Clase Práctica 8
ANOVA

Equipo 1
Dalianys Pérez Perera
Dayany Alfaro González
Gilberto González Rodríguez
Grupo C-411

1. Ejercicio 5

Un aspecto crítico para que se conserve la leche es la temperatura de almacenamiento. De manera tradicional se han usado termómetros de mercurio (Mer) para verificar que la temperatura sea la adecuada, pero ahora se han comprado termómetros electrónicos (Rtd) para facilitar el proceso de medición. Sin embargo, se duda de las mediciones de estos nuevos dispositivos. Para aclarar dudas y diagnosticar la situación, durante cinco días se toman mediciones con ambos tipos de termómetros en varios silos (a la misma hora). Los datos para cinco silos se muestran a continuación:

	Día 1		Día 2		Día 3		Día 4		Día 5	
Silo	Mer	Rtd	Mer	Rtd	Mer	Rtd	Mer	Rtd	Mer	Rtd
A	4.0	2.6	4.0	2.8	5.0	5.0	0.5	0.0	3.0	2.4
B	5.0	6.4	6.0	6.4	2.0	2.3	4.0	4.2	4.0	4.0
C	4.5	3.3	4.0	1.4	3.5	1.8	2.0	–1.9	3.0	–7.6
D	2.5	3.1	4.0	5.0	6.5	6.6	4.5	2.7	4.0	6.3
E	4.0	0.0	4.0	0.4	3.5	0.6	2.0	–4.0	4.0	–6.3

a) Es claro que el silo se puede ver como tratamiento y día como bloque. Considere sólo los datos de Rtd y establezca el modelo estadístico. También haga el ANOVA correspondiente y obtenga conclusiones.

b) Repita el inciso anterior pero ahora para las mediciones Mer.

c) ¿Las conclusiones obtenidas en los incisos anteriores coinciden? Comente su respuesta.

d) Datos pareados. Para comparar los dos métodos de medición (Mer y Rtd) obtenga como variable de respuesta a la diferencia de temperatura que registran los métodos para cada día en cada silo. Considerando esto, establezca el modelo estadístico, haga el ANOVA correspondiente y obtenga conclusiones.

2. Solución

Para proceder a la solución del ejercicio primero es necesario reestructurar los datos de forma que sea posible trabajar con ellos. Por tanto se guardan los datos en el archivo `temperature.csv` con el siguiente formato:

Silo	Día	Mer	Rtd
A	D1	4	2.6
A	D2	4	2.8
...	...	...	...
E	D5	4	-6.3

De esta forma queda en la primera columna cada tipo de silo desde el A hasta el D repetidos 5 veces seguidas cada uno, en la segunda columna se va a encontrar la secuencia D1,D2,D3,D4,D5 repetida 5 veces, cada una asociada a un silo y en las dos últimas columnas van a estar ubicadas las respectivas mediciones de temperatura según el tipo de termómetro.

a) El modelo estadístico a utilizar va a ser un modelo de bloques donde vamos a tener como factor de interés al silo mientras que el día va a ser el factor de bloque y la variable de respuesta va ser la temperatura de almacenamiento de la leche medida usando un termómetro de electrónico(Rtd). Como vamos a utilizar un diseño en bloques completos al azar(DBCA) el modelo quedaría de la siguiente forma:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$$

Donde Y_{ij} es la medición de temperatura, con un termómetro electrónico, que corresponde al silo i y al día j, μ es la media global poblacional; α_i es el efecto debido al silo i, β_j es el efecto debido al día j y e_{ij} es el error aleatorio atribuible a la medición Y_{ij}. Además se tiene que $\mu_i = \mu + \alpha_i$ es la media de temperatura para el silo i.Se supone que los errores distribuyen de manera normal con media cero y varianza constante σ^2 , y que son independientes entre sí. Las hipótesis a probar en este caso serían:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu$$
$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

La cual se puede reescribir de forma equivalente como:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$$
$$H_1 : \alpha_i \neq 0 \text{ para algún } i$$

Al hacer el ANOVA correspondiente también se obtienen resultados para el efecto de los bloques, donde se verifica la hipótesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$$
$$H_1 : \beta_i \neq 0 \text{ para algún } i$$

ANOVA:

Como el p-valor es menor que la significación prefijada $\alpha = 0{,}05$ se rechaza H_0 para el silo y se acepta que al menos un par de silos tienen medias diferentes, mientras que para los días ocurre que el p-valor es mayor que α y por tanto no se puede rechazar H_0 pero se puede decir que se acepta y por tanto todos los días tendrían un efecto igual a cero.

Por último, necesitamos verificar los supuestos del modelo.Se utiliza la muestra de residuos para comprobar los supuestos del modelo, ya que si los supuestos se cumplen, los residuos se pueden ver como una muestra aleatoria de una distribución normal con media cero y varianza constante.

```
> data <- read.csv("temperature.csv")
> rtd.anova <- aov(data$Rtd~data$Silo+data$Dia)
> summary(rtd.anova)
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)    
data$Silo    4 182.53   45.63   8.091 0.000912 ***
data$Dia     4  62.01   15.50   2.749 0.064865 .  
Residuals   16  90.24    5.64                     
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Figura 1: Resultados del ANOVA para el modelo del inciso a)

Verificación de los supuestos:

1. Los e_{ij} siguen una distribución normal con media cero.

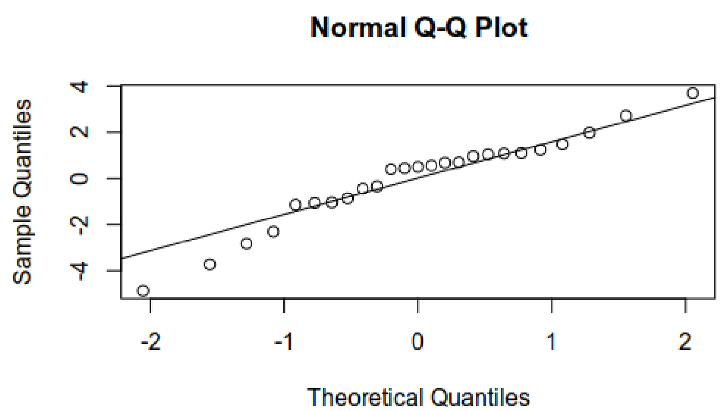

Figura 2: Q-Q Plot de los residuos del ANOVA del inciso a)

```
> shapiro.test(rtd.res)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  rtd.res
W = 0.94816, p-value = 0.2279
```

Figura 3: Prueba de normalidad los residuos del ANOVA del inciso a)

Según se puede observar en en el gráfico de la figura 2 y como se aprecia en la figura 3 la prueba de Shapiro-Wilcox no es significativa por tanto no podemos rechazar H_0 y se cumple la hipótesis de normalidad en los residuos.

2. Los e_{ij} son independientes entre sí.

```
> dwtest(rtd.anova)

        Durbin-Watson test

data:  rtd.anova
DW = 1.5071, p-value = 0.02693
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Figura 4: Prueba de independencia los errores del ANOVA del inciso a)

Como se observa en la figura 4 en la prueba de Durbin-Watson el p-valor es menor que 0.05 por lo que se rechaza H_0 y se tiene que los residuos no son independientes.

3. Los residuos de cada tratamiento tienen la misma varianza σ^2 .

No es necesario analizarlo ya que al no cumplirse el supuesto 2 deja de tener validez el experimento.

b) En este caso se usa el mismo modelo estadístico descrito en el inciso anterior, solo que ahora Y_{ij} es la medición de temperatura de almacenamiento de la leche con un termómetro de mercurio.

ANOVA:

```
> mer.anova <- aov(data$Mer~data$Silo+data$Dia)
> summary(mer.anova)
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
data$Silo    4   4.46   1.115   0.690  0.609
data$Dia     4   9.76   2.440   1.511  0.246
Residuals   16  25.84   1.615
```

Figura 5: Resultados del ANOVA para el modelo del inciso b)

Como el p-valor es mayor que la significación prefijada $\alpha = 0{,}05$, en ambos casos, no se puede rechazar H_0 y no hay evidencias suficientes para considerar que al menos dos medias de los silos son distintas. Sin embargo con respecto al efecto de los días se puede considerar que se acepta H_0 y su influencia en la respuesta no es significativa.

Verificación de los supuestos:

1. Los e_{ij} siguen una distribución normal con media cero.

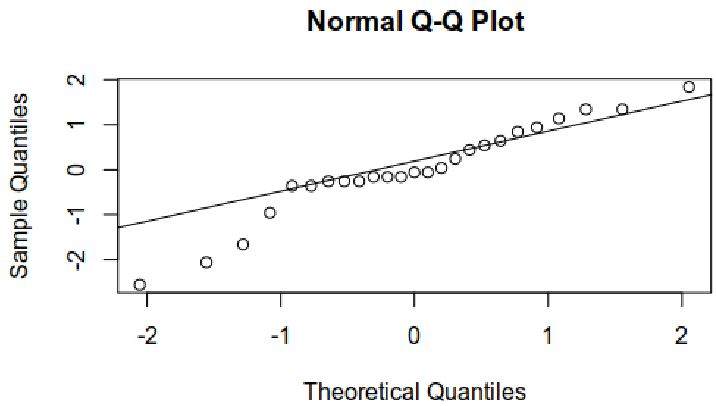

Figura 6: Q-Q Plot de los residuos del ANOVA del inciso b)

```
> shapiro.test(mer.res)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  mer.res
W = 0.94059, p-value = 0.1528
```

Figura 7: Prueba de normalidad los residuos del ANOVA del inciso b)

Según se puede observar en en el gráfico de la figura 6 y como se aprecia en la figura 7 la prueba de Shapiro-Wilcox no es significativa por tanto no podemos rechazar H_0 y se cumple la hipótesis de normalidad en los residuos.

2. Los e_{ij} son independientes entre sí.

```
> dwtest(mer.anova)

        Durbin-Watson test

data:  mer.anova
DW = 2.2717, p-value = 0.4632
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Figura 8: Prueba de independencia los errores del ANOVA del inciso b)

Como se observa en la figura 8 en la prueba de Durbin-Watson el p-valor es mayor que 0.05 por lo que no se rechaza H_0 y se tiene que los residuos son independientes.

3. Los residuos de cada tratamiento tienen la misma varianza σ^2 .

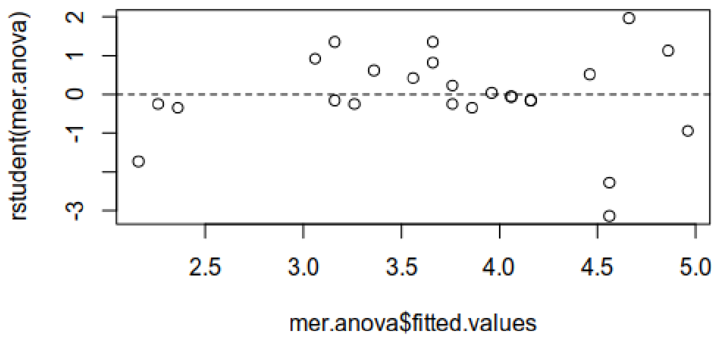

Figura 9: Studentized residuals del ANOVA del inciso b)

```
> bartlett.test(mer.res, data$Silo)

        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  mer.res and data$Silo
Bartlett's K-squared = 9.0433, df = 4, p-value = 0.06003
```

Figura 10: Prueba de varianza constante los residuos del ANOVA del inciso b)

Según se puede observar en en el gráfico de la figura 9 y como se aprecia en la figura 10 la prueba de Barlett no es significativa por tanto no podemos rechazar H_0 y se cumple la hipótesis de varianza constante.

c) Dado que los resultados del experimento del inciso a) fueron inválidos debido a que no se cumplen todos los supuestos es imposible compararlos con los resultados obtenidos en el experimento del inciso b).

d) En este caso también vamos a estar utilizando el mismo modelo que en el inciso a) solo que ahora Y_{ij} va a ser el valor absoluto de la diferencia entre las mediciones realizadas con termómetros de mercurio(Mer) y las realizadas con termḿetros electrónicos(Rtd).

ANOVA:

Para este caso se tiene que el p-valor es menor que la significación prefijada $\alpha = 0{,}05$ por lo que se rechaza H_0 para el silo y se acepta que al menos un par de silos tienen medias diferentes, mientras que para los días ocurre que el p-valor es mayor que α y se puede decir que se acepta H_0 y los días no van a tener un efecto significativo.

```
> dif = abs(data$Mer - data$Rtd)
> dif.anova <- aov(dif~data$Silo+data$Dia)
> summary(dif.anova)
            Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
data$Silo    4  96.81  24.203   6.660 0.00236 **
data$Dia     4  41.96  10.490   2.887 0.05640 .
Residuals   16  58.15   3.634
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Figura 11: Resultados del ANOVA para el modelo del inciso d)

Verificación de los supuestos:

1. Los e_{ij} siguen una distribución normal con media cero.

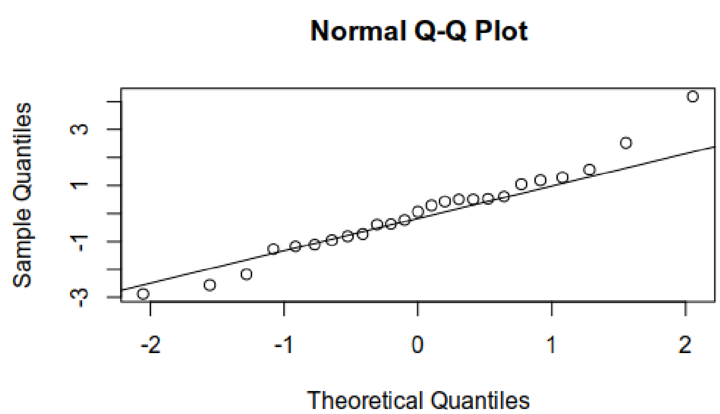

Figura 12: Q-Q Plot de los residuos del ANOVA del inciso d)

```
> shapiro.test(dif.res)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dif.res
W = 0.96877, p-value = 0.6139
```

Figura 13: Prueba de normalidad los residuos del ANOVA del inciso d)

Según se puede observar en el gráfico de la figura 12 y como se aprecia en la figura 13 la prueba de Shapiro-Wilcox no es significativa por tanto no podemos rechazar H_0 y se cumple la hipótesis de normalidad en los residuos.

```
> dwtest(dif.anova)

        Durbin-Watson test

data:  dif.anova
DW = 1.4283, p-value = 0.01668
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Figura 14: Prueba de independencia los errores del ANOVA del inciso d)

2. Los e_{ij} son independientes entre sí.

   Como se observa en la figura 14 en la prueba de Durbin-Watson el p-valor es menor que 0.05 por lo que se rechaza H_0 y se tiene que los residuos no son independientes.

3. Los residuos de cada tratamiento tienen la misma varianza σ^2 .

   No es necesario analizarlo ya que al no cumplirse el supuesto 2 deja de tener validez el experimento.