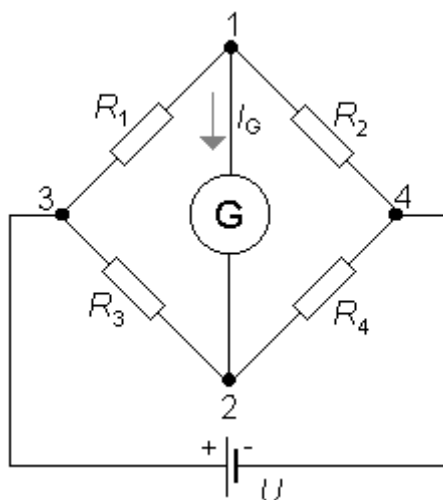
Úloha 3.3.15. Voltmeter má rozsah 600 V, jeho vnútorný odpor je $500 \Omega/V$. Aký veľký výkon spotrebuje prístroj pri meraní napätia $U = 250$ V? Aký prúd I tečie prístrojom pri meraní napätia 600 V? ($P_V = 0,208$ W = 208 mW; $I = 0,002$ A = 2 mA)

Úloha 3.3.16. Avometom triedy presnosti 1,5 meriame striedavý prúd na meracom rozsahu $M = 6$ A. Prístroj ukazuje meraný prúd 3,5 A. Skutočná hodnota prúdu meraná precíznym prístrojom je 3,58 A. Avomet má 60 dielikovú stupnicu. Určte klasickým spôsobom chyby merania (absolútnu chybu Δ , korekciu O pre danú nameranú hodnotu, relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu merania $|\Delta_T|$ v dielikoch a v ampéroch a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania $|\delta_T|$). ($\Delta = -0,08$ A; $O = +0,08$ A; $\delta = -2,286$ %; $|\Delta_T| = 0,9$ d; 0,09 A; $|\delta_T| = 2,57$ %)

Úloha 3.3.17. Voltmeter triedy presnosti 0,5 na meracom rozsahu $M = 300$ V ukazuje výchylku 150 V. Skutočná hodnota napätia je 151,2 V. Vypočítajte klasickým spôsobom absolútnu chybu merania Δ , relatívnu chybu merania δ , najväčšiu možnú absolútnu chybu Δ_T a najväčšiu možnú relatívnu chybu merania δ_T . Aká bude najväčšia možná relatívna chyba merania δ_T , ak na tom istom meracom rozsahu meriame napätie 50 V? ($\Delta = -1,2$ V; $\delta = -0,8$ %; $\Delta_T = \pm 1,5$ V; $\delta_T = \pm 1$ %; $\delta_T = \pm 3$ %)

Úloha 3.3.18. Ampérmetrom s meracím rozsahom $M = 10$ A, triedy presnosti 0,5 meriame prúd 8 A. Vypočítajte klasickým spôsobom najväčšiu možnú absolútnu Δ_T a relatívnu chybu δ_T merania! Aké budú chyby merania Δ_T a δ_T pri tom istom meranom prúde, ak použijeme ampérmetr s meracím rozsahom 20 A, triedy presnosti tiež 0,5? ($\Delta_T = \pm 0,05$ A; $\delta_T = \pm 0,625$ %; $\Delta_T = \pm 0,1$ A; $\delta_T = \pm 1,25$ %)

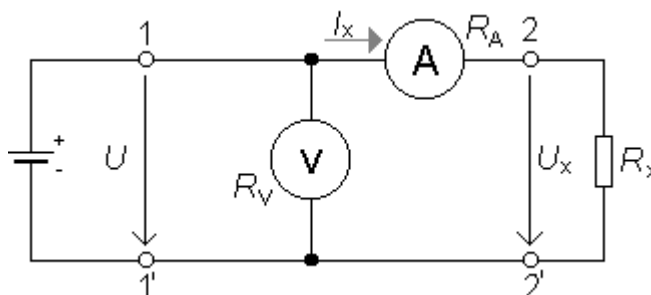
Úloha 3.3.19. Na meranie lineárnych odporov strednej veľkosti sa používa vyvážený Wheatstonov mostík (obr. 3.6) v rôznych vyhotoveniach. Odvodte podmienky rovnováhy Wheatstonovho mostíka a vypočítajte veľkosť meraného odporu R_x , ak $R_1 = R_x$ a vo vyváženom stave $R_2 = 1500 \Omega$, $R_3 = 3000 \Omega$, $R_4 = 3000 \Omega$. ($I_G = 0$; $R_1 R_4 = R_2 R_3$; $R_x = 1500 \Omega$)



Obr. 3.6

Úloha 3.3.20. Za určitých podmienok, ak $R_x \gg R_V$ a pri známom odpore ampérmetra R_A je vhodné merať odpor R_x Ohmovou metódou podľa schémy zapojenia na obr. 3.7. Neznámy odpor určíme z nameraného napätia U a prúdu I_x tečúceho meraným odporom. Nech namerané hodnoty sú: $U = 10 \text{ V}$, $I_x = 0,2 \text{ mA}$, použitý voltmeter má merací rozsah 12 V , vnútorný odpor $R_V = 5000 \Omega$, triedu presnosti $0,5$, ampérmeter má merací rozsah 1 mA , vnútorný odpor $R_A = 100 \Omega$ a triedu presnosti $0,2$. Vypočítajte hodnotu neznámeho odporu R_x s korekciou údajov voltmetra o úbytok napätia na ampérmetri a určte celkovú maximálnu relatívnu chybu merania odporu $|\delta_{R_x}|$.

($R_x = 49,9 \text{ k}\Omega$; $|\delta_{R_x}| = 1,6 \%$)



Obr. 3.7

Úloha 3.3.21. Elektromechanický (ručičkový) voltmeter má triedu presnosti $0,5$ a nastavený merací rozsah 150 V . Prístroj sa používa podľa stanovených pracovných podmienok. Údaj prístroja sa pri opakovaných meraniach nemenil a bol $U_x = 101,1 \text{ V}$. Vypočítajte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia je $k_r = 2$).

($101,1 \text{ V} \pm 0,866 \text{ V}$; $101,1 \text{ V} \pm 0,86 \%$)

Úloha 3.3.22. Určte hodnotu napätia s rozšírenou neistotou typu B ($k_r = 2$) pri meraní napätia magnetoelektrickým voltmetrom. Voltmeter má rozsah 60 V, dĺžku stupnice 120 dielikov, triedu presnosti 0,5 a výchylku 50 dielikov.

(25 V \pm 0,346 V; 25 V \pm 1,38 %)

Úloha 3.3.23. Určte rozšírenú neistotu typu B (s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní napätia číslicovým voltmetrom, ak je použitý rozsah voltmetra 0,3 V a chyba voltmetra je daná hodnotami $\pm 0,1$ % z údajov a $\pm 0,05$ % z meracieho rozsahu. Voltmeter ukazuje hodnotu napätia 30 mV.

(30 mV \pm 0,208 mV; 30 mV \pm 0,69 %)

Úloha 3.3.24. Vypočítajte rozšírenú neistotu typu B (koeficient rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní prúdu jednosmerným číslicovým miliampérmetrom na rozsahu 30 mA, ak ukazuje hodnotu 10 mA a ak je daná chyba miliampérmetra hodnotami $\pm 0,2$ % z údajov a $\pm 0,1$ % z rozsahu.

(10 mA \pm 0,058 mA; 10 mA \pm 0,58 %)

Úloha 3.3.25. Určte rozšírenú neistotu typu B (s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$) pri meraní napätia striedavým číslicovým voltmetrom s rozsahom 300 V a 4-miestnym displejom, ak ukazuje hodnotu 100 V a jeho chyba je daná hodnotami $\pm 0,1$ % z údajov ± 3 digity.

(100 V \pm 0,462 V; 100 V \pm 0,46 %)

Úloha 3.3.26. Sériou desiatich opakovaných meraní presným číslicovým ampérmetrom na meracom rozsahu $M = 10$ mA, boli namerané tieto hodnoty: 6,005; 6,012; 5,993; 5,998; 6,008; 5,991; 6,004; 6,002; 5,995; 6,010 [mA]. Chyba ampérmetra je daná hodnotami $\pm 0,01$ % z odčítanej hodnoty a $\pm 0,005$ % z meracieho rozsahu. Určte štandardné neistoty typu A, typu B, typu C a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom $k_r = 2$.

($u_A = 0,002\ 309\ 4$ mA; $u_B = 0,000\ 635\ 2$ mA; $u_C = 0,002\ 395$ mA;

$I_x = 6,002$ mA \pm 0,004 79 mA; $I_x = 6,002 \pm 0,079\ 8$ %)

Úloha 3.3.27. Pri meraní odporu VA metódou číslicový voltmeter na meracom rozsahu 500 mV a s triedou presnosti $\pm 0,1$ % z údajov, $\pm 0,05$ % z rozsahu nameral napätie $U = 375$ mV a magnetoelektrický ampérmeter na rozsahu 0,5 A a s triedou presnosti 0,5 nameral prúd 0,1 A. Vypočítajte štandardné neistoty merania odporu a napíšte výsledok vrátane rozšírenej neistoty s koeficientom rozšírenia $k_r = 2$.

($u_{R_x} = 54$ m Ω ; $u_{R_x} = 1,44$ %; $R_x = 3,75\ \Omega \pm 0,108\ \Omega$ pri $k_r = 2$; $R_x = 3,75\ \Omega \pm 2,88$ %, $k_r = 2$)

4 ZÁKLADNÉ PRINCÍPY BEZPEČNOSTI A OCHRANY ZDRAVIA PRI PRÁCI V LABORATÓRIU ELEKTROTECHNIKY

4.1 ZÁKLADNÉ PRINCÍPY BOZP

Pri práci v laboratóriu sú bezpečnosť a zdravie študentov a učiteľov ohrozované najmä úrazom elektrickým prúdom a poranením pri meraní na točivých elektrických strojoch. Aby sa predišlo prípadným úrazom, treba dodržiavať tieto pravidlá:

1. Na laboratórnych cvičeniach sa treba vždy riadiť pokynmi vedúceho cvičenia.
2. Pri jednotlivých meraniach treba postupovať podľa skrípt "Elektrotechnika - Návod na laboratórne cvičenia" a pokynov asistenta.
3. V laboratóriu treba zachovať pokoj a disciplínu, udržiavať poriadok a čistotu, nepoškodzovať laboratórny nábytok.
4. V laboratóriu je zakázané fajčiť a jesť.
5. Merania na točivých elektrických strojoch treba vykonávať so zvýšenou opatrnosťou, nakoľko môže prísť nielen k úrazu elektrickým prúdom ale aj k mechanickým poraneniam (pomliaždeniny, zlomeniny končatín.)
6. Elektrické obvody zapojíme podľa schémy až po zdroj napätia (elektrická sieť), a potom požiadame prítomného asistenta o skontrolovanie správnosti zapojenia a o súhlas na pripojenie k obvodu.
7. Počas merania je zakázané dotýkať sa voľných (neizolovaných) živých častí meracieho alebo regulačného zariadenia.
8. Po skončení elektrického merania si treba dať skontrolovať stav meracích prístrojov a namerané hodnoty asistentom, ktorý dá pokyn k odpojeniu zdroja napätia od elektrického obvodu. Až po odpojení zdroja možno rozpojiť jednotlivé prvky obvodu.
9. Nerobiť samovoľne opravy alebo zmeny na elektrických zariadeniach, ale na poruchu ihneď upozorniť asistenta.

V záujme bezpečnosti študentov pri výučbe v laboratóriu je stanovený odborný dozor tak, aby na jedného asistenta pripadlo **najviac 10 študentov**, pričom platia tieto zvláštne nariadenia:

1. Pred začatím výučby musí asistent osobne skontrolovať všetky signálne zariadenia a funkcie spínačov, ktorými možno v laboratóriu v prípade nebezpečenstva vypnúť prívod

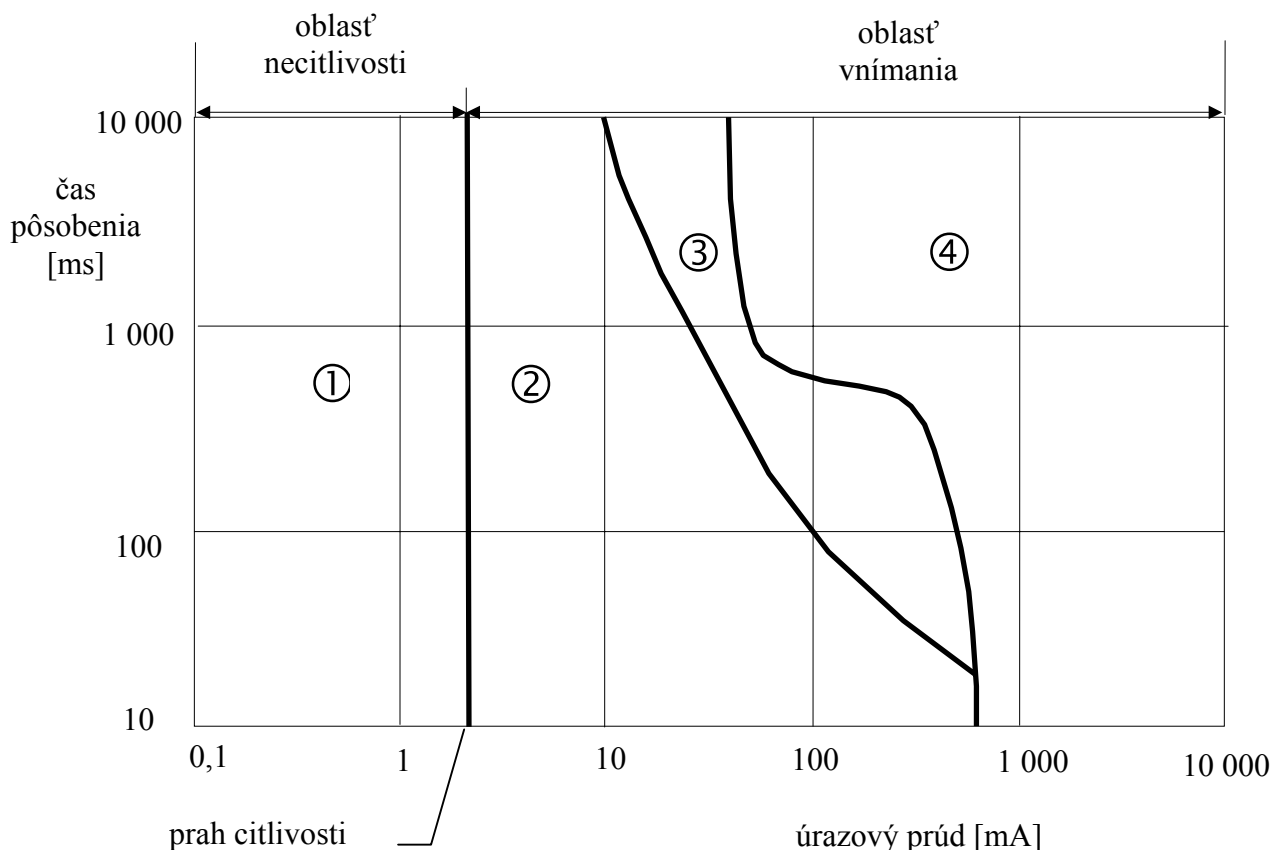
- prúdu na všetky pracoviská. Ovládač vypínača musí byť výrazne označený.
2. Asistent dbá na to, aby študenti používali predpísané a vyhovujúce osobné ochranné pracovné pomôcky a aby boli v poriadku hasiace prístroje.
 3. Pred začatím výučby v laboratóriách musia byť študenti oboznámení s príslušnými bezpečnostnými predpismi o hroziacom nebezpečenstve. Je potrebné, aby boli vyškolení v poskytovaní prvej pomoci pri úrazoch elektrinou. Učiteľ ich musí pred začatím výučby zopakovať.
 4. Asistent musí mať preukaz odbornej spôsobilosti získaný na základe skúšky z príslušných predpisov podľa vyhlášky č. 718/2002 Z. z. a svoje znalosti si musí dopĺňať sledovaním noriem a dodatkov.

4.2 VZNIK ÚRAZU ELEKTRICKÝM PRÚDOM

Od 1. septembra 2000 platí STN 33 2000-4-41 "Ochrana pred úrazom elektrickým prúdom." Táto norma spolu s STN IEC 61140 definuje aj úraz elektrickým prúdom. Elektrický prúd, ktorý prechádza telom človeka alebo zvieratá spôsobuje fyziologický účinok. Úrazy, spôsobené elektrickým prúdom, môžu vzniknúť týmito spôsobmi:

1. Dotykom živých častí elektrického zariadenia, ktoré majú nebezpečné napätie voči zemi, alebo nebezpečným priblížením sa k nim. V takomto prípade vzniká jedнопólový dotyk s elektrickým vedením, v dôsledku ktorého telom prejde poruchový prúd do zeme, ktorou sa vracia k uzemnenému uzlu zdroja.
2. Súčasným dotykom živých častí rozličnej polarít. V tomto prípade vzniká dvojпólový dotyk, pri ktorom sa telo nachádza v prúdovom obvode z jedného pólu do druhého, takže je zasiahnuté i vtedy, keď je postihnutý dobre izolovaný od zeme.
3. Dotykom neživých častí el. zariadenia, ktoré za normálnych okolností nie sú síce pod napätím, ale ktoré dostali nebezpečné napätie pre poruchu izolácie niektorej živej časti. Veľmi nebezpečné sú prípady, keď sa na kostru el. zariadenia dostane pri poruche fázové napätie. Vtedy obyčajne vzniká jedнопólový dotyk voči zemi, avšak nie je vylúčený ani dvojпólový dotyk medzi dvomi rozličnými konštrukčnými časťami, ktoré majú voči sebe rozdielny potenciál.
4. Pri vn (od 600 V do 30 kV) a vvn (od 30 kV do 171 kV) stačí i priblíženie sa k živým častiam na tzv. preskokovú vzdialenosť (pod 400 cm), aby nastal úraz.

Fyziologické účinky prechádzajúceho prúdu závisia od toho, či ide o striedavý alebo jednosmerný prúd. Výsledkom najnovších prieskumov z oblasti úrazu striedavým elektrickým prúdom je závislosť úrazového prúdu od času pôsobenia (diagram $I - t$), ktorý vymedzuje zóny úrazovosti podľa obr. 4.1. Závislosť platí pre striedavý prúd sieťovej frekvencie 50 Hz.



Obr. 4.1. Úrazy elektrinou - diagram $I - t$. Oblasti: ① - oblasť necitlivosti, ② - oblasť elektrických úderov, ③ - oblasť ťažkých úrazov, ④ - oblasť novej mortality

① - **Oblasť necitlivosti:** skúškami sa overilo, že ľudský organizmus nevníma evidentnými reakciami malé hodnoty elektrickej energie. Z toho vyplýva, že existuje určitý bod, prah citlivosti, po prekročení ktorého organizmus začne reagovať na pôsobenie elektrickej energie zvonka. V diagrame vyčleňuje túto oblasť kolmá čiara v bode $I = 2$ mA, t. j. prah citlivosti je určený hodnotou prúdu 2 mA bez ohľadu na čas pôsobenia. V zóne necitlivosti nebolo zaznamenané žiadne porušenie funkcií ľudského organizmu.

② - **Oblasť elektrických úderov:** ak pôsobiaci prúd prekročí prah citlivosti, jeho účinok sa prejaví a je evidentný. Najskôr so stúpajúcim prúdom alebo s predlžujúcim sa časom sa prejaví ľahšími alebo znesiteľnejšími formami, ako svrbením, teplom, trpnutím, bolesťami v kĺboch, ľahkými kŕčmi a pod.

V ďalšom priebehu sa účinky stupňujú, sú ťažšie a radikálnejšie: kŕče svalov sú silné, bolesti v kĺboch sa stupňujú, môžu sa objaviť dýchacie ťažkosti a nepravidelnosti srdcovej činnosti. Vyvrcholením tohto silnejúceho procesu je stav, keď kŕče sú také veľké a mocné, že osoba, ktorá uchopila vodič alebo časť zariadenia pod napätím, nevie už sama ruku uvoľniť. Tento stav nazývame neuvolniteľným kŕčom.

Krivka neovládateľného kŕča nie je priamkou a jasne vyjadruje závislosť $I - t$: so stúpajúcim časom t klesá zodpovedajúci prúd I . Pre prúdy I , ktoré sú menšie ako 10 mA je čas pôsobenia ľubovoľný, pre prúd $I = 500$ mA je obmedzený na 0,02 s. V časovom intervale $t = 0,02$ až 1 s je priebeh prakticky lineárny a približne nepriamo úmerný.

③ - **Oblasť ťažkých úrazov**: vstup do tejto oblasti je ohraničený čiarou neuvolniteľného kŕča a ide o zónu, v ktorej dominuje vážne poškodenie zdravia či fyziologických funkcií ľudského organizmu. Hlavnými patologickými príznakmi sú silné kŕče svalov, sprevádzané aj ich prípadným pretrhnutím, dýchacie a srdcové ťažkosti, bezvedomie - v nepriaznivých hraničných prípadoch nemožno vylúčiť ani smrť.

④ - **Oblasť možnej mortality**: základná patologická forma, ktorá vedie k smrti, je zvláštny kmitavý stav srdcového svalu, tzv. fibrilácia srdca, ktorá je vyvolaná účinkom elektriny za určitých podmienok. Fibriláciu nemožno zamieňať so zastavením srdcovej činnosti. Z priebehu fibrilácie srdca vidieť, že ak prúd I je menší ako 20 mA, kmitanie srdca vôbec nenastane, a to ani pri dlhodobom pôsobení prúdu. Silná závislosť $I - t$ sa prejaví v rozpätí $I = 40$ až 500 mA. Ak sa doba pôsobenia prúdu skráti pod 0,3 s, prúd môže dosiahnuť hodnotu $I = 300$ až 500 mA.

Z uvedeného vidno, že čas trvania úrazu a veľkosť pretekajúceho prúdu majú významnú úlohu pri vytváraní podmienok bezpečnej práce na elektrických zariadeniach. Určiť hranicu absolútne bezpečného prúdu pre všetky osoby nie je možné. Ak označíme bezpečný prúd pre mužov 100 %, tak pre ženy je to približne 66 % a pre deti 50 %. Prahová hodnota striedavého prúdu 50 Hz, pri ktorej nastáva kŕčovitý stiahnutie svalov ruky, je asi 10 mA.

Pri **jednosmernom prúde** má najväčší význam elektrolytický účinok. V elektrolytoch sa prenos elektrických nábojov uskutočňuje pomocou iónov. V okolí kladného pólu sa hromadia prevažne kyslé látky a dochádza tu skôr k odvodňovaniu, v blízkosti zápornej elektródy sa naopak sústreďujú zásadité látky a dochádza k nadúvaniu tkanív.

Väčšie elektrochemické zmeny môžu podráždiť aj pohybové nervy a spôsobia kŕčovitý stiahnutie svalov. Pri veľkých prúdoch sa zastavuje životná činnosť buniek.

Jednosmerné prúdy do 3 mA nevyvolávajú obyčajne vôbec žiadny pocit. V rozmedzí 5 až 10 mA dochádza ku svrbeniu a začína sa pociťovať teplo. Pri 20 až 25 mA začína sťahovanie svalov na rukách. Dolná hranica prúdu vyvolávajúceho kŕče je asi 60 mA (šesťkrát väčší prúd než pri striedavom prúde 50 Hz).

Pri väčšom prúde dochádza k bolestivým kŕčom vo svaloch a ak prechádza prúd hrudníkom, nastáva silný sťah dýchacieho svalstva. Pri prúdoch 80 až 100 mA je dýchanie takmer znemožnené. Pri priechode prúdu hlavou dôjde k zlyhaniu k životu potrebných mozgových centier pre reguláciu srdcovej činnosti, dychu, periférneho krvného obehu atď., a tým k úmrtiu.

Ďalší účinok je tepelný, aj keď pri jednosmernom prúde ustupuje do pozadia pred pôsobením elektrolytickým. Najviac sa zahrejú časti, kde je najväčšia hustota prúdu; napr. v dolnej časti končatiny nad členkom a pod. Ak sa predpokladá odpor 500 až 1000 Ohm, premení sa na teplo pri priechode jednosmerného prúdu 50 mA výkon okolo 2,5 W, čo spôsobí len nepatrné zahriatie.

Pôvodne platili hodnoty bezpečného prúdu do 10 mA pre striedavý a do 25 mA pre jednosmerný prúd. V súčasnosti STN IEC 61140 definuje ochranu obmedzením ustáleného dotykového prúdu a náboja, kde pre ustálený prúd tečúci odporom 2000 Ω je

bezpečný prúd -	jednosmerný	10 mA
	striedavý	3,5 mA
Max. náboj -		50 μ C

4.3 OZNAČOVANIE VODIČOV FARBAMI

Pre označovanie vodičov sú dovolené tieto farby:
čierna, hnedá, červená, oranžová, žltá, zelená, modrá, fialová, šedá, biela, ružová, tyrkysová.
Odporúča sa, aby sa označenie farbou použilo po celej dĺžke vodiča, a to buď farbou izolácie alebo farebnými značkami. Doplňujúce označovanie, napríklad alfanumerické, je dovolené za predpokladu, že označenie farbou zostáva jednoznačné.

Neutrálny vodič N a stredný vodič M


- farba izolácie: **bledomodrá farba** (svetlomodrá farba),
- holé (neizolované vodiče) – ak sa označujú farebne: v každom poli alebo sekcii alebo v každej prístupnej polohe musia mať bledomodré pruhy široké 15 až 100 mm alebo musia byť bledomodré po celej dĺžke.

Fázové vodiče

- prednostná farba izolácie striedavých systémov: **čierna** (*prednostne*) a *hnedá*.

Ochranný vodič PE

- farba izolácie: **zelená/žltá** (na každých 15 mm dĺžky vodiča, kryje jedna z farieb 30 až 70 % povrchu vodiča a zvyšok povrchu kryje druhá farba),
- holé (neizolované) vodiče – ak sú ochranné vodiče neizolované a sú označované farbou (z/ž), musia byť zafarbené zeleno/žltá buď po celej dĺžke každého vodiča alebo v každej jednotke alebo v každej prístupnej polohe.

Tam, kde je ochranný vodič ľahko rozlíšiteľný podľa svojho tvaru, konštrukcie alebo polohy, nie je potrebné farebné označenie po celej jeho dĺžke – ale jeho konce a prístupné polohy by mali byť jasno označené grafickou značkou:  alebo dvojfarebnou kombináciou: zelená/žltá alebo písmenami: PE

Vodič PEN

- farba izolácie: **zelená/žltá po celej dĺžke** a navyše **s modrým** (bledo modrým) **zakončením** (doplňkové modré označenie môže byť vynechané vo vedeniach pre distribúciu el. energie napr. v priemysle a v elektrických spotrebičoch ak to ustanovuje príslušná výrobková norma).

4.4 PODMIENKY NA PRIPÁJANIE PRENOSNÝCH ELEKTRICKÝCH SPOTREBIČOV POHYBLIVÝM PRÍVODOM DO ZÁSUVIEK

Podľa STN 341010 je potrebné dodržiavanie týchto zásad:

1. Pevné zásuvky v rozvodoch nn musia mať ochranné kontakty, ktoré musia byť vždy spojené s ochrannou sústavou elektrického rozvodu.
2. Zásuvky sa pripájajú tak, aby ochranný kolík bol hore a PEN vodič bol pripojený na pravú zdierku pri pohľade spredu.
3. Zásuvky na bezpečné napätie sa nesmú zameniť so zásuvkami, konštruovanými pre nízke napätie.
4. Pohyblivé prívody musia mať vždy ochranný vodič a vidlicu s ochranným kontaktom. Len pri elektrických predmetoch s *triedou ochrany* II má pohyblivý prívod len dva vodiče, ktoré môžu byť rovnakej farby a vidlicu bez ochranného kontaktu (kolíka), ktorú možno zastrčiť do bežnej zásuvky s kolíkom. Vidlica musí byť od šnúry neoddeliteľná.


Základné podmienky pre pohyblivé prívody:

- je zakázané, aby pohyblivý prívod mal na oboch koncoch vidlice,
- všetky vodiče prívodu, vrátane ochranného, musia byť v jednom obale,
- vidlica a nástrčka musia byť rovnakého vzoru, na rovnaké napätie a pre rovnaký menovitý prúd,
- na jednu vidlicu sa môže pripojiť len jeden prívod,
- predlžovacie šnúry majú mať max. dĺžku 12 m, celková dĺžka nemá prekročiť 50 m.

4.5 ROZDELENIE TRIED OCHRÁN ELEKTRICKÝCH ZARIADENÍ

Elektrické predmety a zariadenia sa zaraďovali podľa starej normy z hľadiska bezpečnosti pre úrazom elektrinou do týchto skupín: *trieda 0* - má len pracovnú izoláciu, *trieda 0I* - má len pracovnú izoláciu a ochrannú svorku, *trieda I* - má len pracovnú izoláciu a kostry majú ochrannú svorku, *trieda II* - má dvojité alebo zosilnenú izoláciu a sú bez ochranného vodiča, *trieda III* - len pre malé napätia.

Nové normy STN používajú výraz **trieda ochrany**, ktorá je charakterizovaná uplatnením ochranného vodiča, a nie povahou izolácie. Ide o zariadenia


- **triedy ochrany 0:** sú bez ochrany a nemajú prvok na pripojenie ochranného vodiča, majú len základnú izoláciu, ktorá umožní elektrický chod zariadenia, ale mu neposkytne ochranu pred nebezpečným dotykovým napätím - základná izolácia sa nepovažuje za ochranu. Pre tieto prístroje je realizovaná jedine ochrana okolím. V SR sa tieto zariadenia nesmú použiť.
- **triedy ochrany I:** majú prvok na pripojenie ochranného vodiča. Tento prvok je vodivo prepojený so všetkými neživými časťami zariadenia. Ochrana sa realizuje pripojením ochranného vodiča na svorku zariadenia označenú značkou 

Neživé časti sú oddelené od živých častí základnou izoláciou. Drobné kovové časti, napríklad príchytne skrutky, svorníky a pod., nepredstavujú nebezpečenstvo a nepripájajú sa k ochrannému vodiču.

- **triedy ochrany II:** majú dvojité alebo zosilnenú izoláciu, nemajú prvok na pripojenie ochranného vodiča, pohyblivý prívod má len dve žily a je bez ochranného vodiča a s vidlicou bez ochranného kolíka. Zariadenia a predmety musia byť označené značkou



Ochrana je daná konštrukciou prístroja alebo zariadenia, aplikácia ďalších ochrán je zakázaná.

- **triedy ochrany III:** sú konštruované na pripojenie k obvodom SELV alebo PELV, čím sa realizuje ich ochrana proti úrazu elektrinou. Značka elektrických predmetov je 

(SELV - ochrana pred nebezpečným dotykom živých a zároveň neživých častí zariadenia, a to pri normálnej i poruchovej prevádzke. Je to samostatný, izolovaný obvod, celkom oddelený od iných systémov a ich vplyvov, a s vysokou bezpečnosťou. Kvalitná izolácia oddeľuje obvod od zeme.

PELV - uzemnený obvod SELV.)

4.6 ROZDELENIE ELEKTRICKÝCH ZARIADENÍ

Tabuľka 4.1 Rozdelenie elektrických zariadení podľa menovitého napätia

Kategória	Označenie	Názov zariadenia	Menovité napätia [V]		
			v uzemn. sústave medzi vodičom a zemou	v uzemn. sústave medzi vodičmi	v izolovanej sústave medzi vodičmi
I	mn	malého napätia	< 50	< 50	< 50
II	nn	nízkeho n.	50 - 600	50 - 1000	50 - 1000
A	vn	vysokého n.	600 - 30k	1k - 52k	1k - 52k
B	vv	veľmi vysokého n.	30k – 171k	52k - 300k	52k - 300k
C	zv	zvlášť vysokého n.		300k - 800k	
D	uv	ultra vysokého n.		> 800k	

4.7 OCHRANA ŽIVÝCH ČASTÍ ELEKTRICKÝCH ZARIADENÍ

Živé časti elektrických zariadení treba pri práci vždy chrániť pred nebezpečenstvom dotyku alebo pred priblížením na takú vzdialenosť, pri ktorej by už mohlo dôjsť k úrazu elektrickým prúdom. Ochranu živých častí vykonávame týmito spôsobmi

1. **Polohou** - ochrana polohou spočíva v takom umiestnení živých častí, že ich dotyk je bez použitia osobitných pomôcok vylúčený.
2. **Zábranou** - spočíva v znemožnení dotyku živých častí alebo v zabránení nebezpečného priblíženia sa k nim (ohrade). Nie je súčasťou elektrického zariadenia.
3. **Krytím** - je to konštrukčné opatrenie, ktoré tvorí súčasť elektrického zariadenia (kryt).
4. **Izoláciou** - spočíva v tom že sa živé časti obklopa izolantom tak, aby sa znemožnil akýkoľvek dotyk človeka.
5. **Doplňkovou izoláciou** - elektrické zariadenie sa vybaví izolačným stanovišťom (koberec) alebo sa pri práci použijú osobné ochranné pracovné prostriedky (vypínacie tyče, dielektrické rukavice...).

4.8 PREDPISY PRE ZAOBCHÁDZANIE S ELEKTRICKÝMI ZARIADENIAMÍ PRI POŽIAROCH A ZÁTOPÁCH

4.8.1 Požiar a hasenie požiaru

Požiar je každé nežiaduce, nekontrolované a na určitý priestor vopred neohraničené horenie, pri ktorom vznikajú škody na majetku alebo zdraví osôb, alebo by mohli vzniknúť ak by včas nebol vykonaný zásah.

Horenie môže vzniknúť len za prítomnosti týchto troch činiteľov horenia

- prítomnosť horľavej látky,
- prítomnosť vzduchu, alebo iného okysličovadla,
- prítomnosť zápalnej teploty.

Podľa horiacich látok rozoznávame štyri triedy požiaru:

Trieda A - horenie tuhých látok horiacich plameňom alebo tlejúcich, napr. drevo, uhlie, textil, papier, seno, slama, plastické hmoty, rašelina.

Trieda B - horenie kvapalných látok horiacich plameňom (napr. benzín, nafta, petrolej, oleje, farby a laky, riedidlá, alkoholy, éter, acetón, toluén, sírouhlík). Sem patria i látky pri bežnej teplote tuhé, ale ktoré sa pri zvýšenej teplote skvapalňujú, napr. tuky, vosky, mazadlá, asfalt, živice.

Trieda C - horenie plyných látok horiacich plameňom (napr. metán, propán-bután, svietiplyn, zemný plyn, vodík, acetylén).

Trieda D - horenie ľahkých kovov (napr. horčík a jeho zliatiny s hliníkom).

Fyzická osoba nesmie:

- a) fajčiť alebo používať otvorený plameň na miestach so zvýšeným nebezpečenstvom vzniku požiaru,
- b) vypaľovať porasty bylín, kríkov a stromov,
- c) zakladať oheň v priestoroch alebo na miestach, kde môže dôjsť k jeho rozšíreniu,
- d) vykonávať činnosti, na ktorých výkon nemá osobitné oprávnenie alebo odbornú spôsobilosť, ktoré sa z hľadiska protipožiarnej bezpečnosti vyžadujú na ich vykonávanie podľa osobitných predpisov,
- e) poškodzovať, zneužívať alebo sťažovať prístup k požiaro-technickým zariadeniam, požiarnym vodovodom alebo vecným prostriedkom na ochranu najmä elektrickej energie, plynu alebo vody,
- f) vyvolať bezdôvodne požiarne poplach alebo privolať bezdôvodne hasičskú jednotku.

Každý je povinný v súvislosti so zdolávaním požiaru

- a) vykonať nevyhnutné opatrenia na záchranu ohrozených osôb,
- b) uhasiť požiar, ak je to možné, alebo vykonať nevyhnutné opatrenia na zamedzenie jeho šírenia,
- c) ohlásiť bez zbytočného odkladu na určenom mieste zistený požiar alebo zabezpečiť jeho uhasenie,
- d) poskytnúť hasičskej jednotke osobnú pomoc na výzvu veliteľa zásahu, veliteľa hasičskej jednotky alebo obce.

4.8.2 Základné zásady pri požiari

Pri požiari:

- ❑ nereagujte bezhlavo, mohlo by vás to stáť život (panika je veľakrát nebezpečnejšia, ako samotný požiar);
- ❑ vyhľadajte najbezpečnejšiu únikovú cestu (majte premyslenú aj druhú únikovú cestu, ak ešte existuje);
- ❑ nezdržujte sa zbieraním osobných vecí: zoberte so sebou iba veci, ktoré vám môžu pomôcť pri "úteku" - hasiaci prístroj, hrubú tkaninu, sekeru, lano... (každá sekunda rozhoduje o vašom živote a treba utekať na "ľahko");
- ❑ ak vám situácia dovoľí, informujte ostatné osoby v budove o požiari "HORÍ";
- ❑ neotvárajte dvere predtým, ako skontrolujete ich teplotu dotykom ruky v hornej časti dverí;
- ❑ zatvárajte za sebou všetky dvere!;

- ❑ nevracajte sa späť;
- ❑ sledujte neustále situáciu okolo seba!;
- ❑ pri zníženej viditeľnosti sa jednou rukou dotýkajte steny - opora, rýchlejší a istejší postup vpred;
- ❑ ak sa dá, pomôžte ostatným, resp. zraneným;
- ❑ zhromaždite sa pred budovou, na vopred dohodnutom mieste (protipožiarne školenie a cvičenie): takto zistíme, kto opustil budovu. Poznámka: kto musí ísť napríklad na ošetrovanie, a ak mu to situácia umožní, musí to nahlásiť vopred dohodnutej osobe;
- ❑ **NEZABUDNITE !** - ak budete hasiť požiar vodou, resp. elektricky vodivou látkou, potom bezpodmienečne musíte budovu (byt) odpojiť od elektrického prúdu.

Požiar, alebo zátopu treba ihneď hlásiť

1. na ohlasovňu požiarov (vrátnica MtF na Paulínskej, resp. priamo na tel. č. 150),
2. povereným osobám na fakulte,
3. príslušnému rozvodnému energetickému podniku.

Požiarne poplach sa vyhlasuje volaním „HORÍ“.

Pred začatím záchranných prác pri požari alebo zátope elektrického zariadenia treba ďalej postupovať takto:

- a) Pracovníci k tomu určení musia vypnúť elektrický prúd, pričom treba skontrolovať, či sa pritom nevypli
 - dôležité zariadenia, ktoré by mohli havarovať,
 - požiarne čerpadlá a čerpadlá na plnenie vodných zásobníkov,
 - núdzové osvetlenie,
 - zariadenia potrebné na evakuáciu osôb a materiálu (výťahy, odsávacie ventilátory,...).
- b) K pretrhnutému elektrickému vedeniu treba zamedziť prístup.
- c) Požiar, ktorý vznikol pri nn vedení, sa môže hasiť súvislým prúdom vody až po spoľahlivom vypnutí elektrického prúdu. Kde nie je možné toto zariadenie vypnúť, treba požiar hasiť hasiacimi prístrojmi alebo vodnou hmlou. V záujme bezpečnosti je však potrebné dodržať pri hasení vzdialenosť od živých častí najmenej 2 m. Elektrické zariadenia vn alebo vvn i jeho okolie možno hasiť len po bezpečnom vypnutí elektrického prúdu. Hasí sa snehovým hasiacim prístrojom s CO₂, práškovým hasiacim prístrojom a na otvorenom priestranstve možno použiť i tetrachlórový hasiaci prístroj. Pri väčšom požari

musia mať aspoň dve osoby bezpečnostný dozor, aby záchrancovia v boji so živlom neutrpeli žiadny úraz.

Na rýchlu likvidáciu vznikajúceho požiaru slúžia:

- prenosné – ručné,
- pojazdné a prívesné hasiace prístroje.

Podľa použitého hasiva rozoznávame tieto druhy hasiacich prístrojov:

- vodné,
- penové,
- práškové,
- halónové,
- snehové (CO₂).

4.8.3 Druhy a vhodnosť použitia ručných hasiacich prístrojov.

Vodné hasiace prístroje: Označenie – W

Sú plnené vodou s prísadou chemikálií na zaistenie mrazuvzdornosti. Do činnosti sa uvádzajú vo zvislej polohe úderom ruky na nárazník – tým sa uvoľní výtláčny prostriedok (CO₂) z tlakovej patróny, ktorá je umiestnená vo vnútri prístroja.

Asi po 5 sekundách stlačením pištoľovej prúdnice uvoľníme prúd hasiva, ktoré smerujeme hadičkou do ohniska požiaru.

Použitie na: triedy požiaru A

Nehodí sa na: hasenie horľavých kvapalín a plynov tam, kde hrozia veľké škody premáčaním.

Nemôže sa použiť na: hasenie elektrických zariadení pod napätím a na hasenie látok triedy D.

Penové hasiace prístroje: Označenie – VP

Vzduchopenové na penu vytvorenú mechanickým spôsobom. Do činnosti sa uvádzajú v polohe hore dnom úderom nárazníka na tvrdý predmet. Vodný roztok penidla je vytláčaný plynom do výstrekovej hubice, kde dochádza k jeho napeneniu.

Použitie na: hasenie požiaru triedy A a B, okrem polárnych kvapalín, ktoré penu rozkladajú.

Nesmú sa použiť na: hasenie elektrických zariadení pod napätím a triedu D.

Upozornenie: pri hasení sa musí držať hore dnom a prúd hasiva sa nedá zastaviť

Práškové hasiace prístroje: Označenie – PG

Sú plnené na báze fosforečnanov amónnych. Uvádzajú sa do činnosti buď úderom na nárazník (PG 6 a PG 10), kde sa prerazí tlaková patróna a uvoľnený plyn vytláča prášok, alebo pomocou pištoľovej spúšte (PG 2), ktorý je pod stálym tlakom.

Použitie: na hasiace triedy požiarov triedy A, B a C a na hasenie elektrických zariadení pod napätím.

Nesmú sa použiť: na hasenie voľne uložených tuhých práškových látok, triedu D a jemnú mechaniku. Vhodné najmä do knižníc, archívov, galérií a pod.

Nesmú sa otáčať hore dnom!

Halónové hasiace prístroje: Označenie – CB, TFB

Sú plnené halogénovanými uhl'ovodíkmi (halónmi). Do činnosti sa uvádzajú otvorením uzatváracieho ventilu pomocou ručného kolieska.

Použitie: na hasenie požiaru triedy B a na hasenie elektrických zariadení pod napätím, najmä jemnej mechaniky – telefónne ústredne, výpočtové strediská a pod.

Pozor! Pri hasení v uzavretých miestnostiach je potrebné zabezpečiť dostatočné vetranie. Halóny typu CB sú zdraviu škodlivé a pri styku so žeravými povrchmi látok pyrolýzou môžu vznikáť ďalšie škodliviny.

Nie sú vhodné na hasenie pevných organických látok a triedu D.

Snehové hasiace prístroje: Označenie – CO₂, predtým S

Sú to vysokotlakové fľaše so stlačeným oxidom uhličitým (CO₂). Do činnosti sa uvádzajú buď stlačením pištoľovej spúšte (S-1,5) alebo otočením kolieska (S-6).

Použitie: na triedu požiaru B a C a elektrických zariadení pod napätím.

Nemôžu sa použiť na hasenie voľne uložených sypkých materiálov!

Pozor! Nesmú sa použiť na hasenie tuhých žeraviacich látok a na požiare triedy D. Pozor na možnosť vzniku omrzlín – nechytať za kovové časti!

4.9 PRVÁ POMOC PRI ÚRAZE ELEKTRICKÝM PRÚDOM.

Elektrický prúd, prechádzajúci ľudským telom, spôsobuje tepelné a fyziologické účinky. O tom, v akej miere sa tieto účinky prejavia, rozhoduje veľkosť prúdu, dĺžka času jeho pôsobenia a druh prúdu. Jednosmerný prúd nízkeho napätia spôsobuje kŕče svalov a svojimi elektrolytickými účinkami rozklad krvi. Striedavý prúd (50 Hz) nízkeho napätia spôsobuje kŕče svalov. Najhorší je ten prípad, keď elektrický prúd prechádza oblasťou srdca alebo zasiahne mozog či miechu. Postihnutý upadá do bezvedomia a keď sa mu včas neposkytne prvá pomoc umiera.

Vysoké napätie spôsobuje úrazy najmä popálením a ak je vyššie než 1000 V môže spôsobiť aj rozklad krvi a embóliu.

Pri poskytovaní prvej pomoci treba dodržať tento postup:

1. Postihnutého hneď vyslobodiť z dosahu elektrického prúdu vypnutím, alebo spoľahlivým prerušením obvodu, v ktorom sa nachádza (odtiahnutím postihnutého z dosahu živej časti zariadenia, mechanickým prerušením vodiča).
2. Ihneď zistiť či je postihnutý pri vedomí, či dýcha, či má hmatateľný pulz a do akej miery je poranený (krvácanie, popáleniny, ..).
3. Po tejto laickej diagnostike treba pristúpiť k poskytnutiu prvej pomoci do príchodu lekára

takto:

a) ak postihnutý je v bezvedomí ale dýcha, má pritom hmatateľný pulz a nemá známky vážnejšieho zranenia, treba ho uložiť do vodorovnej polohy na bok, s hlavou čo najviac zaklonenou a s uvoľneným odevom pri krku, na prsiach a bruchu tak, aby sa mu uvoľnili dýchacie cesty.

Nesmie sa podávať žiadny nápoj ani liek. Treba neustále sledovať dych a činnosť srdca až do príchodu lekára.

b) Ak postihnutý nedýcha alebo prestane dýchať, musí sa ihneď zaviesť umelé dýchanie až do času, kedy začne opäť dýchať. Ak postihnutý dýcha slabo, povrchno a nepravidelne, treba zaviesť podporné dýchanie. S umelým dýchaním sa pokračuje až do príchodu do nemocnice. Zásadne pri ňom používame vnútorný spôsob umelého dýchania z pľúc do pľúc.

c) Ak postihnutý i naďalej nedýcha (umelé dýchanie je neúčinné), postihnutý nemá hmatateľný pulz na krčnici ani na hlavnej stehennej tepne, vycvičený záchranca doplní oživovanie nepriamou masážou srdca.

d) Záchranca ošetrí zistené poranenie až vtedy, keď postihnutý začne pravidelne dýchať a keď sa obnoví činnosť srdca. Toto spočíva v zastavení krvácania priložením tlakového obväzu, pri krvácaní z veľkých tepien na končatinách treba tieto pevne stiahnuť nad ranou Martinovým obväzom a pod. Postihnutého treba urýchlene prepraviť do nemocnice, pričom sa na pripojenom lístku uvedie presný čas, kedy sa priložilo ovínadlo. Ostatné rany treba ošetriť tak, že sa očistí ich okolie a vlastná rana sa zakryje sterilným obväzom. Zlomeniny a vykĺbeniny sa nesmú naprávať. Treba ich zafixovať pomocou dláh.

Umelé dýchanie z pľúc do pľúc.

Pred začatím umelého dýchania treba postihnutého položiť na chrbát. Z jeho úst sa odstránia všetky prekážky, a pod lopatky sa podloží zvinutá prikrývka. Potom hlavu postihnutého zakloníme čo najviac dozadu a to tak, že jednou rukou tlačíme dolnú sánku hore a dozadu a druhou čelo. Tým dosiahneme uvoľnenie dýchacích ciest postihnutého. Ak zostanú ústa v kľči zatvorené, nesmieme ich otvárať násilím, a umelé dýchanie robíme cez jeho nos. Záchranca sa zhlboka nadýchne a potom vzduch vydýchne do úst (nosa) postihnutého asi 10-krát rýchlo za sebou asi v sekundových intervaloch. Potom tempo spomalí a pokračuje rýchlosťou 12 - 16 - krát za minútu. Medzi jednotlivými vdychmi pozoruje pohyby hrudníka postihnutého a kontroluje pulz na krčnej tepne. Umelé dýchanie poskytuje až kým postihnutý nezačne samostatne dýchať. Len čo postihnutý začne dýchať sám, záchranca umelé dýchanie preruší a uloží postihnutého do stabilizovanej polohy.

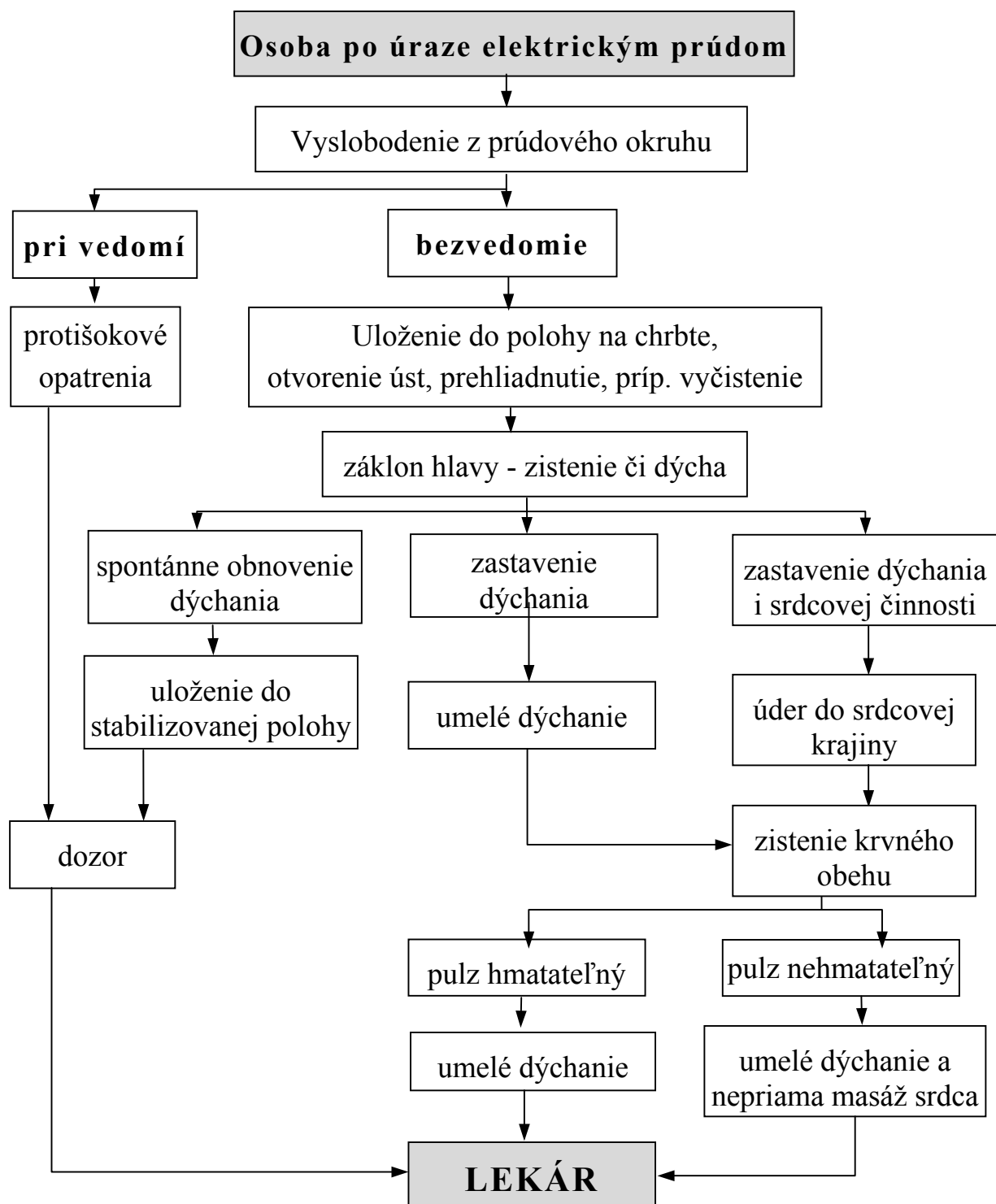
Nepriama masáž srdca

Postihnutý je v bezvedomí, nedýcha a na krčnej tepne nehmatáme pulz. Zreničky sa rozširujú a asi po 1 minúte prestávajú reagovať na svetlo. Postup je ako pri zástave dýchania, ale okrem umelého dýchania začneme aj s vonkajšou masážou srdca. Pokus o obnovenie srdcovej činnosti začneme energickým úderom zatvorenou päťou na dolnú polovicu prsnej kosti. Úder môžeme 2 – 3-krát zopakovať. Medzi jednotlivými údermi rýchlo do postihnutého 3 – 4-krát vdýchneme.

Ak nedôjde k obnoveniu akcie, pristúpime k masáži srdca. Pri nej, na rozdiel od umelého dýchania, musí postihnutý ležať na tvrdej podložke. Masáž robíme hranou dlane a zápästia tlakom na dolnú tretinu prsnej kosti postihnutého. Rytmicky a dynamicky musíme prsnú kosť stlačiť o 4 až 6 cm oproti chrbtici, aby sme zabezpečili dostatočný objem vypudenej krvi zo srdca. Ruky máme pritom položené krížom cez seba. Stláčame s frekvenciou 60-krát za minútu.

Zároveň s masážou srdca poskytujeme umelé dýchanie, pričom striedame masáž s vdychom tak, aby sme po každom 5. stlačení hrudníka 1-krát vdýchli. Zároveň kontrolujeme pulz na krčnej tepne. Masáž je efektívna vtedy, keď po zatlačení na hrudník zacítíme pulzovú vlnu na krku. V tomto postupujeme až do obnovenia dýchania a akcie srdca, resp. do príchodu lekárskej pomoci. V každom prípade treba resuscitovať tak dlho, ako je to možné.

Resuscitovať možno aj vo dvojici, pričom jeden masíruje srdce a druhý dáva umelé dýchanie pri dodržaní vyššie uvedených zásad.



Prvá pomoc pri šoku.

Šok je život ohrozujúci stav, pri ktorom zlyháva cirkulácia, pretože dôjde k poklesu tlaku, alebo objemu cirkulujúcej tekutiny na nebezpečnú úroveň. V dôsledku toho dochádza k nedokrveniu životne dôležitých orgánov – srdca, mozgu, ľadvín, pľúc. Pri úraze elektrickým prúdom môže prísť k rozvoju šoku z viacerých príčin:

1. ťažká arytmia až zástava srdca,
2. strata tekutín rozsiahlymi popáleninami,
3. masívne krvácanie v dôsledku druhotných úrazov,
4. šok z bolesti a psychogénne indukovaný šok.

Pre šok je charakteristická centralizácia obehu t.zn., že krvou sú prednostne zásobované najdôležitejšie orgány – srdce, mozog, ľadviny. Účinok šoku sa zvyšuje bolesťou, strachom a vzpriamenou polohou.

Príznaky šoku:

- bledosť slizníc a kože,
- koža je studená a spotená,
- dýchanie je plytké a rýchle,
- pulz je slabý, ťažko hmatateľný, zrýchlený,
- postihnutý trpí úzkosťou, je nepokojný, odmietavý, môže byť dezorientovaný,
- môže zvracať,
- môže upadnúť do bezvedomia.

Prvá pomoc pri šoku:

- postihnutého uložíme do vodorovnej polohy,
- hlavu otočíme na bok, aby nevdychol príp. zvratky,
- ošetríme závažné poranenia,
- s postihnutým komunikujeme a snažíme sa ho udržať pri vedomí,
- nohy dáme na podložku tak, aby boli vyššie ako hlava- tzv. autotransfúzna poloha,
- uvoľníme tesný odev,
- prikryjeme postihnutého dekou, alebo inou prikrývkou čím zabránime strate tepla,
- ošetríme ostatné poranenia,
- snažíme sa utlmiť veľké bolesti napr. pri popálení,
- kontrolujeme pulz a dýchanie,
- urýchlene zabezpečujeme prevoz do nemocnice.

5 JEDNOSMERNÉ OBVODY

5.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Elektrický prúd je usporiadaný pohyb nábojov. Cez plochu bude prechádzať náboj v závislosti od veľkosti plochy S , koncentrácie nosičov náboja n , rýchlosti pohybu nábojov v a veľkosti náboja jedného nosiča e . Prúd potom môžeme vyjadriť pomocou **prúdovej hustoty**

$$I = jS \quad \text{kde} \quad j = env \quad (5.1)$$

Zdroj elektrického napätia (prúdu) je prístroj (zariadenie), v ktorom sa prácou neelektrických síl vytvára na svorkách zdroja elektrické napätie. Toto napätie sa rovná rozdielu potenciálov dvoch elektród (kladnej a zápornej). Elektromotorické napätie sa rovná práci cudzej sily neelektrickej povahy pri prenose jednotkového kladného náboja vnútri zdroja zo zápornej elektródy na kladnú a má opačnú polaritu ako elektrické napätie na svorkách zdroja – je orientované rovnakým smerom, akým prechádza prúd v danom okruhu. Vnútorne napätie U_1 zdroja je vždy väčšie ako svorkové napätie U , ak sa odoberá prúd. Len v prípade, ak zdroj nie je zaťažený ($I = 0$), nemáme napätia na vnútornom odpore zdroja a svorkové napätie sa rovná vnútornému napätiu.

Ohm objavil, že na kovových rezistoroch sa zachováva priama úmernosť medzi úbytkom napätia na nejakom úseku rezistora a prúdom, ktorý ním prechádza, tzv. **Ohmov zákon**. Pre veľkosť napätia pripojeného na rezistor pri známej hustote elektrického prúdu, odporu a prierezu vodiča môžeme napísať

$$U = R \cdot I = R \cdot j \cdot S = R \cdot j \cdot \frac{1}{4} \pi d^2. \quad (5.2)$$

Odpor priameho vodiča s **rezistivitou** ρ [$\mu\Omega$ m, staršia jednotka $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$] (charakteristikou materiálu z ktorého je vyrobený) závisí od jeho dĺžky ℓ a prierezu S , prípadne od jeho polomeru alebo priemeru (pre konečné rozmery)

$$R = \rho \frac{2\ell}{S} = \rho \frac{2\ell}{\pi r^2} = \rho \frac{2\ell}{\pi} \frac{4}{d^2} = \frac{8\ell\rho}{\pi d^2}. \quad (5.3)$$

Prevrátená hodnota rezistivity je merná (špecifická) elektrická vodivosť σ .

Práca elektrického prúdu je prácou elektrickej sily, potrebnej na prenesenie náboja prúdom I pozdĺž úseku vodiča s rozdielom potenciálov U za čas t

$$W = U \cdot I \cdot t. \quad (5.4)$$

Výkon elektrického prúdu dostaneme ako prácu delenú časom (Jouleov zákon)

$$P = U \cdot I , \quad (5.5)$$

ktorý pomocou Ohmovho zákona môžeme písať aj v tvaroch

$$P = U \cdot I = U \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U^2}{P} , \quad (5.6)$$

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{I^2} . \quad (5.7)$$

Príkion ktorý dodávame do elektrického zariadenia sa rozdelí na výkon zariadenia a časť sa „stratí“ vo vodičoch, trením v ložiskách alebo sa premení na teplo, ktoré zohrieva stroj. **Účinnosť** elektrického zariadenia je daná podielom dodaného príkonu P_p a výkonu P

$$\eta = \frac{P}{P_p} . \quad (5.8)$$

Prvky **elektrickej siete** (vodiče, rezistory, cievky a kondenzátory) vytvárajú **vetvy** (vetva obsahuje spojovacie vodiče, najmenej jeden rezistor a môže byť v nej zdroj napätia), ktoré sa stretávajú v **uzloch**. Uzol je spojenie najmenej troch vetiev. Spojovacie vodiče považujeme za ideálne, t. j. bezodporové. Základnou metódou riešenia elektrických sietí je riešenie pomocou Kirchhoffových zákonov.

I. Kirchhoffov zákon (I. KZ) sa dá formulovať takto: *Súčet prúdov v uzle sa rovná nule* (dôsledok zákona zachovania náboja). Musíme rozlišovať znamienkom prúdy, ktoré do uzla vstupujú od prúdov, ktoré z neho vystupujú. Pre n -definovaných prúdov v jednom uzle môžeme napísať zákon v tvare

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 . \quad (5.9)$$

II. Kirchhoffov zákon (II. KZ) vyjadríme: *Súčet úbytkov napätí vytváraných prúdmi na rezistoroch sčítaný so súčtom elektických napätí zdrojov sa v uzavretej slučke rovná nule*

$$\sum_{j=1}^m R_j I_j + \sum_{i=1}^p U_{zi} = 0 \quad , \text{ pre } m\text{-rezistorov a } p\text{-zdrojov.} \quad (5.10)$$

Pri riešení elektrických sietí pomocou Kirchhoffových zákonov je potrebné dodržiavať tieto *pravidlá*. Označíme ľubovoľne smery prúdov vo vetvách. Ak po číselnom výpočte vyjde prúd vo vetve kladný, bol smer zvolený dobre. Ak vyjde záporný, v skutočnosti prúd tečie opačným smerom ako ukazuje nakreslená šípka. Napíšeme $(i-1)$ rovníc podľa I. KZ, kde i je počet uzlov v obvode. Označíme smery elektrických napätí zdrojov (od kladnej k zápornej svorky zdroja). Vyberieme si uzavreté slučky a zvolíme si smery ich obiehania. Počet slučiek musí byť taký, aby počet všetkých rovníc (podľa oboch KZ) sa rovnal počtu vetiev. Napíšeme rovnice podľa II. KZ. Ak prúd vo vetve má rovnaký smer ako smer obiehania, bude napätie

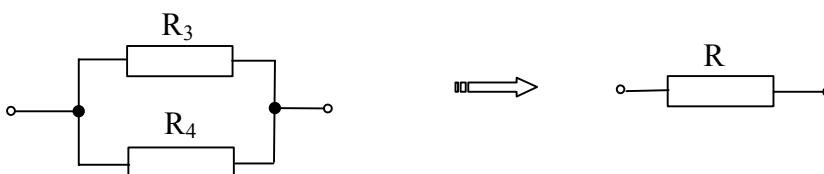
na odpore kladné, ak má opačný smer, bude záporné. Podobne bude napätie zdroja kladné, ak smer elektrického napätia zdroja je zhodný so smerom obiehania. Takto zostavené rovnice potom riešime ako lineárnu sústavu rovníc.

Využitie I. a II. Kirchhoffovho zákona je postačujúce i v zložitých jednosmerných obvodoch. Okrem toho však existujú známe metódy, ktoré nám uľahčujú riešenie. Sú to náhrada dvojpólových skupín, Maxwellove cykly, superpozícia a náhradný aktívny dvojpól. Dnes, vďaka rozšíreniu výpočtovej techniky, sa dajú pohodlne riešiť zložité obvody, kde vychádza i veľký počet podmiennečných rovníc. Tvorivú prácu – zostavu podmiennečných rovníc obvodu – robí človek a rutinné práce riešenia vykoná počítač.

Na zjednodušenie elektrických obvodov nahrádzame viac rezistorov jedným alebo rezistory zapojené do trojuholníka nahrádzame zapojením do hviezdy a opačne.



Obr. 5.1 Sériové zapojenie odporov



Obr. 5.2 Paralelné zapojenie odporov

Za sebou zapojené rezistory (*do série*) nahradíme podľa obr. 5.1 odporom náhradného rezistora R , ktorého veľkosť je daná súčtom nahrádzovaných rezistorov R_1 a R_2

$$R = R_1 + R_2 \quad , \text{ pre } n\text{-rezistorov} \quad R = \sum_{i=1}^n R_i . \quad (5.11)$$

Pre **vedľa seba** zapojené rezistory (*paralelne*) vypočítame odpor náhradného rezistora R ako súčet prevrátených hodnôt jednotlivých rezistorov R_3 a R_4 (obr. 5.2)

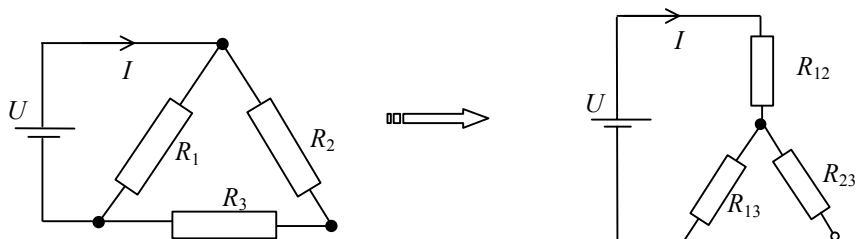
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad , \text{ pre } m\text{-rezistorov} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{R_i} \quad (5.12)$$

$$\text{alebo } R = R_3 \parallel R_4 \quad \text{znak } \parallel \text{ označuje paralelné zapojenie.} \quad (5.13)$$

Tri odpory môžeme zapojiť pomocou dvoch zapojení – hviezda alebo trojuholník. Zapojenie do hviezdy a trojuholníka sú ekvivalentné vtedy, ak zdroj pripojený k tým istým svorkám dodáva ten istý prúd. Podľa obr. 5.3 môžeme napísať tieto prevodové vzorce trojuholník \rightarrow hviezda

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (5.14)$$

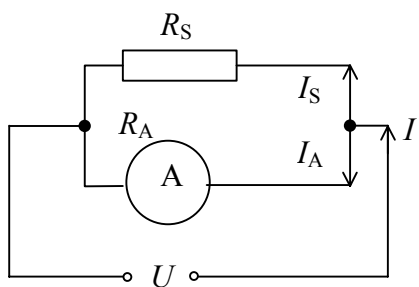
Opačný prevod dostaneme z týchto rovníc, ak z nich vyjadríme R_1, R_2, R_3 .



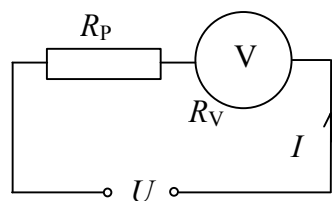
Obr. 5.3 Schémy zapojenia trojuholníka a hviezdy

Pre jednoduchý bočník R_S zapojený v paralelnej vetve (obr. 5.4) platí z rovnosti napätí

$$R_A I_A = R_S I_S \quad \text{kde} \quad I = n \cdot I_A \quad \Rightarrow \quad R_S = \frac{R_A}{(n-1)}. \quad (5.15)$$



Obr. 5.4 Zapojenie bočníka ampérmetra



Obr. 5.5 Zapojenie predradeného odporu voltmetra

Pre predradený odpor voltmetra R_P vychádzame z napätí na odporoch (obr. 5.5)

$$R_P = \frac{U_R}{U_V} R_V \quad \text{kde} \quad U = n \cdot U_V$$

$$R_P = (n-1)R_V \quad (5.16)$$

Odpor závisí od rozmerov a vlastností materiálu a aj od teploty podľa vzťahu

$$R_g = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \quad [\Omega; \Omega, K^{-1}, K] \quad (5.17)$$

kde α je teplotný koeficient odporu daný materiálom, $\Delta \vartheta$ je rozdiel teplôt.

Pri elektrolýze sa vylúči prechodom hustoty elektrického prúdu j cez plochu S za určitý čas t množstvo látky m dané vzhľadom na elektrochemický ekvivalent A

$$m = A \cdot j \cdot S \cdot t = A \cdot I \cdot t \quad [mg; mgA^{-1}s^{-1}, A, s] \quad (5.18)$$

5.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

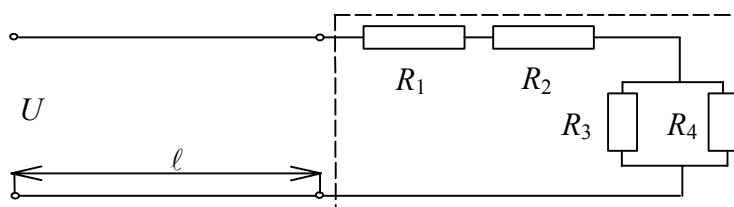
Príklad 5.2.1. Je daný obvod podľa obr. 5.6 s údajmi: napätie $U = 200 \text{ V}$, medený prívodný vodič od zdroja k spotrebiču má dĺžku $\ell = 150 \text{ m}$ a priemer $d = 2 \text{ mm}$, $R_1 = 50 \Omega$, $R_3 = 25 \Omega$, $R_4 = 50 \Omega$. Vypočítajte hustotu elektrického prúdu j a veľkosť odporu R_2 tak, aby celkový odobraný výkon obvodu zo zdroja bol $P = 500 \text{ W}$.

Riešenie: Z definície výkonu a Ohmovho zákona môžeme vyjadriť celkový odpor obvodu

$$P = U \cdot I, \quad I = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U^2}{P}.$$

Celkový odpor obvodu podľa zapojenia sa skladá z piatich odporov – tri sú zapojené do série, dva odpory paralelne a podľa vzťahov (5.11, 5.12)

$$R = R_{ved} + R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}.$$



Obr. 5.6

Pre odpor vedenia podľa vzťahu (5.3) platí

$$R_{ved} = \rho \frac{2\ell}{S} = \rho \frac{2\ell}{\pi r^2} = \rho \frac{2\ell}{\pi} \frac{4}{d^2} = \frac{8\ell\rho}{\pi d^2}.$$

Vyjadríme neznámy odpor R_2 pre rezistivitu Cu vodiča $\rho_{Cu} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m}$

$$\begin{aligned} R_2 &= R - R_{ved} - R_1 - \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{U^2}{P} - \frac{8\ell\rho}{\pi d^2} - R_1 - \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \\ R_2 &= \frac{(200 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} - \frac{8 \cdot 150 \text{ m} \cdot 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}}{\pi (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} - 50 \Omega - \frac{25 \Omega \cdot 50 \Omega}{25 \Omega + 50 \Omega} \\ R_2 &= 80 \Omega - 1,67 \Omega - 50 \Omega - 16,67 \Omega = 11,66 \Omega. \end{aligned}$$

Vypočítame prúdovú hustotu j prívodného vodiča podľa vzťahu (5.1)

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1}{\pi} \frac{P}{U} \frac{4}{d^2} = \frac{4P}{\pi U d^2} = \frac{4 \cdot 500 \text{ W}}{\pi \cdot 200 \text{ V} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 795\,774 \text{ Am}^{-2}.$$

Prúdová hustota je $795\,774 \text{ Am}^{-2}$ pri odpore $R_2 = 11,66 \Omega$.

Príklad 5.2.2. Voltov článok má vnútorné napätie $U_V = 1 \text{ V}$ a vnútorný odpor $R_V = 0,5 \Omega$. Aký prúd bude prechádzať žiarovkou s údajmi 1,5 V, 0,3 A? Aké bude svorkové napätie a vnútorný úbytok napätia článku podľa obr. 5.7?

Riešenie: Odpor žiarovky vypočítame zo štítkových hodnôt podľa vzťahu (5.2)

$$R_Z = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{1,5 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 5 \Omega.$$

Celkový odpor obvodu sa skladá z dvoch odporov zapojených do série. Prúd prechádzajúci obvodom bude

$$I = \frac{U_1}{R_V + R_Z} = \frac{1 \text{ V}}{0,5 \Omega + 5 \Omega} = 0,18 \text{ A}.$$

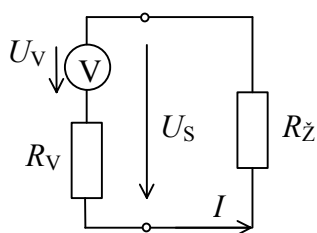
Svorkové napätie sa rovná napätiu na odpore žiarovky

$$U_S = I \cdot R_Z = 0,18 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 0,9 \text{ V}.$$

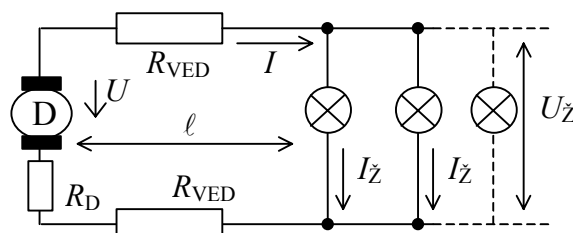
Vnútorný úbytok článku je daný rozdielom svorkového a vnútorného napätia článku

$$\Delta U = U_V - U_S = 1 \text{ V} - 0,9 \text{ V} = 0,1 \text{ V}.$$

Žiarovkou bude prechádzať prúd 0,18 A, svorkové napätie je 0,9 V a úbytok článku 0,1 V.



Obr. 5.7



Obr. 5.8

Príklad 5.2.3. Dynamo (obr. 5.8) má vnútorné napätie $U = 130 \text{ V}$ a odpor $R_D = 0,2 \Omega$. Má dodávať prúd 50-tim žiarovkám (60 W, 120 V) do vzdialenosti $\ell = 200 \text{ m}$. Aký veľký musí byť prierez medeného vedenia, aby žiarovky dostali svoje napätie $U_Z = 120 \text{ V}$?

Riešenie: Prierez drôtu vedenia vypočítame z odporu vedenia a dovoleného úbytku napätia medzi dynamom a žiarovkami a stratou na vnútornom odpore dynama U_D

$$U_{VED} = U - U_Z - U_D = U - U_Z - I \cdot R_D.$$

Prúd prechádzajúci obvodom je 50-násobok prúdu prechádzajúceho žiarovkou (5.5)

$$I_Z = \frac{P_Z}{U_Z} \Rightarrow I = 50 \cdot I_Z = 50 \cdot \frac{P_Z}{U_Z} = 50 \cdot \frac{60 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 25 \text{ A}.$$

Odpor vedenia bude podľa (5.2)

$$R_V = \frac{U_V}{I} = \frac{1}{I}(U - U_Z - I \cdot R_D) = \frac{1}{25 \text{ A}}(130 \text{ V} - 120 \text{ V} - 25 \text{ A} \cdot 0,2 \Omega) = 0,2 \Omega.$$

Z definície odporu drôtu (5.3) a rezistivity Cu vodiča $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m}$ vyjadríme

$$S = \rho \frac{\ell}{R_{\text{VED}}} = 0,0175 \mu\Omega \text{ m} \frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{0,2 \Omega} = 35 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 35 \text{ mm}^2.$$

Vedenie dodávajúce prúd všetkým žiarovkám musí mať prierez 35 mm^2 .

Príklad 5.2.4. Dynamo dodáva prúd dvom žiarovkám s menovitými údajmi $100 \text{ W}/110 \text{ V}$ do vzdialenosti 100 m medeným vedením s prierezom $0,75 \text{ mm}^2$. Aké svorkové napätie musí ukazovať voltmeter V_1 , aby žiarovky mali napätie 110 V , ktoré ukazuje voltmeter V_2 ?

Riešenie: Prúd prechádzajúci obvodom sa delí do dvoch vetiev so žiarovkami a je daný prúdom ktorý prechádza jednou žiarovkou, ktorý vypočítame z menovitého výkonu (5.5)

$$I = 2 \cdot I_Z = 2 \frac{P}{U}.$$

Vo vedení vyvolá úbytok napätia, kde odpor vedenia vypočítame z jeho rozmerov (5.3)

$$\Delta U = R_V \cdot I = \rho \frac{2\ell}{S} I = \rho \frac{2\ell}{S} 2 \frac{P}{U} = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{0,75 \text{ mm}^2} 2 \frac{100 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 8,48 \text{ V}.$$

Voltmeter pri dynamike musí ukazovať vyššiu hodnotu ako voltmeter pri žiarovkách o úbytok napätia vo vedení

$$U_1 = U_2 + \Delta U = 110 \text{ V} + 8,48 \text{ V} = 118,48 \text{ V}.$$

Svorkové napätie, ktoré nameria voltmeter musí byť $118,48 \text{ V}$.

Príklad 5.2.5. Kruhovú cievku podľa obr. 5.9 je navinutá z medeného drôtu kruhového prierezu s priemerom $d = 0,7 \text{ mm}$, s izoláciou hrúbky $d_{\text{iz}} = 0,75 \text{ mm}$. Medzivrstvová izolácia je hrúbky $d_{\text{izVR}} = 0,1 \text{ mm}$. Dané sú rozmery cievky $\ell = 50 \text{ mm}$, $d_1 = 25 \text{ mm}$, $d_2 = 50,5 \text{ mm}$. Vypočítajte počet vrstiev, počet závitov vo vrstve, počet závitov cievky a odpor vinutia cievky. Vypočítajte aká musí byť veľkosť napätia pripojeného na cievku, aby hustota elektrického prúdu bola maximálne $2,5 \text{ A/mm}^2$. Vypočítajte spotrebovanú energiu cievky pri jej prevádzke počas troch hodín.

Riešenie: Hrúbka vrstvy je daná priemerom drôtu a medzivrstvovou izoláciou

$$d_{\text{VR}} = d_{\text{iz}} + d_{\text{izVR}} = 0,75 \text{ mm} + 0,1 \text{ mm} = 0,85 \text{ mm}.$$

Počet vrstiev je daný rozdielom priemerov cievky vzhľadom na hrúbku vrstvy

$$N_V = \frac{d_2 - d_1}{d_{\text{VR}}} = \frac{50,5 \text{ mm} - 25 \text{ mm}}{0,85 \text{ mm}} = 30 \text{ vrstiev}.$$

Počet závitov vo vrstve vypočítame ako

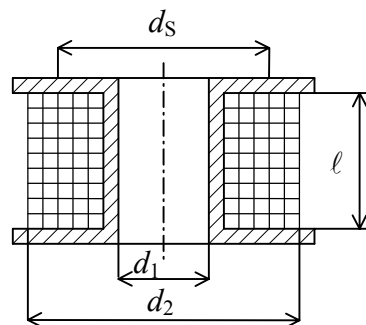
$$N_z = \frac{\ell}{d_{VR}} = \frac{50 \text{ mm}}{0,85 \text{ mm}} = 58,82 \approx 58 \text{ závitov v jednej vrstve.}$$

Počet závitov cievky bude

$$N = N_z \cdot N_v = 58 \cdot 30 = 1740 \text{ závitov.}$$

Stredná dĺžka jedného závitú je daná jeho rozmermi

$$\ell_s = \pi \cdot d_s = \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{2}.$$



Obr. 5.9

Odpor vinutia je daný rozmermi

$$R = \rho \frac{\ell_{VIN}}{S} = \rho \frac{N \cdot \ell_s}{S} = \rho \cdot N \cdot \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{2} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = 2\rho \cdot N \frac{d_2 + d_1}{d^2}$$

$$R = 2 \cdot 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m} \cdot 1740 \frac{(50,5 + 25) \cdot 10^{-3} \text{ m}}{(0,7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 9,38 \Omega.$$

Veľkosť napätia pripojeného na cievku pri známej hustote elektrického prúdu, odporu a prierezu vodiča podľa vzťahu (5.2)

$$U = R \cdot I = R \cdot j \cdot S = R \cdot j \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 = 9,38 \Omega \cdot 2,5 \text{ A mm}^{-2} \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (0,7 \text{ mm}^2)^2 = 9,02 \text{ V}.$$

Spotrebovanú energiu vypočítame podľa vzťahov (5.4, 5.5)

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = U \frac{U}{R} t = \frac{U^2}{R} t = \frac{(9,02 \text{ V})^2}{9,38 \Omega} 3 \text{ hod} = 26,02 \text{ Wh}.$$

Počas troch hodín cievka spotrebuje energiu 26,02 Wh.

Príklad 5.2.6. Jednosmerný motor má na štítke len tieto údaje $P = 10 \text{ kW}$, $U = 220 \text{ V}$. Aký prúd ním prechádza, keď je v činnosti?

Riešenie: Z definície výkonu (5.5) vypočítame

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{10 \text{ kW}}{220 \text{ V}} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 45,45 \text{ A}.$$

Prúd prechádzajúci spusteným jednosmerným motorom je 45,45 A.

Príklad 5.2.7. Pri ponornom ohrievači nápojov na výkon 600 W a napätí 220 V vypočítajte jeho odpor a prúd ktorý ním prechádza pri jeho prevádzke.

Riešenie: Z definície výkonu vyjadríme prúd pretekajúci daným odporom (5.5)

$$I = \frac{P}{U} = \frac{600 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 2,73 \text{ A}.$$

Pomocou Ohmovho zákona (5.2) vypočítame odpor

$$R = \frac{U}{I} = U \frac{U}{P} = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{600 \text{ W}} = 80,67 \, \Omega.$$

Pri prevádzke ponorného ohrievača jeho odporom $80,67 \, \Omega$ preteká prúd $2,73 \text{ A}$.

Príklad 5.2.8. Dynamo dodáva jednosmerný prúd 110 A do siete a výkon 12 kW pre žiarovky. Aké má svorkové napätie?

Riešenie: Svorkové napätie vyjadríme z definície výkonu (5.5)

$$U = \frac{P}{I} = \frac{12 \cdot 10^3 \text{ W}}{110 \text{ A}} = 109,09 \text{ V}.$$

Svorkové napätie dynama je $109,09 \text{ V}$.

Príklad 5.2.9. Vodná priehrada má rozdiel hladín vody $h = 4 \text{ m}$. Každú sekundu dopadá na turbínu z potrubia 51 litrov vody. Aký veľký mechanický výkon sa premení v hydrogenerátore na elektrický výkon, ak zanedbáme straty?

Riešenie: Objem 51 litrov má tiažovú silu danú pri hustote vody približne $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ ms}^{-1} = 500,31 \text{ N}.$$

Mechanický výkon je definovaný tiažovou silou a dráhou za čas (5.4)

$$P = \frac{G \cdot s}{t} = \frac{500,31 \text{ N} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 2001,24 \text{ W} = 2 \text{ kW}.$$

V hydrogenerátore sa premení výkon veľkosti 2 kW .

Príklad 5.2.10. Hydroelektrárň dostáva jedným potrubím každú sekundu 4 m^3 vody z vodnej priehrady. Výškový rozdiel medzi hladinou vody a vodnou turbínou je 20 m . Vypočítajte výkon jednej turbíny bez ohľadu na straty.

Riešenie: Mechanický výkon je definovaný tiažovou silou a dráhou za čas (5.4)

$$G = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g$$

$$P = \frac{G \cdot s}{t} = \frac{V \cdot \rho \cdot g \cdot s}{t} = \frac{4 \text{ m}^3 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-1} \cdot 20 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 784800 \text{ W} = 784,8 \text{ kW}.$$

Turbína má výkon $784,8 \text{ kW}$.

Príklad 5.2.11. Medené vedenie 100 m dlhé s prierezom $S = 25 \text{ mm}^2$ spája generátor so spotrebičmi, ktoré dostávajú napätie $U = 220 \text{ V}$ a prúd $I = 120 \text{ A}$. Vypočítajte výkon spotrebičov, úbytok napätia a výkonu vo vedení a napokon výkon a napätie generátora.

Riešenie: Výkon spotrebičov z definície vypočítame (5.5)

$$P_2 = U_2 \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 120 \text{ A} = 26,4 \text{ kW}.$$

Odpor vedenia závisí od jeho rozmerov (5.3)

$$R_v = \rho \frac{2\ell}{S} = 0,0175 \Omega \text{mm}^2 \text{m}^{-1} \frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{25 \text{ mm}^2} = 0,14 \Omega.$$

Úbytok napätia vo vedení vypočítame z jeho odporu a prúdu ktorý ním prechádza a stratu výkonu vo vedení z odporu vedenia a druhej mocniny prúdu

$$\Delta U = R_v \cdot I = 0,14 \Omega \cdot 120 \text{ A} = 16,8 \text{ V}$$

$$\Delta P = R_v \cdot I^2 = 0,14 \Omega \cdot 120^2 \text{ A} = 2,016 \text{ kW}.$$

Svorkové napätie generátora musí byť väčšie od napätia na spotrebičoch o úbytok napätia vo vedení a výkon generátora musí byť väčší od výkonu spotrebičov o vypočítaný úbytok výkonu vo vedení

$$U_1 = U_2 + \Delta U = 220 \text{ V} + 16,8 \text{ V} = 236,8 \text{ V}$$

$$P_1 = P_2 + \Delta P = 26,4 \text{ kW} + 2,016 \text{ kW} = 28,416 \text{ kW}.$$

Výkon spotrebičov je 26,4 kW, úbytok napätia vo vedení je 16,8 V, úbytok výkonu vo vedení je 2,016 kW a napokon výkon a napätie generátora je 28,416 kW; 236,8 V.

Príklad 5.2.12. Elektrická piecka má tri tyčové výhrevné telieska s parametrami 500 W, 220 V paralelne spojené. Aký je celkový výkon, prúd a odpor pri prevádzke?

Riešenie: Každé výhrevné teliesko má odpor a prúd ktorý ním prechádza

$$I_T = \frac{P_T}{U_T} = \frac{500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 2,27 \text{ A},$$

$$R_T = \frac{U_T}{I_T} = \frac{U_T^2}{P_T} = \frac{(220 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} = 96,8 \Omega.$$

Celkový výkon piecky je daný

$$P_C = 3 \cdot P_T = 3 \cdot 500 \text{ W} = 1500 \text{ W} = 1,5 \text{ kW}.$$

Výsledný prúd pri prevádzke bude

$$I_C = \frac{P_C}{U} = \frac{1500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 6,82 \text{ A}.$$

Výsledný odpor môžeme vypočítať z Ohmovho zákona (5.2)

$$R_C = \frac{U}{I_C} = \frac{220 \text{ V}}{6,82 \text{ A}} = 32,26 \Omega$$

alebo z troch paralelne zapojených odporov (5.12)

$$\frac{1}{R_C} = \frac{3}{R_T} \Rightarrow R_C = \frac{R_T}{3} = \frac{96,8 \Omega}{3} = 32,27 \Omega.$$

Pri prevádzke elektrickej piecky prechádza celkovým odporom $32,3 \Omega$ prúd $6,82 \text{ A}$ s celkovým výkonom $1,5 \text{ kW}$.

Príklad 5.2.13. Elektromotor čerpadla má čerpať každú sekundu $25,5$ litra vody do výšky 4 m . Aký výkon musí mať motor a akú prácu vykonal za 2 hod?

Riešenie: Výkon vypočítame z potenciálnej energie a podľa vzťahu (5.4)

$$P = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{mg \cdot h}{t} = \frac{25,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ kW}.$$

Práca je daná výkonom za čas (5.4)

$$W = P \cdot t_1 = 1 \text{ kW} \cdot 2 \text{ hod} = 2 \text{ kWhod}.$$

Motor s výkonom 1 kW vykoná za dve hodiny prácu 2 kWhod^{-1} .

Príklad 5.2.14. Koľko zaplatíme za elektrické svetlo žiarovky s údajmi $40 \text{ W}/220 \text{ V}$ za mesiac, keď svietime denne priemerne 5 hodín a za 1 kWh platíme 5 Sk ?

Riešenie: Mesiac má v priemere 30 dní. Za jeden mesiac bude žiarovka v prevádzke čas

$$t = 30 \cdot 5 \text{ hod} = 150 \text{ hod}.$$

Energiu ktorú spotrebuje závisí od jej výkonu (5.4)

$$W = P \cdot t = 40 \text{ W} \cdot 150 \text{ hod} = 6 \text{ kWhod}.$$

Pri známej cene energie vypočítame cenu spotrebovanej energie

$$\text{Cena} = 6 \text{ kWhod} \cdot 5 \text{ Sk/kWhod} = 30 \text{ Sk}.$$

Za mesačné svietenie 5 hodín denne 40 W žiarovky zaplatíme 30 Sk .

Príklad 5.2.15. Elektrický luster má tri paralelne spojené žiarovky po 60 W . Koľko zaplatíme za energiu za mesiac, keď svietime lustrom priemerne hodinu denne? Cena 1 kWhod je 5 Sk .

Riešenie: Celkový výkon troch paralelne zapojených žiaroviek je

$$P = 3 \cdot P_z = 3 \cdot 60 \text{ W} = 180 \text{ W}.$$

Za mesiac ktorý má 30 dní pri priemernom svietení 1 hodinu spotrebujeme energiu (5.4)

$$W = P \cdot t = 180 \text{ W} \cdot 30 \text{ hod} = 5,4 \text{ kWhod}.$$

Pri známej cene za 5 Sk/kWhod vypočítame cenu energie

$$\text{Cena} = 5,4 \text{ kWhod} \cdot 5 \text{ Sk/kWhod} = 27 \text{ Sk}.$$

Za mesačné svietenie lustra s tromi žiarovkami 60 W zaplatíme 27 Sk .

Príklad 5.2.16. Voltmeter je natrvalo pripojený na sieť 220 V. Cez jeho vnútorný odpor 10 kΩ nepretržite prechádza prúd. Aká je spotreba elektrickej energie za rok?

Riešenie: Vlastná spotreba voltmetra je výkonová strata na vnútornom odpore voltmetra a stratená energia je daná spotrebovaným výkonom za rok (5.4, 5.5)

$$P = \frac{U^2}{R_v} = \frac{220^2 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega} = 4,84 \text{ W},$$

$$W = P \cdot t = 4,84 \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \text{ hod} = 42,4 \text{ kWhod}.$$

Voltmeter pri celoročnej prevádzke spotrebuje 42,4 kWhodín.

Príklad 5.2.17. Elektrický bojler na 150 litrov vody má príkon 1600 W. Za aký čas sa zohreje uvedené množstvo vody z teploty 14 °C na teplotu 90 °C. Účinnosť $\eta = 92 \%$. Čo bude stáť zohriatie vody pri cene 4,80 Sk za 1 kWh (merné teplo vody $c = 4181,8 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$).

Riešenie: Teplo, ktoré je potrebné dodať vode je

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c(t_2 - t_1) = \rho V \cdot c(t_2 - t_1) = \\ &= 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 4181,8 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} (90^\circ\text{C} - 14^\circ\text{C}) = 47,67 \text{ MJ} \end{aligned}$$

Pri prevode 1 kWh = 3,6 MJ, čas ktorý potrebuje bojler na zohriatie bude

$$t = \frac{W}{P_p} = \frac{Q}{3,6 \cdot \eta P} = \frac{47,67 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 0,92 \cdot 1,6 \text{ kW}} = 9 \text{ hod}.$$

Za zohriatie vody zaplatíme

$$t \cdot 4,80 \text{ Sk} = 9 \text{ hod} \cdot 4,80 \text{ Sk} = 43,20 \text{ Sk}.$$

Na zohriatie 150 litrov vody potrebujeme 9 hod. a zaplatíme 43,20 Sk pri danej cene energie.

Príklad 5.2.18. Do elektromotoru privádzame príkon $P_p = 5 \text{ kW}$ a z neho dostaneme výkon $P = 5$ koní. Aká je účinnosť a aké veľké sú straty?

Riešenie: Jednotku kone premeníme na kW

$$P = 5 \text{ k} = 5 \cdot 736 \text{ W} = 3,68 \text{ kW}$$

a účinnosť vypočítame podľa (5.8)

$$\eta = \frac{P}{P_1} = \frac{3,68 \text{ kW}}{5 \text{ kW}} = 0,736 = 73,6 \%$$

Straty vznikajú trením v ložiskách, trením ventilátora o vzduch, vo vodičoch elektrického prúdu a stratami v železe. Všetky straty ako časť príkonu sa menia na teplo, ktoré zohrieva stroj. Stratový výkon potom môžeme vypočítať

$$P_s = P_1 - P = 5 \text{ kW} - 3,68 \text{ kW} = 1,32 \text{ kW}$$

$$P_s = 1 - 0,736 = 0,264 = 26,4 \%$$

Príklad 5.2.19. Aký veľký prúd odoberá motor na 220 V, keď sa bremeno výtahu 100 kg pohybuje rýchlosťou $1,5 \text{ ms}^{-1}$? Účinnosť motora je 80 % a účinnosť výtahu je 70 %.

Riešenie: Výkon je práca za čas a po úprave podľa (5.4, 5.5)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v = G \cdot v = mg \cdot v = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 1,5 \text{ ms}^{-1} = 1,47 \text{ kW}.$$

Príkon motora vypočítame z účinnosti (5.8)

$$P_p = \frac{P}{\eta_M \cdot \eta_v} = \frac{1,47 \text{ kW}}{0,8 \cdot 0,7} = 2,63 \text{ kW}.$$

Prúd vypočítame z definície výkonu a nominálneho napätia (5.5)

$$I = \frac{P_p}{U} = \frac{2,63 \text{ kW}}{220 \text{ V}} = 11,96 \text{ A}.$$

Motor odoberá prúd 11,96 A.

Príklad 5.2.20. Vypočítajte sériovo-paralelné spojenie troch odporov $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$ zapojených podľa obr. 5.10.

Riešenie: Odpor R_2 a R_3 sú zapojené paralelne a môžeme ich nahradiť odporom veľkosti podľa vzťahu (5.12)

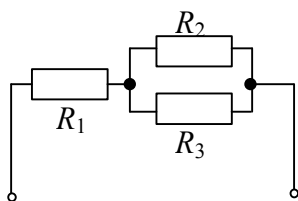
$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_3 + R_2}.$$

K tomuto odporu je pripojený odpor R_1 sériovo a môžeme ich nahradiť výsledným odporom veľkosti podľa

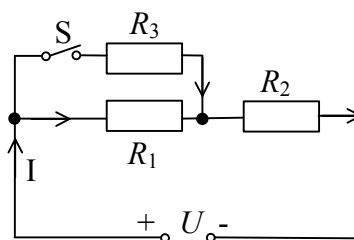
$$R = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 5 \Omega + \frac{10 \Omega \cdot 20 \Omega}{10 \Omega + 20 \Omega} = 11,67 \Omega.$$

Celkový odpor je 11,67 Ω .

Príklad 5.2.21. Aký prúd preteká obvodom (obr. 5.11) s tromi odpormi $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ pri vypnutom spínači S a pri zapnutom spínači? Ako sa mení napätie na svorkách odporov R_1 , R_2 v oboch prípadoch, ak napätie zdroja je 100 V?



Obr. 5.10



Obr. 5.11

Riešenie: Pri vypnutom spínači sú v obvode zapojené dva odpory do série R_1 a R_2 . Prúd prechádzajúci obvodom je daný ich spoločným odporom podľa (5.11)

$$I_{\text{VYP}} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{100 \text{ V}}{20 \Omega + 5 \Omega} = 4 \text{ A}.$$

Úbytok napätia na odpore vypočítame podľa (5.2)

$$U_{2\text{VYP}} = I_{\text{VYP}} \cdot R_2 = 4 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 20 \text{ V},$$

$$U_{1\text{VYP}} = I_{\text{VYP}} \cdot R_1 = 4 \text{ A} \cdot 20 \Omega = 80 \text{ V}.$$

Pri zapnutom spínači sú v obvode zapojené dva odpory paralelne R_1 a R_3 a tretí R_2 je k nim pripojený do série. Prúd prechádzajúci obvodom je daný ich spoločným odporom

$$R = R_{13} + R_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} + 5 \Omega = 11,67 \Omega.$$

Prúd, ktorý prechádza obvodom pri zapnutom spínači vypočítame podľa (5.2)

$$I_{\text{ZAP}} = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{11,67 \Omega} = 8,57 \text{ A}.$$

Aby sme mohli vypočítať jednotlivé napätia musíme si vyjadriť jednotlivé prúdy (5.9)

$$I_{\text{ZAP}} = I_1 + I_3 = I_1 + \frac{I_1 \cdot R_1}{R_3} = I_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \Rightarrow I_1 = \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} \text{ a } I_3 = I_{\text{ZAP}} - I_1.$$

Úbytok napätia na odporoch vypočítame pomocou Ohmovho zákona (5.2) zo známych veľkostí prúdov prechádzajúcich odpormi a ich veľkostí

$$U_{2\text{ZAP}} = I_{\text{ZAP}} \cdot R_2 = 8,57 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 42,85 \text{ V},$$

$$U_{1\text{ZAP}} = I_1 \cdot R_1 = \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} R_1 = \frac{8,57 \text{ A} \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} 20 \Omega = 57,13 \text{ V},$$

$$U_{3\text{ZAP}} = I_3 \cdot R_3 = \left(I_{\text{ZAP}} - \frac{I_{\text{ZAP}} \cdot R_3}{R_1 + R_3} \right) R_3 = \left(8,57 \text{ A} - \frac{8,57 \text{ A} \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} \right) 10 \Omega = 57,13 \text{ V}.$$

V druhom prípade sa prúd zväčšil paralelným pripojením odporu R_3 ku R_1 , čiže zväčšením prierezu odporu R_1 . Väčší prúd vytvorí väčší úbytok na odpore R_2 .

Príklad 5.2.22. Wheatstonov mostík (obr. 5.12) predstavuje zložitý obvod štyroch odporov $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 70 \Omega$, $R_4 = 50 \Omega$. Vypočítajte jeho výsledný odpor R a prúd I , ak zdroj má napätie $U = 2,5 \text{ V}$. Odpor galvanometra v prostrednej vetve je $R_G = 10 \Omega$.

Riešenie: Odpory R_1 , R_2 a odpor galvanometra R_G sú zapojené do trojuholníka, ktorý nahradíme výhodnejším spojením do hviezdy podľa (5.14). Dostaneme náhradné spojenie s odpormi R_A , R_B , R_C podľa obr. 5.12

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 10 \Omega,$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_G}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{30 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 5 \Omega,$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_G}{R_1 + R_2 + R_G} = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 3,33 \Omega.$$

Ďalším zjednodušením vo vetvách z odporov R_C a R_3 dostaneme R_X , z odporov R_B a R_4 nahradíme R_Z podľa obr. 5.13

$$R_X = R_C + R_3 = 3,33 \Omega + 70 \Omega = 73,33 \Omega,$$

$$R_Z = R_B + R_4 = 5 \Omega + 50 \Omega = 55 \Omega.$$

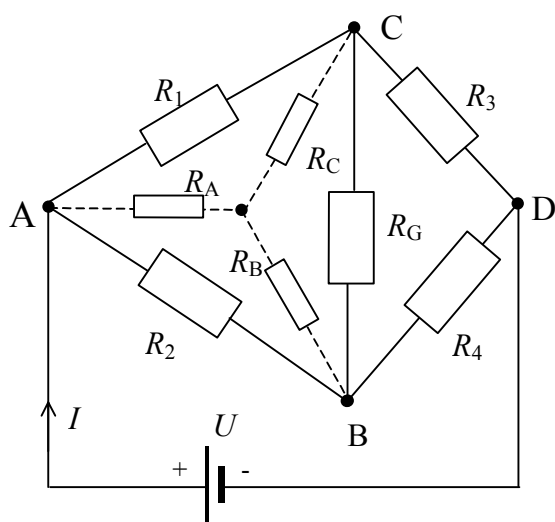
Odpory R_X a R_Z sú zapojené paralelne spolu a do série k odporu R_A .

$$R = R_A + \frac{R_X \cdot R_Z}{R_X + R_Z} = 10 \Omega + \frac{73,33 \Omega \cdot 55 \Omega}{73,33 \Omega + 55 \Omega} = 41,43 \Omega.$$

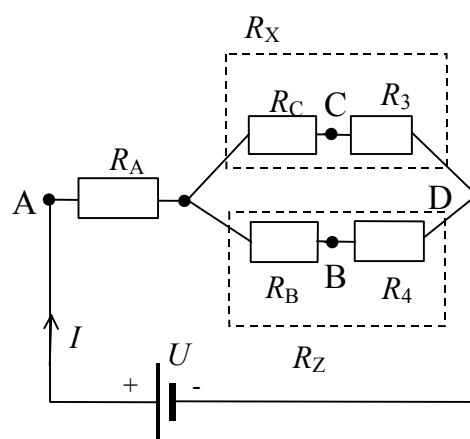
Výsledný prúd vypočítame

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2,5 \text{ V}}{41,43 \Omega} = 0,06 \text{ A}.$$

Celkový odpor Wheatsonového mostíka je $41,43 \Omega$ a prúd $0,06 \text{ A}$.



Obr. 5.12



Obr. 5.13

Príklad 5.2.23. Aký veľký musí byť predradený odpor R_P (obr. 5.14), aby sa dve paralelne spojené žiarovky s údajmi 120 V , $0,2 \text{ A}$ mohli pripojiť na sieť s napätím $U = 220 \text{ V}$?

I. Riešenie: Cez každú žiarovku prechádza prúd $I_Z = 0,2 \text{ A}$, obvodom potom bude prechádzať podľa I. Kirchhoffového zákona (5.9)

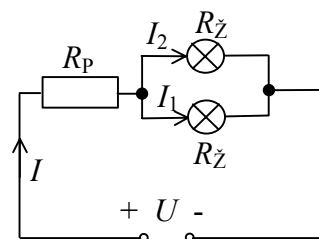
$$I = I_{z1} + I_{z2} = 0,2 \text{ A} + 0,2 \text{ A} = 0,4 \text{ A}.$$

Celkový odpor obvodu vypočítame (5.2)

$$R_C = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,4 \text{ A}} = 550 \Omega.$$

Odpor žiarovky vypočítame z jej údajov

$$R_Z = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{120 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 600 \Omega.$$



Obr. 5.14

Dve paralelne zapojené žiarovky majú odpor (5.12)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{z1}} + \frac{1}{R_{z2}} = \frac{2}{R_Z} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{R_Z}{2} = \frac{600 \Omega}{2} = 300 \Omega.$$

Z celkového odporu si potom vyjadríme sériovo pripojený predradený odpor

$$R_C = R_P + R \quad \Rightarrow \quad R_P = R_C - R = 550 \Omega - 300 \Omega = 250 \Omega.$$

Žiarovkám musíme predradiť odpor 250 Ω.

2. *Riešenie:* Na predradenom odpore je napätie dané rozdielom svorkového napätia a napätia žiarovky. Veľkosť odporu vypočítame pomocou Ohmovho zákona (5.2)

$$R_P = \frac{U_P}{I} = \frac{U - U_Z}{I} = \frac{220 \text{ V} - 120 \text{ V}}{0,4 \text{ A}} = 250 \Omega.$$

Druhé riešenie je jednoduchšie a kratšie.

Príklad 5.2.24. Vypočítajte odpor R_X , ktorý treba sériovo pripojiť k odporu $R_2 = 5 \Omega$, aby vetvou pretekal prúd $I_2 = 3 \text{ A}$ pri napätí zdroja 24 V.

Riešenie: Podľa druhého Kirchhoffovho zákona (5.10) majú všetky vetvy medzi bodmi 1 a 2 rovnaké napätie. Na obr. 5.15 sú tri jednoduché obvody a pre jeden z nich môžeme napísať

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_X.$$

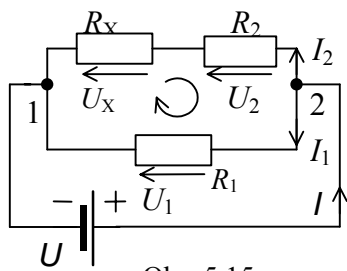
Jediná neznáma veličina je priradený odpor R_X

$$R_X = \frac{U - I_2 \cdot R_2}{I_2} = \frac{24 \text{ V} - 3 \text{ A} \cdot 5 \Omega}{3 \text{ A}} = 3 \Omega.$$

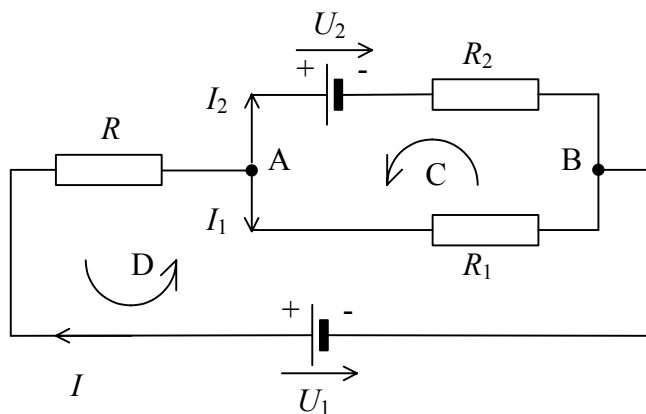
Musíme pripojiť odpor veľkosti 3 Ω.

Príklad 5.2.25. V obvode podľa obr. 5.16 pomocou Kirchhoffových zákonov vypočítajte prúdy I, I_1, I_2 , ak je dané: $U_1 = 24 \text{ V}$, $U_2 = 12 \text{ V}$, $R = 30 \Omega$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$.

Riešenie: Podľa Kirchhoffových zákonov (5.9, 5.10) pre uzol A a slučky I, II môžeme napísať sústavu troch rovníc



Obr. 5.15



Obr. 5.16

$$\begin{aligned} \text{I. KZ pre uzol A} \quad & I = I_1 + I_2 \\ \text{II. KZ pre slučku D} \quad & U_1 - I_1 \cdot R_1 - I \cdot R = 0 \\ \text{II. KZ pre slučku C} \quad & I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - U_2 = 0 \end{aligned}$$

Prvú rovnicu dosadíme do druhej a vyjadríme prúd I_1

$$U_1 - I_1(R_1 + R) - I_2 \cdot R = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_1 - I_2 \cdot R}{R_1 + R},$$

dosadením do tretej rovnice získame I_2

$$\frac{U_1 - I_2 R}{R_1 + R} R_1 - I_2 R_2 - U_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U_1 R_1 - U_2 (R_1 + R)}{R_1 R + R_2 (R_1 + R)}.$$

Dosadíme hodnoty a vypočítame prúdy

$$I_2 = \frac{U_1 R_1 - U_2 (R_1 + R)}{R_1 R + R_2 (R_1 + R)} = \frac{24 \text{ V} \cdot 10 \Omega - 12 \text{ V} (10 \Omega + 30 \Omega)}{10 \Omega \cdot 30 \Omega + 15 \Omega (10 \Omega + 30 \Omega)} = -0,27 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_1 - I_2 \cdot R}{R_1 + R} = \frac{24 \text{ V} - (-0,27 \text{ A}) 30 \Omega}{10 \Omega + 30 \Omega} = 0,8 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 0,8 \text{ A} + (-0,27 \text{ A}) = 0,53 \text{ A}.$$

Celkový prúd 0,53 A sa rozdelí do vetiev veľkosti 0,8 A a 0,27 A. Prúd I_2 je záporný, to znamená, že má opačný smer ako sme zvolili na obrázku.

Príklad 5.2.26. Premeňte odporový trojuholník na obr. 5.17 s odpormi $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ na odporovú hviezdu, ktorá by mala rovnaký výsledný odpor ako trojuholník. Vypočítajte odpory hviezdy R_A , R_B , R_C .

Riešenie: Odpory zapojené do trojuholníka nahradíme tak, aby celkové odpory medzi bodmi AB, AC, BC boli v zapojení do hviezdy rovnaké ako v trojuholníku.

Nové odpory vypočítame podľa rovníc (5.14).

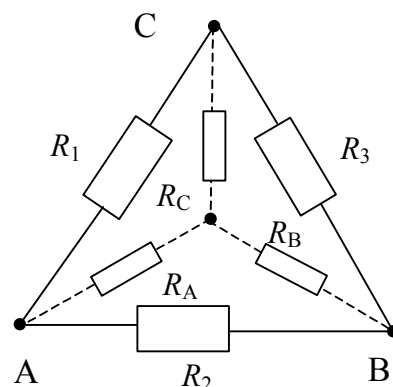
(Prívody prúdu sú v troch bodoch A, B, C pre trojuholník aj pre hviezdu.)

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 10 \Omega,$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 5 \Omega,$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \Omega \cdot 10 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega + 10 \Omega} = 3,33 \Omega.$$

Spojenie do hviezdry s vypočítanými odpormi má celkový odpor ako dané spojenie do trojuholníka.



Obr. 5.17

Príklad 5.2.27. Elektromagnetický ampérmetr má vnútorný odpor $R_A = 10 \Omega$ a rozsah 1 A. Vypočítajte veľkosť odporu bočníka R_B , ktorý musíme pridať k ampérmetru, aby ampérmetr mohol merať prúd do 20 A.

Riešenie: Prúd prechádzajúci obvodom podľa obr. 5.18 sa rozvetví na prúd cez ampérmetr a prúd prechádzajúci bočníkom. Pomocou I. Kirchhoffového zákona (5.9) môžeme vyjadriť

$$I = I_A + I_B.$$

Z rovností napätí môžeme pre bočník napísať (5.15)

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B.$$

Úpravou dostaneme

$$I = I_A + \frac{U}{R_B} = I_A + \frac{I_A \cdot R_A}{R_B}$$

odkiaľ vyjadríme neznámy odpor

$$R_B = \frac{I_A}{I - I_A} R_A = \frac{1 \text{ A}}{20 \text{ A} - 1 \text{ A}} 10 \Omega = 0,526 \Omega.$$

Na zvýšenie rozsahu ampérmetra na 20 A musíme priradiť bočník veľkosti $0,526 \Omega$.

Príklad 5.2.28. Ampérmetr podľa obr. 5.18 má vnútorný odpor $R_A = 9,9 \Omega$ a jeho bočník má odpor $0,1 \Omega$. V akom pomere sa rozdelí meraný prúd 300 A?

Riešenie: Prúd prechádzajúci obvodom I sa rozdelí na prúd cez ampérmetr I_A a prúd prechádzajúci bočníkom I_B . Pomocou Kirchhoffových zákonov (5.9) môžeme vyjadriť

$$I = I_A + I_B.$$

Z rovností napätí môžeme napísať (5.15)

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B.$$

Úpravou rovníc vypočítame oba prúdy

$$I = I_A + \frac{I_A \cdot R_A}{R_B} = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_B} \right).$$

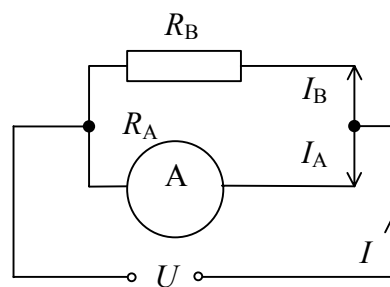
Cez ampérmeter preteká prúd

$$I_A = I \frac{R_B}{R_B + R_A} = 300 \text{ A} \frac{0,1 \Omega}{0,1 \Omega + 9,9 \Omega} = 3 \text{ A}.$$

Bočníkom preteká prúd

$$I_B = I - I_A = 300 \text{ A} - 3 \text{ A} = 297 \text{ A}.$$

Z meraného prúdu 300 A pôjde ampérmetrom prúd veľkosti 3 A a bočníkom 297 A. Ampérmeter bude mať na stupnici výchylku 300 A spôsobenú prúdom 3 A, hoci vedením mimo ampérmetra prechádza 100-krát väčší prúd. Meraný prúd 300 A sa rozdelí v nepriamom pomere odporov: kde je väčší odpor, prechádza menší prúd.



Obr. 5.18

Príklad 5.2.29. Ampérmeter, ktorý má vnútorný odpor R_A , ukazuje plnú výchylku pri prúde I_A . Chceme, aby ampérmeter meral do veľkosti prúdu I_B . Aký odpor R_B musí mať bočník, ktorý musíme paralelne pripojiť k svorkám prístroja?

Riešenie: Rozsah chceme zväčšiť n – násobne

$$n = \frac{I}{I_A} = \frac{I_A + I_B}{I_A} = 1 + \frac{I_B}{I_A}.$$

Z rovnosti napätia po úpravách dostaneme

$$U = I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B \quad \Rightarrow \quad n - 1 = \frac{I_B}{I_A} = \frac{R_A}{R_B}.$$

Môžeme vyjadriť neznámy odpor bočníka

$$R_B = \frac{R_A}{(n-1)}.$$

Takto môžeme vypočítať veľkosť bočníka ak poznáme násobok rozsahu ampérmetra.

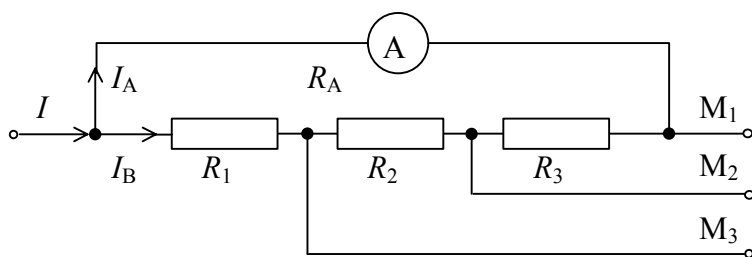
Príklad 5.2.30. Miliampérmeter s vnútorným odporom $R_A = 50 \Omega$ má plnú výchylku pri prúde $I_A = 2 \text{ mA}$. Vypočítajte kombinovaný bočník pre rozsahy 10; 15; 30 A.

Riešenie: Ako vidieť na obr. 5.19 pri zapojení ľubovoľného rozsahu celkový prúd I sa rozdelí do dvoch paralelných vetiev a pri riešení vychádzame z podmienky rovnosti úbytku napätí v oboch vetvách. Pre jednoduchý bočník na obr. 5.20 podľa vzťahu (5.15) platí

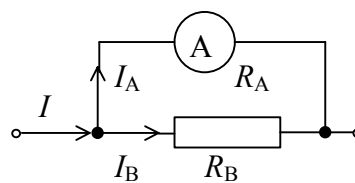
$$R_A I_A = R_B I_B \quad \text{kde} \quad I = n \cdot I_A.$$

Celkový prúd I je n -násobkom prúdu ampérmetra

$$I = n \cdot I_A, \quad \text{kde} \quad I_B = n \cdot I_A - I_A = I_A (n - 1).$$



Obr. 5.19



Obr. 5.20

Potom $R_B = \frac{R_A I_A}{I_B} = \frac{R_A I_A}{I_A (n-1)} = \frac{R_A}{n-1}.$

Pre prúdový rozsah $M_1 = 10 \text{ A}$ bude zväčšenie a odpor bočnika

$$n_1 = \frac{I_1}{I_A} = \frac{10 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 5000,$$

$$R_{B1} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_A}{n_1 - 1} = \frac{50 \Omega}{4999} = 0,010002 \Omega.$$

Pre prúdový rozsah $M_2 = 15 \text{ A}$

$$n_2 = \frac{I_2}{I_A} = \frac{15 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 7500,$$

$$R_{B2} = R_1 + R_2 = \frac{R_A + R_3}{n_2 - 1} \Rightarrow R_A + R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2).$$

Kedže z predchádzajúceho prúdového rozsahu vieme čomu sa rovná odpor bočnika pozostávajúci zo všetkých troch odporov, upravíme rovnicu tak aby sme na pravej strane dostali súčet týchto troch odporov a môžeme potom dosadiť už hodnotu v Ω

$$R_A + R_3 + (n_2 - 1)R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2) + (n_2 - 1)R_3$$

$$R_A + n_2 R_3 = (n_2 - 1)(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$R_3 = \frac{1}{n_2} [(n_2 - 1)(R_1 + R_2 + R_3) - R_A] = \frac{1}{7500} [(7500 - 1)(0,010002 \Omega) - 50 \Omega]$$

$$R_3 = 0,003333 \Omega$$

$$R_{B2} = R_1 + R_2 = \frac{R_A + R_3}{n_2 - 1} = \frac{50 \Omega + 0,003333 \Omega}{7500 - 1} = 0,006668 \Omega.$$

Pre prúdový rozsah $M_3 = 30 \text{ A}$

$$n_3 = \frac{I_3}{I_A} = \frac{30 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 15000$$

$$R_{B3} = R_1 = \frac{R_A + R_2 + R_3}{n_3 - 1} \Rightarrow R_1 (n_3 - 1) = R_A + R_2 + R_3.$$

Z predchádzajúceho prúdového rozsahu môžeme dosadiť známy odpor bočníka pozostávajúci z dvoch odporov R_1 , R_2 a vypočítanú veľkosť odporu R_3 . Rovnicu upravíme tak, aby sme na ľavej strane dostali bočník z predchádzajúceho rozsahu a dosadíme hodnotu v Ω . Jedinou neznámou bude odpor R_2 na pravej strane.

$$(R_1 + R_2)(n_3 - 1) = R_A + R_2 + R_3 + (n_3 - 1)R_2 = R_A + n_3 R_2 + R_3,$$

$$R_2 = \frac{1}{n_3} [(n_3 - 1)(R_1 + R_2) - R_A - R_3]$$

$$R_2 = \frac{1}{15000} [14999 \cdot 0,006668 \Omega - 50 \Omega - 0,003333 \Omega] = 0,003334 \Omega$$

$$R_1 = \frac{R_A + R_2 + R_3}{n_3 - 1} = \frac{1}{14999} (50 \Omega + 0,003334 \Omega + 0,003333 \Omega) = 0,003335 \Omega.$$

Kontrola súčtu hľadaných odporov

$$R_1 + R_2 + R_3 = 0,003335 \Omega + 0,003334 \Omega + 0,003333 \Omega = 0,010002 \Omega.$$

Príklad 5.2.31. Aký veľký musí byť predradený odpor R_P voltmetra, ktorý má rozsah 50 V a vnútorný odpor $R_V = 200 \Omega$, aby mal rozsah 300 V?

Riešenie: Keďže na voltmetri môže byť iba 50 V (vyššie napätie by nezniesol jeho vnútorný odpor a poškodil by sa), musí na odpore byť napätie

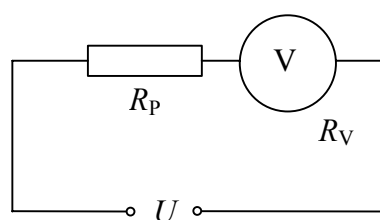
$$U_R = U_2 - U_1 = 300 \text{ V} - 50 \text{ V} = 250 \text{ V}.$$

V obvode tečie prúd, ktorý vypočítame z veľkosti vnútorného odporu voltmetra, veľkosť predradeného odporu vypočítame z Ohmovho zákona (5.2) ak poznáme napätie na odpore a prúd ktorý ním prechádza

$$I_V = \frac{U_1}{R_V} \quad \text{a} \quad R_P = \frac{U_R}{I_V}.$$

Predradený odpor bude mať veľkosť

$$R_P = \frac{U_R}{U_1} R_V = \frac{250 \text{ V}}{50 \text{ V}} 200 \Omega = 1000 \Omega.$$



Obr. 5.21

Pri zvýšení rozsahu na 300 V musíme predradit' pred voltmeter odpor veľkosti 1 k Ω .

Príklad 5.2.32. Voltmeter s napäťovým rozsahom U_1 , vnútorným odporom R_V chceme použiť pre vyšší napäťový rozsah U_2 . Aký predradený odpor R_P musíme zapojiť pred voltmeter?

Riešenie: Rozsah chceme zväčšiť n – násobne (obr. 5.21)

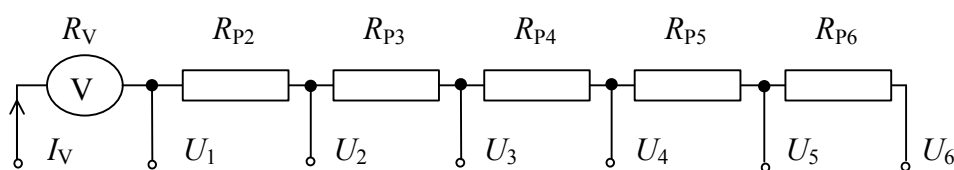
$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_R + U_1}{U_1} = \frac{U_R}{U_1} + 1.$$

Napätia vyjadríme pomocou prúdu, ktorý tečie obvodom a po úpravách dostaneme

$$n-1 = \frac{U_R}{U_1} = \frac{I_V \cdot R_P}{I_V \cdot R_V} = \frac{R_P}{R_V} \Rightarrow R_P = (n-1)R_V.$$

Takto môžeme vypočítať veľkosť predradeného odporu ak poznáme násobok vyššieho rozsahu voltmetra.

Príklad 5.2.33. Vypočítajte kombinovaný predradný odpor k voltmetru podľa obr. 5.22 ak vnútorný odpor voltmetra je $R_V = 600 \Omega$ a prúd prechádzajúci voltmetrom je $I_V = 2 \text{ mA}$. Rozsahy napätí sú 1,2; 2,4; 12; 24; 120; 600 V.



Obr. 5.22

Riešenie: Základný rozsah je U_1 , I_V a R_V . Vychádzame z toho, že prúd tečúci cievkou meracieho systému pri plnej výchylke nesmie prekročiť hodnotu na ktorú je dimenzovaná I_V .

Pre napäťový rozsah U_2 je zväčšenie rozsahu a celkový odpor obvodu

$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{2,4 \text{ V}}{1,2 \text{ V}} = 2, \quad R_{C2} = \frac{U_2}{I_V} = \frac{2,4 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1200 \Omega.$$

Predradený odpor je daný rozdielom celkového a vnútorného odporu

$$R_{P2} = R_{C2} - R_V = 1200 \Omega - 600 \Omega = 600 \Omega.$$

Pre napäťový rozsah U_3 platí

$$n = \frac{U_3}{U_1} = \frac{12}{1,2} = 10, \quad R_{C3} = \frac{U_3}{I_V} = 6000 \Omega, \quad R_{P3} = R_{C3} - R_{C2} = 4800 \Omega.$$

Pre napäťový rozsah U_4 platí

$$n = \frac{U_4}{U_1} = \frac{24}{1,2} = 20, \quad R_{C4} = \frac{U_4}{I_V} = 12\,000 \Omega, \quad R_{P4} = R_{C4} - R_{C3} = 6000 \Omega.$$

Pre napäťový rozsah U_5 platí

$$n = \frac{U_5}{U_1} = \frac{120}{1,2} = 100, \quad R_{C5} = \frac{U_5}{I_V} = 60\,000 \Omega, \quad R_{P5} = R_{C5} - R_{C4} = 48\,000 \Omega.$$

Pre napäťový rozsah U_6 platí

$$n = \frac{U_6}{U_1} = \frac{600}{1,2} = 500, \quad R_{C6} = \frac{U_6}{I_V} = 300\,000\,\Omega, \quad R_{P6} = R_{C6} - R_{C5} = 240\,000\,\Omega.$$

Predradené odpory k voltmetru pre dané rozsahy sú 600 Ω ; 4,8 k Ω ; 6 k Ω ; 48 k Ω a 240 k Ω .

Príklad 5.2.34. Prúdová cievka wattmetra na obr. 5.23 má bočník R_B a napäťová cievka má predradený odpor R_P , aby sa zväčšil rozsah wattmetra W. Odpor napäťovej (paralelne zapojenej) cievky $R_V = 100\,\Omega$ a odpor prúdovej (sériovo zapojenej) cievky je $R_A = 9\,\Omega$. Chceme zväčšiť rozsah wattmetra desaťnásobne. Vypočítajte predradený odpor napäťovej cievky, odpor bočníka a výsledný prúd generátora I_G s napätím $U_G = 220\,\text{V}$, keď prúd prechádzajúci motorom je $I_M = 10\,\text{A}$.

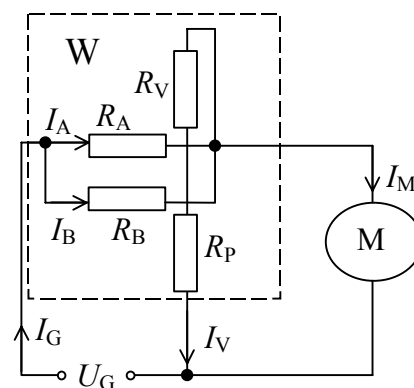
Riešenie: Pre n -násobné zvýšenie rozsahu pre predradené odpory podľa vzťahov (5.15, 5.16)

$$R_B = \frac{R_A}{(n-1)} = \frac{9\,\text{A}}{10-1} = 1\,\Omega$$

$$R_P = (n-1)R_V = (10-1)100\,\Omega = 900\,\Omega.$$

Prúd prechádzajúci napäťovou cievkou vypočítame s celkového napätia generátora a veľkosti odporov v paralelnej vetve podľa Ohmovho zákona (5.2)

$$I_V = \frac{U_G}{R_V + R_P} = \frac{220\,\text{V}}{100\,\Omega + 900\,\Omega} = 0,22\,\text{A}.$$



Obr. 5.23

Celkový prúd prechádzajúci generátorom vypočítame podľa I. Kirchhoffovho zákona (5.9)

$$I_G = I_V + I_M = 0,22\,\text{A} + 10\,\text{A} = 10,22\,\text{A}.$$

Pri desaťnásobnom zvýšení rozsahu W-metra musíme predradiť odpory 1 Ω a bočník veľkosti 900 Ω . Generátorom prechádza prúd 10,22 A.

Príklad 5.2.35. Na cievke z medeného drôtu sme namerali odpor 86,5 Ω pri teplote 20 $^{\circ}\text{C}$. Pri zahriatí cievky prechodom prúdu sme namerali odpor 99,8 Ω . Vypočítajte priemernú teplotu na ktorú sa cievka zahriala. Teplotný koeficient medi $\alpha_{\text{Cu}} = 0,00392 / ^{\circ}\text{C}$.

Riešenie: Veľkosť odporu drôtu závisí od jeho rozmerov, materiálu a teploty, podľa (5.17) môžeme napísať

$$R_{\vartheta} = R_{20^{\circ}}(1 + \alpha(\vartheta - 20^{\circ}\text{C})).$$

Z rovnice si vyjadríme neznámu hodnotu teploty ϑ na ktorú sa cievka zahriala

$$\vartheta = 20^{\circ}\text{C} + \frac{R_{\vartheta} - R_{20^{\circ}}}{R_{20^{\circ}} \cdot \alpha} = 20^{\circ}\text{C} + \frac{99,8\,\Omega - 86,5\,\Omega}{86,5\,\Omega \cdot 0,00392\,^{\circ}\text{C}^{-1}} = 59,22^{\circ}\text{C}.$$

Príklad 5.2.36. Koľko medi sa vylúči elektrolýzou z modrej skalice (CuSO_4) prúdom $I = 10 \text{ A}$ za 30 minút, keď elektrochemický ekvivalent $A = 0,329 \text{ mg/As}$?

Riešenie: Pri elektrolýze sa vylúči podľa vzťahu (5.18) množstvo medi

$$m = A \cdot I \cdot t = 0,329 \text{ mgA}^{-1}\text{s}^{-1} \cdot 10 \text{ A} \cdot 30 \cdot 60 \text{ s} = 5,922 \text{ g}.$$

Na kovovom predmete, ktorý je zavesený na katóde, sa vylúči vrstva čistej medi 5,922 g.

5.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 5.3.1. Z akumulátora 24 V je napájané relé, ktoré musí dostať svoj nominálny prúd 5 mA, aby pritiahlo kotvičku. V akej najväčšej vzdialenosti môže byť umiestnené relé od akumulátora, ak dovolený úbytok napätia na relé je 5% a prírodné vedenie je z Cu drôtu priemeru 0,5 mm? (Rezistivita Cu vodiča $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$.)

($\ell = 1346 \text{ m}$)

Úloha 5.3.2. Dynamo napája štyri paralelne zapojené spotrebiče 10 kW, 3 kW, 5 kW a 7,5 kW, ktoré sú od neho vzdialené 50 m. Prírodné vedenie je z medi prierezu 35 mm^2 . Určte výkon dynama a jeho svorkové napätie, ak napätie na konci vedenia (pri paralelnom rozvetvení k spotrebičom) je 120 V.

($P = 27,75 \text{ kW}$, $U_S = 130,625 \text{ V}$)

Úloha 5.3.3. Vedenie z medi má prierez 25 mm^2 . Aký prierez musí mať rovnako dlhé vedenie z hliníka, aby malo rovnaký odpor? ($\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$, $\rho_{\text{Al}} = 0,033 \mu\Omega\text{m}$)

($S_{\text{Al}} = 47,14 \text{ mm}^2$)

Úloha 5.3.4. Aký bude prierez dvojvodičového hliníkového vedenia celkovej dĺžky 500 m, na konci ktorého bude spotrebič s výkonom 5 kW pri napätí 220 V. Dovolенý úbytok na vedení je 5 %, $\rho_{\text{Al}} = 0,033 \mu\Omega\text{m}$.

($S = 34 \text{ mm}^2$)

Úloha 5.3.5. Jednosmerný motor príkonu 3 kW napájame z jednosmernej siete svorkovým napätím 110 V a 50 m dlhým prípojným vedením z hliníkového vodiča ($\rho_{\text{Al}} = 0,0033 \mu\Omega\text{m}$) prierezu 16 mm^2 . Vypočítajte úbytok napätia na vedení pri plnej prevádzke elektrického motora a pri jeho rozbehu, kedy záberový prúd motora dosiahne trojnásobok nominálneho prúdu.

($I_n = 27,27 \text{ A}$, $\Delta U_n = 5,62 \text{ V}$, $\Delta U_{ZAB} = 16,87 \text{ V}$)

Úloha 5.3.6. Dynamo, ktoré má napätie 230 V a vnútorný odpor $0,2 \Omega$ má dodávať prúd 70 žiarovkám s údajmi 100 W, 220 V vo vzdialenosti 250 m. Vypočítajte potrebný prierez medeného vedenia ($\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$) tak, aby na žiarovkách bolo predpísané napätie 220 V.

$$(S = 77 \text{ mm}^2)$$

Úloha 5.3.7. Na cievke z medeného drôtu sme namerali odpor $86,5 \Omega$ pri teplote 20°C . Pri zahriatí cievky prechodom prúdu sme namerali odpor $99,8 \Omega$. Vypočítajte priemernú teplotu na ktorú sa cievka zahriala. Teplotný koeficient medi $\alpha_{\text{Cu}} = 0,00392^\circ\text{C}^{-1}$.

$$(t_2 = 59^\circ\text{C})$$

Úloha 5.3.8. Akumulátorová batéria je vytvorená sériovým spojením šiestich článkov s vnútorným napätím 2,1 V a vnútorným odporom článku $0,01 \Omega$. Vypočítajte prúd prechádzajúci obvodom ak k batérii pripojíme odpor 2Ω a svorkové napätie batérie.

$$(I = 6,12 \text{ A}, U_S = 12,23 \text{ V})$$

Úloha 5.3.9. Vypočítajte vnútorný odpor a vnútorné napätie zdroja z nameraných hodnôt ampérmetra s vnútorným odporom $R_A = 0 \Omega$ a voltmetra s vnútorným odporom $R_V = \infty \Omega$. Pri prúde veľkosti 4 A ukázal voltmeter hodnotu 18 V, pri prúde 8 A hodnotu 16 V.

$$(R_V = 0,5 \Omega, U_V = 20 \text{ V})$$

Úloha 5.3.10. Pri výpočte medeného vinutia elektrických strojov počítame s hodnotou $\rho_1 = 0,02 \mu\Omega\text{m}$ namiesto správnej hodnoty $\rho_2 = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$. S akým oteplením vinutia sa tu už nepriamo počíta?

$$(\Delta t = 36,44^\circ\text{C})$$

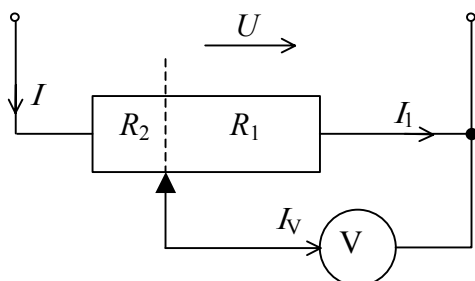
Úloha 5.3.11. Akú dĺžku má špirála ohrievacieho vinutia z chrómniklového drôtu priemeru 0,4 mm na 220 V, ak ňou prechádzal prúd 1,25 A a namerali sme teplotu špirály 700°C ? Rezistivita chrómniklu pri 20°C je $1,1 \mu\Omega\text{m}$, $\alpha = 0,15 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$.

$$(\ell = 18,2 \text{ m})$$

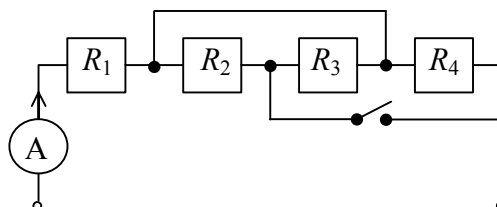
Úloha 5.3.12. Elektromer má údaje 10 A, 220 V, $1 \text{ kWhod} = 4800$ otáčok. Pri zapnutí spotrebiča sa otáča kotúč rýchlosťou 100 otáčok/min. Vypočítajte príkon a prúd spotrebiča.

$$(P_P = 1,25 \text{ kW}, I = 5,68 \text{ A})$$

Úloha 5.3.13. Na delič napätia (potenciometer) je zapojený voltmetr odoberajúci prúd $I_V = 15 \text{ mA}$ z miesta, ktoré delí delič na dva odpory (obr. 5.24). Vypočítajte veľkosť napätia meraného voltmetrom, ak svorkové napätie je 200 V a odpory $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$ a $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$.
($U_V = 93,75 \text{ V}$)



Obr. 5.24



Obr. 5.25

Úloha 5.3.14. Aký odpor musíme pripojiť paralelne k odporu veľkosti 60Ω , aby výsledný odpor bol 24Ω ? Vypočítajte prúdy prechádzajúce jednotlivými odpormi ak celkový prúd je $1,25 \text{ A}$.
($R_2 = 40 \Omega$, $I_1 = 0,5 \text{ A}$, $I_2 = 0,75 \text{ A}$)

Úloha 5.3.15. Batéria je pripojená na vonkajší odpor 4Ω . Vnútny odpor je $0,3 \Omega$. Svorkové napätie batérie je $1,2 \text{ V}$. Vypočítajte prúd, ktorý prechádza obvodom a napätie batérie v stave naprázdno.
($I = 0,3 \text{ A}$, $U_0 = 1,29 \text{ V}$)

Úloha 5.3.16. Ak bude vypínač (obr. 5.25) rozpojený, ukazuje ampérmeter hodnotu 3 A . Ako sa zmení údaj ampérmetra ak zapojíme vypínač.
($I = 4,5 \text{ A}$)

Úloha 5.3.17. Vypočítajte všetky prúdy v sériovoparalelnom obvode (obr. 5.26) ak napätie zdroja je 120 V a jednotlivé odpory majú hodnoty $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$. Aký výkon sa v obvode spotrebuje?
($I_1 = 22,98 \text{ A}$, $I_2 = 12,77 \text{ A}$, $I_3 = 10,21 \text{ A}$, $P = 2,7 \text{ kW}$)

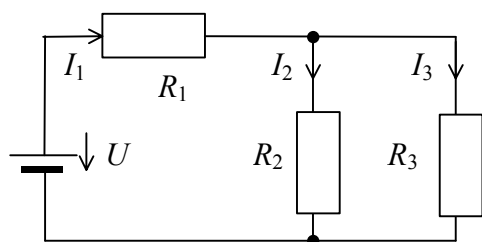
Úloha 5.3.18. Vypočítajte predradený odpor k voltmetru, ktorého merací systém má údaje 60 V a $R_V = 20 \Omega$, tak aby sme mohli merať do 600 kV .
($R_X = 199,98 \text{ k}\Omega$)

Úloha 5.3.19. Merací systém ampérmetra má údaje na plnú výchylku 2 mA a odpor $50\ \Omega$. Ako zväčšíme jeho merací rozsah na 5 A? (Bočníkom – obr. 5.27)

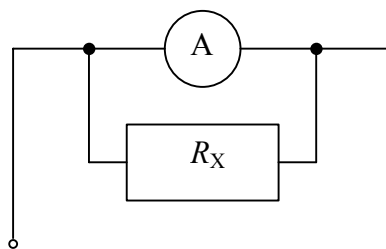
($R_X = 20\ \text{m}\Omega$)

Úloha 5.3.20. Prípustná hustota prúdu pri pomed'ovaní $j = 0,4\ \text{A dm}^{-2}$. Povrch katódy, ktorá sa má pomedit' je $S = 2,5\ \text{dm}^2$. Akým prúdom sa urobí elektrolýza a koľko gramov sa vylúči na katóde za 1 hodinu?

($m = 1,18\ \text{g}$)



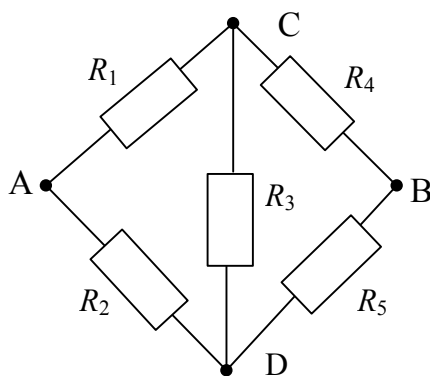
Obr. 5.26



Obr. 5.27

Úloha 5.3.21. Vypočítajte výsledný odpor medzi bodmi AB mostíkového zapojenia podľa obr. 5.28 pre veľkosti odporov $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$, $R_5 = 5\ \Omega$.

($R_{AB} = 3,4\ \Omega$)



Obr. 5.28

6 STRIEDAVÉ JEDNOFÁZOVÉ PRÚDY

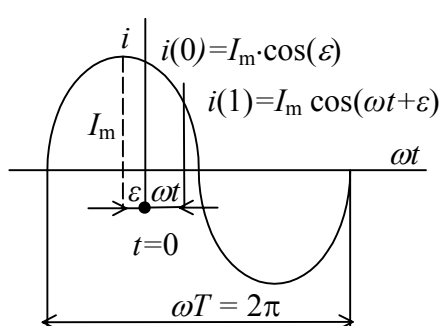
6.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Harmonickú funkciu môžeme znázorniť dvoma spôsobmi: časovým, resp. fázovým priebehom nejakej elektrickej veličiny (napätia, prúdu, magnetického toku a pod.) obr. 6.1

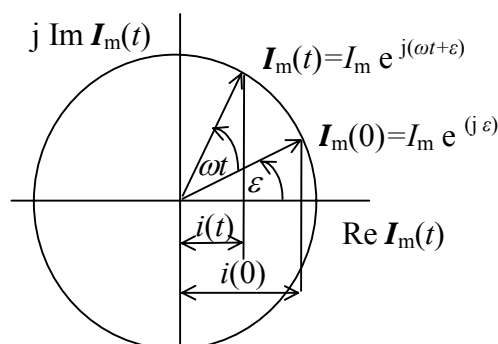
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) \quad (6.1)$$

alebo fázorom - komplexnou funkciou jednej reálnej nezávisle premennej (čas t) obr. 6.2

$$I_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \varepsilon)} = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) + j I_m \sin(\omega t + \varepsilon). \quad (6.2)$$



Obr. 6.1



Obr. 6.2

Frekvenciu f a zodpovedajúcu periódu T elektrického prúdu zistíme z uhlovej frekvencie ω

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f}. \quad (6.3)$$

Obrazom funkcie v komplexnej rovine je smerová úsečka rotujúca okolo počiatku konštantnou uhlovou rýchlosťou ω , pričom veľkosť úsečky je totožná s amplitúdou I_m a uhol určujúci jej polohu vzhľadom na reálnu os je totožný s fázou $(\omega t + \varepsilon)$ harmonicky sa meniacej veličiny, ε je počiatočná fáza. Tejto smerovej rotujúcej úsečke sa hovorí fázor alebo tiež časový vektor. Ak elektrická veličina nezávisí od času (napr. impedancia), z „časového vektora“ sa stáva „polohový vektor“ (má stálu polohu v komplexnej rovine).

Z komplexnej funkcie času sa stala komplexná veličina, ktorú môžeme vyjadriť z polohového vektora na obr. 6.3

– v zložkovom tvare

$$\mathbf{M} = \text{Re } \mathbf{M} + j \cdot \text{Im } \mathbf{M}, \quad (6.4)$$

$$M = \sqrt{(\text{Re } \mathbf{M})^2 + (\text{Im } \mathbf{M})^2}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{Re } \mathbf{M}}{M}, \quad (6.5)$$

- v trigonometrickom tvare

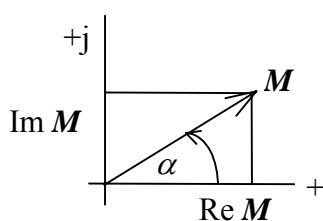
$$\mathbf{M} = M(\cos \alpha + j \sin \alpha), \quad (6.6)$$

- v exponenciálnom tvare

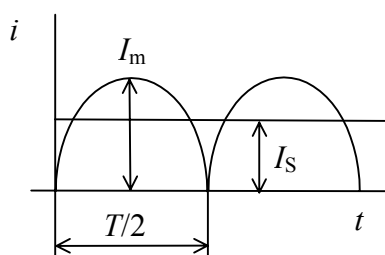
$$\mathbf{M} = M \cdot e^{j\alpha}, \quad (6.7)$$

- vo verzorovom tvare

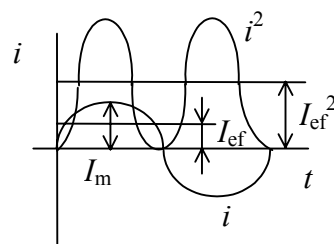
$$\mathbf{M} = M \angle \alpha. \quad (6.8)$$



Obr. 6.3



Obr. 6.4



Obr. 6.5

Stredná hodnota harmonickej funkcie za polovicu periódy $T/2$ je definovaná obr. 6.4

$$I_s = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m. \quad (6.9)$$

Stredná hodnota teda nezávisí od času a rovná sa výške obdĺžnika so základňou $T/2$, ktorého plocha je taká istá ako plocha vymedzená krivkou a časovou osou. Číselne sa rovná 63,7 % amplitúdy harmonickeho priebehu. Strednú hodnotu merajú magnetoelektrické (deprézske) meracie prístroje (jednosmerné voltmetre, ampérmetre).

Efektívna hodnota harmonickej funkcie je definovaná (obr. 6. 5)

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (6.10)$$

Efektívna hodnota teda nezávisí od času a rovná sa druhej odmocniny z výšky obdĺžnika so základňou T , ktorého plocha sa rovná ploche vymedzenej časovým priebehom kvadrátu i^2 k danej krivke a časovou osou. Číselne sa rovná 70,7 % amplitúdy harmonickeho priebehu. Efektívnu hodnotu merajú ostatné druhy (okrem magnetoelektrických) meracích prístrojov (striedavé voltmetre, ampérmetre, wattmetre). Môžeme ju vyjadriť pomocou strednej hodnoty

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s. \quad (6.11)$$

Impedancia je veličina pre striedavé obvody definovaná podobne ako odpor pri jednosmerných obvodoch s tým rozdielom, že impedancia pri danom harmonickom napätí

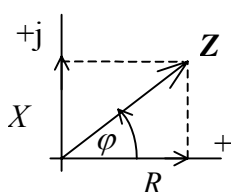
určuje nielen efektívnu hodnotu prúdu, ale aj jeho fázový posun (t. j. časové zaostávanie alebo predbiehanie) vzhľadom na napätie. Znázorňujeme ju ako polohový vektor v komplexnej rovine, pretože je komplexnou veličinou. Pri výpočtoch striedavých obvodov je zvyčajne potrebné prechádzať z jedného tvaru impedancie na iný podľa vzťahov (6.5 až 6.8)

Impedanciu Z a modul impedancie Z určíme nasledovne

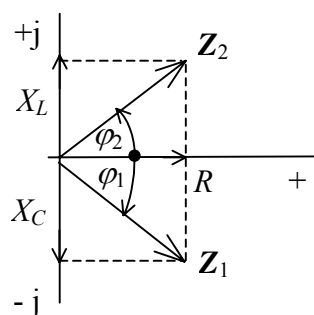
$$\mathbf{Z} = Z e^{j\varphi} = R + jX \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (6.12)$$

kde R je rezistencia (ohmický odpor - reálna časť impedancie) a X je reaktancia (imaginárna časť impedancie). Fáza impedancie φ je súčasne uhlom medzi fázorom napätia, ktoré pôsobí na impedanciu a fázorom prúdu, ktorý prechádza impedanciou (obr. 6.6)

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}. \quad (6.13)$$



Obr. 6.6



Obr. 6.7

Reaktancia kondenzátora (kapacitancia) X_C , resp. cievky (induktancia) X_L závisí nielen od kapacity C kondenzátora, resp. indukčnosti L cievky, ale aj od frekvencie f prúdu (resp. kruhovej frekvencie $\omega = 2\pi f$)

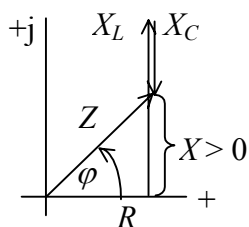
$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L, \quad (6.14)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (6.15)$$

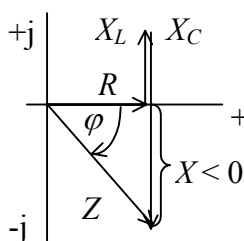
Pritom kapacita kondenzátora spôsobuje fázové posunutie prúdu o 90° pred napätie a indukčnosť cievky o 90° za napätie. Preto v komplexnej rovine (obr. 6.7) reaktanciu kondenzátora X_C kreslíme do smeru zápornej imaginárnej osi a reaktanciu indukčnosti cievky X_L do smeru kladnej imaginárnej osi. Impedancia Z_1 pozostávajúca z kapacitancie kondenzátora a rezistancie (stručne impedancia kapacitného charakteru) je znázornená polohovým vektorom v IV. kvadrante komplexnej roviny, zatiaľ čo impedancia Z_2 induktívneho charakteru (pozostávajúca z indukcie cievky a rezistancie) je znázornená v I. kvadrante komplexnej roviny. Sériové zapojenie rezistora, kondenzátora a cievky má výslednú reaktanciu

$$X = X_L - X_C, \quad (6.16)$$

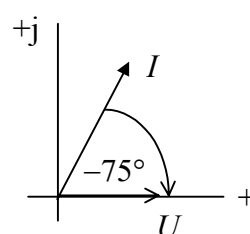
tzn. že reaktancia môže byť kladná (induktívny charakter – I. kvadrant) na obr. 6.8 ak je indukancia cievky väčšia ako kapacitancia kondenzátora, alebo záporná (kapacitný charakter – IV. kvadrant) na obr. 6.9 ak prevláda kapacitancia kondenzátora nad induktanciou cievky.



Obr. 6.8



Obr. 6.9



Obr. 6.10

Ohmov zákon pre striedavý prúd hovorí, že prúd prechádzajúci impedanciou Z je priamo úmerný napätiu na nej a nepriamo úmerný impedancii. Pomocou fázorov s modulom rovným efektívnej hodnote môžeme tento zákon vyjadriť

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{j\varphi}} = Ie^{j(\omega t - \varphi)}. \quad (6.17)$$

Efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho impedanciou je daná pomerom efektívnej hodnote napätia na impedancii a veľkosti impedancie

$$I = \frac{U}{Z}. \quad (6.18)$$

Ohmov zákon môžeme písať v nasledovných tvaroch

$$U = Z \cdot I, \quad I = \frac{U}{Z}, \quad Z = \frac{U}{I}. \quad (6.19)$$

Polohu fázora prúdu vzhľadom na fázor napätia určuje fáza impedancie, a to s ohľadom aj na znamienko. Ak ide napr. o impedanciu kapacitného charakteru s fázou $\varphi = -75^\circ$, potom prúd pri pôsobení napätia, ktorého fázor leží práve v reálnej osi (obr. 6.10)

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{j\varphi}} = \frac{Ue^{j\omega t}}{Ze^{-j75^\circ}} = Ie^{j(\omega t + 75^\circ)}$$

bude mať vzhľadom na reálnu os posun $+75^\circ$, teda bude predbiehať napätie o tento uhol.

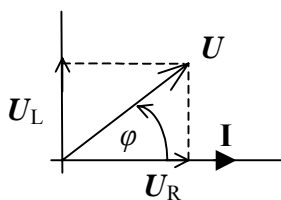
Keďže impedancie možno zapájať do série, paralelne a sériovoparalelne, prípadne zostavovať z nich celé obvody, platí Ohmov zákon pre striedavý prúd tak pre jednotlivé impedancie, ako aj pre komplex impedancií. Potrebné je však dosadzovať príslušné napätie a náhradnú ekvivalentnú impedanciu.

V striedavom elektrickom obvode, ktorý má len činný odpor, platia podobné vzťahy ako pre jednosmerný obvod. Harmonické napätie zdroja U a prúd I nemajú medzi sebou žiaden fázový posun $\varphi = 0$ a impedancia sa rovná ohmickému odporu $Z = R$. Všetky vzorce odvodené pre obvody s jednosmerným prúdom platia aj pre efektívne hodnoty striedavého prúdu v obvode, ktorý má len činný odpor.

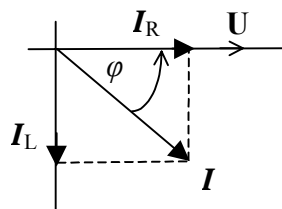
V obvode s ideálnou cievkou (jej činný odpor považujeme za veľmi malý) pri jednosmernom prúde má indukčnosť vplyv iba pri zapnutí alebo vypnutí obvodu. Pri striedavom prúde sa mení magnetické pole cievky a indukuje do vlastných závitov samoindukčné napätie U_L , ktoré smeruje proti napätiu zdroja U . Fázový posun je $\varphi = 90^\circ$, modul impedancie sa rovná reaktancii cievky a prúd I_L sa oneskoruje o 90° za napätím U zdroja.

V obvode s kondenzátorom sa prechodom jednosmerného prúdu kondenzátor pri zapnutí prúdu nabije a na kondenzátore sa vytvorí napätie U_C rovnako veľké ako napätie U jednosmerného zdroja, ale opačného smeru. Po nabití prúd nepreteká, pretože cez izoláciu kondenzátora vodivý prúd neprechádza. Pri striedavom prúde sa kondenzátor striedavo nabíja a vybíja. Prúd a napätie nie sú vo fáze, prúd kondenzátora I_C predstihuje o $\varphi = -90^\circ$ napätie zdroja U .

Pri náhradnom sériovom spojení činného odporu R a indukčnosti cievky prechádza oboma členmi rovnaký prúd I , ktorý na nich vytvorí úbytky napätí U_R , U_L . Ich vektorový súčet sa rovná napätiu zdroja U podľa obr. 6.11. Prúd sa oneskoruje za výsledným napätím o fázový posun φ . Pri náhradnom paralelnom spojení je napätie zdroja U spoločné pre oba členy a má rovnakú fázu ako prúd prechádzajúci ohmickým odporom I_R . V cievke sa prúd oneskoruje o 90° za napätím cievky $U_L = U$. Prúdy vektorovo sčítané sa skladajú do výsledného prúdu I celého obvodu, ktorý sa oneskoruje za napätím U o fázový uhol φ podľa obr. 6.12.



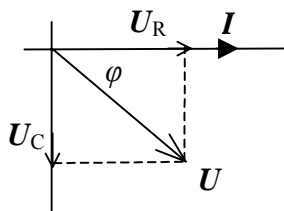
Obr. 6.11



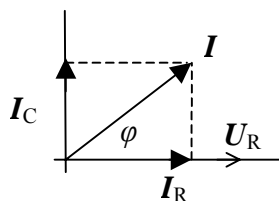
Obr. 6.12

Pri sériovom spojení odporu R a kondenzátora s kapacitou C obvodom prechádza spoločný prúd I cez oba členy, ktorý má rovnakú fázu ako napätie na odpore U_R . Napätie

kondenzátora U_C sa oneskoruje o 90° za prúdom I . Výsledné napätie sa oneskoruje za celkovým prúdom podľa obr. 6.13. Pri paralelnom spojení majú oba členy rovnaké napätie ako napätie zdroja $U = U_C = U_R$, ktoré má rovnakú fázu ako prúd prechádzajúci ohmickým odporom I_R . Prúd prechádzajúci kondenzátorom predbieha napätie U o 90° . Výsledný prúd zložený vektorovo z prúdov I_R , I_C predbieha napätie o fázový posun medzi reaktanciou kondenzátora a ohmickým odporom podľa obr. 6.14. V oboch prípadoch je fázový posun záporný.

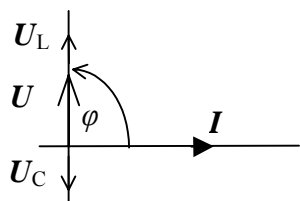


Obr. 6.13

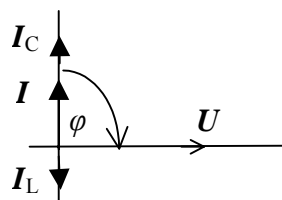


Obr. 6.14

Pri sériovom spojení cievky s indukčnosťou L a kondenzátora s kapacitou C obvodom prechádza spoločný prúd I cez oba členy. Napätie kondenzátora U_C sa oneskoruje o 90° za prúdom I a napätie cievky U_L predbieha prúd o 90° . Napätie na cievke U_L pôsobí v opačnom smere ako napätie na kondenzátore U_C . Pri väčšom napätí na kondenzátore bude sa výsledné napätie oneskorovať za prúdom I a fázový posun bude $\varphi = -90^\circ$, pri väčšom napätí na cievke (obr. 6.15) bude výsledné napätie predbiehať prúd a fázový posun bude $\varphi = +90^\circ$. Pri paralelnom spojení majú oba členy rovnaké napätie ako napätie zdroja $U = U_C = U_L$, a prúdy I_L a I_C pôsobia proti sebe. Výsledný prúd vektorovo zložený z prúdov I_L , I_C bude mať smer väčšieho prúdu. Pri väčšom prúde cievky I_L bude výsledný prúd I zaostávať za napätím U , pri väčšom prúde kondenzátora I_C (obr. 6.16) bude výsledný prúd predbiehať napätie o 90° a fázový posun bude $\varphi = -90^\circ$.



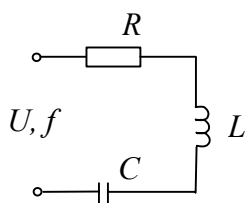
Obr. 6.15



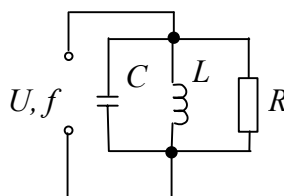
Obr. 6.16

Pri sériovom zapojení všetkých troch členov (obr. 6.17) prechádza obvodom celkový prúd I a jednotlivé úbytky napätí U_R , U_L , U_C sa vektorovo zložia do výsledného napätia U v závislosti od charakteru výslednej impedancie – pri induktívnej impedancii napätie

predbieha prúd o fázový posun φ , pri kapacitnej impedancii, napätie zaostáva za prúdom I . Pri paralelnom zapojení (obr. 6.18) je napätie rovnaké na všetkých členoch a prúd sa rozdelí do troch vetiev. Vektorovo zložený výsledný prúd I zo zložiek I_R , I_L , I_C bude mať smer podľa charakteru výslednej impedancie – pri induktívnej impedancii prúd zaostáva za napätím o fázový posun φ , pri kapacitnej impedancii, prúd predbieha napätie.



Obr. 6.17



Obr. 6.18

Pretože striedavé obvody obsahujú odpory, indukčnosti a kapacity, ktoré z hľadiska odberu elektrickej energie zo zdroja sa správajú rôzne, rozlišujeme aj ich výkony. Odpor má **činný výkon** P , s ktorým sa elektrická energia premieňa na teplo.

Indukčnosť a kapacita (ideálne prvky majú $\varphi_L = 90^\circ$, $\varphi_C = -90^\circ$, reálne prvky majú aj činný odpor, resp. konduktanciu) činný výkon nemajú, ale majú výkon, s ktorým sa elektrická energia mení vratne na energiu magnetického poľa v cievke, resp. energiu elektrického poľa v kondenzátore. Aby sme tento výkon odlišili od predchádzajúceho, nazývame ho **jalový výkon** Q . S ohľadom na opačné znamienka reaktancie (resp. fázového posunu φ) indukčnosti a kapacity prisudzujeme opačné znamienka aj jalovému výkonu indukčnosti a kapacity.

Činný výkon zodpovedá reálnej zložke impedancie (odporu), jalový výkon zodpovedá imaginárnej zložke impedancie (reaktancii). Celej impedancii zodpovedá tzv. **komplexný výkon** S , ktorý je podobne ako impedancia komplexnou veličinou, pretože je súčtom reálnej a imaginárnej zložky. Modul komplexného výkonu sa nazýva **zdanlivý výkon** S . Graficky môžeme tieto pomery znázorniť v komplexnej rovine pre impedanciu induktívneho charakteru (kladná fáza, kladný jalový výkon – obr. 6.19) a pre impedanciu kapacitného charakteru (záporná fáza, záporný jalový výkon – obr. 6.20).

Matematicky veľkosti výkonov môžeme s použitím vzťahov (6.19) vyjadriť pre efektívne hodnoty napätí a prúdov

- zdanlivý výkon

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2 = \frac{U^2}{Z}, \quad (6.20)$$

- činný výkon

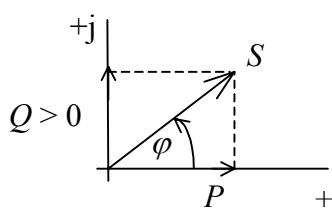
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = Z \cdot I^2 \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z} \cos \varphi = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot R, \quad (6.21)$$

- jalový výkon

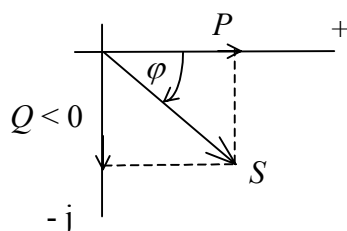
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = Z \cdot I^2 \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot X = \frac{U^2}{Z} \sin \varphi = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot X \quad (6.22)$$

a vzájomne môžeme napísať podľa obr. 6.19, obr. 6.20

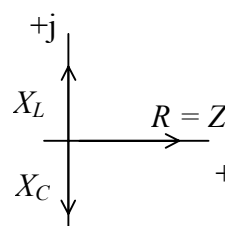
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (6.23)$$



Obr. 6.19



Obr. 6.20



Obr. 6.21

Sériovou rezonanciou nazývame jav, ktorý nastáva pri sériovom zapojení R-L-C prvkov (obr. 6.17) pripojených na zdroj s tzv. rezonančnou frekvenciou, pri ktorej reaktancia cievky sa rovná reaktancii kondenzátora, teda výsledná reaktancia obvodu je nulová. Vtedy celková impedancia dosahuje minimálnu hodnotu rovnú ohmickému odporu rezistora a vzhľadom na zdroj sa správa ako rezistencia (obr. 6.21)

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + j \cdot 0 = R$$

a rezonančnú frekvenciu vypočítame z podmienky rovnosti reaktancií

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \text{odkiaľ vyjadríme} \quad f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (6.24)$$

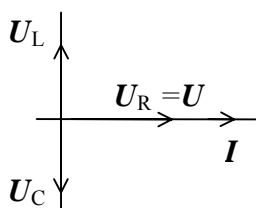
Prúd prechádzajúci impedanciou počas rezonancie dosahuje maximálnu hodnotu obmedzenú iba činným odporom a efektívne hodnoty na jednotlivých prvkoch vypočítame

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}, \quad (6.25)$$

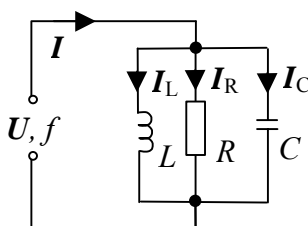
$$U_R = I_{\text{REZ}} \cdot R, \quad U_L = I_{\text{REZ}} \cdot X_L = I_{\text{REZ}} \cdot 2\pi f_{\text{REZ}} \cdot L$$

$$U_C = I_{\text{REZ}} \cdot X_C = I_{\text{REZ}} \frac{1}{2\pi f_{\text{REZ}} \cdot C}, \quad (6.26)$$

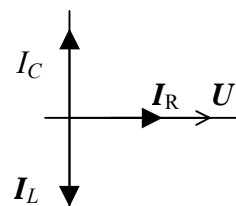
pričom efektívne hodnoty napätí na cievke U_L a kondenzátore U_C sú rovnaké, ale ich fázy sú opačné, teda ich vektorový súčet je nulový a svorkové napätie sa rovná napätiu na rezistore, ako je uvedené na obr. 6.22.



Obr. 6.22



Obr. 6.23



Obr. 6.24

Paralelná rezonancia môže nastať v obvode podľa obr. 6.23, v ktorom kondenzátor a cievka sú paralelne spojené a pripojené na zdroj striedavého napätia U . Prúd I sa rozvetvuje v uzle a cievkou ho prechádza viac pri nižšej frekvencii, pri vyššej frekvencii prechádza väčší prúd kondenzátorom. Pri rezonančnej frekvencii budú efektívne hodnoty prúdov I_L , I_C rovnaké

$$I_C = I_L, \quad (6.27)$$

vtedy bude obvod v stave paralelnej rezonancie. Napätie zdroja U je vo fáze s prúdom I_R prechádzajúcim odporom, prúdy cez cievku I_L a kondenzátor I_C sú rovnako veľké ale opačne orientované a výsledný prúd I sa rovná prúdu prechádzajúcemu ohmickým odporom I_R (obr. 6.24). Rezonančnú frekvenciu po úprave vypočítame

$$\omega_{\text{REZ}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}. \quad (6.28)$$

Rezonančný prúd I_R je vo fáze s napätím zdroja U .

Ohmov zákon platí pre slučku v jednoduchom elektrickom obvode, ktorou prechádza rovnaký prúd a platí aj pre každú slučku zložitého obvodu. V zloženom obvode je v jednotlivých vetvách prúd rôzny a riešime ho **Kirchhoffovými zákonmi**.

Prvý Kirchhoffov zákon pre striedavý prúd sa vzťahuje na uzol siete a pre striedavé prúdy platí v tvare - súčet fázorov prúdov v uzle sa rovná nule

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (6.29)$$

kde I_i je fázor prúdu v i -tej vetve, pre počet n vetiev spojených v uzle.

Druhý Kirchhoffov zákon hovorí, že súčet všetkých fázorov napätí v slučke sa rovná nule

$$\sum_{j=1}^m U_j = 0 \quad (6.30)$$

pre m – počet prvkov v slučke. Pri zostavovaní rovníc platia rovnaké pravidlá ako bolo uvedené pre jednosmerné obvody v 5. kapitole.

6.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 6.2.1. Striedavý prúd zo striedavej siete má frekvenciu $f = 50$ Hz. Aká je perióda (doba jedného cyklu) a uhlová rýchlosť ω ?

Riešenie: Frekvencia je prevrátená hodnota periódy jedného cyklu, preto

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 0,02 \text{ s}.$$

Uhlovú rýchlosť vypočítame z definície (6.3)

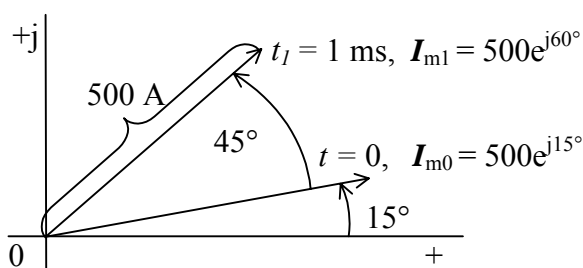
$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Hz} = 314 \text{ rad s}^{-1}.$$

Striedavý prúd frekvencie 50 Hz má periódu 0,02 s a uhlovú rýchlosť 314 rad s^{-1} .

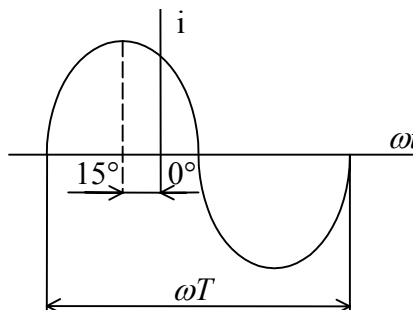
Príklad 6.2.2. Aký je časový priebeh prúdu, ktorého fázor je na obr. 6.25?

Riešenie: Z obr. 6.25 vidno, že veľkosť fázora, t. j. amplitúda prúdu $I_m = 500$ A, v čase $t = 0$ je fázor I_{m0} posunutý vzhľadom na reálnu os o uhol 15° ($\pi/12$) a v čase $t_1 = 0,001$ s je fázor I_{m1} posunutý o ďalších 45° , môžeme napísať

$$\omega t_1 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \quad \omega = \frac{\pi}{4t_1} = \frac{\pi}{4 \cdot 0,001 \text{ s}} = 785 \text{ rad s}^{-1}.$$



Obr. 6.25



Obr. 6.26

Fázor prúdu potom vyjadríme (6.2)

$$I_m = I_m e^{j(\omega t + \varepsilon)} = 500 \cdot e^{j(785t + \pi/12)} \text{ A} = 500 [\cos(785t + \pi/12) + j \sin(785t + \pi/12)] \text{ A}.$$

Harmonická funkcia udávajúca časový priebeh prúdu je (6.1)

$$i = I_m \cos(\omega t + \varepsilon) = 500 \cdot \cos(785 \cdot t + \pi/12) \text{ A}.$$

Frekvenciu a zodpovedajúci čas periódy prúdu zistíme zo vzťahov (6.3)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{785}{2\pi} \text{ Hz} = 125 \text{ Hz}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{125 \text{ Hz}} = 8 \text{ ms}.$$

Na obr. 6.26 je časový priebeh prúdu s frekvenciou 125 Hz.

Príklad 6.2.3. Vyjadrite v zložkovom, trigonometrickom, exponenciálnom a verzorovom tvare polohový vektor \mathbf{M} daný v komplexnej rovine podľa obr. 6.27.

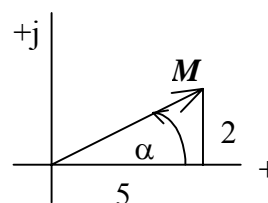
Riešenie: Na obr. 6.27 sú dané veľkosti zložiek polohového vektora $\operatorname{Re} \mathbf{M} = 5$, $\operatorname{Im} \mathbf{M} = 2$. Veľkosť polohového vektora vypočítame z daných veľkostí zložiek (6.5)

$$M = \sqrt{(\operatorname{Re} \mathbf{M})^2 + (\operatorname{Im} \mathbf{M})^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5,39.$$

Fázu a príslušné goniometrické funkcie vypočítame

$$\cos \alpha = \frac{\operatorname{Re} \mathbf{M}}{M} = \frac{5}{5,39} = 0,93, \Rightarrow \alpha = 22^\circ,$$

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{Im} \mathbf{M}}{M} = \frac{2}{5,39} = 0,37.$$



Obr. 6.27

Polohový vektor vyjadríme podľa (6.4 – 6.8)

- v zložkovom tvare $\mathbf{M} = 5 + j2$,
- v trigonometrickom tvare $\mathbf{M} = M(\cos \alpha + j \sin \alpha) = 5,39(0,93 + j \cdot 0,37)$,
- v exponenciálnom tvare $\mathbf{M} = M \cdot e^{j\alpha} = 5,39 \cdot e^{j22^\circ}$,
- vo verzorovom tvare $\mathbf{M} = M \angle \alpha = 5,39 \angle 22^\circ$.

Príklad 6.2.4. Aký tvar by mal Jouleov zákon, keby sme k jeho vyjadreniu použili strednú hodnotu striedavého (harmonického) prúdu?

Riešenie: Jouleov zákon pre striedavý prúd $P = R \cdot I^2$,

má rovnakú formu ako pre jednosmerný vtedy, ak je striedavý prúd vyjadrený efektívnou hodnotou, ktorú vyjadríme pomocou strednej hodnoty (6.11)

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s,$$

$$P = R \cdot I_{\text{ef}}^2 = R \left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_s \right)^2 = 1,24 \cdot R \cdot I_s^2.$$

Zo vzťahu vyplýva, že Jouleov zákon by sa pri použití strednej hodnoty striedavého prúdu zmenil iba násobkom 1,24.

Príklad 6.2.5. Magnetoelektrický ampérmeter s dvojcestným usmerňovačom ukazuje hodnotu prúdu $I_s = 100$ A. Aká je efektívna hodnota prúdu?

Riešenie: Použijeme vzorec pre výpočet efektívnej hodnoty prúdu (6.10)

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} I_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 100 \text{ A} = 111,07 \text{ A}.$$

Príklad 6.2.6. Ručička voltmetra ukazuje hodnotu striedavého napätia 150 V. Akú veličinu ukazuje? Aká je maximálna hodnota meraného napätia?

Riešenie: Voltmeter ukazuje efektívnu hodnotu striedavého napätia. Maximálna hodnota striedavého napätia podľa vzťahu (6.10) je

$$U_m = U_{ef} \cdot \sqrt{2} = 150 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 212 \text{ V}.$$

Pri frekvencii $f = 50 \text{ Hz}$ dosiahne striedavé napätie špičkovú hodnotu 100-krát za sekundu. Pri nameranej efektívnej hodnote striedavého napätia je maximálna hodnota napätia 212 V.

Príklad 6.2.7. Ampérmeter ukázal hodnotu 20 A. Aká je maximálna a stredná hodnota?

Riešenie: Ampérmeter ukazuje efektívnu hodnotu $I_{ef} = 20 \text{ A}$. Maximálna hodnota je daná vzťahom (6.10)

$$I_m = I_{ef} \cdot \sqrt{2} = 20 \text{ A} \cdot \sqrt{2} = 28,3 \text{ A}.$$

Stredná hodnota podľa (6.9)

$$I_s = \frac{2}{\pi} \cdot I_m = 0,637 \cdot I_m = 0,637 \cdot 28,3 \text{ A} = 18 \text{ A}.$$

Pri efektívnej hodnote striedavého prúdu 20 A je maximálna hodnota 28,3 A a stredná hodnota striedavého prúdu 18 A.

Príklad 6.2.8. V rovnorodom magnetickom poli s indukciou $B = 0,8 \text{ T}$ sa pohybuje obdĺžniková cievka so 40 závitmi, s rozmermi $15 \times 10 \text{ cm}$, ktorá sa otáča rýchlosťou 1200 otáčok za minútu. Aká je maximálna stredná a efektívna hodnota indukovaného napätia v cievke? Aká bola efektívna hodnota prúdu pri spojení cievky cez ampérmeter, t. j. pri spojení nakrátko, keď prierez drôtu cievky je $0,07 \text{ mm}^2$, $\rho = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$?

Riešenie: Maximálne indukované napätie v cievke závisí od uhlovej frekvencie, od počtu závitov, veľkosti magnetickej indukcie a rozmerov závitů

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N = 2\pi f \cdot B \cdot S \cdot N = 2\pi \frac{1200 \text{ ot}}{60 \text{ s}} \cdot 0,8 \text{ T} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 40 = 60,32 \text{ V}.$$

Strednú a efektívnu hodnotu vypočítame podľa (6.9, 6.10)

$$U_s = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 \cdot 60,32 \text{ V} = 38,4 \text{ V},$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot 60,32 \text{ V} = 42,6 \text{ V}.$$

Pri spojení nakrátko, pri známom priereze drôtu z danej efektívnej hodnoty napätia, odporu drôtu cievky a Ohmovho zákona vypočítame efektívnu hodnotu prúdu

$$I = \frac{U}{40 \cdot R_{ZAV}} = \frac{U}{40} \cdot \frac{S}{\rho \cdot \ell} = \frac{42,6 \text{ V}}{40} \cdot \frac{0,07 \text{ mm}^2}{0,0178 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \cdot 2(0,1 + 0,15) \text{ m}} = 8,38 \text{ A}.$$

Príklad 6.2.9. Vypočítajte impedanciu Z_{AB} pozostávajúcu z ohmického odporu $R = 50 \Omega$, indukčnosti $L = 0,15 \text{ H}$ a kapacity $C = 30 \mu\text{F}$ pripojenej k zdroju harmonického napätia $f = 100 \text{ Hz}$, ak sú zapojené

a) do série – obr. 6.17

b) paralelne – obr. 6.18

Riešenie: a) Pre zapojenie do série môžeme dosadiť do vzťahu pre impedanciu (6.12) veľkosti jej zložiek (6.14, 6.15)

$$Z_{AB} = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\left(2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C}\right),$$

$$Z_{AB} = 50 + j\left(2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 0,15 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right) = 50 \Omega + j \cdot 41,2 \Omega.$$

Veľkosť a fáza impedancie bude

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(50 \Omega)^2 + (41,2 \Omega)^2} = 64,79 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{Z} = \arctg \frac{41,2 \Omega}{64,79 \Omega} = 40^\circ.$$

Kedže impedancia má induktívny charakter, prúd sa oneskoruje za napätím o uhol φ .

b) Pri paralelnom zapojení impedanciu vypočítame

$$Z_{AB} = \left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \right]^{-1} = \left[\frac{1}{R} + j\left(2\pi f \cdot C - \frac{1}{2\pi f \cdot L}\right) \right]^{-1},$$

$$Z_{AB} = \left[\frac{1}{50 \Omega} + j\left(2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F} - \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 0,15 \text{ H}}\right) \right]^{-1} = 42,7 - j \cdot 17,6 \Omega.$$

Veľkosť a fáza impedancie bude

$$Z = \sqrt{\text{Re } Z^2 + \text{Im } Z^2} = \sqrt{(42,7 \Omega)^2 + (-17,6 \Omega)^2} = 46,18 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-17,6 \Omega}{42,7 \Omega} = -22^\circ.$$

Impedancia má kapacitný charakter $\varphi < 0$, tzn. že napätie zaostáva za prúdom o uhol 22° .

Príklad 6.2.10. Aká je reaktancia cievky s indukčnosťou $L = 50 \text{ mH}$ pri frekvencii 100 Hz ?

Riešenie: Z definície veľkosti reaktancie cievky (induktancie) môžeme napísať (6.14)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 31,4 \Omega.$$

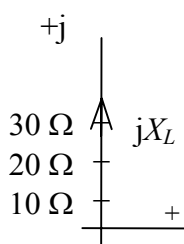
Reaktancia cievky veľkosti $31,4 \Omega$ je zobrazená na obr. 6.28.

Príklad 6.2.11. Akú reaktanciu má kondenzátor s kapacitou $20 \mu\text{F}$ pri frekvencii 100 Hz ?

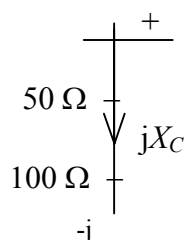
Riešenie: Z definície reaktancie kondenzátora môžeme napísať (6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 79,58 \Omega.$$

Reaktancia kondenzátora veľkosti $79,58 \Omega$ je znázornená na obr. 6.29.



Obr. 6.28



Obr. 6.29

Príklad 6.2.12. Kondenzátor s kapacitou $10 \mu\text{F}$ je pripojený na striedavé napätie hodnôt 220 V , 50 Hz . Aká je efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho kondenzátorom?

Riešenie: Efektívnu hodnotu podľa vzťahu (6.10, 6.15) vypočítame

$$I_{\text{ef}} = I_C = \frac{U}{X_C} = U \left(\frac{1}{\omega C} \right)^{-1} = U \cdot \omega C = U \cdot 2\pi f \cdot C$$

$$I_{\text{ef}} = 220 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 0,69 \text{ A}.$$

Efektívna hodnota prúdu prechádzajúceho kondenzátorom je $0,69 \text{ A}$.

Príklad 6.2.13. Akú reaktanciu má pre rôzne frekvencie 10^2 , 10^3 a 10^6 Hz , kondenzátor veľkosti $10\,000 \text{ pF}$?

Riešenie: Z definície (6.15) pre reaktanciu kondenzátora platí

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot C} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \frac{1}{f} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1}.$$

Dosadíme frekvencie

$$f_1 = 10^2 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C1} = \frac{1}{10^2 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 159 \text{ k}\Omega,$$

$$f_1 = 10^3 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C2} = \frac{1}{10^3 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 15,9 \text{ k}\Omega,$$

$$f_1 = 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow X_{C3} = \frac{1}{10^6 \text{ Hz}} \cdot 0,159 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} = 15,9 \Omega.$$

Pre vyššie frekvencie sú reaktancie kondenzátora menšie.

Príklad 6.2.14. Na impedanciu zloženú z činného odporu $R = 5 \Omega$ a indukčnosti $L = 10 \text{ mH}$ cievky podľa obr. 6.30 pôsobí napätie s frekvenciou 50 Hz . Vypočítajte veľkosť a fázu impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Impedancia pozostáva z dvoch prvkov zapojených v sérii (6.14)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 3,14 \Omega.$$

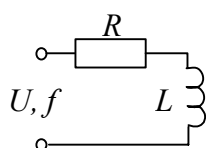
Veľkosť impedancie potom vypočítame (6.12)

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(5 \Omega)^2 + (3,14 \Omega)^2} = 5,9 \Omega.$$

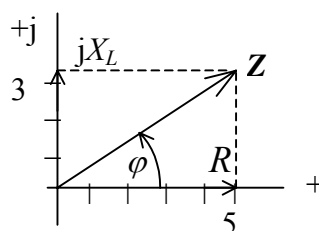
Zo známych členov vypočítame fázu impedancie (6.13)

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{3,14 \Omega}{5 \Omega} = 32^\circ.$$

Výsledná impedancia RL veľkosti 5,9 Ω a fázou 32° je graficky znázornená na obr. 6.31.



Obr. 6.30



Obr. 6.31

Príklad 6.2.15. Cievka má ohmický odpor $R = 40 \Omega$. Po jej pripojení na sieť s napätím 220 V, 50 Hz cez ňu prechádza prúd $I = 2 \text{ A}$. Aká je indukčnosť L cievky?

Riešenie: Z Ohmovho zákona pre daný prúd a napätie vieme vypočítať veľkosť celkovej impedancie cievky (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 110 \Omega.$$

Reaktanciu cievky potom môžeme vyjadriť (6.12)

$$X = X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(110 \Omega)^2 - (40 \Omega)^2} = 102,47 \Omega.$$

Indukčnosť cievky bude zo vzťahu (6.14)

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{102,47 \Omega}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 0,326 \text{ H}.$$

Indukčnosť cievky je 0,326 H.

Príklad 6.2.16. Aká musí byť frekvencia napätia pôsobiaceho na ohmický odpor R a indukčnosť cievky L zapojených v sérii (obr. 6.30), aby impedanciou prechádzal prúd I ?

Riešenie: Musíme poznať efektívnu hodnotu napätia ktoré pôsobí na danú impedanciu a môžeme potom použiť Ohmov zákon pre efektívnu hodnotu striedavého prúdu a vzťah pre veľkosť impedancie (6.18, 6.12)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}}$$

Úpravou rovnice dostaneme výsledný vzťah pre hľadanú frekvenciu.

$$f = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$$

Príklad 6.2.17. Cievka elektromagnetu má činný odpor $R = 21 \, \Omega$ a po pripojení na sieťové napätie $U = 220 \, \text{V}$, $f = 50 \, \text{Hz}$ ukáže ampérmeter hodnotu $2 \, \text{A}$. Aká je veľkosť impedancie, reaktancia a indukčnosť cievky? Aká je fáza impedancie cievky?

Riešenie: Modul impedancie vypočítame z Ohmovho zákona pre striedavý prúd (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \, \text{V}}{2 \, \text{A}} = 110 \, \Omega.$$

Impedancia je zložená z činného odporu cievky a reaktancie cievky, ktorú vyjadríme (6.12)

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(110 \, \Omega)^2 - (21 \, \Omega)^2} = 107,98 \, \Omega.$$

Indukčnosť cievky závisí od frekvencie podľa (6.14)

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{107,98 \, \Omega}{2\pi f} = 343,71 \, \text{H}.$$

Fázový posun (6.13) vypočítame z pravouhlého trojuholníka

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \frac{107,98 \, \Omega}{21 \, \Omega} = 79^\circ.$$

Cievka elektromagnetu má indukčnosť $343,71 \, \text{H}$, fáza impedancie je 79° , modul impedancie cievky je $110 \, \Omega$, reaktancia cievky je $107,98 \, \Omega$.

Príklad 6.2.18. Aký prúd potečie v obvode cez impedanciu RC zapojených v sérii (obr. 6.32), ak frekvencia je $100 \, \text{Hz}$, $R = 20 \, \Omega$, $C = 46 \, \mu\text{F}$ a efektívna hodnota napätia $U = 400 \, \text{V}$?

Riešenie: Reaktanciu kondenzátora vieme vypočítať z definície (6.15)

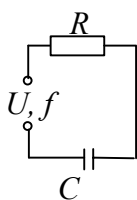
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \, \text{Hz} \cdot 46 \cdot 10^{-6} \, \text{F}} = 34,6 \, \Omega.$$

Veľkosť impedancie potom bude (6.12)

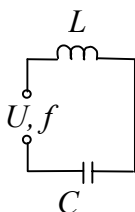
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(20 \, \Omega)^2 + (34,6 \, \Omega)^2} = 39,96 \, \Omega.$$

Efektívna hodnota prúdu je daná pomocou Ohmovho zákona pre striedavý prúd (6.18)

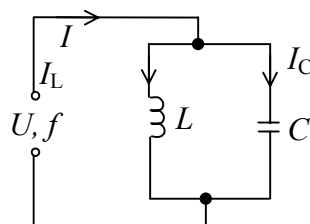
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{400 \, \text{V}}{39,96 \, \Omega} = 10,01 \, \text{A}.$$



Obr. 6.32



Obr. 6.33



Obr. 6.34

Príklad 6.2.19. Striedavý obvod (obr. 6.33) sa skladá z indukčnosti $L = 4 \text{ H}$ sériovo spojenou s kapacitou $C = 8 \text{ } \mu\text{F}$ (obr. 6.33) a je pripojený na sieť s efektívnou hodnotou napätia $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Cievka má nepatrný činný odpor, ktorý zanedbáme. Určte modul impedancie obvodu, efektívnu hodnotu prúdu, fázový posun a efektívnu hodnotu napätia na jednotlivých členoch impedancie.

Riešenie: Modul impedancie (6.12) pri zanedbateľnom činnom odpore je daný

$$Z = |X| = |X_L - X_C| = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right| = \left| 2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C} \right|$$

$$Z = \left| 2\pi \cdot 50 \text{ } \Omega \cdot 4 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \right| = |1256,64 \text{ } \Omega - 397,89 \text{ } \Omega| = 858,75 \text{ } \Omega.$$

Efektívna hodnota prúdu z definície impedancie (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{858,75 \text{ } \Omega} = 0,256 \text{ A}.$$

Fáza impedancie (fázový posun) je podľa (6.13)

$$\sin \varphi = \frac{X}{Z} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 90^\circ.$$

Fázory napätí na cievke U_L a kondenzátore U_C sú orientované proti sebe a fázový posun je $\varphi = +90^\circ$, preto pre efektívnu hodnotu U napätia siete platí $U = U_L - U_C$.

Kedže efektívna hodnota U_L na cievke (6.18, 6.14) je

$$U_L = I \cdot Z = I \cdot \omega \cdot L = 0,256 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \text{ H} = 321,7 \text{ V}$$

bude efektívna hodnota U_C na kondenzátore

$$U_C = U_L - U = 321,7 \text{ V} - 220 \text{ V} = 101,7 \text{ V}.$$

Výsledná impedancia má induktívny charakter.

Príklad 6.2.20. Kondenzátor s kapacitou $8 \text{ } \mu\text{F}$ a cievkou s indukčnosťou 4 H spojíme paralelne podľa obr. 6.34 v obvode napájanom sieťovým napätím 220 V , 50 Hz . Vypočítajte veľkosť impedancie obvodu a prúd pretekajúci obvodom, kondenzátorom a cievkou.

Riešenie: Zo zapojenia vidno, že napätie na kondenzátore je rovnako veľké ako na cievke. Pomocou Ohmovho zákona (6.12) môžeme vypočítať efektívne hodnoty jednotlivých prúdov prechádzajúcich jednotlivými členmi

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U \cdot \omega C = U \cdot 2\pi f \cdot C = 220 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 8 \mu\text{F} = 0,55 \text{ A},$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega \cdot L} = \frac{U}{2\pi f \cdot L} = \frac{220 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \text{ H}} = 0,18 \text{ A}.$$

Fázory prúdov I_C , I_L majú opačné smery, preto sa efektívna hodnota výsledného prúdu rovná rozdielu efektívnych hodnôt prúdov kondenzátora a cievky

$$I = I_C - I_L = 0,55 \text{ A} - 0,18 \text{ A} = 0,37 \text{ A}.$$

Modul impedancie vypočítame z definície (6.18)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,37 \text{ A}} = 595 \Omega.$$

Impedanciou prechádza prúd efektívnej hodnoty 0,37 A, kondenzátorom prechádza prúd 0,55 A a cievkou prúd 0,18 A. Keďže $I_C > I_L$, bude fázor napätia U zaostávať za fázorom prúdu I o 90° . Impedancia má kapacitný charakter, fázový posun $\varphi = -90^\circ$.

Príklad 6.2.21. Na impedanciu (obr. 6. 17) zloženú z činného odporu $R = 8 \Omega$, cievky s indukčnosťou $L = 10 \text{ mH}$ a kondenzátora kapacity $C = 300 \mu\text{F}$ zapojených do série, pôsobí napätie s frekvenciou 50 Hz. Vypočítajte veľkosť a fázu výslednej impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Z daných prvkov impedancie vieme vypočítať jednotlivé reaktancie (6.14, 6.15)

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 3,14 \Omega,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 300 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 10,61 \Omega.$$

Reaktancie X_C , X_L pôsobia proti sebe a výsledná reaktancia bude

$$X = X_L - X_C = 3,14 \Omega - 10,61 \Omega = -7,47 \Omega.$$

Pretože reaktancia kondenzátora má väčšiu hodnotu, výsledná reaktancia je záporná a impedancia má kapacitný charakter. Veľkosť impedancie potom vypočítame

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(8 \Omega)^2 + (-7,47 \Omega)^2} = 10,95 \Omega.$$

Fázu impedancie vypočítame z jeho definície a pretože impedancia má kapacitný charakter, tzn. že leží v IV. kvadrante, kreslíme ho v zápornom smere

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{-7,47 \Omega}{8 \Omega} = -43^\circ.$$

Impedancia veľkosti $10,95 \Omega$, fázy -43° a kapacitného charakteru je znázornená na obr. 6.9.

Príklad 6.2.22. Impedancia pozostáva z ohmického odporu $R = 4 \Omega$, cievky s reaktanciou $X_L = 7 \Omega$ a z kondenzátora s reaktanciou $X_C = 2 \Omega$, pričom všetky tri prvky sú zapojené do série (obr. 6.17). Vypočítajte modul impedancie a znázornite ju v komplexnej rovine.

Riešenie: Výsledná reaktancia je daná rozdielom jednotlivých reaktancií, pretože indukčná reaktancia je väčšia, celková impedancia bude induktívneho charakteru (6.16)

$$X = X_L - X_C = 7 \Omega - 2 \Omega = 5 \Omega.$$

Veľkosť a fázu impedancie určíme (6.12, 6.13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(4 \Omega)^2 + (5 \Omega)^2} = 6,4 \Omega,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{5 \Omega}{4 \Omega} = 51^\circ.$$

Výsledná impedancia má veľkosť $6,4 \Omega$, fázu 51° , induktívny charakter a preto leží v prvom kvadrante komplexnej roviny (obr. 6. 8).

Príklad 6.2.23. Aké je napätie na svorkách impedancie pozostávajúcej z ohmického odporu $R = 100 \Omega$, indukčnosti cievky $L = 0,8 \text{ H}$ a kapacity kondenzátora $C = 5 \mu\text{F}$ (obr. 6. 17), ak napätie na odpore je $U_R = 50 \text{ V}$, 50 Hz ? Nakreslite fázorový diagram.

Riešenie: Zo známeho napätia na ohmickom odpore a veľkosti odporu vieme vypočítať efektívnu hodnotu prúdu ktorý prechádza odporom (6.18)

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{50 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,5 \text{ A}.$$

Pretože prvky sú zapojené v sérii, ten istý prúd bude prechádzať celým obvodom. Môžeme vypočítať napätie na celej impedancii, ale musíme poznať veľkosť celkovej impedancie. Najprv vypočítame reaktanciu (6.14, 6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 636,62 \Omega$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,8 \text{ H} = 251,33 \Omega.$$

Výsledná impedancia bude kapacitného charakteru, pretože kapacitná reaktancia X_C je väčšia ako indukčná X_L , preto bude impedancia orientovaná do IV. kvadrantu (6.12)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100 \Omega)^2 + (251,33 \Omega - 636,62 \Omega)^2} = 398,06 \Omega.$$

Napätie na svorkách impedancie potom vypočítame (6.18)

$$U = I \cdot Z = 0,5 \text{ A} \cdot 398,06 \Omega = 199,03 \text{ V}$$

Aby sme mohli nakresliť fázorový diagram potrebujeme vedieť aj veľkosť fázy impedancie

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{251,33 \Omega - 636,62 \Omega}{100 \Omega} = -75^\circ.$$

Na svorkách impedancie je napätie 199,03 V. Fázorový diagram je na obr. 6.35.

Príklad 6.2.24. Dané sú okamžité hodnoty harmonického napätia a prúdu spotrebiča $u(t) = 210 \cos 314 t$ [V], $i(t) = 8 \cos (314 t + 30^\circ)$ [A]. Určte jednotlivé výkony spotrebiča.

Riešenie: Z okamžitých hodnôt harmonického napätia a prúdu môžeme vyjadriť fázory napätia U a prúdu I v okamihu $t = 0$ (6.10) a fázový posun

$$U = \frac{210 \text{ V}}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ}, \quad I = \frac{8 \text{ A}}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ}, \quad \varphi = -30^\circ.$$

Spotrebič sa správa ako kapacitná impedancia, pretože prúd predbieha napätie o uhol 30° podľa obr. 6.35. Zdanlivý výkon môžeme vypočítať (6.20) z efektívnych hodnôt napätia a prúdu

$$S = U \cdot I = \frac{210}{\sqrt{2}} \text{ V} \cdot \frac{8}{\sqrt{2}} \text{ A} = 840 \text{ VA}$$

činný a jalový výkon potom dostaneme (6.21, 6.22)

$$P = S \cdot \cos \varphi = 840 \text{ VA} \cdot \cos (-30^\circ) = 727,46 \text{ W}$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 840 \text{ VA} \cdot \sin (-30^\circ) = -420 \text{ VAr},$$

kde jalový výkon Q je záporný. Okamžitý výkon je

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 210 \cos 314 t \cdot 8 \cos (314 t + 30^\circ) \text{ W}.$$

Na úpravu súčinnu musíme použiť vzťah

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

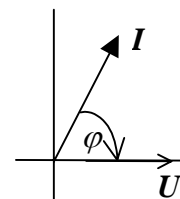
a po úprave dostaneme

$$p(t) = 840 \text{ W} \cos (628 t + 30^\circ) + 840 \text{ W} \cos (-30^\circ)$$

$$p(t) = 840 \text{ W} \cos (628 t + 30^\circ) + 727,46 \text{ W}.$$

Na spotrebiči bude maximálny výkon ak $\cos = 1$

$$p_{\text{MAX}} = (840 \cdot 1 + 727,46) \text{ W} = 1567,46 \text{ W}.$$



Obr. 6.35

Príklad 6.2.25. K zdroju harmonického napätia, ktorého efektívna hodnota je 220 V sú pripojené paralelne dva spotrebiče indukčného charakteru. Meraním sme zistili efektívne

hodnoty prechádzajúceho prúdu $I_1 = 6 \text{ A}$, $I_2 = 4 \text{ A}$, a činných výkonov $P_1 = 792 \text{ W}$, $P_2 = 748 \text{ W}$. Určte celkový činný, jalový a zdanlivý výkon, účinník a celkový prúd obvodu.

Riešenie: Zo zadáných hodnôt vieme vypočítať fázy impedancií oboch spotrebičov

$$\varphi_1 = \arccos \frac{P_1}{U \cdot I_1} = \arccos \frac{792 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 6 \text{ A}} = 53^\circ,$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{P_2}{U \cdot I_2} = \arccos \frac{748 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 4 \text{ A}} = 32^\circ.$$

Činný a jalový výkon sú vektorové zložky komplexného výkonu. Celkový činný a jalový výkon je daný súčtom činných (jalových) výkonov jednotlivých spotrebičov

$$P = P_1 + P_2 = 792 \text{ W} + 748 \text{ W} = 1540 \text{ W},$$

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Jalové výkony si vyjadríme pomocou zdanlivého a zadaneho činného výkonu (6.20, 6.21)

$$Q_1 = S_1 \cdot \sin \varphi_1 = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} \cdot \sin \varphi_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$$

a pre celkový jalový výkon môžeme napísať

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + P_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 792 \text{ W} \cdot \operatorname{tg} 53^\circ + 748 \text{ W} \cdot \operatorname{tg} 32^\circ = \\ &= 1051 \text{ VAr} + 467 \text{ VAr} = 1518 \text{ VAr}. \end{aligned}$$

Oba spotrebiče sú induktívne, tzn. že celkový jalový výkon je kladný. Celkový zdanlivý výkon môžeme podľa (6.23) vypočítať

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(1540 \text{ W})^2 + (1518 \text{ VAr})^2} = 2162 \text{ VA}.$$

Celkový účinník môžeme vypočítať z definície celkového činného výkonu podľa (6.21)

$$\varphi = \arccos \frac{P}{S} = \arccos \frac{1540 \text{ W}}{2162 \text{ VA}} = 45^\circ$$

a efektívna hodnota celkového prúdu z definície celkového zdanlivého výkonu podľa (6.20)

$$I = \frac{S}{U} = \frac{2162 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 9,83 \text{ A}.$$

V obvode bude pretekať prúd efektívnej hodnoty 9,83 A.

Príklad 6.2.26. Cievka má ohmický odpor $R = 40 \Omega$, indukčnosť $L = 0,33 \text{ H}$. Pôsobí na ňu napätie $U = 220 \text{ V}$, 50 Hz. Aké sú jej výkonové pomery?

Riešenie: Aby sme mohli vypočítať výkon cievky, musíme vedieť veľkosť a fázu jej celkovej impedancie. Z definície môžeme vypočítať (6.12, 13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2} = \sqrt{(40 \Omega)^2 + (2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,33 \text{ H})^2} = 111,12 \Omega,$$

$$\varphi = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{40 \Omega}{111,12 \Omega} = \arccos 0,360 = 69^\circ, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 0,933.$$

Efektívna hodnota prúdu, ktorý prechádza impedanciou je (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{111,12 \Omega} = 1,98 \text{ A}.$$

Cievka má tieto výkonové pomery podľa (6.20, 6.21, 6.22)

zdanlivý výkon

$$S = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 1,98 \text{ A} = 435,6 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 435,6 \text{ VA} \cdot 0,360 = 156,82 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = 435,6 \text{ VA} \cdot 0,933 = 406,41 \text{ VAr}.$$

Príklad 6.2.27. Aké napätie by sme museli priviesť na cievku z predchádzajúceho príkladu 6.2.26, aby činný výkon stúpol na 300 W?

Riešenie: Vyjadríme si činný výkon z definície a použitím vzťahov dostaneme (6.19, 6.21)

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \dot{U} \cdot \frac{U}{Z} \cdot \frac{R}{Z} = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \cdot R.$$

Úpravou rovnice vyjadríme hľadané napätie

$$U = Z \sqrt{\frac{P}{R}} = 111,12 \Omega \sqrt{\frac{300 \text{ W}}{40 \Omega}} = 304,31 \text{ V}.$$

Aby na cievke s $R = 40 \Omega$, $L = 0,33 \text{ H}$ bol činný výkon 300 W, musíme ju pripojiť na napätie efektívnej hodnoty 304,31 V, frekvencie 50 Hz.

Príklad 6.2.28. Impedancia pozostávajúca z R-L-C v sérii z veľkostí členov $R = 100 \Omega$, $L = 0,8 \text{ H}$, $C = 5 \mu\text{F}$ (obr. 6.17), je pripojená na napätie $U = 200 \text{ V}$, 50 Hz. Aké sú jej výkonové pomery?

Riešenie: Aby sme mohli vypočítať výkonové pomery cievky, musíme poznať veľkosť a fázu celkovej impedancie. Z definície môžeme vypočítať (6.14, 6.15)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 636,62 \Omega,$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,8 \text{ H} = 251,33 \Omega.$$

Výsledná impedancia bude kapacitného charakteru, pretože kapacitná reaktancia je väčšia ako induktívna X_L a podľa (6.12, 6.13)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100 \Omega)^2 + (251,33 \Omega - 636,62 \Omega)^2} = 398,06 \Omega,$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{251,33 \Omega - 636,62 \Omega}{100 \Omega} = -75^\circ.$$

Impedancia je orientovaná do IV. kvadrantu, $\sin \varphi$ bude záporný

$$\cos(-75^\circ) = 0,251 \quad \Rightarrow \quad \sin(-75^\circ) = -0,968.$$

Prúd ktorý prechádza impedanciou je podľa (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200 \text{ V}}{398,06 \Omega} = 0,5 \text{ A}.$$

Impedancia má tieto výkonové pomery (6.20, 6.21, 6.22)

$$S = U \cdot I = 200 \text{ V} \cdot 0,5 \text{ A} = 100 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 100 \text{ VA} \cdot 0,251 = 25,1 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = 100 \text{ VA} \cdot (-0,968) = -96,8 \text{ VAr}$$

Pretože impedancia má kapacitný charakter, jalový výkon má záporné znamienko.

Príklad 6.2.29. Obvod pozostávajúci z R-L-C v sérii (obr. 6.17) je pripojený na zdroj s konštantnou frekvenciou $f = 200 \text{ Hz}$. Kapacita kondenzátora je $C = 1 \mu\text{F}$. Hodnotu indukčnosti cievky treba nastaviť tak, aby sa obvod dostal do rezonancie. Vypočítajte hodnotu indukčnosti L .

Riešenie: Rezonančná frekvencia je definovaná vzťahom (6.24), z ktorého môžeme vyjadriť

$$f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{(2\pi f_{\text{REZ}})^2 \cdot C}.$$

Dosadením dostaneme hodnotu indukčnosti L

$$L = \frac{1}{(2\pi f_{\text{REZ}})^2 \cdot C} = \frac{1}{(2\pi \cdot 200 \text{ Hz})^2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,633 \text{ H}.$$

Indukčnosť cievky musí mať hodnotu 0,633 H aby sa obvod dostal do rezonancie.

Príklad 6.2.30. Obvod pozostávajúci z R-L-C zapojených v sérii ($R = 20 \Omega$, $L = 0,3 \text{ H}$, $C = 3 \mu\text{F}$) je pripojený na zdroj s napätím $U = 380 \text{ V}$ (obr. 6.17). Vypočítajte hodnotu rezonančnej frekvencie, prúd a napätie na indukčnosti.

Riešenie: Rezonančná frekvencia je daná (6.24)

$$f_{\text{REZ}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,3 \text{ H} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 167,76 \text{ Hz}.$$

Prúd a napätie na indukčnosti pri rezonančnej frekvencii vypočítame (6.25, 6.26)

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{R} = \frac{380 \text{ V}}{20 \Omega} = 19 \text{ A},$$

$$U_L = I_{\text{REZ}} \cdot X_L = I_{\text{REZ}} \cdot 2\pi f_{\text{REZ}} \cdot L = 19 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 167,76 \text{ Hz} \cdot 0,3 \text{ H} = 6 \text{ kV}.$$

Rezonancia nastane pri frekvencii 167,76 Hz a indukčnosťou bude prechádzať prúd s efektívnou hodnotou 19 A, a napätie na indukčnosti bude 6 kV.

Príklad 6.2.31. Sériový obvod obsahuje rezistanciu 5Ω , cievku s indukčnosťou 1 H , kondenzátor $4 \mu\text{F}$ a zdroj striedavého napätia 50 V , 50 Hz (obr. 6.17). Vypočítajte modul impedancie obvodu, prúd prechádzajúci obvodom a úbytky napätí na jednotlivých odporoch. Aký prúd potečie obvodom pri rezonancii?

Riešenie: Reaktanciu a modul impedancie vypočítame podľa (6.12, 6.14, 6.15, 6.16)

$$X = X_L - X_C = 2\pi f \cdot L - \frac{1}{2\pi f \cdot C} = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4 \mu\text{F}} = 314 \Omega - 796 \Omega,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(5 \Omega)^2 - (314 \Omega - 796 \Omega)^2} = 482 \Omega$$

a prúd prechádzajúci obvodom je daný veľkosťou celkovej impedancie (6.18)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50 \text{ V}}{482 \Omega} = 0,104 \text{ A}.$$

Úbytok napätia na činnom odpore závisí od hodnôt odporu a prúdu

$$U_R = I \cdot R = 0,104 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 0,52 \text{ V}.$$

Úbytok napätia na cievke, ktorej činný odpor zanedbávame bude

$$U_L = I \cdot X_L = 0,104 \text{ A} \cdot 314 \Omega = 32,7 \text{ V}.$$

Úbytok napätia na kondenzátore

$$U_C = I \cdot X_C = 0,104 \text{ A} \cdot 796 \Omega = 82,8 \text{ V}.$$

Rezonancia v sériovom obvode nastane pri rovnosti indukcie cievky a kapacitancie kondenzátora, odkiaľ môžeme vyjadriť rezonančnú frekvenciu (6.24) a prúd

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \text{ H} \cdot 4 \mu\text{F}}} = 79,6 \text{ Hz},$$

$$I_{\text{REZ}} = \frac{U}{R} = \frac{50 \text{ V}}{5 \Omega} = 10 \text{ A}.$$

Celkovou impedanciou pri frekvencii $f = 50 \text{ Hz}$ prechádza prúd veľkosti $0,104 \text{ A}$. Efektívne hodnoty napätí sú $0,52 \text{ V}$ na rezistore, $32,7 \text{ V}$ na cievke a $82,8 \text{ V}$ na kondenzátore. Na svorkách cievky vzniká prechodom prúdu väčšie napätie ako je napätie zdroja. Rezonančná frekvencia je $79,6 \text{ Hz}$, rezonančný prúd je 10 A .

Príklad 6.2.32. Vypočítajte prúdy vo všetkých troch vetvách siete podľa obr. 6.36. Predpokladajte, že napätia zdrojov a impedancie sú známe.

Riešenie: Na výpočet troch prúdov potrebujeme tri rovnice. Použijeme obidva Kirchhoffove zákony. Máme dva uzly a podľa I. Kirchhoffovho zákona napíšeme rovnicu len pre jeden uzol, pre zvolený smer čítacích šípok fázorov prúdov (6.29)

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Zvyšné dve rovnice získame pomocou II. Kirchhoffovho zákona (6.30) pre dve ľubovoľne zvolené slučky. Čítacie šípky fázorov napätí zdrojov orientujeme proti čítacím šípkam fázorov prúdov (obr. 6.36)

$$-U_1 + U_{Z_1} + U_{Z_3} = 0 \quad \text{a} \quad -U_2 + U_{Z_2} + U_{Z_3} = 0.$$

Získali sme tri lineárne rovnice s tromi neznámymi prúdmi a tromi napätiami na jednotlivých impedanciách. Pomocou Ohmovho zákona môžeme dosadiť za jednotlivé napätia (6.19)

$$U_{Z_1} = I_1 \cdot Z_1, \quad U_{Z_2} = I_2 \cdot Z_2, \quad U_{Z_3} = I_3 \cdot Z_3.$$

Dosadením napätí a úpravou rovníc získame tieto podmiennečné rovnice

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 \cdot Z_1 + I_3 \cdot Z_3 = U_1$$

$$I_2 \cdot Z_2 + I_3 \cdot Z_3 = U_2$$

Pri výpočte konkrétnych hodnôt vyplývajúcich zo zadania úlohy treba brať do úvahy, že I_1, I_2, I_3, U_1, U_2 sú fázory, tzn. komplexné veličiny a impedancie Z_1, Z_2, Z_3 , sú komplexné veličiny. Úpravou podmiennečných rovníc vyjadríme jednotlivé neznáme fázory prúdov

$$I_1 = \frac{U_1(Z_2 + Z_3) - U_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}$$

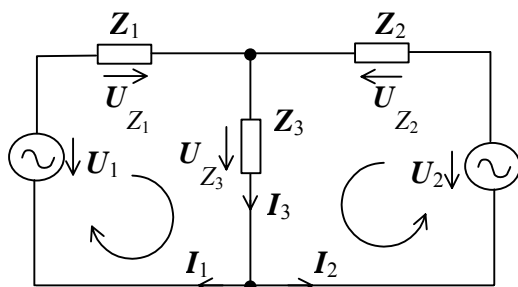
$$I_2 = \frac{U_2(Z_3 + Z_1) - U_1 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}.$$

$$I_3 = \frac{U_1 \cdot Z_2 + U_2 \cdot Z_1}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}$$

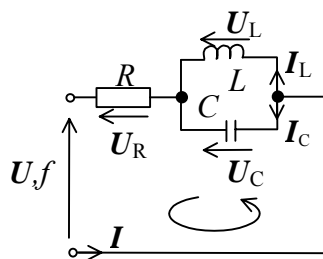
Dosadením známych hodnôt jednotlivých fázorov napätí a impedancií vypočítame fázory prúdov.

Príklad 6.2.33. Vypočítajte prúdy v obvode podľa obr. 6.37, ak sú dané impedancie a napätie. Nakreslite fázorový diagram prúdov a napätí.

Riešenie: Na výpočet troch neznámych prúdov použijeme obidva Kirchhoffove zákony. Máme dva uzly a podľa I. Kirchhoffovho zákona napíšeme jednu rovnicu pre pravý uzol, pre zvolený smer fázorov prúdov (6.29)



Obr. 6.36



Obr. 6.37

$$-I_C - I_L + I = 0.$$

Zvyšné dve rovnice získame pomocou II. Kirchhoffovho zákona (6.30) pre dve ľubovoľne zvolené slučky. Čítacie šípky fázorov napätí zdrojov orientujeme proti čítacím šípkam fázorov prúdov (obr. 6.37)

$$-U + U_R + U_L = 0 \quad \text{a} \quad U_L - U_C = 0.$$

Dosadíme impedancie a po úprave dostaneme rovnice (6.12, 6.14, 6.15)

$$U = I \cdot R + jX_L \cdot I_L = I \cdot R + j\omega L \cdot I_L$$

$$0 = jX_L \cdot I_L + jX_C \cdot I_C = j\omega L \cdot I_L + j \frac{1}{\omega C} \cdot I_C$$

Z troch rovníc, kde sú neznáme fázory prúdov I , I_C , I_L úpravami získame vzťahy

$$I = I_C + I_L$$

$$I_C = \frac{\omega^2 CL}{R(LC\omega^2 - 1) - j\omega L} U$$

$$I_L = \frac{-1}{R(LC\omega^2 - 1) - j\omega L} U$$

Dosadením známych hodnôt jednotlivých zložiek impedancie, vypočítame konkrétne veľkosti prúdov.

6.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 6.3.1. Exponenciálny tvar komplexného čísla je $Z = 7,2 e^{j15^\circ}$. Aký je jeho zložkový tvar?

$$(Z = 6,95 + j 1,88)$$

Úloha 6.3.2. Aký je trigonometrický tvar komplexného čísla, keď jeho zložkový tvar je $A = 3 + j 4$?

$$(A = 5 (\cos 53^\circ + j \sin 53^\circ))$$

Úloha 6.3.3. Veľkosť polohového vektora je $M = 100$, jeho fáza $\alpha = 30^\circ$, aké sú jeho zložky?
($\operatorname{Re} M = 86,6$, $\operatorname{Im} M = 50$)

Úloha 6.3.4. Na skúšobni vysokého napätia došlo k výboju na iskrišti pri hodnote napätia $U_m = 7\,070$ V. Aká je efektívna hodnota striedavého harmonického napätia?
($U_{\text{ef}} = 4\,999$ V)

Úloha 6.3.5. Elektromagnetický voltmeter ukazuje $U_{\text{ef}} = 300$ V. Aká je amplitúda striedavého harmonického napätia?
($U_m = 424$ V)

Úloha 6.3.6. Odporom veľkosti $10\ \Omega$ preteká striedavý harmonický prúd, ktorého stredná hodnota je 10 A. S akým výkonom sa premieňa elektrická energia na odpore na teplo?
($P = 1,23$ kW)

Úloha 6.3.7. Vypočítajte veľkosť a fázu impedancie, ktorú tvorí odpor $3\ \Omega$ a kondenzátor s kapacitou $400\ \mu\text{F}$ zapojené do série. Frekvencia prúdu je 50 Hz.
($Z = 8,5\ \Omega$, $\varphi = -69^\circ$)

Úloha 6.3.8. Vypočítajte modul a fázu impedancie, ktorú tvorí odpor $150\ \Omega$ a cievka s reaktanciou $120\ \Omega$ zapojených do série.
($Z = 192\ \Omega$, $\varphi = +38^\circ$)

Úloha 6.3.9. Akú indukčnosť má cievka, ktorá pri frekvencii 50 Hz má reaktanciu $120\ \Omega$?
($L = 0,38$ H)

Úloha 6.3.10. Akú modul má odpor rezistora v sériovom zapojení s kondenzátorom, ktorého reaktancia je $30\ \Omega$ a veľkosť impedancie je $153\ \Omega$?
($R = 150\ \Omega$)

Úloha 6.3.11. V sérii sú zapojené odpor $100\ \Omega$, indukčnosť $0,7$ H a kapacita kondenzátora je $5\ \mu\text{F}$ pri frekvencii striedavého napätia 50 Hz. Aká je veľkosť impedancie?
($Z = 429\ \Omega$)

Úloha 6.3.12. Aký prúd potečie impedanciou, ktorú tvorí odpor $20\ \Omega$ a kondenzátor kapacity $46\ \mu\text{F}$ v sérii ak na ňu pôsobí napätie veľkosti 200 V, frekvencie 100 Hz?

$$(I = 5 \text{ A})$$

Úloha 6.3.13. Aký prúd potečie impedanciou, ktorú tvorí odpor 55Ω a indukčnosť $0,4 \text{ H}$ v sérii, ak na ňu pôsobí napätie veľkosti 200 V , frekvencia 50 Hz ?

$$(I = 1,46 \text{ A})$$

Úloha 6.3.14. Cievka má činný odpor 4Ω . Po jej pripojení na sieť s napätím efektívnej hodnoty 220 V , frekvencie 50 Hz ňou tečie prúd 2 A . Aká je indukčnosť cievky?

$$(L = 0,35 \text{ H})$$

Úloha 6.3.15. Kondenzátor s kapacitou $1 \mu\text{F}$ je pripojený na napätie efektívnej hodnoty 110 V , frekvencie 100 Hz . Aký prúd ním tečie?

$$(I = 69 \text{ mA})$$

Úloha 6.3.16. Aké napätie musíme pripojiť na svorky impedancie, ktorú tvorí odpor 100Ω , indukčnosť $0,8 \text{ H}$ a kondenzátor kapacity $5 \mu\text{F}$ zapojených v sérii aby ňou tiekol prúd $0,25 \text{ A}$?

$$(U = 99,5 \text{ V})$$

Úloha 6.3.17. Akú frekvenciu má napätie efektívnej hodnoty 70 V pripojené na indukčnosť $0,5 \text{ H}$ ak ňou tečie prúd 1 A ?

$$(f = 22 \text{ Hz})$$

Úloha 6.3.18. S akým výkonom sa premieňa elektrická energia na teplo na cievke, ktorej ohmický odpor je 20Ω , indukčnosť $0,33 \text{ H}$ a je pripojená na napätie veľkosti 220 V , frekvencie 50 Hz ?

$$(P = 87 \text{ W})$$

Úloha 6.3.19. Impedancia má veľkosť 150Ω a ohmický odpor (reálnu zložku) 50Ω . Aké napätie treba na ňu priviesť, aby činný výkon bol 5 kW ?

$$(U = 1,5 \text{ kV})$$

Úloha 6.3.20. Impedancia pozostáva z odporu 100Ω , induktívnej reaktancie 220Ω , kapacitnej reaktancie 120Ω zapojených v sérii a je pripojená na napätie efektívnej hodnoty 284 V , frekvencie 50 Hz . Aké sú výkonové pomery na impedancii?

$$(S = 570 \text{ VA}, P = 403 \text{ W}, Q = +403 \text{ VAR})$$

Úloha 6.3.21. Ohmický odpor $100\ \Omega$ je pripojený na napätie $380\ \text{V}$ frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na ňom?

$$(S = 1\ 444\ \text{VA}, P = 1\ 444\ \text{W}, Q = 0\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.22. Kondenzátor s kapacitou $10\ \mu\text{F}$ je pripojený na napätie efektívnej hodnoty $380\ \text{V}$, frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na ňom?

$$(S = 454\ \text{VA}, P = 0\ \text{W}, Q = -454\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.23. Indukčnosť $1\ \text{H}$ je pripojená na napätie efektívnej hodnoty $380\ \text{V}$, frekvencie $50\ \text{Hz}$. Aké sú výkonové pomery na nej?

$$(S = 459\ \text{VA}, P = 0\ \text{W}, Q = +459\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.24. Jednofázový asynchrónny motorček so štítkovými údajmi $220\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$, $0,5\ \text{A}$, účinník $0,7$ je nominálne zaťažný. Aké sú jeho výkonové pomery?

$$(S = 110\ \text{VA}, P = 77\ \text{W}, Q = +78\ \text{VAr})$$

Úloha 6.3.25. Pri akej frekvencii nastane rezonancia obvodu zostaveného z indukčnosti $1\ \text{H}$ a kapacity kondenzátora $1\ \mu\text{F}$ zapojených v sérii?

$$(f_{\text{rez}} = 159\ \text{Hz})$$

Úloha 6.3.26. Zdroj s konštantnou frekvenciou $5\ \text{kHz}$ napája sériový obvod pozostávajúci z indukčnosti $70\ \text{mH}$ a kondenzátora, ktorého hodnotu kapacity treba nastaviť tak, aby došlo k rezonancii. Vypočítajte hodnotu kapacity.

$$(C = 14\ \text{nF})$$

Úloha 6.3.27. Obvod pozostávajúci z R-L-C v sérii sa nachádza v stave rezonancie. Aké je pritom napätie na kondenzátore, ak svorkové napätie je $U = 220\ \text{V}$, $R = 100\ \Omega$, $L = 0,4\ \text{H}$ a $C = 1\ \mu\text{F}$?

$$(U_C = U_L = 1,39\ \text{kV})$$

Úloha 6.3.28. Obvod podľa obr. 6.37 (príklad 6.2.33) má odpor $50\ \Omega$, indukčnosť $0,2\ \text{H}$, kapacitu kondenzátora $32\ \mu\text{F}$, $U = 220\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$. Vypočítajte prúdy.

$$(I = 1,24\ \text{A}, I_C = 2,21\ \text{A}, I_L = 3,5\ \text{A})$$

Úloha 6.3.29. Obvod podľa obr. 6.37 má odpor $15\ \Omega$, indukčnosť $0,1\ \text{H}$, kapacitu $15\ \mu\text{F}$, $U = 220\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$. Vypočítajte prúd I_C .

$$(I_C = 1,04\ \text{A})$$

Úloha 6.3.30. V domácnosti s jednofázovou sieťou $U = 220\ \text{V}$, frekvenciou $50\ \text{Hz}$ sú zapnuté dva spotrebiče paralelne k sieti. Žiarovky s celkovým výkonom $P_Z = 420\ \text{W}$ a jeden motor s údajmi: výkon na hriadeľ $P_M = 500\ \text{W}$, účinnosť $\eta = 0,75$ a účinník $\cos \varphi = 0,7$. Vypočítajte prúd pretekajúci žiarovkami, prúd motora a celkový prúd odoberaný domácnosťou.

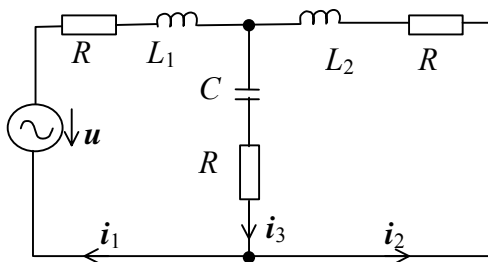
$$(I_Z = 1,91\ \text{A}, I_M = 4,33\ \text{A}, I = 5,83\ \text{A})$$

Úloha 6.3.31. Vypočítajte prúdy v obvode podľa obr. 6.38, ktorý je pripojený k zdroju harmonického napätia $u(t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314\ t)\ [\text{V}]$. Odpory majú rovnakú veľkosť $R = 100\ \Omega$, indukčnosti sú $L_1 = 0,3979\ \text{H}$, $L_2 = 0,7958\ \text{H}$ a kondenzátor s $C = 12,44\ \mu\text{F}$.

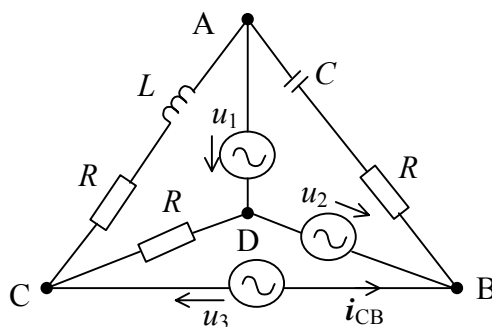
$$(I_1 = 0,41\ e^{-j25^\circ}\ [\text{A}], I_2 = 0,19\ e^{-j103^\circ}\ [\text{A}], I_3 = 0,41\ e^{j2^\circ}\ [\text{A}])$$

Úloha 6.3.32. Vypočítajte prúd i_{CB} v obvode podľa obr. 6.39, ak činný odpor $R = 100\ \Omega$, indukčnosť $L = 0,5\ \text{H}$, kapacita $C = 50\ \mu\text{F}$ a napätia sú $u_2 = u_1 = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(200\ t)\ [\text{V}]$, $u_3 = \sqrt{2} \cdot 200 \cdot \cos(200\ t)\ [\text{V}]$.

$$(i_{CB} = 6 \cdot \cos(200\ t - \pi/4)\ [\text{A}])$$



Obr. 6.38



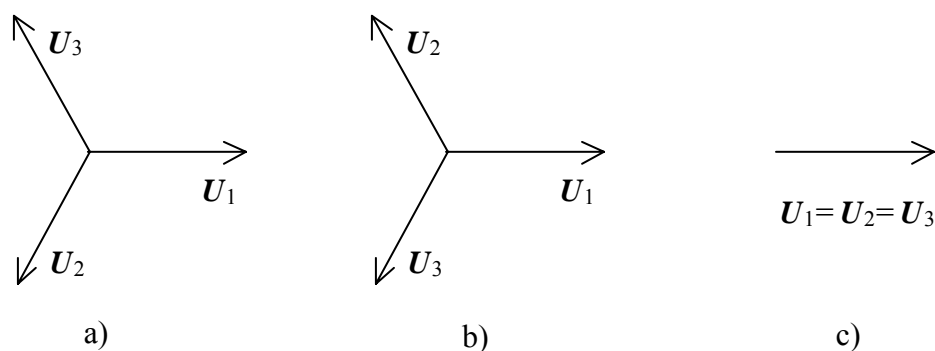
Obr. 6.39

7 STRIEDAVÉ TROJFÁZOVÉ PRÚDY

7.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

7.1.1 Zapájanie trojfázových zdrojov

V trojfázových obvodoch sa elektrická energia prenáša z trojfázového zdroja trojfázovým vedením k spotrebičom hospodárnejšie, než v jednofázových obvodoch. **Trojfézový zdroj** je zariadenie, v ktorom sú v jednom konštrukčnom celku usporiadané tri jednofázové zdroje harmonických napätí rovnakej frekvencie. Ak sú efektívne hodnoty napätí rovnaké a vzájomný fázový posun napätí je rovnaký, hovoríme o súmernej trojfázovej sústave napätí a o súmernom trojfázovom zdroji. Zrejme uvedeným podmienkam vyhovujú tri typy súmernej trojfázovej sústavy napätí, fázorové diagramy ktorých sú na obr. 7.1



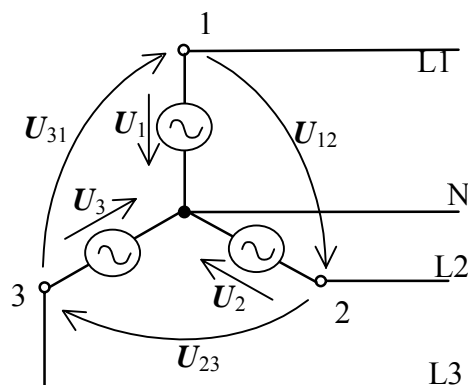
Obr. 7.1 Typy súmerných trojfázových sústav napätí:

a) súsledná sústava, b) spätná sústava, c) nulová sústava

Súčet fázorov napätí súslednej (spätnej) súmernej trojfázovej sústavy sa zrejme rovná nule, pretože fázory majú rovnakú veľkosť a zvierajú navzájom uhol 120° .

Ak sú tri jednofázové zdroje zapojené do hviezdy, potom je trojfázové vedenie štvorvodičové (tri fázové vodiče L1, L2, L3 a neutrálny vodič N), pozri obr. 7.2. Vtedy fázory U_1 , U_2 , U_3 sú fázory tzv. fázových napätí medzi adekvátnym fázovým vodičom (L1, L2, L3) a neutrálnym vodičom N. Impedancie vodičov vedenia zanedbávame. Fázory U_{12} , U_{23} , U_{31} sú fázory tzv. združených napätí medzi adekvátnou dvojicou fázových vodičov vedenia (L1-L2, L2-L3, L3-L1). Z obr. 7.2 pre fázory združených napätí podľa 2. Kirchhoffovho zákona platí

$$U_{12} = U_1 - U_2, \quad U_{23} = U_2 - U_3, \quad U_{31} = U_3 - U_1. \quad (7.1)$$



Obr. 7.2 Schéma zapojenia trojfázového zdroja do hviezdy

Zvyčajne sa pri zapojení trojfázového zdroja do hviezdy používa súsledná súmerná sústava fázových napätí (obr. 7.1a) s rovnakou efektívnou hodnotou $U_f = U_1 = U_2 = U_3$. Okamžité hodnoty u_1, u_2, u_3 a fázory U_1, U_2, U_3 fázových napätí sú

$$u_1 = U_m \cos(\omega t), \quad u_2 = U_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = U_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (7.2)$$

$$U_1, \quad U_2 = U_1 e^{-j120^\circ}, \quad U_3 = U_1 e^{-j240^\circ}, \quad (7.3)$$

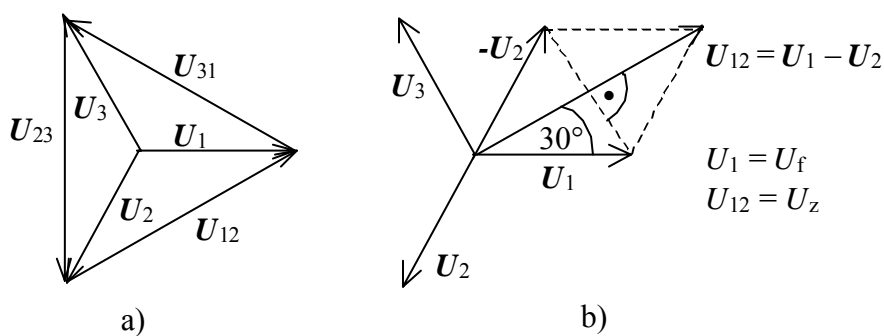
pričom amplitúda U_m fázových napätí je

$$U_m = \sqrt{2} U_f. \quad (7.4)$$

Fázorový diagram fázových a združených napätí je na obr. 7.3a. Združené napätia tiež tvoria súslednú súmernú sústavu napätí s efektívnou hodnotou $U_z = U_{12} = U_{23} = U_{31}$. Súvislosť medzi efektívnymi hodnotami U_z a U_f objasňuje obr. 7.3b.

Z obr. 7.3b vidno

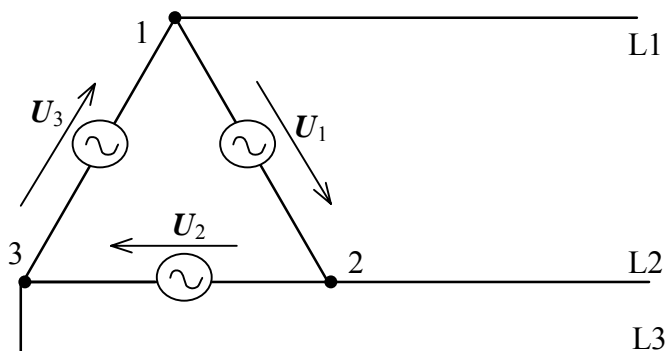
$$U_z = 2U_f \cos 30^\circ = 2U_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} U_f. \quad (7.5)$$



Obr. 7.3 Zapojenie trojfázového zdroja do hviezdy: a) fázorový diagram fázových a združených napätí, b) súvislosť medzi združeným a fázovým napätím

V rozvodoch nízkeho napätia je efektívna hodnota fázových napätí $U_f = 230 \text{ V}$, potom podľa (7.5) je efektívna hodnota združených napätí $U_z = 400 \text{ V}$.

Ak sú jednofázové zdroje zapojené do trojuholníka, potom je trojfázové vedenie trojvodičové (tri fázové vodiče L1, L2, L3), pozri obr. 7.4.



Obr. 7.4 Schéma zapojenia trojfázového zdroja do trojuholníka

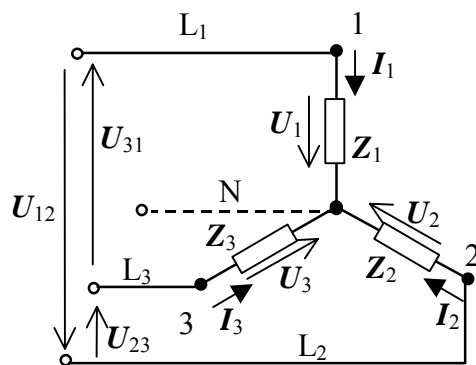
Zrejme sa do trojuholníka môžu zapájať iba také jednofázové zdroje, pre ktoré je súčet ich fázorov napätí nulový

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0.$$

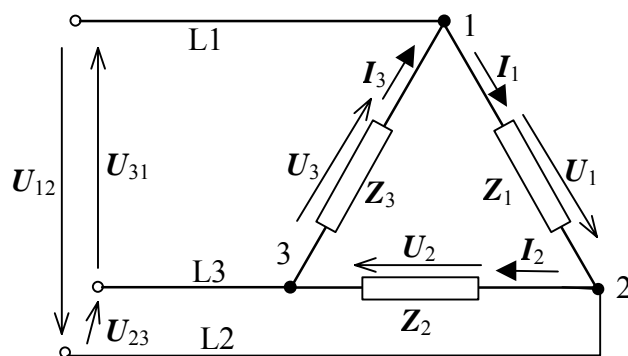
Ak by táto podmienka nebola splnená, tiekol by v stave naprázdno (pri odpojených spotrebičoch) cez zdroje zapojené do trojuholníka skratový elektrický prúd, ktorý by mohol zdroje poškodiť.

7.1.2 Zapájanie trojfázových spotrebičov

Bez ohľadu na spôsob zapojenia trojfázového zdroja, môžeme k trojfázovému štvorvodičovému vedeniu na obr. 7.2, resp. k trojfázovému trojvodičovému vedeniu na obr. 7.4 pripojiť trojfázový spotrebič do hviezdy (pozri obr. 7.5) alebo do trojuholníka (pozri obr. 7.6). Východiskom pri riešení trojfázových obvodov (sietí) sú Kirchhoffove zákony. Pomocou nich sa zostaví sústava obvodových rovníc, ktorú vyriešime niektorou z metód lineárnej algebry. Pomerne zdĺhavé riešenie sústavy obvodových rovníc možno obísť inými metódami: metódou uzlových napätí, metódou súmerných zložiek. Zvyčajne sa vyžaduje z fázorov napätí trojfázového zdroja a z impedancií trojfázového spotrebiča vyjadriť fázové elektrické prúdy I_1, I_2, I_3 tečúce cez jednotlivé impedancie trojfázového spotrebiča a združené elektrické prúdy $I_{L1}, I_{L2}, I_{L3}, I_N$ tečúce vodičmi trojfázového vedenia.



Obr. 7.5 Zapojenie trojfázového spotrebiča do hviezdy (Y)



Obr. 7.6 Zapojenie trojfázového spotrebiča do trojuholníka (Δ)

Celkový výkon trojfázového spotrebiča je súčtom výkonov jednotlivých fáz:

okamžitý výkon

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3, \quad (7.6)$$

komplexný výkon

$$S = U_1 I_1^* + U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = P + jQ, \quad (7.7)$$

činný výkon

$$P = \operatorname{Re}[S] = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3, \quad (7.8)$$

jalový výkon

$$Q = \operatorname{Im}[S] = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + U_3 I_3 \sin \varphi_3, \quad (7.9)$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (7.10)$$

kde U_k , I_k ($k = 1, 2, 3$) sú efektívne hodnoty fázového napätia a fázového elektrického prúdu na k -tej impedancii, φ_k ($k = 1, 2, 3$) je fázový posun medzi napätím a elektrickým prúdom na k -tej impedancii a $\cos \varphi_k$ ($k = 1, 2, 3$) je tzv. účinník k -tej impedancie trojfázového spotrebiča. Znak

* vo vzťahu (7.7) označuje operáciu komplexného združenia príslušných fázorov.

Ak pripojíme k súmernému trojfázovému zdroju so súslednou (spätnou) sústavou napätí súmerný trojfázový spotrebič ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Ze^{j\varphi}$), potom sa vzťahy na výpočet výkonov zjednodušia

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi}, \quad (7.11)$$

činný výkon

$$P = \operatorname{Re}[S] = 3U_f I_f \cos \varphi, \quad (7.12)$$

jalový výkon

$$Q = \operatorname{Im}[S] = 3U_f I_f \sin \varphi, \quad (7.13)$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_f I_f, \quad (7.14)$$

kde $\cos \varphi$ je účinník súmerného spotrebiča. Sústava fázových elektrických prúdov je vtedy taktiež súmerná súsledná (spätná), fázorový súčet fázorov I_1, I_2, I_3 je nulový

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (7.15)$$

a preto pri zapojení tohto jediného súmerného trojfázového spotrebiča *do hviezdy* (pozri obr.7.5) nebude tiecť neutrálnym vodičom vedenia žiadny elektrický prúd, $I_N = 0$. Vtedy sa neutrálny vodič môže vynechať, čím sa ušetrí materiál. V uzloch 1, 2, 3 nedochádza k vetveniu elektrických prúdov, preto sa efektívna hodnota I_f fázových elektrických prúdov rovná efektívnej hodnote I_z združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia

$$I_f = I_z \quad (7.16)$$

a s využitím (7.5) a (7.16) pre činný, jalový a zdanlivý výkon získame

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3 \frac{U_z}{\sqrt{3}} I_z \cos \varphi = \sqrt{3} U_z I_z \cos \varphi = S \cos \varphi, \quad (7.17)$$

$$Q = \sqrt{3} U_z I_z \sin \varphi = S \sin \varphi, \quad (7.18)$$

$$S = \sqrt{3} U_z I_z, \quad (7.19)$$

Pri zapojení súmerného trojfázového spotrebiča *do trojuholníka* (pozri obr. 7.6) môžeme fázory I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia konstruovať z fázorov I_1, I_2, I_3 fázových elektrických prúdov podobne ako príslušné fázory napätí na obr. 7.3a. Vtedy medzi efektívnou hodnotou I_z združených elektrických prúdov a efektívnou hodnotou I_f fázových elektrických prúdov platí vzťah

$$I_z = \sqrt{3} I_f. \quad (7.20)$$

Zrejme sa vtedy efektívna hodnota U_f fázových napätí na impedanciách súmerného spotrebiča rovná efektívnej hodnote U_z združených napätí medzi fázovými vodičmi vedenia,

$$U_f = U_z, \quad (7.21)$$

preto s využitím (7.20) a (7.21) pre činný, jalový a zdanlivý výkon získame

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3U_z \frac{I_z}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_z I_z \cos \varphi = S \cos \varphi, \quad (7.22)$$

$$Q = \sqrt{3} U_z I_z \sin \varphi = S \sin \varphi, \quad (7.23)$$

$$S = \sqrt{3} U_z I_z. \quad (7.24)$$

Vzťahy (7.22) až (7.24) pre zapojenie súmerného trojfázového spotrebiča do trojuholníka sú rovnaké ako vzťahy (7.17) až (7.19) pre zapojenie súmerného trojfázového spotrebiča do hviezdy.

7.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 7.2.1. Aká je efektívna hodnota združených napätí súmerného trojfázového spotrebiča zapojeného do hviezdy, ak na jednotlivých impedanciách má byť efektívna hodnota fázových napätí $U_f = 400 \text{ V}$, 50 Hz ?

Riešenie: Použijeme vzťah (7.5) a po dosadení získame

$$U_z = \sqrt{3} U_f = \sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} = 693 \text{ V}.$$

Združené napätia majú byť $3 \times 693 \text{ V}$, 50 Hz .

Príklad 7.2.2. Ako sa zmení efektívna hodnota združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia, ak súmerný trojfázový spotrebič prepne z hviezdy do trojuholníka?

Riešenie: Pri zapojení do hviezdy (Y) tečie podľa (7.16) fázovým vodičom vedenia a príslušnou impedanciou spotrebiča rovnaký elektrický prúd s efektívnou hodnotou $I_{ZY} = I_{FY}$, ktorú vypočítame podľa Ohmovho zákona

$$I_{ZY} = I_{FY} = \frac{U_f}{Z},$$

kde U_f je efektívna hodnota fázového napätia na impedancii a Z je modul (veľkosť) impedancie. Po prepnutí do trojuholníka (Δ) sa na impedanciu dostane združené napätie s efektívnou hodnotou U_z , pozri vzťah (7.5), preto sa efektívna hodnota $I_{f\Delta}$ fázových elektrických prúdov zvýši

$$I_{fA} = \frac{U_z}{Z} = \frac{\sqrt{3}U_f}{Z} = \sqrt{3}I_{zY}.$$

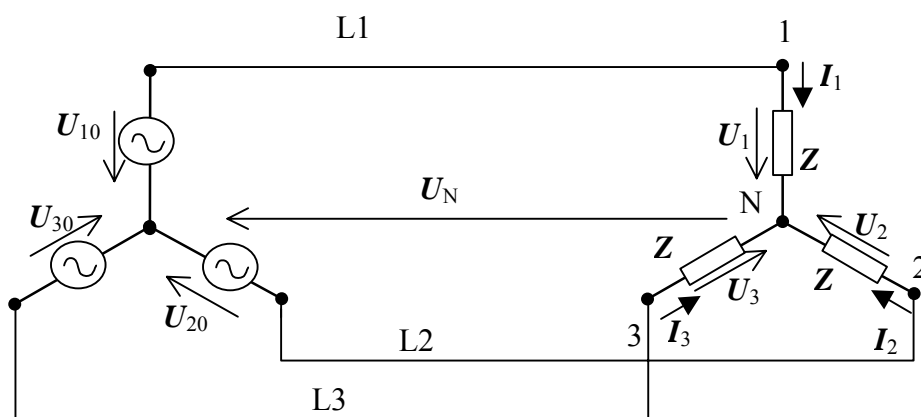
Podľa (7.20) fázovými vodičmi vedenia tečú združené elektrické prúdy s efektívnou hodnotou

$$I_{zA} = \sqrt{3}I_{fA} = \sqrt{3}\sqrt{3}I_{zY} = 3I_{zY}.$$

Pri prepnutí súmerného spotrebiča z hviezdy na trojuholník efektívna hodnota elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia vzrastie trikrát.

Príklad 7.2.3. K súmernému trojfázovému zdroju v zapojení do hviezdy so súslednou sústavou fázových napätí 3 x 230 V, 50 Hz sú pripojené tri rovnaké impedancie $Z = (40 + j30) \Omega$ a) do hviezdy bez neutrálneho vodiča, b) do trojuholníka. Určte fázové a združené elektrické prúdy a výkony trojfázového spotrebiča. Vnútorne impedancie zdroja a impedancie vodičov vedenia zanedbajte.

Riešenie: a) Schéma zapojenia je na obr. 7.7. K označeniu fázorov U_{10} , U_{20} , U_{30} fázových napätí zdroja pridávame index „0“, aby sme ich odlišili od fázorov U_1 , U_2 , U_3 na impedanciách spotrebiča.



Obr. 7.7 Súmerný spotrebič zapojený do hviezdy k súmernému zdroju

Napätie U_N medzi stredom spotrebiča a stredom zdroja určíme metódou uzlových napätí. Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon. Po zrejmých úpravách získame

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \\ \frac{U_{10} - U_N}{Z} + \frac{U_{20} - U_N}{Z} + \frac{U_{30} - U_N}{Z} &= 0 \Rightarrow \\ U_N &= \frac{U_{10} + U_{20} + U_{30}}{3} = 0 \end{aligned}$$

Súčet fázorov v čitateli je nulový, lebo sústava napätí zdroja je súmerná a súsledná. Z 2. Kirchhoffovho zákona vyplýva, že sa fázové napätia zdroja dostanú na impedancie spotrebiča

$$U_1 = U_{10} - U_N = U_{10}, \quad U_2 = U_{20} - U_N = U_{20}, \quad U_3 = U_{30} - U_N = U_{30}.$$

Pri zapojení súmerného spotrebiča do hviezdy sú zrejmé fázové a združené elektrické prúdy rovnaké ($I_f = I_z$) a tvoria súmernú súslednú sústavu. Stačí určiť fázor I_1 . Fázor I_2 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -120° , fázor I_3 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -240° . Ak predpokladáme, že fázor U_{10} nemá počiatočnú fázu, potom pre fázory I_1, I_2, I_3 dostaneme

$$I_1 = \frac{U_1}{Z} = \frac{U_{10}}{Z} = \frac{230}{40 + j30} \text{ A} = \frac{230}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 4,6e^{-j36,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_2 = 4,6e^{-j156,87^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = 4,6e^{-j276,87^\circ} \text{ A}$$

Keďže fázové napätia ($U_f = 230 \text{ V}$) i fázové elektrické prúdy ($I_f = 4,6 \text{ A}$) na impedanciách spotrebiča sú súmernými súslednými sústavami s fázovým posunom $\varphi = 36,87^\circ$, bude podľa vzťahov (7.11) až (7.14)

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi} = 3 \cdot 230 \cdot 4,6 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 3174e^{j36,87^\circ} \text{ VA},$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = 3174 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = \text{Re}[S] = S \cos \varphi = 3174 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 3174 \cdot 0,8 \text{ W} = 2539,2 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = \text{Im}[S] = S \sin \varphi = 3174 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 3174 \cdot 0,6 \text{ VAr} = 1904,4 \text{ VAr}.$$

Spotrebič zapojený do hviezdy bude mať činný výkon 2539,2 W, jalový výkon 1904,4 VAr a zdanlivý výkon 3174 VA.

b) Pri zapojení spotrebiča do trojuholníka, obr. 7.6, sa na jeho impedancie dostanú združené napätia s fázormi U_{12}, U_{23}, U_{31} , ktoré tvoria súmernú súslednú sústavu. Z obr. 7.3 a zo vzťahu (7.5) získame

$$U_{12} = U_z e^{j30^\circ} = \sqrt{3}U_f e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot e^{j30^\circ} \text{ V} = 398,37e^{j30^\circ} \text{ V},$$

$$U_{23} = 398,37e^{-j90^\circ} \text{ V}, \quad U_{31} = 398,37e^{-j210^\circ} \text{ V}$$

Fázové elektrické prúdy v impedanciách spotrebiča tvoria súmernú súslednú sústavu. Stačí určiť fázor I_1 . Fázor I_2 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -120° , fázor I_3 je vzhľadom na fázor I_1 posunutý o -240° . Dosadením získame

$$I_1 = \frac{U_{12}}{Z} = \frac{398,37e^{j30^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{398,37e^{j30^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,967e^{-j6,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_2 = 7,967e^{-j126,87^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = 7,967e^{-j246,87^\circ} \text{ A}$$

Podľa (7.21) sú teraz združené napätia zdroja novými fázovými napätiami na impedanciách spotrebiča ($U_f = U_z = 398,37 \text{ V}$). Spolu s fázovými elektrickými prúdmi ($I_f = 7,967 \text{ A}$) na impedanciách spotrebiča sú súmernými súslednými sústavami s fázovým posunom $\varphi = 36,87^\circ$, preto bude podľa vzťahov (7.11) až (7.14)

komplexný výkon

$$S = 3U_f I_f e^{j\varphi} = 3 \cdot 398,37 \cdot 7,967 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 9522e^{j36,87^\circ} \text{ VA},$$

zdanlivý výkon

$$S = |S| = 9522 \text{ VA},$$

činný výkon

$$P = \text{Re}[S] = S \cos \varphi = 9522 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 9522 \cdot 0,8 \text{ W} = 7617,6 \text{ W},$$

jalový výkon

$$Q = \text{Im}[S] = S \sin \varphi = 9522 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 9522 \cdot 0,6 \text{ VAr} = 5713,2 \text{ VAr}.$$

Pri prepnutí spotrebiča z hviezdy na trojuholník efektívne hodnoty fázových napätí aj fázových elektrických prúdov vzrástli $\sqrt{3}$ -krát, preto zrejme výkony vzrástli 3-krát v porovnaní so zapojením do hviezdy: spotrebič bude mať činný výkon 7617,6 W, jalový výkon 5713,2 Var a zdanlivý výkon 9522 VA.

Fázory združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia určíme podľa 1. Kirchhoffovho zákona pre uzly na obr. 7.6. Stačí určiť fázor I_{L1} , ostatné dva fázory získame postupne posunom o -120° a o -240°

$$I_{L1} = I_1 - I_3 = 2I_1 \cos 30^\circ \cdot e^{-j30^\circ} = \sqrt{3}I_1 e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 7,967 \cdot e^{-j6,87^\circ} e^{-j30^\circ} \text{ A} = 13,8e^{-j36,87^\circ} \text{ A},$$

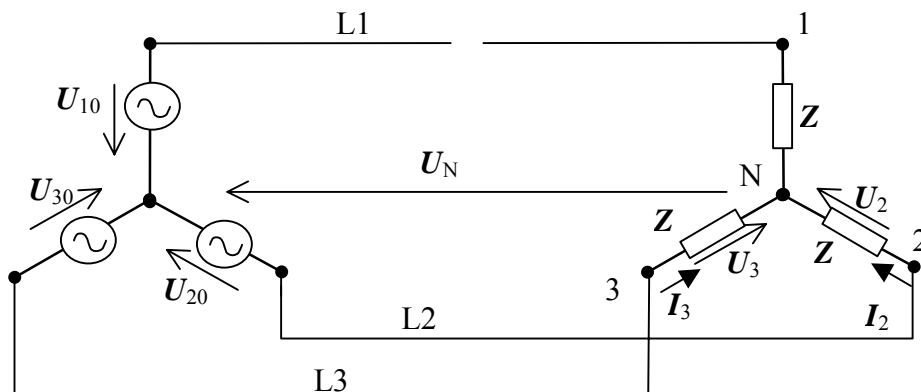
$$I_{L2} = 13,8e^{-j156,87^\circ} \text{ A}, \quad I_{L3} = 13,8e^{-j276,87^\circ} \text{ A}$$

Združené elektrické prúdy vo fázových vodičoch vedenia majú efektívnu hodnotu 13,8 A.

Príklad 7.2.4. K súmernému trojfázovému zdroju v zapojení do hviezdy (pozri obr. 7.2) so súslednou sústavou fázových napätí $U_f = 230 \text{ V}$, 50 Hz je do hviezdy pripojený súmerný spotrebič s impedanciou $Z = (40 + j30) \Omega$. Neutrálly vodič N vedenia je vynechaný. Určte výkony trojfázového spotrebiča, ak

- došlo k prerušeniu fázového vodiča L1,
- došlo k skratu prvej fázy spotrebiča.

Riešenie: a) Schéma zapojenia pri prerušení fázového vodiča L1 je na obr. 7.8.



Obr. 7.8 Prerušenie fázového vodiča L1 trojfázového vedenia

Prerušením fázového vodiča L1 sa súmernosť obvodu naruší, $I_1 = 0$ a medzi stredom spotrebiča a stredom zdroja sa objaví napätie U_N , ktoré určíme metódou uzlových napätí. Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon a po zrejmych úpravách získame

$$I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \frac{U_{20} - U_N}{Z} + \frac{U_{30} - U_N}{Z} = 0 \Rightarrow$$

$$U_N = \frac{U_{20} + U_{30}}{2} = \frac{230e^{-j120^\circ} + 230e^{j120^\circ}}{2} \text{ V} = 230\cos 120^\circ \text{ V} = -115 \text{ V} = 115e^{j180^\circ} \text{ V}$$

Napätia na impedanciách záťaže vyjadríme z 2. Kirchhoffovho zákona pomocou napätia U_N

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} + 115) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) + 115] \text{ V} = 199,2e^{-j90^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{j120^\circ} + 115) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) + 115] \text{ V} = 199,2e^{j90^\circ} \text{ V}$$

Fázory elektrických prúdov v impedanciách spotrebiča budú

$$I_1 = 0, \quad I_2 = \frac{U_2}{Z} = \frac{199,2e^{-j90^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{199,2e^{-j90^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 3,984e^{-j126,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z} = \frac{199,2e^{j90^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 3,984e^{j53,13^\circ} \text{ A}$$

Keďže $I_1 = 0$, komplexný výkon spotrebiča bude podľa (7.7), (7.11)

$$S = U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = (199,2e^{-j90^\circ} \cdot 3,984e^{j126,87^\circ} + 199,2e^{j90^\circ} \cdot 3,984e^{-j53,15^\circ}) \text{ VA}$$

$$S = 1587,23e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

Zdanlivý S , činný P a jalový Q výkon bude podľa (7.12) až (7.14)

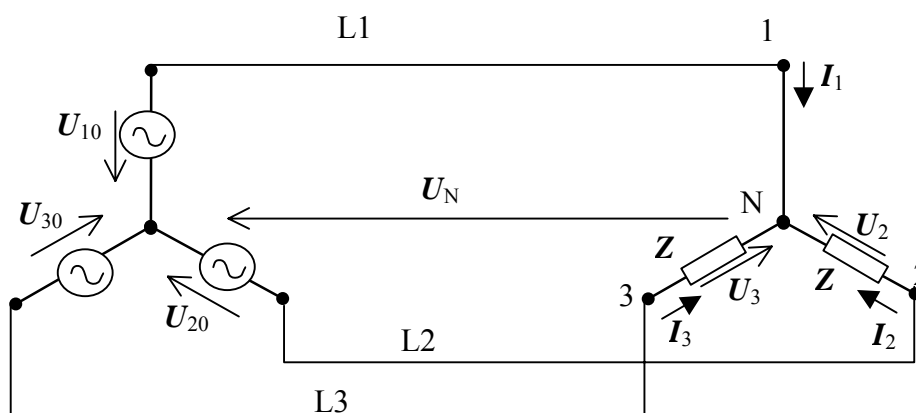
$$S = |S| = 1587,23 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 1587,23 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 1269,78 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 1587,23 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 952,34 \text{ VAr}$$

Po prerušení vodiča L1 bude mať spotrebič činný výkon 1269,78 W, jalový výkon 952,34 Var a zdanlivý výkon 1587,23 VA.

b) Schéma zapojenia so skratovanou prvou fázou spotrebiča je na obr. 7.9.



Obr. 7.9 Skrat prvej fázy spotrebiča

Zrejme sa pri skrate prvej fázy spotrebiča dostane medzi stred spotrebiča a stred zdroja napätie prvej fázy zdroja

$$U_N = U_{10} = 230e^{j0^\circ} \text{ V}.$$

Napätia na impedanciách záťaže vyjadríme z 2. Kirchhoffovho zákona pomocou napätia U_N

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} - 230) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) - 230] \text{ V} = 398,38e^{-j150^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{j120^\circ} - 230) \text{ V} = [230(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) - 230] \text{ V} = 398,38e^{j150^\circ} \text{ V}$$

Fázory elektrických prúdov v impedanciách spotrebiča budú

$$I_2 = \frac{U_2}{Z} = \frac{398,38e^{-j150^\circ}}{40 + j30} \text{ A} = \frac{398,38e^{-j150^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,968e^{-j186,87^\circ} \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z} = \frac{398,38e^{j150^\circ}}{50e^{j36,87^\circ}} \text{ A} = 7,968e^{j113,13^\circ} \text{ A},$$

$$I_1 = -(I_2 + I_3) = -7,968(e^{-j186,87^\circ} + e^{j113,13^\circ}) \text{ A} = 12,749e^{j30^\circ} \text{ A}$$

pričom sme fázor I_1 určili z 1. Kirchhoffovho zákona pre stred spotrebiča. Napätie na skrate prvej fázy spotrebiča je nulové, $U_1 = 0$, naviac $U_2 = U_3$ a $I_2 = I_3$, preto bude komplexný výkon spotrebiča podľa (7.7), (7.11)

$$S = U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = 2U_2 I_2 e^{j36,87^\circ} \text{ VA} = 2 \cdot 398,38 \cdot 7,968 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

$$S = 6348,58e^{j36,87^\circ} \text{ VA}$$

Zdanlivý S , činný P a jalový Q výkon bude podľa (7.12) až (7.14)

$$S = |S| = 6348,58 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 6348,58 \cos 36,87^\circ \text{ W} = 5078,87 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 6348,58 \sin 36,87^\circ \text{ VAr} = 3809,15 \text{ VAr}$$

Pri skrate prvej fázy spotrebiča bude mať spotrebič činný výkon 5078,87 W, jalový výkon 3809,15 Var a zdanlivý výkon 6348,58 VA.

Príklad 7.2.5. Vypočítajte činný, jalový a zdanlivý výkon trojfázového súmerného spotrebiča zapojeného do hviezdy k trojfázovej súmernej súslednej sústave združených napätí 3 x 380 V. Každá impedancia spotrebiča má hodnotu $Z = 100e^{j60^\circ} \Omega$ ($Z = 100 \Omega$, $\varphi = 60^\circ$).

Riešenie: Zrejme 380 V je efektívna hodnota združených napätí, preto označme $U_z = 380 \text{ V}$.

Zo vzťahov (7.5), (7.16) až (7.19) získame

$$S = 3U_f I_f = 3U_f \frac{U_f}{Z} = \frac{3U_f^2}{Z} = \frac{(\sqrt{3}U_f)^2}{Z} = \frac{U_z^2}{Z} = \frac{380^2}{100} \text{ VA} = 1444 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \varphi = 1444 \cdot \cos 60^\circ \text{ W} = 722 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 1444 \cdot \sin 60^\circ \text{ VAr} = 1250,5 \text{ VAr}$$

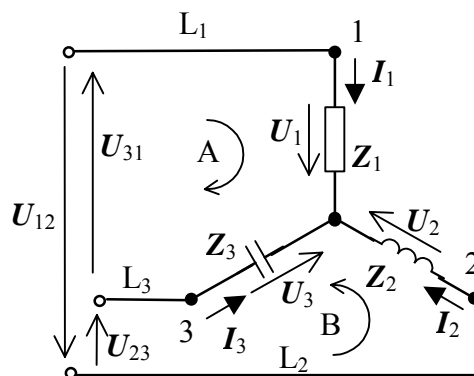
Spotrebič má zdanlivý výkon 1444 VA, činný výkon 722 W, jalový výkon 1250,5 VAr.

Príklad 7.2.6. Na trojfázové vedenie 3 x 400/230 V, 50 Hz je pripojená impedančná hviezda zložená z rovnako veľkých impedancií $Z = 100 \Omega$, pričom prvá impedancia má ohmický charakter, druhá čisto induktívny a tretia čisto kapacitný charakter. Vypočítajte fázory elektrických prúdov vo vodičoch vedenia a zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča. Neutrálny vodič vedenia je vynechaný.

Riešenie: Spotrebič je nesúmerný, pretože fázy jeho impedancií sú rôzne

$$Z_1 = 100e^{j0^\circ} \Omega, \quad Z_2 = 100e^{j90^\circ} \Omega, \quad Z_3 = 100e^{-j90^\circ} \Omega.$$

Pri riešení použijeme metódu obvodových rovníc, ktoré získame z 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol spotrebiča a z 2. Kirchhoffovho zákona pre slučky A a B v schéme na obr. 7.10.



Obr. 7.10 Schéma zapojenia nesúmerného spotrebiča

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 &= 0 \\ \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 - \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 &= -\mathbf{U}_{31} \\ \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2 - \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 &= \mathbf{U}_{23} \end{aligned}$$

Sústavu rovníc vyriešime Cramerovým pravidlom. Determinant sústavy je

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1 & 0 & -\mathbf{Z}_3 \\ 0 & \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_3 \end{vmatrix} = \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1.$$

Determinant \mathbf{D}_1 získame zámenou prvého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc

$$\mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\mathbf{U}_{31} & 0 & -\mathbf{Z}_3 \\ \mathbf{U}_{23} & \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_3 \end{vmatrix} = -\mathbf{U}_{31}(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3.$$

Fázory združených napätí poznáme, pozri obr. 7.3

$$\mathbf{U}_{12} = 400\text{e}^{\text{j}30^\circ} \text{V}, \quad \mathbf{U}_{23} = 400\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \text{V}, \quad \mathbf{U}_{31} = 400\text{e}^{-\text{j}210^\circ} \text{V}.$$

Súčet impedancií \mathbf{Z}_2 a \mathbf{Z}_3 je zrejme nulový, preto fázor prúdu \mathbf{I}_1 bude

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \frac{\mathbf{D}_1}{\mathbf{D}} = \frac{-\mathbf{U}_{31}(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \frac{-\mathbf{U}_{23} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \\ &= \frac{-400\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \cdot 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}}{100^2 \text{e}^{\text{j}90^\circ} + 100^2 + 100^2 \text{e}^{-\text{j}90^\circ}} \text{A} = -4 \text{A} \end{aligned}$$

Analogicky určíme fázor elektrického prúdu \mathbf{I}_2

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_2 &= \frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{U}_{23}(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3) + \mathbf{U}_{31} \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3 \mathbf{Z}_1} = \frac{400\text{e}^{-\text{j}90^\circ}(100 + 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}) + 400\text{e}^{-\text{j}210^\circ} 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ}}{100^2 \text{e}^{\text{j}90^\circ} + 100^2 + 100^2 \text{e}^{-\text{j}90^\circ}} \text{A} = \\ &= \{-4\text{j}(1 - \text{j}) + 4\text{e}^{\text{j}60^\circ}\} \text{A} = \{-4\text{j} - 4 + 4(\cos 60^\circ + \text{j} \sin 60^\circ)\} \text{A} = \left\{-4\text{j} - 4 + 4\left(\frac{1}{2} + \text{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} \text{A} = \\ &= \{-4\text{j} - 4 + 2 + \text{j}2\sqrt{3}\} \text{A} = \{2 - \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = 2,071\text{e}^{-\text{j}165^\circ} \text{A} \end{aligned}$$

Zrejme fázor elektrického prúdu \mathbf{I}_3 získame z 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol

$$\mathbf{I}_3 = -\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = \{4 + 2 + \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = \{6 + \text{j}(4 - 2\sqrt{3})\} \text{A} = 6,024\text{e}^{\text{j}5,104^\circ} \text{A}.$$

Komplexný výkon podľa (7.7) bude

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{U}_1 \mathbf{I}_1^* + \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_2^* + \mathbf{U}_3 \mathbf{I}_3^* = \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1^* + \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2 \mathbf{I}_2^* + \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_3 \mathbf{I}_3^* = \\ &= \{100 \cdot 4^2 + 100\text{e}^{\text{j}90^\circ} \cdot 2,071^2 + 100\text{e}^{-\text{j}90^\circ} \cdot 6,024^2\} \text{VA} = \{1600 + \text{j}(428,9 - 3628,9)\} \text{VA} = \\ &= \{1600 - \text{j}3200\} \text{VA} = 3578\text{e}^{-\text{j}63,4^\circ} \text{VA} \end{aligned}$$

Podľa vzťahov (7.8) až (7.10) činný výkon je 1600 W, jalový výkon je -3200 VAR a zdanlivý výkon je 3578 VA.

Príklad 7.2.7. Transformátorovňa závodu napája tri haly (1, 2, 3) trojfázovou sústavou so združeným napätím 390 V, 50 Hz. Meracie prístroje na rozvádzači ukazujú tieto činné výkony a efektívne hodnoty elektrických prúdov odoberaných halami, v ktorých sú len súmerné spotrebiče induktívneho charakteru

$$P_1 = 107 \text{ kW}, I_1 = 365 \text{ A}, P_2 = 150 \text{ kW}, I_2 = 390 \text{ A}, P_3 = 96 \text{ kW}, I_3 = 205 \text{ A}.$$

Vypočítajte celkový zdanlivý výkon závodu, celkový účinník závodu a celkový prúd odoberaný zo sekundárnej strany transformátora.

Riešenie: Podľa vzťahu (7.19) resp. (7.24) vypočítame zdanlivé výkony jednotlivých hál

$$S_1 = \sqrt{3}U_z I_1 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 365 \text{ VA} = 246,6 \text{ kVA}$$

$$S_2 = \sqrt{3}U_z I_2 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 390 \text{ VA} = 263,4 \text{ kVA}$$

$$S_3 = \sqrt{3}U_z I_3 = \sqrt{3} \cdot 390 \cdot 205 \text{ VA} = 138,5 \text{ kVA}$$

Jalové výkony jednotlivých hál s trojfázovými súmernými spotrebičmi induktívneho charakteru určíme úpravou vzťahu (7.10)

$$Q_1 = +\sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{246,6^2 - 107^2} \text{ kVAr} = 222,2 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = +\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{263,4^2 - 150^2} \text{ kVAr} = 216,5 \text{ kVAr}$$

$$Q_3 = +\sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{138,5^2 - 96^2} \text{ kVAr} = 99,8 \text{ kVAr}$$

Celkový komplexný výkon závodu je súčtom komplexných výkonov jednotlivých hál.

S využitím vzťahu (7.7) dostaneme

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + P_3 + jQ_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$$

Zrejme celkový činný výkon P je súčtom činných výkonov jednotlivých hál a celkový jalový výkon Q je súčtom jalových výkonov jednotlivých hál

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = (107 + 150 + 96) \text{ kW} = 353 \text{ kW}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (222,2 + 216,5 + 99,8) \text{ kVAr} = 538,5 \text{ kVAr}$$

Celkový zdanlivý výkon závodu je modulom celkového komplexného výkonu, pozri (7.10)

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{353^2 + 538,5^2} \text{ kVA} = 643,9 \text{ kVA}.$$

Celkový účinník závodu vypočítame podľa vzťahu (7.17), resp. (7.22)

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{353}{643,9} = 0,548.$$

Zrejme celkový prúd vo fázovom vodiči vedenia pripojeného k sekundárnej strane transformátora získame zo vzťahu (7.19) resp. (7.24)

$$I_z = \frac{S}{\sqrt{3}U_z} = \frac{643,9}{\sqrt{3} \cdot 390} \text{ kA} = 0,953 \text{ kA}.$$

Celkový zdanlivý výkon závodu je 643,9 kVA, celkový účinník je 0,548 a celkový prúd vo fázovom vodiči vedenia pripojeného k sekundárnej strane transformátora je 953 A.

Príklad 7.2.8. Z nesúmernej trojfázovej sústavy združených napätí

$$u_{12} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(314t), \quad u_{23} = 200 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{4}\right), \quad u_{31} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t)$$

sa napája súmerný trojfázový spotrebič zapojený do hviezdy s impedanciou $Z = (10+j10) \Omega$. Vypočítajte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

Riešenie: Počiatočné fázy združených napätí určíme úpravou ich okamžitých hodnôt na súčin kladnej amplitúdy a harmonickej funkcie kosínus (cos)

$$u_{12} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(314t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{23} = 200 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{4}\right)$$

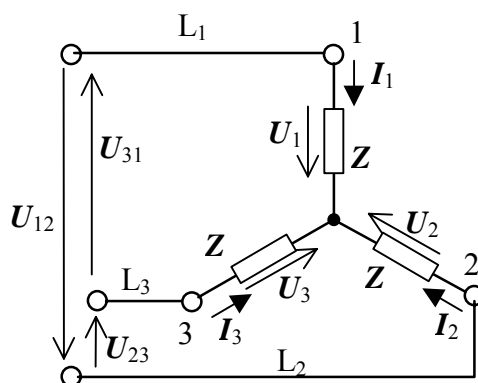
$$u_{31} = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t - \pi)$$

Zrejme sú amplitúdy zadané vo voltoch a uhlová frekvencia (314) v rad/s. Keďže $314=2\pi f$, bude $f=50$ Hz. S využitím (7.4) vyjadríme fázory združených napätí

$$U_{12} = 100e^{j90^\circ} \text{ V} = j100 \text{ V}, \quad U_{23} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ} \text{ V} = (100 - j100) \text{ V}, \quad U_{31} = 100e^{-j180^\circ} \text{ V} = -100 \text{ V}.$$

Schéma zapojenia je na obr. 7.11.

Fázory napätí na impedanciách spotrebiča určíme metódou uzlových napätí. Východiskom je 1. Kirchhoffov zákon pre stred spotrebiča. Fázory elektrických prúdov vyjadríme Ohmovým zákonom z fázorov napätí na impedanciách. Aby sme získali rovnicu iba s jedným neznámym fázorom, napr. U_1 , musíme pomocou 2. Kirchhoffovho zákona fázory U_2 , U_3 vyjadriť cez fázor U_1 a zadané fázory združených napätí



Obr. 7.11 Schéma zapojenia súmerného spotrebiča k nesúmernej sústave napätí

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_2}{Z} + \frac{U_3}{Z} = 0 \Rightarrow \frac{U_1}{Z} + \frac{U_1 - U_{12}}{Z} + \frac{U_{31} + U_1}{Z} = 0 \Rightarrow$$

$$3U_1 = U_{12} - U_{31} \Rightarrow U_1 = \frac{U_{12} - U_{31}}{3} = \frac{j100 + 100}{3} \text{ V} = 47,14e^{j45^\circ} \text{ V}$$

Zrejme z 2. Kirchhoffovho zákona získame ostatné fázory napätí na impedanciách

$$U_2 = U_1 - U_{12} = \left(\frac{100 + j100}{3} - j100 \right) \text{ V} = \left(\frac{100}{3} - j\frac{200}{3} \right) \text{ V} = 74,54e^{-j63,43^\circ} \text{ V}$$

$$U_3 = U_{31} + U_1 = \left(-100 + \frac{100 + j100}{3} \right) \text{ V} = 74,54e^{j153,43^\circ} \text{ V}$$

Zdanlivý výkon spotrebiča určíme vzt'ahom (7.7) s použitím Ohmovho zákona

$$S = U_1 I_1^* + U_2 I_2^* + U_3 I_3^* = \frac{U_1 U_1^*}{Z^*} + \frac{U_2 U_2^*}{Z^*} + \frac{U_3 U_3^*}{Z^*} = \frac{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}{Z^*} =$$

$$= \frac{47,14^2 + 74,54^2 + 74,54^2}{10 - j10} \text{ VA} = \frac{13334,6}{14,14e^{-j45^\circ}} \text{ VA} = 943,04e^{j45^\circ} \text{ VA} =$$

$$= (666,8 + j666,8) \text{ VA}$$

Zdanlivý výkon spotrebiča je $943,04e^{j45^\circ} \text{ VA}$, zdanlivý výkon je $943,04 \text{ VA}$, činný výkon je $666,8 \text{ W}$ a jalový výkon je $666,8 \text{ VAR}$.

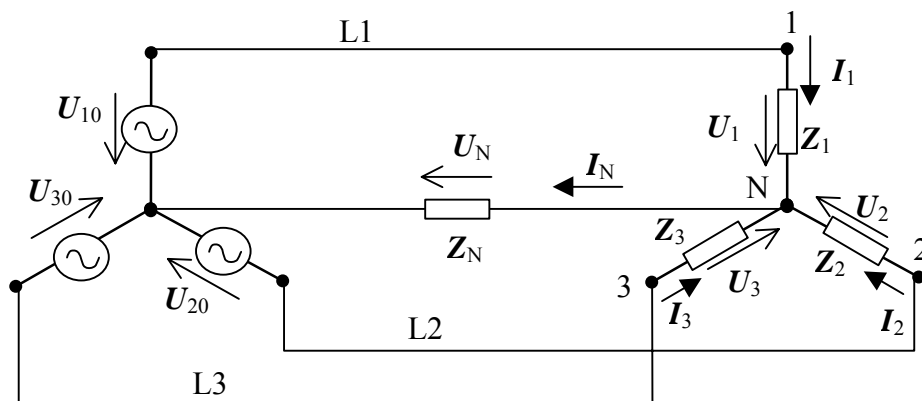
Príklad 7.2.9. Pre trojfázový obvod zapojený podľa schémy na obr. 7.12 vypočítajte napätia, elektrické prúdy a výkony na impedanciách $Z_1 = 100e^{j0^\circ} \Omega$, $Z_2 = 64e^{j38,8^\circ} \Omega$, $Z_3 = 60e^{j18,4^\circ} \Omega$ v prípadoch a) $Z_N = 5e^{j0^\circ} \Omega$, b) $Z_N = 0 \Omega$. Sústava fázových napätí zdroja je súmerná súsledná s fázormi $U_{10} = 230e^{j0^\circ} \text{ V}$, $U_{20} = 230e^{-j120^\circ} \text{ V}$, $U_{30} = 230e^{-j240^\circ} \text{ V}$.

Riešenie: a) Fázory napätí na všetkých impedanciách určíme metódou uzlových napätí. Výhodné je určiť najprv fázor U_N na impedancii Z_N . Stred zdroja považujeme za referenčný uzol. Pre stred spotrebiča platí 1. Kirchhoffov zákon a po zrejmých úpravách s využitím 2. Kirchhoffovho zákona získame

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{U_N}{Z_N} = \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2} + \frac{U_3}{Z_3} \Rightarrow$$

$$\frac{U_N}{Z_N} = \frac{U_{10} - U_N}{Z_1} + \frac{U_{20} - U_N}{Z_2} + \frac{U_{30} - U_N}{Z_3}$$

$$U_N \left(\frac{1}{Z_N} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \frac{U_{10}}{Z_1} + \frac{U_{20}}{Z_2} + \frac{U_{30}}{Z_3} \Rightarrow U_N = \frac{\frac{U_{10}}{Z_1} + \frac{U_{20}}{Z_2} + \frac{U_{30}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_N} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$



Obr. 7.12 Schéma zapojenia s impedanciou medzi stredmi zdroja a spotrebiča

Po dosadení dostaneme

$$U_N = \frac{\frac{230e^{j0^\circ}}{100e^{j0^\circ}} + \frac{230e^{-j120^\circ}}{64e^{j38,8^\circ}} + \frac{230e^{-j240^\circ}}{60e^{j18,4^\circ}}}{\frac{1}{5e^{j0^\circ}} + \frac{1}{100e^{j0^\circ}} + \frac{1}{64e^{j38,8^\circ}} + \frac{1}{60e^{j18,4^\circ}}} V = 12,82e^{j130,2^\circ} V.$$

Z 2. Kirchhoffovho zákona vyplýva

$$U_1 = U_{10} - U_N = (230 - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 238,5e^{-j2,353^\circ} V,$$

$$U_2 = U_{20} - U_N = (230e^{-j120^\circ} - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 234,5e^{-j117,1^\circ} V,$$

$$U_3 = U_{30} - U_N = (230e^{-j240^\circ} - 12,82e^{j130,2^\circ}) V = 217,4e^{-j119,4^\circ} V.$$

Zrejme fázory elektrických prúdov na jednotlivých impedanciách budú

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = 2,385e^{-j2,353^\circ} A, \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = 3,664e^{-j155,9^\circ} A, \quad I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = 3,623e^{-j101^\circ} A,$$

$$I_N = \frac{U_N}{Z_N} = 2,564e^{j130,2^\circ} A$$

Komplexné výkony impedancií vyjadríme v zložkovom aj v exponenciálnom tvare

$$S_1 = U_1 I_1^* = 568,8e^{j0^\circ} VA = (568,8 + j0) VA,$$

$$S_2 = U_2 I_2^* = 859,6e^{j38,8^\circ} VA = (669,9 + j538,6) VA,$$

$$S_3 = U_3 I_3^* = 787,6e^{j18,4^\circ} VA = (747,3 + j248,6) VA.$$

V adekvátnom poradí sú zdanlivé výkony impedancií 568,8; 859,6; 787,6 VA, činné výkony 568,8; 669,9; 747,3 W a jalové výkony impedancií sú 0; 538,6; 248,6 VAR.

b) Pri skrate stredov zdroja a spotrebiča neutrálnym vodičom ($Z_N = 0 \Omega$) nie je napätie medzi stredmi spotrebiča a zdroja ($U_N = 0 V$). Fázové napätia zdroja sa dostanú na jednotlivé impedancie

$$U_1 = U_{10} - U_N = U_{10}, \quad U_2 = U_{20} - U_N = U_{20}, \quad U_3 = U_{30} - U_N = U_{30}.$$

Zrejme fázory elektrických prúdov na jednotlivých impedanciách a v neutrálnom vodiči budú

$$I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = 2,3e^{j0^\circ} \text{ A}, \quad I_2 = \frac{U_{20}}{Z_2} = 3,594e^{-j158,8^\circ} \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_{30}}{Z_3} = 3,833e^{j101,6^\circ} \text{ A},$$

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 3,057e^{j126,6^\circ} \text{ A}$$

Komplexné výkony jednotlivých impedancií budú

$$S_1 = U_{10} I_1^* = \frac{U_{10}^2}{Z_1^*} = 529e^{j0^\circ} \text{ VA} = (529 + j0) \text{ VA},$$

$$S_2 = U_{20} I_2^* = \frac{U_{20}^2}{Z_2^*} = 826,6e^{j38,8^\circ} \text{ VA} = (644,2 + j517,9) \text{ VA},$$

$$S_3 = U_{30} I_3^* = \frac{U_{30}^2}{Z_3^*} = 881,7e^{j18,4^\circ} \text{ VA} = (836,6 + j278,3) \text{ VA}.$$

V adekvátnom poradí sú zdanlivé výkony impedancií 529 VA, 826,6 VA, 881,7 VA, činné výkony 529 W, 644,2 W, 836,6 W a jalové výkony impedancií sú 0 VAr, 517,9 VAr, 278,3 VAr.

7.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 7.3.1. Vinutie trojfázového motora je zapojené do trojuholníka. V jednotlivých impedanciách vinutia tečie elektrický prúd $I = 30 \text{ A}$. Na aký elektrický prúd treba dimenzovať pripojovací kábel?

$$(I_z = 52 \text{ A})$$

Úloha 7.3.2. Trojfázový motor pri zapojení vinutia do hviezdy berie zo siete elektrický prúd $I = 20 \text{ A}$. Ako sa zmení tento prúd po prepnutí vinutia do trojuholníka?

$$(I = 60 \text{ A})$$

Úloha 7.3.3. Trojfázový súmerný spotrebič zapojený do hviezdy má jednotlivé impedancie dimenzované na činný výkon $P_1 = 20 \text{ kW}$, elektrický prúd $I_1 = 100 \text{ A}$ pri účinníku $\cos \varphi_1 = 0,866$. Aké napätie (U_z / U_f) má mať trojfázové vedenie?

$$(3 \times 400/231)$$

Úloha 7.3.4. Vypočítajte, aké účinníky majú jednotlivé odbery elektrickej energie v halách 1, 2, 3 z vyriešeného príkladu 7.2.7.

$$(\cos \varphi_1 = 0,434, \cos \varphi_2 = 0,569, \cos \varphi_3 = 0,693)$$

Úloha 7.3.5. Aký odpor má mať jedna fáza výhrevného telesa trojfázovej akumulacej pece zapojenej do trojuholníka, ak celkový činný výkon pece pri napájaní zo siete 3 x 380 / 220 V, 50 Hz má byť $P = 3 \text{ kW}$?

$$(R_f = 144 \, \Omega)$$

Úloha 7.3.6. Ako sa zmení činný výkon pece z predchádzajúcej úlohy 7.3.5, ak impedancie výhrevného telesa prepne do hviezdy?

$$(P = 1 \text{ kW})$$

Úloha 7.3.7. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 230 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = (12 - j16) \, \Omega$, $Z_2 = (12 + j16) \, \Omega$, $Z_3 = (12 + j16) \, \Omega$. Neutrálny vodič trojfázového vedenia sa nevyužíva. Určte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča pre a) normálny stav,

b) stav pri prerušenom fázovom vodiči L2,

c) stav so skratovanou impedanciou Z_1 .

$$(a) S = 7940,6e^{-j3,475^\circ} \text{ VA}, S = 7940,6 \text{ VA}, P = 7926 \text{ W}, Q = -481,32 \text{ VAr},$$

$$b) S = 4007,7e^{j45^\circ} \text{ VA}, S = 4007,7 \text{ VA}, P = 2833,9 \text{ W}, Q = -2833,9 \text{ VAr},$$

$$c) S = 11223,2e^{j8,1^\circ} \text{ VA}, S = 11223,2 \text{ VA}, P = 11111,2 \text{ W}, Q = 1581,4 \text{ VAr}.$$

Úloha 7.3.8. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 100 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = Z_2 = (10 + j20) \, \Omega$, $Z_3 = 30 \, \Omega$. Neutrálny vodič trojfázového vedenia sa nevyužíva. Určte komplexný, zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

$$(S = 1106,1e^{j44,1^\circ} \text{ VA}, S = 1106,1 \text{ VA}, P = 794,19 \text{ W}, Q = 769,9 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.9. K nesúmernému trojfázovému zdroju s fázovými napätiami

$$u_{10} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(314t), \quad u_{20} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t - \frac{\pi}{2}\right), \quad u_{30} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$$

je do hviezdy pripojený súmerný trojfázový spotrebič s impedanciou $Z = R = 100 \, \Omega$. Vypočítajte zdanlivý, činný a jalový výkon spotrebiča.

$$(S = 266,67 \text{ VA}, P = 266,67 \text{ W}, Q = 0 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.10. Zo súmernej trojfázovej sústavy združených napätí s efektívnou hodnotou $U_Z = \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V}$ s fázormi na obr. 7.3a) sa napája nesúmerný trojfázový spotrebič zapojený

do hviezdy s impedanciami $Z_1 = 100 \Omega$, $Z_2 = (100 + j100) \Omega$, $Z_3 = (100 - j100) \Omega$. Vypočítajte zdanlivý, činný a jalový výkon na prvej impedancii spotrebiča.

$$(S_1 = 740,3 \text{ VA}, P_1 = 740,3 \text{ W}, Q_1 = 0 \text{ VAr})$$

Úloha 7.3.11. Nesúmerný trojfázový zdroj zapojený do trojuholníka s fázormi združených napätí $U_{12} = 220e^{j0^\circ} \text{ V}$, $U_{23} = \sqrt{3} \cdot 220e^{-j150^\circ} \text{ V}$, $U_{31} = 220e^{j60^\circ} \text{ V}$ napája nesúmerný trojfázový odporový spotrebič zapojený do hviezdy s impedanciami $Z_1 = 200 \Omega$, $Z_2 = 100 \Omega$, $Z_3 = 100 \Omega$. Vypočítajte efektívnu hodnotu elektrického prúdu, ktorý tečie impedanciou Z_1 .

$$(I_1 = 0,44 \text{ A})$$

Úloha 7.3.12. K súmernému súslednému zdroju zapojenému do hviezdy s efektívnou hodnotou fázových napätí 220 V je do hviezdy pripojený nesúmerný trojfázový odporový spotrebič s odpormi $R_2 = R_3 = 200 \Omega$. Aký musí byť odpor R_1 , aby na ňom bolo napätie s efektívnou hodnotou 110 V?

$$(R_1 = 50 \Omega)$$

Úloha 7.3.13. K trojfázovému zdroju zapojenému do hviezdy s fázormi fázových napätí $U_{10} = 200 \text{ V}$, $U_{20} = (-150 - j100) \text{ V}$, $U_{30} = (-150 + j100) \text{ V}$, uhlovej frekvencie 100 rad/s je pripojený súmerný trojfázový spotrebič, ktorý pozostáva z troch kondenzátorov s rovnakou kapacitou $C = 100 \mu\text{F}$ zapojených do hviezdy. Akú efektívnu hodnotu má elektrický prúd, ktorý tečie cez impedanciu $Z_N = 100 \Omega$ zapojenú medzi stred zdroja a stred spotrebiča?

$$(I_N = 0,3162 \text{ A})$$

Úloha 7.3.14. K súmernej súslednej sústave združených napätí s efektívnou hodnotou $U_z = \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V}$ s fázormi je pripojený do trojuholníka trojfázový spotrebič s impedanciami $Z_1 = 200 \Omega$, $Z_2 = -j100 \Omega$, $Z_3 = (100 + j100) \Omega$, pozri obr. 7.6. Vypočítajte efektívne hodnoty združených elektrických prúdov vo fázových vodičoch vedenia.

$$(I_{L1} = 2,9997 \text{ A}, I_{L2} = 2,4685 \text{ A}, I_{L3} = 5,4419 \text{ A})$$

Úloha 7.3.15. Aký je zdanlivý, činný a jalový výkon trojfázového spotrebiča v predchádzajúcej úlohe 7.3.14?

$$(S = 1774,32 \text{ VA}, P = 1586,95 \text{ W}, Q = -793,60 \text{ VAr})$$

8 MAGNETICKÉ POLE

8.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Magnetické pole je prejavom pohybu elektricky nabitej častice vzhľadom k pozorovateľovi. V technickej praxi sú zdrojmi jednosmerného magnetického poľa trvalé magnety alebo vodiče (cievky), cez ktoré preteká jednosmerný prúd. Vodiče (cievky), cez ktoré preteká striedavý prúd, sú zdrojmi striedavého magnetického poľa.

Magnetické pole kvantitatívne opisuje vektorová veličina **magnetická indukcia** \mathbf{B} , ktorá je definovaná prostredníctvom silového pôsobenia $d\mathbf{F}$ magnetického poľa na elektrický náboj dQ pohybujúci sa rýchlosťou \mathbf{v}

$$d\mathbf{F} = dQ\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (8.1)$$

Ak do (8.1) dosadíme $dQ = Idt$, $\mathbf{v} = d\mathbf{l}/dt$, získame vzťah pre Ampérovu silu, ktorou pôsobí magnetické pole na element vodiča $d\mathbf{l}$ pretekaného elektrickým prúdom I

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}, \quad (8.2)$$

kde \mathbf{B} je magnetická indukcia v mieste, v ktorom sa nachádza vektor element vodiča $d\mathbf{l}$. Na priamy vodič dĺžky l s elektrickým prúdom I pôsobí homogénne magnetické pole silou

$$\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}, \quad (8.3)$$

Smer vektora $d\mathbf{l}$, resp. \mathbf{l} je súhlasný so smerom prúdu I . Okrem pravidla pravej ruky pre vektorové súčiny (8.2, 8.3) môžeme na určenie smeru Ampérovej sily pôsobiacej na priame prúdovodiče v homogénnom magnetickom poli použiť **Flemingovo pravidlo ľavej ruky**: Ak vystreté prsty ľavej ruky ukazujú smer elektrického prúdu a dlaň je natočená tak, aby do nej vstupovalo čo najviac magnetických indukčných čiar, vychýlený palec ľavej ruky ukazuje smer Ampérovej sily.

Jednotkou magnetickej indukcie v sústave SI je tesla (T). Zrejme $1\text{T} = 1\text{N}/(1\text{A}\cdot 1\text{m})$.

Magnetický tok Φ je integrál magnetickej indukcie \mathbf{B} cez orientovanú plochu S

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}. \quad (8.4)$$

Jednotkou magnetického toku v sústave SI je weber (1 Wb). Zrejme $1\text{Wb} = 1\text{T}\cdot 1\text{m}^2$.

Gaussov zákon pre magnetický tok: magnetický tok cez ľubovoľnú uzavretú plochu S sa vždy rovná nule

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (8.5)$$

Vektor $d\mathbf{S}$ elementu uzavretej plochy S je orientovaný kolmo k elementu dS , von z objemu V ohraničeného uzavretou plochou S . Fyzikálnou príčinou je nežriedlosť magnetického poľa - neexistujú voľné magnetické náboje. Ak sú magnetické toky sústredené do úsekov obmedzeného prierezu, hovoríme o magnetických obvodoch. Z Gaussovho zákona pre magnetický tok vyplýva **1. Kirchhoffov zákon pre uzol magnetického obvodu**: súčet magnetických tokov v uzle magnetického obvodu sa rovná nule

$$\sum_k \pm \Phi_k = 0. \quad (8.6)$$

Smery čítacích šípok magnetických tokov vo vetvách volíme ľubovoľne. Vo vzťahu (8.6) znamienko „+“ píšeme vtedy, ak čítacia šípka daného toku vychádza z uzla. Znamienko „-“ píšeme vtedy, ak čítacia šípka daného toku vchádza do uzla. Pri výpočte magnetických tokov v rozvetvenom magnetickom obvode zapíšeme 1. Kirchhoffov zákon (8.6) pre všetky uzly okrem jedného.

Magnetizácia \mathbf{M} je mierou namagnetovania látky

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_k \mathbf{m}_k}{\Delta V} = \frac{d\mathbf{m}}{dV}, \quad (8.7)$$

kde $\mathbf{m}_k = I_{ek} \mathbf{S}_k$ je magnetický moment k -tej elementárnej prúdovej slučky s prúdom I_{ek} generovaným pohybom elektrónov v elektrónovom obale atómov a s vektorom plochy \mathbf{S}_k orientovaným podľa pravidla pravej ruky. Vektor $d\mathbf{m}$ je vektorový súčet elementárnych magnetických momentov, ktoré sa nachádzajú v infinitezimálnom objeme dV látky. Jednotkou magnetizácie \mathbf{M} v sústave SI je $1 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$.

Intenzita magnetického poľa \mathbf{H} je vektorová fyzikálna veličina, definovaná vzťahom

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}, \quad (8.8)$$

kde \mathbf{B} je magnetická indukcia látky, \mathbf{M} je magnetizácia látky. Jednotkou intenzity magnetického poľa \mathbf{H} v sústave SI je $1 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$. Konštanta μ_0 je permeabilita vákua (magnetická konštanta), ktorá má zrejme rozmer $\text{T} \cdot \text{m} / \text{A} = (\text{T} \cdot \text{m}^2) / (\text{A} \cdot \text{m}) = (\text{Wb} / \text{A}) / \text{m} = \text{H} / \text{m}$. Henry (H) je jednotkou indukčnosti, ktorá bude definovaná neskôr. V sústave jednotiek SI má permeabilita vákua hodnotu

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}. \quad (8.9)$$

V tzv. magneticky mäkkých izotropných magnetikách je magnetizácia \mathbf{M} úmerná intenzite magnetického poľa \mathbf{H} ($\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H}$), kde faktor κ je **magnetická susceptibilita** magnetika. Po dosadení do (8.8) a úprave získame materiálový vzťah

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(\mathbf{H} + \kappa\mathbf{H}) = \mu_0(1 + \kappa)\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}, \quad (8.10)$$

kde faktor $\mu_r = 1 + \kappa$ je **relatívna permeabilita** prostredia a $\mu = \mu_0\mu_r$ je **permeabilita** prostredia. Zrejme vo vákuu $\mathbf{M} = \kappa = 0$, preto $\mu_r = 1$ a vzťah (8.10) prejde do tvaru

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}. \quad (8.11)$$

Ampérov zákon celkového prúdu stanovuje väzbu medzi elektrickými prúdmi a magnetickým poľom, ktoré tieto prúdy vyvolali: krivkový integrál intenzity magnetického poľa \mathbf{H} po ľubovoľnej uzavretej orientovanej krivke l sa rovná celkovému elektrickému prúdu I , ktorý tečie cez ľubovoľnú plochu S ohraničenú touto krivkou

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I. \quad (8.12)$$

Výraz na ľavej strane vzťahu (8.12) je tzv. obehové magnetické napätie. Magnetické napätie U_m na otvorenej krivke l medzi dvoma rôznymi bodmi je

$$U_m = \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}. \quad (8.13)$$

Z Ampérového zákona celkového prúdu vyplýva **2. Kirchhoffov zákon pre slučku magnetického obvodu**: súčet magnetických napätí na magnetických odporoch slučky magnetického obvodu sa rovná súčtu magnetomotorických napätí v tejto slučke

$$\sum_k \pm U_{mk} = \sum_k \pm N_k I_k, \quad (8.14)$$

kde súčin $N_k I_k$ počtu závitov a elektrického prúdu v k -tom budiacom vinutí je tzv. magnetomotorické napätie F_k k -teho budiaceho vinutia. Smer jeho čítacej šípky sa určuje jednoznačne pravidlom pravej ruky: ak zahnuté prsty pravej ruky ukazujú smer prúdu vo vinutí, vychýlený palec pravej ruky ukazuje smer čítacej šípky magnetomotorického napätia. Ak jej smer je zhodný so smerom zvoleného obehu v magnetickej slučke, píšeme na pravej strane (8.14) pred daným magnetomotorickým napätím znamienko „+“, v opačnom prípade píšeme znamienko „-“.

Smery čítacích šípok magnetických tokov vo vetvách volíme ľubovoľne. U_{mk} je magnetické napätie na k -tom magnetickom odpore slučky. Ak je smer tokovej čítacej šípky v k -tom magnetickom odpore slučky zhodný so smerom zvoleného obehu v magnetickej slučke, píšeme na ľavej strane (8.14) pred dané magnetické napätie znamienko „+“, v opačnom prípade píšeme znamienko „-“.

Pri výpočte magnetických tokov v rozvetvenom magnetickom obvode je potrebné vymedziť a zapísať 2. Kirchhoffov zákon (8.14) pre taký počet slučiek, aby výsledný počet rovníc zostavených na základe 1. Kirchhoffovho zákona (8.6) a 2. Kirchhoffovho zákona

(8.14) sa rovnal počtu vetiev magnetického obvodu. Pri vymedzovaní slučiek dbáme na to, aby každá vetva bola súčasťou aspoň jednej slučky.

Magnetické napätie U_m na magnetickom odpore R_m určíme **Hopkinsonovým zákonom**

$$U_m = R_m \Phi. \quad (8.15)$$

Zrejme magnetický odpor R_m môžeme na úseku rovnakej permeability $\mu_0\mu_r$ dĺžky l , prierezu S vypočítať podľa vzťahu

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu_0\mu_r HS} = \frac{l}{\mu_0\mu_r S}. \quad (8.16)$$

Biotov-Savartov zákon je vzťah pre výpočet magnetickej indukcie \mathbf{B} v ľubovoľnom mieste vo vákuu v okolí uzavretého vodiča l s elektrickým prúdom I

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_l \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}. \quad (8.17)$$

Polohový vektor \mathbf{r} začína tam, kde vektor element vodiča $d\mathbf{l}$ a končí v mieste, v ktorom určíme magnetickú indukciu \mathbf{B} .

Vlastná indukčnosť cievky L s počtom závitov N je definovaná podielom cievkového (celkového) magnetického toku $\Phi_c = N\Phi$, kde magnetický tok Φ prechádza cez plochu ohraničenú jedným závitom cievky a elektrického prúdu I v cievke

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{N\Phi}{I}. \quad (8.18)$$

Energia magnetického poľa E_m cievky s vlastnou indukčnosťou L pretekanej elektrickým prúdom I je daná vzťahom

$$E_m = \frac{1}{2} \Phi_c I = \frac{1}{2} LI^2. \quad (8.19)$$

Vzájomná indukčnosť cievok M je definovaná podielom celkového magnetického toku Φ_{12} prvej cievky magnetického poľa generovaného elektrickým prúdom I_2 v druhej cievke a elektrického prúdu I_2 v druhej cievke. Zároveň je vzájomná indukčnosť podielom celkového magnetického toku Φ_{21} druhej cievky magnetického poľa generovaného elektrickým prúdom I_1 v prvej cievke a elektrického prúdu I_1 v prvej cievke

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\Phi_{21}}{I_1}. \quad (8.20)$$

Jednotkou vlastnej a vzájomnej indukčnosti v sústave SI je Henry (1 H = 1Wb/A). Vzájomnú indukčnosť cievok M môžeme určiť tiež vzťahom

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad (8.21)$$

kde k je činiteľ väzby cievok ($0 \leq k \leq 1$), L_1, L_2 sú vlastné indukčnosti jednotlivých cievok.

Energia výsledného magnetického poľa E_m dvoch cievok s vlastnými indukčnosťami L_1, L_2 a vzájomnou indukčnosťou M , pretekaných elektrickými prúdmi I_1, I_2 je daná vzťahom

$$E_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M I_1 I_2. \quad (8.22)$$

Znamienko „+“ platí, ak elektrické prúdy celkový magnetický tok oboch cievok zväčšujú, v opačnom prípade platí znamienko „-“.

Hustotu energie magnetického poľa w_m v ľubovoľnom bode s intenzitou magnetického poľa \mathbf{H} a s magnetickou indukciou \mathbf{B} vypočítame podľa vzťahu

$$w_m = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}. \quad (8.23)$$

Pri prechode cez rozhranie dvoch prostredí s rôznymi permeabilitami μ_1, μ_2 platia pre normálové zložky B_{1n}, B_{2n} magnetickej indukcie \mathbf{B} a pre dotyčnicové zložky H_{1t}, H_{2t} intenzity magnetického poľa \mathbf{H} **hraničné podmienky**

$$B_{1n} = B_{2n}; \quad H_{1t} = H_{2t}. \quad (8.24)$$

Druhá hraničná podmienka platí vtedy, ak po rozhraní netečie elektrický prúd.

Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie: Okamžitá hodnota u_i indukovaného elektromotorického napätia sa rovná zápornej časovej zmene celkového magnetického toku Φ_c

$$u_i = - \frac{d\Phi_c}{dt}. \quad (8.25)$$

Ak sa pohybuje v magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} vodič dĺžky l , bude okamžitá hodnota indukovaného napätia

$$u_i = \int_l (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{l}, \quad (8.26)$$

kde \mathbf{v} je rýchlosť pohybu vodiča a $d\mathbf{l}$ je element dĺžky vodiča. Ak je podľa (8.26) okamžitá hodnota kladná, potom má začiatok vodiča väčší elektrický potenciál než koniec vodiča. V opačnom prípade bude mať začiatok vodiča menší elektrický potenciál než koniec vodiča.

Ak je celkový magnetický tok Φ_c harmonickou (kosínusovou) funkciou času, bude podľa (8.25) harmonickou (sínusovou) funkciou času aj indukované napätie. Pre harmonický priebeh napätia je definovaná efektívna hodnota U vzťahom

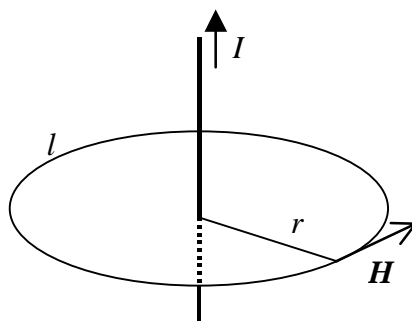
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad (8.27)$$

kde U_m je amplitúda (maximálna hodnota) harmonického napätia.

8.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 8.2.1. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H vo vzdialenosti 0,5 m od dlhého priameho vodiča, ktorým preteká elektrický prúd 20 A.

Riešenie: Označme $r = 0,5$ m, $I = 20$ A. Úloha má zjavnú valcovú symetriu, preto veľkosť H intenzity magnetického poľa musí byť rovnaká na povrchu plášťa valca polomeru r , ak je na osi valca uložený prúdovodič. Uzavretú integračnú krivku l v Ampérovom zákone celkového prúdu (8.12) zvolíme v tvare kružnice polomeru r , body ktorej ležia na plášti valca. Smer integrovania a zároveň smer intenzity magnetického poľa určíme pravidlom pravej ruky – v smere zahnutých prstov pravej ruky, ak palec ukazuje smer elektrického prúdu vo vodiči, pozri obr. 8.1.



Obr. 8.1 Intenzita magnetického poľa v okolí nekonečne dlhého prúdovodiča

Pri tejto orientácii sú obe strany vzťahu (8.12) kladné. Úpravami a dosadením zadaných hodnôt získame

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_l H dl = H \oint_l dl = H 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{20 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,5 \text{ m}} = 6,37 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Intenzita magnetického poľa má veľkosť 6,37 A/m.

Príklad 8.2.2. V rovine nákresne sa nachádzajú tri priame rovnobežné vodiče vzdialené od seba 1 m, ktorými preteká elektrický prúd 1 A, 2 A a 3 A s orientáciami vyznačenými na obr. 8.2. Vypočítajte magnetickú indukciu vzduchu v bode P v rovine nákresne.

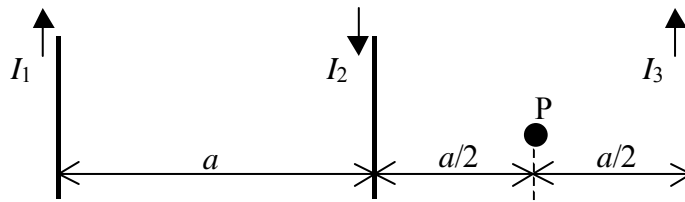
Riešenie: Označme $I_1 = 1$ A, $I_2 = 2$ A, $I_3 = 3$ A, $a = 1$ m.

Zrejme podľa pravidla pravej ruky budú v bode P magnetické indukcie \mathbf{B}_2 a \mathbf{B}_3 generované elektrickými prúdmi I_2 a I_3 orientované pred nákresňu a magnetická indukcia \mathbf{B}_1 generovaná prúdom I_1 bude orientovaná za nákresňu. Nech os x je kolmá na nákresňu a smeruje pred nákresňu. S využitím zákona celkového prúdu (8.12) a materiálového vzťahu (8.11) pre x -ovú súradnicu magnetickej indukcie v bode P získame

$$B = B_2 + B_3 - B_1 = \mu_0(H_2 + H_3 - H_1) = \mu_0\left(\frac{I_2}{2\pi r_2} + \frac{I_3}{2\pi r_3} - \frac{I_1}{2\pi r_1}\right),$$

kde r_1, r_2, r_3 sú vzdialenosti bodu P od jednotlivých vodičov a B_1, B_2, B_3 sú veľkosti magnetických indukcií v bode P generovaných adekvátnymi elektrickými prúdmi. Z obr. 8.2 je zrejmé, že

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} - \frac{I_1}{r_1}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{2I_2}{a} + \frac{2I_3}{a} - \frac{2I_1}{3a}\right) = \frac{\mu_0}{\pi a}\left(I_2 + I_3 - \frac{I_1}{3}\right).$$



Obr. 8.2 Orientácie elektrických prúdov v komplanárnych rovnobežných vodičoch

Po dosadení permeability vákua (vzduchu) (8.9) a zadaných hodnôt získame

$$B = \frac{\mu_0}{\pi a}\left(I_2 + I_3 - \frac{I_1}{3}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 1}\left(2 + 3 - \frac{1}{3}\right) \text{ T} = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{14}{3} \text{ T} = 18,66 \cdot 10^{-7} \text{ T}.$$

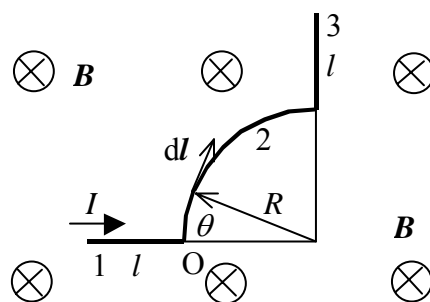
Výsledná magnetická indukcia je v bode P orientovaná pred nákresňu kolmo na nákresňu a má veľkosť $1,866 \mu\text{T}$. Ak by bol výsledok záporný, bola by výsledná magnetická indukcia v bode P orientovaná za nákresňu.

Príklad 8.2.3. Vodič s elektrickým prúdom $I = 1 \text{ A}$ je zložený z dvoch priamych úsekov dĺžky $l = 1 \text{ m}$ a jedného zakriveného úseku v tvare štvrtkružnice s polomerom $R = 2 \text{ m}$ podľa obr. 8.3. Vypočítajte veľkosť Ampérovej sily, ktorá naň pôsobí v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti $B = 1 \text{ T}$. Magnetická indukcia \mathbf{B} je kolmá na nákresňu a smeruje za ňu. Vzájomné pôsobenie úsekov neuvažujte.

Riešenie: Úlohu vyriešime v karteziánskej pravotočivej sústave: os x s jednotkovým vektorom \mathbf{i} smeruje doprava, os y s jednotkovým vektorom \mathbf{j} smeruje nahor, os z s jednotkovým vektorom \mathbf{k} smeruje pred nákresňu kolmo na ňu. Stred sústavy nech je v bode O. Ampérové sily pôsobiace na priame úseky 1, 3 prúdovodiča vypočítame podľa vzťahu (8.3), silu pôsobiacu na zakrivený úsek 2 prúdovodiča vypočítame integrovaním vzťahu (8.2)

$$\mathbf{F}_1 = I\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I l \mathbf{i} \times (-B)\mathbf{k} = B l I \mathbf{j},$$

$$\mathbf{F}_3 = I\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I l \mathbf{j} \times (-B)\mathbf{k} = -B l I \mathbf{i},$$



Obr. 8.3 Priame a zakrivené úseky prúdovodiča v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou B

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_2 &= \int_2 (I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) = \int_2 I (i dl \sin \theta + j dl \cos \theta) \times (-B) \mathbf{k} = \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} I (i R d\theta \sin \theta + j R d\theta \cos \theta) \times (-B) \mathbf{k} = BIR \left(j \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta - i \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta \right) = \\
 &= BIR \left(j [-\cos \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} - i [\sin \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} \right) = BIR(j - i).
 \end{aligned}$$

Výsledná Ampérová sila je vektorový súčet síl pôsobiacich na jednotlivé úseky

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = BI l \mathbf{j} + BIR(\mathbf{j} - \mathbf{i}) - BI l \mathbf{i} = -BI(l + R)\mathbf{i} + BI(l + R)\mathbf{j}.$$

Veľkosť Ampérovej sily vyjadríme zo súradníc pomocou Pytagorovej vety

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2} BI(l + R).$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2} BI(l + R) = \sqrt{2} \cdot 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ A} \cdot (1 + 2) \text{ m} = 4,24 \text{ N}.$$

Veľkosť Ampérovej sily pôsobiacej na prúdovodič je 4,24 N.

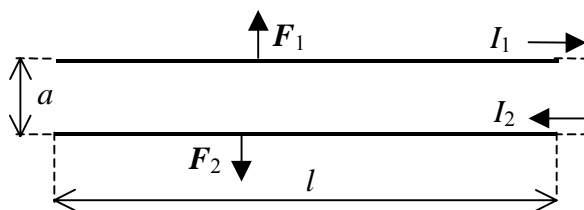
Príklad 8.2.4. Určte Ampérovu silu, ktorou vo vákuu pôsobia na seba dva priame rovnobežné nekonečne dlhé vodiče vzdialené od seba 0,25 m na úseku dlhom 10 m, ak nimi pretekajú rovnaké nesúhlasne orientované prúdy 30 A.

Riešenie: Označme $I_1 = I_2 = 30 \text{ A}$, $a = 0,25 \text{ m}$, $l = 10 \text{ m}$, pozri obr. 8.4.

Oba prúdovodiče sú na obr. 8.4 uložené v rovine nákresne. Na priamy úsek vodiča dĺžky l s prúdom I_1 pôsobí podľa vzťahu (8.3) Ampérová sila \mathbf{F}_1

$$\mathbf{F}_1 = I_1 l \times \mathbf{B},$$

kde \mathbf{B} je magnetická indukcia generovaná vodičom s prúdom I_2 .



Obr. 8.4 Ampérova sila pôsobiaca medzi rovnobežnými prúdovodičmi

Podľa pravidla pravej ruky je táto magnetická indukcia v mieste uloženia vodiča s prúdom I_1 orientovaná za nákresňu kolmo k nákresni. Smer sily F_1 určíme Flemingovým pravidlom ľavej ruky, pozri obr. 8.4. Využitím zákona celkového prúdu (8.12) a vzťahu (8.11) úpravami pre veľkosť magnetickej indukcie B získame

$$H 2\pi a = I_2 \Rightarrow H = \frac{I_2}{2\pi a}, \quad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}.$$

Veľkosť Ampérovej sily podľa pravidla o veľkosti vektorového súčinu bude

$$F_1 = I_1 l B \sin 90^\circ = I_1 l B = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}.$$

Sila F_2 pôsobiaca na rovnako dlhý úsek druhého prúdovodiča bude zrejme rovnako veľká avšak opačne orientovaná. Rovnobežné vodiče s nesúhlasne orientovanými prúdmi sa teda odpudzujú. Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

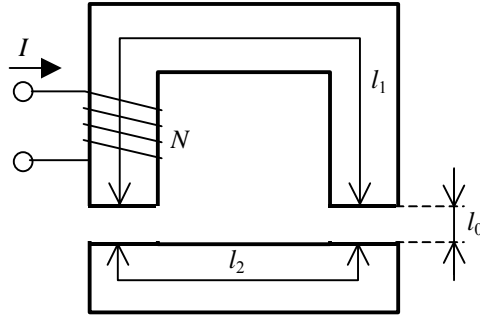
$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 30 \text{ A} \cdot 30 \text{ A} \cdot 10 \text{ m}}{2\pi \cdot 0,25 \text{ m}} = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 7,2 \text{ mN}.$$

Na 10 m dlhý úsek každého z prúdovodičov pôsobí Ampérova sila veľkosti 7,2 mN.

Príklad 8.2.5. Vypočítajte, koľkokrát musí byť obehové magnetické napätie bremenového magnetu väčšie, ak bude mať magnetický obvod dve vzduchové medzery rovnakej šírky 0,5 mm v porovnaní s prípadom bez vzduchových medzier. V oboch prípadoch predpokladáme rovnakú veľkosť magnetickej indukcie 0,8 T na strednej indukčnej čiare v železe a strednú dĺžku indukčnej čiary v železe 0,318 m, pozri obr. 8.5. Z magnetizačnej krivky železa pre magnetickú indukciu 0,8 T možno odčítať intenzitu magnetického poľa v železe 200 A/m.

Riešenie: Označme $l_0 = 0,5 \text{ mm}$, $B = 0,8 \text{ T}$, $H_{\text{Fe}} = 200 \text{ A/m}$, $l_{\text{Fe}} = l_1 + l_2 = 0,318 \text{ m}$.

Na strednej indukčnej čiare je magnetická indukcia kolmá na rozhranie medzi vzduchovou medzerou a železom a pri prechode cez toto rozhranie sa podľa prvej z hraničných podmienok (8.24) nemení. Ak zanedbáme rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier, musí byť magnetická indukcia v železe i vo vzduchovej medzere rovnaká. Intenzitu magnetického



Obr. 8.5 Magnetický obvod so vzduchovými medzeraami

poľa vo vzduchovej medzere vypočítame zo vzťahu (8.11)

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,8 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}} = 636,6 \text{ kA/m}.$$

Obehové magnetické napätie pre magnetický obvod so vzduchovými medzeraami podľa (8.13)

$$\begin{aligned} U_{m0} &= H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} + H_0 2l_0 = (200 \cdot 0,318 + 636,6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}) \text{ A} = \\ &= (63,6 + 636,6) \text{ A} = 700,2 \text{ A} \end{aligned}$$

Zrejme obehové magnetické napätie pre magnetický obvod bez vzduchových medzier bude podstatne nižšie

$$U_m = H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} = 200 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 0,318 \text{ m} = 63,6 \text{ A}.$$

Zrejme

$$n = \frac{U_{m0}}{U_m} = \frac{700,2 \text{ A}}{63,6 \text{ A}} = 11.$$

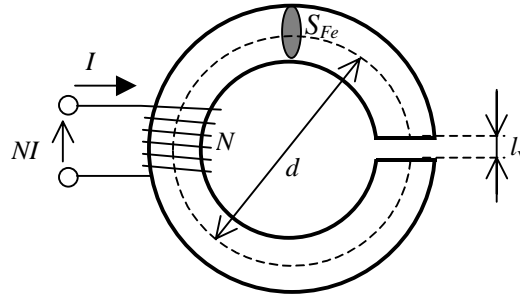
Aby sa pri zaradení vzduchových medzier do magnetického obvodu zachovala v železe daná magnetická indukcia, musí obehové magnetické napätie vzrásť 11-krát.

Príklad 8.2.6. Vypočítajte magnetickú indukciu vo vzduchovej medzere neuzavretého prstenca, na ktorý je navinuté 200-závitové budiace vinutie s elektrickým prúdom 5 A. Pri takom buzení má prstenec relatívnu permeabilitu 1000. Stredný priemer prstenca je 22 cm a plošný obsah jeho prierezu je 6 cm². Dĺžka vzduchovej medzery je 1 mm, pozri obr. 8.6. Predpokladajte, že vplyvom rozptylu magnetického poľa sa efektívny prierez vzduchovej medzery zväčšil 1,1-krát v porovnaní s prierezom prstenca.

Riešenie: Označme $\mu_r = 1000$, $N = 200$, $I = 5 \text{ A}$, $d = 22 \text{ cm}$, $S_{\text{Fe}} = 6 \text{ cm}^2$, $l_v = 1 \text{ mm}$, $S_v = 1,1 S_{\text{Fe}}$.

Magnetickú indukciu vo vzduchovej medzere získame úpravou vzťahu (8.4)

$$\Phi = \int_{S_v} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = B \cdot S_v \Rightarrow B = \frac{\Phi}{S_v}.$$



Obr. 8.6 Nerozvetvený magnetický obvod s rozptylom magnetického poľa v okolí vzduchovej medzery

V analógii s elektrickým prúdom v nerozvetvenom elektrickom obvode je magnetický tok Φ v každej časti nerozvetveného magnetického obvodu rovnaký bez ohľadu na hodnoty magnetických odporov jednotlivých častí. Ak smer obehu v jedinej slučke magnetického obvodu a zároveň aj smer tokovej čítacej šípky zvolíme v smere čítacej šípky magnetomotorického napätia $F = NI$, potom podľa 2. Kirchhoffovho zákona pre magnetické obvody (8.14) dostaneme

$$U_{\text{mFe}} + U_{\text{mv}} = NI.$$

Ak magnetické napätia prstenca U_{mFe} a vzduchovej medzery U_{mv} vyjadríme Hopkinsonovým zákonom (8.15), po úprave získame

$$R_{\text{mFe}} \Phi + R_{\text{mv}} \Phi = NI \Rightarrow \Phi = \frac{NI}{R_{\text{mFe}} + R_{\text{mv}}}.$$

Magnetické odpory prstenca R_{mFe} a vzduchovej medzery R_{mv} vypočítame podľa vzťahu (8.16)

$$R_{\text{mFe}} = \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_r S_{\text{Fe}}} = \frac{\pi d - l_v}{\mu_0 \mu_r S_{\text{Fe}}} = \frac{(\pi \cdot 0,22 - 0,001) \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 1000 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 9,15 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1},$$

$$R_{\text{mv}} = \frac{l_v}{\mu_0 S_v} = \frac{0,001 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 1,1 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 12,06 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}.$$

Magnetický tok v obvode a teda aj vo vzduchovej medzere bude

$$\Phi = \frac{NI}{R_{\text{mFe}} + R_{\text{mv}}} = \frac{200 \cdot 5 \text{ A}}{(9,15 + 12,06) \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}} = 47,14 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

a pre veľkosť magnetickej indukcie vo vzduchovej medzere získame

$$B = \frac{\Phi}{S_v} = \frac{47,14 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}}{1,1 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,714 \text{ T}.$$

Magnetická indukcia vo vzduchovej medzere bude mať veľkosť 714 mT.

Príklad 8.2.7. Aké napätie sa indukuje v priamom vodiči dlhom 0,5 m, ktorý sa pohybuje v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti 0,8 T rýchlosťou 5 m/s, ak vektor rýchlosti zvierá so smerom magnetickej indukcie uhol 60° , pričom vodič je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary?

Riešenie: Označme $l = 0,5$ m, $B = 0,5$ T, $v = 5$ m/s, $\alpha = 60^\circ$. Úpravou vzťahu (8.26) pre priamy vodič dostaneme

$$u_i = \int_l (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{l} = (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{l} = |\mathbf{B} \times \mathbf{v}| \cdot l \cdot \cos \beta = Bv \sin \alpha \cdot l \cos \beta.$$

Ak vektor \mathbf{l} (začiatok a koniec priameho vodiča) volíme tak, aby zvieral ostrý uhol β s vektorovým súčinom $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$, potom bude indukované napätie kladné. V našom prípade

$$\begin{aligned} u_i &= Bvl \sin \alpha \cos \beta = 0,8 \text{ T} \cdot 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos 0^\circ = \\ &= 0,8 \cdot 5 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \text{ V} = 1,732 \text{ V} \end{aligned}$$

V priamom vodiči sa indukuje napätie 1,732 V.

Príklad 8.2.8. Aká je frekvencia otáčania obdĺžnikovej 100-závitovej cievky v radiálnom magnetickom poli, ak aktívne strany závitov cievky majú dĺžku 0,4 m, od osi otáčania sú vzdialené 0,2 m, pohybujú sa v miestach s magnetickou indukciou veľkosti 0,7 T a v cievke sa indukuje napätie 43 V? Vektor rýchlosti aktívnych strán rotujúcej cievky je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary radiálneho magnetického poľa.

Riešenie: Označme $N = 100$, $l = 0,4$ m, $r = 0,2$ m, $B = 0,7$ T, $u_i = 43$ V, $\alpha = 90^\circ$. Zrejme sa podľa vzťahu (8.26) na jednej aktívnej strane jedného závitú indukuje napätie

$$u_{i1} = \int_l (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{l} = (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{l} = |\mathbf{B} \times \mathbf{v}| \cdot l \cdot \cos \beta = Bv \sin \alpha \cdot l \cos \beta = Bvl,$$

pretože $\alpha = 90^\circ$ a vektor \mathbf{l} aktívnej strany závitú volíme tak, aby zvieral uhol $\beta = 0^\circ$ s vektorovým súčinom $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$. Jeden závit má dve aktívne strany a v cievke sú aktívne strany závitov vodivo spojené tak, aby sa ich indukované napätia sčítavali, preto

$$u_i = 2Nu_{i1} = 2NBvl.$$

Veľkosť obvodovej rýchlosti v aktívnych strán môžeme vyjadriť pomocou frekvencie otáčania n

$$v = \omega r = 2\pi nr,$$

preto po dosadení a úprave získame

$$u_i = 2NBvl = 2NB2\pi nrl = 4\pi NBnrl \Rightarrow n = \frac{u_i}{4\pi NBrl}.$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$n = \frac{u_i}{4\pi N B r l} = \frac{43 \text{ V}}{4\pi \cdot 100 \cdot 0,7 \text{ T} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}} = 0,611 \text{ s}^{-1}.$$

Frekvencia otáčania cievky je $0,611 \text{ s}^{-1}$.

Príklad 8.2.9. Vypočítajte vlastnú indukčnosť vzduchového 1000-závitového solenoidu (dlhej vzduchovej cievky) dĺžky 8 cm priemeru 1 cm.

Riešenie: Označme $N=1000$, $l=8 \text{ cm}$, $d=1 \text{ cm}$, $\mu_r=1$. Vlastnú indukčnosť solenoidu určíme zo vzťahu (8.18) s využitím definície magnetického toku (8.4) a materiálového vzťahu (8.10)

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{N\mu_0\mu_r HS}{I},$$

kde S je plošný obsah ohraničený jedným závitom solenoidu. Veľkosť intenzity magnetického poľa H vnútri solenoidu určíme pomocou zákona celkového prúdu (8.12). Uvažujme uzavretú krivku k pozostávajúcu z úsečky dĺžky l vnútri solenoidu na jeho osi a časti vedenej mimo solenoidu. Cez ľubovoľnú plochu ohraničenú touto krivkou preteká prúd NI . Zrejme je intenzita magnetického poľa vnútri solenoidu omnoho väčšia než mimo solenoidu. Ak v Ampérovom zákone celkového prúdu (8.12) zanedbáme intenzitu magnetického poľa v bodoch krivky k mimo solenoidu, po úpravách získame veľkosť intenzity magnetického poľa H vnútri solenoidu

$$\oint_k \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \cong \int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}.$$

Po dosadení do prvého vzťahu získame

$$L = \frac{N\mu_0\mu_r HS}{I} = \frac{N^2\mu_0\mu_r S}{l}.$$

Plošný obsah S vyjadríme pomocou priemeru solenoidu

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

a po dosadení zadaných hodnôt dostaneme vlastnú indukčnosť solenoidu

$$L = \frac{N^2\mu_0\mu_r S}{l} = \frac{N^2\mu_0\mu_r \pi d^2}{4l} = \frac{1000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 0,01^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 1,234 \text{ mH}.$$

Príklad 8.2.10. Vypočítajte vzájomnú indukčnosť dvoch vzduchových 2000-závitových cievok rovnakých dĺžok 0,8 m a rovnakých priemerov 0,15 m. Činitel väzby cievok je 0,75.

Riešenie: Označme $N = 2000$, $l = 0,8$ m, $d = 0,15$ m, $k = 0,75$, $\mu_r = 1$. Vzájomnú indukčnosť M určíme vzťahom (8.21)

$$M = k\sqrt{L_1 L_2},$$

pričom vlastné indukčnosti jednotlivých cievok L_1 , L_2 sú zrejme rovnaké. Môžeme ich vypočítať podľa vzťahu odvodeného v príklade 9

$$L_1 = L_2 = L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r S}{l} = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r \pi d^2}{4l} = \frac{2000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 0,15^2}{4 \cdot 0,8} \text{ H} = 111 \text{ mH}.$$

Po dosadení zadáných a vypočítaných hodnôt dostaneme

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = kL = 0,75 \cdot 111 \text{ mH} = 83,25 \text{ mH}.$$

Vzájomná indukčnosť cievok je 83,25 mH.

Príklad 8.2.11. Vypočítajte energiu magnetického poľa vnútri cievky s vlastnou indukčnosťou 300 mH, ak ňou preteká elektrický prúd 1,76 A. Vnútro cievky vyplňa jadro dĺžky 1 m, s plošným obsahom prierezu 10 cm^2 a s relatívnou permeabilitou 1000. Aká je veľkosť magnetickej indukcie v jadre cievky?

Riešenie: Označme $L = 300$ mH, $I = 1,76$ A, $l = 1$ m, $S = 10 \text{ cm}^2$, $\mu_r = 1000$. Energiu magnetického poľa vnútri cievky vypočítame podľa vzťahu (8.19)

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,3 \text{ H} \cdot 1,76^2 \text{ A}^2 = 464,64 \text{ mJ}.$$

Zrejme hustotu energie magnetického poľa v jadre získame, ak podelíme energiu magnetického poľa E_m objemom jadra Sl . Porovnaním so vzťahom (8.23) a úpravami získame

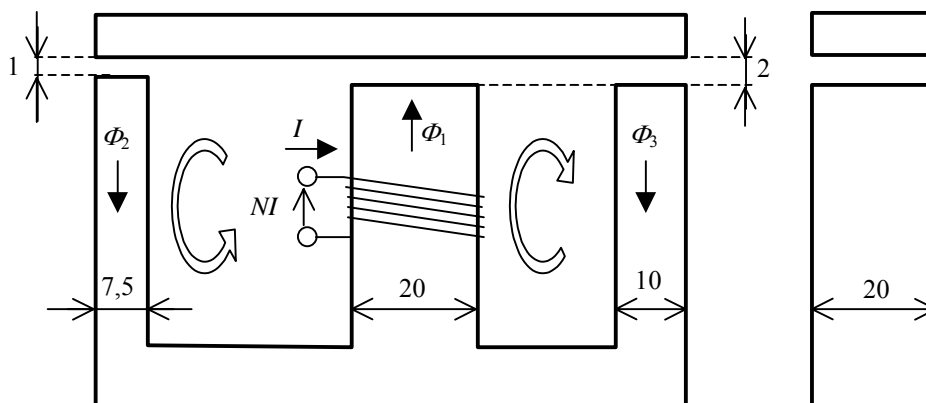
$$w_m = \frac{E_m}{Sl} = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \Rightarrow \frac{E_m}{Sl} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} \Rightarrow B = \sqrt{\frac{2\mu_0 \mu_r E_m}{Sl}}.$$

Pri úpravách sme použili materiálový vzťah (8.10) a predpokladali sme, že vektorové veličiny \mathbf{H} a \mathbf{B} sú v jadre súhlasne orientované. Po dosadení vypočítaných a zadáných hodnôt dostaneme

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 \mu_r E_m}{Sl}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 1000 \cdot 464,64 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m}}} = 1,08 \text{ T}.$$

Energia magnetického poľa vnútri cievky je 464,64 mJ. Veľkosť magnetickej indukcie v jadre je 1,08 T.

Príklad 8.2.12. Magnetický obvod pozostávajúci z feromagnetických častí a vzduchových medzier má tvar a rozmery podľa obr. 8.7. Budiaca cievka navinutá na strednom stĺpiku jadra



Obr. 8.7 Rozvetvený magnetický obvod so vzduchovými medzerami

má 500 závitov a preteká ňou elektrický prúd 0,9 A. Vypočítajte magnetické toky vo všetkých troch stĺpkoch, ak zanedbáme magnetický odpor feromagnetických častí a zanedbáme rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier.

Riešenie: Označme dĺžky a plošné obsahy priereзов vzduchových medzier rovnakými indexami ako magnetické toky, ktoré cez ne prechádzajú, pozri obr. 8.7. Podľa obrázka je $l_1 = l_3 = 2 \text{ mm}$, $l_2 = 1 \text{ mm}$, $S_1 = 20 \times 20 \text{ mm}^2$, $S_2 = 7,5 \times 20 \text{ mm}^2$, $S_3 = 10 \times 20 \text{ mm}^2$, $I = 0,9 \text{ A}$, $N = 500$. Pravidlom pravej ruky sa jednoznačne určuje smer čítacej šípky magnetomotorického napätia NI . Smery čítacích šípiek magnetických tokov volíme ľubovoľne, pozri obr. 8.7. Z dvoch uzlov obvodu 1. Kirchhoffov zákon (8.6) zapíšeme pre spodný uzol

$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0.$$

Zvyšné dve rovnice sústavy pre výpočet troch neznámych magnetických tokov získame z 2. Kirchhoffovho zákona (8.14) pre ľavú a pravú slučku magnetického obvodu, pričom magnetické napätia vzduchových medzier vyjadríme Hopkinsonovým zákonom (8.15). Smery ľubovoľne zvolených obehov v slučkách sú vyznačené na obr. 8.7 orientovanými oblúkmi. V súlade so znamienkovou konvenciou získame

$$R_{m1}\Phi_1 + R_{m2}\Phi_2 = NI, \quad R_{m1}\Phi_1 + R_{m3}\Phi_3 = NI.$$

Sústavu troch rovníc môžeme vyriešiť Cramerovou metódou. Determinant sústavy je

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_{m1} & R_{m2} & 0 \\ R_{m1} & 0 & R_{m3} \end{vmatrix} = R_{m1}R_{m2} + R_{m3}R_{m2} + R_{m3}R_{m1}.$$

Determinant D_1 získame zámenou prvého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc a determinant D_2 získame zámenou druhého stĺpca stĺpcom členov na pravej strane rovníc

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ NI & R_{m2} & 0 \\ NI & 0 & R_{m3} \end{vmatrix} = NIR_{m2} + NIR_{m3}.$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_{m1} & NI & 0 \\ R_{m1} & NI & R_{m3} \end{vmatrix} = NIR_{m3}.$$

Magnetické toky Φ_1 a Φ_2 budú

$$\Phi_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{NIR_{m2} + NIR_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m3}R_{m2} + R_{m3}R_{m1}},$$

$$\Phi_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{NIR_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m3}R_{m2} + R_{m3}R_{m1}}.$$

Magnetické odpory vzduchových medzier ($\mu_r = 1$) vypočítame podľa vzťahu (8.16)

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r S_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 20 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = \frac{10^8}{8\pi} \text{ H}^{-1},$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r S_2} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 7,5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = \frac{10^8}{6\pi} \text{ H}^{-1},$$

$$R_{m3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r S_3} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = \frac{10^8}{4\pi} \text{ H}^{-1}.$$

Po dosadení vypočítaných a zadáných hodnôt dostaneme

$$\Phi_1 = \frac{500 \cdot 0,9 \text{ A} \cdot \left(\frac{10^8}{6\pi} + \frac{10^8}{4\pi} \right) \text{ H}^{-1}}{\left(\frac{10^8}{8\pi} \cdot \frac{10^8}{6\pi} + \frac{10^8}{4\pi} \cdot \frac{10^8}{6\pi} + \frac{10^8}{4\pi} \cdot \frac{10^8}{8\pi} \right) \text{ H}^{-2}} = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{80}{18} \text{ Wb} = 62,832 \mu\text{Wb},$$

$$\Phi_2 = \frac{500 \cdot 0,9 \text{ A} \cdot \frac{10^8}{4\pi} \text{ H}^{-1}}{\left(\frac{10^8}{8\pi} \cdot \frac{10^8}{6\pi} + \frac{10^8}{4\pi} \cdot \frac{10^8}{6\pi} + \frac{10^8}{4\pi} \cdot \frac{10^8}{8\pi} \right) \text{ H}^{-2}} = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{48}{18} \text{ Wb} = 37,699 \mu\text{Wb}.$$

Zrejme z 1. Kirchhoffovho zákona získame

$$\Phi_3 = \Phi_1 - \Phi_2 = \pi \cdot 450 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{80}{18} - \frac{48}{18} \right) \text{ Wb} = 25,132 \mu\text{Wb}.$$

Veľkosti magnetických indukcií vypočítame úpravou vzťahu (8.4)

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = B \cdot S \Rightarrow B = \frac{\Phi}{S}.$$

Po dosadení vypočítaných a zadáných hodnôt dostaneme

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{62,832 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,157 \text{ T}, \quad B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{37,699 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{7,5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,251 \text{ T},$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{25,132 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{10 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,126 \text{ T}.$$

Magnetické toky v jednotlivých stĺpikoch jadra v adekvátnom poradí sú 62,832 μWb , 37,699 μWb a 25,132 μWb . Veľkosti magnetických indukcií v jednotlivých vzduchových medzerách v adekvátnom poradí sú 157 mT, 251 mT a 126 mT.

Príklad 8.2.13. Vypočítajte magnetickú indukciu v ťažisku závitú tvaru rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany 1 m, ktorým preteká elektrický prúd 4 A. Závit sa nachádza vo vákuu.

Riešenie: Označme $a = 1 \text{ m}$, $I = 4 \text{ A}$. Úloha nemá valcovú symetriu, preto nemôžeme pri výpočte použiť Ampérov zákon celkového prúdu. Smer magnetickej indukcie môžeme určiť pravidlom pravej ruky – v smere palca pravej ruky, ak zahnuté prsty ukazujú smer prúdu v záвите. Veľkosť magnetickej indukcie bude $B = 3B_1$,

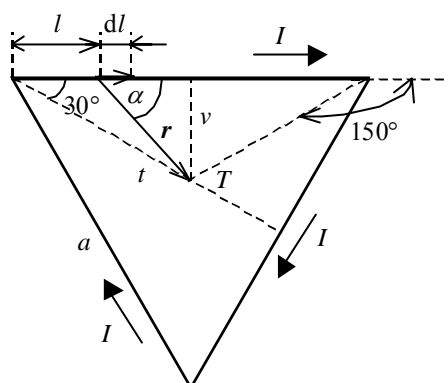
kde B_1 je príspevok k veľkosti celkovej indukcie od jednej strany závit. S využitím zákona Biota–Savarta–Laplacea (8.17) dostaneme

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{|\mathbf{dl} \times \mathbf{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{dl \cdot r \cdot \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{dl \cdot \sin \alpha}{r^2}.$$

Z obr. 8.8 vidno

$$l = \frac{a}{2} - v \cdot \cotg \alpha \Rightarrow dl = \frac{v \cdot d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad \sin \alpha = \frac{v}{r} \Rightarrow r^2 = \frac{v^2}{\sin^2 \alpha},$$

Substitúciou a integrovaním dostaneme



Obr. 8.8 Využitie zákona Biota–Savarta–Laplacea na výpočet magnetickej indukcie

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a \frac{dl \cdot \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{30^\circ}^{150^\circ} \frac{v \cdot d\alpha \cdot \sin \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha}{v^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi v} \int_{30^\circ}^{150^\circ} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi v} [-\cos \alpha]_{30^\circ}^{150^\circ} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi v} \cdot 2 \cos 30^\circ = \frac{\mu_0 I}{4\pi v} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \mu_0 I}{4\pi v}.$$

Vzdialenosť v ťažiska T od stredu strany sa rovná tretine dĺžky ťažnice t , a preto využitím Pytagorovej vety získame

$$v = \frac{t}{3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

Celková veľkosť magnetickej indukcie v ťažisku bude

$$B = 3B_1 = 3 \frac{\sqrt{3} \mu_0 I}{4\pi v} = \frac{3\sqrt{3} \mu_0 I \cdot 6}{4\pi \sqrt{3}a} = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a}.$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$B = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 4 \text{ A}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 7,2 \text{ } \mu\text{T}.$$

Magnetická indukcia v ťažisku závitů má veľkosť $7,2 \text{ } \mu\text{T}$, na obr. 8.8 je kolmá na náčrtu a smeruje za ňu.

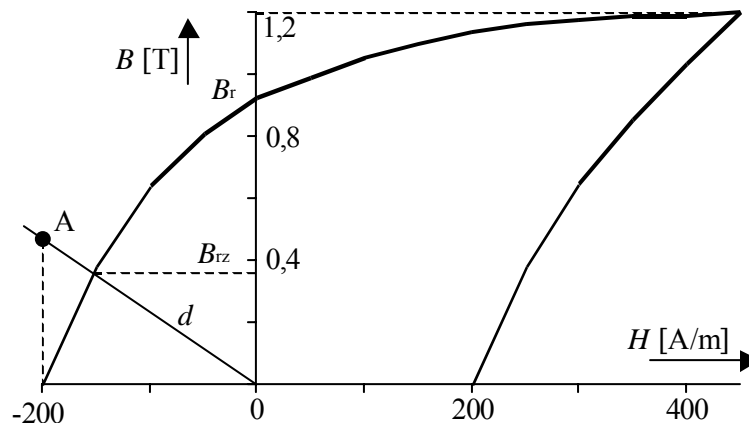
Príklad 8.2.14. Prstencové feromagnetické jadro obdĺžnikového prierezu s vnútorným polomerom 25 mm, vonkajším polomerom 35 mm, výšky 20 mm bolo zmagnetizované prúdom vo vinutí na magnetickú indukciu nasýtenia 1,2 T. Pre materiál jadra platí hysteréza slučka (meraná na uzavretom prstencovom jadre), časť ktorej je na obr. 8.9. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa na kruhovej osi v jadre po vypnutí magnetizačného prúdu vo vinutí, remanenciu a remanentný magnetický tok (zanedbáme nerovnomerné rozloženie remanencie v priereze jadra) pre tieto dva prípady:

- jadro nemá žiadnu vzduchovú medzeru,
- jadro je prerušené vzduchovou medzerou dĺžky 0,1 mm, pričom zanedbajte rozptyl magnetického poľa v jej okolí.

Riešenie: Označme $h = 20 \text{ mm}$, $r_2 = 35 \text{ mm}$, $r_1 = 25 \text{ mm}$, $B_s = 1,2 \text{ T}$, $l_v = 0,1 \text{ mm}$.

- V prípade prstencového jadra bez vzduchových medzier (uzavretého jadra) z Ampérového zákona celkového prúdu (8.12) po vypnutí magnetizačného prúdu vyplýva

$$\oint_k \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} = 0 \Rightarrow H_{\text{Fe}} = 0.$$



Obr. 8.9 Časť hysteréznej slučky materiálu jadra

Keďže sa meranie hysteréznych slučiek ($B - H$ charakteristík) materiálov vykonáva s uzavretými prstencovými jadrami, z charakteristiky na obr. 8.9 pre intenzitu $H_{Fe} = 0$ odčítame remanenciu $B_r = 0,92$ T. Pri zanedbaní nerovnomerného rozloženia magnetickej indukcie v priereze jadra sa bude remanentný magnetický tok rovnat'

$$\Phi_r = B_r \cdot S = B_r \cdot h \cdot (r_2 - r_1) = 0,92 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (35 - 25) \cdot 10^{-3} \text{ Wb} = 184 \mu\text{Wb}.$$

b) V prípade prstencového jadra prerušeného vzduchovou medzerou (otvoreného jadra) z Ampérového zákona celkového prúdu (8.12) po vypnutí magnetizačného prúdu vyplýva

$$\oint_k \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_{Fe} l_{Fe} + H_v l_v = 0 \Rightarrow H_{Fe} = -\frac{H_v l_v}{l_{Fe}}.$$

Zrejme pri zanedbaní rozptylu má magnetický obvod všade rovnaký prierez a magnetická indukcia je podľa prvej z hraničných podmienok (8.24) vo vzduchovej medzere i v jadre rovnaká $B_{Fe} = B_v$.

Ak adekvátne strany poslednej rovnice podelíme adekvátnymi stranami predposlednej rovnice, získame po úprave rovnicu demagnetizačnej priamky d , pozri obr. 8.9:

$$\frac{B_{Fe}}{H_{Fe}} = -\frac{B_v l_{Fe}}{H_v l_v} = -\frac{\mu_0 l_{Fe}}{l_v} \Rightarrow B_{Fe} = -\frac{\mu_0 l_{Fe}}{l_v} H_{Fe},$$

lebo $B_v/H_v = \mu_0$. Znamienko „-“ na pravej strane rovnice demagnetizačnej priamky poukazuje na to, že v otvorených permanentných magnetoch má intenzita magnetického poľa \mathbf{H} opačný smer ako magnetická indukcia \mathbf{B} .

V našom prípade

$$l_{Fe} \cong 2\pi \frac{r_1 + r_2}{2} = 2\pi \frac{25 + 35}{2} \text{ mm} = 188,5 \text{ mm},$$

preto po dosadení má rovnica demagnetizačnej priamky tvar

$$B_{Fe} = -2,369 \cdot 10^{-3} H_{Fe}.$$

Demagnetizačná priamka zrejme prechádza počiatkom a napríklad bodom A so súradnicami $H_A = -200$ A/m, $B_A = 0,474$ T, pozri obr. 8.9. Zvislá súradnica priesečníka demagnetizačnej priamky s hysteréznou slučkou v 2. kvadrante je zrejme zdanlivá remanencia B_{rz} jadra prerušeného danou vzduchovou medzerou, v našom prípade vidieť z obr. 8.9

$$B_{rz} \cong 0,38 \text{ T}.$$

Taká istá bude zrejme magnetická indukcia vo vzduchovej medzere, a preto intenzita magnetického poľa vo vzduchovej medzere magnetu bude

$$H_v = \frac{B_{rz}}{\mu_0} = \frac{0,38}{4\pi \cdot 10^{-7}} \text{ A/m} = 302394 \text{ A/m}.$$

Z prvej rovnice získame intenzitu magnetického poľa v jadre magnetu

$$H_{Fe} = -\frac{H_v l_v}{l_{Fe}} = -\frac{302394 \cdot 0,1}{188,5} \text{ A/m} = -160,4 \text{ A/m}.$$

Remanentný magnetický tok v jadre so vzduchovou medzerou bude podľa (8.4)

$$\Phi_{rz} = B_{rz} \cdot S = B_{rz} \cdot h \cdot (r_2 - r_1) = 0,38 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (35 - 25) \cdot 10^{-3} \text{ Wb} = 76 \mu\text{Wb}.$$

Na kruhovej osi prstencového magnetu bez vzduchovej medzery je intenzita magnetického poľa nulová, remanencia je 0,92 T a remanentný magnetický tok v priereze je 184 μWb .

Na kruhovej osi prstencového magnetu prerušeného vzduchovou medzerou je (zdanlivá) remanencia 0,38 T, intenzita magnetického poľa vo vzduchovej medzere je 302,394 kA/m. Intenzita magnetického poľa v jadre je -160,4 A/m, nesúhlasne orientovaná vzhľadom na remanenciu. Remanentný magnetický tok v priereze jadra je 76 μWb .

Príklad 8.2.15. Na magnetickom jadre s prierezom $S = 10 \text{ cm}^2$ je navinutá cievka s počtom závitov $N = 200$. V jadre cievky je magnetická indukcia kosínusového priebehu s amplitúdou $B_m = 1 \text{ T}$ a s frekvenciou $f = 50 \text{ Hz}$. Vypočítajte efektívnu hodnotu magnetického toku cez prierez jadra, amplitúdu a efektívnu hodnotu indukovaného napätia v cievke!

Riešenie: Zrejme podľa zadania

$$B = B_m \cos(\omega t) = B_m \cos(2\pi f t).$$

Okamžitá hodnota magnetického toku cez prierez jadra podľa (8.4) bude

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = BS = B_m S \cos(2\pi f t) = \Phi_m \cos(2\pi f t),$$

takže magnetický tok cez prierez jadra má tiež kosínusový priebeh. Efektívna hodnota magnetického toku bude v analógii so vzťahom (8.27)

$$\Phi_e = \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{B_m S}{\sqrt{2}} = \frac{1 \text{ T} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ mWb}.$$

Podľa Faradayovho zákona elektromagnetickej indukcie (8.25) sa v cievke indukuje napätie

$$u_i = -\frac{d\Phi_e}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NB_m S \frac{d \cos(2\pi ft)}{dt} = 2\pi f NB_m S \sin(2\pi ft) = U_{im} \sin(2\pi ft),$$

lebo celkový magnetický tok cievky $\Phi_e = N\Phi$. Amplitúda indukovaného napätia je zrejme

$$U_{im} = 2\pi f NB_m S = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 200 \cdot 1 \text{ T} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 62,83 \text{ V}.$$

Efektívna hodnota indukovaného napätia bude podľa (8.27)

$$U_i = \frac{U_{im}}{\sqrt{2}} = \frac{62,83}{\sqrt{2}} \text{ V} = 44,43 \text{ V}.$$

Efektívna hodnota magnetického toku cez prierez jadra je 0,707 mWb. Amplitúda indukovaného napätia je 62,83 V a efektívna hodnota indukovaného napätia je 44,43 V.

Príklad 8.2.16. Vypočítajte veľkosť a smer magnetickej indukcie \mathbf{B}_2 v druhom prostredí, ak magnetická indukcia \mathbf{B}_1 v prvom prostredí zvierá s normálovým vektorom na rozhranie uhol $\beta_1 = 45^\circ$ a jej veľkosť je $B_1 = 10 \text{ mT}$! Prvým prostredím je vzduch, relatívna permeabilita druhého prostredia je $\mu_{r2} = 10$. Prostredia sú homogénne a izotropné. Po rozhraní medzi prostrediami netečie žiadny elektrický prúd.

Riešenie: Homogénne prostredie má v každom bode rovnakú permeabilitu. Ak permeabilita nezávisí od smeru magnetizácie, prostredie je izotropné. Prvým prostredím je vzduch, preto označme $\mu_{r1} = 1$. S využitím hraničných podmienok (8.24) a materiálového vzťahu (8.10) pre pomer tangensov uhla lomu β_2 a uhla dopadu β_1 magnetickej indukčnej čiary pri prechode cez rozhranie, po ktorom netečie elektrický prúd, dostaneme tzv. zákon lomu magnetickej indukčnej čiary

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\operatorname{tg} \beta_1} = \frac{B_{2t}}{B_{2n}} \cdot \frac{B_{1n}}{B_{1t}} = \frac{B_{2t}}{B_{1t}} = \frac{\mu_0 \mu_{r2} H_{2t}}{\mu_0 \mu_{r1} H_{1t}} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}.$$

Úpravou a dosadením vypočítame uhol β_2 , ktorý zvierá magnetická indukcia \mathbf{B}_2 s normálovým vektorom

$$\beta_2 = \arctg\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \operatorname{tg} \beta_1\right) = \arctg\left(\frac{10}{1} \cdot \operatorname{tg} 45^\circ\right) = \arctg\left(\frac{10}{1} \cdot 1\right) = \arctg 10 = 84,29^\circ.$$

Z pravouhlejštrigonometrie s využitím prvej z hraničných podmienok (8.24) úpravou a dosadením vypočítame veľkosť magnetickej indukcie v druhom prostredí

$$B_2 = \frac{B_{2n}}{\cos \beta_2} = \frac{B_{1n}}{\cos \beta_2} = \frac{B_1 \cos \beta_1}{\cos \beta_2} = \frac{10 \text{ mT} \cdot \cos 45^\circ}{\cos 84,29^\circ} = 71,07 \text{ mT}.$$

Magnetická indukcia B_2 v druhom prostredí má veľkosť 71,07 mT a zvierá s normálovým vektorom uhol 84,29°.

8.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 8.3.1. Aký elektrický prúd preteká dvoma priamymi rovnobežnými prípojnícami vzdialenými od seba $a = 0,2$ m, ak na úsek dlhý $l = 6$ m každej z prípojníc pôsobí sila $F = 38,4$ mN?

($I = 80$ A)

Úloha 8.3.2. Vypočítajte vzdialenosť medzi dvoma rovnobežnými vodičmi pretekanými elektrickými prúdmi $I_1 = 200$ A, $I_2 = 300$ A, ak na úseku dlhom 20 m pôsobia navzájom na seba silou $F = 0,6$ N.

($a = 0,4$ m)

Úloha 8.3.3. Aký veľký elektrický prúd preteká priamym vodičom, ak vo vzdialenosti $r = 0,25$ m od neho je intenzita magnetického poľa $H = 2,55$ A/m?

($I = 4$ A)

Úloha 8.3.4. Aký veľký elektrický prúd preteká priamym vodičom, ak vo vzdialenosti $a = 0,2$ m od neho je magnetická indukcia vo vzduchu $B = 2$ mT?

($I = 2000$ A)

Úloha 8.3.5. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H , ak je v tomto mieste vo vzduchu magnetická indukcia $B = 1,25$ T.

($H = 9,55 \cdot 10^5$ A/m)

Úloha 8.3.6. Oceľový prstenec sa skladá z dvoch polprstencov s rôznymi prierezmi. Stredná dĺžka polprstencov je $l_1 = l_2 = 0,075$ m. Na prstenci je navinutá 400-závitová cievka. Vypočítajte elektrický prúd vo vinutí cievky, ak v jednotlivých polprstencoch budú intenzity magnetického poľa $H_1 = 3500$ A/m, $H_2 = 100$ A/m.

($I = 0,675$ A)

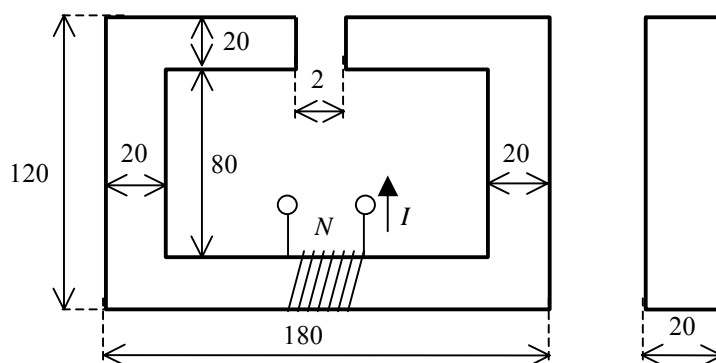
Úloha 8.3.7. Oceľový prstenec na obr. 8.6 má prierez $S = 6$ cm², stredný priemer $d = 0,22$ m, dĺžku vzduchovej medzery $l_v = 0,5$ mm. Na prstenci je navinutá 200-závitová cievka. Aký

elektrický prúd vybudí v jadre intenzitu magnetického poľa $H_{\text{Fe}} = 750 \text{ A/m}$ a v priereze jadra magnetický tok $\Phi = 0,6 \text{ mWb}$? Rozptyl poľa v okolí vzduchovej medzery zanedbajte.

$$(I = 4,579 \text{ A})$$

Úloha 8.3.8. Vypočítajte hodnotu elektrického prúdu potrebného na vybudenie magnetického toku $\Phi = 0,4 \text{ mWb}$ a intenzity magnetického poľa $H_{\text{Fe}} = 300 \text{ A/m}$ v jadre nerozvetveného magnetického obvodu s nárysom a bokorysom na obr. 8.10. Počet závitov $N = 100$. Uvažujte, že vplyvom rozptylu poľa efektívny prierez vzduchovej medzery bude $S_v = 1,15 S_{\text{Fe}}$.

$$(I = 15,394 \text{ A})$$



Obr. 8.10 Nerozvetvený magnetický obvod s rozptylom

Úloha 8.3.9. Vypočítajte kruhový prierez oceľového prstenca z materiálu s relatívnou permeabilitou $\mu_r = 1000$, ak stredný polomer prstenca je $r = 0,1 \text{ m}$ a magnetický odpor prstenca je $R_m = 5 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$. Aký magnetický tok vybudí elektrický prúd $I = 10 \text{ A}$ tečúci 500-závitovou cievkou navinutou na prstenci?

$$(S = 1 \text{ cm}^2, \Phi = 10 \text{ mWb})$$

Úloha 8.3.10. Aké napätie sa indukuje v priamom vodiči dĺžky $l = 0,25 \text{ m}$ v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $B = 1,2 \text{ T}$, ak ním pohybujeme rýchlosťou $v = 2 \text{ m/s}$ kolmo na indukčné čiary? ($u_i = 0,6 \text{ V}$)

Úloha 8.3.11. Aká je frekvencia otáčania štvorcového závit v radiálnom magnetickom poli, ak aktívne strany závit majú dĺžku $l = 0,6 \text{ m}$ a pohybujú sa v miestach s magnetickou indukciou veľkosti $0,8 \text{ T}$ a v závite sa indukuje napätie $u_i = 70 \text{ V}$? Vektor rýchlosti aktívnych strán rotujúcej cievky je neustále kolmý na magnetické indukčné čiary radiálneho magnetického poľa. ($n = 38,68 \text{ s}^{-1}$)

Úloha 8.3.12. Vypočítajte prierez vzduchového 5000-závitového solenoidu (dlhej vzduchovej cievky), ak má vlastnú indukčnosť $L = 0,09 \text{ H}$ a dĺžku $l = 10 \text{ cm}$.

$$(S = 2,86 \text{ cm}^2)$$

Úloha 8.3.13. Vypočítajte činiteľ väzby dvoch cievok s vlastnými indukčnosťami $L_1 = 3 \text{ mH}$, $L_2 = 10 \text{ mH}$ a vzájomnou indukčnosťou $M = 4,925 \text{ mH}$.

$$(k = 0,9)$$

Úloha 8.3.14. Aká veľká je energia magnetického poľa vnútri 2000-závitovej cievky dĺžky $l = 80 \text{ cm}$, priemeru $d = 15 \text{ cm}$, ak ňou preteká elektrický prúd $I = 60,2 \text{ A}$? Akú hodnotu bude mať elektrický prúd, ak spojíme dve takéto cievky do série tak, aby ich činiteľ väzby $k = 1$ a magnetické toky boli súhlasné, avšak energia magnetického poľa sa nezmení?

$$(E_m = 201,2 \text{ J}, I = 30,1 \text{ A})$$

Úloha 8.3.15. Nerozvetvený magnetický obvod, pozri obr. 8.5, má dve vzduchové medzery dĺžky $l_0 = 5 \text{ mm}$. Vypočítajte intenzitu magnetického poľa H , magnetickú indukciu B a magnetický tok Φ vo vzduchovej medzere, ak prierez vzduchovej medzery je $S = 10 \times 20 \text{ mm}^2$ a na feromagnetickom jadre je navinuté 500-závitové vinutie s budiacim elektrickým prúdom $I = 600 \text{ mA}$. Magnetický odpor feromagnetických častí obvodu a rozptyl magnetického poľa v okolí vzduchových medzier zanedbajte.

$$(H = 7,5 \cdot 10^4 \text{ A/m}, B = 94,25 \text{ mT}, \Phi = 18,85 \text{ } \mu\text{Wb})$$

Úloha 8.3.16. Tri priame nekomplanárne rovnobežné vodiče sú navzájom od seba vzdialené na vzdialenosť $a = 1 \text{ m}$. Prvým a druhým vodičom pretekajú súhlasne orientované elektrické prúdy $I_1 = 1200 \text{ A}$ a $I_2 = 900 \text{ A}$. Tretím vodičom preteká prúd $I_3 = 2100 \text{ A}$, nesúhlasne orientovaný vzhľadom na prvé dva prúdy. Priesečníky vodičov s rovinou na ne kolmou sú vrcholmi rovnostranného trojuholníka. Vypočítajte veľkosť intenzity magnetického poľa H a veľkosť magnetickej indukcie B vo vzduchu v ťažisku rovnostranného trojuholníka.

$$(H = 2,737 \text{ kA/m}, B = 3,44 \text{ mT})$$

Úloha 8.3.17. Vypočítajte veľkosť a smer indukcie B_2 v druhom prostredí, ak indukcia B_1 v prvom prostredí zvierá s normálovým vektorom na rozhranie uhol $\beta_1 = 30^\circ$ a jej veľkosť $B_1 = 20 \text{ mT}$! Prvým prostredím je vzduch, relatívna permeabilita druhého prostredia je $\mu_{r2} = 5$. Prostredia sú homogénne a izotropné. Po rozhraní medzi prostrediami netečie žiadny prúd.

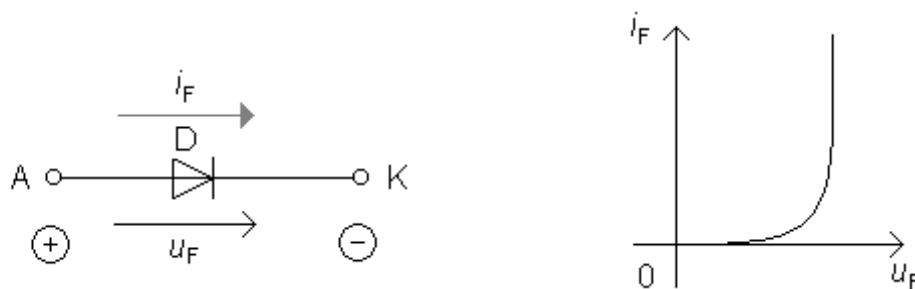
$$(\beta_2 = 70,89^\circ, B_2 = 52,9 \text{ mT})$$

9 DIÓDY A USMERŇOVAČE

9 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Dióda – polovodičový nelineárny prvok (dvoj pól, jednobrána) s jedným priechodom PN, ktorý má tú vlastnosť, že v jednom smere prepúšťa prúd (priechod PN je vodivý, čiže otvorený) a v opačnom smere je takmer nevodivý (je uzavretý). Polovodičové diódy pri svojej činnosti využívajú práve túto jednosmernú elektrickú vodivosť priechodu PN. Často sa tento jav označuje ventilový jav, a preto sa diódy niekedy nazývajú ventily. Ich vnútornú štruktúru tvorí teda jeden PN priechod vyznačujúci sa tým, že za istých okolností sa správa buď ako izolant alebo ako dobrý vodič. Závisí to od polarít priloženého napätia medzi anódou a katódou polovodičovej diódy. Dióda je základným stavebným prvkom usmerňovacej techniky.

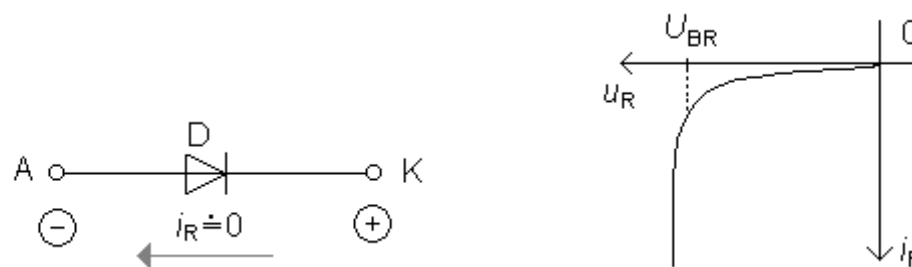
Princíp činnosti polovodičovej diódy – ak na anódu (A) diódy priložíme kladné napätie (+) a na jej katódu (K) záporné napätie (–), dióda sa nachádza vo vodivom stave (v priepustnom, priamom smere), prechádza ňou priepustný prúd i_F , pričom na nej vzniká úbytok napätia u_F , tzv. priepustné napätie (ideálna dióda má $u_F = 0$, skutočná dióda má $u_F = 0,7$ až 2 V). Na obr. 9.1 je VA (statická) charakteristika polovodičovej diódy v priepustnom smere.



Obr. 9.1 Polovodičová dióda polarizovaná priepustne

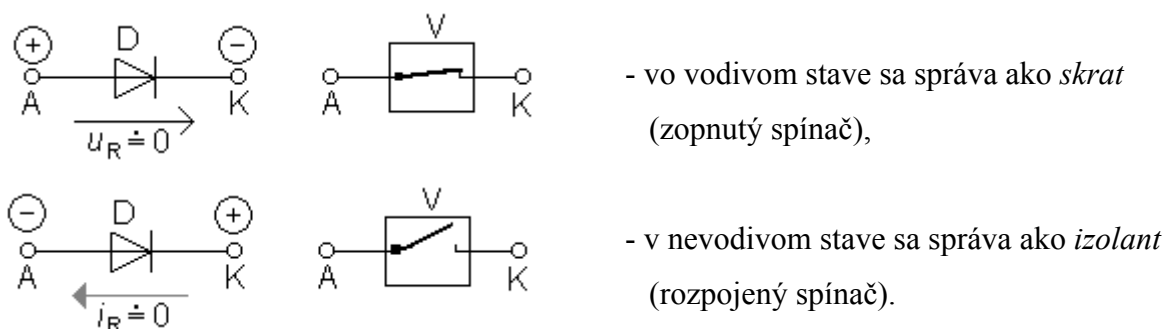
Pri obrátenej polarite napätia prechádza diódou záverný prúd i_R a vzniká na nej úbytok napätia – záverné napätie u_R (ideálna dióda má $i_R = 0$, skutočná dióda má $i_R =$ jednotky až stovky μA). Napätie $U_{(BR)}$ sa nazýva prierazné záverné napätie. Túto hodnotu napätia (stovky V až niekoľko kV) nesmieme prekročiť. Inak príde k prierazu a poškodeniu diódy a následnému prudkému nárastu záverného prúdu. Na obr. 9.2 je VA (statická) charakteristika polovodičovej diódy v závernom smere.

Pri bežných kremíkových diódach pomer medzi priepustným a záverným prúdom (i_F/i_R) býva približne 10^4 až 10^6 . V praxi obyčajne zanedbávame úbytok napätia na dióde



Obr. 9.2 Polovodičová dióda polarizovaná záverne

v priepustnom smere ($u_F = 0$) a záverný prúd diódy v nepriepustnom smere ($i_R = 0$). Z uvedenej teórie vyplýva správanie sa diódy vo vodivom a nevodivom (závernom) stave



Rozdelenie diód:

1. Podľa materiálu, z ktorého sú zhotovené:
 - kremíkové (Si) – pomalé, tepl. nezávislé
 - germániové (Ge) – rýchle, tepl. závislé
 - gáliumarzenidové (GaAs) – LED a gáliumfosfidové (GaP)
2. Podľa získania prechodu PN:
 - hrotové – bezkapacitné (vhodné pre impulznú techniku),
 - plošné – vysokokapacitné (nevhodné pre vf tech.).
3. Podľa použitia:
 - usmerňovacie – pre usmerňovanie striedavých prúdov,
 - spínacie – v impulzných a spínacích obvodoch,
 - detekčné – v demodulátoroch oddeľujú nf signál od vf signálu,
 - kapacitné – v ladiacich obvodoch sa nastavujú = napätím,
 - stabilizačné – na stabilizáciu jednosmerného napätia (Zenerova dióda),
 - Schottkyho (tunelové) – pre oscilátory a klopné obvody,
 - fotodiódy – pre optické snímače a luxmetre bez zdroja prúdu.

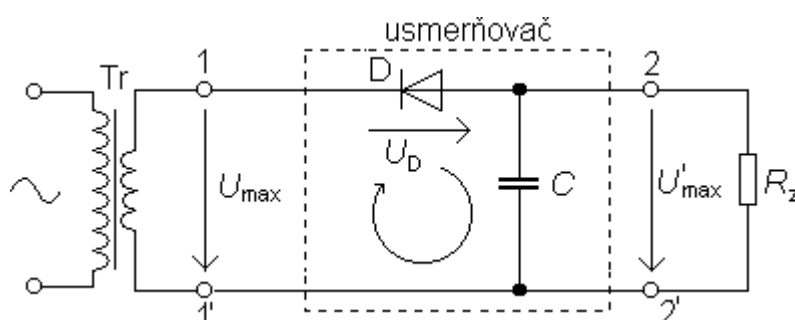
Usmerňovač – je statický (pre svoju činnosť nepotrebuje mechanicky pohybujúce sa časti) menič elektrickej energie, ktorý mení striedavé napätie na jednosmerné.

Rozdelenie usmerňovačov:

1. Podľa toho, či regulujú alebo neregulujú strednú hodnotu usmerneného výstupného napätia
 - neriadené (ich výstupné napätie je stále),
 - riadené (ich výstupné napätie možno regulovať v širokom rozsahu s minimálnymi stratami).
2. Podľa zapojenia
 - jednoimpulzové – uzlové,
 - dvojimpulzové – mostíkové.
3. Podľa počtu usmernených impulzov počas jednej periódy
 - jednoimpulzové – vedú prúd len za čas jednej polperiódy vstupného signálu,
 - dvojimpulzové – vedú prúd pri oboch polperiódach na vstupe,
 - trojimpulzové – pre napájanie js motora (U a I sú menej zvlnené),
 - šesťimpulzové – na premenu počtu fáz a napájanie js motora.

Predstavme si usmerňovač podľa obr. 9.3 . Pre slučku na jednosmernej strane platí podľa Kirchhoffovho zákona, že súčet napätí na dióde U_D a na kondenzátore (alebo odpore R_z – to je to isté napätie, lebo R_z a C sú zapojené paralelne) U'_{\max} sa rovná napätiu U_{\max} , čiže

$$U_{\max} = U'_{\max} + U_D \quad (9.1)$$



Obr. 9.3 Usmerňovač s vyhladzovacím kondenzátorom s kapacitou C

Stredná hodnota výstupného napätia pri jednoimpulzovom usmerňovači bude

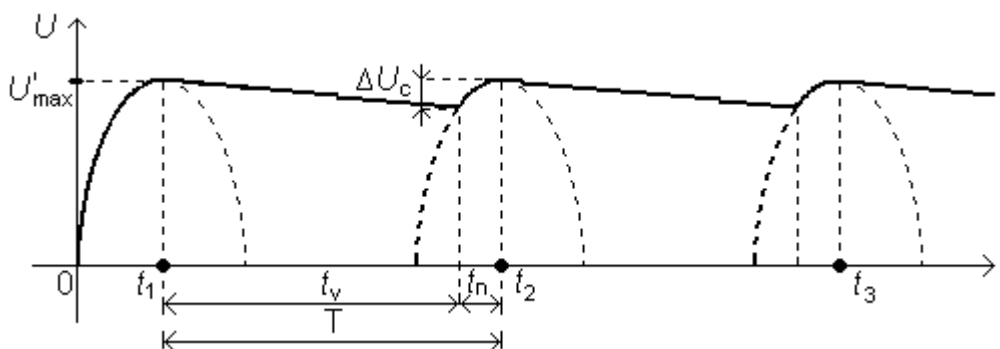
$$U_{\text{str}} = U_{\text{ds}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_d \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^\pi U_{\max} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{U_{\max}}{\pi} = \frac{\sqrt{2} U_{\text{ef}}}{\pi} = 0,45 U_{\text{ef}}.$$

Výstupné napätie je 0,45-násobok efektívnej hodnoty vstupného napätia. (Pri dvojimpulzovom jednofázovom usmerňovači je stredná hodnota výstupného napätia

dvojnásobná ako pri jednoimpulzovom zapojení: $U_{ds} = 0,9 U_{ef}$. Pri trojimpulzovom trojfázovom usmerňovači je $U_{ds} = 1,17 U_{ef}$ a pri šesťimpulzovom trojfázovom usmerňovači je $U_{ds} = 1,35 U_{ef}$.)

Efektívna hodnota striedavého napätia na sekundárnom vinutí je

$$U_{ef} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{\max}}{1,41}.$$



Obr. 9.4 Priebeh na výstupe usmerňovača s kondenzátorom C

V čase t_1, t_2, t_3, \dots je na kondenzátore s kapacitou C (a teda na výstupe usmerňovača) jednosmerné napätie U'_{\max} . Kapacita kondenzátora C sa z tejto hodnoty napätia vybíja, ako vidíme z obr. 9.4 za čas t_v , pre ktorý platí

$$t_v \doteq \frac{1}{f}, \quad (9.2)$$

kde t_v je čas vybíjania kondenzátora, t_n je čas nabíjania kondenzátora. Presne platí

$$T = 1/f,$$

ale nedopúšťame sa veľkej chyby, pretože $t_v \doteq 10 \cdot t_n$. (Vzhľadom na veľké tolerancie elektrolytických filtračných kondenzátorov môžeme pripustiť takúto chybu.) Za čas t_v je teda dióda pólovaná v nepripustnom smere a kondenzátor s kapacitou C sa vybíja prúdom

$$I_{js} = \frac{U'_{\max}}{R_z}. \quad (9.3)$$

Hodnotu elektrickej kapacity kondenzátora určíme takto

$$C \cdot \Delta U_c = Q, \quad \text{ale} \quad Q = I_{js} \cdot t_v, \quad \text{čiže} \quad C \cdot \Delta U_c = I_{js} \cdot t_v \quad \text{a teda}$$

$$C = \frac{I_{js} \cdot t_v}{\Delta U_c}, \quad (9.4)$$

kde ΔU_c je pokles napätia na kondenzátore.

Pre činiteľ zvlnenia platí

$$\Phi_v = \frac{U_{zvl\ ef}}{U'_{\max}}. \quad (9.5)$$

Predpokladáme, že na jednosmerné napätie je superponované sínusové zvlnenie. Dopúšťame sa tým chyby, ale vzhľadom na už spomínané veľké tolerancie elektrolytických kondenzátorov si ju môžeme dovoliť.

Pre efektívnu hodnotu zvlnenia platí

$$U_{zvl\ ef} = \frac{\Delta U_c}{2 \cdot \sqrt{2}}. \quad (9.6)$$

Čas potrebný na znovunabitie kapacity C na hodnotu U'_{\max} je približne desaťkrát menší ako čas vybíjania, teda sa musí nabíjať desaťkrát väčším prúdom, ako sa vybíja. Pre percentuálny pokles napätia pri záťaži R_z potom platí

$$\Delta U'_{\max} \doteq \frac{10 \cdot R_{tr}}{R_z}, \quad \text{alebo} \quad \Delta U'_{\max} \doteq \frac{10 \cdot R_{tr}}{R_z} \cdot 100, \quad (9.7)$$

kde R_{tr} je odpor sekundárneho vinutia transformátora.

9.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 9.2.1. Určte maximálnu a strednú hodnotu usmerneneného napätia na jednoimpulznom kremíkovom usmerňovači, ak je pripojený na striedavé napätie $U_{ef} = 5\text{ V}$.

Riešenie: Napätie na vstupe usmerňovača je

$$U_{\max} = \sqrt{2} \cdot U_{ef} = 1,41 \cdot 5\text{ V} \doteq 7\text{ V}.$$

Úbytok napätia na kremíkovej dióde U_D môžeme predpokladať $0,7\text{ V}$. Podľa (9.1)

$$U_{\max} = U'_{\max} + U_D \Rightarrow U'_{\max} = U_{\max} - U_D = 7\text{ V} - 0,7\text{ V} = 6,3\text{ V},$$

$$U_{str} = \frac{2}{\pi} \cdot U'_{\max} = 0,637 \cdot 6,3\text{ V} \doteq 4\text{ V}.$$

Príklad 9.2.2. Navrhните jednoimpulzný usmerňovač s vyhladzovacím kondenzátorom tak, aby dával jednosmerné napätie 9 V pri prúde $I_{js} = 20\text{ mA}$. Zvlnenie nech nepresahuje hodnotu $\Delta U_c = 0,5\text{ V}$. Vypočítajte, o koľko poklesne napätie pri odbere 20 mA oproti napätiu naprázdno ak odpor sekundárneho vinutia transformátora je $R_{tr} = 1\ \Omega$.

Riešenie: Usmerňovač zapojíme podľa obr. 9.3. Podľa vzťahu (9.1)

$$U_{\max} = U'_{\max} + U_D = 9\text{ V} + 0,7\text{ V} = 9,7\text{ V},$$

$$U_{ef} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{9,7\text{ V}}{1,41} \doteq 6,9\text{ V}.$$

Kondenzátor sa vybíja z hodnoty U'_{\max} za čas t_v

$$t_v \doteq \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ s}^{-1}} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms},$$

prúdom 20 mA (to vtedy, keď je dióda pólovaná v nepriepustnom smere a tento prúd musí dodávať kondenzátor). Veľkosť kondenzátora určíme pomocou vzťahu (9.4), teda

$$C = \frac{I_{js} \cdot t_v}{\Delta U_c} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}}{0,5 \text{ V}} = \frac{0,0004 \text{ A s}}{0,5 \text{ V}} = 0,0008 \text{ F} = 0,8 \text{ mF} = 800 \mu\text{F}.$$

Volíme kondenzátor $C = 1\,000 \mu\text{F} = 1 \text{ mF}$.

$U_{zvl\text{ef}}$ je podľa vzťahu (9.6)

$$U_{zvl\text{ef}} = \frac{\Delta U_c}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{0,5 \text{ V}}{2 \cdot 1,41} \doteq 0,177 \text{ V}.$$

Činiteľ zvlnenia Φ_v vypočítame podľa vzťahu (9.5)

$$\Phi_v = \frac{U_{zvl\text{ef}}}{U'_{\max}} = \frac{0,177 \text{ V}}{9 \text{ V}} \doteq 0,0197, \quad \text{alebo v \%:} \quad 1,97 \%.$$

Rezistor R_z vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_z = \frac{U'_{\max}}{I_{js}} = \frac{9 \text{ V}}{0,02 \text{ A}} = 450 \Omega.$$

Percentuálny pokles napätia pri zaťažení určíme po dosadení do vzťahu (9.7)

$$\Delta U'_{\max} \doteq \frac{10 \cdot R_{tr}}{R_z} \cdot 100 = \frac{10 \cdot 1 \Omega}{450 \Omega} \cdot 100 \doteq 2,2 \%.$$

Príklad 9.2.3. Navrhnete mostíkový usmerňovač zapojený podľa obr. 9.5a, aby sme z neho mohli odoberať prúd $I_{js} = 100 \text{ mA}$ pri napätí $U'_{\max} = 40 \text{ V}$, ktoré má zvlnenie 2 %. Napätie $U'_{\max} = 40 \text{ V}$ pri prúde $I_{js} = 100 \text{ mA}$ nesmie poklesnúť oproti hodnote naprázdno o viac ako 1 %.

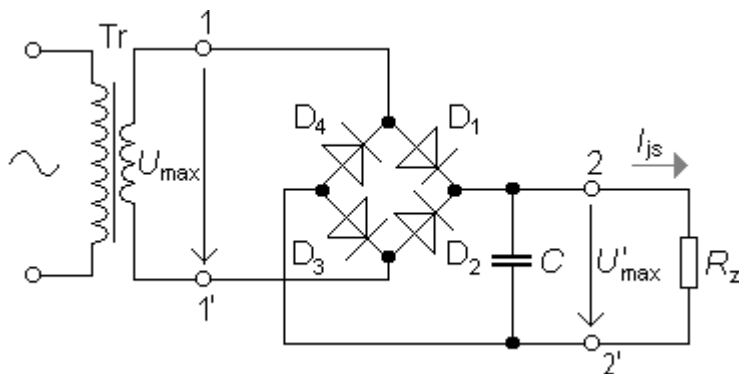
Riešenie: V mostíkovom zapojení sú dve diódy súčasne vodivé a dve nevodivé, vzťah (9.1) budeme teda musieť trochu pozmeniť:

$$U_{\max} = U'_{\max} + 2 \cdot U_D = 40 \text{ V} + 2 \cdot 0,7 \text{ V} = 40 \text{ V} + 1,4 \text{ V} = 41,4 \text{ V},$$

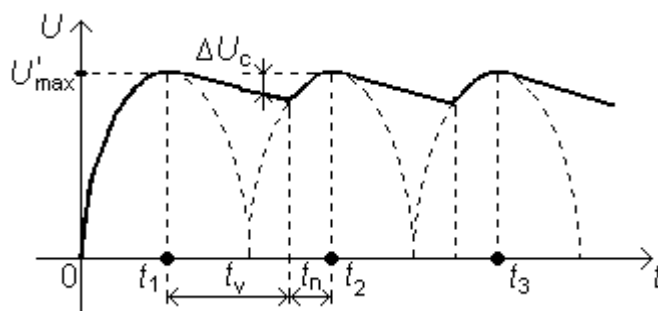
kde $2 \cdot U_D$ je úbytok na dvoch vodivých diódach

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{41,4 \text{ V}}{1,41} = 29,3 \text{ V} \doteq 30 \text{ V}.$$

Na sekundárnej strane transformátora musí byť $U_{\text{ef}} = 30 \text{ V}$. Jednosmerné napätie U'_{\max} môže mať zvlnenie 2 %, čo pri 40 V robí 0,8 V. Pokles napätia na kondenzátore ΔU_c podľa (9.6) je



Obr. 9.5a



Obr. 9.5b

$$U_{\text{zvl ef}} = \frac{\Delta U_c}{2 \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \Delta U_c = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot U_{\text{zvl ef}} = 2 \cdot 1,41 \cdot 0,8 \text{ V} = 2,25 \text{ V}.$$

Čas t_v , za ktorý sa pri dvojimpulznom usmerňovači vybíja kapacita kondenzátora C , je polovičný ako pri jednoimpulznom usmerňovači (porovnaj obr. 9.4 a 9.5):

$$t_v = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \text{ s}^{-1}} = 10 \text{ ms}.$$

Veľkosť kapacity kondenzátora môžeme vypočítať zo vzťahu (9.4)

$$C = \frac{I_{js} \cdot t_v}{\Delta U_c} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ s}}{2,25 \text{ V}} = \frac{0,001 \text{ A s}}{2,25 \text{ V}} = 444,44 \cdot 10^{-6} \text{ F} \doteq 450 \text{ }\mu\text{F}.$$

Volíme najbližšiu vyššiu vyrábanú hodnotu 500 μF .

Zaťažovací odpor R_z vypočítame z Ohmovho zákona

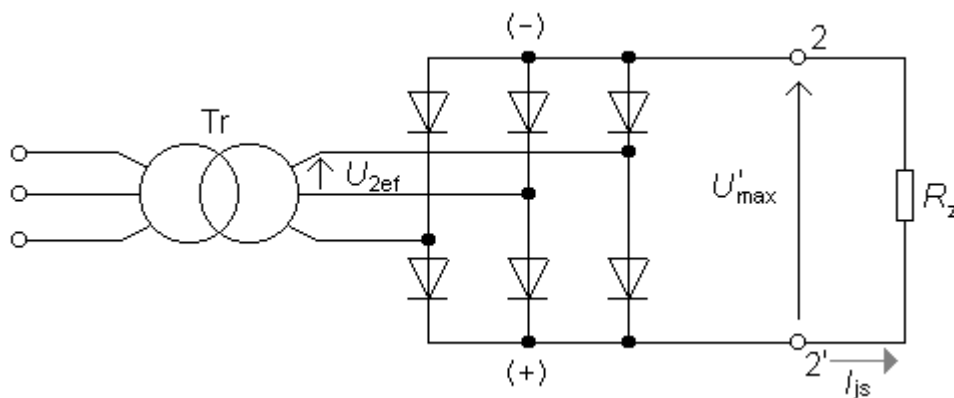
$$R_z = \frac{U'_{\max}}{I_{\text{is}}} = \frac{40 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = 400 \Omega.$$

Napätie U'_{\max} môže pri zaťažení poklesnúť o 1 % (0,01) čiže zo vzťahu (9.7)

$$\Delta U'_{\max} \doteq \frac{10 \cdot R_{\text{tr}}}{R_z} \Rightarrow R_{\text{tr}} = \frac{\Delta U'_{\max} \cdot R_z}{10} = \frac{0,01 \cdot 400 \Omega}{10} = 0,4 \Omega.$$

Sekundárne vinutie transformátora nesmie mať väčší odpor ako $R_{tr} = 0,4 \, \Omega$.

Príklad 9.2.4. Akým striedavým združeným napätím U_2 musíme napájať trojfázový mostík z obr. 9.6, ak máme na jednosmernej strane dostať usmernené napätie $U_{js} = U'_{\max} = 220 \text{ V}$ a prúd $I_{js} = 50 \text{ A}$? Zaťaženie je prevažne odporové. Akým spôsobom navrhnete diódy? Stačí sa uspokojiť len s približným riešením, kedy zanedbáme rozptylovú reaktanciu vinutia transformátora a odpor diód budeme rešpektovať len približne tým, že do výpočtu zavedieme stredný úbytok napätia $U_D = 1,1 \text{ V}$ v priepustnom smere pre jednu diódu.



Obr. 9.6

Riešenie: Vychádzame zo známeho vzťahu

$$U_{\max} = U'_{\max} + 2 \cdot U_D = 220 \text{ V} + 2 \cdot 1,1 \text{ V} = 222,2 \text{ V}.$$

Striedavé združené napätie pre napájanie trojfázového mostíka

$$U_{2ef} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{U'_{\max} + 2 \cdot U_D}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{222,2 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 164,53 \text{ V} \doteq 165 \text{ V}.$$

Stredný priepustný prúd jednej diódy

$$I_d = \frac{I_{js}}{3} = \frac{50 \text{ A}}{3} \doteq 16,7 \text{ A}.$$

Najvyššie záverné napätie

$$U_{i \max} = \frac{\pi}{3} \cdot U_{js} = \frac{\pi}{3} \cdot 220 \text{ V} = 230,3 \text{ V} \doteq 230 \text{ V}.$$

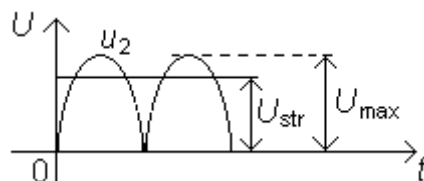
Volíme šesť kremíkových diód na prúd $I_d = 20 \text{ A}$ (napr. KY 718) s príslušnou chladiacou plochou. Medzná hodnota záverného napätia týchto diód je 270 V, teda dostatočujúca.

Príklad 9.2.5. Žeriavový asynchrónny motor je brzdený jednosmerným prúdom $I_{js} = 15 \text{ A}$ privádzaným do statora. Činný odpor statorového vinutia je $R_1 = 1,67 \Omega$. Pomerná doba brzdenia (zaťažovateľ) $\varepsilon = 5 \%$. Určte sekundárne napätie U_2 transformátora a diódy.

Riešenie: Zvolíme jednofázový mostík. Predpokladáme pomerne veľkú indukčnosť na jednosmernej strane a zanedbáme rozptylové indukčnosti transformátora, takže počítame s obdĺžnikovými priebehmi usmerneného prúdu i prúdu transformátora. Úbytok napätia jednej diódy je $U_D = 1,1 \text{ V}$. Môžeme si predstaviť, že satorové vinutie motora je napájané zo zdroja, ktorý dáva napätie znázornené na obr. 9.7.

$$U_{\max} = U_2 \cdot \sqrt{2},$$

$$U_{\text{str}} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{\max} = \frac{2}{\pi} \cdot U_2 \cdot \sqrt{2}.$$



Obr. 9.7

Toto napätie sa skladá z jednosmernej zložky U_{js} a zo striedavých zložiek, ktoré však vzhľadom k veľkej indukčnosti v obvode nevyvolávajú žiadne prúdy.

Potrebné jednosmerné napätie

$$U_{js} = R_1 \cdot I_{js} = 1,67 \, \Omega \cdot 15 \text{ A} = 25,05 \text{ V} \doteq 25 \text{ V},$$

$$U_{js} = U'_{\max}.$$

Stredná hodnota napätia je

$$U_{\text{str}} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{\max}, \quad \text{kde } U_{\max} = \sqrt{2} \cdot U_2,$$

$$U_{\text{str}} = U'_{\max} + 2 \cdot U_D \Rightarrow U'_{\max} = U_{\text{str}} - 2 \cdot U_D = \frac{2}{\pi} \cdot U_{\max} - 2 \cdot U_D = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_2 - 2 \cdot U_D.$$

Z posledného vzťahu si vyjadríme sekundárne napätie U_2 transformátora

$$U_2 = \frac{(U'_{\max} + 2 \cdot U_D) \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{(25 \text{ V} + 2 \cdot 1,1 \text{ V}) \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{2}} \doteq 30,2 \text{ V}.$$

V jednofázovom mostíku vedie každá dióda priepustný prúd len po dobu jednej polovice periódy, takže diódy dimenzujeme na prúd

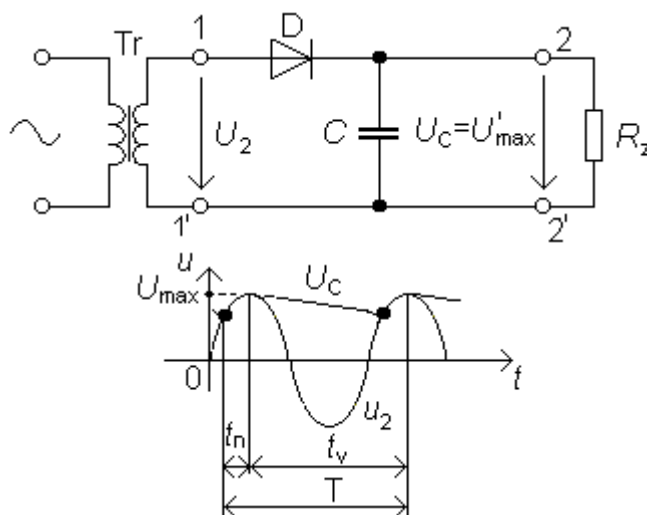
$$\frac{I_{js}}{2} = \frac{15 \text{ A}}{2} = 7,5 \text{ A}.$$

Najväčšie záverné napätie

$$U_{i \max} = U_2 \cdot \sqrt{2} = 30,2 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \doteq 42,7 \text{ V}.$$

Použijeme diódy typu KY 710 na 10 A určené pre napätie $U_2 = 60 \text{ V}$ s medznou hodnotou $U_{i \max} = 180 \text{ V}$. Pre malú tepelnú kapacitu polovodičových prvkov neberieme do úvahy zaťažovateľ. Zaťažovateľ by však ovplyvnil dimenzovanie sekundárneho vinutia transformátora.

Príklad 9.2.6. Na získanie jednosmerného napätia $U_{js} = U'_{\max} = 100 \text{ V}$ na činnom odpore $R_z = 30 \text{ k}\Omega$, použijeme najjednoduchší jednofázový jednoimpulzový usmerňovač s jednou diódou D a s vyhladzovacím kondenzátorom s kapacitou C podľa obr. 9.8. Aké veľké musí byť sekundárne napätie U_2 transformátora Tr a aká veľká musí byť kapacita C kondenzátora, ak má byť zvlnenie Φ_v usmerného prúdu menšie ako 2 % (0,02). Frekvencia je 50 Hz. Úbytok napätia na dióde je $U_D = 1,1 \text{ V}$.



Obr. 9.8

Riešenie: V čase t_v , kedy sa kondenzátor vybíja do odporu R , nedodáva dióda D žiadny prúd, pretože napätie U_2 je menšie než napätie U_C na kondenzátore. Pri vybíjaní kondenzátora s kapacitou C do odporu R klesá napätie U_C exponenciálne

$$U_C = U_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{CR}}.$$

Ak je zvlnenie malé, môžeme exponenciálu nahradiť dotyčnicou

$$U_C = U_{\max} \cdot \left(1 - \frac{t}{CR}\right) \quad \text{pretože} \quad \frac{dU_C}{dt} = -\frac{U_{\max}}{CR} \cdot e^{-\frac{t}{CR}}.$$

Ďalej môžeme pri veľmi malom zvlnení uviesť

$$U_{\max} \doteq U_2 \cdot \sqrt{2}$$

a z toho pre U_C platí

$$U_C = U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{t}{CR}\right).$$

Pri malom zvlnení môžeme napísať $t_v = T = \frac{1}{f}$

a za strednú hodnotu usmerneného napätia $U_{js} = U'_{\max}$ vziať hodnotu, ktorú má napätie U_C uprostred času vybíjania

$$U'_{\max} = U_C \quad \Rightarrow \quad U'_{\max} = U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{\frac{T}{2}}{CR}\right) = U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2CRf}\right).$$

Efektívna hodnota zvlnenia (striedavej zložky usmerneného napätia)

$$U_{zvl\ ef} = \frac{U_0}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{T}{CR}}{2 \cdot \sqrt{3}} = U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot CRf},$$

kde U_0 je strieda zvlnenia.

Zvlnenie (činiteľ zvlnenia)

$$\Phi_v = \frac{U_{zvl\ ef}}{U'_{\max}} = \frac{U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot CRf}}{U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2CRf}\right)} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot (2CRf - 1)} \Rightarrow \sqrt{3} \cdot (2CRf - 1) \cdot \Phi_v = 1.$$

Z posledného vzťahu si vyjadríme kapacitu kondenzátora

$$C = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot \Phi_v}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \Phi_v \cdot Rf} = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot 0,02}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,02 \cdot 30\,000 \cdot 50} F = \frac{1,034\,64}{1,039\,23 \cdot 10^5} F = 9,95 \cdot 10^{-6} F = 9,95 \mu F.$$

Transformátor Tr musí dávať sekundárne napätie s efektívnou hodnotou

$$U'_{\max} = U_{\max} - U_D,$$

$$\begin{aligned} (U_2 \cdot \sqrt{2} - U_D) \cdot \left(1 - \frac{1}{2CRf}\right) &= U_{js} \quad \Rightarrow \quad U_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{U_{js}}{1 - \frac{1}{2CRf}} + U_D \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{100}{1 - \frac{1}{2 \cdot 9,95 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 50}} + 1,1 \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 104,566\,204\,5 = 73,94\,V \doteq 74\,V \end{aligned}$$

a to pri zaťažení nabíjacími rázmi v čase t_n (obr. 9.8); kde $\Delta U = 1,1 \text{ V}$ je úbytok napätia jednej diódy.

Dióda musí byť zvolená na stredný prúd, ktorého približná veľkosť je

$$I_d = \frac{U_{js}}{R} = \frac{100 \text{ V}}{30\,000 \Omega} = 0,003\,33 \text{ A} = 3,33 \text{ mA}$$

a na záverné napätie

$$U_{i\max} \doteq 2 \cdot U_2 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 74 \cdot \sqrt{2} = 209,3 \text{ V}.$$

Môžeme zvoliť plošnú kremíkovú diódu typu KA 503 na 9 mA a na záverné napätie $U_{in} = 215 \text{ V}$.

9.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 9.3.1. Jednoimpulzný kremíkový usmerňovač (obr. 9.3) bez filtračného kondenzátora má zaťažovací odpor $R_z = 20 \Omega$. Aká bude maximálna hodnota usmerneného napätia U'_{\max}

- ak maximálna hodnota striedavého napätia $U_{\max} = 5 \text{ V}$, (4,3 V)
- ak efektívna hodnota striedavého napätia $U_{ef} = 5 \text{ V}$. (6,3 V)
- Aká veľká musí byť maximálna hodnota striedavého napätia, aby usmerňovač dodával do zaťažovacieho odporu priemerný jednosmerný výkon 1 W.
($U_{\max} \doteq 9,7 \text{ V}$)

Úloha 9.3.2. Kremíkový usmerňovač je zapojený podľa obr. 9.3. Na sekundárnej strane transformátora je $U_{ef} = 18 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Kondenzátor má kapacitu $C = 1\,000 \mu\text{F}$ a $R_z = 200 \Omega$. Pre kremíkovú diódu uvažujte $U_D \doteq 0,7 \text{ V}$.

- Aké bude jednosmerné napätie na zaťažovacom odpore? (24,7 V)
- Aké bude zvlnenie? (3,5 %)
- Aké by bolo zvlnenie, keby striedavé napätie malo frekvenciu $f = 400 \text{ Hz}$? (0,44 %)
- Aký by bol pokles napätia na tomto usmerňovači, keby dával jednosmerné napätie $U'_{\max} = U_{js} = 30 \text{ V}$, odoberali by sme prúd $I_{js} = 2,25 \text{ mA}$ a odpor sekundárneho vinutia by bol $R_{tr} = 2,25 \Omega$? (0,168 %)
- Aký by bol pokles napätia na našom usmerňovači, keby dával jednosmerné napätie $U_{js} = 24,7 \text{ V}$, odoberali by sme prúd $I_{js} = 123,5 \text{ mA}$ a odpor sekundárneho vinutia by bol $R_{tr} = 2,25 \Omega$? (11,25 %)

Úloha 9.3.3. Navrhnete zapojenie kremíkovej diódy do jednoimpulzného usmerňovača s vyhladzovacím kondenzátorom, tak, aby sme získali naprázdno napätie $U_{js0} = 10 \text{ V}$. Na uvedený usmerňovač môžete použiť striedavú sieť 220 V , 50 Hz a transformátor. Vypočítajte prevod transformátora, ak pri určitom záťažnom prúde má byť napätie na usmerňovači (teda jednosmerné napätia) $U_{js} = 9,2 \text{ V}$.

(p = 31)

Úloha 9.3.4. Navrhnete a nakreslite dvojimpulzný usmerňovač s vyhladzovacím filtrom tak, aby pri nominálnej záťaži dával prúd $I_{js} = 100 \text{ mA}$ pri jednosmernom maximálnom napätí $U'_{\max} = 50 \text{ V}$. Jednosmerné napätie má mať zvlnenie 2% . Na dióde uvažujte s úbytkom napätia $U_D = 0,7 \text{ V}$.

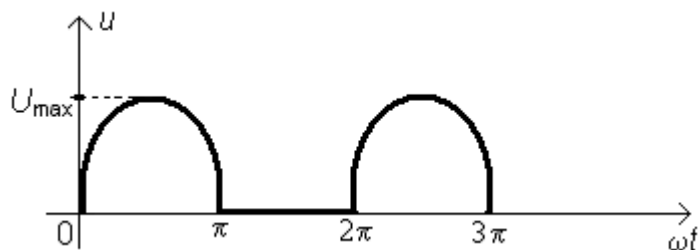
a) Vypočítajte maximálnu hodnotu U_{\max} a efektívnu hodnotu U_{ef} napájacieho vstupného napätia mostíka dvojimpulzného usmerňovača.

b) Určte veľkosť kapacity C kondenzátora použitého filtra v μF !

(a) $U_{\max} = 51,4 \text{ V}$; $U_{\text{ef}} = 36,3 \text{ V}$; b) $354 \mu\text{F}$)

Úloha 9.3.5. Odvodte strednú a efektívnu hodnotu jednoimpulzne usmerneného sínusového priebehu napätia podľa obr. 9.9.

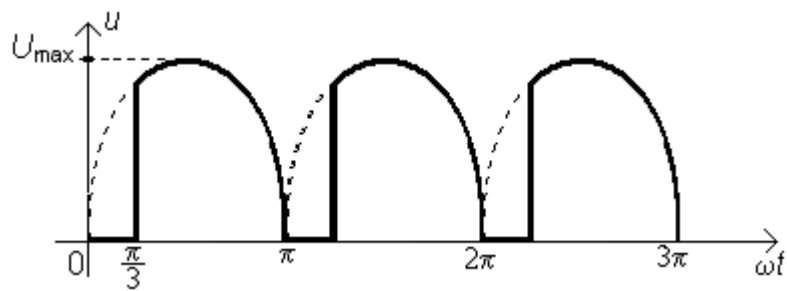
$$(U_{\text{str}} = \frac{U_{\max}}{\pi}; \quad U_{\text{ef}} = \frac{U_{\max}}{2})$$



Obr. 9.9

Úloha 9.3.6. Odvodte strednú hodnotu U_{str} a efektívnu hodnotu U_{ef} dvojimpulzne usmerneného striedavého napätia podľa obr. 9.10. Ďalej odvodte priemerný výkon na rezistore R , na ktorý je toto napätie priložené.

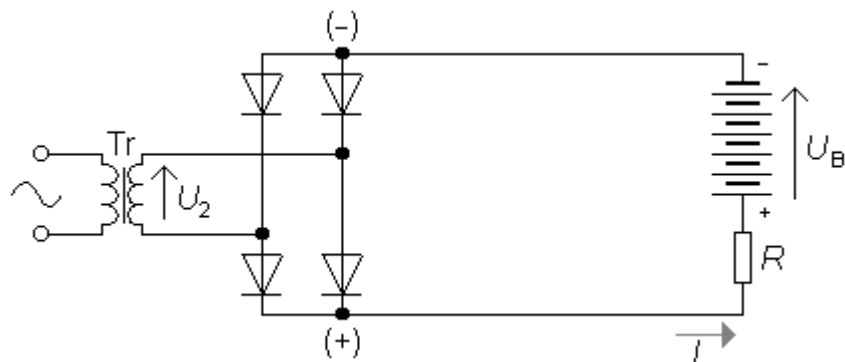
$$(U_{\text{str}} = \frac{3U_{\max}}{2\pi}; \quad U_{\text{ef}} \cong 0,63 U_{\max}; \quad \bar{P} \cong 0,4 \cdot \frac{U_{\max}^2}{R})$$



Obr. 9.10

Úloha 9.3.7. Z jednofázového „bezpečnostného“ transformátora Tr pre 220/24 V chceme cez usmerňovač a odpor R nabíjať podľa obr. 9.11 akumulátorovú olovenú batériu 12 V s kapacitou 35 Ah. Určte potrebné diódy a odpor R .

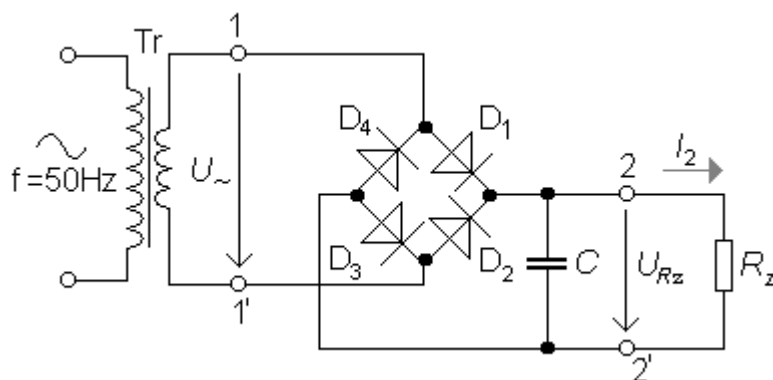
($I_d = 1,75$ A; $U_{i\max} \doteq 34$ V; $R = 3,05 \Omega$)



Obr. 9.11

Úloha 9.3.8. Vypočítajte kapacitu vyhladzovacieho kondenzátora C pre dvojimpulzný usmerňovač na obr. 9.12 pre zvlnenie výstupného napätia $U_{pp} \leq 4$ V (špička – špička), ak stredná hodnota napätia na záťaži je $U_{Rz} = 150$ V a maximálny prúd v záťaži je $I_{2\max} = 100$ mA.

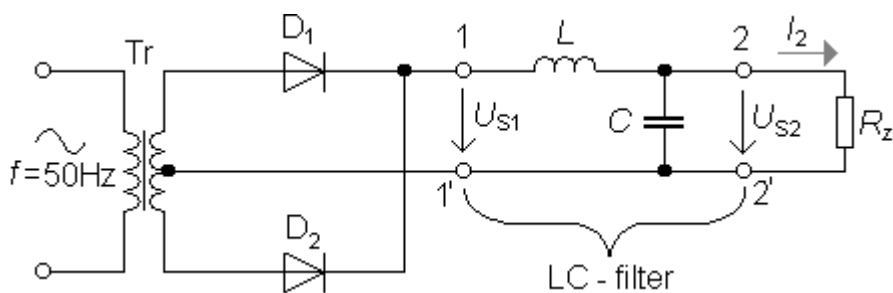
($C = 250 \mu\text{F}$)



Obr. 9.12

Úloha 9.3.9. Vypočítajte kapacitu kondenzátora C LC-filtra a minimálnu hodnotu zaťažovacieho odporu $R_{z \min}$ pre dvojimpulzný usmerňovač na obr. 9.13, pričom amplitúda prvej harmonickej zvlneného napätia na záťaži je $U_1 \leq 50 \text{ mV}$, stredná hodnota napätia za usmerňovačom $U_{S1} = 20 \text{ V}$, maximálny prúdový odber $I_{2 \max} = 50 \text{ mA}$ a hodnota indukčnosti tlmivky je $L = 100 \text{ mH}$.

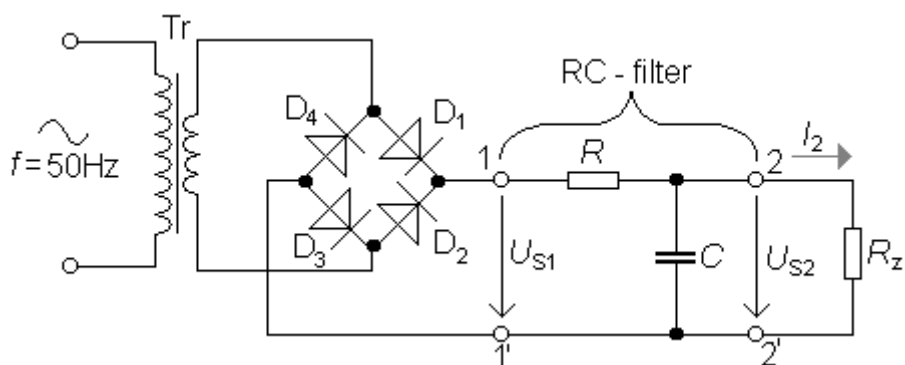
($C = 6\,738 \mu\text{F} = 6,738 \text{ mF}$; $R_{z \min} = 400 \Omega$)



Obr. 9.13

Úloha 9.3.10. Navrhnite RC-filter pre dvojimpulzný usmerňovač na obr. 9.14, pričom amplitúda prvej harmonickej zvlneného napätia na záťaži je $U_1 \leq 0,2 \text{ V}$, maximálny prúdový odber $I_{2 \max} = 100 \text{ mA}$, stredná hodnota napätia za usmerňovačom $U_{S1} = 160 \text{ V}$ a stredná hodnota napätia za filtrom je $U_{S2} \geq 100 \text{ V}$.

($R = 600 \Omega$; $C = 884 \mu\text{F}$)



Obr. 9.14

10 TRANZISTORY A ZOSILŇOVAČE

10.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Tranzistor – je aktívny polovodičový nelineárny prvok s dvoma PN priechodmi, ktorým riadime veľký výkon na výstupe pomocou malého výkonu na vstupe. Vo svojej pôvodnej funkcii uskutočňuje premenu malého odporu so slabým napäťovým signálom na veľký odpor s takmer rovnakým prúdom, avšak mnohonásobne zosilneným napätím. Z tohto významu vznikol aj jeho názov: (angl.) **transfer resistor** = transistor. Tranzistor je základným stavebným prvkom v mikroelektronike a zosilňovacej technike. Dôležitým parametrom tranzistora je prúdový zosilňovací činiteľ β .

Použitie tranzistora:

- v zosilňovačoch na zosilnenie signálu,
- v bezkontaktných spínačoch na rýchle spínanie,
- v logických a číslicových obvodoch na vytváranie rôznych logických funkcií (najmä negácie),
- v impulzových obvodoch ako aktívny obmedzovač amplitúdy.

Rozdelenie tranzistorov:

- a) bipolárne (PNP, NPN) – na jeho funkcii sa zúčastňujú nosiče náboja oboch polarít,
- b) unipolárne (J FET, MOS FET, MIS FET, MNS FET, IG FET) – sú riadené elektrickým poľom a pri nich existuje len jeden druh prúdu – buď elektrónový, alebo dierový.

Výhody unipolárnych tranzistorov oproti bipolárnym

- veľmi veľký vstupný odpor (10^9 až $10^{12} \Omega$) a nulový vstupný prúd,
- výstupný obvod sa správa ako pasívny, a to je výhodné pre spínanie malých napätí,
- relatívne malý vlastný šum, a to umožňuje ich spoľahlivú činnosť i pri veľmi vysokých frekvenciách (1 GHz),
- príkon na rovnakú obvodovú funkciu je až 100-krát nižší (1 nW),
- možnosť veľmi veľkej integrácie (VLSI, ELSI) a miniaturizácie (zmenšovanie plochy),
- výroba unipolárnych obvodov je jednoduchšia a lacnejšia.

Nevýhody unipolárnych tranzistorov

- nižšia pracovná rýchlosť a rýchlosť spínania ako pri špeciálnych integrovaných bipolárnych tranzistorových štruktúrach,
- nebezpečenstvo prierazu riadiacej elektródy.

Zosilňovač – elektronické zariadenie (štvorpól, dvojbrána), ktoré zosilňuje elektrický signál. Popri vstupe, na ktorý privádzame signál určený na zosilnenie, a výstupe, z ktorého zosilnený signál odoberáme, musí mať zosilňovač ešte prívod energie (napájanie zo zdroja U_N , U_{CC} alebo U_Z), ktorý tvorí jeho nevyhnutnú súčasť. Časť napájacej energie sa pridáva k výstupnému signálu (o túto energiu sa vstupný signál zosilňuje) a druhú časť napájacej energie zosilňovač mení na stratové teplo. Zosilňovač sa skladá zo zosilňovacieho aktívneho prvku (najčastejšie tranzistor, elektrónka sa v súčasnosti používa v koncových stupňoch vysielateľov a v rozhlasovej technike na dosiahnutie väčšieho výkonu a menšieho šumu pri zosilňovaní vF signálov) a pomocných obvodov na nastavenie pracovného bodu.

Základným parametrom zosilňovačov je ich zosilnenie, zisk, prenos.

Rozdelenie zosilňovačov z viacerých hľadísk:

1. Podľa veľkosti vstupného signálu:
 - a) predzosilňovače
 - b) koncové stupne (výkonové zosilňovače)
2. Podľa charakteru vstupného signálu:
 - a) jednosmerné (=)
 - b) striedavé (~)
3. Podľa frekvencie striedavých signálov:
 - a) nízkočfrekvenčné (nf)
 - b) vysokočfrekvenčné (vf)
4. Podľa šírky prenášaného frekvenčného pásma:
 - a) úzkopásmové (selektívne)
 - b) širokopásmové
5. Podľa vnútornej štruktúry:
 - a) jednostupňové (obsahujú len jeden zosilňovací prvok)
 - b) viacstupňové
6. Podľa druhu väzby medzi stupňami:
 - a) priamo viazané
 - b) s transformátorovou väzbou
 - c) s väzbou RC (kapacitnou)
7. Podľa spôsobu činnosti:
 - a) jednočinné
 - b) dvojčinné

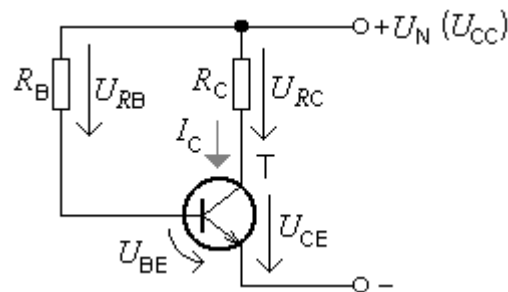
8. Podľa polohy pracovného bodu:

- a) zosilňovače triedy A
- b) zosilňovače triedy B
- c) zosilňovače triedy C
- d) zosilňovače triedy D (tzv. rekuperačné)

9. Podľa základného zapojenia tranzistora:

- a) zosilňovače s tranzistorom v zapojení so spoločným emitorom (SE, SS)
- b) zosilňovače s tranzistorom v zapojení so spoločnou bázou (hradlom) (SB, SG)
- c) zosilňovače s tranzistorom v zapojení so spoločným kolektorom (SK, SD)

Niekoľko vzťahov pre tranzistor v zapojení so spoločným emitorom (SE) dôležitých pri riešení príkladov z tranzistorov a zosilňovačov



Obr. 10.1 Tranzistor v zapojení so spoločným emitorom (SE)

Pre báзовý prúd I_B platí

$$I_B = \frac{U_{RB}}{R_B} = \frac{U_N - U_{BE}}{R_B}, \quad (10.1)$$

kde R_B je odpor v báze, U_{RB} napätie na odpore R_B , U_{BE} napätie medzi bázou a emitorom a U_N je napájacie napätie.

Pre kolektorový prúd môžeme písať

$$I_C = \beta \cdot I_B \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{I_C}{I_B}, \quad (10.2)$$

kde β je prúdový zosilňovací činiteľ.

Napätie medzi kolektorom a emitorom U_{CE} môžeme určiť podľa vzťahu

$$U_N = U_{RC} + U_{CE} \quad \Rightarrow \quad U_{CE} = U_N - U_{RC}, \quad (10.3)$$

kde U_N je napájacie napätie a U_{RC} napätie na odpore R_C .

Saturačný prúd I_S dostaneme približne ako podiel napájacieho napätia U_N a kolektorového odporu R_C , čiže

$$I_S \doteq \frac{U_N}{R_C}. \quad (10.4)$$

Vstupnú impedanciu Z_{vst} dostaneme pomocou dynamického odporu emitora r_e ako

$$Z_{\text{vst}} = \beta \cdot r_e, \quad (10.5)$$

kde β je prúdový zosilňovací činiteľ a pre r_e platí približne empirický vzťah

$$r_e \doteq \frac{0,03}{I_C},$$

kde I_C je kolektorový prúd.

Výstupná impedancia $Z_{\text{výst}}$ sa približne rovná kolektorovému odporu R_C , čiže

$$Z_{\text{výst}} \doteq R_C \quad (10.6)$$

a napäťové zosilnenie A_u určíme ako

$$A_u = \frac{R_C \parallel R_z}{r_e}; \quad (10.7)$$

kde \parallel je označenie paralelnej kombinácie odporov R_C a R_z , R_C je kolektorový odpor, r_e je dynamický odpor emitora a R_z je zaťažovací odpor.

10.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 10.2.1. Germániový tranzistor je zapojený podľa obr. 10.1, pričom $R_B = 100 \text{ k}\Omega$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$, $U_N = 10 \text{ V}$, $\beta = 60$. Aké bude napätie U_{CE} medzi kolektorom a emitorom? (Pri Ge tranzistore predpokladajte $U_{BE} = 0,2 \text{ V}$.)

Riešenie: Pre báзовý prúd platí podľa (10.1)

$$I_B = \frac{U_N - U_{BE}}{R_B} = \frac{10 \text{ V} - 0,2 \text{ V}}{100 \cdot 10^3 \Omega} = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 0,098 \text{ mA}.$$

Podľa (10.2) kolektorový prúd I_C

$$I_C = \beta \cdot I_B = 60 \cdot 0,098 \text{ mA} = 5,88 \text{ mA} \doteq 5,9 \text{ mA}.$$

Tento kolektorový prúd tečie cez odpor R_C a vytvorí na ňom úbytok napätia U_{RC} , pre ktorý z Ohmovho zákona platí

$$U_{RC} = I_C \cdot R_C = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1 \cdot 10^3 \Omega = 5,9 \text{ V}.$$

Napätie U_{CE} vypočítame podľa (10.3)

$$U_{CE} = U_N - U_{RC} = 10 \text{ V} - 5,9 \text{ V} = 4,1 \text{ V}.$$

Príklad 10.2.2. Kremíkový tranzistor zapojený podľa obr. 10.1 má napájacie napätie $U_N = 6 \text{ V}$, $R_C = 1,8 \text{ k}\Omega$, $R_B = 330 \text{ k}\Omega$ a výrobca udáva, že β sa pohybuje v rozmedzí od 30 do 140 pri teplote $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a pri teplote $80 \text{ }^\circ\text{C}$ môže vzrásť o 30 %. Aké bude minimálne a maximálne U_{CE} ?

Riešenie: Pri Si tranzistore predpokladáme $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$. Pre bázový prúd podľa (10.1) platí

$$I_B = \frac{U_N - U_{BE}}{R_B} = \frac{6 \text{ V} - 0,7 \text{ V}}{330 \cdot 10^3 \Omega} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 0,016 \text{ mA}.$$

Kolektorový prúd podľa (10.2) je

$$I_C = \beta \cdot I_B.$$

Teda pre minimálnu hodnotu $\beta = 30$

$$I_{C1} = 30 \cdot 0,016 \text{ mA} = 0,48 \text{ mA}.$$

Úbytok napätia na odpore R_C pri tomto prúde (podľa Ohmovho zákona)

$$U_{RC1} = I_{C1} \cdot R_C = 0,48 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1,8 \cdot 10^3 \Omega = 0,86 \text{ V}$$

a príslušné napätie na kolektore podľa (10.3)

$$U_{CE1} = U_N - U_{RC1} = 6 \text{ V} - 0,86 \text{ V} = 5,14 \text{ V},$$

čo je jeho maximálna hodnota. Kolektorový prúd I_{C2} pre maximálnu hodnotu β pri 80°C ($\beta = 140 + 30\% = 182$) podľa (10.2) je

$$I_{C2} = 182 \cdot 0,016 \text{ mA} = 2,91 \text{ mA}.$$

Podobne ako pre I_{C1} vypočítame U_{RC2} a U_{CE2} .

$$U_{RC2} = I_{C2} \cdot R_C = 2,91 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1,8 \cdot 10^3 \Omega = 5,24 \text{ V},$$

$$U_{CE2} = U_N - U_{RC2} = 6 \text{ V} - 5,24 \text{ V} = 0,76 \text{ V}, \text{ čo je jeho minimálna hodnota.}$$

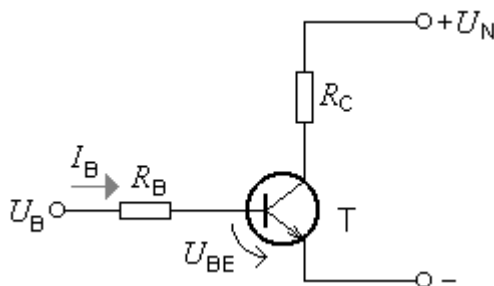
Príklad 10.2.3. Kremíkový tranzistor je zapojený podľa obr. 10.2. Aké napätie U_B musíme pripojiť na odpor R_B , aby tranzistorom tiekol saturačný prúd pre ľubovoľné β z rozmedzia od 35 do 200. $R_B = 22 \text{ k}\Omega$, $R_C = 2,7 \text{ k}\Omega$, $U_N = 14 \text{ V}$.

Riešenie: Pre saturačný prúd podľa (10.4) platí

$$I_S \doteq \frac{U_N}{R_C} = \frac{14 \text{ V}}{2,7 \cdot 10^3 \Omega} = 5,18 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 5,18 \text{ mA}.$$

Vezmite do úvahy najnepriaznivejší prípad, t. j. keď $\beta = 35$; bázový prúd I_B teda bude

$$I_B = \frac{I_S}{\beta} = \frac{5,18 \text{ mA}}{35} = 0,148 \text{ mA}.$$



Obr. 10.2

Tento báзовý prúd vytvorí na odpore R_B úbytok

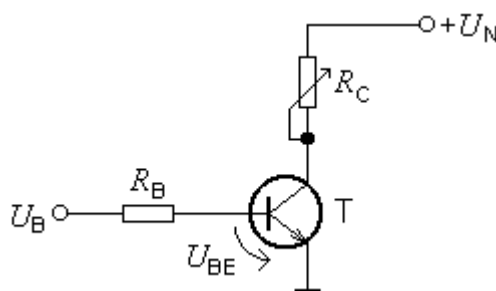
$$U_{RB} = I_B \cdot R_B = 0,148 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 22 \cdot 10^3 \Omega = 3,256 \text{ V} \doteq 3,3 \text{ V}.$$

Keďže ide o kremíkový tranzistor (Si), vieme, že na priechode emitor-báza je napätie $U_{BE} \doteq 0,7 \text{ V}$. Pre napätie U_B podľa Kirchhoffovho zákona

$$U_B = U_{RB} + U_{BE} = 3,3 \text{ V} + 0,7 \text{ V} = 4 \text{ V}.$$

Príklad 10.2.4. Germániový tranzistor NPN vo funkcii bezkontaktného spínača (obr. 10.3) je pripojený na napájací zdroj $U_N = 10 \text{ V}$, vo vstupnom obvode má zapojený odpor $R_B = 10 \text{ k}\Omega$ a v obvode kolektora má zaradený zaťažovací odpor $R_C = 1,5 \text{ k}\Omega$ s možnosťou jeho regulácie. Pre daný tranzistor má činiteľ zosilnenia hodnoty od $\beta_{\min} = 50$ do $\beta_{\max} = 200$.

- Aký musí byť odpor v obvode kolektora R_C , aby napätie na výstupe U_{CE} v stave uzavretia tranzistora nekleslo na menej ako 9 V ? (V stave uzavretia podľa katalógu výrobcu tečie tranzistorom zvyškový prúd $I_{CE0} = 1 \text{ mA}$).
- Určte napätie U_B na vstupe, aby tento tranzistor zopol, teda dostal sa do stavu nasýtenia. (V stave nasýtenia podľa katalógu výrobcu je $U_{BE} = 0,3 \text{ V}$).



Obr. 10.3

Riešenie: a) Musíme zabezpečiť, aby pri napájacom napätí 10 V nebolo napätie v stave uzavretia tranzistora menšie ako $U_{CE} = 9 \text{ V}$ pri prúde $I_{CE0} = 1 \text{ mA}$. Tento prúd vyvolá na odpore R_C úbytok napätia, ktorý nemôže byť väčší ako

$$\Delta U_{RC} = U_N - U_{CE} = 10 \text{ V} - 9 \text{ V} = 1 \text{ V}.$$

Potom hodnota odporu, ktorú musíme zapojiť do obvodu kolektora vypočítame z Ohmovho zákona

$$\Delta U_{RC} = R_C \cdot I_{CE0} \quad \Rightarrow \quad R_C = \frac{\Delta U_{RC}}{I_{CE0}} = \frac{1 \text{ V}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ mA}} = 1 \cdot 10^3 \Omega = 1 \text{ k}\Omega.$$

Keď teda nastavíme potenciometer vo výstupe tranzistora na hodnotu $1 \text{ k}\Omega$, cez tranzistor preteká prúd 1 mA , je uzavretý a nespína.

b) Pre uvedenie do vodivého stavu budeme najskôr uvažovať stav najnepriaznivejší, teda keď má tranzistor minimálne zosilnenie $\beta_{\min} = 50$. Vo vodivom – saturačnom stave platí, že na tranzistore je úbytok napätia zanedbateľne malý a že prúd cez kolektor tranzistora závisí takmer len od napájacieho napätia U_N (nezávisí od bázového prúdu)

$$I_C \doteq \frac{U_N}{R_C} = \frac{10 \text{ V}}{1 \cdot 10^3 \Omega} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 10 \text{ mA}.$$

Z činiteľa prúdového zosilnenia dokážeme vypočítať bázový prúd

$$\beta_{\min} = \frac{I_C}{I_B} \quad \Rightarrow \quad I_B = \frac{I_C}{\beta_{\min}} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{50} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 0,2 \text{ mA}.$$

Aby tranzistor zopol, musí byť na vstupe napätie (podľa Kirchhoffovho zákona)

$$U_B = U_{RB} + U_{BE} = I_B \cdot R_B + U_{BE} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ A} \cdot 10 \cdot 10^3 \Omega + 0,3 \text{ V} = 2,3 \text{ V}.$$

Pri najpriaznivejšom prípade, teda keď uvažujeme maximálne zosilnenie tranzistora $\beta_{\max} = 200$ potrebujeme pripojiť na bázu (vstup tranzistora) napätie U_B , ktoré vypočítame nasledovne

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_{\max}} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{200} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 0,05 \text{ mA},$$

$$U_B = U_{RB} + U_{BE} = I_B \cdot R_B + U_{BE} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot 10 \cdot 10^3 \Omega + 0,3 \text{ V} = 0,8 \text{ V}.$$

Čiže, ak tranzistor zosilňuje dokonale (pri β_{\max}), stačí, ak na bázu pripojíme napätie 0,8 V. Vtedy tranzistor zopne a preteká ním na výstupe prúd $I_C = 10 \text{ mA}$.

Príklad 10.2.5. Tranzistorový zosilňovač má vstupnú impedanciu $Z_{\text{vst}} = 700 \Omega$, výstupnú impedanciu $Z_{\text{výst}} = 1000 \Omega$, napäťové zosilnenie pri nezaťaženom výstupe $A_{u0} = 20$. Na vstup zosilňovača je pripojený RC-generátor s vnútorným odporom $R_g = 300 \Omega$ a napätím naprázdno $u_0 = 10 \text{ mV}$. Aké je napätie na výstupe zosilňovača, ak je naň pripojený zaťažovací odpor $R_z = 500 \Omega$ (obr. 10.4) ?

Riešenie: Vo vstupnom obvode tečie prúd

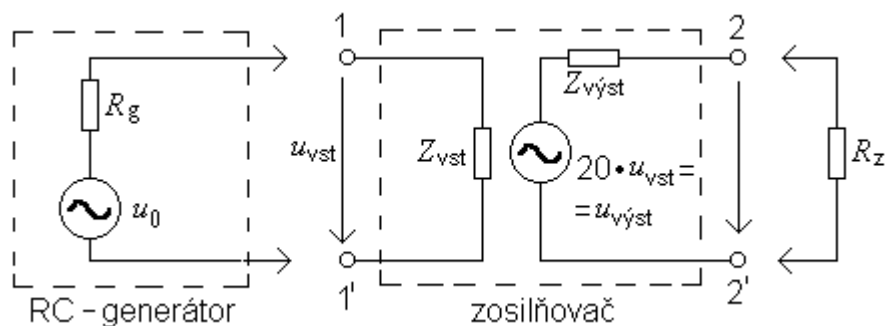
$$i_{\text{vst}} = \frac{u_0}{R_g + Z_{\text{vst}}} \quad (\text{čo vyplýva z Ohmovho zákona})$$

a tento prúd vytvorí na impedancii Z_{vst} vstupné napätie

$$u_{\text{vst}} = i_{\text{vst}} \cdot Z_{\text{vst}} = \frac{u_0}{R_g + Z_{\text{vst}}} \cdot Z_{\text{vst}} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{300 \Omega + 700 \Omega} \cdot 700 \Omega = 0,007 \text{ V} = 7 \text{ mV}.$$

Na výstupe zosilňovača, ak nie je pripojený zaťažovací odpor, je napätie

$$u_{\text{výst } 0} = A_u \cdot u_{\text{vst}} = 20 \cdot 7 \text{ mV} = 140 \text{ mV}$$



Obr. 10.4

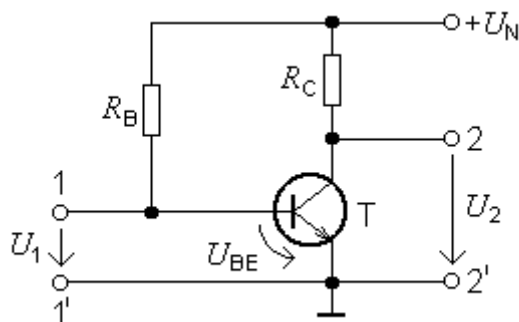
a toto napätie pretlačí do odporu R_z (po jeho pripojení)

$$i_{\text{výst}} = u_{\text{výst } 0} \cdot \frac{1}{Z_{\text{výst}} + R_z}.$$

Na odpore R_z prúd $i_{\text{výst}}$ vytvorí napätie $u_{\text{výst}} = i_{\text{výst}} \cdot R_z$ a po dosadení

$$u_{\text{výst}} = u_{\text{výst } 0} \cdot \frac{1}{Z_{\text{výst}} + R_z} \cdot R_z = 140 \text{ mV} \cdot \frac{1}{1000 \Omega + 500 \Omega} \cdot 500 \Omega = 0,0467 \text{ V} = 46,7 \text{ mV}.$$

Príklad 10.2.6. Majme zosilňovač podľa obr. 10.5 osadený kremíkovým tranzistorom, pričom $\beta = 80$, $U_N = 10 \text{ V}$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$. Určte hodnotu R_B , ak $U_{CE} = 5 \text{ V}$ a ďalej hodnoty Z_{vst} , $Z_{\text{výst}}$ a A_u .



Obr. 10.5

Riešenie: Zo vzťahu (10.3) vyplýva, že

$$U_{RC} = U_N - U_{CE} = 10 \text{ V} - 5 \text{ V} = 5 \text{ V}.$$

Z Ohmovho zákona vyplýva

$$I_C = \frac{U_{RC}}{R_C} = \frac{5 \text{ V}}{1 \cdot 10^3 \Omega} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 5 \text{ mA}.$$

Do bázy tečie prúd I_B , ktorý, ako vyplýva zo vzťahu (10.3), je β -krát menší ako I_C , teda

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{5 \text{ mA}}{80} = 0,0625 \text{ mA}.$$

Z Kirchhoffovho zákona dostaneme vzťah pre napätie U_{RB} na odpore R_B

$$U_{RB} = U_N - U_{BE} = 10 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 9,3 \text{ V}$$

(pri Si tranzistore uvažujeme $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$) a pre odpor R_B platí

$$R_B = \frac{U_{RB}}{I_B} = \frac{9,3 \text{ V}}{0,0625 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1,488 \cdot 10^5 \Omega = 148,8 \text{ k}\Omega.$$

Dynamický odpor emitora dostaneme z približného empirického vzťahu

$$r_e \doteq \frac{0,03}{I_C} = \frac{0,03}{5 \cdot 10^{-3}} = 6 \Omega.$$

Vypočítame ešte vstupnú impedanciu podľa (10.5)

$$Z_{vst} = \beta \cdot r_e = 80 \cdot 6 \Omega = 480 \Omega$$

a výstupná impedancia sa približne rovná odporu v kolektorovom obvode, čiže podľa (10.6)

$$Z_{výst} \doteq R_C \Rightarrow Z_{výst} \doteq 1\,000 \Omega = 1 \text{ k}\Omega.$$

Napäťové zosilnenie A_u môžeme počítať zo vzťahu (10.7)

$$A_u = \frac{R_C \parallel R_z}{r_e},$$

kde \parallel je označenie paralelnej kombinácie odporov R_C a R_z a ich výsledný odpor sa vypočíta zo vzťahu

$$R_p = \frac{R_C \cdot R_z}{R_C + R_z}.$$

Keďže však R_z nie je pripojený

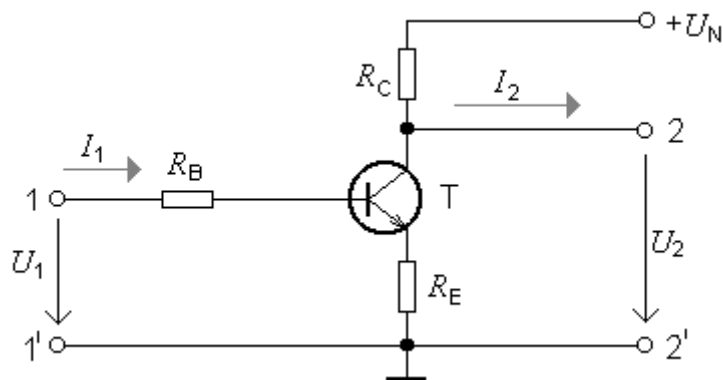
$$A_u = \frac{R_C}{r_e} = \frac{1000 \Omega}{6 \Omega} = 166,66 \doteq 167.$$

Príklad 10.2.7. Máme jednosmerný tranzistorový zosilňovač (obr. 10.6) v zapojení so spoločným emitorom (SE). Vypočítajte:

- hodnoty odporov zosilňovača na vstupe R_B a na výstupe R_C pri zanedbaní úbytkov napätia na polovodičových prechodoch germániového tranzistora ($U_{BE} \doteq 0$ a $U_{CE} \doteq 0$),
- napäťové A_u , prúdové A_i a výkonové zosilnenie A_p zosilňovača, ak sme meraním zistili, že vstupný prúd $I_1 = 5 \text{ mA}$, vstupné napätie $U_1 = 5 \text{ V}$, výstupný prúd $I_2 = 150 \text{ mA}$ a výstupné napätie $U_2 = 10 \text{ V}$.

Riešenie: a) Vstupný a výstupný odpor zosilňovača vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_B \doteq \frac{U_1}{I_1} = \frac{5 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1 \cdot 10^3 \Omega = 1 \text{ k}\Omega,$$



Obr. 10.6

$$R_C \doteq \frac{U_2}{I_2} = \frac{10 \text{ V}}{150 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 66,66 \, \Omega \doteq 66,7 \, \Omega.$$

b) Napät'ové, prúdové a výkonové zosilnenie zosilňovača vypočítame

$$A_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{10 \text{ V}}{5 \text{ V}} = 2,$$

tzn., že náš zosilňovač zosilňuje napätie 2-krát.

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{0,15 \text{ A}}{0,005 \text{ A}} = 30,$$

tzn., že náš zosilňovač zosilňuje prúd 30-krát.

$$P_{\text{výst}} = P_2 = U_2 \cdot I_2 = 10 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} = 1,5 \text{ W},$$

$$P_{\text{vst}} = P_1 = U_1 \cdot I_1 = 5 \text{ V} \cdot 0,005 \text{ A} = 0,025 \text{ W} = 25 \text{ mW},$$

$$A_p = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1,5 \text{ W}}{0,025 \text{ W}} = 60,$$

tzn., že náš zosilňovač zosilňuje výkon 60-krát.

Príklad 10.2.8. Na vstup zosilňovača je privádzaný výkon $P_1 = 2,5 \text{ mW}$, na výstupe je výkon $P_2 = 7,15 \text{ W}$. Aký je výkonový zisk v dB?

Riešenie: Pre výpočet zisku zosilňovača pri daných výkonoch platí:

$$a_p = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \cdot \log \frac{7,15 \text{ W}}{0,0025 \text{ W}} = 10 \cdot \log 2860 = 10 \cdot 3,456 = 34,56 \text{ dB}$$

$$\text{alebo } a_p = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \cdot (\log P_2 - \log P_1) = 10 \cdot (\log 7,15 - \log 0,0025) =$$

$$= 10 \cdot [0,854 - (-2,602)] = 10 \cdot 3,456 = 34,56 \text{ dB}.$$

Príklad 10.2.9. Na vstup zosilňovača privádzame napätie $U_1 = 50 \text{ mV}$. Aký je napät'ový zisk v decibeloch a neproch, ak na výstupe zosilňovača nameriame napätie $U_2 = 1 \text{ V}$?

Riešenie:

$$a_u [\text{Np}] = \ln \frac{U_2}{U_1} = \ln \frac{1 \text{ V}}{0,05 \text{ V}} = \ln 20 = 2,995 73 \doteq 3 \text{ Np},$$

$$a_u [\text{dB}] = 20 \cdot \log \frac{U_2}{U_1} = 20 \cdot \log \frac{1 \text{ V}}{0,05 \text{ V}} = 20 \cdot \log 20 = 20 \cdot 1,301 = 26,02 \text{ dB} \doteq 26 \text{ dB}.$$

Prevod dB na Np a naopak: $1 \text{ dB} = 0,115 \text{ Np}$; $1 \text{ Np} = 8,695 \text{ dB}$.

Pre náš príklad môžeme písať

$$26,02 \cdot 0,115 \text{ Np} = 2,992 3 \text{ Np} \doteq 3 \text{ Np},$$

$$2,995 73 \cdot 8,695 \text{ dB} = 26,04 \text{ dB} \doteq 26 \text{ dB}.$$

Príklad 10.2.10. Vypočítajte zosilnenie výkonu A_p pri použití tranzistora so vstupným odporom $R_{\text{vst}} = 20 \Omega$, ak zaťažovací odpor $R_z = 20 \text{ k}\Omega$ a zosilnenie prúdu $A_i = 0,95$.

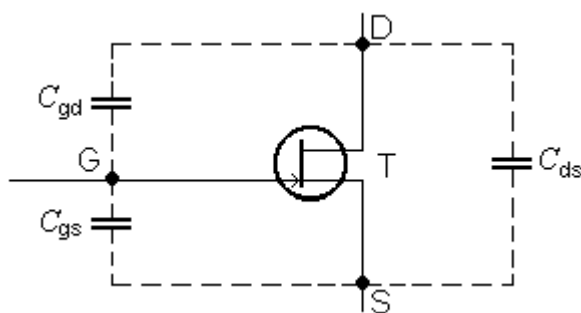
Riešenie: Pre výpočet zosilnenia výkonu platí

$$A_p = A_u \cdot A_i = R_v \cdot A_i \cdot A_i = \frac{R_z}{R_{\text{vst}}} \cdot A_i^2 = \frac{20 \cdot 10^3 \Omega}{20 \Omega} \cdot 0,95^2 = 1000 \cdot 0,902 5 = 902,5.$$

Príklad 10.2.11. Unipolárny tranzistor pracujúci v kvázilineárnom zosilňovači v zapojení so spoločným emitorom (SD) má v určitom pracovnom bode nasledujúce medzielektrodové kapacity (obr. 10.7): $C_{\text{gs}} = 5 \text{ pF}$, $C_{\text{ds}} = 2 \text{ pF}$, $C_{\text{gd}} = 0,2 \text{ pF}$. Aká je reaktančná zložka vstupnej impedancie zosilňovača pre frekvenciu vstupného harmonického signálu $f = 1 \text{ MHz}$, ak v pracovnom bode je strmosť tranzistora $S = 10 \text{ mA/V}$ a zaťažovací rezistor má odpor $R = 5 \text{ k}\Omega$ (výstupný odpor tranzistora považujte za nekonečne veľký)?

Riešenie: Reaktančná zložka vstupnej impedancie zosilňovača je spôsobená jeho vstupnou kapacitou C_i , pre ktorú platí (Millerov jav)

$$C_i = C_{\text{gs}} + (1 + |A_u|) \cdot C_{\text{gd}},$$



Obr. 10.7

kde $A_u = -S \cdot R = -10 \cdot 10^{-3} \text{ A/V} \cdot 5 \cdot 10^3 \Omega = -50$.

Po dosadení do vzťahu pre vstupnú kapacitu C_i dostaneme

$$C_i = C_{gs} + (1 + |A_u|) \cdot C_{gd} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ F} + (1 + 50) \cdot 0,2 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 15,2 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 15,2 \text{ pF}.$$

Pre reaktančnú zložku vstupnej impedancie potom platí

$$X_i = \frac{1}{\omega \cdot C_i} = \frac{1}{2\pi f \cdot C_i} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot 15,2 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \frac{1}{9,55 \cdot 10^{-5}} = 10\,471,2 \Omega \doteq 10,5 \text{ k}\Omega.$$

Príklad 10.2.12. Vypočítajte napäťové zosilnenie A_u , prúdové zosilnenie A_i , vstupný odpor R_{vst} a výstupný odpor $R_{výst}$ kvázilineárneho zosilňovača v zapojení so spoločnou bázou SB (obr. 10.8), ak admitančné parametre uvažovaného tranzistora v zapojení so spoločným emitorom (SE) pri $U_{CE} = U_{CEP}$, $I_C = I_{CP}$ a frekvencii rovnakej frekvencii ω vstupného harmonického signálu zosilňovača sú: $y_{11e} = 1 \text{ mS}$, $y_{12e} = -0,4 \mu\text{S}$, $y_{21e} = 50 \text{ mS}$, $y_{22e} = 25 \mu\text{S}$, kde U_{CE} , resp. I_C je jednosmerné napätie na priechode kolektor – emitor, resp. jednosmerný kolektorový prúd, pri ktorom sú uvedené parametre merané U_{CEP} , resp. I_{CP} je jednosmerné napätie, resp. prúd v pracovnom bode podľa obr. 10.8. Ďalej predpokladáme, že C_v , C_b a C_n predstavujú pre frekvenciu ω prakticky krátke spojenie (skrat).

Poznámka: U_{n0} a R_n predstavujú prvky náhradného zapojenia zdroja jednosmerného napájacieho napätia a C_n blokovací kondenzátor tohto zdroja. $R_z = 1,2 \text{ k}\Omega$, $R_g = 600 \Omega$ a $R_e = 1 \text{ k}\Omega$.

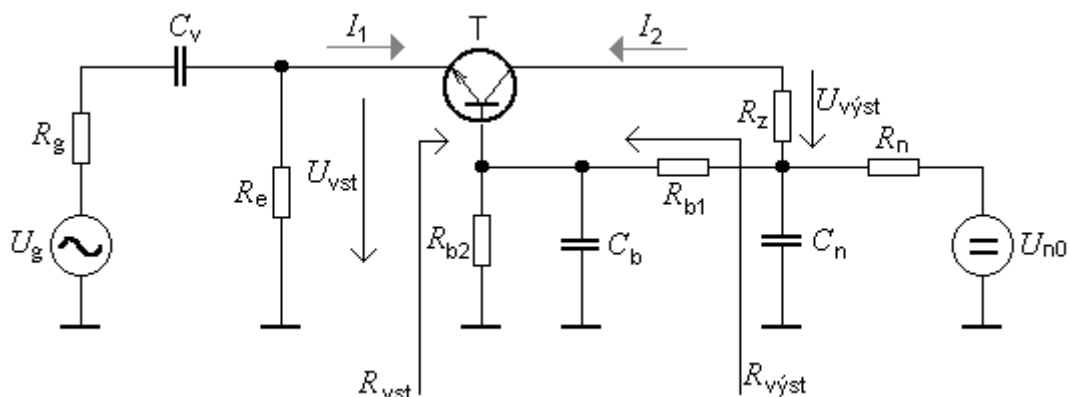
Riešenie: Najprv prepočítame uvedené parametre tranzistora v zapojení SE na vhodné štvorpólové parametre v zapojení SB (v našom prípade znovu na y – parametre).

$$y_{11b} = \sum y_e = y_{11e} + y_{12e} + y_{21e} + y_{22e} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ S} - 0,000\,4 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3} \text{ S} + 0,025 \cdot 10^{-3} \text{ S} =$$

$$= 51,024\,6 \cdot 10^{-3} \text{ S} \doteq 51 \text{ mS}$$

$$y_{12b} = -(y_{12e} + y_{22e}) = -(-0,4 \cdot 10^{-6} \text{ S} + 25 \cdot 10^{-6} \text{ S}) = -24,6 \cdot 10^{-6} \text{ S} = -24,6 \mu\text{S}$$

$$y_{21b} = -(y_{21e} + y_{22e}) = -(50 \cdot 10^{-3} \text{ S} + 0,025 \cdot 10^{-3} \text{ S}) = -50,025 \cdot 10^{-3} \text{ S} \doteq -50 \text{ mS}$$



Obr. 10.8

$$y_{22b} = y_{22e} = 25 \mu\text{S}.$$

Ďalej vypočítame R_{vst} , $R_{výst}$, A_u a A_i nasledovne:

$$R_{vst} = \frac{1 + y_{22b} R_z}{y_{11b} + \Delta y_b R_z} = \frac{1 + 25 \cdot 10^{-6} \text{ S} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \Omega}{51 \cdot 10^{-3} \text{ S} + 45 \cdot 10^{-9} \text{ S}^2 \cdot 1,2 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{1 + 0,03}{0,051054 \text{ S}} = 20,17 \Omega,$$

$$\text{kde } \Delta y_b = y_{11b} \cdot y_{22b} + y_{12b} \cdot y_{21b} = 51 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 25 \cdot 10^{-6} \text{ S} - 24,6 \cdot 10^{-6} \text{ S} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ S} = \\ = 1,275 \cdot 10^{-6} \text{ S}^2 - 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ S}^2 = 45 \cdot 10^{-9} \text{ S}^2$$

$$R_{výst} = \frac{1 + y_{11b} R'_g}{y_{22b} + \Delta y_b R'_g} = \frac{1 + 51 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 375 \Omega}{25 \cdot 10^{-6} \text{ S} + 45 \cdot 10^{-9} \text{ S}^2 \cdot 375 \Omega} = \frac{1 + 19,125}{4,1875 \cdot 10^{-5} \text{ S}} = 480597 \Omega = \\ = 480,6 \text{ k}\Omega,$$

$$\text{kde } R'_g = \frac{R_e \cdot R_g}{R_e + R_g} = \frac{1000 \Omega \cdot 600 \Omega}{1000 \Omega + 600 \Omega} = \frac{6 \cdot 10^5 \Omega^2}{1,6 \cdot 10^3 \Omega} = 375 \Omega$$

$$A_u = \frac{U_{výst}}{U_{vst}} = - \frac{y_{21b} \cdot R_z}{1 + y_{22b} \cdot R_z} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 1200 \Omega}{1 + 25 \cdot 10^{-6} \text{ S} \cdot 1200 \Omega} = \frac{60}{1 + 0,03} = 58,25$$

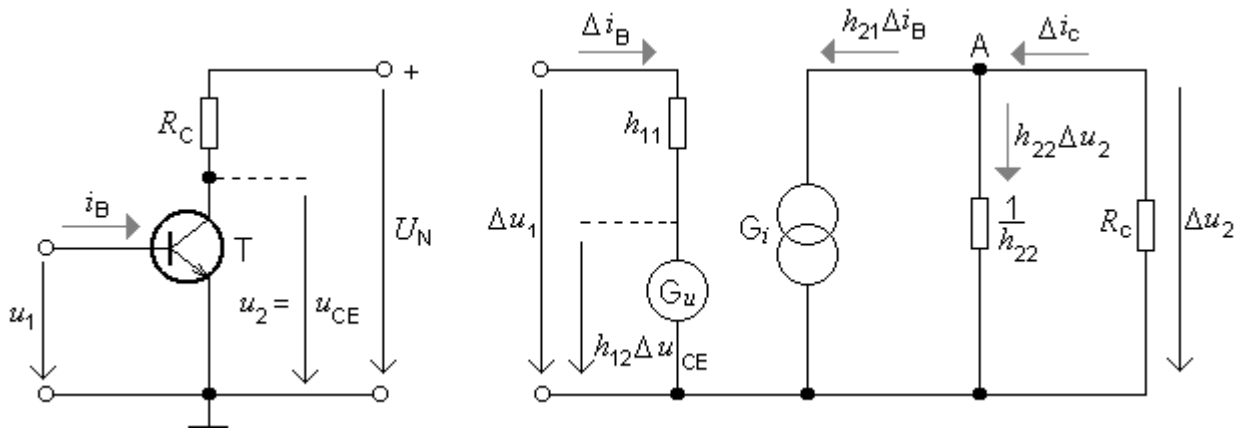
$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21b}}{y_{11b} + \Delta y_b \cdot R_z} = - \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ S}}{51 \cdot 10^{-3} \text{ S} + 45 \cdot 10^{-9} \text{ S}^2 \cdot 1200 \Omega} = - \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ S}}{51,054 \cdot 10^{-3} \text{ S}} = \\ = - 0,979.$$

Príklad 10.2.13. Pre kremíkový tranzistor NPN, typu KFY 34 v zapojení so spoločným emitorom (obr. 10.9), pomocou parametrov h vypočítajte prúdové zosilnenie A_i a napäťové zosilnenie A_u . Kolektorový odpor $R_C = 1 \text{ k}\Omega$, napájacie napätie $U_N = 24 \text{ V}$ a h – parametre tranzistora sú: $h_{11} = 510 \Omega$, $h_{12} = 75 \cdot 10^{-6} \doteq 0$, $h_{21} = \beta = 192,5$, $h_{22} = 300 \cdot 10^{-6} \text{ S}$.

Riešenie: Z definície parametrov h

$$u_1 = h_{11} \cdot i_B + h_{12} \cdot u_{CE}$$

$$i_C = h_{21} \cdot i_B + h_{22} \cdot u_{CE},$$



Obr. 10.9

vyplýva pre prírastky náhradný lineárny obvod (obr. 10.9 vpravo). Zdroj napätia predstavuje pre počítané zmeny nulovú impedanciu. Z Kirchhoffovho zákona pre bod „A“ vyplýva

$$\Delta i_C = h_{21} \cdot \Delta i_B + h_{22} \cdot \Delta u_2.$$

Do poslednej rovnice môžeme dosadiť $\Delta u_2 = -R_C \cdot \Delta i_C$, potom

$$\Delta i_C = h_{21} \cdot \Delta i_B - h_{22} \cdot R_C \cdot \Delta i_C,$$

$$\Delta i_C \cdot (1 + h_{22} \cdot R_C) = h_{21} \cdot \Delta i_B \quad \Rightarrow \quad \Delta i_C = \frac{h_{21} \cdot \Delta i_B}{1 + h_{22} \cdot R_C}.$$

Prúdové zosilnenie

$$A_i = \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} = \frac{\frac{h_{21} \cdot \Delta i_B}{1 + h_{22} \cdot R_C}}{\Delta i_B} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} \cdot R_C} = \frac{192,5}{1 + 300 \cdot 10^{-6} \text{ S} \cdot 1000 \Omega} = \frac{192,5}{1 + 0,3} \doteq 148.$$

Napät'ové zosilnenie

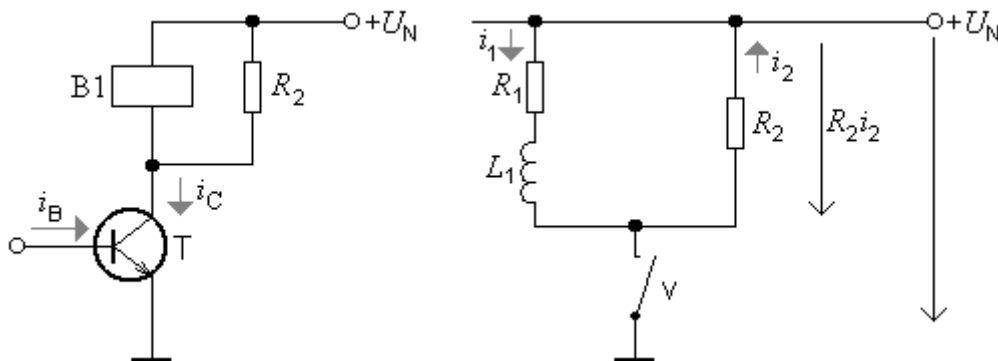
$$A_u = \frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} = \frac{-R_C \cdot \Delta i_C}{h_{11} \cdot \Delta i_B + h_{12} \cdot \Delta u_{CE}},$$

v praxi je možné parameter h_{12} zanedbať, potom

$$A_u = \frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} = \frac{-R_C \cdot \Delta i_C}{h_{11} \cdot \Delta i_B} = -\frac{R_C}{h_{11}} \cdot A_i = -\frac{1000 \Omega}{510 \Omega} \cdot 148 \doteq -290.$$

Príklad 10.2.14. Spínacím tranzistorom T ovládame podľa obr. 10.10 relé B1, ktorého cievka má odpor $R_1 = 500 \Omega$ a indukčnosť $L_1 = 7,5 \text{ H}$. Napájacie napätie $U_N = 10 \text{ V}$. Akú hodnotu musí mať ochranný odpor R_2 zapojený paralelne ku cievke relé B1, aby napätie u_{CE} medzi kolektorom a emitorom pri náhlom uzavretí tranzistora T neprekročilo hodnotu 30 V ?

Riešenie: V náhradnej schéme (obr. 10.10 vpravo) sme nahradili spínací tranzistor vypínačom v. Po jeho rozpojení sa snaží indukčnosť L podľa Lenzovho zákona ďalej udržiavať prechodný prúd v slučke.



Obr. 10.10

Predpokladajme, že odpor R_2 je bezindukčný. Potom bude v prvom okamihu po rozpojení vypínača v, pre $t = 0$

$$i_{10} = I_1 = \frac{U_N}{R_1} = i_{20},$$

$$u_{CE0} = U_N + R_2 \cdot i_{20} = U_N + R_2 \cdot \frac{U_N}{R_1} \Rightarrow R_2 = \left(\frac{u_{CE0}}{U_N} - 1 \right) \cdot R_1.$$

Po dosadení zadaných hodnôt vypočítame hodnotu odporu ochranného rezistora R_2

$$R_2 = \left(\frac{u_{CE0}}{U_N} - 1 \right) \cdot R_1 = \left(\frac{30 \text{ V}}{10 \text{ V}} - 1 \right) \cdot 500 \Omega = 2 \cdot 500 \Omega = 1000 \Omega = 1 \text{ k}\Omega.$$

Príklad 10.2.15. Odvodte rovnicu priebehu napätia u_{CE} po uzavretí tranzistora T v príklade 10.2.14.

Riešenie: Pre slučku, ktorá je na obr. 10.10 vpravo označená hrubo, platí

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + (R_1 + R_2) \cdot i_1 = 0.$$

Zavedieme časovú konštantu

$$\tau = \frac{L_1}{R_1 + R_2}$$

a pre hodnoty z príkladu 14 bude časová konštanta

$$\tau = \frac{7,5 \text{ H}}{500 \Omega + 1000 \Omega} = \frac{7,5 \text{ H}}{1500 \Omega} = 0,005 \text{ s} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Po zavedení časovej konštanty do prvej rovnice dostaneme

$$\int_{i_{10}}^{i_1} \frac{di_1}{i_1} = - \int_0^t \frac{dt}{\tau},$$

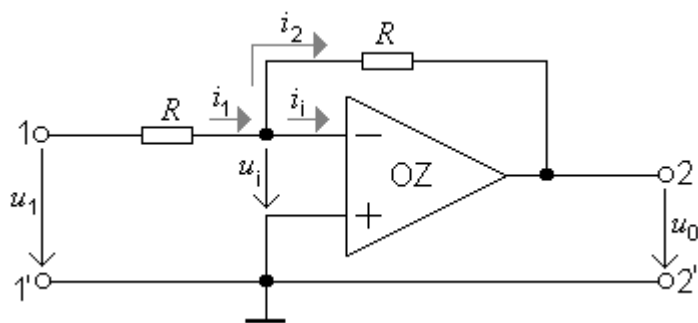
$$i_1 = I_{10} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_N}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

$$u_{CE} = U_N + R_2 \cdot i_2 = U_N + R_2 \cdot i_1 = U_N \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

pre parametre z príkladu 10.2.14 bude u_{CE}

$$u_{CE} = U_N \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 10 \cdot \left(1 + \frac{1000}{500} \cdot e^{-\frac{t}{0,005}} \right) = 10 + 20 \cdot e^{-200 t}.$$

Príklad 10.2.16. Vypočítajte napät'ové zosilnenie A_u ideálneho operačného zosilňovača v zapojení na obr. 10.11.



Obr. 10.11

Riešenie: Vstupný odpor ideálneho operačného zosilňovača je nekonečný, teda $i_1 = 0$ a $i_2 = i_1$. Z toho je

$$\frac{u_1 - u_i}{R} = \frac{u_i - u_0}{R}.$$

Pretože ideálny OZ má $A \rightarrow \infty$, je $u_i = 0$ a teda

$$\frac{u_1}{R} = -\frac{u_0}{R} \quad \Rightarrow \quad u_0 = -u_1.$$

Z posledného vzťahu vychádza napäťové zosilnenie zosilňovača

$$A_u = \frac{u_0}{u_1}, \quad \text{ak } u_0 = -u_1, \quad \text{potom } A_u = -1.$$

Napäťové zosilnenie operačného zosilňovača je -1 , zosilňovač sa správa ako invertor, tzn., že obracia fázu vstupného napätia.

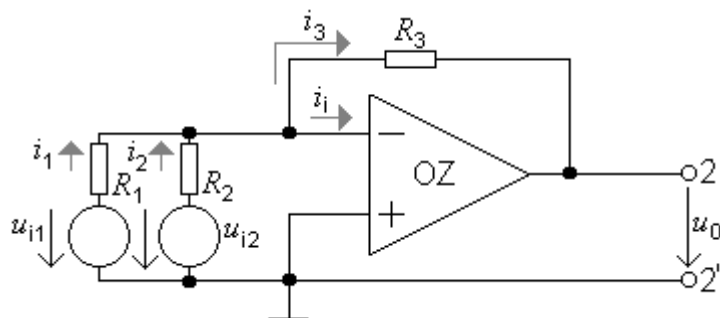
Príklad 10.2.17. Vypočítajte výstupné napätie obvodu na obr. 10.12. Uvažujte ideálny OZ.

Riešenie: Pre ideálny OZ je $i_i = 0$, platí

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 + i_2 = i_3.$$

Ďalej platí

$$i_1 = \frac{u_{i1}}{R_1}, \quad i_2 = \frac{u_{i2}}{R_2}, \quad i_3 = -\frac{u_0}{R_3}.$$



Obr. 10.12

Po dosadení je

$$\frac{u_{i1}}{R_1} + \frac{u_{i2}}{R_2} = -\frac{u_0}{R_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{u_0}{R_3} = -\left(\frac{u_{i1}}{R_1} + \frac{u_{i2}}{R_2}\right),$$

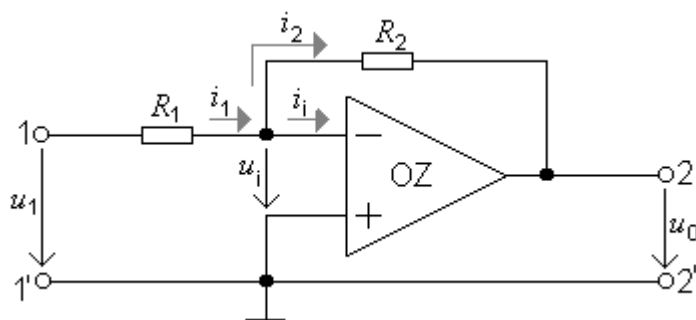
$$u_0 = -\left(\frac{R_3}{R_1}u_{i1} + \frac{R_3}{R_2}u_{i2}\right).$$

Výstupné napätie je lineárnou kombináciou vstupných napätí. Ak bude platiť $R_1 = R_2 = R_3$, bude výstupné napätie dané súčtom vstupných napätí (s obrátenou fázou).

Príklad 10.2.18. Aké je napäťové zosilnenie reálneho operačného zosilňovača v zapojení na obr. 10.13? Zosilnenie $A = 10^5$, vstupný odpor $R_i = 100 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$.

Riešenie: Podľa 1. Kirchhoffovho zákona platí: $i_1 = i_2 + i_i$. Vyjadríme prúdy pomocou napätí:

$$i_1 = \frac{u_1 - u_i}{R_1}, \quad i_2 = \frac{u_i - u_0}{R_2}, \quad i_i = \frac{u_i}{R_i}.$$



Obr. 10.13

Po dosadení je

$$\frac{u_1 - u_i}{R_1} = \frac{u_i - u_0}{R_2} + \frac{u_i}{R_i}.$$

Pretože je zosilňovač zapojený s invertujúcim vstupom

$$A = -\frac{u_0}{u_i} \quad \Rightarrow \quad u_0 = -A \cdot u_i.$$

Po dosadení za $u_i = -\frac{u_0}{A}$

$$\frac{u_1 + \frac{u_0}{A}}{R_1} = \frac{-\frac{u_0}{A} - u_0}{R_2} - \frac{u_0}{AR_i},$$

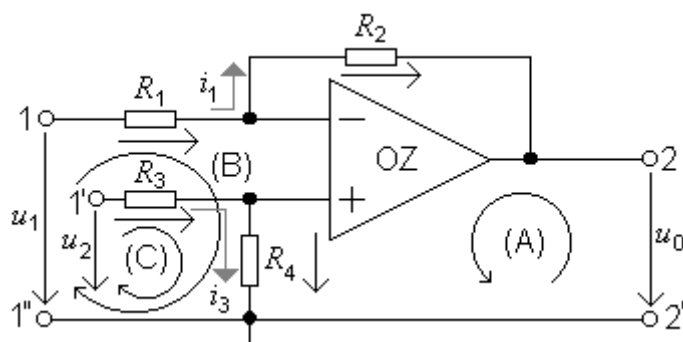
$$u_0 = -\frac{u_1}{R_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{AR_1} + \frac{1}{AR_2} + \frac{1}{AR_i} + \frac{1}{R_2}},$$

$$u_0 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_1 \cdot \frac{A}{A+1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2}{R_i}}.$$

Je vidieť, že hodnota zlomku $\frac{A}{A+1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2}{R_i}}$ je veľmi blízka jednej.

Potom $u_0 \cong -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_1 = -\frac{50 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \cdot u_1 = -5 \cdot u_1.$

Príklad 10.2.19. V zapojení operačného zosilňovača na obr. 10.14 (je použitý ideálny OZ) vypočítajte odpor R_4 , ak je dané: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 30 \text{ k}\Omega$, $u_1 = 1,05 \text{ V}$, $u_2 = 1,25 \text{ V}$, $u_0 = 0,5 \text{ V}$. Vnútorne odpory zdrojov signálu sú nulové a napájanie OZ je symetrické $\pm 15 \text{ V}$.



Obr. 10.14

Riešenie: Podľa II. Kirchhoffovho zákona napíšeme rovnice pre jednotlivé slučky A, B a C:

(A) $u_0 = -R_2 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3,$

$$u_0 = -R_2 \cdot i_1 - R_1 \cdot i_1 + u_1 \Rightarrow i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R_1 + R_2} = \frac{1,05 \text{ V} - 0,5 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega + 100 \text{ k}\Omega} = \frac{0,55 \text{ V}}{110 \cdot 10^3 \Omega} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ A},$$

$$u_0 = -R_2 \cdot i_1 - R_3 \cdot i_3 + u_2 \Rightarrow i_3 = \frac{u_2 - u_0 - R_2 \cdot i_1}{R_3} = \frac{1,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} - 100 \cdot 10^3 \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{30 \cdot 10^3 \Omega} =$$

$$= \frac{0,25 \text{ V}}{30 \cdot 10^3 \Omega} = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 8,3 \mu\text{A},$$

(B) $u_1 = R_1 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3,$

(C) $u_2 = R_3 \cdot i_3 + R_4 \cdot i_3.$

Po dosadení prúdov i_1 a i_3 do rovníc (A), (B) a (C) môžeme vypočítať odpor R_4 :

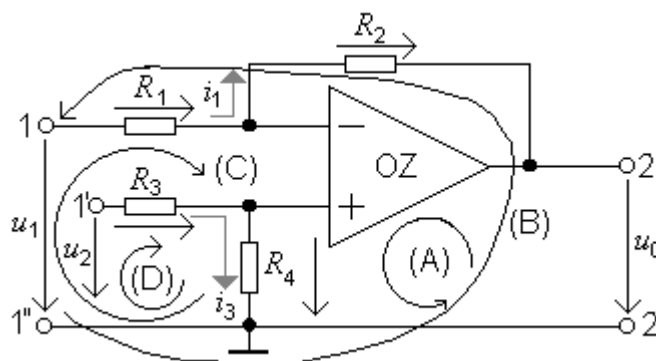
$$(A) \quad u_0 = -R_2 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3 \Rightarrow R_4 = \frac{u_0 + R_2 \cdot i_1}{i_3} = \frac{0,5 \text{ V} + 100 \cdot 10^3 \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{8,3 \cdot 10^{-6} \text{ A}} = 120 \text{ k}\Omega,$$

$$(B) \quad u_1 = R_1 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3 \Rightarrow R_4 = \frac{u_1 - R_1 \cdot i_1}{i_3} = \frac{1,05 \text{ V} - 10 \cdot 10^3 \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{8,3 \cdot 10^{-6} \text{ A}} = 120 \text{ k}\Omega,$$

$$(C) \quad u_2 = R_3 \cdot i_3 + R_4 \cdot i_3 \Rightarrow R_4 = \frac{u_2 - R_3 \cdot i_3}{i_3} = \frac{1,25 \text{ V} - 30 \cdot 10^3 \Omega \cdot 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{8,3 \cdot 10^{-6} \text{ A}} = 120 \text{ k}\Omega.$$

Príklad 10.2.20. Na obr. 10.15 je zapojenie rozdielového zosilňovača. Dokážte, že pre ideálny OZ platí:

$$u_0 = (u_2 - u_1) \cdot \frac{R_2}{R_1} = (u_2 - u_1) \cdot \frac{R_4}{R_3}, \text{ ak } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}.$$



Obr. 10.15

Riešenie: Podľa II. Kirchhoffovho zákona napíšeme rovnice pre jednotlivé slučky A, B, C a D

$$(A) \quad u_0 = -R_2 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3,$$

$$(B) \quad u_0 = -(R_1 + R_2) \cdot i_1 + u_1,$$

$$(C) \quad u_1 = R_1 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_3,$$

$$(D) \quad u_2 = (R_3 + R_4) \cdot i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{u_2}{R_3 + R_4}.$$

Prúd i_3 dosadíme do rovnice (C)

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + R_4 \cdot \frac{u_2}{R_3 + R_4} \Rightarrow i_1 = \frac{u_1}{R_1} - \frac{R_4 \cdot u_2}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)}.$$

Prúd i_1 dosadíme do (B)

$$u_0 = -(R_1 + R_2) \cdot \left[\frac{u_1}{R_1} - \frac{R_4 \cdot u_2}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} \right] + u_1 = u_2 \cdot \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} + u_1 \cdot \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) =$$

$$= u_2 \cdot \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} + u_1 \cdot \left(\frac{R_1 - R_1 - R_2}{R_1} \right) = u_2 \cdot \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}. \quad (\text{E})$$

$$\text{Ak } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \Rightarrow \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} = \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 R_4 \cdot \left(\frac{R_3}{R_4} + 1 \right)} = \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1},$$

po dosadení do (E)

$$u_0 = u_2 \cdot \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} = u_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} = (u_2 - u_1) \cdot \frac{R_2}{R_1} = (u_2 - u_1) \cdot \frac{R_4}{R_3}.$$

Príklad 10.2.21. Aký veľký je anódový prúd I_a elektrónky, ktorej zosilňovací činiteľ $\mu = 30$, strmosť $S = 3 \text{ mA/V}$, ohmický odpor v anódovom obvode $R_a = 10 \text{ k}\Omega$ a striedavé napätie na prvej mriežke $U_{g1} = 2 \text{ V}$?

Riešenie: Vnútny odpor vypočítame

$$R_i = \frac{\mu}{S} = \frac{30}{0,003 \text{ A/V}} = 10\,000 \, \Omega = 10 \text{ k}\Omega.$$

Pre výpočet anódového prúdu z daných veličín platí

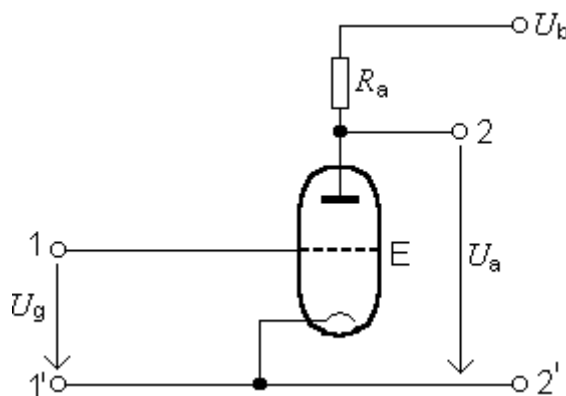
$$I_a = U_{g1} \cdot \mu \cdot \frac{1}{R_i + R_a},$$

$$I_a = U_{g1} \cdot \mu \cdot \frac{1}{R_i + R_a} = 2 \text{ V} \cdot 30 \cdot \frac{1}{10^4 + 10^4} = \frac{60 \text{ V}}{2 \cdot 10^4 \, \Omega} = 0,003 \text{ A} = 3 \text{ mA}.$$

Príklad 10.2.22. Aké je zosilnenie zosilňovacieho stupňa podľa schémy na obr. 10.16, ak vnútorný odpor zosilňovacej triódy $R_i = 11,2 \text{ k}\Omega$, strmosť $S = 2,7 \text{ mA/V}$ a zaťažovací odpor $R_a = 2 \cdot 10^4 \, \Omega$? Vypočítajte dynamickú strmosť triódy.

Riešenie: Zosilňovací činiteľ elektrónky

$$\mu = S \cdot R_i = 0,0027 \text{ A/V} \cdot 11\,200 \, \Omega = 30,24 \approx 30.$$



Obr. 10.16

Pre výpočet zosilnenia platí vzťah:

$$A = \mu \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a} = 30 \cdot \frac{2 \cdot 10^4 \Omega}{11,2 \cdot 10^3 \Omega + 2 \cdot 10^4 \Omega} = \frac{6 \cdot 10^5 \Omega}{0,312 \cdot 10^5 \Omega} = 19,23.$$

Dynamická strmosť elektrónky

$$S_D = -\frac{A}{R_a} \quad \text{alebo}$$

$$\begin{aligned} S_D &= S \cdot \frac{R_i}{R_i + R_a} = 2,7 \text{ mA/V} \cdot \frac{11,2 \cdot 10^3 \Omega}{11,2 \cdot 10^3 \Omega + 2 \cdot 10^4 \Omega} = \\ &= 2,7 \text{ mA/V} \cdot 0,359 = 0,969 \text{ mA/V} \doteq 0,97 \text{ mA/V}. \end{aligned}$$

Príklad 10.2.23. Akú strmosť S a vnútorný odpor R_i má elektrónka ECC83, ak zmena anódového prúdu $\Delta I_a = 0,8 \text{ mA}$, zmena mriežkového predpätia $\Delta U_g = 0,4 \text{ V}$ a prienik $D = 2,5 \% (0,025)$?

Riešenie: Strmosť elektrónky vypočítame

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} = \frac{0,8 \text{ mA}}{0,4 \text{ V}} = 2 \text{ mA/V} \quad \left(D = \frac{1}{\mu} \right).$$

Závislosť strmosti, vnútorného odporu a prieniku elektrónky vyjadruje Barkhausenova rovnica $S \cdot R_i \cdot D = 1$. Z tejto rovnice vyjadríme R_i

$$R_i = \frac{1}{S \cdot D} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A/V} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-5} \text{ A/V}} = 20\,000 \Omega = 20 \text{ k}\Omega.$$

10.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 10.3.1. Kremíkový tranzistor je zapojený podľa obr. 10.1, pričom $R_B = 100 \text{ k}\Omega$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$, $U_N = 4 \text{ V}$, $\beta = 90$. Aké bude napätie U_{CE} medzi kolektorom a emitorom a bázový prúd I_B ? Pri tomto tranzistore uvažujte $U_{BE} = 0,6 \text{ V}$.
($U_{CE} = 0,94 \text{ V}$; $I_B = 34 \mu\text{A}$)

Úloha 10.3.2. Aký musí byť bázový prúd, aby tranzistorom s $\beta = 100$, $U_N = 10 \text{ V}$, $R_C = 4,7 \text{ k}\Omega$ tiekol saturačný prúd.
($I_B = 21,3 \mu\text{A}$)

Úloha 10.3.3. Tranzistor na obr. 10.1 má prúdové zosilnenie nakrátko $\beta = 150$, pri kolektorovom prúde $I_C = 2 \text{ mA}$. Napájacie napätie $U_N = 12 \text{ V}$. Odpor v obvode kolektora $R_C = 5 \text{ k}\Omega$ a napätie na ňom $U_{RC} = 10 \text{ V}$. Za predpokladu lineárneho vzťahu medzi I_B a I_C

a $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$ vypočítajte hodnotu R_B .

($R_B = 847,5 \text{ k}\Omega$; zvolíme normalizovaný odpor $820 \text{ k}\Omega$)

Úloha 10.3.4. Kremíkový tranzistor zapojený podľa obr. 10.1 má napájacie napätie $U_N = 6 \text{ V}$, $R_C = 1,8 \text{ k}\Omega$, $R_B = 330 \text{ k}\Omega$, $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$ a $\beta = 140$. Vypočítajte U_{CE} .

($U_{CE} = 1,97 \text{ V}$)

Úloha 10.3.5. Aká má byť najnižšia hodnota R_C , aby kremíkovým tranzistorom (obr. 10.2) s $\beta = 35$, $R_B = 22 \text{ k}\Omega$, $U_N = 14 \text{ V}$ tiekol saturačný prúd pri $U_B = 6 \text{ V}$? (Pri tranzistore predpokladajte $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$.)

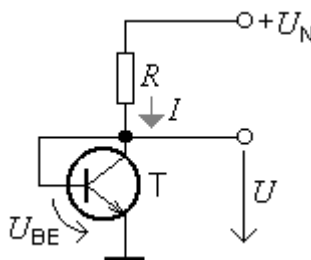
($R_C = 1,66 \text{ k}\Omega$)

Úloha 10.3.6. Kremíkový tranzistor KF 125 na obr. 10.2 má pokojovú polohu pracovného bodu pri hodnotách $U_N = 12 \text{ V}$, $U_{CE} = 10 \text{ V}$, $U_B = 1 \text{ V}$, $I_C = 10 \text{ mA}$, $\beta = 90$, $U_{BE} \doteq 0,6 \text{ V}$. Vypočítajte I_B , R_B a R_C .

($I_B = 0,111 \text{ mA}$; $R_B = 3,6 \text{ k}\Omega$; $R_C = 200 \Omega$)

Úloha 10.3.7. V zapojení na obr. 10.17 určte hodnotu prúdu I a napätia U . Je dané: $U_N = 9 \text{ V}$, $R = 2 \text{ k}\Omega$ a spád napätia medzi bázou a emitorom $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

($I = 4,15 \text{ mA}$; $U = 0,7 \text{ V}$)



Obr. 10.17

Úloha 10.3.8. Majme zosilňovač so vstupnou impedanciou $Z_{vst} = 1,6 \text{ k}\Omega$ a RC-generátor s vnútorným odporom $R_g = 600 \Omega$. Na výstupe RC generátora bolo napätie naprázdno $u_{g0} = 200 \text{ mV}$. Aké bude napätie generátora u_g po pripojení na vstup zosilňovača?

($u_g = 145 \text{ mV}$)

Úloha 10.3.9. Na výstupe nezaťaženeho zosilňovača $Z_{výst} = 900 \Omega$ je napätie $u_{výst 0} = 1,3 \text{ V}$. Aké bude napätie $u_{výst}$, ak na zosilňovač pripojíme zaťažovací odpor $R_z = 600 \Omega$?

($u_{výst} = 0,52 \text{ V}$)

Úloha 10.3.10. Na výstupe zosilňovača nameriame 2 V, ak je zaťažený reproduktorom 16Ω . Ak k tomuto reproduktoru pripojíme paralelne taký istý reproduktor, výstupné napätia klesne na 1,3 V. Aká je výstupná impedancia zosilňovača? Aké je výstupné napätie nezaťaženého zosilňovača?

$$(Z_{\text{výst}} = 18,6 \Omega; u_{\text{výst}0} = 4,32 \text{ V})$$

Úloha 10.3.11. Majme zosilňovač podľa obr. 10.5, $R_B = 68 \text{ k}\Omega$, $R_C = 470 \Omega$, $U_N = 4,6 \text{ V}$. Kremíkový tranzistor má $\beta = 50$. Vypočítajte U_{CE} , Z_{vst} , A_u , $Z_{\text{výst}}$!

$$(U_{CE} = 3,25 \text{ V}; Z_{\text{vst}} = 523 \Omega; A_u \doteq 45; Z_{\text{výst}} = 470 \Omega)$$

Úloha 10.3.12. Na obr. 10.5 je schéma zapojenia tranzistorového zosilňovača. Vypočítajte hodnoty odporov R_B a R_C , ak $U_N = 4,5 \text{ V}$, činiteľ zosilnenia prúdu v zapojení so spoločným emitorom $\beta = 65$, zvolený pracovný bod $I_C = 1 \text{ mA}$, napätie $U_{CE} = 2 \text{ V}$ a zvyškový prúd kolektora $I_Z = 0,2 \text{ mA}$.

$$(R_B = 365,6 \text{ k}\Omega; R_C = 2,5 \text{ k}\Omega)$$

Úloha 10.3.13. Vstupné napätie nízkočfrekvenčného zosilňovača $U_1 = 3,6 \text{ mV}$. Aké je výstupné napätie U_2 pri zosilnení $A = 500$?

$$(U_2 = 1,8 \text{ V})$$

Úloha 10.3.14. Aký prúd I_2 nameriame na výstupe zosilňovača so ziskom $a_i = 20 \text{ dB}$, ak je na vstupe prúd $I_1 = 1 \text{ mA}$?

$$(I_2 = 0,01 \text{ A} = 10 \text{ mA})$$

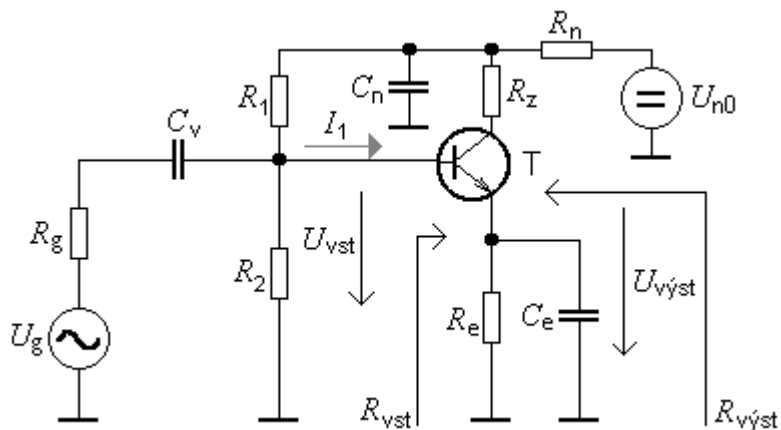
Úloha 10.3.15. Vypočítajte zosilnenie napätia A_u pri použití tranzistora so vstupným odporom $R_{\text{vst}} = 50 \Omega$, ak zaťažovací odpor $R_Z = 20 \text{ k}\Omega$ a zosilnenie prúdu $A_i = 0,95$.

$$(A_u = 380)$$

Úloha 10.3.16. Vypočítajte napäťové zosilnenie A_u , prúdové zosilnenie A_i , vstupný odpor R_{vst} a výstupný odpor $R_{\text{výst}}$ kvázilineárneho zosilňovača so spoločným emitorom, ak h – parametre uvažovaného tranzistora v zapojení SE pre pracovný bod podľa obr. 10.18 a frekvenciu ω vstupného harmonického signálu zosilňovača sú: $h_{11e} = 1000 \Omega$, $h_{12e} = 4 \cdot 10^{-4}$, $h_{21e} = 50$, $h_{22e} = 45 \cdot 10^{-6} \text{ S}$. Hodnoty odporov sú: $R_g = 600 \Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_Z = 1,2 \text{ k}\Omega$. Ďalej uvažujeme, že C_v , C_n a C_e predstavujú pre frekvenciu ω prakticky krátke spojenie (skrat).

Poznámka: U_{n0} a R_n predstavujú prvky náhradného zapojenia zdroja jednosmerného napájacieho napätia a C_n blokovací kondenzátor tohto zdroja.

($A_u = -58,25$; $A_i = 47,44$; $R_{vst} \doteq 977 \Omega$; $R_{výst} \doteq 31,3 \text{ k}\Omega$)



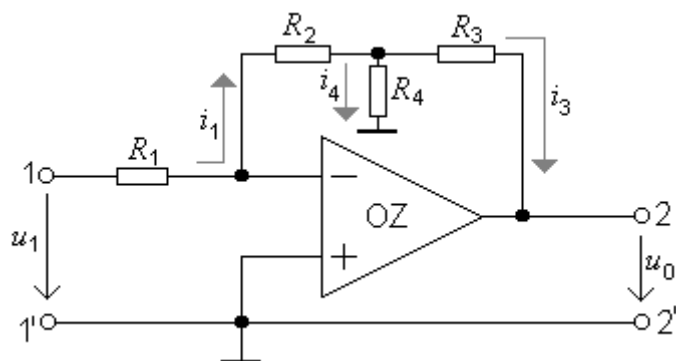
Obr. 10.18

Úloha 10.3.17. Spínací tranzistor T z príkladu 10.2.14 (obr.10.10) má rovnicu priebehu napätia u_{CE} po uzavretí tranzistora: $u_{CE} = 10 + 20 \cdot e^{-200t}$. Za koľko milisekund po rozpojení klesne v príklade 10.2.14 napätie u_{CE} na hodnotu 15 V?

($t = 6,93 \text{ ms} \doteq 7 \text{ ms}$)

Úloha 10.3.18. V zapojení operačného zosilňovača na obr. 10.19 (je použitý ideálny OZ) vypočítajte napätie u_0 , ak je dané: $R_1 = R_4 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 20 \text{ k}\Omega$, $u_1 = 1 \text{ mV}$. Vnútorňý odpor zdroja signálu je nulový a napájanie OZ je symetrické $\pm 15 \text{ V}$.

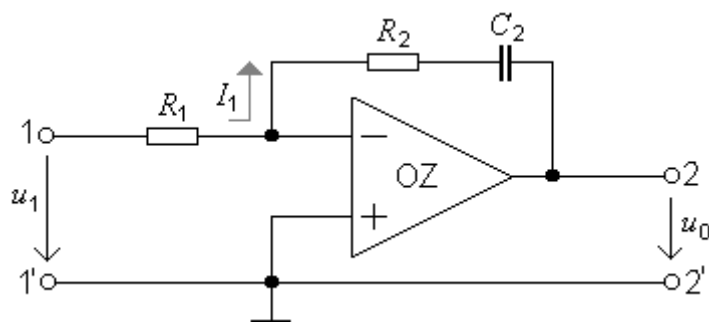
($u_0 = -24 \text{ mV}$)



Obr. 10.19

Úloha 10.3.19. Pre dané zapojenie zosilňovača s OZ typu MAA 741 na obr. 10.20 nakreslite teoretický priebeh amplitúdovo-frekvenčnej charakteristiky a vypočítajte zisk v dB pre frekvencie: $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 10 \text{ Hz}$, $f_3 = 50 \text{ Hz}$, $f_4 = 1000 \text{ Hz}$, $f_5 = 2000 \text{ Hz}$. Hodnoty obvodových prvkov sú: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $C_2 = 220 \text{ nF}$. V zapojení je použitý ideálny OZ a vnútorný odpor zdroja signálu je nulový.

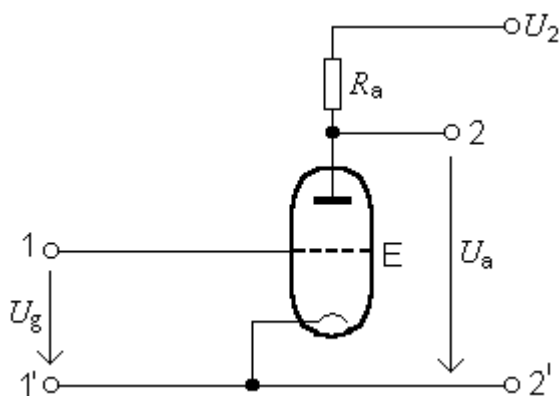
($a_u(1 \text{ Hz}) = 57,19 \text{ dB}$, $a_u(10 \text{ Hz}) = 37,27 \text{ dB}$, $a_u(50 \text{ Hz}) = 24,90 \text{ dB}$, $a_u(1000 \text{ Hz}) = 20,02 \text{ dB}$, $a_u(2000 \text{ Hz}) = 20,005678 \text{ dB}$)



Obr. 10.20

Úloha 10.3.20. Zosilňovací stupeň podľa obr. 10.21 dostáva maximálne napätie $U_g = 1 \text{ V}$. Vypočítajte napätie U_2 a zosilnenie A , ak zaťažovací odpor anódy $R_a = 100 \text{ k}\Omega$, zosilňovací činiteľ $\mu = 100$ a vnútorný odpor elektrónky $R_i = 62,5 \text{ k}\Omega$. Vypočítajte tiež dynamickú strmosť tejto triódy S_D , ktorá má podľa katalógu strmosť $S = 2,9 \text{ mA/V}$.

($U_2 = 61,5 \text{ V}$; $A = 61,5$; $S_D = 1,115 \text{ mA/V}$)



Obr. 10.21

11 STABILIZÁTORY A LOGICKÉ OBVODY

11.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Stabilizátor – je dvojbrána (štvorpól), na ktorej výstupných svorkách sú zmeny výstupného napätia ΔU_2 menšie, ako sú zmeny napätia ΔU_1 na vstupných svorkách. Mierou stabilizácie a dôležitou veličinou stabilizátora je pomer

$$K = \frac{\frac{\Delta U_1}{U_1}}{\frac{\Delta U_2}{U_2}} = \frac{U_2 \cdot \Delta U_1}{U_1 \cdot \Delta U_2}$$

pri $R_z = \text{konšt.}$, ktorý udáva, koľkokrát je stabilizátorom zmenšená pomerná zmena vstupného napätia (má byť podľa možnosti veľký a výstupný odpor R čo najmenší),

kde K je činiteľ stabilizácie,

U_1 je vstupné napätie stabilizátora,

U_2 je výstupné napätie stabilizátora,

ΔU_1 sú zmeny napätia (zvlnenie) na vstupe stabilizátora,

ΔU_2 sú zmeny napätia (zvlnenie) na výstupe stabilizátora.

Stabilizátor zaradený v sieťových napájacích zdrojoch zabezpečí, aby napájacie napätie na vstupe elektronického zariadenia (na záťaži) bolo konštantné aj vtedy, keď kolíše efektívna hodnota napätia siete, alebo sa mení zaťažovací prúd (je to vlastne zariadenie s obvodmi, ktoré automaticky vyrovnáva vznikajúce napäťové zmeny na záťaži).

Použitie stabilizátorov:

- na stabilizáciu usmerneného napätia (potlačenie zvlnenia napájacieho napätia),
- pri riadených usmerňovačoch umožňujú plynule a bez strát riadiť veľkosť napätia,
- podobne ako filtre sa používajú na potlačenie striedavej zložky v usmerňovačoch napätí,
- zapájajú sa zvyčajne medzi napájací zdroj a záťaž.

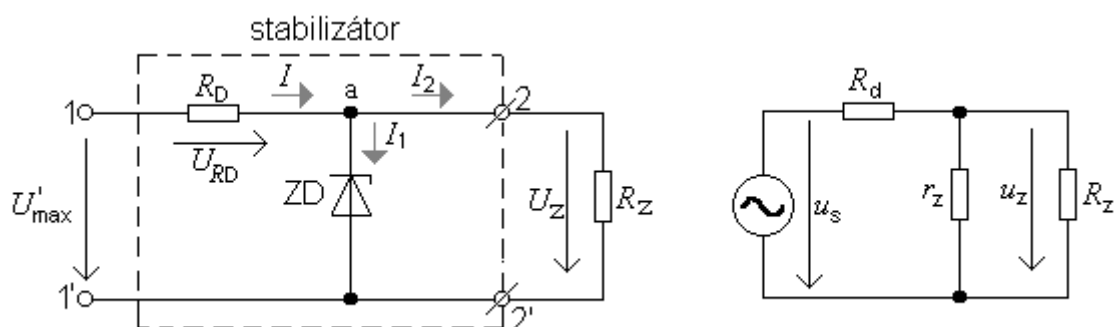
Rozdelenie stabilizátorov

- a) parametrické – využívajú na stabilizáciu napätia vhodný priebeh VA charakteristík tých elektronických prvkov (súčiastok), v ktorých nastáva pri veľkých zmenách prúdu malá zmena napätia (stabilizačné diódy, tlejivky a pod.),
- b) spätnoväzbové – sú zložitejšie elektronické systémy, obsahujúce zdroj referenčného napätia, porovnávací obvod, ktorý porovnáva referenčné napätie s výstupným napätím

a regulačný obvod (obsahujúci tzv. riadiaci prvok - napr. tranzistor), ktorý je riadený odchýlkou medzi referenčným a výstupným napätím (teda porovnávacím obvodom).

Najjednoduchším stabilizátorom je stabilizátor so stabilizačnou (Zenerovou, napäťovou referenčnou) diódou (obr. 11.1). Je to plošná kremíková dióda, s veľmi tenkým (náhlým) priechodom PN. Pri malom napätí (asi od 5 V vyššie) sa priechod v spätnom smere elektricky prerazí a dióda vlastne predstavuje skrat (bez jej poškodenia).

Predstavme si teraz, že usmernené napätie stabilizujeme pomocou Zenerovej diódy, ktorá je zapojená tak ako ukazuje obr. 11.1.



Obr. 11.1 Stabilizátor napätia so Zenerovou diódou a náhradný obvod

Zenerova dióda obmedzí napätie na zaťažovacom odpore R_Z na hodnotu U_Z . Ak je hodnota usmerneného napätia $U'_{\max} > U_Z$ (táto podmienka musí byť splnená, aby Zenerova dióda stabilizovala), rozdiel týchto dvoch napätí je podľa Kirchhoffovho zákona napätie U_{RD} na odpore R_D , čiže

$$U'_{\max} - U_Z - U_{RD} = 0 \quad \Rightarrow \quad U'_{\max} - U_Z = U_{RD}. \quad (11.1)$$

Napätie U_Z pretláča prúd cez Zenerovu diódu I_1 a cez odpor R_Z prúd I_2 . Podľa Kirchhoffovho zákona môžeme písať

$$I = I_1 + I_2 \quad (11.2)$$

kde I je celkový prúd.

Nahradíme si Zenerovu diódu odporom r_z (obr. 11.1 vpravo) a zistíme, aký vplyv má stabilizátor na zvlnenie. Predpokladajme, že na vstup nášho stabilizátora je pripojený zdroj striedavého napätia u_s , ktorý predstavuje zvlnenie. Striedavé napätie u_s je pripojené vlastne na odporový delič, ktorého jeden člen je odpor R_d a druhý paralelná kombinácia odporov R_Z a r_z . Pre napätie Δu_z , ktoré vlastne predstavuje zvlnenie na odpore R_Z , môžeme teda písať

$$\Delta u_z = \frac{u_s}{R_c} \cdot (R_z \parallel r_z) = \frac{R_p}{R_c} \cdot u_s, \quad (11.3)$$

kde R_c je celkový odpor a má hodnotu

$$R_c = R_d + (R_z \parallel r_z) = R_d + R_p,$$

$$R_p = \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z}.$$

Pre obr. 11.1 vľavo (na vstupe stabilizátora je usmernené napätie U'_{\max}) analogicky platí

$$\Delta U_z = \frac{\Delta U'_{\max}}{R_c} \cdot (R_z \parallel r_z) = \frac{R_p}{R_c} \cdot \Delta U'_{\max}, \quad (11.4)$$

kde ΔU_z je zvlnenie napätia U_z na zaťažovacom odpore R_z , $\Delta U'_{\max}$ je zvlnenie usmerneného napätia U'_{\max} na vstupe stabilizátora, R_c je celkový odpor a má hodnotu

$$R_c = R_D + (R_z \parallel r_z) = R_D + R_p; \quad R_p = \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z},$$

\parallel je označenie paralelnej kombinácie odporov R_z a r_z , R_p je výsledný odpor paralelnej kombinácie odporov R_z a r_z .

Pre činiteľ stabilizácie parametrického stabilizátora so stabilizačnou (Zenerovou) diódou platí tiež vzťah

$$K = \left(\frac{R_D}{r_z} + 1 \right) \cdot \frac{U_z}{U'_{\max}}. \quad (11.5)$$

Logické obvody – predstavujú základ vnútornej štruktúry každého elektronického číslicového počítača a ostatných číslicových zariadení, ktoré nachádzajú uplatnenie vo výpočtovej, číslicovej, informačnej, oznamovacej, zabezpečovacej, telekomunikačnej, spojovacej, prenosovej, meracej a riadiacej technike. Pomocou nich sa vytvárajú všetky aritmetické, riadiace, rozhodovacie, výberové, testovacie, pomocné a iné prvky funkčných podsystemov. Správanie a štruktúru každého podsystemu možno v počítači vyjadriť príslušným *algoritmom*, ktorý možno považovať za určitý spôsob vyjadrenia logických činností príp. logických funkcií tohto podsystemu. Logické obvody (LO), niekedy označované ako logické členy, fyzikálne realizujú určité logické funkcie a pracujú s dvojhodnotovými (binárnymi, číslicovými, diskretnými, nespojitými) signálmi. Tieto signály môžu nadobúdať len dva fyzikálne odlišné stavy. V logických systémoch nadobúdajú jednotlivé premenné iba tieto dve hodnoty

$$0 \rightarrow \text{logická „0“} \rightarrow L \text{ („low“),}$$

$$1 \rightarrow \text{logická „1“} \rightarrow H \text{ („high“).}$$

V číslicových systémoch sa logická hodnota nazýva *bit* (z angl. **B**inary **D**igit – dvojková číslica). Ak logickej hodnote „1“ zodpovedá kladnejšie napätie ako napätie

zodpovedajúce logickej „0“, vtedy hovoríme o *kladnej logike*. V opačnom prípade je to *záporná logika*.

Základnými logickými funkciami sú logický súčet (konjunkcia) – OR, logický súčin (disjunkcia) – AND, negácia – NOT a opakovanie – YES. Tieto funkcie tvoria úplný súbor logických funkcií. Na základe pravidiel Boolovej algebry možno pomocou tohto úplného súboru logických funkcií odvodiť všetky ostatné logické funkcie a zostaviť tak ľubovoľné zložité logické riadiace zariadenie. Návrh a sledovanie činnosti LO umožňuje spomínaná Boolova algebra (ide o dvojhodnotovú algebru vychádzajúcu z výrokovej logiky).

Rozdelenie LO podľa závislosti výstupných veličín obvodu od hodnôt vstupných veličín:

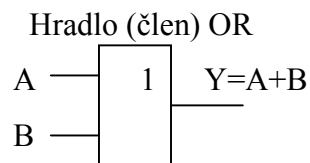
- a) **kombinačné LO** – majú hodnoty výstupných veličín jednoznačne určené len okamžitou kombináciou hodnôt vstupných veličín (patria sem logické obvody, ktoré realizujú základné logické funkcie a ktoré sú fyzikálne realizované diskretnými súčiastkami a integrovanými obvodmi rôznymi technológiami: diskretné súčiastky – DL, RTL, DTL, bipolárne IO – TTL, ECL, I²L, I³L a unipolárne IO – MOS, PMOS, NMOS, MNOS, CMOS, DMOS, VMOS, HMOS, SOS, FAMOS a CCD; jednoduché riadiace obvody; indikačné obvody; prevodníky kódov – dekodéry; logické prepínače – multiplexory; sčítačky a pod.)
- b) **sekvenčné LO** – hodnoty výstupných veličín nezávisia len od okamžitej kombinácie hodnôt vstupných veličín, ale aj od hodnôt z predchádzajúceho stavu logického obvodu. SLO je teda zložený z KLO + pamäť, ktorá registruje niektoré výstupné signály vlastných kombinačných LO (patria sem bistabilné preklápacie obvody Flip-Flop – preklápači obvod RS, RST, D, T, J-K a Schmittov; posuvné registre; počítadlá – čítače; riadiace obvody programovo riadených strojov; kalkulátory; pamäte a pod.).

Podrobnejšie sa budeme zaoberať kombinačnými logickými obvodmi (KLO).

Operácie Boolovej algebry (zápis logickej funkcie) je okrem zápisu v základnom súčtovom alebo súčinovom tvare alebo pomocou Karnaughovej mapy, najvýhodnejšie zapisovať do tzv. pravdivostných tabuliek. Na ľavú stranu tejto tabuľky zapíšeme všetky možné kombinácie vstupných premenných a na pravej strane zapisujeme výsledky operácií pre rozličné hodnoty premenných (zvýraznené časti tabuľky).

Kreslenie logických členov (značky hradíel realizujúcich najzákladnejšie logické funkcie) a ich pravdivostné tabuľky:

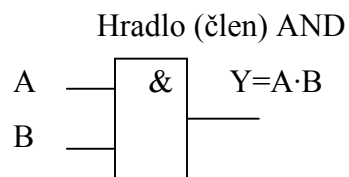
1. Logický súčet – OR



Pravdivostná tabuľka

A	B	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

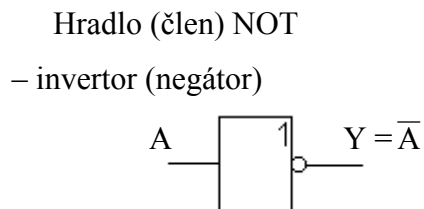
2. Logický súčin – AND



Pravdivostná tabuľka

A	B	Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

3. Logická negácia – NOT

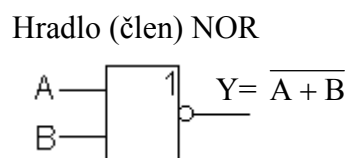


Pravdivostná tabuľka

A	Y
0	1
1	0

Poznámka: V značke invertora môže byť tiež znak „&“ alebo značka bez označenia.

4. Negácia logického súčtu – NOR



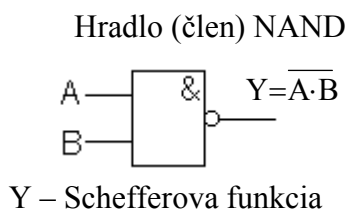
Pravdivostná tabuľka

A	B	Y
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

Y – Pierceho funkcia

5. Negácia logického súčinu – NAND

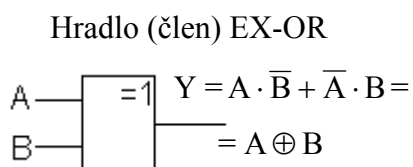
Pravdivostná tabuľka



A	B	Y
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

6. Nonekvivalencia – výhradný logický súčet – EXCLUSIVE OR

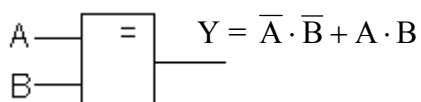
Pravdivostná tabuľka



A	B	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

7. Ekvivalencia

Pravdivostná tabuľka



A	B	Y
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Základným matematickým nástrojom pre analýzu (určenie tej logickej funkcie, ktorá je zadaným obvodom realizovaná) a syntézu (k zadanej funkcii v základnom súčtovom alebo súčinovom tvare alebo pomocou pravdivostnej tabuľky určenie logického obvodu realizujúceho túto funkciu) číslicových logických obvodov je *Boolova algebra*. Jej základy a základné postuláty (vlastnosti, základné zákony, De Morganove pravidlá, vzťahy založené na logickom súčte a súbore sú uvedené v literatúre:

Kosorin-Riedlmajer-Jančuška: *Elektrotechnika. Návod na laboratórne cvičenia*. Bratislava: STU, 2002 v kapitole č. 14 Logické integrované obvody.

11.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 11.2.1. Na obr. 11.1 vľavo je nakreslený jednoduchý stabilizátor so stabilizačnou (Zenerovou) diódou. Určte veľkosť odporu R_D , ak prúd do záťaže I_2 sa mení v rozmedzí od 20 do 50 mA. Usmernené (jednosmerné) napätie na vstupe stabilizátora $U'_{\max} = 20$ V a má pri prúde $I_2 = 50$ mA zvlnenie $\Delta U'_{\max} = 100$ mV. Zistite, aké je zvlnenie na zaťažovacom odpore R_z a činiteľ stabilizácie K , ak odpor Zenerovej diódy $r_z = 15 \Omega$ a Zenerovo napätie $U_z = 14$ V.

Riešenie: Aby sme zabezpečili dobrú funkciu Zenerovej diódy, musí ňou tiecť prúd $I_1 = 10$ mA aj v tom prípade, ak $I_2 = 50$ mA; podľa (11.2)

$$I = I_1 + I_2 = 10 \text{ mA} + 50 \text{ mA} = 60 \text{ mA} = 0,06 \text{ A}$$

a podľa (11.1)

$$U_{RD} = U'_{\max} - U_z = 20 \text{ V} - 14 \text{ V} = 6 \text{ V}.$$

Veľkosť odporu R_D potom vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_D = \frac{U_{RD}}{I} = \frac{6 \text{ V}}{0,06 \text{ A}} = 100 \Omega.$$

Výkon na odpore bude

$$P_{RD} = U_{RD} \cdot I = 6 \text{ V} \cdot 0,06 \text{ A} = 0,36 \text{ W} \quad (\text{použijeme normovaný odpor } R_D = 100 \Omega; 0,5 \text{ W})$$

Odpor R_z pri $I_2 = 50$ mA vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_z = \frac{U_z}{I_2} = \frac{14 \text{ V}}{0,05 \text{ A}} = 280 \Omega.$$

Celkový odpor obvodu

$$\begin{aligned} R_c &= R_D + (R_z \parallel r_z) = R_D + R_p = R_D + \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z} = 100 \Omega + \frac{280 \Omega \cdot 15 \Omega}{280 \Omega + 15 \Omega} = \\ &= 100 \Omega + 14,24 \Omega = 114,24 \Omega \doteq 114 \Omega. \end{aligned}$$

Odpory R_D a R_p tvoria delič napätia.

Z rovnosti prúdov vyplýva

$$\frac{\Delta U'_{\max}}{R_c} = \frac{\Delta U_z}{R_p},$$

kde ΔU_z je zvlnenie napätia U_z na zaťažovacom odpore R_z ; podľa (11.4)

$$\Delta U_z = \frac{\Delta U'_{\max}}{R_c} \cdot R_p = \frac{100 \text{ mV}}{114 \Omega} \cdot 14,24 \Omega \doteq 12,5 \text{ mV}.$$

Vidíme, že zvlnenie kleslo z hodnoty 100 mV na vstupe stabilizátora na hodnotu 12,5 mV na zaťažovacom odpore R_z . (Pre inú hodnotu I_2 , a teda iné R_z by sme postupovali podobne.)

Činiteľ stabilizácie určíme najprv zo vzťahu

$$K = \frac{\frac{\Delta U_1}{U_1}}{\frac{\Delta U_2}{U_2}} = \frac{\frac{\Delta U'_{\max}}{U'_{\max}}}{\frac{\Delta U_z}{U_z}} = \frac{\frac{0,1 \text{ V}}{20 \text{ V}}}{\frac{0,0125 \text{ V}}{14 \text{ V}}} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^{-4}} \doteq 5,5,$$

kde U_1 , resp. U'_{\max} je vstupné napätie stabilizátora,

U_2 , resp. U_z je výstupné napätie stabilizátora,

ΔU_1 , resp. $\Delta U'_{\max}$ sú zmeny napätia (zvlnenie) na vstupe stabilizátora,

ΔU_2 , resp. ΔU_z sú zmeny napätia (zvlnenie) na výstupe stabilizátora.

Činiteľ stabilizácie sa dá určiť tiež podľa vzťahu (11.5)

$$K = \left(\frac{R_D}{r_z} + 1 \right) \cdot \frac{U_z}{U'_{\max}} = \left(\frac{100 \Omega}{15 \Omega} + 1 \right) \cdot \frac{14 \text{ V}}{20 \text{ V}} = 7,6 \cdot 0,7 \doteq 5,4.$$

Príklad 11.2.2. Určte veľkosť odporu R_D , ktorý treba zapojiť do obvodu jednoduchého stabilizátora so stabilizačnou (Zenerovou) diódou (obr. 11.1), ak prúd do záťaže I_2 sa mení v rozsahu od 30 do 60 mA. Nech usmernené (jednosmerné) napätie na vstupe stabilizátora je $U'_{\max} = 10 \text{ V}$ a pri prúde $I_2 = 60 \text{ mA}$ má zvlnenie $\Delta U'_{\max} = 100 \text{ mV}$. Prúd cez Zenerovu diódu nech je $I_1 = 20 \text{ mA}$. Vypočítajte, aké je zvlnenie na zaťažovacom odpore R_z , a činiteľ stabilizácie K , ak odpor Zenerovej diódy $r_z = 15 \Omega$ a Zenerovo napätie $U_z = 8 \text{ V}$.

Riešenie: Zenerova dióda stabilizuje usmernené napätie U'_{\max} vtedy, ak bude splnená podmienka

$$U'_{\max} > U_z.$$

Pre náš obvod na obr. 11.1 vľavo podľa II. Kirchhoffovho zákona platí

$$U'_{\max} - U_z - U_{RD} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_{RD} = U'_{\max} - U_z = 10 \text{ V} - 8 \text{ V} = 2 \text{ V}.$$

Celkový prúd určíme, ak spočítame prúd cez ZD (I_1) a prúd cez zaťažovací odpor R_z (I_2)

$$I = I_1 + I_2 = 20 \text{ mA} + 60 \text{ mA} = 80 \text{ mA} = 0,08 \text{ A}.$$

Veľkosť odporu R_D vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_D = \frac{U_{RD}}{I} = \frac{2 \text{ V}}{0,08 \text{ A}} = 25 \Omega.$$

Pre úplnosť určíme výkon predradeného odporu R_D

$$P_{RD} = U_{RD} \cdot I = 2 \text{ V} \cdot 0,08 \text{ A} = 0,16 \text{ W}.$$

Zvolíme najbližší vyšší normalizovaný výkon, teda použijeme odpor 25Ω na výkon $0,25 \text{ W}$.

Zaťažovací odpor R_z pri prúde $I_2 = 60 \text{ mA}$ vypočítame z Ohmovho zákona

$$R_z = \frac{U_z}{I_2} = \frac{8 \text{ V}}{0,06 \text{ A}} = 133,3\overline{3} \Omega.$$

Celkový odpor obvodu stabilizátora

$$R_c = R_D + \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z} = 25 \Omega + \frac{133,3\overline{3} \Omega \cdot 15 \Omega}{133,3\overline{3} \Omega + 15 \Omega} = 25 \Omega + \frac{1999,95 \Omega^2}{148,3\overline{3} \Omega} = 25 \Omega + 13,48 \Omega = 38,48 \Omega.$$

Odpory R_D a R_p (t.j. $R_z \parallel r_z$) tvoria delič napätia.

Z pomeru odporov určíme zvlnenie napätia ΔU_z na zaťažovacom odpore R_z

$$\frac{\Delta U_z}{\Delta U'_{\max}} = \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z} \Rightarrow \Delta U_z = \frac{R_z \cdot r_z}{R_z + r_z} \cdot \Delta U'_{\max} = \frac{13,48 \Omega}{38,48 \Omega} \cdot 100 \text{ mV} = 35,03 \text{ mV} \doteq 35 \text{ mV}.$$

Zvlnenie usmerneného napätia, ak použijeme stabilizačnú diódu klesne z hodnoty 100 mV na vstupe stabilizátora na hodnotu 35 mV na výstupe stabilizátora (na záťaži R_z).

Činiteľ stabilizácie určíme zo vzťahu

$$K = \frac{\frac{\Delta U_1}{U_1}}{\frac{\Delta U_2}{U_2}} = \frac{\frac{\Delta U'_{\max}}{U'_{\max}}}{\frac{\Delta U_z}{U_z}} = \frac{\frac{0,1 \text{ V}}{10 \text{ V}}}{\frac{0,035 \text{ V}}{8 \text{ V}}} = \frac{0,01}{4,375 \cdot 10^{-3}} \doteq 2,3.$$

kde U_1 , resp. U'_{\max} je vstupné napätie stabilizátora,

U_2 , resp. U_z je výstupné napätie stabilizátora,

ΔU_1 , resp. $\Delta U'_{\max}$ sú zmeny napätia (zvlnenie) na vstupe stabilizátora,

ΔU_2 , resp. ΔU_z sú zmeny napätia (zvlnenie) na výstupe stabilizátora.

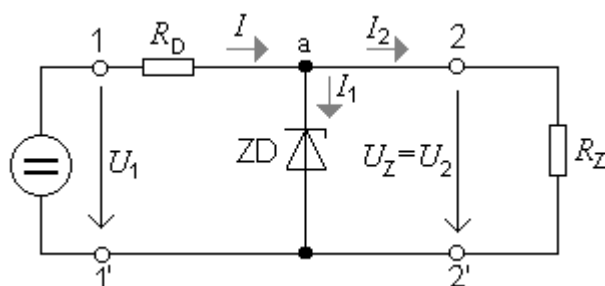
Činiteľ stabilizácie sa dá určiť tiež podľa vzťahu (11.5)

$$K = \left(\frac{R_D}{r_z} + 1 \right) \cdot \frac{U_z}{U'_{\max}} = \left(\frac{25 \Omega}{15 \Omega} + 1 \right) \cdot \frac{8 \text{ V}}{10 \text{ V}} = 2,6 \cdot 0,8 \doteq 2,2.$$

Príklad 11.2.3. Na obr. 11.2 máme jednoduchý stabilizátor so stabilizačnou (Zenerovou) diódou. Charakteristické hodnoty prúdu diódy sú $I_{1 \min} = 50 \text{ mA}$, $I_{1 \max} = 300 \text{ mA}$. Z VA-ch. diódy ZD odčítame toto zodpovedajúce napätie: $U_{z \min} = 10,2 \text{ V}$, $U_{z \max} = 11,1 \text{ V}$. Obvod je napájaný zdrojom napätia $U_1 = 30 \text{ V}$ a zaťažený prúdom I_2 , ktorého veľkosť sa mení v rozsahu $I_{2 \min} = 0 \text{ mA}$, $I_{2 \max} = 200 \text{ mA}$. Vypočítajte veľkosť predradeného odporu R_D .

Riešenie: Aby obvod stabilizoval, musí sa prúd diódy nachádzať v medziach $I_{1 \min} \leq I_1 \leq I_{1 \max}$ v lineárnej časti VA-charakteristiky. Stabilizačnú vlastnosť diódy zabezpečuje predradný odpor R_D , ktorého veľkosť nesmie presiahnuť veľkosť $R_{D \min} \leq R_D \leq R_{D \max}$.

Najmenší prúd prechádza diódou pri najväčšom prúdovom zaťažení



Obr. 11.2

$$R_{D \max} = \frac{U_1 - U_{z \min}}{I_{1 \min} + I_{2 \max}} = \frac{30 \text{ V} - 10,2 \text{ V}}{50 \text{ mA} + 200 \text{ mA}} = \frac{19,8 \text{ V}}{0,25 \text{ A}} = 79,2 \Omega \doteq 80 \Omega.$$

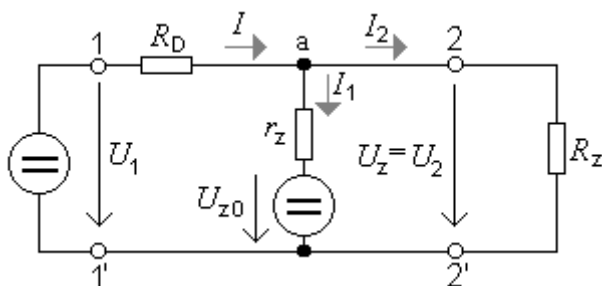
Najväčší prúd prechádza diódou v stave naprázdno, t. j. $I_2 = 0$

$$R_{D \min} = \frac{U_1 - U_{z \max}}{I_{1 \max} + I_{2 \min}} = \frac{30 \text{ V} - 11,1 \text{ V}}{300 \text{ mA} + 0 \text{ mA}} = \frac{18,9 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 63 \Omega.$$

Na základe vypočítaných hodnôt volíme $R_D = 70 \Omega$.

Príklad 11.2.4. Stabilizačná dióda KZ 260/10 je podľa obr. 11.3 pripojená cez predradený odpor $R_D = 200 \Omega$ na zdroj napätia $U_1 = 28 \text{ V}$. Charakteristické hodnoty diódy $r_z = 3 \Omega$, $U_{z0} = 9,2 \text{ V}$, $R_g = 95 \text{ K/W}$, $P_{\text{tot}} = 1,4 \text{ W}$, $\vartheta_j = 175 \text{ }^\circ\text{C}$. Vypočítajte teplotu priechodu a zistite, či dióda nie je pri stave naprázdno výkonovo preťažená pri teplote okolia $\vartheta_a = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Riešenie: Stratový výkon stabilizačnej diódy je najväčší v stave naprázdno ($I_2 = 0$).



Obr. 11.3

Ak $I_2 = 0$, potom z rovnice $I = I_1 + I_2$ vyplýva, že $I = I_1$ a prúd diódy je

$$I = \frac{U_1 - U_{z0}}{R_D + r_z} = \frac{28 \text{ V} - 9,2 \text{ V}}{200 \Omega + 3 \Omega} = \frac{18,8 \text{ V}}{203 \Omega} \doteq 0,093 \text{ A} = 93 \text{ mA}.$$

Napätie na dióde

$$U_z = I \cdot r_z + U_{z0} = 0,093 \text{ A} \cdot 3 \Omega + 9,2 \text{ V} = 0,279 \text{ V} + 9,2 \text{ V} = 9,479 \text{ V} \doteq 9,48 \text{ V}.$$

Stratový výkon stabilizačnej diódy pri stave naprázdno

$$P_{z \max} = U_z \cdot I = 9,48 \text{ V} \cdot 0,093 \text{ A} = 0,881 \text{ 64 W} \doteq 0,88 \text{ W}.$$

Stabilizačná dióda nie je pri danom režime výkonovo preťažená.

Tepelný odpor R_g polovodičových súčiastok uvádza o akú teplotu sa zvýši teplota priechodu ϑ_j nad teplotu okolia ϑ_a a pri elektrickom výkone 1 W rozptýlovanom do okolia

$$R_g = \frac{\vartheta_j - \vartheta_a}{P}.$$

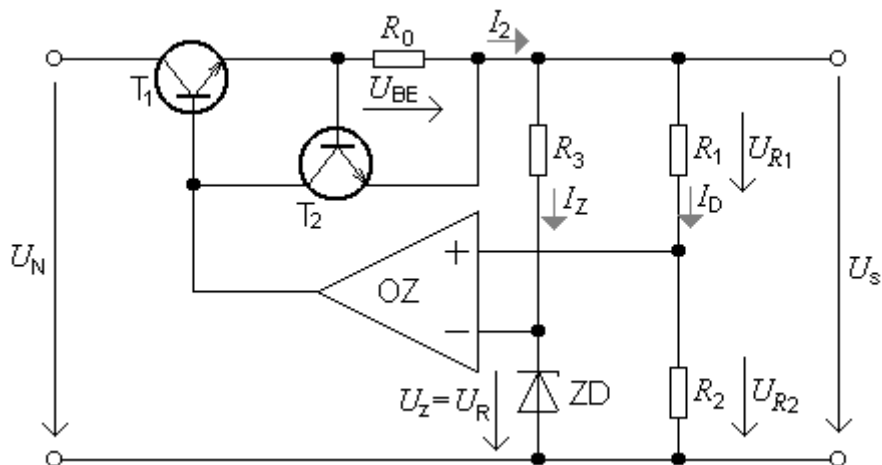
Z poslednej rovnice vyjadríme teplotu priechodu

$$\vartheta_j = R_g \cdot P_{z \max} + \vartheta_a = 95 \text{ K/W} \cdot 0,88 \text{ W} + 25 \text{ }^\circ\text{C} = 108,6 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Príklad 11.2.5. Určte veľkosť odporov R_0 , R_1 , R_2 , R_3 pre stabilizátor so spätnou väzbou podľa obr. 11.4 tak, aby výstupné napätie bolo $U_s = 12 \text{ V}$ a maximálny odoberaný prúd $I_2 = 1,2 \text{ A}$. Stabilizačná dióda KZ 703 má Zenerovo napätie $U_z = 6 \text{ V}$ pri prúde 5 mA .

Riešenie: Rezistorom R_3 preteká prúd stabilizačnej diódy, odber vstupného obvodu zosilňovača možno zanedbať.

Napätie na rezistore R_3 je dané rozdielom medzi stabilizovaným napätím U_s a referenčným



Obr. 11.4

napätím U_R a pre R_3 platí

$$R_3 = \frac{U_s - U_R}{I_z} = \frac{12 \text{ V} - 6 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1200 \text{ } \Omega.$$

Výstupný delič má rozdeliť výstupné napätie stabilizátora tak, aby v ustálenom stave bolo taktiež na invertujúcom vstupe zosilňovača napätie rovné referenčnému napätiu. V našom

případe teda $U_{R1} = U_{R2} = 6 \text{ V}$. Prúd deličom volíme 2 mA. Proti nemu možno znovu zanedbať odber vstupného obvodu zosilňovača

$$R_1 = R_2 = \frac{U_{R1}}{I_D} = \frac{6 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 3000 \Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

Použijeme najbližšiu normovanú hodnotu odporu 3,3 k Ω (3 k3).

Pri dosiahnutí maximálneho povoleného odberu prúdu zo stabilizátora, má byť na vstupe tranzistora T_2 napätie $U_{BE} = 0,6 \text{ V}$, potrebné na činnosť prúdovej poistky. Toto napätie vzniká na odpore R_0 prechodom výstupného prúdu stabilizátora

$$R_0 = \frac{U_{BE}}{I_2} = \frac{0,6 \text{ V}}{1,2 \text{ A}} = 0,5 \Omega.$$

Tento rezistor je potrebné vyrobiť z odporového drôtu.

Príklad 11.2.6. Použitím pravidiel algebrickej minimalizácie a základov Boolovej algebry zjednodušte základný matematický zápis logickej funkcie $Y = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$.

Riešenie: Funkciu môžeme napísať

$$Y = (\overline{A}BC + ABC) + (A\overline{B}C + ABC) + (AB\overline{C} + ABC).$$

V tomto zápise sme dvakrát pridali súčin ABC , čo však nemení hodnotu logickej funkcie, nakoľko platí idempotentnosť ($A + A = A$) a v našom prípade $ABC + ABC = ABC$

$$Y = BC \cdot (\overline{A} + A) + AC \cdot (\overline{B} + B) + AB \cdot (\overline{C} + C).$$

Podľa vzťahu založenom na logickom súčte $A + \overline{A} = 1$ môžeme ďalej napísať

$$Y = BC + AC + AB,$$

čo je zjednodušený tvar pôvodnej funkcie.

Príklad 11.2.7. Využitím algebrickej minimalizácie a základov Boolovej algebry upravte matematický zápis logickej funkcie $Y = \overline{A + BC}$.

Riešenie: Zo všeobecných zákonov sú najdôležitejšie De Morganove pravidlá

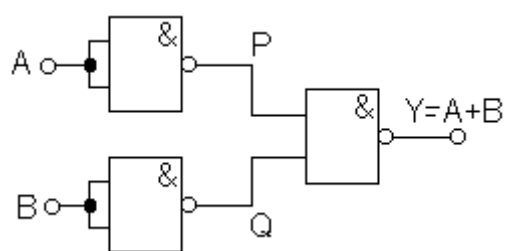
$$(\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}; \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}).$$

V našom prípade ich použitím môžeme napísať

$$Y = \overline{A + BC} = \overline{A} \cdot \overline{BC} = \overline{A} \cdot (\overline{B} + \overline{C}).$$

Príklad 11.2.8. Použitím hradiel (členov) NAND navrhnete logický obvod, ktorý bude realizovať funkciu logického súčtu (OR). Vyplňte pravdivostnú tabuľku pre tento obvod.

Riešenie:



A	B	P	Q	Y
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
1	1	0	0	1

$$P = \bar{A}; \quad Q = \bar{B}; \quad Y = \bar{P} \cdot \bar{Q} = \bar{\bar{A}} \cdot \bar{\bar{B}} = \bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} = A + B$$

Príklad 11.2.9. Je daný algebrický tvar kombinačnej logickej funkcie:

$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + ABC$. Využitím algebrickej minimalizácie zjednodušte matematický zápis zadanej logickej funkcie a syntézou navrhnete logický prepínač (použitím invertorov a hradiel NAND), ktorý bude realizovať konečný tvar funkcie.

Riešenie: Pôvodnú rovnicu najskôr upravíme na vhodný tvar. Z prvých dvoch členov vyjadríme súčin $\bar{A}\bar{C}$, z druhých dvoch členov súčin BC . Dostaneme

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + ABC,$$

$$Y = \bar{A}\bar{C} \cdot (\bar{B} + B) + BC \cdot (\bar{A} + A).$$

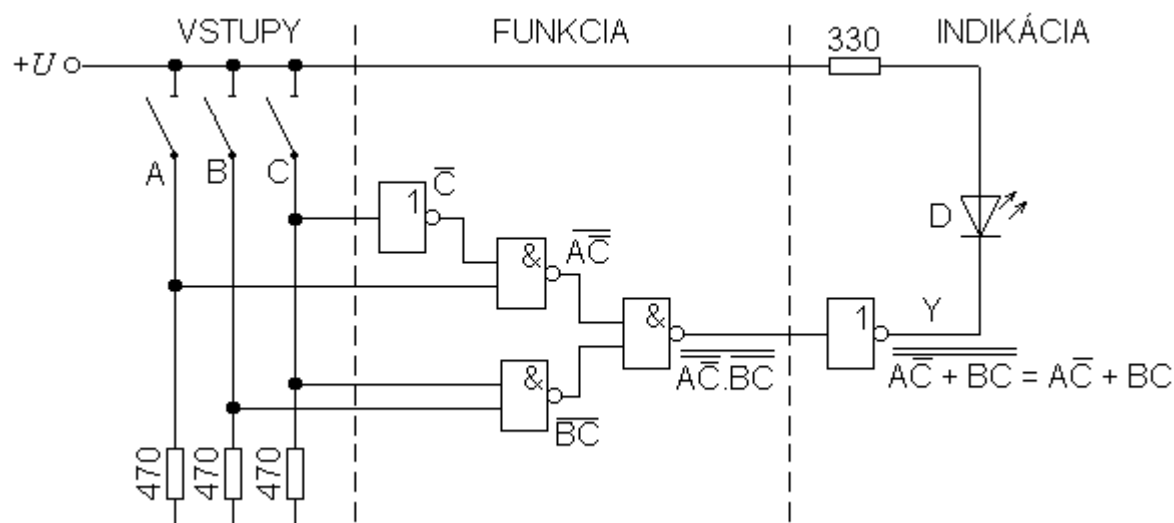
Pretože platí nasledujúci vzťah $A + \bar{A} = 1$, výsledný zjednodušený tvar je

$$Y = \bar{A}\bar{C} + BC.$$

Využitím De Morganových zákonov a princípu dvojitej negácie dostaneme konečný tvar vhodný na realizáciu logického prepínača integrovanými obvodmi (invertor a NAND).

$$P = \bar{A}\bar{C}, \quad Q = BC, \quad Y = \bar{P} \cdot \bar{Q}, \quad Y = \bar{A}\bar{C} + BC = \overline{\overline{\bar{A}\bar{C}}} + BC = \overline{\overline{\bar{A}\bar{C}}} \cdot \overline{\overline{BC}}.$$

Realizácia tohto obvodu, vrátane indikácie je znázornená na obr. 11.5.



Obr. 11.5

11.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 11.3.1. Majme stabilizátor napätia so Zenerovou (stabilizačnou) diódou podľa obr. 11.1 vľavo. Nech je usmernené napätie na vstupe stabilizátora $U'_{\max} = 12 \text{ V}$, prúd pretekajúci Zenerovou diódou $I_1 = 25 \text{ mA}$, prúd do záťaže $I_2 = 50 \text{ mA}$, odpor Zenerovej diódy $r_z = 4 \Omega$ a Zenerovo napätie $U_z = 5 \text{ V}$.

a) Určte hodnotu predradeného odporu R_D .

$$(R_D = 93,3 \Omega)$$

b) Zistite, aké je zvlnenie ΔU_z na zaťažovacom odpore, ak usmernené napätie na vstupe stabilizátora má zvlnenie $\Delta U'_{\max} = 70 \text{ mV}$.

$$(\Delta U_z = 2,77 \text{ mV} \approx 3 \text{ mV})$$

c) Vypočítajte činiteľ stabilizácie K dvoma skôr uvedenými spôsobmi.

$$(K \doteq 10,2 \text{ a } 10,5)$$

Úloha 11.3.2. Stabilizátor so stabilizačnou diódou na obr. 11.2 má pri vstupnom napätí $U_1 = 12 \text{ V}$ výstupné napätie $U_2 = 4 \text{ V}$. Zmene vstupného napätia $\Delta U_1 = 1,2 \text{ V}$ zodpovedá zmena výstupného napätia $\Delta U_2 = 0,05 \text{ V}$. Vypočítajte činiteľ stabilizácie K stabilizačného obvodu.

$$(K = 8)$$

Úloha 11.3.3. Stabilizátor napätia so stabilizačnou diódou (obr. 11.1) má dodávať stabilizované napätie $U_z = 6 \text{ V}$, pri odbere $I_2 = 20$ až 100 mA . Vstupné napätie stabilizátora vzniklo usmernením napätia sieťového, ktoré sa podľa normy môže meniť o $\pm 10 \%$ nominálnej hodnoty. Určte veľkosť potrebného vstupného napätia U'_{\max} a predradného odporu R_D .

($U'_{\max} \geq 8,55 \text{ V}$, teda zvolíme hodnotu 10 V ; $20 \leq R_D \leq 24,2$, tzn., že volíme hodnotu podľa normalizovaného radu $R_D = 22 \Omega$)

Úloha 11.3.4. Stabilizačná dióda KZ 722 (jej náhradná schéma je na obr. 11.3, $r_z = 10 \Omega$, $U_{z0} = 9,8 \text{ V}$) je pripojená na zdroj napätia $U_1 = 30 \text{ V}$, ktorý kolíše v rozmedzí $\pm 3 \text{ V}$. Pri zaťažení obvodu prúdom $I_2 = 200 \text{ mA}$ vypočítajte činiteľ stabilizácie K , ak $R_D = 80 \Omega$. Určte hraničnú veľkosť výstupného napätia $U_{2 \min}$ a $U_{2 \max}$, stratový výkon $P_{z \max}$, ktorým je zaťažená dióda.

$$(K \doteq 3; U_{2 \min} = 9,98 \text{ V}; U_{2 \max} = 10,55 \text{ V}; P_{z \max} = 0,8 \text{ W})$$

Úloha 11.3.5. Určte činiteľ stabilizácie K a vnútorný odpor stabilizátora podľa príkladu 11.3.3., ak vnútorný odpor stabilizačnej diódy $r_z = 1 \Omega$.

$$(K = 13,8; R_{i \text{ stab}} = r_z = 1 \Omega)$$

Úloha 11.3.6. Použitím pravidiel algebrickej minimalizácie a základov Boolovej algebry zjednodušte základný matematický zápis logickej funkcie:

a) $Y = A + A \cdot B$

b) $Y = A \cdot (A + B)$

c) $Y = A \cdot (\bar{A} + B)$

d) $Y = A + \bar{A} \cdot B$

(a) $Y = A$; b) $Y = A$; c) $Y = A \cdot B$; d) $Y = A + B$)

Úloha 11.3.7. Použitím pravidiel algebrickej minimalizácie a základov Boolovej algebry zjednodušte základný matematický zápis logickej funkcie:

a) $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}D$

b) $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD$

c) $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$

(a) $Y = \bar{B}\bar{C}D$; b) $Y = \bar{A}\bar{B}$; c) $Y = \bar{B}\bar{D}$)

Úloha 11.3.8. Dané sú dve úplné normálne formy logickej funkcie:

a) Súčtová forma: $Y = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C} + ABC + A\bar{B}C$

b) Súčinová forma: $Y = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C)$

Minimalizujte obidve formy logickej funkcie a napíšte minimálnu súčtovú a súčinovú formu.

$$(Y = A + BC)$$

Úloha 11.3.9. Syntézou navrhnete logickú sieť (obvod) pre členy NAND a vyplňte pravdivostnú tabuľku, ktorá realizuje

a) funkciu logického súčinu (AND)

(sú potrebné dva členy NAND, z toho jeden vo funkcii invertora),

b) funkciu negácie logického súčtu (NOR)

(sú potrebné štyri členy NAND, z toho tri vo funkcii invertora),

c) funkciu výhradného logického súčtu (EX-OR)

(sú potrebné štyri členy NAND, z toho jeden vo funkcii invertora).

Úloha 11.3.10. Syntetizujte logickú sieť (navrhните logický obvod pre členy NAND), ktorá realizuje túto minimálnu súčtovú formu: $Y = \overline{A}BC + E\overline{F} + D$.

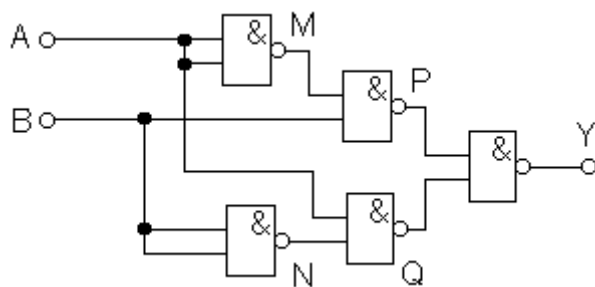
(Minimálnu formu treba upraviť uplatnením zákona dvojitej negácie a De Morganovho zákona na tvar, ktorý zodpovedá Schefferovej forme $Y = \overline{\overline{\overline{A}BC} \cdot \overline{\overline{E\overline{F}} \cdot \overline{D}}}$)

Úloha 11.3.11. Syntetizujte logickú sieť (navrhните logický obvod s členmi NOR), realizujúcu túto minimálnu súčinovú formu: $Y = (\overline{A} + B + C) \cdot (\overline{D} + E) \cdot (\overline{F} + G + \overline{H})$.

(Minimálnu formu treba upraviť uplatnením zákona dvojitej negácie a De Morganovho zákona na tvar, ktorý zodpovedá Piercehovej forme $Y = \overline{(\overline{\overline{A} + B + C}) + (\overline{\overline{D} + E}) + (\overline{\overline{F} + G + \overline{H}})}$)

Úloha 11.3.12. Analýzou určte logickú funkciu (výraz) a vyplňte pravdivostnú tabuľku, ktorú realizuje logická sieť (obvod) na obr. 11.6.

$$(M = \overline{A}; N = \overline{B}; P = \overline{\overline{A}B}; Q = \overline{\overline{A}\overline{B}}; Y = \overline{P \cdot Q} = \overline{\overline{\overline{A}B} \cdot \overline{\overline{A}\overline{B}}} = \overline{\overline{A}B} + \overline{\overline{A}\overline{B}} = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B})$$

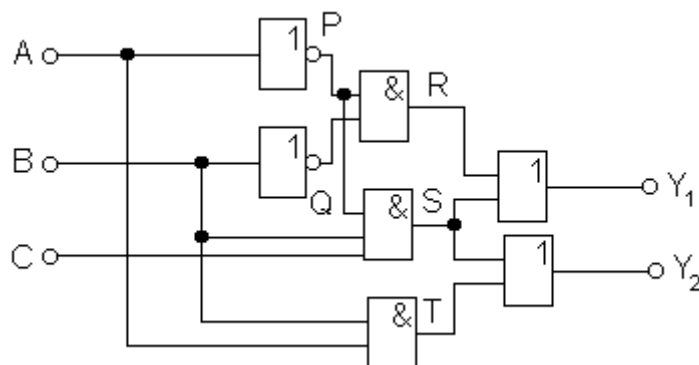


Obr. 11.6

Úloha 11.3.13. Analyzujte logickú sieť na obr. 11.7, určte logickú funkciu (výraz) a vyplňte pravdivostnú tabuľku pre túto sieť.

$$(P = \overline{A}; Q = \overline{B}; R = P \cdot Q = \overline{A} \cdot \overline{B}; S = \overline{A}BC; T = AB; Y_1 = R + S = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A}BC;$$

$$Y_2 = S + T = \overline{A}BC + AB)$$



Obr. 11.7

12 TRANSFORMÁTORY

12.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

12.1.1 JEDNOFÁZOVÉ TRANSFORMÁTORY

Transformátor je netočivý elektrický stroj, ktorý mení elektrickú energiu na energiu iných parametrov (napätie a prúd) na základe javu elektromagnetickej indukcie. Jednofázový transformátor predstavuje dve cievky, ktoré sú navzájom magneticky viazané železným jadrom, ktoré znižuje magnetický odpor dráhy, na ktorej sa uzatvára základný indukčný tok transformátora spriahnutý s obidvoma jeho vinutiami. Zmenšenie magnetického odporu sa dosahuje pomocou materiálov s vysokou relatívnou permeabilitou. Kvôli zníženiu strát v dôsledku vírivých prúdov je jadro zložené z tenkých, navzájom izolovaných plechov. V ideálnom transformátore zanedbávame straty, úbytky napätí a magnetizačný prúd.

Magnetický tok v jadre transformátora sa mení harmonicky, takže platí

$$\Phi = \Phi_m \sin(2\pi ft) \quad (12.1)$$

kde Φ_m je maximálna hodnota magnetického indukčného toku a $f = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$ je frekvencia.

Z Faradayovho zákona okamžitá hodnota napätia v primárnom vinutí u_{i1} je daná vzťahom

$$u_{i1} = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} \{\Phi_m \sin(2\pi ft)\} = N_1 2\pi f \Phi_m \cos(\omega t). \quad (12.2)$$

Maximálna hodnota napätia je

$$U_{i1m} = 2\pi f N_1 \Phi_m. \quad (12.3)$$

Keďže pre efektívnu hodnotu platí

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (12.4)$$

a v ideálnom transformátore sú zdanlivé výkony na primárnom a sekundárnom vinutí rovnaké,

$$S_1 = S_2, \quad (12.5)$$

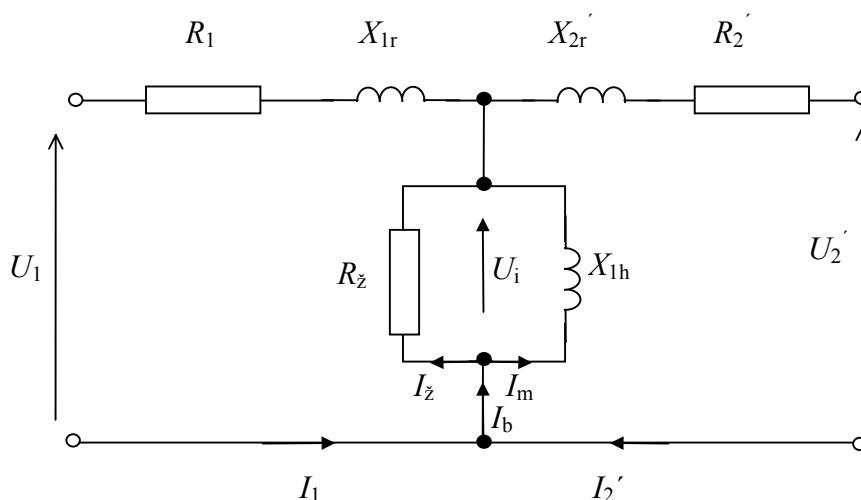
definujeme prevod transformátora ako

$$p = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_m}{4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_m} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (12.6)$$

V skutočnom (reálnom) transformátore sa uplatňujú najmä tieto reálne vlastnosti, ktoré sa nazývajú stratami:

- rozptylový magnetický tok (rozptyl),
- straty v jadre transformátora, predovšetkým hysterezné a vírivými prúdmi,
- straty v odporoch oboch vinutí.

Prúdové, napäťové a výkonové pomery reálneho jednofázového transformátora vystihuje náhradná schéma (obr. 12.1)



Obr. 12.1 Náhradná schéma transformátora

V obr. 12.1 znamená: R_1 - odpor vinutia vstupnej strany, X_{1r} - rozptylová reaktancia vstupnej strany, R_2' - odpor vinutia výstupnej strany prepočítaný na vstupnú stranu, X_{2r}' - rozptylová reaktancia výstupnej strany prepočítaná na vstupnú stranu, R_z - odpor, ktorý predstavuje straty v železe, X_h - hlavná reaktancia predstavujúca spoločný magnetický tok, Z - zaťažujúca impedancia, U_1 , I_1 , U_2' , I_2' - napätie a prúd vstupnej strany, resp. výstupnej strany prepočítané na vstupnú stranu, I_b - budiaci prúd, I_m - magnetizačný prúd, I_z - stratový prúd, ktorý vytvára straty v železe, U_i - indukované napätie na vstupnej strane.

Prepočítanie sekundárnych veličín na primárnu stranu:

$$R_2' = p^2 R_2 \quad X_{2r}' = p^2 X_{2r} \quad (12.7)$$

$$U_2' = p U_2 \quad I_2' = I_2 / p. \quad (12.8)$$

Prevádzkové stavy transformátora

Pri chode transformátora naprázdno sa z výstupného vinutia neodoberá prúd, $I_2 = 0$ a na vstupnom vinutí je menovité napätie U_{1n} . Transformátor odoberá prúd naprázdno I_{10} ,

ktorého hodnota je pri veľkých transformátoroch 3 – 5 % a pri malých 10 % a viac menovitého prúdu I_{1N} .

Vstupné svorkové napätie U_1 sa približne rovná vnútornému indukovanému protinapätíu U_{i1} , lebo úbytky na R_1 a X_{r1} úmerne klesnú s poklesom prúdu I_1 na I_{10} . Výstupné napätie naprázdno U_{20} sa rovná vnútornému napätíu U_{2i} . Nameraný príkon pri chode naprázdno podľa náhradnej schémy sa veľmi blíži stratám v železe

$$\Delta P_o = R_1 \cdot I_{10}^2 + R_{Fe} \cdot I_{Fe}^2 \approx \Delta P_{Fe}, \quad (12.9)$$

účinník

$$\cos \varphi_o = \frac{\Delta P_o}{U_{10} \cdot I_{10}}. \quad (12.10)$$

Fázový posuv φ_0 medzi prúdom naprázdno I_{10} a napätím má hodnotu $\cos \varphi_0 = 0,05$ až $0,1$.

Menovité zaťaženie transformátora je stav, keď na výstupnom vinutí je menovité napätie U_{2N} a menovitý prúd I_{2N} pri určitom $\cos \varphi_2$ (0,8 až 1), a podobne na vstupe sú menovité hodnoty U_{1N} a I_{1N} . Menovitá sieťová frekvencia je $f_n = 50$ Hz, všetky menovité hodnoty sú uvádzané na štítku transformátora.

Transformátor môže byť zaťažený aj tzv. **nadprúdom**, ktorý môže byť asi o 20 % väčší ako menovitý, ale len na obmedzený čas, pokiaľ neprekročí teplota vinutia dovolenú maximálnu teplotu.

Chod transformátora **nakrátko** je stav, keď sú svorky výstupného vinutia spojené nakrátko a na vstup je privedený menovitý prúd $I_{1k} = I_{1N}$. Vstupné napätie nakrátko U_{1k} musí byť výrazne menšie ako menovité (len niekoľko percent). Zmyslom merania nakrátko je určenie percentuálneho napätia nakrátko

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1N}} \cdot 100 \%. \quad (12.11)$$

Pre chod nakrátko sa môže upraviť náhradná schéma na obr. 12.1 tak, že vynecháme paralelnú vetvu s X_{1h} a R_{Fe} , ktorá je premostená malou impedanciou s R_2' a X_{2r}' . Zlúčením činných a reaktančných zložiek získame jednoduchú náhradnú schému pre chod nakrátko, v ktorej činný odpor nakrátko R_k a reaktancia nakrátko X_k tvorí impedanciu nakrátko Z_k . Platí, že

$$R_1 + R_2' = R_{1k}, \quad (12.12)$$

$$X_{1r} + X_{2r}' = X_{1k}, \quad (12.13)$$

$$Z_{1k} = R_{1k} + j X_{1k}. \quad (12.14)$$

Pre prúd nakrátko platí

$$I_{1k} = \frac{U_{1N}}{Z_{1k}} = \frac{U_{1k}}{u_k \cdot Z_{1k}} = \frac{I_{1N}}{u_k} \quad (12.15)$$

Skrat na výstupnej strane transformátora (prepojenie svoriek veľmi malou impedanciou napr. pri poruche izolácie), keď na vstupnej strane je napájaný z „tvrdého“ zdroja napätia U_1 (napr. rozvodná sieť), má za následok nárast vstupného prúdu na ustálenú hodnotu skratového prúdu.

Pomerná impedancia (nakrátko) transformátora je

$$z = \frac{Z_{1k}}{Z_{1N}} = \frac{Z_{1k} \cdot I_{1N}}{Z_{1N} \cdot I_{1N}} = \frac{U_{1k}}{U_{1N}} = u_k \quad (12.16)$$

pomerný činný odpor

$$r = \frac{R_{1k}}{Z_{1N}} = \frac{R_{1k} \cdot I_{1N}^2}{Z_{1N} \cdot I_{1N}^2} \approx \frac{\Delta P_k}{S_N} \quad (12.17)$$

Pomerná reaktancia transformátora

$$x = \frac{X_{1k}}{Z_{1N}} \quad (12.18)$$

Účinnosť transformátora

Straty v transformátore pozostávajú zo strát v železe a vo vinutí. Straty v železe $\Delta P_{Fe} \cong \Delta P_o$ sú pri rôznej záťaži za stále, pretože indukované napätie, resp. magnetický tok sa málo mení. Straty vo vinutí (Joulove straty) $\Delta P_j = \Delta P_k$ sú závislé od štvorca zaťažovacieho prúdu.

Pre celkové straty platí

$$\Delta P = \Delta P_o + \Delta P_k \cdot v_T^2 \quad (12.19)$$

$$v_T = \frac{I}{I_N} = \frac{P}{P_N} = \frac{S}{S_N} \quad \cos \varphi_2 = \text{konšt.} \quad (12.20)$$

kde v_T pomerná záťaž transformátora (zaťažovateľ), P a P_N sú činný a menovitý činný výkon, S a S_N sú zdanlivý a menovitý zdanlivý výkon transformátora. Účinnosť transformátora je

$$\eta = \frac{P}{P + \Delta P} = \frac{v_T \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{v_T \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + \Delta P_o + \Delta P_k \cdot v_T^2} \quad (12.21)$$

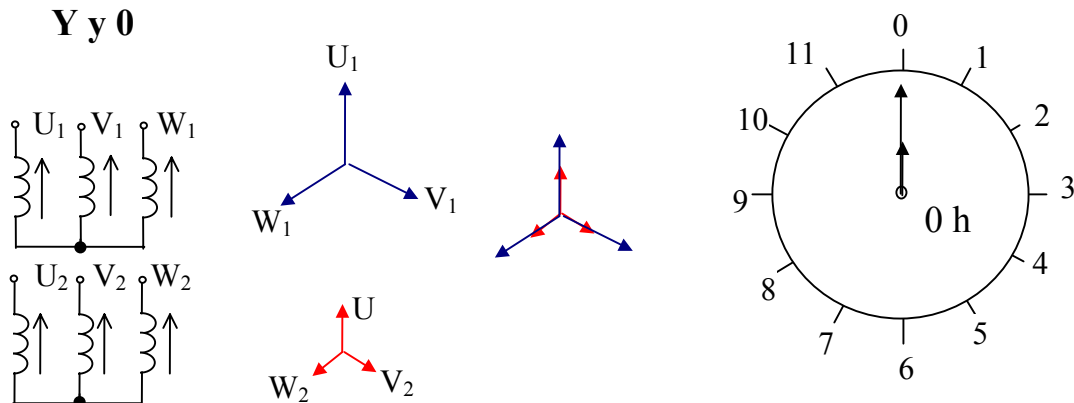
Energetický transformátor je zvyčajne navrhnutý tak, aby maximálna účinnosť bola asi pri 75 % menovitej záťaže ($v_T = 0,75$).

12.1.2 TROJFÁZOVÉ TRANSFORMÁTORY

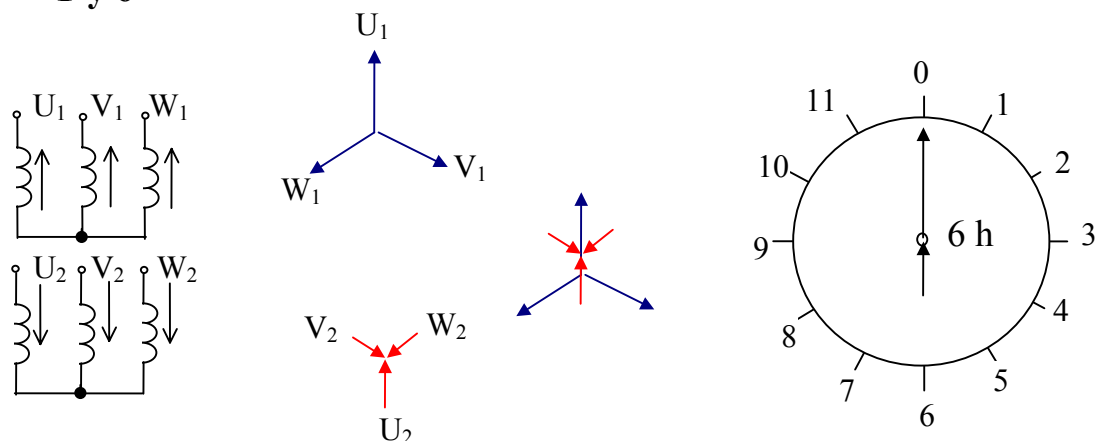
Trojfázové vinutia každej strany transformátora môžeme zapojiť do hviezdy (Y, y), trojuholníka (D, d) a do lomenej hviezdy (z). Uhol medzi fázorom napätia vstupnej (vn) strany a fázorom napätia výstupnej (nn) strany sa nazýva hodinové číslo. Tento uhol je totiž násobkom uhla 30° , čo zodpovedá jednej hodine na hodinách.

Teoreticky možno pri bežnom transformátore uskutočniť 36 rôznych zapojení. Pre účely praxe sú však vhodné len niektoré.

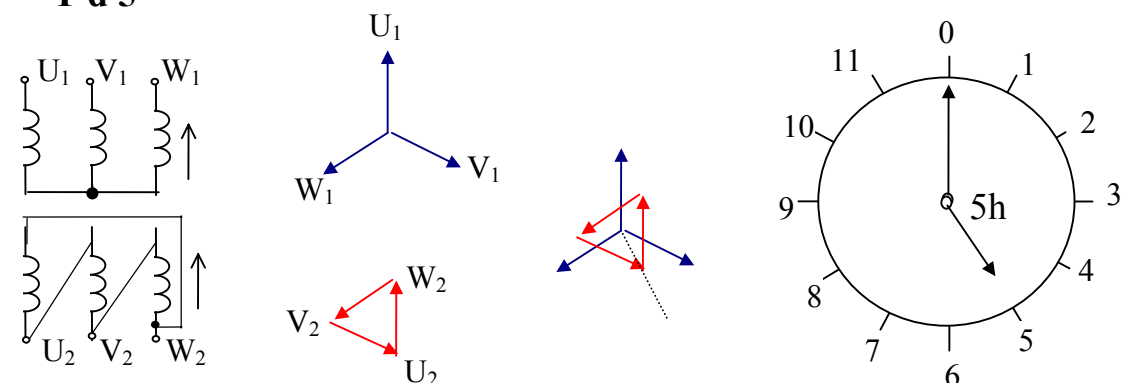
① Y y 0



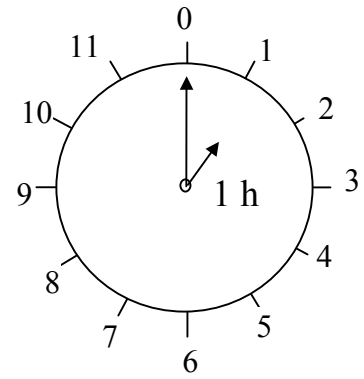
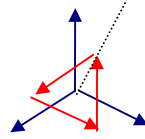
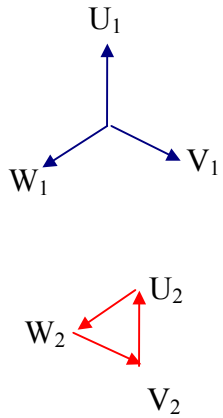
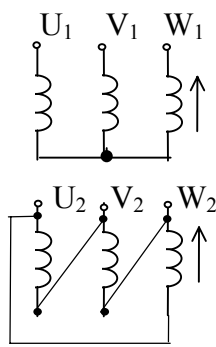
② Y y 6



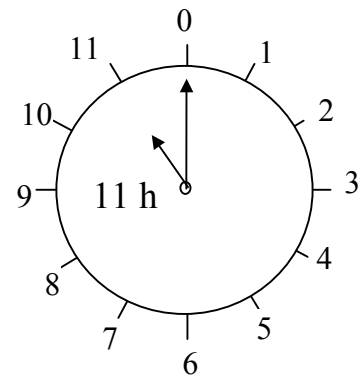
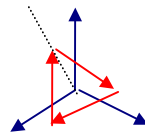
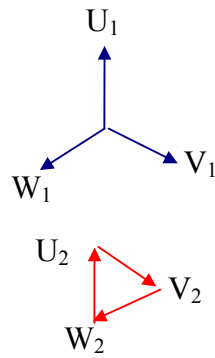
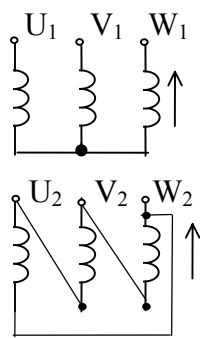
③ Y d 5



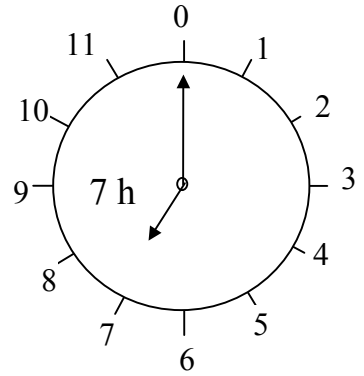
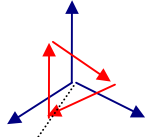
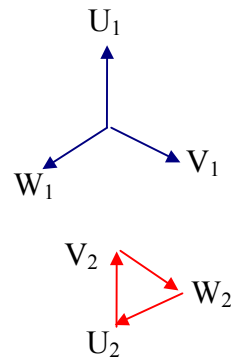
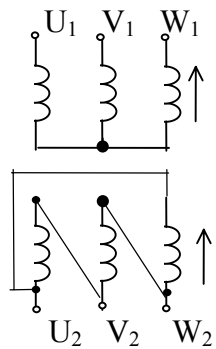
④ **Y d 1**



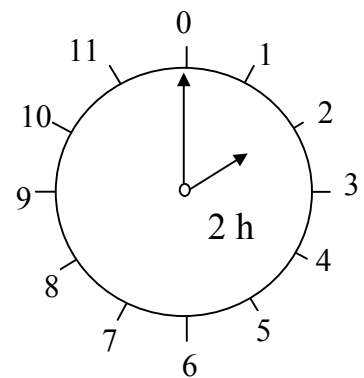
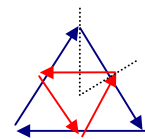
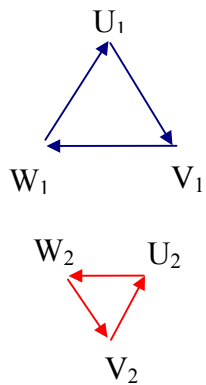
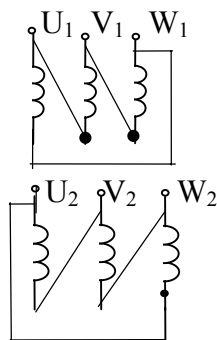
⑤ **Y d 11**



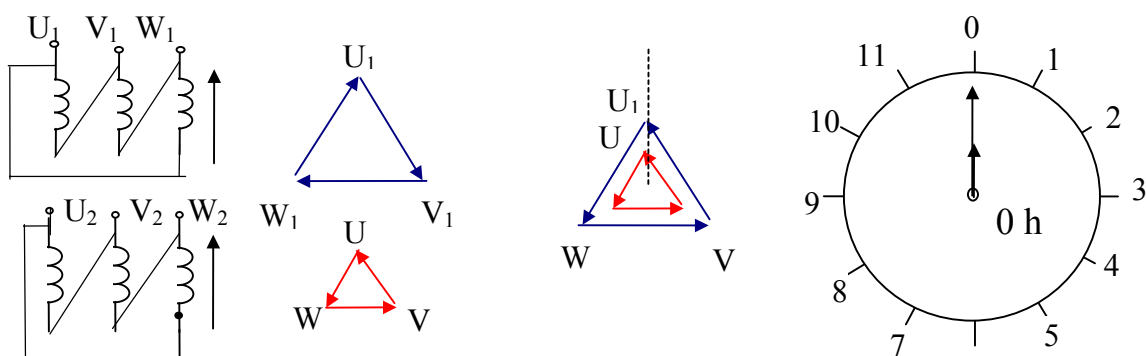
⑥ **Y d 7**



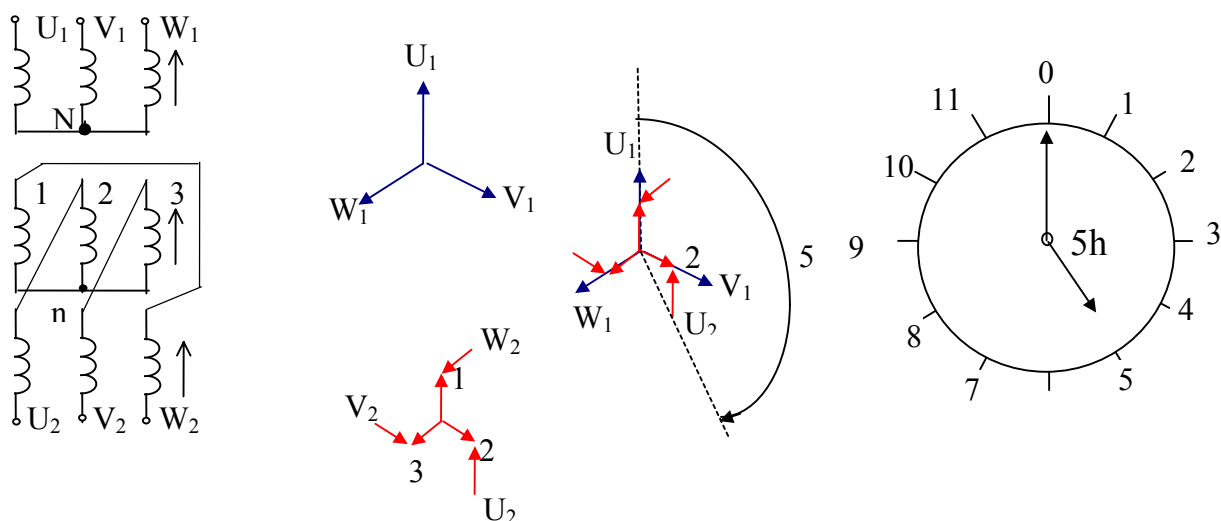
⑦ **D d 2**



⑧ **D d 0**



⑨ **Y z 5**



Pre činný výkon trojfázového transformátora platí

$$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi . \quad (12.22)$$

Na štítku transformátora býva udaný zdanlivý výkon. Menovitý prúd určíme zo štítkových hodnôt podľa vzťahu

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} . \quad (12.23)$$

Pre účinnosť transformátora platí vzťah

$$\eta = 100 - \frac{1}{\cos \varphi} \left(\frac{z_0}{\nu} + z_k \cdot \nu \right) , \quad (12.24)$$

kde z_0 sú percentuálne straty naprázdno

$$z_0 = \frac{\Delta P_{Fe}}{S_n} \cdot 100 \% , \quad (12.25)$$

z_k sú percentuálne straty nakrátko

$$z_k = \frac{\Delta P_j}{S_N} \cdot 100 \% \quad (12.26)$$

a v_T pomerná záťaž transformátora (zaťažovateľ)

$$v_T = \frac{I}{I_N} = \frac{P}{P_N} = \frac{S}{S_N} . \quad (12.27)$$

12.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 12.2.1. Zvončekový transformátor s primárnym napätím $U_{1N} = 230 \text{ V}$, sekundárnym napätím $U_{2N} = 4 \text{ V}$ dodáva prúd $I_{2N} = 0,2 \text{ A}$. Aký veľký je výkon S_{2N} a aký veľký je primárny prúd I_{1N} ? Straty zanedbajte.

Riešenie: Výkon na sekundárnej strane transformátora vypočítame

$$S = U_{2N} \cdot I_{2f} = 0,2 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} = 0,8 \text{ VA} .$$

Pri zanedbaní strát je

$$S_{1N} = S_{2N}$$

a prúd na primárnej strane

$$I_{1N} = \frac{S_{1N}}{U_{1N}} = \frac{0,8 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 0,00348 \text{ A} = 3,48 \text{ mA} .$$

Príklad 12.2.2. Transformátor sieťového adaptéra pre notebook má v stave naprázdno primárne napätie $U_{10} = 230 \text{ V}$ a sekundárne $U_{20} = 16 \text{ V}$. Primárne vinutie má $N_1 = 540$ závitov a je napájané sínusovým napätím frekvencie $f = 50 \text{ Hz}$, prierez jadra transformátora je $S = 15 \text{ cm}^2$. Za predpokladu, že ide o ideálny transformátor, vypočítajte:

- maximálnu hodnotu magnetickej indukcie v jadre transformátora B_m ,
- prevod p ,
- počet závitov sekundárneho vinutia N_2 .

Riešenie: a) Pre maximálnu hodnotu magnetickej indukcie bude platiť

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} ,$$

pričom Φ_m maximálna hodnota magnetického toku sa určí zo vzťahu pre efektívnu hodnotu indukovaného napätia

$$U_i = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_m.$$

Ak zanedbáme úbytky napätia prechodom prúdu naprázdno na primárnej strane (rádovo desatiny percenta menovitého napätia), môžeme písať

$$U_i \doteq U_{10},$$

potom

$$\Phi_m = \frac{U_{10}}{4,44 \cdot N_1 \cdot f} = \frac{230 \text{ V}}{4,44 \cdot 540 \cdot 50 \text{ s}^{-1}} = 1,92 \cdot 10^{-3} \text{ Wb},$$

$$B_m = \frac{1,92 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}{15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,279 \text{ T}.$$

b) Prevod jednofázového transformátora je daný pomerom indukovaných napätí

$$p = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} \doteq \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{230 \text{ V}}{16 \text{ V}} = 14,375.$$

Pri použití uvedeného vzorca pre U_i môžeme písať

$$p = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_m}{4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_m} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Z toho počet sekundárnych závitov

$$N_2 = \frac{N_1}{p} = \frac{540}{14,375} = 37,6 \quad \text{tzn. 38 závitov.}$$

Príklad 12.2.3. Jednofázový ideálny transformátor má menovitý výkon $S_N = 1 \text{ kVA}$ a menovité napätie $U_{1N} = 220 \text{ V}$, $U_{2N} = 110 \text{ V}$.

Pri zanedbaní strát, úbytkov napätí a magnetizačného prúdu vypočítajte:

- menovité prúdy,
- wattový výkon pri menovitom zaťažení, ak $\cos \varphi = 0,78$,
- menovitú impedanciu Z_{1n} tohto transformátora.

Riešenie: Pri zanedbaní uvedených veličín môžeme vychádzať z rovnice

$$U_{1N} I_{1N} = U_{2N} I_{2N}$$

a) Sekundárny menovitý prúd určíme zo štítkového výkonu

$$S_N = U_{2N} I_{2N},$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{1000 \text{ VA}}{110 \text{ V}} = 9,09 \text{ A}.$$

Podobne vypočítame primárny menovitý prúd

$$I_{1N} \doteq \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{1000 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 4,54 \text{ A}.$$

b) Činný výkon transformátora bude

$$P_2 = U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos \varphi = 110 \text{ V} \cdot 9,09 \text{ A} \cdot 0,78 = 780 \text{ W}.$$

c) Menovitú impedanciu vypočítame

$$Z_{1N} = \frac{U_{1N}}{I_{1N}} = \frac{220 \text{ V}}{4,54 \text{ A}} = 48,46 \Omega.$$

Príklad 12.2.4. Jednofázový transformátor s menovitým napätím $U_{1N} = 230 \text{ V}$, $U_{2N} = 125 \text{ V}$ a menovitým prúdom $I_{1N} = 25 \text{ A}$ napája usmerňovač staničnej batérie. Pri skúške transformátora bolo namerané napätie nakrátko $U_{1k} = 18,4 \text{ V}$. Určte percentuálne napätie nakrátko u_k , skutočný ustálený skratový prúd I_{1k} a I_{2k} v primárnom a sekundárnom vinutí.

Riešenie: Napätie nakrátko

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1N}} \cdot 100 = \frac{18,4 \text{ V}}{230 \text{ V}} \cdot 100 = 8,0 \%,$$

ustálený skratový prúd v primárnom a sekundárnom vinutí

$$I_{1k} = \frac{I_{1N}}{u_k} \cdot 100 = \frac{25 \text{ A}}{8} \cdot 100 = 312,5 \text{ A},$$

$$I_{2k} = p \cdot I_{1k} = 1,84 \cdot 312,5 \text{ A} = 575,0 \text{ A},$$

kde p je prevod transformátora

$$p = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{230 \text{ V}}{125 \text{ V}} = 1,84.$$

Príklad 12.2.5. Jednofázový transformátor so štítkovými údajmi: $U_{1N} = 220 \text{ V}$, $U_{2N} = 12 \text{ V}$, $S_N = 1,1 \text{ kVA}$, má percentuálne napätie nakrátko $u_k = 4 \%$. Transformátor bol pri menovitej prevádzke omylom na sekundárnej strane skratovaný. Treba určiť:

- aké ustálené skratové prúdy budú tiecť pri primárnej I_{k1} a sekundárnej strane I_{k2}
- aké veľké napätie môžeme v stave nakrátko na primár pripojiť, aby to transformátor tepelne vydržal.

Riešenie: a) Na určenie skratového prúdu použijeme vzťah

$$I_k = \frac{I_N}{u_k} \cdot 100 \%.$$

Prúd nakrátko primárnej strany bude

$$I_{k1} = \frac{I_{1N}}{u_k} 100 \% = \frac{5 \text{ A}}{4} 100 \% = 125 \text{ A}.$$

Pre určenie prúdu nakrátko sekundárnej strany vypočítame najprv prevod

$$p \doteq \frac{220 \text{ V}}{12 \text{ V}} = 18,3,$$

potom $I_{k2} = I_{k1} \cdot p = 125 \text{ A} \cdot 18,3 = 2290 \text{ A}$.

a) Transformátor je tepelne navrhovaný na menovité prúdy. Veľkosť napätia, pri ktorom v stave napätia tečú pravé menovité prúdy je napätím nakrátko U_{kN} [V].

Percentuálne napätie nakrátko

$$u_k = \frac{U_{kN}}{U_N} \cdot 100 \%,$$

pričom U_N je menovité napätie tej strany transformátora na ktorú sa vzťahuje U_{kN} .

Z toho

$$U_{kN1} = \frac{u_k}{100 \%} \cdot U_{1N} = \frac{4 \%}{100 \%} 220 \text{ V} = 8,8 \text{ V}.$$

Toto napätie môžeme pripojiť v stave nakrátko na primárnu stranu.

Príklad 12.2.6. Primárne vinutie transformátora má $N_1 = 660$ závitov a $U_1 = 230 \text{ V}$. Výstupná cievka má dve sekundárne vinutia (podľa obr. 12.2) s napätiami $U_2 = 3 \text{ V}$ a $U_3 = 5 \text{ V}$.

Vypočítajte: a) prevody p_2 a p_3 ,

b) počty závitov vinutí N_2 a N_3 ,

c) prúd tečúci primárnym vinutím I_1 , ak prúd, odoberaný sekundárnym vinutím s napätím U_3 je $I_3 = 200 \text{ mA}$.

Riešenie: a) $p_2 = \frac{U_1}{U_2} = \frac{230 \text{ V}}{3 \text{ V}} = 76,66$ $p_3 = \frac{U_1}{U_3} = \frac{230 \text{ V}}{5 \text{ V}} = 46$

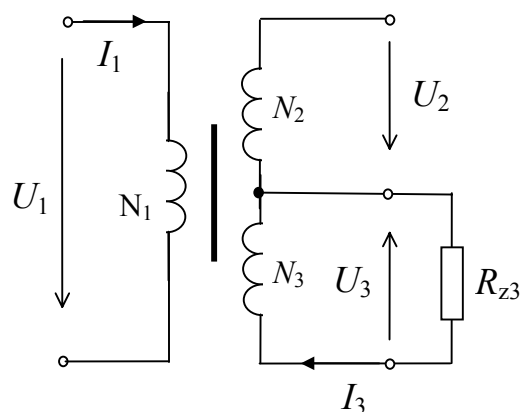
b) $N_2 = \frac{N_1}{p_2} = \frac{660}{76,66} = 8,61$

($N_2 = 9$ závitov)

$$N_3 = \frac{N_1}{p_3} = \frac{660}{46} = 14,34$$

($N_3 = 15$ závitov)

c) $\frac{I_1}{I_3} = \frac{N_3}{N_1}$



Obr. 12.2

$$I_1 = I_3 \frac{N_3}{N_1} = 0,2 \text{ A} \frac{15}{660} = 4,55 \text{ mA}.$$

Príklad 12.2.7. Jednofázový transformátor so zdanlivým výkonom 40 kVA, s primárnym a sekundárnym napätím 2000/250 V má odpory vinutí $R_1 = 1,15 \text{ } \Omega$ a $R_2 = 0,0155 \text{ } \Omega$ a rozptylové indukčnosti $L_{1r} = 7,96 \text{ mH}$ a $L_{2r} = 0,124 \text{ mH}$. Vypočítajte menovitý prúd transformátora, impedanciu nakrátko a straty vo vinutí transformátora pri plnom zaťažení.

Riešenie: Menovitý prúd transformátora vypočítame zo zdanlivého výkonu a napätia na sekundárnej strane

$$I_{2N} = \frac{S}{U_2} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ m}^2}{250 \text{ V}} = 160 \text{ A}.$$

Prevod transformátora je pomer napätí

$$p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{2000 \text{ V}}{250 \text{ V}} = 8.$$

Prepočítaný odpor sekundárneho vinutia na primárne vinutie

$$R'_2 = p^2 R_2 = 8^2 \cdot 0,0155 \text{ } \Omega = 0,992 \text{ } \Omega.$$

Prepočítaná rozptylová reaktancia sekundárneho vinutia na primárne vinutie

$$X'_{2r} = p^2 \omega L_{2r} = 8^2 \cdot 314 \text{ s}^{-1} \cdot 0,000124 \text{ H} = 2,492 \text{ } \Omega.$$

Impedancia nakrátko transformátora

$$Z_k = R_1 + R'_2 + j(X_{1r} + X'_{2r}) = [1,15 + 0,992 + j(2,5 + 2,492)] \Omega = (2,142 + j 5) \Omega.$$

Straty vo vinutí transformátora vypočítame zo vzťahu

$$P_v = R_k I_{1n}^2 = (R_1 + R'_2) I_{1n}^2 = R'_k I_{2n}^2.$$

Reálnu časť impedancie nakrátko prepočítajme na sekundárnu stranu:

$$R'_k = \frac{R_1}{p^2} + R_2 = \frac{1,15 \text{ } \Omega}{64} + 0,0155 \text{ } \Omega = 0,0335 \text{ } \Omega.$$

Vtedy straty vo vinutí

$$P_v = R'_k I_{2n}^2 = 0,0335 \text{ } \Omega \cdot 160^2 \text{ A}^2 = 857 \text{ W}.$$

Príklad 12.2.8. Jednofázový transformátor má tieto parametre: $R_1 = 0,9 \text{ } \Omega$, $R_2 = 0,03 \text{ } \Omega$, $X_{1r} = 5 \text{ } \Omega$, $X_{2r} = 0,13 \text{ } \Omega$. Prevod transformátora $p = 6$, frekvencia v sieti $f = 50 \text{ Hz}$. Vypočítajte, aký prúd nakrátko preteká primárnym a sekundárnym vinutím transformátora, ak na jeho primárnu stranu v stave nakrátko privedieme napätie 330 V.

Riešenie: Veľkosť impedancie nakrátko transformátora

$$Z_k = \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_{1r} + X_{2r}')^2} = \sqrt{(0,9 + 6^2 \cdot 0,03)^2 + (5 + 6^2 \cdot 0,013)^2} \Omega = 9,86 \Omega.$$

Prúd nakrátko pretekajúci primárnym vinutím vypočítame zo vzťahu

$$I_{1k} = \frac{U_{1k}}{Z_k} = \frac{330 \text{ V}}{9,86 \Omega} = 33,5 \text{ A}.$$

Prúd nakrátko pretekajúci sekundárnym vinutím

$$I_{2k} = p I_{1k} = 6 \cdot 33,5 \text{ A} = 201 \text{ A}.$$

Fáza impedancie nakrátko transformátora

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{X_k}{R_k} = \frac{9,68 \Omega}{1,98 \Omega} = 4,9,$$

$$\varphi_k = 78,5^\circ.$$

Účinník nakrátko transformátora

$$\cos \varphi_k = 0,2.$$

Príklad 12.2.9. Transformátor s transformáciou nadol má účinnosť 95 % a dvakrát viac primárnych závitov než sekundárnych. Ak je menovitý sekundárny prúd 10 A pri napätí 120 V, aký je primárny prúd a napätie? Aká je maximálna hodnota napätia na primáre?

$$\text{Riešenie: } \eta = \frac{P_2}{P_1} = 0,95,$$

$$U_{1N} = p U_{2N} = 2 \cdot 120 \text{ V} = 240 \text{ V},$$

$$I_{2N} = \frac{U_2 I_2}{\eta U_1} = \frac{120 \text{ V} \cdot 10 \text{ A}}{0,95 \cdot 240 \text{ V}} = 5,26 \text{ A},$$

$$U_{1\max} = \frac{U_{1N}}{\sqrt{2}} = 339,5 \text{ V}.$$

Príklad 12.2.10. Trojfázový transformátor Yy0 so štítkovými hodnotami 500 kVA, 3000/400 V sa skúšal nakrátko. Pri skratovanej sekundárnej strane tiekol na primárnej strane prúd 25 A pri zníženom napätí 46,8 V. Treba určiť:

- ustálený skratový prúd primárnej I_{1kt} a sekundárnej strany I_{2kt} ,
- percentuálne napätie nakrátko u_k ,
- nárazový skratový prúd primárnej $I_{1knár.}$ a sekundárnej $I_{2knár.}$

Riešenie: Pre ustálený skratový prúd I_{kt} platí

$$I_k = \frac{I_{1N}}{u_k} \cdot 100\%,$$

pričom I_{1N} je menovitý prúd primárnej strany, u_k percentuálne napätie nakrátko.

Zo štítkových hodnôt určíme I_{1N}

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{500\,000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 3000 \text{ V}} = 96,2 \text{ A}$$

Percentuálne napätie nakrátko u_k je definované

$$u_k = \frac{U_{kN}}{U_N} \cdot 100\%,$$

kde U_{kN} je absolútna hodnota napätia nakrátko, U_N – menovité napätie tej strany transformátora, na ktorú sa vzťahuje U_{kN} . Z merania nakrátko je známe, že pri $U_{1k} = 46,8 \text{ V}$ tiekol prúd $I_{1k} = 25 \text{ A}$. Závislosť $I_k = f(U_k)$ je lineárna, teda pri $I_{1kN} = I_{1N} = 96,2 \text{ A}$ bude

$$U_{1kN} = \frac{I_{1N}}{I_{1k}} U_{1k} = \frac{96,2 \text{ A}}{25 \text{ A}} 46,8 \text{ V} = 180 \text{ V},$$

takže percentuálne napätie nakrátko bude

$$u_k = \frac{U_{1kN}}{U_{1N}} 100\% = \frac{180 \text{ V}}{3000 \text{ V}} 100\% = 6\%.$$

Ustálený skratový prúd primárnej strany bude

$$I_{1kt} = \frac{I_{1t}}{u_k} 100 = \frac{96,2 \text{ A}}{6} 100 = 1600 \text{ A}.$$

Veľkosť nárazového skratového prúdu budeme uvažovať ako dvojnásobok ustáleného skratového prúdu

$$I_{1k \text{ nár}} = 2 \cdot I_{1kt} = 2 \cdot 1600 \text{ A} = 3200 \text{ A}.$$

Ustálený skratový prúd skratovanej sekundárnej strany môžeme určiť priamo pomocou prevodu

$$p = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{3000 \text{ V}}{400 \text{ V}} = 7,5,$$

$$I_{2kt \text{ nár}} = p \cdot I_{1kt} = 7,5 \cdot 1600 \text{ A} = 12\,000 \text{ A}.$$

Nárazový skratový prúd sekundárnej strany

$$I_{2k \text{ nár}} = 2 \cdot I_{2kt} = 2 \cdot 12\,000 \text{ A} = 24\,000 \text{ A}.$$

Z výsledkov vidíme, že skratové prúdy nárazové aj ustálené tohto transformátora pri menovitých napätiach sú veľmi veľké, teda skratovať trojfázový transformátor pri menovitých napätiach je veľmi nebezpečné. Preto je potrebné istiť poistkami, alebo ističmi.

Príklad 12.2.12. Vypočítajte účinnosť trojfázového transformátora s údajmi $S_N = 500 \text{ kVA}$, $\Delta P_{Fe} = 2700 \text{ W}$, $\Delta P_j = 10\,800 \text{ W}$, a to pre menovité zaťaženie a účinník $\cos \varphi = 0,8$ a $0,6$.

Riešenie: Percentuálne straty naprázdno

$$z_0 = \frac{\Delta P_{Fe}}{S_n} \cdot 100 \% = \frac{2\,700 \text{ W}}{500\,000} \cdot 100 \% = 0,54 \text{ \%}.$$

Percentuálne straty nakrátko

$$z_k = \frac{\Delta P_j}{S_n} \cdot 100 \% = \frac{10\,800 \text{ W}}{500\,000 \text{ VA}} \cdot 100 \% = 2,16 \text{ \%}.$$

Zaťažovateľ pre menovité zaťaženie je $\nu = 1$. Vypočítané a zadané hodnoty dosadíme do vzťahu (12.23) pre účinnosť transformátora

a) pre $\cos \varphi = 0,8$ dostaneme

$$\eta = 100 - \frac{1}{0,8} \left(\frac{0,54}{1} + 2,16 \cdot 1 \right) = 96,63 \text{ \%},$$

b) pre $\cos \varphi = 0,6$ dostaneme $\eta = 95,5 \text{ \%}$.

Z toho vyplýva poznatok, že pri zhoršení účinníka záťaže zhoršuje sa aj účinnosť samotného transformátora.

12.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 12.3.1. Jednofázový ideálny transformátor s menovitým výkonom $S_N = 5000 \text{ VA}$, primárnym napätím $U_{1N} = 1\,000 \text{ V}$, sekundárnym napätím $U_{2N} = 230 \text{ V}$, a frekvenciou $f = 50 \text{ Hz}$ má na primárnej strane $N_1 = 700$ závitov a prierez jadra $S = 46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Vypočítajte prevod transformátora p , počet závitov N_2 v sekundárnej cievke, magnetickú indukciu B_m v jadre a veľkosť prúdov I_{1n} a I_{2n} na primárnej a sekundárnej strane.
($p = 4,35$; $N_2 = 161$; $B_m = 6,44 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$; $I_{1N} = 5 \text{ A}$; $I_{2N} = 21,74 \text{ A}$)

Úloha 12.3.2. Primárne vinutie jednofázového transformátora má $N_1 = 880$ závitov, sekundárne $N_2 = 1\,200$. Aké veľké napätie U_2 sa indukuje v sekundárnom vinutí, ak je

primárne vinutie pripojené na napätie $U_1 = 230 \text{ V}$ a frekvenciu $f = 50 \text{ Hz}$. Aký veľký je magnetický tok Φ_m a prierez jadra S pri magnetickej indukčii $B_m = 1,1 \text{ T}$.

$$(\Phi_m = 1,177 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}; S = 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2)$$

Úloha 12.3.3. Jednofázový transformátor s menovitým výkonom $S_{2N} = 400 \text{ VA}$, je pripojený na menovité napätie $U_{1N} = 230 \text{ V}$. Prevod transformátora $p = 9,2$ počet závitov primárnej cievky $N_1 = 500$, prierez jadra $S = 20 \text{ cm}^2$. Pri účinnosti transformátora $\eta = 91 \%$ určte napätie na sekundárnej strane U_{2N} a prúdy I_{1N} a I_{2N} .

$$(U_{2N} = 25 \text{ V}; I_{1N} = 1,91 \text{ A}, I_{2N} = 16 \text{ A})$$

Úloha 12.3.4. Dva jednofázové transformátory majú štítkové údaje: menovité napätia $U_{1N} = 220 \text{ V}$, $U_{2N} = 12 \text{ V}$ a menovitý výkon $S_N = 1,1 \text{ kVA}$. Rozdiel je len v percentuálnom napätí nakrátko – prvý má $u_k = 3 \%$ a druhý $u_k = 5 \%$. Oba transformátory boli pri menovitej prevádzke omylom na sekundárnej strane skratované. Vypočítajte:

- Aké ustálené skratové prúdy budú tiecť na primárnej I_{k1} a sekundárnej strane I_{k2} prvého transformátora?
- Aké veľké napätie môžeme v stave nakrátko na ich primár pripojiť, aby to transformátory tepelne vydržali?
- Pri ktorej hodnote percentuálneho napätia nakrátko u_k sú pomery pri skratovaní priaznivejšie?

$$(I_{k1} = 166 \text{ A}; I_{k2} = 3\,040 \text{ A}; U_{k1(1)} = 6,6 \text{ V}; U_{k1(2)} = 11 \text{ V}; \text{priaznivejšie pomery sú pri } u_k = 5 \%)$$

Úloha 12.3.5. Vypočítajte impedanciu nakrátko jednofázového transformátora a zložky impedancie nakrátko, keď poznáme výsledky merania nakrátko transformátora: $U_k = 60 \text{ V}$, $I_k = 100 \text{ A}$, $P_k = 1,2 \text{ kW}$.

$$(z_k = 0,6 \Omega; \cos \varphi_k = 0,2; R_k = 0,12 \Omega; X_k = 0,588 \Omega)$$

Úloha 12.3.6. Vypočítajte parametre a nakreslite náhradnú schému jednofázového transformátora so štítkovými údajmi: $S = 10 \text{ kVA}$, $p = 400/200 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Z merania transformátora naprázdno poznáme: $U_1 = 400 \text{ V}$, $I_{10} = 1 \text{ A}$, $P_{10} = 100 \text{ W}$. Z merania nakrátko $U_{1k} = 32 \text{ V}$, $I_{1k} = 25 \text{ A}$, $P_{1k} = 400 \text{ W}$.

$$(X_h = 387,3 \Omega; R_z = 1500 \Omega; R_1 = R'_2 = 0,32 \Omega; X_{r1} = X'_{r2} = 0,55 \Omega)$$

Úloha 12.3.7. Vypočítajte účinnosť a menovité prúdy transformátora, ktorý má údaje: $S = 20 \text{ kVA}$, $p = 3300/240 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, ak z merania transformátora naprázdno poznáme: $P_{10} = 110 \text{ W}$ a z merania nakrátko: $P_{1k} = 280 \text{ W}$.
($\eta = 98,1 \%$; $I_{1N} = 6,06 \text{ A}$; $I_{2N} = 83,33 \text{ A}$)

Úloha 12.3.8. Trojfázový transformátor Yy0 má štítkové hodnoty 630 kVA , $3000 / 525 \text{ V}$. Vypočítajte prúdy tečúce oboma vinutiami a menovitú impedanciu Z_{1N} .
($I_{1N} = 121,2 \text{ A}$; $I_{2N} = 692,8 \text{ A}$; $Z_{1N} = 14,3 \Omega$)

Úloha 12.3.9. Trojfázový transformátor Yy0, 315 kVA , $15 \text{ kV}/400\text{V}$ mal pri meraní nakrátko na strane vyššieho napätia tieto hodnoty: $U_k = 412 \text{ V}$; $I_k = 8,33 \text{ A}$ a $\Delta P_k = 2060 \text{ W}$. Za predpokladu, že závislosť $I_k = f(U_k)$ je lineárna, určte percentuálne napätie nakrátko a straty nakrátko pri menovitom prúde.
($u_k = 4 \%$; $\Delta P_k = 4361 \text{ W}$)

Úloha 12.3.10. Na trojfázovom transformátore Yy0, 75 kVA , $6000/525 \text{ V}$ boli pri meraní nakrátko namerané hodnoty $U_k = 160 \text{ V}$ a $I_k = 4,8 \text{ A}$. Určte percentuálne napätie nakrátko a ustálený skratový prúd.
($u_k = 4,01 \%$; $I_{1k} = 180 \text{ A}$)

Úloha 12.3.11. Na trojfázovom transformátore s výkonom $S_N = 250 \text{ kVA}$ a primárnym napätím $U_{1N} = 10\,000 \text{ V}$ bolo pri chode nakrátko namerané napätie nakrátko $U_k = 530 \text{ V}$ a straty nakrátko $\Delta P_k = 3\,500 \text{ W}$. Určte percentuálne napätie nakrátko u_k , účinník nakrátko $\cos \varphi_k$, menovitú impedanciu Z_N a impedanciu nakrátko Z_k pre jednu fázu.
($u_k = 5,3 \%$; $\cos \varphi_k = 0,26$; $Z_N = 400 \Omega$; $Z_k = 21,2 \Omega$)

Úloha 12.3.12. Na trojfázovom transformátore s výkonom $S_N = 450 \text{ kVA}$ boli pri chode naprázdno a nakrátko namerané straty $\Delta P_0 = 7\,800 \text{ W}$ a $\Delta P_k = 5\,000 \text{ W}$. Účinnosť transformátora je 90% a zaťažovateľ $0,8$. Vypočítajte, s akým účinníkom pôsobí transformátor v rozvodni závodu.
($\cos \varphi = 0,306$)

13 JEDNOSMERNÉ STROJE

13.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Jednosmerné stroje môžu pracovať ako **dynamá** alebo ako **motory**. Magnetické pole je vybudené prúdom v cievkách umiestnených na póloch statora. Ak v magnetickom poli otáčame vodičom, ktorý je umiestnený na kotve (rotor), indukuje sa v ňom napätie. Naopak, keď budeme vodič napájať prúdom cez kefy a komutátor, vytvorí sa mechanický moment.

Indukované napätie v jednom vodiči kotvy určíme podľa vzťahu

$$u_i = Bvl, \quad (13.1)$$

kde B je stredná hodnota magnetickej indukcie medzi pólovým nadstavcom statora a kotvou, v je obvodová rýchlosť vodiča kotvy a l je aktívna dĺžka vodiča kotvy. Zrejme

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{l\tau_p}, \quad (13.2)$$

kde Φ je výsledný magnetický tok nad pólom, τ_p je pólová vzdialenosť a

$$v = \omega r = 2\pi nr = \pi nd = n2p\tau_p, \quad (13.3)$$

kde $\omega = 2\pi n$ je uhlová rýchlosť kotvy, n je frekvencia otáčania kotvy, r je polomer kotvy, $d = 2r$ je priemer kotvy, $2p$ je počet (hlavných) pólov jednosmerného stroja a $\pi d = 2p\tau_p$ je obvod kotvy. Po dosadení (13.2, 13.3) do (13.1) získame

$$u_i = Bvl = \frac{\Phi}{l\tau_p} \cdot n2p\tau_p \cdot l = 2p\Phi n \quad (13.4)$$

Keďže celá kotva má celkom N vodičov rozdelených do $2a$ paralelných vetiev, bude mať vzťah pre indukované napätie kotvy U_i jednosmerného stroja tvar

$$U_i = \frac{N}{2a} u_i = \frac{N}{2a} 2p\Phi n = \frac{Np}{a} \Phi n = k\Phi n, \quad (13.5)$$

kde k je konštanta stroja

$$k = \frac{Np}{a}. \quad (13.6)$$

Indukované napätie kotvy U_i môžeme vyjadriť aj pomocou uhlovej rýchlosti kotvy ω

$$U_i = k\Phi n = k\Phi \frac{\omega}{2\pi} = \frac{k}{2\pi} \Phi \omega = k_M \Phi \omega, \quad (13.7)$$

kde k_M je momentová konštanta stroja

$$k_M = \frac{k}{2\pi} = \frac{Np}{2\pi a}. \quad (13.8)$$

Ak jednosmerný stroj pracuje ako **dynamo**, potom pri zaťažení bude na jeho svorkách napätie U menšie než je indukované napätie U_i , pretože dynamo je zdroj.

$$U = U_i - R_2 I - U_k, \quad (13.9)$$

kde U je svorkové napätie, U_i je indukované napätie, I je prúd v kotve, R_2 je celkový odpor v obvode kotvy (odpor vinutia kotvy a pomocných vinutí), U_k je napätie na keľách a prechodovom odpore komutátora.

Ak jednosmerný stroj pracuje ako **motor**, bude svorkové napätie U väčšie ako je indukované napätie U_i , pretože motor je spotrebič. Teda

$$U = U_i + R_2 I + U_k. \quad (13.10)$$

Otáčavý moment jednosmerného motora určujeme zo silového pôsobenia magnetického poľa na vodič pretekaný elektrickým prúdom. Ak I je celkový elektrický prúd, ktorý kotva motora odoberá, potom prúd tečúci cez jednu paralelnú vetvu vinutia kotvy a teda cez každý vodič kotvy je

$$I_1 = \frac{I}{2a}. \quad (13.11)$$

Využitím (13.2, 13.11) bude magnetická sila pôsobiaca na jeden vodič s aktívnou dĺžkou l

$$F_1 = B I_1 l = \frac{\Phi}{l \tau_p} \cdot \frac{I}{2a} \cdot l = \frac{\Phi I}{2a \tau_p}, \quad (13.12)$$

Celková sila pôsobiaca na N vodičov kotvy je

$$F = N F_1 = \frac{N \Phi I}{2a \tau_p}, \quad (13.13)$$

a vnútorný moment M tejto sily bude

$$M = F \frac{d}{2} = \frac{N \Phi I}{2a \tau_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{N \Phi I}{2a \tau_p} \cdot \frac{d\pi}{2\pi} = \frac{N \Phi I}{2a \tau_p} \cdot \frac{2p \tau_p}{2\pi} = \frac{Np}{2\pi a} \Phi I = k_M \Phi I. \quad (13.14)$$

kde N je počet všetkých vodičov kotvy, d je priemer kotvy, $2p$ je počet pólov statora, τ_p je pólová vzdialenosť, $2a$ je počet paralelných vetiev vinutia kotvy, Φ je magnetický tok jedného pólu, I je celkový elektrický prúd v kotve, k_M je momentová konštanta stroja. Vnútorný moment M stroja môžeme počítať tiež pomocou vnútorného výkonu a uhlovej rýchlosti kotvy ω , resp. jej frekvencie otáčania n podľa vzťahu

$$M = \frac{P_i}{\omega} = \frac{U_i I}{\omega} = \frac{U_i I}{2\pi n}, \quad (13.15)$$

kde $P_i = U_i I$ je vnútorný výkon stroja.

Užitočný moment M_m na hriadeli jednosmerného motora je vždy menší než vnútorný moment M a počítame ho z mechanického výkonu P_m na hriadeli, ktorý je oproti vnútornému výkonu P_i znížený o mechanické straty ΔP_m a straty v železe kotvy ΔP_{Fe}

$$M_m = \frac{P_m}{\omega} = \frac{P_m}{2\pi n}. \quad (13.16)$$

Mechanický výkon P_m na hriadeli je oproti elektrickému príkonu P_e znížený o celkovú výkonovú stratu ΔP

$$P_m = P_e - \Delta P, \quad (13.17)$$

pričom

$$P_e = UI, \quad (13.18)$$

$$\Delta P = \Delta P_0 + \Delta P_{Cu1} + \Delta P_{Cu2} + \Delta P_{jk}, \quad (13.19)$$

kde U je svorkové napätie motora, I je celkový prúd, ktorý stroj odoberá zo siete, ΔP_0 sú straty naprázdno $\Delta P_0 = \Delta P_m + \Delta P_{Fe}$, t. j. straty mechanické a straty v železe kotvy, ΔP_{Cu1} sú straty vo vinutí statora, ΔP_{Cu2} sú straty vo vinutí kotvy, ΔP_{jk} sú straty prechodom prúdu z kief na komutátor.

Účinnosť jednosmerného motora je daná pomerom mechanického výkonu na hriadeli P_m k elektrickému príkonu P_e , ktorý stroju dodávame

$$\eta_M = \frac{P_m}{P_e}, \quad \eta_M(\%) = \frac{P_m}{P_e} 100\%. \quad (13.20)$$

Pri **jednosmernom dyname** je účinnosť daná pomerom elektrického výkonu P_e , ktorý z dynama odoberáme, k mechanickému príkonu P_m , ktorý stroju dodávame

$$\eta_D = \frac{P_e}{P_m}, \quad \eta_D(\%) = \frac{P_e}{P_m} 100\%. \quad (13.21)$$

Spúšťanie jednosmerných motorov

Priamym pripojením motora na sieť by vznikol veľký prúdový náraz, ktorý je pre motor aj pre sieť nežiaduci. Preto pri spúšťaní motorov, ak je to možné, znížime napätie zdroja, alebo zaradíme do obvodu kotvy predradný spúšťací rezistor s odporom R_p , ktorým prúdový náraz obmedzíme.

V okamihu pripojenia stroja na sieť bude teda záberový prúd

$$I_z = \frac{U}{R_2 + R_p}, \quad (13.22)$$

kde U je svorkové napätie motora, R_2 je celkový odpor obvodu kotvy, R_p je odpor rezistora, ktorý sme zapojili do série s kotvou.

Regulácia otáčok jednosmerných motorov

Frekvenciu otáčania jednosmerných motorov odvodíme zo vzťahu (13.5) s využitím (13.10)

$$U_i = k\Phi n \Rightarrow n = \frac{U_i}{k\Phi} = \frac{U - R_c I}{k\Phi}, \quad (13.23)$$

kde $k = Np/a$ je konštanta stroja, Φ je magnetický tok jedného pólu, U je svorkové napätie motora, I je elektrický prúd kotvy, R_c je celkový odpor v obvode kotvy, vrátane regulačného odporu R_r

$$R_c = R_2 + R_r. \quad (13.24)$$

Zo vzťahu (13.23) vidíme, že frekvenciu otáčania kotvy jednosmerného motora môžeme regulovať a) zmenou svorkového napätia U , b) zmenou odporu R_c v obvode kotvy a c) zmenou magnetického toku Φ , t. j. zmenou budiaceho prúdu I_b .

13.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 13.2.1. Vypočítajte hodnotu indukovaného napätia štvorpólového jednosmerného dynama, ktoré má nasledujúce údaje: magnetický tok jedného pólu $\Phi = 0,02$ Wb, počet vodičov kotvy $N = 240$, počet paralelných vetiev $2a = 2$ a frekvencia otáčania kotvy $n = 23,86$ s⁻¹.

Riešenie: Zrejme počet pólov $2p = 4$. Indukované napätie kotvy vypočítame podľa vzťahu (13.5)

$$U_i = k\Phi n = \frac{Np}{a}\Phi n = \frac{N2p}{2a}\Phi n = \frac{240 \cdot 4}{2} \cdot 0,02 \text{ Wb} \cdot 23,86 \text{ s}^{-1} = 229 \text{ V}.$$

Indukované napätie kotvy dynama je 229 V.

Príklad 13.2.2. Aká je frekvencia otáčania kotvy štvorpólového derivačného dynama, ak sa v jej vinutí indukuje napätie $U_i = 220$ V? Kotva má $N = 440$ vodičov zapojených do $2a = 4$ paralelných vetiev, ktoré sa pohybujú v magnetickom poli s indukciou $B = 1,2$ T. Dĺžka jedného pólu je $l = 0,2$ m a pólová vzdialenosť je $\tau_p = 0,18$ m.

Riešenie: Zrejme počet pólov $2p = 4$. Frekvenciu otáčania kotvy vyjadríme úpravou (13.5)

$$U_i = k\Phi n = \frac{Np}{a}\Phi n = \frac{N2p}{2a}\Phi n \Rightarrow n = \frac{U_i 2a}{N2p\Phi}.$$

Magnetický tok Φ určíme úpravou vzťahu (13.2)

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{l\tau_p} \Rightarrow \Phi = BS = Bl\tau_p = 1,2 \text{ T} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,18 \text{ m} = 43,2 \text{ mWb}.$$

Po dosadení zadaných a vypočítaných hodnôt dostaneme

$$n = \frac{U_i 2a}{N2p\Phi} = \frac{220 \text{ V} \cdot 4}{440 \cdot 4 \cdot 43,2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}} = 11,57 \text{ s}^{-1}.$$

Frekvencia otáčania kotvy dynama je $11,57 \text{ s}^{-1}$.

Príklad 13.2.3. Aké bude napätie na svorkách šesťpólového dynama, v ktorom sa indukuje napätie $U_i = 222,2 \text{ V}$, keď ho zaťažíme voltmetrom s vnútorným odporom $R_v = 12000 \Omega$? Celkový odpor v obvode kotvy je $R_2 = 8 \Omega$. Na keľách uvažujeme úbytok napätia $U_k = 2 \text{ V}$.

Riešenie: Svorkové napätie dynama vypočítame podľa vzťahu (13.9) a toto napätie sa zrejme rovná úbytku napätia $R_v I$ na voltmetri

$$U = U_i - R_2 I - U_k = R_v I$$

Úpravou pre elektrický prúd v kotve získame

$$I(R_2 + R_v) = U_i - U_k \Rightarrow I = \frac{U_i - U_k}{R_2 + R_v} = \frac{222,2 \text{ V} - 2 \text{ V}}{8 \Omega + 12000 \Omega} = 18,34 \text{ mA}.$$

Na svorkách dynama bude teda napätie

$$U = U_i - R_2 I - U_k = R_v I = 12000 \Omega \cdot 18,34 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 220 \text{ V}.$$

Príklad 13.2.4. Vypočítajte, aké svorkové napätie potrebuje jednosmerný sériový motor, ktorý zaťažíme tak, aby ním tiekol elektrický prúd $I = 1,2 \text{ A}$? Indukované napätie motora je $U_i = 125 \text{ V}$. Celkový odpor v obvode kotvy je $R_2 = 15,8 \Omega$ a prechodový odpor kief $R_k = 0,15 \Omega$.

Riešenie: Svorkové napätie motora vypočítame podľa vzťahu (13.10)

$$U = U_i + R_2 I + U_k,$$

pričom $U_k = R_k I = 0,15 \Omega \cdot 1,2 \text{ A} = 0,18 \text{ V}$.

Svorkové napätie motora bude teda

$$U = 125 \text{ V} + 15,8 \Omega \cdot 1,2 \text{ A} + 0,18 \text{ V} = 144,14 \text{ V}.$$

Príklad 13.2.5. Vypočítajte elektrický prúd, ktorý bude pri elektrickom výkone $P_e = 1,5 \text{ kW}$ dodávať do záťaže jednosmerné štvorpólové derivačné dynamo s nasledujúcimi údajmi: počet vodičov kotvy $N = 640$, počet paralelných vetiev $2a = 4$, priemer kotvy $d = 0,15 \text{ m}$, dĺžka kotvy $l = 0,25 \text{ m}$, frekvencia otáčania kotvy $n = 24 \text{ s}^{-1}$ a magnetická indukcia vo vzduchovej medzere $B = 0,8 \text{ T}$.

Riešenie: Zrejme počet pólov $2p = 4$. Pri výpočte prúdu vychádzame z úpravy vzťahu (13.18)

$$P_e = UI \Rightarrow I = \frac{P_e}{U}$$

Keďže celkový odpor R_2 v obvode kotvy ani prechodový odpor R_k na keľách nebol zadáný, zrejme ich môžeme zanedbať v porovnaní s odporom záťaže. Vo vzťahu (13.9) teda zanedbáme napätie $R_2 I$ na celkovom odpore R_2 v obvode kotvy a zanedbáme napätie U_k na keľách, preto

$$U = U_i$$

Indukované napätie vypočítame podľa vzťahu (13.5)

$$U_i = k\Phi n = \frac{Np}{a}\Phi n = \frac{N2p}{2a}\Phi n,$$

kde magnetický tok Φ určíme úpravou vzťahu (13.2)

$$B = \frac{\Phi}{l\tau_p} \Rightarrow \Phi = Bl\tau_p = Bl\frac{\pi d}{2p} = 0,8 \text{ T} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot \frac{\pi \cdot 0,15 \text{ m}}{4} = 23,56 \text{ mWb}.$$

Indukované napätie bude teda

$$U_i = \frac{N2p}{2a}\Phi n = \frac{640 \cdot 4}{4} \cdot 23,56 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \cdot 24 \text{ s}^{-1} = 361,9 \text{ V}.$$

Prúd, ktorý dynamo dodáva do záťaže, je

$$I = \frac{P_e}{U} = \frac{P_e}{U_i} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ W}}{361,9 \text{ V}} = 4,14 \text{ A}.$$

Príklad 13.2.6. Vypočítajte vnútorný moment jednosmerného motora s údajmi: $N = 600$, $2a = 2$, $2p = 4$, $\Phi = 28 \text{ mWb}$, $n = 2000 \text{ min}^{-1}$, $I = 100 \text{ A}$.

Riešenie: Pre vnútorný moment stroja platí vzťah (13.15)

$$M = \frac{U_i I}{\omega} = \frac{U_i I}{2\pi n}.$$

Najskôr z daných údajov vypočítame indukované napätie kotvy U_i podľa vzťahu (13.5)

$$U_i = k\Phi n = \frac{Np}{a}\Phi n = \frac{N2p}{2a}\Phi n = \frac{600 \cdot 4}{2} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \cdot \frac{2000}{60 \text{ s}} = 1120 \text{ V}.$$

Po dosadení zadaných a vypočítaných hodnôt do vzťahu pre vnútorný moment získame

$$M = \frac{U_i I}{2\pi n} = \frac{1120 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi \cdot 2000} = 534,76 \text{ Nm}.$$

Príklad 13.2.7. Vypočítajte užitočný moment na hriadieli jednosmerného motora, ktorý má tieto štítkové údaje: $U = 220 \text{ V}$, $I = 12,3 \text{ A}$, $n = 1400 \text{ min}^{-1}$, $P = 2,2 \text{ kW}$, budenie sériové 14 V ; $12,3 \text{ A}$.

Riešenie: Užitočný moment M_m môžeme počítat podľa vzťahu (13.16)

$$M_m = \frac{P_m}{\omega} = \frac{P_m}{2\pi n}.$$

Potrebné údaje pre výpočet zo štítkových údajov sú $P = P_m = 2,2 \text{ kW}$ – výkon jednosmerného motora, $n = 1400 \text{ min}^{-1}$ – otáčky motora. Po dosadení do vzťahu (13.16) dostaneme

$$M_m = \frac{P_m}{2\pi n} = \frac{2200 \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi \cdot 1400} = 15,01 \text{ Nm}.$$

Príklad 13.2.8. Aká je účinnosť a aký výkon odoberáme z hriadeľa jednosmerného derivačného motora, ktorý pri menovitom napätí $U = 230 \text{ V}$ berie zo siete prúd $I = 30 \text{ A}$; pri chode naprázdno bral zo siete prúd $I_0 = 3,1 \text{ A}$. Odpor obvodu kotvy pri ustálenom oteplení daného zaťaženia je $R_2 = 0,28 \Omega$ a odpor budiaceho obvodu je $R_1 = 344 \Omega$.

Riešenie: Derivačný motor má budiace vinutie zapojené paralelne k obvodu kotvy. Pri riešení pokladáme budiaci prúd a straty naprázdno za konštantné, dodatočné straty zanedbávame.

a) Celkový elektrický príkon P_e motora vypočítame podľa vzťahu (13.18)

$$P_e = UI = 230 \text{ V} \cdot 30 \text{ A} = 6900 \text{ W}.$$

Odoberaný výkon na hriadieli určíme podľa vzťahu (13.17)

$$P_m = P_e - \Delta P.$$

Určíme jednotlivé výkonové straty motora. Vypočítame najprv veľkosť budiaceho prúdu I_1

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{230 \text{ V}}{344 \Omega} = 668,6 \text{ mA}.$$

Straty ΔP_{Cul} v budiacom vinutí statora

$$\Delta P_{\text{Cul}} = R_1 I_1^2 = 344 \Omega \cdot (668,6 \cdot 10^{-3})^2 \text{ A}^2 = 153,78 \text{ W}.$$

Straty naprázdno ΔP_0 môžeme vypočítat takto

$$\Delta P_0 = UI_{20} = U(I_0 - I_1) = 230 \text{ V} \cdot (3,1 - 668,6 \cdot 10^{-3}) \text{ A} = 559,22 \text{ W},$$

kde $I_{20} = I_0 - I_1$ je prúd kotvy pri chode naprázdno. Straty vo vinutí kotvy pri danom zaťažení

$$\Delta P_{Cu2} = R_2 (I - I_1)^2 = 0,28 \Omega \cdot (30 - 668,6 \cdot 10^{-3})^2 A^2 = 240,89 W.$$

Straty prechodom prúdu na kefách sú:

$$\Delta P_{jk} = U_k (I - I_1) = 2 V \cdot (30 - 668,6 \cdot 10^{-3}) A = 58,66 W,$$

kde U_k je úbytok napätia na kefách (pre elektrografické $U_k = 2 V$).

Celkové straty dostaneme súčtom jednotlivých strát, pozri vzťah (13.19)

$$\Delta P = \Delta P_0 + \Delta P_{Cu1} + \Delta P_{Cu2} + \Delta P_{jk} = (559,22 + 153,78 + 240,89 + 58,66) W = 1012,55 W.$$

Hľadaný odoberaný výkon na hriadeľi bude podľa vzťahu (13.17)

$$P_m = P_e - \Delta P = (6900 - 1012,55) W = 5887,45 W.$$

b) Účinnosť motora pri danom zaťažení vypočítame podľa vzťahu (13.20)

$$\eta_M (\%) = \frac{P_m}{P_e} 100 \% = \frac{5887,45}{6900} 100 \% = 85,33 \%.$$

Účinnosť motora je 85,33 %, z hriadeľa motora odoberáme výkon 5887,45 W.

Príklad 13.2.9. Jednosmerný sériový motor má menovité hodnoty $U_N = 220 V$, $I_N = 12,3 A$, $n_n = 1400 \text{ min}^{-1}$. Odpor kotvy, vinutia pomocných pólov a budiaceho vinutia je v teplom stave $R_c = 2,1 \Omega$. Vypočítajte:

a) Ako sa zmení frekvencia otáčania kotvy motora pri konštantnom zaťažovacom momente, ak klesne napätie na 180 V?

b) Ako sa zmení frekvencia otáčania kotvy motora, ak pri konštantnom napätí klesne zaťaženie tak, že prúd motora bude 5 A?

Pri riešení predpokladajme, že pracujeme v lineárnej časti magnetickej charakteristiky.

Riešenie: a) Menovitú frekvenciu otáčania kotvy udáva rovnica (13.23)

$$n_n = \frac{U_N - R_c I_N}{k \Phi}.$$

Podľa (13.6) konštanta stroja k závisí od počtu pólov statora $2p$, počtu paralelných vetiev kotvy $2a$ a celkového počtu vodičov kotvy N . V sériovom motore je vinutie kotvy zapojené do série s budiacim vinutím. Ak sa v sériovom motore nemení prúd, potom sa nemení ani budiaci magnetický tok Φ . Podľa (13.14) sa vtedy nemení ani zaťažovací moment. Frekvencia otáčania kotvy pri poklese napätia a nezmenenom zaťažení bude podľa (13.23)

$$n' = \frac{U' - R_c I_N}{k \Phi}.$$

Delením adekvátnych strán ostatných dvoch rovníc dostaneme

$$\frac{n'}{n_n} = \frac{U' - R_c I_N}{U_N - R_c I_N} \Rightarrow n' = \frac{U' - R_c I_N}{U_N - R_c I_N} n_n = \frac{180 - 2,1 \cdot 12,3}{220 - 2,1 \cdot 12,3} \cdot 1400 \text{ min}^{-1} = 1111,59 \text{ min}^{-1}.$$

b) Pri zmene prúdu sa zmení aj magnetický tok Φ . Frekvencia otáčania kotvy pri odľahčení je

$$n'' = \frac{U_n - R_c I''}{k\Phi''}.$$

Delením adekvátnych strán ostatnej a prvej rovnice dostaneme

$$\frac{n''}{n_n} = \frac{U_N - R_c I''}{k\Phi''} \cdot \frac{k\Phi}{U_N - R_c I_N} = \frac{U_N - R_c I''}{U_N - R_c I_N} \cdot \frac{\Phi}{\Phi''}.$$

Ak pracujeme v lineárnej časti magnetizačnej charakteristiky, platí

$$\Phi = cI_N, \quad \Phi'' = cI'' \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi''} = \frac{I_N}{I''}.$$

Ak zohľadníme posledný vzťah, úpravou predposlednej rovnice získame pre frekvenciu otáčania

$$n'' = \frac{U_N - R_c I''}{U_N - R_c I_N} \cdot \frac{I_N}{I''} \cdot n_n = \frac{220 - 2,1 \cdot 5}{220 - 2,1 \cdot 12,3} \cdot \frac{12,3}{5} \cdot 1400 \text{ min}^{-1} = 3715,91 \text{ min}^{-1}.$$

Vidíme, že pri odľahčení sériového motora frekvencia otáčania kotvy nebezpečne stúpa.

Príklad 13.2.10. Jednosmerný motor s cudzím buđením má príkon $P_1 = 20 \text{ kW}$, napätie na svorkách kotvy $U = 200 \text{ V}$, odpor kotvy $R_2 = 0,4 \Omega$, frekvenciu otáčania kotvy $n = 1900 \text{ min}^{-1}$. Ako sa zmení frekvencia otáčania kotvy, ak sa záťaž zníži na polovicu, t. zn. $P_1' = 10 \text{ kW}$?

Riešenie: Pre frekvenciu otáčania kotvy platí vzťah (13.23)

$$n = \frac{U - R_c I}{k\Phi}.$$

Najskôr vypočítame prúd kotvy I pri príkone P_1 úpravou vzťahu (13.18)

$$P_1 = UI \Rightarrow I = \frac{P_1}{U} = \frac{20000 \text{ W}}{200 \text{ V}} = 100 \text{ A}.$$

Zrejme do obvodu kotvy nie je zaradený žiadny regulačný odpor, $R_r = 0$, preto podľa (13.24) $R_c = R_2$. Po dosadení zadáných a vypočítaných hodnôt do vzťahu (13.23) môžeme vypočítať hodnotu $k\Phi$, ktorá sa pri zmene záťaže motorov s cudzím buđením nemení

$$n = \frac{U - R_2 I}{k\Phi} \Rightarrow k\Phi = \frac{U - R_2 I}{n} = \frac{200 \text{ V} - 0,4 \Omega \cdot 100 \text{ A}}{1900 \text{ min}^{-1}} = \frac{16}{190} \text{ V} \cdot \text{min}.$$

Prúd kotvy I' pri polovičnej záťaži (polovičnom príkone) bude

$$I' = \frac{P_1'}{U} = \frac{10000 \text{ W}}{200 \text{ V}} = 50 \text{ A}.$$

Frekvencia otáčania kotvy pri polovičnej záťaži bude

$$n' = \frac{U - R_2 I'}{k\Phi} = \frac{200 \text{ V} - 0,4 \Omega \cdot 50 \text{ A}}{\frac{16}{190} \text{ V} \cdot \text{min}} = 2137,5 \text{ min}^{-1}.$$

Pri polovičnej záťaži sa frekvencia otáčania kotvy zvýši na hodnotu $n' = 2137,5 \text{ min}^{-1}$.

Príklad 13.2.11. Treba spustiť jednosmerný motor s cudzím buzením, keď $P = 2,2 \text{ kW}$, $U = 220 \text{ V}$, ktorého účinnosť $\eta = 81,3 \%$ a celkový odpor kotvy je $R_2 = 1,2 \Omega$. Vypočítajte:

- Koľkokrát by bol prekročený menovitý prúd pri priamom pripojení motora na sieť?
- Aký má byť odpor R_p rezistora zapojeného do série s kotvou, aby záberový prúd neprekročil menovitú hodnotu prúdu?

Riešenie: a) Dosadením (13.18) do (13.20) a úpravou vypočítame menovitý elektrický prúd I_n

$$\eta_M = \frac{P_m}{P_e} = \frac{P}{UI_N} \Rightarrow I_n = \frac{P}{U\eta_M} = \frac{2200 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0,813} = 12,3 \text{ A}.$$

Pri priamom pripojení na sieť bude záberový prúd

$$I_z = \frac{U}{R_2} = \frac{220 \text{ V}}{1,2 \Omega} = 183,33 \text{ A}.$$

Zrejme

$$\frac{I_z}{I_N} = \frac{183,33 \text{ A}}{12,3 \text{ A}} = 14,9.$$

Pri priamom pripojení motora na sieť by bol menovitý prúd prekročený 14,9-krát.

- Pre záberový prúd pri spúšťaní s odporom R_p zaradeným do série s kotvou platí vzťah (13.22)

$$I_z = \frac{U}{R_2 + R_p}.$$

Ak tento záberový prúd nemá byť pri takomto spúšťaní motora väčší než menovitý prúd, potom v medznom prípade

$$I_z = I_N \Rightarrow \frac{U}{R_2 + R_p} = I_n.$$

Po úprave a dosadení zadanych a vypočítaných hodnôt vypočítame odpor R_p

$$R_2 + R_p = \frac{U}{I_N} \Rightarrow R_p = \frac{U}{I_N} - R_2 = \frac{220 \text{ V}}{12,3 \text{ A}} - 1,2 \Omega = 16,69 \Omega.$$

Aby záberový prúd neprekročil menovitú hodnotu $I_N = 12,3 \text{ A}$, musíme do série s kotvou zaradiť spúšťačí rezistor s odporom $R_p = 16,69 \Omega$.

Príklad 13.2.12. Jednosmerný motor s cudzím buđením má tieto údaje: $P_N = 45 \text{ kW}$, $U_N = 440 \text{ V}$, $I_N = 114 \text{ A}$, $n_n = 1400 \text{ min}^{-1}$, $R_2 = 0,2 \Omega$. Nájdite závislosť frekvencie otáčania kotvy n od vnútorného momentu motora M pre menovité napätie U_N a pre znížené napätie $U = 0,5 U_n$ pri konštantnom budiacom magnetickom toku Φ . Vypočítajte menovitý vnútorný moment motora M_N a menovitý užitočný moment na hriadeli M_{mn} !

Riešenie: Ak do obvodu kotvy nie je zapojený regulačný odpor, $R_r = 0$, potom podľa vzťahu (13.23) pri zohľadnení (13.24) pre frekvenciu otáčania kotvy platí vzťah

$$n = \frac{U_i}{k\Phi} = \frac{U - R_2 I}{k\Phi}.$$

Ak chceme vyjadriť závislosť frekvencie otáčania kotvy n od vnútorného momentu motora M , musíme zo vzťahu (13.14) vyjadriť prúd I pomocou momentu pri zohľadnení vzťahu (13.8)

$$M = k_M \Phi I \Rightarrow I = \frac{M}{k_M \Phi} = \frac{2\pi M}{k\Phi}$$

a takto vyjadrený prúd I dosadíme do vzťahu pre frekvenciu otáčania kotvy

$$n = \frac{U - R_2 I}{k\Phi} = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R_2}{k\Phi} \cdot \frac{2\pi M}{k\Phi} = \frac{U}{k\Phi} - \frac{2\pi R_2}{(k\Phi)^2} M.$$

Dosadením zadaných menovitých hodnôt do prvého vzťahu a úpravou môžeme určiť hodnotu $k\Phi$, ktorá sa pri zmene záťaže motorov s cudzím buđením nemení

$$k\Phi = \frac{U_N - R_2 I_N}{n_n} = \frac{440 \text{ V} - 0,2 \Omega \cdot 114 \text{ A}}{1400 \text{ min}^{-1}} = 0,298 \text{ V} \cdot \text{min} = 0,298 \text{ V} \cdot 60 \text{ s} = 17,88 \text{ Wb}.$$

Zrejme závislosť frekvencie otáčania kotvy n od vnútorného momentu motora M pre menovité napätie U_n bude daná rovnicou priamky

$$n = \frac{U_n}{k\Phi} - \frac{2\pi R_2}{(k\Phi)^2} M = \frac{440 \text{ V}}{17,88 \text{ Wb}} - \frac{2\pi \cdot 0,2 \Omega}{17,88^2 \text{ Wb}^2} \cdot M = 24,61 \text{ s}^{-1} - 3,931 \cdot 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{Wb}^2} \cdot M$$

alebo kratšie

$$n = 24,61 - 3,931 \cdot 10^{-3} \cdot M$$

Pre znížené napätie $U = U_n/2 = 220 \text{ V}$ zrejme získame závislosť

$$n' = 12,305 - 3,931 \cdot 10^{-3} \cdot M$$

Ak moment M dosadzujeme do ostatných dvoch vzťahov v jednotkách Nm (newtonmeter), frekvencia otáčania bude v jednotkách s^{-1} (počet otáčok za sekundu). Frekvencia otáčania

v oboch prípadoch lineárne klesá s rovnakým smerovým koeficientom. Pri nulovom zaťažení ($M = 0$) budú frekvencie otáčania kotvy naprázdno (otáčky naprázdno) $n_0 = 24,61 \text{ s}^{-1}$ pre menovité napätie $U_N = 440 \text{ V}$ a $n'_0 = 12,305 \text{ s}^{-1}$ pre znížené napätie $U = 220 \text{ V}$.

Z predposledného vzťahu môžeme vypočítať menovitý vnútorný moment motora M_N

$$M_N = \frac{24,61 - n_n}{3,931 \cdot 10^{-3}} = \frac{24,61 - \frac{1400}{60}}{3,931 \cdot 10^{-3}} \text{ Nm} = 324,77 \text{ Nm}.$$

Menovitý užitočný moment na hriadieli motora M_{mN} vypočítame zo zadaných menovitých hodnôt podľa vzťahu (13.16)

$$M_{mN} = \frac{P_N}{2\pi n_n} = \frac{45000 \text{ W}}{2\pi \cdot 1400 \text{ min}^{-1}} = \frac{45000 \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi \cdot 1400} = 306,94 \text{ Nm}.$$

Menovitý užitočný moment $M_{mN} = 306,94 \text{ Nm}$ na hriadieli motora je menší než menovitý vnútorný moment $M_N = 324,77 \text{ Nm}$ kvôli mechanickým stratám ΔP_m (trenie v ložiskách hriadeľa, trenie kief o lamely komutátora kotvy, chladenie vlastným ventilátorom) a stratám v železe kotvy ΔP_{Fe} (hysterézne straty a straty Foucaultovými vírivými prúdmi).

Príklad 13.2.13. Jednosmerný motor s cudzím buđením s údajmi $U_N = 220 \text{ V}$, $I_N = 60 \text{ A}$, $n_n = 930 \text{ min}^{-1}$, $n_0 = 955 \text{ min}^{-1}$ (frekvencia otáčania kotvy pri chode naprázdno) má pracovať pri frekvencii otáčania kotvy $n = 730 \text{ min}^{-1}$ pri menovitom zaťažení. Určte odpor R_r rezistora, ktorý je potrebné zaradiť do obvodu kotvy, aby frekvencia otáčania kotvy klesla na uvedenú hodnotu. Budenie motora sa nemení.

Riešenie: Nech odpor R_r nie je do obvodu kotvy zaradený, $R_r = 0$. Pri zohľadnení vzťahu (13.24) získame zo vzťahu (13.23) závislosť frekvencie otáčania kotvy n od prúdu kotvy I

$$n = \frac{U - R_2 I}{k\Phi},$$

kde R_2 je odpor obvodu kotvy v prípade nezaradeného odporu R_r . Konštantnú hodnotu $k\Phi$ určíme z chodu naprázdno ($M = I = 0$)

$$n_0 = \frac{U_N}{k\Phi} \Rightarrow k\Phi = \frac{U_N}{n_0} = \frac{220 \text{ V}}{955 \text{ min}^{-1}} = \frac{220 \text{ V} \cdot 60 \text{ s}}{955} = 13,82 \text{ Wb}.$$

Úpravou prvého vzťahu pre menovité hodnoty získame

$$n_n = \frac{U_N - R_2 I_N}{k\Phi} \Rightarrow U_N - R_2 I_N = n_n k\Phi \Rightarrow R_2 = \frac{U_N - n_n k\Phi}{I_N}$$

a po dosadení vypočítame odpor obvodu kotvy R_2

$$R_2 = \frac{U_N - n_n k \Phi}{I_N} = \frac{220 \text{ V} - 930 \cdot \frac{1}{60 \text{ s}} \cdot 13,82 \text{ Wb}}{60 \text{ A}} = 96,5 \text{ m}\Omega.$$

Zaradením odporu R_r do obvodu kotvy pri rovnakom zaťažení frekvencia otáčania podľa vzťahu (13.23) klesne a po úprave získame

$$n = \frac{U_N - R_c I_N}{k \Phi} \Rightarrow U_N - R_c I_N = n k \Phi \Rightarrow R_c = \frac{U_N - n k \Phi}{I_N},$$

kde R_c je celkový odpor obvodu kotvy v prípade zaradeného odporu R_r . Dosadením zadaných a vypočítaných hodnôt dostaneme

$$R_c = \frac{U_N - n k \Phi}{I_N} = \frac{220 \text{ V} - 730 \cdot \frac{1}{60 \text{ s}} \cdot 13,82 \text{ Wb}}{60 \text{ A}} = 864,3 \text{ m}\Omega.$$

Zo vzťahu (13.24) určíme potrebný odpor R_r

$$R_c = R_2 + R_r \Rightarrow R_r = R_c - R_2 = 864,3 \text{ m}\Omega - 96,5 \text{ m}\Omega = 767,8 \text{ m}\Omega.$$

Aby frekvencia otáčania kotvy klesla na hodnotu 730 min^{-1} , je potrebné zaradiť do obvodu kotvy rezistor s odporom $767,8 \text{ m}\Omega$.

13.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 13.3.1 Akú magnetickú indukciu má magnetické pole vytvorené pólmi z permanentných magnetov prierezu $S = 0,016 \text{ m}^2$, ktoré sú umiestnené na statore 6-pólového dynama s nasledujúcimi údajmi: počet vodičov kotvy $N = 120$, počet paralelných vetiev $2a = 2$, frekvencia otáčania kotvy $n = 25 \text{ s}^{-1}$, indukované napätie $U_i = 120 \text{ V}$? ($B = 0,833 \text{ T}$)

Úloha 13.3.2 Ako sa zmení svorkové napätie jednosmerného dynama s cudzím budením, ak je hodnota indukovaného napätia $U_i = 440 \text{ V}$ a zaťažovací elektrický prúd $I = 15,2 \text{ A}$ zmeníme na hodnotu $I' = 12 \text{ A}$? Celkový odpor v obvode kotvy (odpor vinutí) je $R_2 = 2,5 \Omega$. Napätie na keľách uvažujeme $U_k = 2 \text{ V}$. ($U = 400 \text{ V}$; $U' = 408 \text{ V}$)

Úloha 13.3.3 Jednosmerné dynamo má nasledujúce údaje: $N = 400$ vodičov, počet pólov $2p = 2$, počet paralelných vetiev $2a = 4$, frekvencia otáčania kotvy $n = 1400 \text{ min}^{-1}$, prierez

jedného pólu $S = 0,025 \text{ m}^2$, magnetická indukcia vo vzduchovej medzere $B = 0,8 \text{ T}$. Vypočítajte svorkové napätie, ak je zaťažovací elektrický prúd $I = 6,7 \text{ A}$ a celkový odpor v obvode kotvy (aj odpor kief) $R_2 = 1,5 \text{ } \Omega$.

$$(U = 83,28 \text{ V})$$

Úloha 13.3.4 Jednosmerný motor s cudzím buđením má svorkové napätie $U = 440 \text{ V}$, celkový odpor v obvode kotvy (vrátane odporu kief) $R_2 = 0,6 \text{ } \Omega$. Vypočítajte jeho vnútorný výkon pri zaťažovacom prúde $I = 16,6 \text{ A}$.

$$(P_i = 7138,7 \text{ W})$$

Úloha 13.3.5 Vypočítajte vnútorný moment jednosmerného motora, ktorý má tieto údaje: $N = 400$, $2a = 2$, $2p = 4$, $\Phi = 16 \text{ mWb}$, $n = 1400 \text{ min}^{-1}$, $I = 50 \text{ A}$.

$$(M = 101,86 \text{ Nm})$$

Úloha 13.3.6 Je potrebné určiť účinnosť jednosmerného motora pri menovitom výkone na základe štítkových údajov $P = 13 \text{ kW}$, $U = 220 \text{ V}$, $I = 70 \text{ A}$.

$$(\eta = 84,4 \text{ \%})$$

Úloha 13.3.7 Jednosmerný motor s cudzím buđením má príkon $P_1 = 20 \text{ kW}$, napätie $U = 200 \text{ V}$, odpor obvodu kotvy $R_2 = 0,4 \text{ } \Omega$, $n = 1900 \text{ min}^{-1}$. Ako sa zmení frekvencia otáčania kotvy motora, ak do obvodu kotvy zaradíme odpor $R_r = 0,7 \text{ } \Omega$?

$$(n' = 1069 \text{ min}^{-1})$$

Úloha 13.3.8 Aký predradný odpor R_p treba zapojiť do série s kotvou jednosmerného motora s cudzím buđením z predchádzajúcej úlohy, aby záberový prúd neprekročil hodnotu $1,9I_N$?

$$(R_p = 0,653 \text{ } \Omega)$$

Úloha 13.3.9 Jednosmerný motor s cudzím buđením s odporom $R_2 = 0,14 \text{ } \Omega$ v obvode kotvy odoberá pri chode naprázdno pri napätí $U_0 = 220 \text{ V}$ elektrický prúd $I_0 = 3 \text{ A}$ a frekvencia otáčania kotvy je $n_0 = 1200 \text{ min}^{-1}$. Pri zaťažení prúd vzrastie na hodnotu $I = 60 \text{ A}$ a napätie poklesne na hodnotu $U = 217 \text{ V}$. Určte frekvenciu otáčania kotvy n a vnútorný moment motora M pri tomto zaťažení.

$$(n = 1140 \text{ min}^{-1}, M = 104,9 \text{ Nm})$$

Úloha 13.3.10 Štvorpólový derivačný motor je pripojený na napätie $U = 220 \text{ V}$, odpor obvodu kotvy je $R_2 = 0,15 \text{ } \Omega$ a kotva odoberá z jednosmerného zdroja prúd $I = 21 \text{ A}$. Aké veľké je indukované napätie U_i ? Aký je budiaci prúd I_b , ktorý vytvorí magnetický tok $\Phi = 3 \text{ mWb}$ pri odpore budiaceho vinutia $R_b = 100 \text{ } \Omega$? Aká je frekvencia otáčania n kotvy, ktorá má $N = 1000$ závitov a počet paralelných vetiev $2a = 2$?
($U_i = 216,85$, $I_b = 2,2 \text{ A}$, $n = 2168,5 \text{ min}^{-1}$)

Úloha 13.3.11 Jednosmerný motor s cudzím buđením má štítkové údaje: $P_N = 15 \text{ kW}$, $U_N = 440 \text{ V}$, $N = 40 \text{ A}$, $n_n = 600 \text{ min}^{-1}$. Motor sa spúšťa spúšťačom s odporom $R_p = 6,5 \text{ } \Omega$ v obvode kotvy. Odpor vinutia kotvy je $R_2 = 0,15 \text{ } \Omega$. Určte záberový prúd I_z a záberový vnútorný moment M_z pri zaradenom spúšťači a menovitý užitočný moment M_{mN} na hriadeli rozbehnutého motora pri vyradenom spúšťači.
($I_z = 66,17 \text{ A}$, $M_z = 457 \text{ Nm}$, $M_{mN} = 238,73 \text{ Nm}$)

Úloha 13.3.12 Jednosmerný motor s cudzím buđením má menovité hodnoty $P_N = 15 \text{ kW}$, $U_N = 440 \text{ V}$, $I_N = 40 \text{ A}$ a poháňa výťah. Pri dvíhaní bremena je zaťažený menovitým výkonom a frekvencia otáčania kotvy je $n_n = 1300 \text{ min}^{-1}$. Pri spúšťaní záťaže pracuje ako dynamo a dodáva do siete prúd 20 A . Vypočítajte frekvenciu otáčania n kotvy jednosmerného stroja pri spúšťaní bremena, ak frekvencia otáčania kotvy pri chode naprázdno je $n_0 = 1390 \text{ min}^{-1}$.
($n = 1398,5 \text{ min}^{-1}$)

Úloha 13.3.13 Jednosmerný motor s cudzím buđením má menovité hodnoty: $U_N = 220 \text{ V}$, $I_N = 54 \text{ A}$, $n_n = 1630 \text{ min}^{-1}$, odpor vinutia kotvy je $R_2 = 0,15 \text{ } \Omega$. Vypočítajte hodnotu odporu R_r , ktorý treba zaradiť do obvodu kotvy, aby jej frekvencia otáčania bola $n = 150 \text{ min}^{-1}$.
($R_r = 3,563 \text{ } \Omega$)

Úloha 13.3.14 Jednosmerné dynamo s cudzím buđením je poháňané spaľovacím motorom s frekvenciou otáčania $n = 2800 \text{ min}^{-1}$. Dynamo je štvorpólové $2p = 4$, jeho kotva má $N = 1000$ závitov a počet paralelných vetiev $2a = 6$, budiaci magnetický tok je $\Phi = 3,5 \text{ mWb}$. Vypočítajte indukované napätie U_i a frekvenciu otáčania pohonného motora n' , ak chceme získať z dynamu napätie 200 V .
($U_i = 108,89 \text{ V}$, $n' = 5142,86 \text{ min}^{-1}$)

Úloha 13.3.15 Jednosmerný motor bol zaťažovaný pri napätí $U = 440 \text{ V}$ tak, že jeho kotva odoberala zo siete prúd 205 A . Motor má cudzie budenie s napätím $U_b = 197 \text{ V}$, budiaci prúd $I_b = 4,96 \text{ A}$ a frekvenciu otáčania kotvy $n = 1300 \text{ min}^{-1}$. V teplom stave bol odpor kotvy $R_2 = 0,0816 \text{ } \Omega$, odpor pomocných pólov $R_p = 0,0331 \text{ } \Omega$. Pri meraní naprázdno kotva odoberala prúd $I_0 = 2,47 \text{ A}$ pri napätí $U_0 = 440 \text{ V}$ a frekvencia otáčania kotvy naprázdno bola $n_0 = 1300 \text{ min}^{-1}$. Motor má cudziu ventiláciu, ktorej motorček spotrebúva elektrickú energiu s výkonom $P_v = 550 \text{ W}$. Vypočítajte účinnosť jednosmerného motora η . Predpokladajte úbytok napätia na keľách $U_k = 2 \text{ V}$ a prídavné straty $P_d = 900 \text{ W}$.

($\eta = 90,47 \%$)

Úloha 13.3.16 Jednosmerný motor s cudzím budením má elektrický príkon $P_e = 15 \text{ kW}$, napätie $U = 200 \text{ V}$, frekvenciu otáčania kotvy $n = 1900 \text{ min}^{-1}$, odpor vinutia kotvy je $R_2 = 0,6 \text{ } \Omega$. Ako sa zmení frekvencia otáčania kotvy, ak do obvodu kotvy zaradíme odpor $R_r = 1 \text{ } \Omega$?

($n' = 980,64 \text{ min}^{-1}$)

Úloha 13.3.17 Jednosmerný motor má tieto údaje: počet vodičov kotvy $N = 500$, počet paralelných vetiev $2a = 2$, počet pólov $2p = 4$, frekvencia otáčania kotvy $n = 2000 \text{ min}^{-1}$, magnetický tok $\Phi = 14 \text{ mWb}$, prúd kotvy $I = 100 \text{ A}$. Vypočítajte vnútorný moment M motora. Ako sa zmení vnútorný moment motora, ak bude prúd kotvy polovičný a frekvencia otáčania kotvy bude $n' = 2500 \text{ min}^{-1}$?

($M = 222,82 \text{ Nm}$, $M' = 111,41 \text{ Nm}$)

Úloha 13.3.18 Vypočítajte užitočný moment na hriadeli jednosmerného motora, ktorý má tieto údaje: napätie $U = 220 \text{ V}$, prúd $I = 13 \text{ A}$, frekvencia otáčania kotvy $n = 1400 \text{ min}^{-1}$, $P = 2,2 \text{ kW}$. Budenie sériové 15 V , 13 A . Vypočítajte účinnosť jednosmerného motora.

($M_m = 15,01 \text{ Nm}$, $\eta = 76,9 \%$)

Úloha 13.3.19 Jednosmerný motor s cudzím budením s výkonom $P = 2,2 \text{ kW}$, napätie $U = 220 \text{ V}$, ktorého účinnosť $\eta = 81 \%$, má celkový odpor vinutia kotvy $R_2 = 1,5 \text{ } \Omega$. Koľkokrát prekročíme menovitý prúd, ak motor priamo pripojíme na sieť? Aký odpor R_p potrebujeme zapojiť do série s kotvou, aby záberový prúd neprekročil menovitú hodnotu?

($11,88 \times I_N$, $R_p = 16,32 \text{ } \Omega$)

14 SYNCHRÓNNE STROJE

14.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Synchrónne stroje môžu pracovať ako **generátory**, ako **motory** alebo ako **kompensátory** jalového výkonu. Vinutie rotora sa napája jednosmerným prúdom z budiča. V drážkach statora (kotvy) sú uložené tri cievky vzájomne natočené o 120° elektrických. Cievky statora sa spájajú buď do hviezdy alebo do trojuholníka.

Generátor môže pracovať na samostatnú záťaž alebo na sieť. V stave naprázdno sa na jednom vodiči statora dĺžky l indukuje napätie s efektívnou hodnotou

$$U_{il} = \frac{1}{\sqrt{2}} B_m v l = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} B_s \cdot \pi d n \cdot l = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2} B_s \cdot 2p \tau_p n \cdot l = \frac{\pi}{\sqrt{2}} B_s p \tau_p n l, \quad (14.1)$$

kde B_m je amplitúda magnetickej indukcie, B_s je stredná hodnota magnetickej indukcie ($B_s = 2B_m/\pi$), v je obvodová rýchlosť rotora, n je frekvencia otáčania rotora, d je priemer kotvy, $2p$ je počet pólov, τ_p je pólová vzdialenosť a $\pi d = 2p \tau_p$ je dĺžka obvodu rotora. Keďže stredný magnetický tok Φ jedného pólu je

$$\Phi = B_s \tau_p l \quad (14.2)$$

a frekvencia f indukovaného napätia vo vodiči je

$$f = p n, \quad (14.3)$$

potom efektívna hodnota indukovaného napätia v jednom vodiči je

$$U_{il} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Phi f \quad (14.4)$$

Efektívna hodnota indukovaného napätia v cievke s N závitmi, čiže $2N$ vodičmi je

$$U_i = 2N \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Phi f = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N \Phi f = 4,44 \cdot N \Phi f. \quad (14.5)$$

Nahradíme otáčajúci sa rotor napájaný jednosmerným prúdom fiktívnym trojfázovým vinutím s trojfázovým prúdom \mathbf{I}_b' (\mathbf{I}_b' je jeden z troch fázorov). V trojfázovom vinutí statora nezaťaženého generátora (stav naprázdno) sa indukuje napätie s fázorom \mathbf{U}_{ip} na jednom vinutí

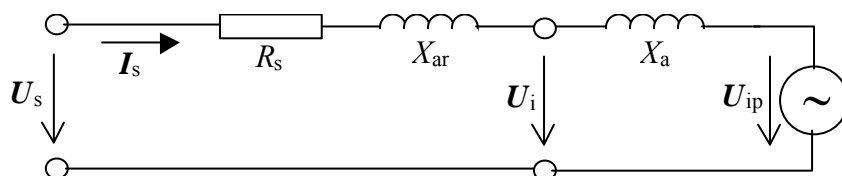
$$\mathbf{U}_{ip} = jX_{12} \mathbf{I}_b', \quad (14.6)$$

kde X_{12} je vzájomná reaktancia medzi vinutím rotora a vinutím statora. Pri zaťažení synchrónneho generátora bude statorovým vinutím pretekať elektrický prúd s fázorom \mathbf{I}_s a výsledné indukované napätie s fázorom \mathbf{U}_i bude mať dve zložky

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_{ip} + jX_a \mathbf{I}_s, \quad (14.7)$$

kde X_a je synchronná reaktancia satorového vinutia. Ak zohľadníme aj rozptylovú reaktanciu X_{ar} a činný odpor R_s satorového vinutia, na svorkách zaťaženého generátora bude napätie s fázorom U_s , pozri náhradnú schému synchronného generátora na obr. 14.1

$$U_s = U_{ip} + jX_a I_s + (R_s + jX_{ar}) I_s = U_i + (R_s + jX_{ar}) I_s. \quad (14.8)$$



Obr.14.1 Náhradná schéma synchronného generátora

Činný výkon jednej fázy generátora bude

$$P = \operatorname{Re}[U_s (-I_s)] = U_s I_s \cos \varphi = U_s \frac{U_{ip}}{X_a} \sin \beta, \quad (14.9)$$

kde φ je fázový posun medzi fázorom napätia U_s a fázorom prúdu $-I_s$ a uhol β ($\beta > 0$) je záťažný (záťažový) uhol, o ktorý zaostáva fázor U_s za fázorom U_{ip} . Ak stroj pracuje ako motor, fázor U_{ip} zaostáva za fázorom U_s ($\beta < 0$). Vnútny výkon P_δ synchronného stroja je

$$P_\delta = m \operatorname{Re}[U_i I_s] = -m U_i I_s \cos \varphi = -m U_i \frac{U_{ip}}{X_a} \sin \beta, \quad (14.10)$$

kde m je počet fáz statora a zanedbávame uhol, ktorý zvierá fázor U_s s fázorom U_i . Z vnútorného výkonu môžeme odvodiť moment M synchronného stroja

$$M = \frac{P_\delta}{\omega_m} = \frac{P_\delta}{2\pi n} = -\frac{mp}{2\pi f} U_i \frac{U_{ip}}{X_a} \sin \beta, \quad (14.11)$$

kde ω_m je mechanická uhlová rýchlosť rotora, a frekvenciu otáčania n rotora sme nahradili podielom frekvencie f indukovaného napätia vo vinutí statora a počtu pólových dvojíc p , pozri vzťah (14.3). Pre generátor $\beta > 0$ a moment M je záporný, pre motor $\beta < 0$ a moment M je kladný. Maximálny moment M_m sa dosiahne pri $\beta = -90^\circ$. Stabilná prevádzka synchronného stroja je pre záťažovací uhol β z intervalu od -90° do $+90^\circ$. Ak zaťažujúcim momentom prekročíme maximálny moment M_m stroja, stroj vypadne zo synchronizmu a zastaví sa. Stroj treba okamžite odpojiť od siete.

Synchronný generátor pripájame k sieti, ak sú splnené podmienky synchronizácie siete a synchronného generátora: a) rovnaké frekvencie, b) rovnaké okamžité napätia, c) rovnaký sled fáz. V štítkových údajoch trojfázových synchronných generátorov sa udáva menovité (združené) napätie U_N , menovitý (združený) prúd I_N , menovitý zdanlivý výkon S_N , účinník

$\cos \varphi$, menovitá frekvencia otáčania rotora n . Pre činný výkon P , jalový výkon Q a zdanlivý výkon S platia vzťahy ako pre striedavé trojfázové prúdy

$$P_N = \sqrt{3} U_N I_N \cos \varphi = S_N \cos \varphi, \quad (14.12)$$

$$Q_N = \sqrt{3} U_N I_N \sin \varphi = S_N \sin \varphi, \quad (14.13)$$

$$S_N = \sqrt{3} U_N I_N = \sqrt{P_N^2 + Q_N^2}. \quad (14.14)$$

Bez ohľadu na spôsob zapojenia satorového vinutia menovitú impedanciu jednej fázy vypočítame vzťahom

$$Z_n = \frac{U_{fN}}{I_{fN}}, \quad (14.15)$$

kde $U_{fN} = U_{sN}$ je menovité fázové napätie a $I_{fN} = I_{sN}$ je menovitý fázový prúd vinutia statora. Ak je frekvencia otáčania n rotora zadaná v otáčkach za minútu, potom miesto vzťahu (14.3) použijeme vzťah

$$f = \frac{pn}{60}. \quad (14.16)$$

V prípade, že pri menovitej prevádzke generátora nastane trojpólový skrat vinutia statora, vznikne skratový moment M_d , ktorý vypočítame vzťahom

$$M_d = \frac{M_N}{x_d''} \cdot 100\%, \quad (14.17)$$

kde M_N je menovitý moment generátora a x_d'' je percentuálna rázová reaktancia, pre ktorú platí vzťah

$$x_d'' = \frac{X_{ar}}{Z_n} \cdot 100\%. \quad (14.18)$$

Efektívna hodnota rázového (združeného) skratového prúdu I_d sa počíta podobne ako skratový moment M_d

$$I_d = \frac{I_n}{x_d''} \cdot 100\%. \quad (14.19)$$

Z fázorového diagramu zostrojeného podľa vzťahu (14.8) by sme pre napätie naprázdno U_{ip} generátora získali vzťah

$$U_{ip} = \sqrt{(U_s + R_s I_s \cos \varphi + X_c I_s \sin \varphi)^2 + (X_c I_s \cos \varphi - R_s I_s \sin \varphi)^2}, \quad (14.20)$$

kde φ je fázový posun medzi fázorom fázového napätia U_s na svorkách zaťaženého generátora a fázorom $-I_s$ a $X_c = X_a + X_{ar}$ je celková reaktancia vinutia statora. Činný výkon generátora meníme jeho mechanickým príkonom. Jalový výkon meníme zmenou budiaceho

prúdu. Prebudený generátor ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$) dodáva jalový výkon do siete, podbudený generátor ($-90^\circ < \varphi < 0^\circ$) berie jalový výkon zo siete.

Ak stroj pracuje ako motor, pripojí sa trojfázové vinutie statora na trojfázovú sieť s napätím frekvencie f . Prúdy vo vinutiach vytvoria otáčavé magnetické pole so synchronnou frekvenciou otáčania

$$n = \frac{f}{p}, \quad (14.21)$$

kde p je počet pólových dvojíc otáčavého magnetického poľa statora. Toto pole ťahá so sebou magnetické póly rotora. Stroj vytvorí krútiaci moment a môže sa mechanicky zaťažiť. Ak chceme vyjadriť frekvenciu otáčania v otáčkach za minútu, potom miesto vzťahu (14.21) použijeme vzťah

$$n = \frac{60f}{p}. \quad (14.22)$$

Z fázorového diagramu zostrojeného podľa vzťahu (14.8) by sme pre napätie naprázdno U_{ip} motora získali vzťah

$$U_{ip} = \sqrt{(U_s - R_s I_s \cos \varphi - X_c I_s \sin \varphi)^2 + (X_c I_s \cos \varphi - R_s I_s \sin \varphi)^2}, \quad (14.23)$$

kde φ je fázový posun medzi fázorom fázového napätia U_s na svorkách zaťaženého motora a fázorom I_s prúdu odoberaného zo siete a $X_c = X_a + X_{ar}$ je celková reaktancia vinutia statora. Podbudený motor je impedanciou induktívneho charakteru ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$), prebudený motor je impedanciou kapacitného charakteru ($-90^\circ < \varphi < 0^\circ$).

Účinnosť synchronného stroja je podiel činného výkonu P a činného príkonu P_p stroja

$$\eta = \frac{P}{P_p}. \quad (14.24)$$

14.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 14.2.1. Trojfázový turboalternátor má tieto štítkové údaje: $S_N = 250$ MVA, $U_N = 15$ kV, $n = 3000$ min⁻¹, $\cos \varphi = 0,8$ (prebudený), $f = 50$ Hz, statorové vinutie je zapojené do hviezdy. Vypočítajte: menovitý prúd I_N , počet pólov $2p$, menovitú impedanciu Z_N , menovitý jalový výkon Q_N .

Riešenie: a) Menovitý prúd vypočítame zo vzťahu (14.14)

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N} = \frac{250 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} \text{ A} = 9623 \text{ A}.$$

b) Pri danej frekvencii siete $f = 50$ Hz a danej synchronnej frekvencii otáčania $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ vypočítame počet pólov $2p$ zo vzťahu (14.16)

$$f = \frac{pn}{60} \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{3000} = 1.$$

Počet pólov $2p = 2$.

c) Impedancia Z_n je určená vzťahom (14.15)

$$Z_n = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 9623} \Omega = 0,9 \Omega.$$

Pre takú veľkú výkonovú jednotku je ohmický odpor zanedbateľný v porovnaní s reaktanciou, preto vypočítanú impedanciu považujeme zároveň za menovitú reaktanciu X_n .

d) Činný výkon vypočítame zo vzťahu (14.12)

$$P_N = S_N \cos \varphi_n = 250 \cdot 0,8 \text{ MW} = 200 \text{ MW}.$$

e) Kladný jalový výkon prebudeného turboalternátora vypočítame zo vzťahu (14.13)

$$Q_N = S_N \sin \varphi_n = S_N \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 250 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} \text{ MVar} = 250 \cdot 0,6 \text{ MVar} = 150 \text{ MVar}.$$

Príklad 14.2.2. Príkonná továrňa je $P_{pt} = 1500$ kW pri účinníku $\cos \varphi_t = 0,6$ ind. Na prívodnú sieť k továrni pripojíme synchronný motor, ktorý pracuje s výkonom $P_m = 300$ kW, s účinnosťou $\eta(\%) = 91$ % a s účinníkom $\cos \varphi_m = 0,9$ ind. (podbudený). Vypočítajte, ako sa zlepši celkový účinník $\cos \varphi_c$ odberu.

Riešenie: Celkový účinník odberu $\cos \varphi_c$ vypočítame z celkového činného príkonu P_{pc} a z celkového zdanlivého príkonu továrne S_{pc} úpravou vzťahu (14.14)

$$\cos \varphi_c = \frac{P_{pc}}{S_{pc}}.$$

Preto musíme najprv vypočítať celkový činný príkon P_{pc} a celkový zdanlivý príkon S_{pc} .

a) Celkový činný príkon P_{pc} je daný súčtom činného príkonu továrne P_{pt} a činného príkonu motora P_{pm} . Činný príkon motora je podľa (14.24)

$$P_{pm} = \frac{P_m}{\eta} = \frac{300}{0,91} \text{ kW} = 329,67 \text{ kW}$$

a celkový činný príkon P_{pc} bude

$$P_{pc} = P_{pt} + P_{pm} = (1500 + 329,67) \text{ kW} = 1829,67 \text{ kW}.$$

b) Celkový zdanlivý príkon S_{pc} zistíme podľa vzťahu (14.14)

$$S_{pc} = \sqrt{P_{pc}^2 + Q_{pc}^2},$$

kde Q_{pc} je celkový jalový príkon a je daný súčtom jalového príkonu továrne Q_{pt} a jalového príkonu motora Q_{pm} . Továreň aj podbudovaný motor sú impedancie s induktívnym charakterom, preto budú ich jalové príkony kladné. Jalový príkon továrne Q_{pt} podľa vzťahu (14.13) bude

$$Q_{pt} = S_{pt} \sin \varphi_t = \frac{P_{pt}}{\cos \varphi_t} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_t} = \frac{1500}{0,6} \sqrt{1 - 0,6^2} \text{ kVAr} = 2000 \text{ kVAr}.$$

Jalový príkon motora Q_{pm} podľa (14.13) je

$$Q_{pm} = S_{pm} \sin \varphi_m = \frac{P_{pm}}{\cos \varphi_m} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_m} = \frac{329,67}{0,9} \sqrt{1 - 0,9^2} \text{ kVAr} = 159,67 \text{ kVAr}.$$

Celkový jalový príkon Q_{pc} bude

$$Q_{pc} = Q_{pt} + Q_{pm} = (2000 + 159,67) \text{ kVAr} = 2159,67 \text{ kVAr}.$$

Po dosadení do vzťahu (14.14) pre celkový zdanlivý príkon S_{pc} dostaneme

$$S_{pc} = \sqrt{P_{pc}^2 + Q_{pc}^2} = \sqrt{1829,67^2 + 2159,67^2} \text{ kVA} = 2830,52 \text{ kVA}.$$

Celkový účinník odberu $\cos \varphi_c$ bude

$$\cos \varphi_c = \frac{P_{pc}}{S_{pc}} = \frac{1829,67}{2830,52} = 0,646.$$

Celkový účinník sa po pripojení synchronného motora zvýšil z hodnoty 0,6 na hodnotu 0,646.

Príklad 14.2.3. Turbogenerátor 25 MVA, 6 kV má synchronnú reaktanciu $x_a = 180 \%$, rozptylovú reaktanciu $x_{ar} = 10 \%$ a odpor fázy statora $r_s = 2 \%$. Vypočítajte

- synchronnú reaktanciu, rozptylovú reaktanciu a odpor fázy statora v ohmoch,
- elektrický prúd nakrátko pri buzení, pri ktorom v stave naprázdno je menovité napätie.

Riešenie: Označme $S_N = 25 \text{ MVA}$, $U_{zn} = 6000 \text{ V}$.

a) Percentuálne hodnoty reaktancií a činného odporu fázy statora sú vzťahované vzhľadom na menovitú impedanciu Z_n fázy statora. Bez ohľadu na spôsob zapojenia trojfázového vinutia statora platí vzťah (14.15), z ktorého získame

$$Z_n = \frac{U_{fN}}{I_{fN}} = \frac{U_{zN}}{\sqrt{3}I_{fN}} \cdot \frac{U_{zN}}{U_{zN}} = \frac{U_{zN}^2}{S_N},$$

preto

$$X_a = \frac{x_a}{100\%} \cdot \frac{U_{zN}^2}{S_N} = \frac{180\%}{100\%} \cdot \frac{6000^2}{25 \cdot 10^6} \Omega = 2,592 \Omega,$$

$$X_{ar} = \frac{x_{ar}}{100\%} \cdot \frac{U_{zN}^2}{S_N} = \frac{10\%}{100\%} \cdot \frac{6000^2}{25 \cdot 10^6} \Omega = 0,144 \Omega,$$

$$R_s = \frac{r_s}{100\%} \cdot \frac{U_{zN}^2}{S_N} = \frac{2\%}{100\%} \cdot \frac{6000^2}{25 \cdot 10^6} \Omega = 0,0288 \Omega.$$

b) Náhradnú schému pre stav nakrátko získame zo schémy na obr. 14.1, ak svorky v ľavej časti schémy skratujeme. Zrejme pre fázor fázového prúdu nakrátko $I_{fk} = I_{sk}$ získame

$$I_{fk} = \frac{U_{ip}}{R_s + j(X_{ar} + X_a)}$$

a bez ohľadu na spôsob zapojenia statorového vinutia pre efektívnu hodnotu fázového prúdu nakrátko dostaneme

$$\begin{aligned} I_{fk} &= \frac{U_{ip}}{\sqrt{R_s^2 + (X_{ar} + X_a)^2}} = \frac{U_{zN}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_s^2 + (X_{ar} + X_a)^2}} = \\ &= \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{0,0288^2 + (0,144 + 2,592)^2}} \text{ A} = 1266 \text{ A} \end{aligned}$$

Príklad 14.2.4. Alternátor má tieto údaje: nominálny zdanlivý výkon $S_N = 6250 \text{ kVA}$, nominálne napätie $U_N = 6300 \text{ V}$, nominálny účinník $\cos \varphi = 0,8$; nominálna frekvencia otáčania $n = 3000 \text{ min}^{-1}$. Meraním zistená hodnota percentuálnej rázovej reaktancie $x_d'' = 9 \%$. Vypočítajte:

a) skratový moment,

b) maximálny pomer okamžitej hodnoty skratového prúdu k efektívnej hodnote nominálneho prúdu.

Riešenie: a) Pre skratový moment M_d platí vzťah (14.17)

$$M_d = \frac{M_N}{x_d''} \cdot 100\%.$$

Nominálny moment M_N určíme pri zanedbaní strát v alternátore zo vzťahu (14.11)

$$M_N = \frac{P_N}{2\pi n} = \frac{S_N \cos \varphi}{2\pi n} = \frac{6250 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2\pi \cdot \frac{3000}{60}} \text{ Nm} = 15915,5 \text{ Nm}$$

a skratový moment M_d teda bude

$$M_d = \frac{M_N}{x_d''} \cdot 100\% = \frac{15915,5 \text{ Nm}}{9\%} \cdot 100\% = 176839 \text{ Nm}.$$

b) Efektívnu hodnotu rázového skratového prúdu pri nominálnom napätí určuje vzťah (14.19) a jeho úpravou získame

$$I_d = \frac{I_{Nn}}{x_d''} \cdot 100\% \Rightarrow \frac{I_d}{I_N} = \frac{100\%}{x_d''}.$$

Keďže maximálna hodnota rázového skratového prúdu je jeho amplitúdou I_{dm} , preto získame

$$\frac{I_{dm}}{I_N} = \frac{\sqrt{2}I_d}{I_N} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100\%}{x_d''} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100\%}{9\%} = 15,7.$$

Maximálny pomer okamžitej hodnoty skratového prúdu k efektívnej hodnote nominálneho prúdu je 15,7.

Príklad 14.2.5. Dvojpólový trojfázový synchronný motor s vinutím do hviezdy pracuje na sieti s frekvenciou $f = 50$ Hz, $U = 6000$ V. Zátťažový uhol $\beta = -25^\circ$. Aký je krútiaci moment, ak jeho skratový prúd je $I_k = 800$ A?

Riešenie: Zo vzťahu (14.11) pre moment stroja možno odvodiť zjednodušený vzťah

$$M = -\frac{mp}{2\pi f} U_i \frac{U_{ip}}{X_a} \sin \beta \cong -\frac{mp}{2\pi f} U_f I_k \sin \beta,$$

kde m je počet fáz, p je počet pólových dvojíc, U_f je fázové napätie statora, I_k je prúd nakrátko vo vinutí statora pri menovitom budiacom prúde, β je zátťažový uhol, f je frekvencia siete. Pri odvodení ostatného vzťahu zanedbávame v náhradnej schéme na obr. 14.1 činný odpor a rozptylovú reaktanciu satorového vinutia, $R_s = X_{ar} = 0$, preto prúd nakrátko $I_k = U_{ip}/X_a$. Po dosadení získame

$$M = -\frac{mp}{2\pi f} U_f I_k \sin \beta = -\frac{3 \cdot 1}{2\pi \cdot 50} \cdot \frac{6000}{\sqrt{3}} \cdot 800 \cdot \sin(-25^\circ) \text{ Nm} = 11184 \text{ Nm}.$$

Krútiaci moment synchronného motora je 11184 Nm.

Príklad 14.2.6. Trojfázový synchronný generátor 25 MVA, 6000 V má odpor satorového vinutia $R_s = 0,028 \Omega$ a synchronnú reaktanciu $X_a = 1,12 \Omega$ na fáz. Vypočítajte, ako treba regulovať napätie generátora buđením pri zaťažení generátora výkonom $P = 20$ MW s $\cos \varphi = 0,8$ ind. a $\cos \varphi = 1$.

Riešenie: a) $P = 20$ MW, $\cos \varphi = 0,8$ ind. Zátťažovací prúd vypočítame úpravou (14.12)

$$I_s = \frac{P}{\sqrt{3}U_N \cos \varphi} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8} \text{ A} = 2405,6 \text{ A}.$$

Fázové napätie $U_f = U_s$ bude

$$U_s = \frac{U_{zN}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} \text{ V} = 3464,1 \text{ V}.$$

Indukované napätie naprázdno U_{ip} vypočítame podľa vzťahu (14.20). Úbytok napätia na odpore R_s bude

$$R_s I_s = 0,028 \cdot 2405,6 \text{ V} = 67,36 \text{ V}.$$

Zrejme rozptylovú reaktanciu zanedbávame $X_{ar} = 0$ (nebola zadaná), preto celková reaktancia $X_c = X_a$. Úbytok napätia na reaktancii X_c bude

$$X_c I_s = X_a I_s = 1,12 \cdot 2405,6 \text{ V} = 2694,27 \text{ V}.$$

Keďže generátor dodáva jalový výkon do siete (je prebudený), preto vo vzťahu (14.20) uvažujeme $\sin \varphi > 0$, konkrétne

$$\sin \varphi = +\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = +\sqrt{1 - 0,8^2} = +0,6.$$

Po dosadení do vzťahu (14.20) dostaneme

$$\begin{aligned} U_{ip} &= \sqrt{(U_s + R_s I_s \cos \varphi + X_c I_s \sin \varphi)^2 + (X_c I_s \cos \varphi - R_s I_s \sin \varphi)^2} = \\ &= \sqrt{(3464,1 + 67,36 \cdot 0,8 + 2694,27 \cdot 0,6)^2 + (2694,27 \cdot 0,8 - 67,36 \cdot 0,6)^2} \text{ V} = 5553,1 \text{ V} \end{aligned}$$

Potrebnú reguláciu určuje pomer

$$\frac{U_{ip}}{U_s} = \frac{5553,1}{3464,1} = 1,603.$$

Pre tento pomer by sme odčítali z charakteristiky naprázdno potrebný budiaci prúd rotora.

b) $P = 20 \text{ MW}$, $\cos \varphi = 1$. Postup je obdobný ako v prípade a)

$$I_s = \frac{P}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 1} \text{ A} = 1924,5 \text{ A}.$$

Úbytok napätia na odpore R_s bude

$$R_s I_s = 0,028 \cdot 1924,5 \text{ V} = 53,87 \text{ V}.$$

Úbytok napätia na reaktancii $X_c = X_a$ bude

$$X_c I_s = X_a I_s = 1,12 \cdot 1924,5 \text{ V} = 2155,44 \text{ V}.$$

Zrejme ak $\cos \varphi = 1$, potom

$$\sin \varphi = +\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = +\sqrt{1 - 1^2} = 0$$

a po dosadení do vzťahu (14.20) dostaneme

$$\begin{aligned} U_{ip} &= \sqrt{(U_s + R_s I_s \cos \varphi + X_c I_s \sin \varphi)^2 + (X_c I_s \cos \varphi - R_s I_s \sin \varphi)^2} = \\ &= \sqrt{(3464,1 + 53,87)^2 + (2155,44)^2} \text{ V} = 4125,8 \text{ V} \end{aligned}$$

Potrebnú reguláciu určuje pomer

$$\frac{U_{ip}}{U_s} = \frac{4125,8}{3464,1} = 1,191.$$

Pre tento pomer by sme odčítali z charakteristiky naprázdno potrebný budiaci prúd rotora.

Príklad 14.2.7. Turboalternátor má menovitý zdanlivý výkon $S_N = 250$ MVA, menovité otáčky $n = 3000 \text{ min}^{-1}$, menovité napätie $U_N = 6300$ V, frekvenciu $f = 50$ Hz, menovitý účinník $\cos \varphi_n = 0,8$ ind. (prebudený) a účinnosť pri plnom zaťažení $\eta(\%) = 96,5$ %. Vypočítajte: činný a jalový výkon stroja P_N a Q_N , potrebný menovitý výkon turbíny P_{tN} , menovitý prúd I_N a menovitý moment turbíny M_{tN} .

Riešenie: Menovitý činný výkon vypočítame zo vzťahu (14.12)

$$P_N = S_N \cos \varphi_n = 20 \cdot 0,8 \text{ MW} = 16 \text{ MW}.$$

Kladný jalový výkon prebudeného turboalternátora vypočítame zo vzťahu (14.13)

$$Q_N = S_N \sin \varphi_n = S_N \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} \text{ MVar} = 20 \cdot 0,6 \text{ MVar} = 12 \text{ MVar}.$$

Potrebný menovitý výkon turbíny (činný príkon turboalternátora) je podľa (14.24)

$$P_{tN} = \frac{P_N}{\eta} = \frac{16}{0,965} \text{ MW} = 16,58 \text{ MW}.$$

Menovitý prúd turboalternátora vypočítame zo vzťahu (14.14)

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 10^3} \text{ A} = 1832,86 \text{ A}.$$

Menovitý moment turbíny je podľa (14.11)

$$M_{tN} = \frac{P_{tN}}{2\pi n} = \frac{16,58 \cdot 10^6}{2\pi \cdot \frac{3000}{60}} \text{ Nm} = 52776 \text{ Nm}.$$

Príklad 14.2.8. Pre vodnú elektráreň na Váhu dodal výrobný podnik dva hydroalternátory s menovitým výkonom $S_{nN1} = 125$ MVA, každý na napätie $U_1 = 13,2$ kV, frekvenciu $f = 50$ Hz, a frekvenciu otáčania rotora $n_s = 166,7/345 \text{ min}^{-1}$. Priebežná frekvencia otáčania 345 min^{-1} sa môže vyskytnúť, keď pri poruche v sieti istiace prístroje náhle vypnú plne zaťažený alternátor. Alternátor je v činnosti pri $\cos \varphi = 0,8$ ind. (prebudený) a má účinnosť $\eta(\%) = 97,7$ %. Vypočítajte: počet pólov $2p$, menovitý prúd I_{n1} , prúd I_2 pri zvýšení výkonu na $S_2 = 143,75$ MVA pri $\cos \varphi = 0,8$ ind., $\eta(\%) = 97,7$ % a napätí $U_2 = 13,8$ kV. Aké výkony P_{t1} a P_{t2} dodáva vodná turbína v oboch prípadoch?

Riešenie: Pri frekvencii siete $f = 50$ Hz a danej synchronnej frekvencii otáčania $n = 166,7 \text{ min}^{-1}$ vypočítame počet pólov $2p$ zo vzťahu (14.16)

$$f = \frac{pn}{60} \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{166,7} = 18.$$

Počet pólov $2p = 36$.

Menovitý prúd hydroalternátora vypočítame zo vzťahu (14.14)

$$I_{N1} = \frac{S_{N1}}{\sqrt{3}U_1} = \frac{125 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13,2 \cdot 10^3} \text{ A} = 5467 \text{ A}.$$

Prúd I_2 hydroalternátora pre iný zdanlivý výkon a napätie vypočítame zo vzťahu (14.14)

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}U_2} = \frac{143,75 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13,8 \cdot 10^3} \text{ A} = 6014 \text{ A}.$$

Výkon turbíny (činný príkon hydroalternátora) pre oba prípady vypočítame zo vzťahu (14.24) s využitím vzťahu (14.12)

$$P_{t1} = \frac{P_{N1}}{\eta} = \frac{S_{N1} \cdot \cos \varphi}{\eta} = \frac{125 \cdot 10^6 \cdot 0,8}{0,977} \text{ MW} = 102,35 \text{ MW},$$

$$P_{t2} = \frac{P_2}{\eta} = \frac{S_2 \cdot \cos \varphi}{\eta} = \frac{143,75 \cdot 10^6 \cdot 0,8}{0,977} \text{ MW} = 117,71 \text{ MW}.$$

14.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 14.3.1 Hydroalternátor so zapojením statorového vinutia do hviezdy má tieto štítkové údaje: $S_N = 60 \text{ MVA}$, $U_i = 120 \text{ V}$, $n = 200 \text{ min}^{-1}$, $\cos \varphi = 0,8$, $f = 50 \text{ Hz}$. Vypočítajte: nominálny prúd I_N , počet pólov $2p$, nominálnu impedanciu Z_n , nominálny činný a nominálny jalový výkon P_N a Q_N .

($I_N = 3299,14 \text{ A}$, $2p = 30$, $Z_n = 1,8375 \Omega$, $P_N = 48 \text{ MW}$, $Q_N = 36 \text{ MVar}$)

Úloha 14.3.2 Maximálny moment synchrónneho motora je $294,18 \text{ Nm}$. S akým momentom pracuje motor pri záťažovom uhle $\beta = -25^\circ$?

($M = 124,32 \text{ Nm}$)

Úloha 14.3.3 Trojfázový štvorpólový synchrónny generátor s vinutím zapojeným do hviezdy má svorkové napätie 1000 V , záťažový uhol $\beta = 20^\circ$, krútiaci moment $M = 3000 \text{ Nm}$, frekvenciu $f = 50 \text{ Hz}$. Aký je jeho skratový prúd I_k ?

($I_k = 795,48 \text{ A}$)

Úloha 14.3.4 Trojfázový turboalternátor má tieto menovité hodnoty: $S_N = 250 \text{ MVA}$, $U_N = 10 \text{ kV}$, $n = 3000 \text{ min}^{-1}$, $\cos \varphi = 0,8$, $f = 50 \text{ Hz}$. Vypočítajte: menovitý prúd I_N , činný a jalový výkon turboalternátora P_N a Q_N , počet pólov $2p$ a impedanciu Z_n fázového vinutia.

($I_N = 14434 \text{ A}$, $P_N = 200 \text{ MW}$, $Q_N = 150 \text{ MVar}$, $2p = 2$, $Z_n = 0,399 \Omega$)

Úloha 14.3.5 Vypočítajte prúd nakrátko I_k synchronného generátora pri budiacom prúde, pri ktorom je v stave naprázdno menovité napätie. Údaje generátora: $S_N = 20$ MVA, $U_N = 5300$ V, synchronná reaktancia $x_a = 160$ %, rozptylová reaktancia $x_{ar} = 10$ %, činný odpor fázy statora $r_s = 2$ %.

$$(I_k = 1281,49 \text{ A})$$

Úloha 14.3.6 Dieselgenerátor má trojfázový alternátor poháňaný spaľovacím motorom. Určte činný a jalový výkon alternátora, keď jeho zdanlivý výkon je 125 kVA a účinník, pri ktorom dodáva elektrickú energiu do siete je $\cos\varphi = 0,8$ ind. Alternátor má satorové vinutie zapojené do hviezdy na napätie $3 \times 380/220$ V, 50 Hz a je štvorpólový. Vypočítajte tiež: prúd I_1 dodávaný do siete pri plnom zaťažení, frekvenciu otáčania n hriadeľa pohonného motora, výkon P_1 pohonného motora, ak účinnosť alternátora je $\eta = 75$ %. Uvedte, čím možno riadiť frekvenciu napätia alternátora.

$$(P = 100 \text{ kW}, Q = 75 \text{ kVAr}, I_1 = 189,92 \text{ A}, n = 1500 \text{ min}^{-1}, P_1 = 133,33 \text{ kW})$$

Úloha 14.3.7 Vysokootáčkový trojfázový turboalternátor s hladkým rotorom má menovitý výkon 20 MVA, menovité napätie 10 kV, odpor satorového vinutia $R_s = 0,02 \Omega$, synchronnú reaktanciu $X_a = 1,5 \Omega$. Vypočítajte: satorový prúd I_s pri zaťažení činným výkonom 15 MW pri účinníkoch $\cos\varphi = 0,8; 0,9; 0,95$. Vypočítajte tiež úbytky napätí ΔU_R na satorovom odpore a úbytky napätí ΔU_X na synchronnej reaktancii pri týchto účinníkoch.

$$(I_s = 1082,5 \text{ A}, I_s = 962,3 \text{ A}, I_s = 911,6 \text{ A}, \Delta U_R = 21,65 \text{ V}, \Delta U_R = 19,25 \text{ V}, \Delta U_R = 18,23 \text{ V}, \Delta U_X = 1623,75 \text{ V}, \Delta U_X = 1443,45 \text{ V}, \Delta U_X = 1367,4 \text{ V})$$

Úloha 14.3.8 Trojfázový alternátor má tieto štítkové údaje: $S_N = 40$ MVA, $U_N = 6300$ V, $f = 50$ Hz, $n = 300 \text{ min}^{-1}$, pri $\cos\varphi = 0,8$ má účinnosť $\eta = 97,1$ %. Vypočítajte menovitý prúd I_n dodávaný do siete a potrebný mechanický príkon P_p alternátora, t. j. výkon pohonnej turbíny.

$$(I_N = 3666 \text{ A}, P_p = 32,96 \text{ MW})$$

Úloha 14.3.9 Synchronný generátor má tieto údaje: $S_N = 64$ MVA, $U_N = 10,5$ kV, $f = 50$ Hz, $n = 214,3 \text{ min}^{-1}$, $\cos\varphi = 0,8$, satorové vinutie je zapojené do hviezdy. Určte menovitý prúd, počet pólov, menovitú impedanciu, menovitý činný a jalový výkon.

$$(I_N = 3519 \text{ A}, 2p = 28, Z_n = 1,723 \Omega, P_N = 51,2 \text{ MW}, Q_N = 38,4 \text{ MVar})$$

15 ASYNCHRÓNNE STROJE

15.1 VŠEOBECNÁ ČASŤ

Asynchrónny motor pozostáva zo statora a rotora. Stator je zložený z plechov s drážkami, v ktorých je uložené trojfázové vinutie. Vinutie je vyvedené na svorkovnicu.

Pre otáčky magnetického poľa statora n_1 (synchronné otáčky) platí vzťah

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}, \quad (15.1)$$

kde f_1 je frekvencia sieťového napätia, $2p$ je počet pólov statorového vinutia.

Pre otáčky rotora platí

$$n = \frac{60 f_1}{p} (1 - s), \quad (15.2)$$

kde s je sklz, ktorý je definovaný ako

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}. \quad (15.3)$$

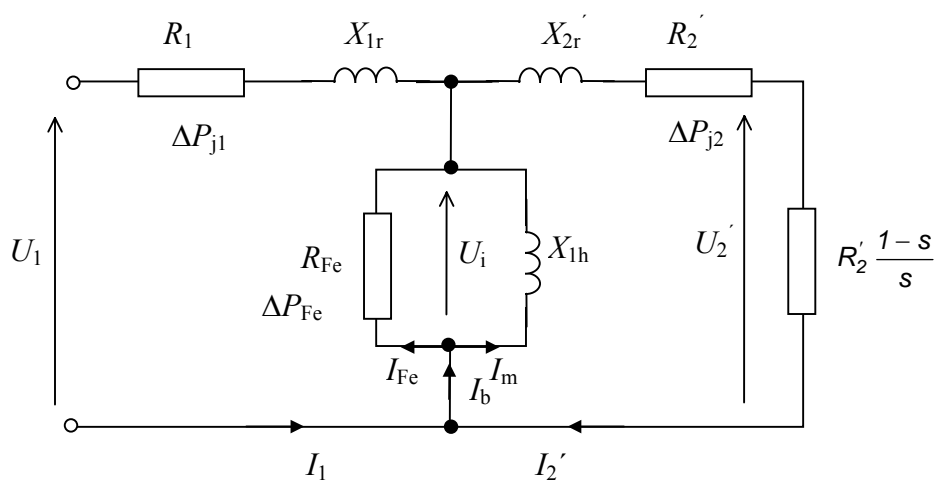
Frekvencia prúdu, ktorý sa indukuje v rotore je

$$f_2 = s f_1. \quad (15.4)$$

Pre príkon trojfázového asynchrónneho motora platí

$$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi. \quad (15.5)$$

Vinutie trojfázového asynchrónneho motora môže byť spojené do hviezdy alebo do trojuholníka (Y/ Δ). Prúdové, napäťové a výkonové pomery trojfázového asynchrónneho motora vystihuje náhradná schéma (obr. 15.1)



Obr. 15.1. Náhradná schéma asynchrónneho motora

V obr. 15.1 znamená: R_1 - odpor vinutia statora, X_{1r} - rozptylová reaktancia vinutia statora, R_2' - odpor vinutia rotora prepočítaný na vstupnú stranu, X_{2r}' - rozptylová reaktancia vinutia rotora prepočítaná na vstupnú stranu, R_{Fe} - odpor, ktorý predstavuje straty v železe, X_h - hlavná reaktancia predstavujúca spoločný magnetický tok, U_1, I_1, U_2', I_2' - napätie a prúd statora, resp. rotora prepočítané na vstupnú stranu, I_b - budiaci prúd, I_m - magnetizačný prúd, I_{Fe} - stratový prúd, ktorý vytvára straty v železe, U_i - indukované napätie na vstupnej strane, s - sklz.

Chodom **naprázdno** asynchrónneho motora rozumieme ustálený chod pri napájaní statorového vinutia menovitým napätím s menovitou frekvenciou, pričom rotor sa otáča bez zaťaženia takmer synchronnými otáčkami.

Po ukončení rozbehu motor odoberá zo siete len malý príkon, ktorý sa spotrebuje na krytie strát naprázdno ΔP_0 . Keďže sklz je v stave naprázdno veľmi malý, straty v železe rotora i vinutí rotora sú zanedbateľné. Z príkonu naprázdno sa hradia straty v železe statora ΔP_{Fe} i vinutí statora ΔP_{j10} a straty mechanické ΔP_m . Platí

$$\Delta P_0 = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{j10} + \Delta P_m. \quad (15.6)$$

Výpočet strát vo vinutí statora ΔP_{j10} spôsobených prúdom naprázdno závisí od zapojenia svorkovnice (do hviezdy alebo do trojuholníka). Pri fázach statorového vinutia zapojených do hviezdy

$$\Delta P_{j0} = 3R_f I_0^2, \quad (15.7)$$

pri fázach statorového vinutia zapojených do trojuholníka

$$\Delta P_{j0} = 3R_f \left(\frac{I_0}{\sqrt{3}} \right)^2 = R_f I_0^2, \quad (15.8)$$

pričom R_f je ohmický odpor jednej fázy statorového vinutia daného trojfázového asynchrónneho motora. Pri presnom vyhodnocovaní treba brať do úvahy, že hodnota R_f s rastúcim oteplením statorového vinutia tiež rastie.

Účinník naprázdno vypočítame z výrazu

$$\cos \varphi_0 = \frac{\Delta P_0}{\sqrt{3} U_0 I_0}. \quad (15.9)$$

Stavom **nakrátko** asynchrónneho motora rozumieme ustálený stav pomerov v statorovom vinutí pri rotore spojenom nakrátko a zabrzdenom.

Moment asynchrónneho motora nebýva na štítku udaný. Zo štítkových hodnôt je možné ho jednoducho vypočítať. Podľa medzinárodnej sústavy SI je jednotkou momentu sily

newtonmeter [Nm]. V tomto prípade vypočítame moment asynchrónneho motora podľa vzťahu

$$M = \frac{P}{\omega_{\text{mech}}} . \quad (15.10)$$

Keďže v praxi udávame otáčky za minútu, potom pre menovitý moment platí vzťah

$$M = \frac{P}{\omega_{\text{mech}}} = \frac{60P}{2\pi \cdot n} = \frac{30P}{\pi \cdot n} , \quad (15.11)$$

pričom M – je moment na hriadeľ motora, P - výkon asynchrónneho motora, n - mechanické otáčky rotora pri výkone P , ω_{mech} - mechanická uhlová rýchlosť.

Moment asynchrónneho motora vypočítame podľa Klossovho vzťahu

$$M = \frac{3R_2'}{\omega_s} \frac{U_{1f}^2}{\frac{R_2'}{s} + sX_k^2} = \frac{2M_{zv}}{\frac{s}{s_{zv}} + \frac{s_{zv}}{s}} . \quad (15.12)$$

15.2 RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 15.2.1. Aké budú otáčky trojfázového dvojpólového asynchrónneho motora, ktorý má sklz $s = 2 \%$ a je pripojený na napätie s frekvenciou $f_1 = 50 \text{ Hz}$?

Riešenie: Otáčky magnetického poľa sú

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000 \text{ min}^{-1} .$$

Sklz asynchrónneho motora je definovaný

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} .$$

Z toho vyjadríme hľadané otáčky

$$n = n_1(1 - s) = 3000(1 - 0,02) = 2940 \text{ min}^{-1} .$$

Príklad 15.2.2. Trojfázový asynchrónny motor nakrátko má menovitý výkon $P_N = 10 \text{ kW}$, menovité otáčky $n = 1455 \text{ min}^{-1}$. Statorové vinutie je zapojené do hviezdy a pripája sa na trojfázové sieťové napätie $U_{1N} = 400 \text{ V}$ a frekvenciu $f = 50 \text{ Hz}$. Podľa katalógu uvedený motor má menovitú účinnosť $\eta = 90 \%$, menovitý účinník $\cos \varphi = 0,85$, šesťnásobný záberový prúd ($I_z = 6 I_{1N}$) a 2,5-násobný záberový moment ($M_z = 2,5 M_N$). Určte: počet pólov $2p$, menovitý sklz s , menovitý prúd I_N , príkon P_{1N} odoberaný pri plnom zaťažení zo siete, menovitý moment M_N , záberový prúd a záberový moment.

Riešenie: Najbližšie vyššie synchronne otáčky n_1 vyhovujúce rovnici

$$n_1 = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{p} \quad \text{sú} \quad n_1 = 3000 \text{ min}^{-1}.$$

Motor je teda štvorpólový, $2p = 2$.

Menovitý sklz bude

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{3000 - 2955}{3000} = 0,015.$$

Percentuálna hodnota menovitého sklzu je 1,5 %. Výkon asynchronného motora je daný vzťahom

$$P_{2N} = \sqrt{3} U_{1N} \cdot I_{1N} \cdot \eta \cdot \cos \varphi.$$

Pričom U_{1N} a I_{1N} sú sieťové hodnoty napätia a prúdu. Menovitý prúd pri plnom menovitom zaťažení bude

$$I_{1N} = \frac{P_{2N}}{\sqrt{3} U_{1N} \cdot \eta \cdot \cos \varphi} = \frac{10000 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,9 \cdot 0,85} = 18,87 \text{ A}.$$

Menovitý príkon je

$$P_{1N} = \frac{P_{2N}}{\eta} = \frac{10000 \text{ W}}{0,9} = 11,1 \text{ kW}.$$

Menovitý moment

$$M_N = \frac{P_N}{\omega_{\text{mech}}} = \frac{30 P_n}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 10000}{\pi \cdot 2955} = 32,32 \text{ Nm},$$

záberový moment je

$$M_z = \left(\frac{M_z}{M_N} \right) \cdot M_N = 2,5 \cdot 32,32 = 80,79 \text{ Nm},$$

pri zábere odoberá motor zo siete prúd

$$I_z = \left(\frac{I_z}{I_{1N}} \right) I_{1N} = 6 \cdot 18,87 = 113,22 \text{ A}.$$

Príklad 15.2.3. Ako sa zmení menovitý prúd z príkladu 15.2.2, ak statorové vinutie prepojíme do trojuholníka?

Riešenie: Pri spojení statora do trojuholníka môže byť motor pripojený na sieť 3 x 230 V, pričom bude pri menovitom zaťažení odoberať zo siete prúd

$$I_{1\Delta} = \frac{P_{2N}}{\sqrt{3} \cdot U_{1\Delta} \cdot \eta \cdot \cos \varphi} = \frac{10000 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 230 \text{ V} \cdot 0,9 \cdot 0,85} = 32,81 \text{ A}.$$

Príklad 15.2.4. Trojfázový asynchrónny motor má tieto údaje: $2p = 4$, $f_1 = 50$ Hz a frekvencia prúdu v rotore $f_2 = 3,5$ Hz. Aké sú otáčky v rotore?

Riešenie: Pre otáčky rotora platí vzťah (15.2). Pre vyčíslenie potrebujeme určiť sklz, ktorý vyjadríme z frekvencie rotorového prúdu

$$f_2 = s \cdot f_1,$$

$$s = \frac{f_2}{f_1} = \frac{3,5}{50} = 0,07,$$

dosadíme

$$n = \frac{60 \cdot 50}{2} (1 - 0,07) = 1395 \text{ min}^{-1}.$$

Príklad 15.2.5. Trojfázový asynchrónny stroj s vinutou kotvou beží ako menič frekvencie. Chceme získať frekvenciu $f_2 = 70$ Hz. Aké majú byť otáčky rotora, ak $2p = 6$, $f_1 = 50$ Hz?

Riešenie: Treba určiť taký sklz, aby vyhovoval zadaným podmienkam, teda

$$s = \frac{f_2}{f_1} = \frac{70}{50} = 1,4.$$

Pre otáčky platí vzťah (15.2) a po dosadení

$$n = \frac{60 \cdot 50}{3} (1 - 1,4) = -400 \text{ min}^{-1}.$$

Znamienko mínus značí, že smer otáčok rotora má byť proti smeru otáčok točivého magnetického poľa.

Príklad 15.2.6. Trojfázový indukčný motor s menovitým výkonom 7 kW s vinutím zapojeným do hviezdy (Y) na napätie 400 V má menovité otáčky $n = 1470 \text{ min}^{-1}$, mechanické straty $\Delta P_{\text{mech}} = 120$ W, straty v železe statora $\Delta P_{\text{Fe}} = 250$ W a straty vo vinutí statora $\Delta P_{j1} = 200$ W. Vypočítajte, aký je menovitý moment na hriadelí motora, aké sú straty vo vinutí rotora P_{j2} , aký je príkon motora zo siete P_1 a aká je účinnosť motora.

Riešenie: Menovitý moment motora sa vypočíta zo vzťahu

$$M_N = \frac{P_N}{\omega_m} = \frac{P_N}{2\pi \cdot n} = \frac{30 P_N}{\pi \cdot n},$$

$$M_N = \frac{30 \cdot 7000}{\pi \cdot 1470} = 45,5 \text{ Nm}.$$

Straty vo vinutí rotora

$$P_{j2} = s \cdot P_\delta = \frac{s}{1-s} P_N.$$

Sklz

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0,02,$$

$$P_{j2} = \frac{0,02}{1 - 0,02} 7000 = 143 \text{ W}.$$

Príkon motora zo siete je súčet výkonu a strát motora

$$P_1 = P_2 + P_{\text{mech}} + P_{j1} + P_{\text{Fe}} + P_{j2},$$

$$P_1 = 7000 + 120 + 200 + 250 + 143 = 7713 \text{ W}.$$

Účinnosť motora je pomer výkonu k príkonu

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{7000}{7713} \cdot 100 = 91 \, \%.$$

Príklad 15.2.7. Trojfázový asynchrónny motor s kotvou nakrátko má tieto údaje: menovitý výkon $P_{2N} = 1,5 \text{ kW}$, menovité napájacie napätie: $U_{1N} = 400/230 \text{ V}$, menovitý napájací prúd: $I_{1N} = 3,5/6,1 \text{ A (Y/D)}$, menovité otáčky: $n = 1425 \text{ min}^{-1}$, počet pólov: $2p = 4$, menovitá účinnosť: $\eta = 78 \, \%$, frekvencia napájacieho napätia: $f_1 = 50 \text{ Hz}$. Vypočítajte príkon motora, jeho účinník, menovitý točivý moment motora a synchronne otáčky magnetického poľa motora.

Riešenie: Príkon odoberaný motorom zo siete vypočítame zo vzťahu pre účinnosť

$$\eta = \frac{P_{2N}}{P_{1N}},$$

$$P_{1N} = \frac{P_{2N}}{\eta} = \frac{1500}{0,78} = 1923 \text{ W}.$$

Účinník motora $\cos \varphi$ určíme zo vzťahu pre príkon motora

$$\cos \varphi = \frac{P_{1N}}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_{1N}} = \frac{1923 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 3,5 \text{ A}} = 0,79.$$

Menovitý točivý moment na hriadeli motora určíme z nasledujúceho vzťahu

$$M_N = \frac{30 P_{2N}}{\pi \cdot n} = 9,55 \frac{P_{2N}}{n} = 9,55 \frac{1500}{1425} \text{ N.m} = 10,05 \text{ N.m}.$$

Synchronne otáčky magnetického poľa motora určíme zo vzťahu

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ min}^{-1}.$$

Príklad 15.2.8. Trojfázový asynchrónny motor s kotvou nakrátko má podľa katalógového listu tieto údaje: menovitý výkon na hriadeli $P_{2N} = 100 \text{ kW}$, menovité napájacie napätie $U_{1N} = 3 \times 400 \text{ V}$, vinutie statora spojené do trojuholníka, frekvencia napájacieho napätia $f_1 = 50 \text{ Hz}$, menovitý účinník $\cos \varphi = 0,87$, menovité otáčky motora $n = 1480 \text{ min}^{-1}$, počet pólov motora $2p = 4$, menovitá účinnosť $\eta = 93,5 \%$, pomerný záberový prúd $i_z = 7,5$; pomerný záberový moment $m_z = 2,4$; momentová preťažiteľnosť $m_p = 2,6$. Určte synchronne otáčky motora, potrebný menovitý príkon motora pri menovitom zaťažení, menovitý prúd statora, záberový prúd statora (pri $s = 1$), menovitý mechanický moment na hriadeli motora, záberový moment, maximálny moment, menovitý sklz a menovitú frekvenciu v rotoe motora.

Riešenie: Synchronne otáčky sú dané vzťahom

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ min}^{-1}.$$

Menovitý príkon určíme z účinnosti motora

$$P_{1N} = \frac{P_{2N}}{\eta} \cdot 100 = \frac{100 \cdot 10^3}{93,5} \cdot 100 = 107\,000 \text{ W} = 107 \text{ kW}.$$

Menovitý prúd statora určíme zo vzťahu pre príkon motora

$$I_{1N} = \frac{P_{1N}}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot \cos \varphi} = \frac{107 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,87} = 177,5 \text{ A}.$$

Pomerný záberový prúd je definovaný ako

$$i_z = \frac{I_{1z}}{I_{1N}},$$

z tohto vzťahu určíme záberový prúd statora

$$I_{1z} = i_z \cdot I_{1N} = 7,5 \cdot 177,5 = 1331,3 \text{ A}.$$

Menovitý moment motora

$$M_N = \frac{30 P_{2N}}{\pi n} = 9,55 \cdot \frac{P_{2N}}{n} = 9,55 \cdot \frac{100\,000}{1480} = 645,2 \text{ N.m}.$$

Pomerný záberový moment je definovaný ako

$$m_z = \frac{M_z}{M_N}$$

a momentová preťažiteľnosť ako

$$m_p = \frac{M_{zv}}{M_N}.$$

Záberový moment motora sa rovná

$$M_z = m_z \cdot M_N = 2,4 \cdot 645,2 \text{ N.m} = 1548,5 \text{ N.m}.$$

Maximálny moment (moment zvratu) sa rovná

$$M_{zv} = m_p \cdot M_N = 2,6 \cdot 645,2 \text{ N.m} = 1677,5 \text{ N.m}.$$

Menovitý sklz

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot 100 = \frac{1500 - 1480}{1500} \cdot 100 = 1,33 \, \%.$$

Menovitá frekvencia v rotore motora

$$f_2 = s \cdot f_1 = 0,0133 \cdot 50 = 0,67 \text{ Hz}.$$

Príklad 15.2.9. Vypočítajte účinnosť trojfázového asynchrónneho motora s kotvou nakrátko s nasledujúcimi údajmi: menovitý príkon motora $P_{1N} = 40 \text{ kW}$, menovité otáčky motora: $n = 965 \text{ min}^{-1}$, počet pólov motora $2p = 6$, menovitá frekvencia $f_1 = 50 \text{ Hz}$, straty vo vinutí statora $\Delta P_{j1} = 1,1 \text{ kW}$, straty v železe statora $\Delta P_{Fe} = 0,6 \text{ kW}$, mechanické straty $\Delta P_m = 0,66 \text{ kW}$.

Riešenie: Na výpočet účinnosti je potrebné určiť straty vo vinutí rotora ΔP_{j2} , ktoré závisia od veľkosti výkonu prenášaného vzduchovou medzerou stroja a od veľkosti sklzu. Výkon prenášaný vzduchovou medzerou je daný vzťahom

$$P_\delta = P_{1N} - \Delta P_{j1} - \Delta P_{Fe} = 40 - 1,1 - 0,6 = 38,3 \text{ kW}.$$

Sklz motora

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 965}{1000} = 0,035,$$

$$\text{kde } n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ min}^{-1}.$$

Straty vo vinutí rotora sú definované vzťahom

$$\Delta P_{j2} = s \cdot P_\delta = 0,035 \cdot 38,3 = 1,34 \text{ kW}.$$

Menovitý výkon motora určíme zo vzťahu

$$P_{2N} = P_{1N} - \Delta P = P_{1N} - (\Delta P_{j1} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{j2} + \Delta P_m),$$

$$P_{2N} = 40 - (1,1 + 0,6 + 1,34 + 0,66) = 36,3 \text{ kW}.$$

Účinnosť motora je potom

$$\eta = \frac{P_{2N}}{P_{1N}} \cdot 100 = \frac{36,3}{40} \cdot 100 = 90,8 \, \%.$$

Príklad 15.2.10. Jednofázový asynchrónny motor s kondenzátorovým rozbehom má štítkové údaje: 1,1 kW, 230 V, 50 Hz, 1400 min⁻¹, $\eta_n = 85\%$, $\cos \varphi_n = 0,8$. Po rozbehu pri 80 % menovitých otáčok odstredivý vypínač odpojí rozbehový kondenzátor C.

a) Vypočítajte veľkosť kapacity C rozbehového kondenzátora, ak rozbehový prúd je štvornásobkom nominálneho prúdu a natočenie φ_p prúdu pomocnej fázy je 53°!

b) Vypočítajte počet pólov a sklz motora!

Riešenie: a) reaktancia pomocnej fázy pri $n = 0$

$$X_p = Z_p \cdot \sin \varphi_p,$$

kde Z_p je impedancia pomocnej fázy, $\varphi_p = 53^\circ$ je fázový posun prúdu pomocnej fázy I proti napätíu U . Pre získanie dobrého M_z sa má reaktancia rozbehového kondenzátora X_c rovnať reaktancii pomocnej fázy X_p

$$X_c = X_p,$$

$$I_{kn} = 4 I_N,$$

$$X_p = \frac{U_N}{I_{kn}} \cdot \sin \varphi_p = \frac{U_N}{4 \cdot I_N} \cdot \sin \varphi_p = X_c,$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C},$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{U_n}{4 \cdot I_n} \cdot \sin \varphi_p; \quad \sin \varphi_p = \sin 53^\circ = 0,8,$$

$$C = \frac{4 \cdot I_N}{\omega \cdot U_N \cdot \sin \varphi_p} = \frac{4 \cdot I_N}{\omega \cdot U_N \cdot 0,8}.$$

Nominálny prúd I_N jednofázového motora určíme z výkonu P_2 a účinnosti η_n

$$P_2 = \eta_n \cdot P_1 = U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_n \cdot \eta_n,$$

$$I_N = \frac{P_m}{U_N \cdot \cos \varphi_n \cdot \eta_n},$$

$$I_N = \frac{1,1 \cdot 10^3}{230 \cdot 0,8 \cdot 0,85} = 7,03 \text{ A}.$$

Kapacita rozbehového kondenzátora $C = 4,86 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 486 \mu\text{F}.$

b) počet pólov vypočítame z otáčok

$$p = \frac{60 \cdot f_1}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2 \quad \text{počet pólov je } 2p = 4,$$

$$\text{sklz } s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,066 \quad s = 6,66 \, \%$$

15.3 ÚLOHY NA SAMOSTATNÉ RIEŠENIE

Úloha 15.3.1. Trojfázový asynchrónny motor s kotvou nakrátko má tieto údaje: $P_{2N} = 30 \text{ kW}$, $n = 1455 \text{ min}^{-1}$, $2p = 4$, statorové vinutie je zapojené do hviezdy a pripojené na sieť $3 \times 400/230 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $\eta = 90 \, \%$, $\cos \varphi = 0,85$, $I_z = 6$. I_{1N} , $M_z = 2,3 \cdot M_N$. Vypočítajte menovité hodnoty sklzu, prúdu statora, príkonu, momentu, záberového momentu a záberového prúdu.

($s = 3 \, \%$, $I_{1N} = 56,6 \text{ A}$, $P_{1N} = 33,3 \text{ kW}$, $M_N = 196,9 \text{ Nm}$, $M_z = 452,9 \text{ Nm}$, $I_z = 339,6 \text{ A}$)

Úloha 15.3.2. Trojfázový asynchrónny motor nakrátko so štítkovými údajmi: $P_{2N} = 15 \text{ kW}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $n = 1400 \text{ min}^{-1}$, $\eta = 86 \, \%$, $\cos \varphi = 0,8$ má statorové vinutie zapojené do hviezdy a pripojené na sieť $3 \times 400/230 \text{ V}$. Vypočítajte prúd odoberaný motorom zo siete a potrebný prierez žily pripojeného kábla, ak je dovolená prúdová hustota $j = 5 \text{ A/mm}^2$.

($I_{1N} = 31,5 \text{ A}$, $S = 6,3 \text{ mm}^2$)

Úloha 15.3.3. Trojfázový asynchrónny motor nakrátko má menovitý výkon $P_{2N} = 10 \text{ kW}$, menovité otáčky $n = 2880 \text{ min}^{-1}$. Statorové vinutie je zapojené do hviezdy a pripája sa na trojfázové sieťové napätie $U_1 = 400 \text{ V}$ a frekvenciu $f_1 = 50 \text{ Hz}$. Podľa katalógu menovitá účinnosť uvedeného motora je $\eta = 86 \, \%$, menovitý účinník $\cos \varphi = 0,82$; šesťnásobný záberový prúd $I_z = 6 I_{1N}$ a 2,1 – násobný záberový moment $M_z = 2,1 M_N$. Treba určiť: počet pólov $2p$, menovitý sklz s , menovitý prúd I_{1N} , príkon P_{1N} odoberaný pri plnom zaťažení zo siete, menovitý moment M_N , záberový prúd I_z a záberový moment M_z .

($2p = 2$; $s = 4 \, \%$; $I_{1N} = 20,47 \text{ A}$; $P_{1N} = 11,628 \text{ kW}$; $M_N = 33,16 \text{ Nm}$; $M_z = 69,63 \text{ Nm}$; $I_z = 122,8 \text{ A}$)

Úloha 15.3.4. Trojfázový asynchrónny motor má tieto údaje: $2p = 6$; $f_1 = 50 \text{ Hz}$; $f_2 = 3,8 \text{ Hz}$ (frekvencia prúdu v rotore). Aké sú otáčky rotora?

($n = 924 \text{ min}^{-1}$).

Úloha 15.3.5. Trojfázový asynchrónny motor s kotvou nakrátko berie v pracovnom procese zo siete prúd $I_1 = 17 \text{ A}$ pri $\cos \varphi_1 = 0,85$; jeho otáčky sú $n = 2900 \text{ ot/min}$; statorové vinutie spojené do hviezdy je podľa štítku pripojené na združené napätie $U_1 = 400 \text{ V}$. Zo skúšky naprázdno sú známe mechanické straty $\Delta P_m = 120 \text{ W}$ a v železe $\Delta P_{Fe} = 300 \text{ W}$. Odpor fázy

statorového vinutia je pri pracovnej teplote $R_{1f} = 1,5 \, \Omega$. Vypočítajte: príkon motora P_1 , straty vo vinutí statora ΔP_{jl} , výkon vo vzduchovej medzere P_δ (vnútorný výkon motora), mechanický výkon na hriadieli P_2 a moment na hriadieli M ! Dodatočné straty pri výpočte zanedbajte.

$$(P_1 = 10011,25 \, \text{W}; \Delta P_{jl} = 1300,5 \, \text{W}; P_\delta = 8410,75 \, \text{W}; P_2 = 8010,39 \, \text{W}; M = 26,38 \, \text{Nm})$$

Úloha 15.3.6. Trojfázový asynchrónny motor pripojený na sieť s frekvenciou $f_1 = 50 \, \text{Hz}$ má pri menovitom momente $M_N = 26,84 \, \text{Nm}$ otáčky $2900 \, \text{min}^{-1}$. Pri maximálnom zaťažení, ktoré motor ešte krátkodobo znesie (pri momente zvratu), sú jeho otáčky $n_{zv} = 2710 \, \text{min}^{-1}$. Určte moment zvratu motora M_{zv} .

$$(M_{zv} = 43,6 \, \text{Nm})$$

Úloha 15.3.7. Daný je trojfázový asynchrónny motor s kotvou nakrátko so štítkovými hodnotami $P_{2N} = 15 \, \text{kW}$, $U_{1N} = 400 \, \text{V}$, $f_1 = 50 \, \text{Hz}$, $n = 930 \, \text{min}^{-1}$, $\cos \varphi_n = 0,85$, účinnosť 90 %, pomerný záberový moment 2,4-násobný a záberový prúd rovný 3,5-násobku menovitého. Treba určiť: veľkosť záberového prúdu a záberového momentu.

$$(I_z = 171,57 \, \text{A}; M_z = 369,65 \, \text{Nm})$$

Úloha 15.3.8. Trojfázový asynchrónny motor má pri zaťažení momentom $M = 45,5 \, \text{Nm}$ otáčky $n = 1470 \, \text{min}^{-1}$. Podľa štítku motora momentová preťažiteľnosť je 2. Vypočítajte mechanický výkon motora, sklz zvratu motora a otáčky pri sklze zvratu.

$$(P_2 = 7000 \, \text{W}, s_{zv} = 7,46 \, \%, n_{zv} = 1388 \, \text{min}^{-1})$$

Úloha 15.3.9. Jednofázový asynchrónny motor má štítkové údaje: 0,75 kW, 220 V, 50 Hz, $1400 \, \text{min}^{-1}$, $\eta_n = 80 \, \%$, $\cos \varphi_n = 0,8$. Motor má kondenzátorový rozbeh, ktorý pri dosiahnutí asi 80 % menovitých otáčok sa odstredivým vypínačom odpojí. Rozbehový záberový prúd motora je 5-násobok nominálneho prúdu. Natočenie prúdu I_p pomocnej fázy proti napätiu U je $\varphi_n = 60^\circ$. Určte veľkosť kapacity C rozbehového kondenzátora!

$$(C = 444,6 \, \mu\text{F})$$

16. STÝKAČOVÁ AUTOMATIKA

16.1. VŠEOBECNÁ ČASŤ


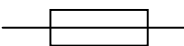


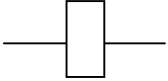







Pri programovom riadení a ovládaní technologických procesov (napr. priame pripojenie a odpojenie motora na sieť, rozbeh, brzdenie, reverzáciu a riadenie rýchlosti otáčania) sa uplatňujú dva typy riadenia:

- pri kontaktnom riadení sa logické funkcie realizujú spínaním mechanických kontaktov
- pri bezkontaktnom riadení sa používa elektronický systém.

Ovládacie obvody predstavujú logické obvody, ktorých výsledkom operácie logického riadenia je určitý spínací stav vo výkonovej časti pohonu. Ovládacie obvody sa kreslia v **ovládacej líniovej** (riadkovej) schéme. Schéma zapojenia prístrojov a kontaktov vo výkonovej časti sa nazýva **silové schéma**. Schémy sa kreslia pre zariadenie v pokoji a v stave bez napätia. Na kontaktné riadenie elektrických pohonov sa používa elektromechanická automatika, ako sú riadiace prístroje (stýkače, mechanické spínače, tlačidlá; relé ovládané diaľkovo), istiace prístroje (chránia pred poruchami, skratmi a nadprúdom) a signálne prístroje na signalizáciu prevádzkových stavov a porúch (húkačky, sirény, bzučiaky a pod.).

Stýkače sú určené na časté spínanie obvodov pre diaľkové a automatické ovládanie. Okrem hlavných kontaktov majú stýkače pomocné (ovládacie) kontakty, zvyčajne 2 zapínacie a 2 rozpínacie, ktoré slúžia na ovládanie, blokovanie a signalizáciu.

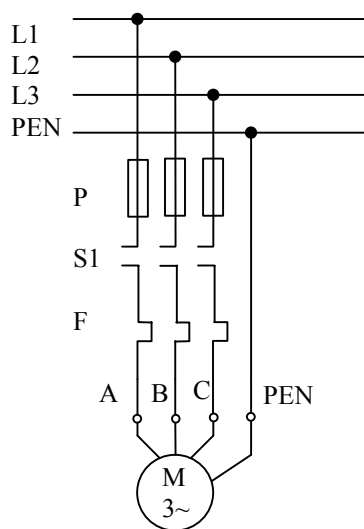
Tabuľka 16.1 Prehľad použitých značiek v riešených príkladoch

	Vypínací kontakt tlačidla		Značka poistky
	Zapínací kontakt tlačidla		Značka tepelného relé
	Všeobecná značka ovládacieho prvku - stýkača	PEN	Označenie ochranného vodiča
	Samodržný silový kontakt stýkača		Značka transformátora
	Blokovací silový kontakt stýkača		Značka diódy
	Kontakty relé		Označenie zapojenia do trojuholníka hviezdy
L ₁ , L ₂ , L ₃	Označenie fáz		

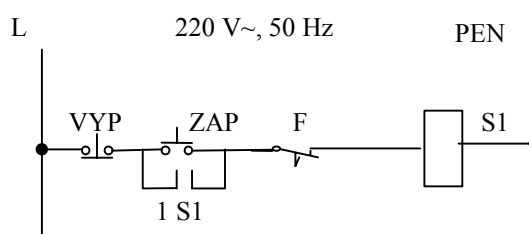
16.2. RIEŠENÉ PRÍKLADY

Příklad 16.2.1. Navrhnite obvodovú schému hlavného obvodu a riadkovú schému ovládacieho obvodu na priame pripojenie trojfázového asynchrónneho motora nakrátko na sieť stýkačom, ovládaným zapínacím a vypínacím tlačidlom.

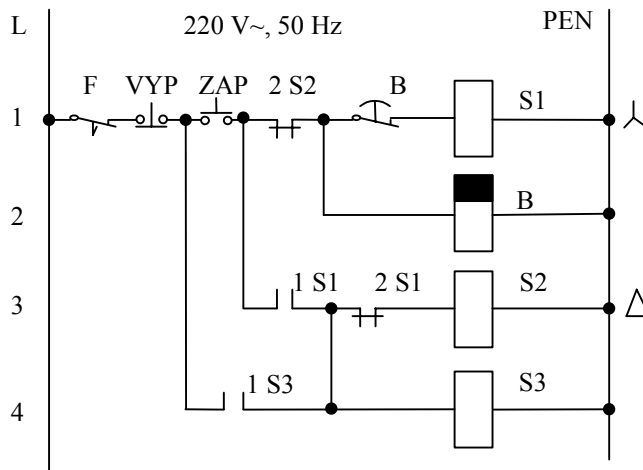
Riešenie: Na obr. 16.1 je nakreslená obvodová schéma hlavného obvodu s poistkami P, silovými kontaktmi stýkača S1, tepelným relé F a motorom M. Na obr. 16.2 je riadková schéma ovládacieho obvodu s vypínacím tlačidlom VYP, zapínacím tlačidlom ZAP, pomocným zapínacím kontaktom stýkača 1 S1, vypínacím kontaktom tepelného relé F a ovládacou cievkou stýkača S1.



Obr. 16.1



Obr. 16.2



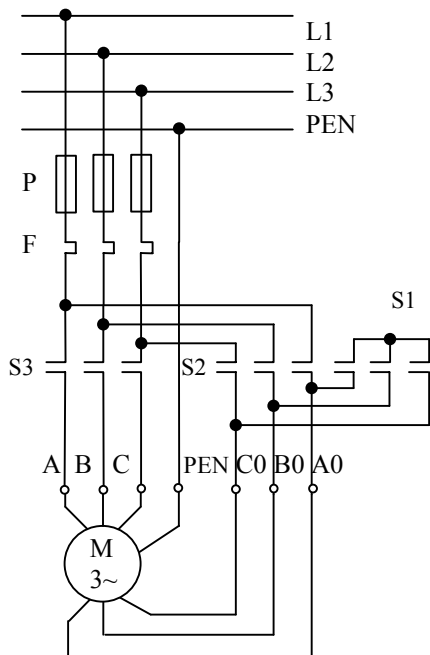
Obr. 16.3

Příklad 16.2.2. Navrhnite obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu automatického spúšťača hviezda / trojuholník trojfázového asynchrónneho motora nakrátko. Voľte impulzné riadenie stýkačov pomocou zapínacieho a vypínacieho tlačidla a časové oneskorenie pri prepínaní vinutia z hviezdy na trojuholník zabezpečte časovým relé.

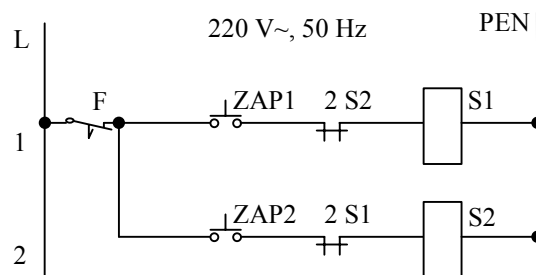
Riešenie je na obr. 16.3, 16.4

Príklad 16.2.3. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na reverzáciu trojfázového asynchrónneho motora nakrátko s prerušovaným chodom.

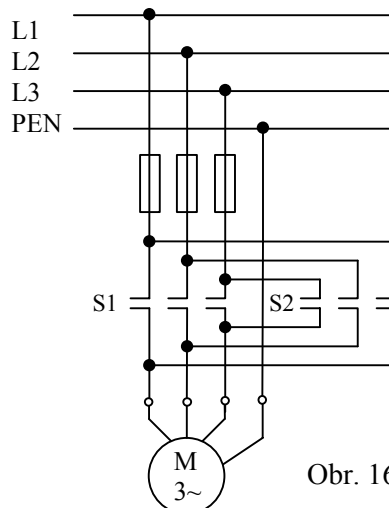
Riešenie je na obr. 16.5, 16.6. Zmysel otáčania asynchrónneho motora sa mení dvoma stýkačkami a dvoma zapínacími tlačidlami. Motor sa otáča len počas zatlačenia tlačidla. Po jeho pustení sa motor automaticky zastaví.



Obr. 16.4



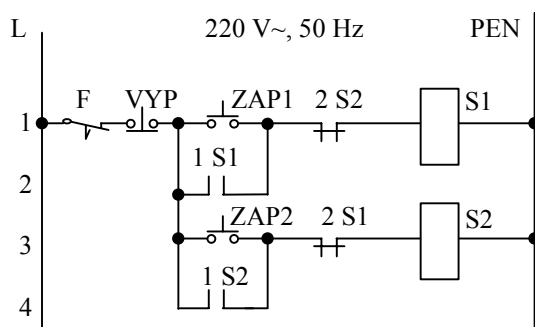
Obr. 16.5



Obr. 16.6

Príklad 16.2.4. Navrhnete riadkovú obvodovú schému ovládacieho obvodu na reverzáciu trojfázového asynchrónneho motora nakrátko s trvalým chodom.

Riešenie: Riadková schéma riadiaceho obvodu je na obr. 16.7. Tento spôsob sa líši od predchádzajúceho príkladu riešením ovládacieho obvodu. Potrebne sú tri tlačidlá – jedným zapíname chod motora „vľavo“, druhým chod motora „pravo“ a tretím motor vypíname. Schéma hlavného obvodu je rovnaká ako v predchádzajúcom príklade (obr. 16.6).



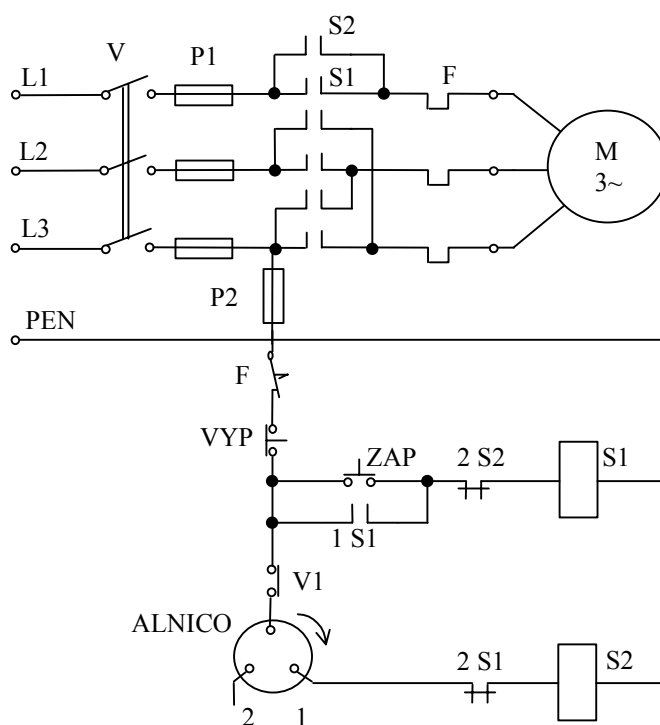
Obr. 16.7

Príklad 16.2.5. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na brzdenie trojfázového asynchrónneho motora protiprúdom.

Pri brzdení protiprúdom je potrebné použiť strážcu brzdenia (napr. Alnico), aby sa motor neroztočil na opačné otáčky. Alnico sa skladá z rotora, ktorý tvorí permanentný magnet zo zliatin Al, Ni, Co a je pevne spojený s kontrolovaným rotorom stroja. Stator je výkyvne uložený v ložiskách a je zložený z lisovaných plechov. V drážkach je uložené vinutie nakrátko ako pri asynchrónnom motore nakrátko. S výkyvným statorom je spojená vačka z izolačnej hmoty. Akonáhle motor pri rozbehu dosiahne 200 ot/min, stator s vačkou vplyvom elektrodynamických síl premôže silu pera, vačka otvorí jeden vypínací kontakt a uzavrie jeden zapínací kontakt. Pri brzdení sa tento kontakt rozpojí až keď rýchlosť motora klesne pod 200 ot/min a samočinne odpojí motor od siete.

Riešenie: Hlavný a ovládací obvod je na obr. 16.8. Zariadenie pozostáva z dvoch stykačov: stykač S1 pripája stator asynchrónneho motora na sieť cez tepelné relé, poistku a vypínač a stykač S2 zapojí motor na brzdenie (s opačným sledom fáz). Ovládací obvod je napájaný striedavým napätím 220 V, 50 Hz.

Po stlačení zapínacieho tlačidla ZAP uzavrie sa obvod cievky stykača S1 cez poistku P2, kontakt F, vypínacie tlačidlo VYP, blokovací kontakt stykača 2 S2. Stykač S1 zapne hlavné kontakty S1 a motor sa rozbehne. Samodržný kontakt 1 S1 preklenie tlačidlo ZAP, čím sa stykač S1 pridrží na sieti. Blokovací kontakt stykača 2 S1 sa rozpojí a preruší obvod cievky stykača S2 na brzdenie protiprúdom. Pri 200 ot/min zapne Alnico kontakt 1.



Obr. 16.8

Brzdenie začne zatlačením

tlačidla VYP. Tým sa rozpojí obvod cievky stykača S1, ten rozpojí svoje kontakty a motor sa odpojí od siete. Pustením tlačidla VYP sa teraz uzavrie obvod cievky stykača S2 cez poistku P2, kontakt F, vypínač V1, kontakt 1 Alnico, blokovací kontakt stykača 2 S1. Cievka stykača S2 zapne hlavné kontakty S2 a motor sa pripojí na sieť na opačný sled fáz, čím sa začne

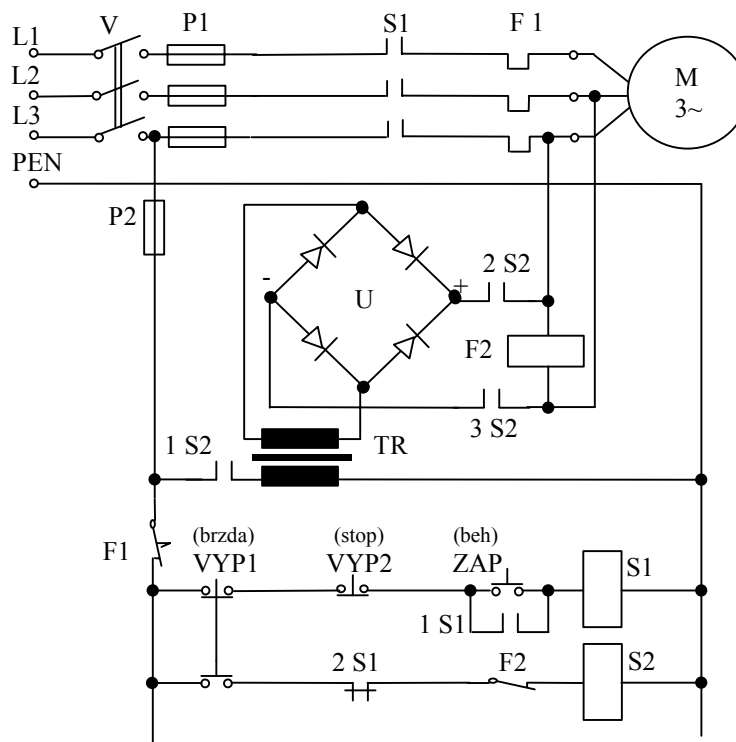
brzdiť. Blokovací kontakt 2 S2 preruší obvod cievky stýkača S1. Po klesnutí otáčok motora pod 200 ot/min Alnico rozpojí kontakt 1. Tým sa preruší obvod cievky stýkača S2, ten rozpojí hlavné kontakty stýkača S2 a motor sa zastaví.

Príklad 16.2.6. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na dynamické brzdenie trojfázového asynchrónneho motora nakrátko jednosmerným prúdom.

Riešenie je na obr. 16.9. Stýkačom S1 sa pripojí stator asynchrónneho motora na sieť cez tepelné relé F1, poistky P1 a vypínač V. Ovládací obvod je napájaný striedavým napätím 220 V, 50 Hz. Po stlačení zapínacieho tlačidla ZAP („beh“) uzavrie sa obvod cievky stýkača S1 cez poistku P2, kontakt relé F1, vypínací kontakt tlačidla VYP1, vypínacie tlačidlo VYP2. Cievka stýkača S1 zapne hlavné kontakty S1 a motor sa rozbehne. Samodržný kontakt 1 S1 preklenie tlačidlo ZAP, čím

sa stýkač S1 pridrží na sieti. Blokovací kontakt 2 S1 rozpojí obvod cievky stýkača S2.

Brzdenie začína zatlačením tlačidla VYP1 („brzda“). Jeho horný vypínací kontakt preruší obvod cievky stýkača S1. Stýkač S1 rozpojí svoje hlavné kontakty a motor sa odpojí od siete. Spodný zapínací kontakt tlačidla VYP1 uvedie do činnosti stýkač

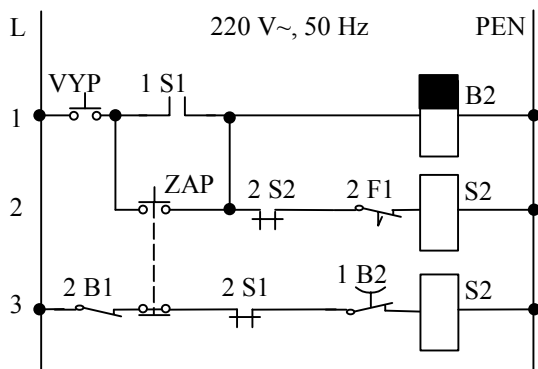


Obr. 16.9

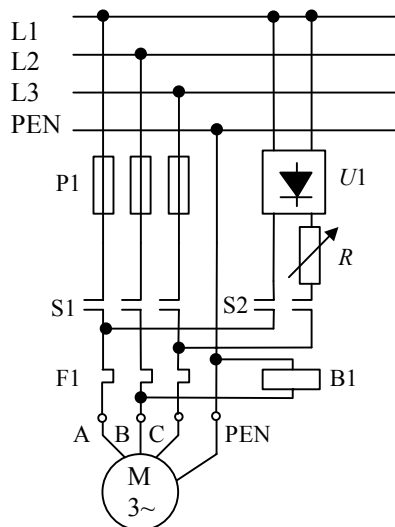
S2. Obvod cievky stýkača S2 sa teraz uzavrie cez poistku P2, kontakt relé F1, blokovací kontakt 2 S1, kontakt relé F2. Zapínací kontakt 1 S2 pripojí primárne vinutie transformátora TR na sieť 220 V~ a usmerňovací mostík U začne dodávať jednosmerný prúd cez kontakty 2 S2 a 3 S2 do statorových fáz L2, L3, čím nastáva brzdenie. Tlačidlo VYP1 musí byť po celú dobu brzdenia zatlačené. Relé F2 slúži na istenie usmerňovača pred prepätím, ktoré by mohlo vzniknúť pri náhlom odpojení stýkača S1. Ide o zvyškové napätie statora indukované rotorom spojeným nakrátko. Zatlačením tlačidla VYP2 („stop“) sa motor zastaví voľným dobehom.

Príklad 16.2.7. Navrhnite obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na dynamické brzdenie asynchrónneho motora nakrátko jednosmerným prúdom, aby počas brzdenia nebolo potrebné stále tlačiť na tlačidlo brzdenia.

Riešenie je na obr. 16.10, 16.11. Pri brzdení sa motor vypína tlačidlom VYP. Cievka stýkača S1 stratí napätie a odpojí motor od siete. Súčasne stratí napätie aj cievka časového relé B2 s oneskoreným rozpojením kontaktov, ktoré začne odpočítavať čas. Po odpadnutí stýkača S1 sa zapne jeho pomocný kontakt v obvode cievky S2. Odpojenie motora od siete má za následok odpadnutie napäťového relé B1, ktoré zapne svoj kontakt 2B1 v obvode cievky S2. Tým je uvedený obvod celkom uzavretý a stýkač S2 po zapnutí pripojí k motoru jednosmerné napätie usmerňovača U1. Vplyvom jednosmerného magnetického poľa, vytvoreného v motore jednosmerným prúdom nastane brzdenie motora. Pri tomto spôsobe brzdenia sa brzdný prúd odpojí automaticky časovým relé B2 po uplynutí nastaveného času. Čas napájania motora jednosmerným prúdom nemá byť oveľa dlhší ako je skutočný čas brzdenia. Veľkosť jednosmerného brzdného prúdu, a tým aj čas brzdenia nastavujeme odporom R v obvode usmerňovača.



Obr. 16.11

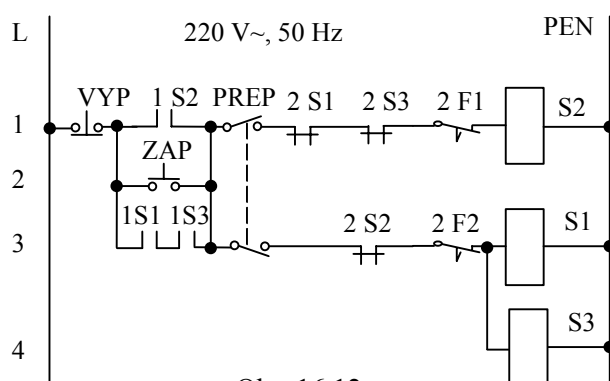


Obr. 16.10

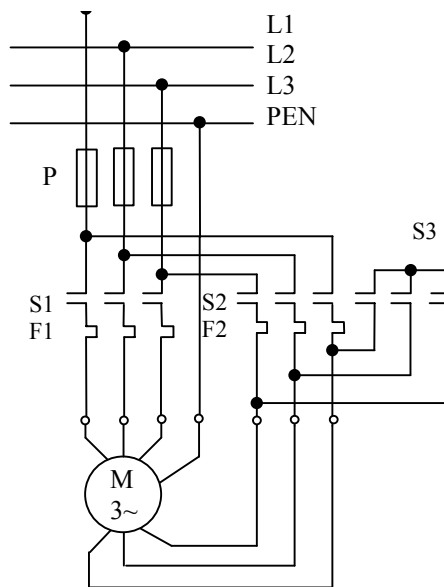
Príklad 16.2.8. Navrhnite obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na zmenu rýchlosti otáčania dvojrychlostného asynchrónneho motora prepínaním počtu pólů 4/2.

Riešenie je na obr. 16.12, 16.13. Motor má prepínateľné vinutie s počtom pólů 4/2, čím sa mení rýchlosť otáčania. Dvomi rôznymi rýchlosťami zodpovedajú aj dva rôzne výkony motora. Rýchlosť sa volí pred spustením motora voliacim prepínačom. Ak chceme, aby motor bežal ako štvorpólový, preložíme prepínač PREP do polohy, v ktorej uzatvorí obvod cievky stýkača S2 a preruší obvod cievok stýkačov S1, S3. Zatláčením tlačidla ZAP motor pripojíme na sieť a zatláčením tlačidla VYP motor vypíname. Ak chceme spustiť motor ako dvojpólový,

teda na vyššiu rýchlosť, preložíme voliaci prepínač PREP do polohy, v ktorej spína obvod cievok stýkačov S1, S3 a rozpojí obvod cievky stýkača S2. Motor potom zapneme zatlačením tlačidla ZAP a vypíname tlačidlom VYP. Pri preťažení vypína motor kontakt príslušného tepelného relé. Kontakt F1 je zaradený v obvode cievky S2 a kontakt F2 v spoločnom obvode cievok S1, S3 preto, lebo rôznym rýchlostiam, a teda aj rôznym výkonom zodpovedajú rôzne dovolené prúdové zaťaženia motora.



Obr. 16.12



Obr. 16.13

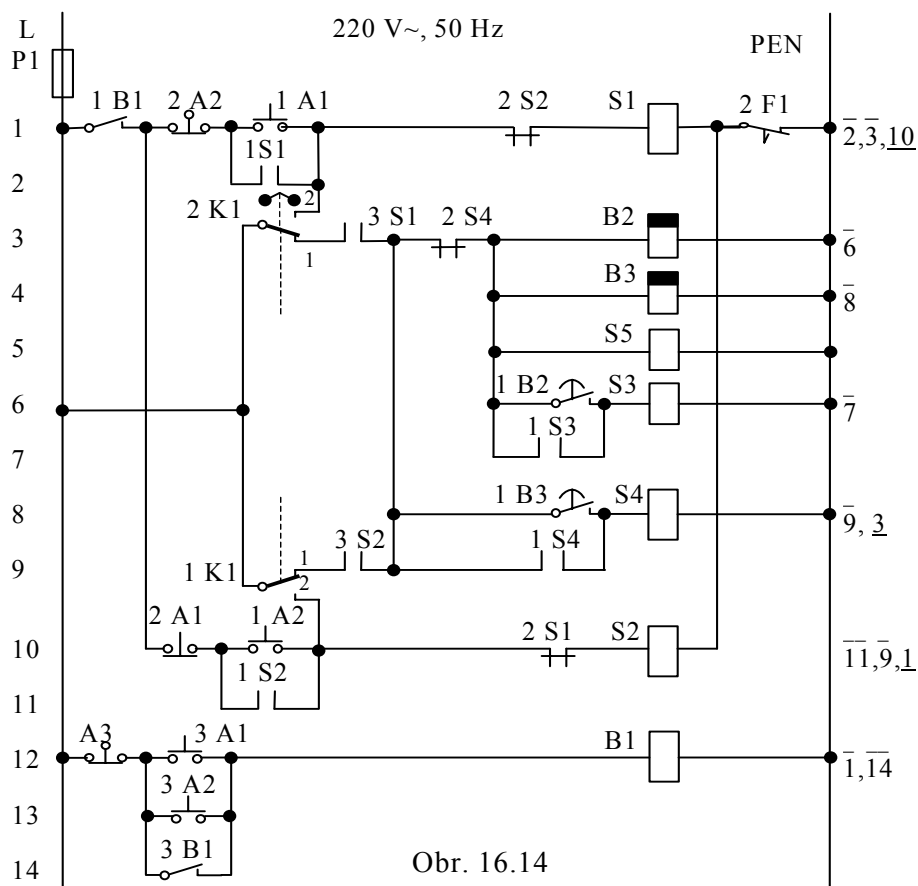
Príklad 16.2.9. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu trojfázového krúžkového asynchrónneho motora na rozbeh v závislosti od času, reverzáciu a brzdenie protiprúdom.

Riešenie je na obr. 16.14, 16.15. Stator asynchrónneho motora zapojíme cez poistky P1, hlavné kontakty stýkača S1 a cez tepelné relé F1 na sieť chod motora „vľavo“. Stýkačom S2 sa zapojí chod motora „vpravo“. Odpory zapojené v obvode rotora sa vyradujú pomocou stýkačov S3, S4 a S5.

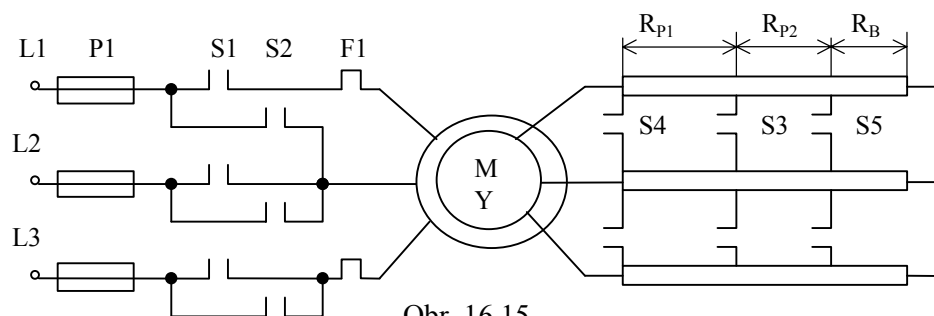
Rozbeh v smere „vľavo“. Zatlačením tlačidla 3 A1 uzavrie sa obvod cievky B1 cez poistku P, A3. Kontaktom 3 B1 sa relé B1 pridrží na sieti aj po pustení 3 A1. Relé B1 uzavrie svoj kontakt 1B1. Zatlačením tlačidla 1 A1 uzavrie sa obvod cievky S1 cez P, 1 B1, 2 A2, 2 S2, 2 F1. Kontaktom 1 S1 sa pridrží na sieti aj po pustení tlačidla 1 A1. Kontakt 3 S1 uzavrie obvod cievok B2, B3, S5 cez 2 K1 (kontakt Alnico, ktorý pri tomto smere otáčania ostáva stále zapnutý v polohe 1), 2 S4. Stýkač S5 svojimi hlavnými kontaktmi S5 spojí nakrátko odpor R_B , tak, že v rotore sú zapojené len odpory R_{P1} a R_{P2} . Stýkač S1 hlavnými kontaktmi S1 pripojí stator na sieť a motor sa rozbieha. Súčasne kontakt 2 S1 preruší obvod

cievky S2, pričom časové relé B2, B3 počítajú čas. Po uplynutí času t_1 nastavenom na relé B2 toto zapne svoj kontakt 1 B2, čím uzavrie obvod cievky S3. Stýkač S3 sa kontaktom 1 S3 pridrží na sieti a hlavnými kontaktmi S3 spojí nakrátko odpor R_{P2} , čím je vyradený prvý stupeň spúšťacieho odporu. Po uplynutí času t_2 nastavenom na relé B3, toto zapne svoj kontakt 1 B3, čím uzavrie obvod cievky S4. Stýkač S4 sa kontaktom 1 S4 pridrží na sieti a hlavnými kontaktmi S4 spojí nakrátko odpor R_{P1} , čím vyradí druhý stupeň spúšťacieho odporu a rozbeh je ukončený. Po rozbehnutí motora Alnico prepne kontakt 1 K1 do polohy 2.

Brzdenie protiprúdom. Brzdenie sa začína zatlačením tlačidla A3. Tým sa preruší obvod cievky relé B1, ktoré kontaktom 1 B1 preruší obvod cievky stýkača S1. Stator motora sa odpojí od siete hlavnými kontaktmi S1. Kontakt 3 S1 preruší obvod cievok B2, B3, S5, S3 a S4. Do obvodu rotora sa zapoja odpory R_{P1} , R_{P2} , R_B . Súčasne sa uzavrie obvod cievky S2 cez P, 1 K1 (poloha 2), 2 S1, 2 S2 rozpojí obvod cievky S1 a hlavné kontakty S2 pripoja stator motora na opačný sled fáz, čím motor začne brzdiť. Po celý čas brzdenia je do všetkých rotorových fáz zaradený odpor $R_2 = R_B + R_{P2} + R_{P1}$. Koniec brzdenia nastane odpojením motora od siete skoro pri nulovej rýchlosti prostredníctvom Alnica, ktoré preklopí svoj kontakt 1 K1 do polohy 1. Tým sa preruší obvod cievky S2 a stýkač hlavnými kontaktmi S2 odpojí motor od siete.



Obr. 16.14

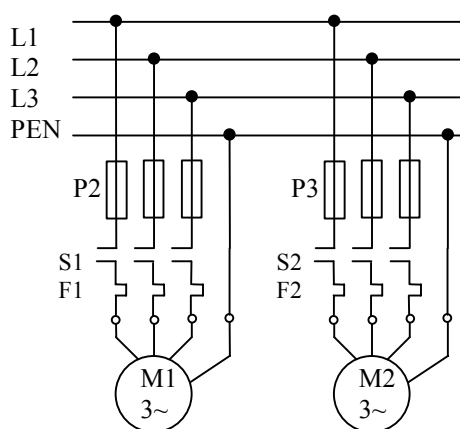


Obr. 16.15

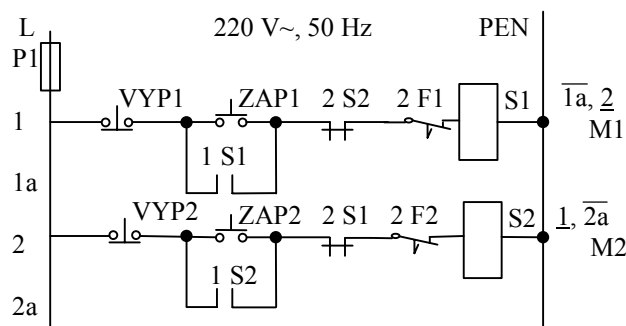
Reverzácia. Pozostáva zo zabrzdzenia motora a rozbehu v opačnom zmysle. Motor je zapojený pre chod „vľavo“. Zatlačením tlačidla 2 A2 preruší sa obvod cievky stýkača S1. Stator motora sa odpojí od siete hlavnými kontaktmi S1. Kontakt 3 S1 preruší obvod cievok B2, B3, S5, S3 a S4. Do obvodu rotora sa zapoja odpory R_{P1} , R_{P2} , R_B . Súčasne sa uzavrie obvod cievky S2 cez P, 1 K1 (poloha 2), 2 S1, 2 F1. 2 S2 rozpojí obvod cievky S1 a hlavné kontakty S2 pripoja stator motora na opačný sled fáz, čím motor začne brzdiť. Skoro pri nulovej rýchlosti preklopí Alnico svoj kontakt 1 K1 do polohy 1 čím sa uzavrie obvod cievky S5, B2, B3 cez P, 1 K1 (poloha 1), 3 S2, 2 S4. Stýkač S5 svojimi hlavnými kontaktmi S5 spojí odpor R_B nakrátko a časové relé B2, B3 začnú počítat čas. Motor sa začne rozbiehať v smere „vpravo“ a časové relé B2 a B3 postupne vyradia odporové stupne R_{P2} , R_{P1} tak, ako už bolo uvedené vyššie. Po rozbehnutí motora teraz Alnico prepne kontakt 2 K1 do polohy 2.

Príklad 16.2.10. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu pre chod dvoch asynchrónnych motorov blokovaných tak, že v chode môže byť len jeden z nich.

Riešenie je na obr. 16.16, 16.17.



Obr. 16.16

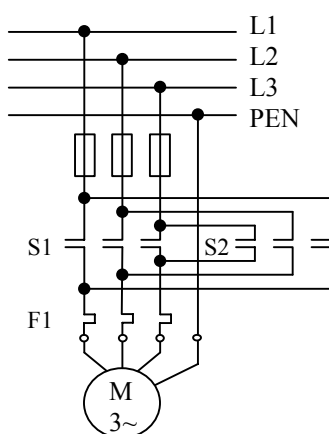


Obr. 16.17

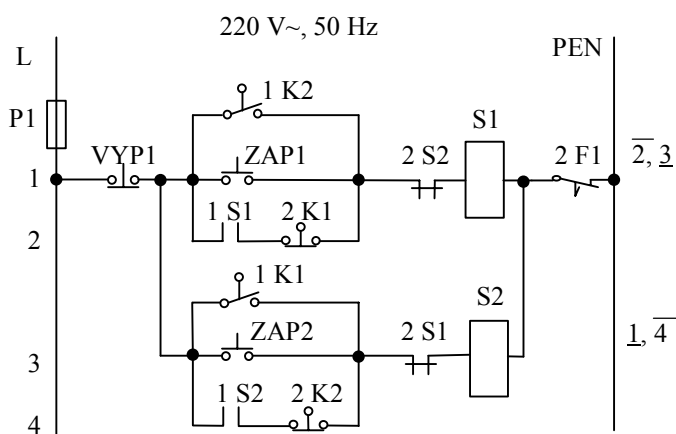
Príklad 16.2.11. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu trojfázového asynchrónneho motora na stále samočinné prepínanie smeru otáčania v koncových polohách.

Riešenie: Takéto zapojenie potrebujeme napríklad na trvalú reverzáciu pohonu medzi dvoma polohami vymedzenými koncovými vypínačmi K1, K2. Riešenie je na obr. 16.18, 16.19.

Aby sme mohli splniť túto úlohu, musíme k zapínacím tlačidlám pripojiť paralelne zapínacie kontakty 1 K1 a 1 K2 obidvoch koncových vypínačov. Ich vypínacie kontakty 2 K1 a 2 K2 musíme zapojiť do série s pomocnými zapínacími kontaktmi stýkačov 1 S1 a 1 S2. Zariadenie potom pracuje takto: v ľavej koncovej polohe zapne koncový spínač K2 kontaktom 1 K2 stýkač S1 pre chod „vpravo“. Stýkač ostane pripojený na napätí pomocou obvodu 2 a vypne sa teda v krajnej polohe po zapnutí K1, čiže po rozpojení kontaktu 2 K1. Súčasne sa zapne 1 K1, ktorý uzatvorí obvod 3, stýkač S2 sa pripojí na napätie a takto sa cyklus opakuje. Stýkače S1, S2 sa zapínajú tiež ručne tlačidlami ZAP1, ZAP2. Vypínacie tlačidlo VYP je spoločné pre obidva smery otáčania.



Obr. 16.18

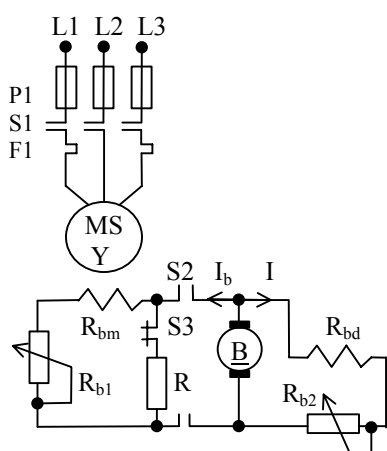


Obr. 16.19

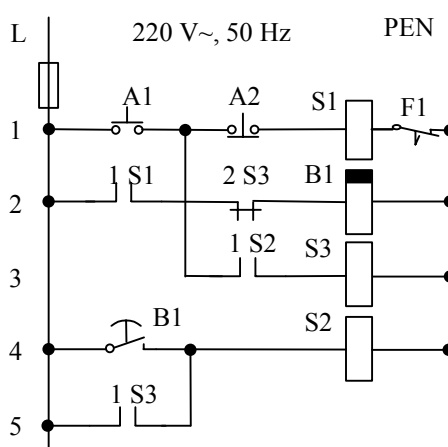
Príklad 16.2.12. Navrhnete obvodovú schému hlavného ovládacieho obvodu trojfázového synchronného motora na priamy rozbeh, pričom okamih synchronizácie bude určený časovým relé.

V súčasnosti sa pri spúšťaní synchronných motorov bežne používa asynchrónny rozbeh. Motor sa prostredníctvom klieťkového vinutia umiestneného na rotore rozbehne na asi 95 % synchronnej rýchlosti. Po dosiahnutí tejto rýchlosti sa motor nabudí na 30 až 40 % nominálneho budiaceho prúdu, čím nastáva tzv. vtiahnutie do synchronizmu – synchronizácia.

Riešenie je na obr. 16.20, 16.21. V priebehu asynchrónneho rozbehu je zapnutý len stýkač S1 a časové relé B1. Cievky S3, S2 sú bez napätia. Obvod budiaceho vinutia synchrónneho motora je pri rozbehu uzatvorený cez odpor R. Odpor R zabraňuje tomu, aby vysoké napätie, ktoré sa indukuje do budiaceho vinutia najmä pri prvej fáze rozbehu, neporušilo medzizávitovú izoláciu. Súčasne sa týmto odporom ovplyvňuje priebeh asynchrónnej momentovej charakteristiky. Odpor spravidla volíme $R = 5 \div 10 R_{bm}$, kde R_{bm} je odpor budiaceho vinutia motora. V okamihu, keď motor dosiahne asi 95% synchrónnej rýchlosti, pripojí sa cievka stýkača S2 prostredníctvom časového relé B1 na napätie, zapnú sa kontakty S2 a rozpojí sa tiež rozpinací kontakt S3. Nastáva proces synchronizácie.



Obr. 16.20

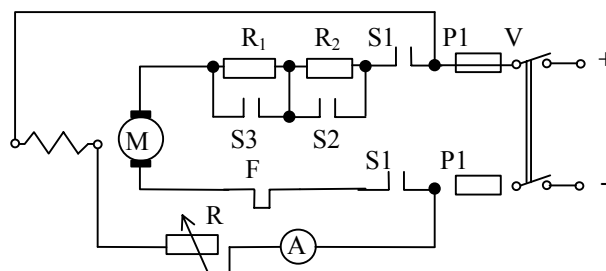


Obr. 16.21

Príklad 16.2.13. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na automatický rozbeh derivačného jednosmerného motora.

Riešenie je na obr. 16.22, 16.23. Kotvu jednosmerného derivačného motora zapojíme cez vypínač V, poistky P, hlavné kontakty stýkača S1, tepelné relé F a predradné odpory na kladný a záporný pól napájacej siete. Paralelne k predradeným odporom sú pripojené hlavné kontakty stýkačov S2, S3, ktoré automaticky počas rozbehu spájajú odpory nakrátko. Budiace vinutie je zapojené paralelne ku kotve za poistkami. V obvode budenia je zapojený regulačný odpor R a kontrolný ampérmeter.

Ovládací obvod bude napájaný striedavým napätím 220 V, 50 Hz. Zatlačením tlačidla A2 sa uzavrie

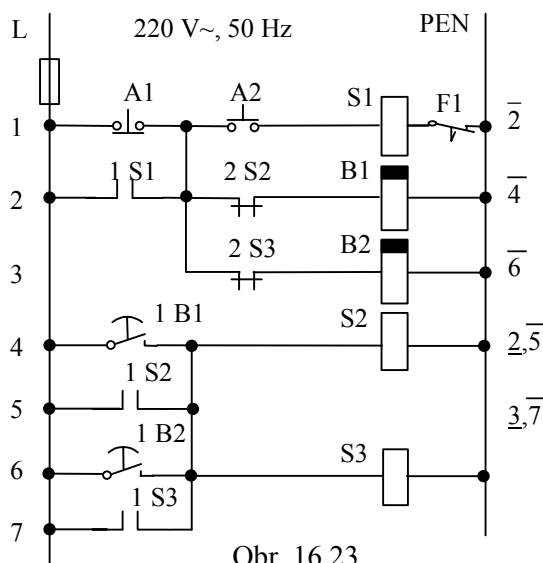


Obr. 16.22

obvod cievky S1 cez poistku P2, vypínacie tlačidlo A1 a kontakt F. Kontakt 1 S1 preklenie tlačidlo A2 a tým sa stýkač S2 pridrží na sieti. Zapnutím hlavných kontaktov S1 sa motor začne rozbiehať so zaradenými predradenými odporami v kotve, pričom budenie je nominálne. Súčasne s uzavretím obvodu cievky S1, uzavrie sa aj obvod cievok časových relé B1, B2, ktoré začínajú počítať čas. Po uplynutí času t_1 nastavenom na B1, relé zapne svoj kontakt 1 B1, čím sa pripojí cievka S2 na napätie. Stýkač S2 svojím hlavným kontaktom spojí odpor R_2 nakrátko, čím vyradí prvý stupeň spúšťacieho odporu. Kontakt 2 S2 rozpojí obvod ovládacej cievky časového relé B1. Kontaktom 1 S2 sa stýkač S2 pridrží na sieti aj po odpojení B1.

Po uplynutí času t_2 nastavenom na B2, relé zapne svoj kontakt 1 B2, čím sa cievka S3 pripojí na napätie. Stýkač S3 svojím hlavným kontaktom spojí odpor R_1 nakrátko, čím vyradí druhý stupeň spúšťacieho odporu a kotva je takto pripojená na plné napätie siete. Kontakt

2 S3 rozpojí obvod ovládacej cievky časového relé B2. Kontaktom 1 S2 sa stýkač S3 pridrží na sieti aj po odpojení B2.

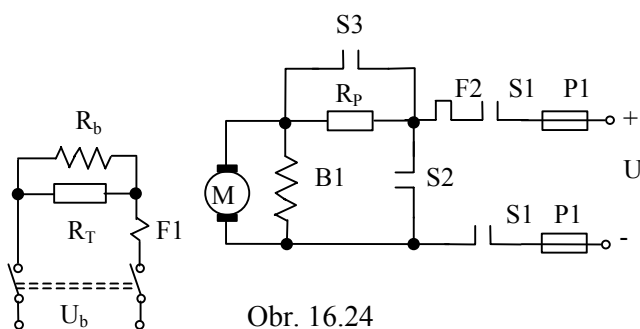


Obr. 16.23

Príklad 16.2.14. Navrhnete obvodovú schému hlavného a ovládacieho obvodu na spúšťanie jednosmerného motora s cudzím budením v závislosti od rýchlosti a na dynamické brzdenie.

Riešenie je na obr. 16.24, 16.25. Kotvu jednosmerného motora zapojíme cez poistky P1, hlavné kontakty stýkača S1, tepelné relé F2, predradený odpor R_p na kladný a záporný pól napájacej siete. Paralelne ku kotve je zapojené napäťové relé B1.

Rozbeh sa robí jednostupňovo cez spúšťací odpor R_p , ktorý je po dosiahnutí určitej rýchlosti preklenutý hlavným kontaktom stýkača S3. Okamih zapnutia S3 je

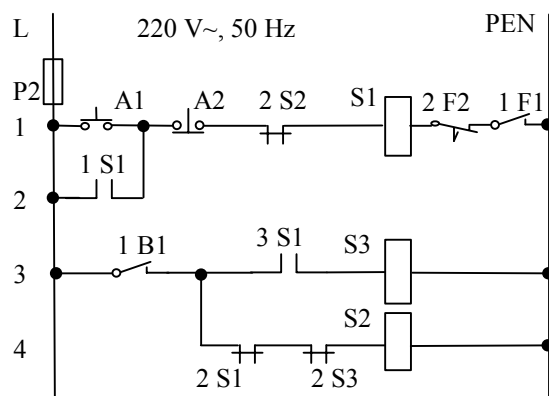


Obr. 16.24

Ovládací obvod bude napájaný striedavým napätím 220 V, 50 Hz. Zapnutím vypínača V v budiacom obvode pripojí sa budiace vinutie R_b a tým aj cievka relé F1 na napätie U_b . Relé F1 zapne svoj kontakt F1. Zatlačením tlačidla A1 uzavrie sa obvod cievky S1 cez poistku P2, vypínacie tlačidlo A2, kontakt 2 S2, 2 F2 a 1 F1. Kontakt 1 S1 preklenie tlačidlo A1 a tým sa stýkač pridrží na sieti. Zapnutím hlavných kontaktov S1 sa motor začne rozbiehať so zaradeným odporom R_p v kotve a s nominálnym budením. Po dosiahnutí určitej rýchlosti zopne relé B1 svoj kontakt 1 B1. Tým sa uzavrie obvod cievky stýkača S3, ktorý svojím hlavným kontaktom S3 spojí nakrátko odpor R_p . Kontakty 2 S1 a 2 S3 rozpoja obvod ovládacej cievky S2.

Brzdí sa opäť jednostupňovo. Ako brzdný odpor je využitý odpor R_p . Brzdenie začína zatlačením tlačidla A2. Tým sa preruší obvod cievky S1, kotva motora sa odpojí od siete. Stýkač S1 svojím kontaktom 3 S1 preruší obvod cievky S3, čím sa do obvodu kotvy opäť zaradí odpor R_p . Kontakty 2 S1 a 2 S3 uzavrujú obvod cievky S2 cez poistku P2 a kontakt 1 B1. Stýkač S2 svojím hlavným kontaktom S2 uzavrie obvod kotvy a motor začne brzdiť. Ukončenie brzdenia, t. j. rozpojenie S2 je určené rozpojením relé B1. B1 je relé s malým prídržným pomerom, takže S2 vypína až pri nízkych otáčkach motora.

Odpor R_T je k budiacemu vinutiu pripojený preto, aby zamedzil prepätiu, ktoré by inak na budiacom vinutí vznikalo pri vypínaní vypínača V. Hodnota odporu R_T býva $5 \div 10 R_b$, kde R_b je odpor budiaceho vinutia.



Obr. 16.25

LITERATÚRA

- [1] ANTOŠOVSKÝ, V.: *Elektrické merania I.* 2. zrev. vyd. Bratislava: Alfa-press, 1995. 456 s. ISBN 80-88811-16-3
- [2] BALÁŽ, I. a kol.: *Analógové nelineárne obvody. Príklady.* 1. vyd. Bratislava: STU, 1994. 103 s. ISBN 80-227-0704-X
- [3] BETZ, F. – HRONICEK, J. – HUBER, E.: *Elektrotechnik I. Grundlagen.* 2. Auflage. Wien: Bohmann Verlag, 1987. 280 s. ISBN 3-7002-0513-9
- [4] BÍLEK, J. – BAJER, J.: *Základy automatizácie.* 1. vyd. Bratislava: ALFA, 1985. 64 s. 63-353-86
- [5] BRUTOVSKÝ, E a kol.: *Elektrotechnika. Príklady z elektrotechniky pre poslucháčov strojného inžinierstva.* Bratislava: ES SVŠT, 1989. 256 s. ISBN 80-227-0024-X
- [6] ČERVENĚ, I. – CHALUPKOVÁ, A.: *Učiteľom fyziky. Fyzikálne veličiny a jednotky. Informácia o súbore noriem STN ISO 31.* Bratislava: Edičné centrum M-FF UK, 41 s. ISBN 80-968253-2-1
- [7] ČUNTALA, J.: *Elektronika pre oznamovanie a zabezpečovanie.* 1. vyd. Bratislava: ALFA, 378 s. 63-721-86
- [8] FETTER, F.: *Príklady z obecné elektrotechniky.* 1. vyd. Praha: SNTL, 1974. 152 s. 04-524-74
- [9] FRIEDMAN, A.D. – MENON, P.R.: *Teorie a návrh logických obvodů.* Praha: SNTL, 1983. 04-529-83 (Preložil: Rudolf Novanský)
- [10] HRAŠKO, P. – PUZJAK, I.: *Elektrotechnika.* Bratislava: ALFA, 1983. 320 s. 63-558-83
- [11] Kolektív autorov: *Nomogramy v tranzistorové technice.* Praha: SNTL, 1971. 04-513-71
- [12] KOLENIČKA, J. – BOLTÍK, J.: *Technika počítačov I.* 2. vyd. Bratislava: Alfa-press, 1995. 310 s. ISBN 80-88811-20-1
- [13] KOSORIN, D.: *Elektrotechnika.* 1. vyd. Bratislava: STU, 1999. 354 s. ISBN 80-227-1217-5
- [14] KOSORIN, D. – RIEDLMAJER, R. – JANČUŠKA, I.: *Elektrotechnika. Návod na laboratórne cvičenia.* 1. vyd. Bratislava: STU, 2002. 203 s. ISBN 80-227-1717-7
- [15] KOSORIN, D. – VLNKA, J.: *Elektrotechnika výrobných strojov, priemyselných robotov a manipulátorov.* 1. vyd. Bratislava: ES SVŠT, 1988. 172 s. 85-386-88
- [16] MATULÍKOVÁ, D.: *Číslicová technika.* 1. vyd. Bratislava: MC, 1994. 72 s. ISBN 80-85185-73-5

- [17] MEISTER, H.: *Elektronik 1. Elektrotechnische Grundlagen*. 8. durchges. Auflage. Würzburg: Vogel Buchverlag, 1986. 342 s. ISBN 3-8023-0528-0
- [18] MELUZIN, H. – DVOŘÁČEK, J. – HREBÍK, A.: *Elektrotechnická prax v příkladoch*. 1. vyd. Bratislava: ALFA, 1984. 512 s. 63-471-84
- [19] MIKULČÁK, J. a kol.: *Matematické, fyzikálne a chemické tabuľky pre SŠ*. 4. vyd. Bratislava: SPN, 1995. 230 s. ISBN 80-08-00526-2
- [20] NEMEC, P. – HANAJÍK, M. – JURÍK, M.: *Elektrotechnické meranie I*. 2. vyd. Bratislava: ALFA, 1984. 552 s. 63-369-84
- [21] NOVOTNÝ, J.: *Elektrotechnická praxe v příkladech*. 1.vyd. Praha: SPN, 1968. 16-050--68
- [22] SUCHÁNEK, V.: *Programovaný kurs usměrňovací techniky*. Praha, 1978. 04-506-78
- [23] VLADAŘ, J.- ZELENKA, J.: *Elektrotechnika a silnoprúdová elektronika*. Praha: SNTL/ALFA, 1986. 480 s. 04-545-86

OBSAH

	Úvod	3
1	Všeobecné zásady	4
1.1	Značky veličín a jednotiek	4
2	Symboly a konštanty	5
3	Elektrické meranie a chyby merania	10
3.1	Všeobecná časť	10
3.1.1	Elektrické meracie prístroje	10
3.1.2	Chyby merania – klasický spôsob vyjadrenia presnosti merania	19
3.1.3	Neistota merania – nový spôsob hodnotenia presnosti merania	24
3.1.4	Metodika merania a zásady pre používanie základných MP	29
3.2	Riešené príklady	33
3.3	Úlohy na samostatné riešenie	50
4	Základné princípy bezpečnosti a ochrany zdravia pri práci v laboratóriu elektrotechniky	55
4.1	Základné princípy BOZP	55
4.2	Vznik úrazu elektrickým prúdom	56
4.3	Označovanie vodičov farbami	59
4.4	Podmienky na pripájanie prenosných elektrických spotrebičov pohyblivým príívodom do zásuviek	60
4.5	Rozdelenie tried ochrán elektrických zariadení	61
4.6	Rozdelenie elektrických zariadení	62
4.7	Ochrana živých častí elektrických zariadení	62
4.8	Predpisy pre zaobchádzanie s elektrickými zariadeniami pri požiaroch a zátopách	63
4.8.1	Požiar a hasenie požiaru	63
4.8.2	Základné zásady pri požari	64
4.8.3	Druhy a vhodnosť použitia ručných hasiacich prístrojov	66
4.9	Prvá pomoc pri úraze elektrickým prúdom	67
5	Jednosmerné obvody	72
5.1	Všeobecná časť	72
5.2	Riešené príklady	76
5.3	Úlohy na samostatné riešenie	95

6	Striedavé jednofázové prúdy	99
6.1	Všeobecná časť	99
6.2	Riešené príklady	108
6.3	Úlohy na samostatné riešenie	124
7	Striedavé trojfázové prúdy	129
7.1	Všeobecná časť	129
7.1.1	Zapájanie trojfázových zdrojov	129
7.1.2	Zapájanie trojfázových spotrebičov	131
7.2	Riešené príklady	134
7.3	Úlohy na samostatné riešenie	146
8	Magnetické pole	149
8.1	Všeobecná časť	149
8.2	Riešené príklady	154
8.3	Úlohy na samostatné riešenie	170
9	Diódy a usmerňovače	173
9.1	Všeobecná časť	173
9.2	Riešené príklady	175
9.3	Úlohy na samostatné riešenie	184
10	Tranzistory a zosilňovače	188
10.1	Všeobecná časť	188
10.2	Riešené príklady	191
10.3	Úlohy na samostatné riešenie	208
11	Stabilizátory a logické obvody	213
11.1	Všeobecná časť	213
11.2	Riešené príklady	219
11.3	Úlohy na samostatné riešenie	226
12	Transformátory	229
12.1	Všeobecná časť	229
12.1.1	Jednofázové transformátory	229
12.1.2	Trojfázové transformátory	233
12.2	Riešené príklady	236
12.3	Úlohy na samostatné riešenie	243
13	Jednosmerné stroje	246
13.1	Všeobecná časť	246

13.2	Riešené príklady	249
13.3	Úlohy na samostatné riešenie	258
14	Synchrónne stroje	262
14.1	Všeobecná časť	262
14.2	Riešené príklady	265
14.3	Úlohy na samostatné riešenie	272
15	Asynchrónne stroje	274
15.1	Všeobecná časť	274
15.2	Riešené príklady	276
15.3	Úlohy na samostatné riešenie	283
16	Stýkačová automatika	285
16.1	Všeobecná časť	285
16.2	Riešené príklady	286
	Literatúra	298