

# **Università di Messina - Corso di Laurea in Informatica**

## **CALCOLO NUMERICO**

**A.A. 2021/2022**

**Professore: Luigia Puccio**

Dipartimento MIFT - mail [gina@unime.it](mailto:gina@unime.it)

Attualmente Studio 511, quinto piano, Blocco A del Dipartimento di Ingegneria

### **AVVISO PER GLI STUDENTI A.A. 2021/2022**

*Al fine di ottenere il **giudizio sull'attività di laboratorio**, importante per accedere all'esame orale, gli esercizi svolti, le prove di laboratorio e la relativa analisi dei risultati dovranno essere discussi prima degli appelli d'esame del 2022, o entro e non oltre il 29/07/2022, concordando la data e l'ora con il docente.*

***Gli studenti che, entro la data del 29/07/2022, non avranno ottenuto il giudizio sull'attività di laboratorio dovranno superare una prova di laboratorio per poter accedere all'orale nei vari appelli d'esame.***

***La prova, della durata di 3 ore, si svolgerà  
alle ore 9,30 del primo giorno di apertura dell'appello di esame.***

***Gli esercizi sono raccolti in gruppi. La prova di laboratorio risulterà sufficiente se sarà svolto almeno un esercizio per ciascun gruppo, completo di prove sperimentali e relativa analisi dei risultati. Nelle prove numeriche si dovranno considerare almeno due casi diversi di dati.***

### **VI GRUPPO. Metodi iterativi per la risoluzione di sistemi lineari**

1) Considerare almeno 5 sistemi lineari di dimensioni crescenti, con  $n > 4$  aventi come matrice dei coefficienti la matrice di Hilbert e il vettore termine noto uguale alla somma degli elementi delle righe della matrice. Confrontare le soluzioni ottenute con i metodi di Gauss, Cholesky, Jacobi e di Gauss-Seidel. Nei metodi iterativi graficare anche l'andamento degli errori nei vari iterati. Costruire una tabella degli errori tra la soluzione vera e quella calcolata numericamente e fare il grafico che confronti gli errori ottenuti nei vari metodi. Commentare i risultati.

2) Confrontare sullo stesso sistema lineare il comportamento dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel. Stampare la soluzione ottenuta e il numero di iterati. Confrontare l'andamento grafico degli errori nei vari iterati. Usare anche i seguenti dati:

$n=3$ ,  $A=[3,0,4,7,4,2,-1,-1,-2]$ ,  $b=[7,13,-4]$

$n=3$ ,  $A=[-3,3,-6,-4,7,-8,5,7,-9]$ ,  $b=[-6,-5,3]$

$n=3$ ,  $A=[4,1,1,2,-9,0,0,-8,-6]$ ,  $b=[6,-7,-14]$

$n=3$ ,  $A=[7,6,9,4,5,-4,-7,-3,8]$ ,  $b=[22,5,-2]$

$n=4$ ,  $A=[-4,-1,1,1,0,-4,-1,1,-1,-1,4,1,1,-1,0,4]$ ,  $b=[-3,-4,3,4]$

3) Per lo stesso sistema lineare studiare le *condizioni sufficienti* e le *condizioni necessarie e sufficienti* delle matrici di iterazione di Jacobi e Gauss-Seidel. Per il calcolo del raggio spettrale usare le routine della libreria IMSL o MATLAB. (Usare anche alcuni sistemi del precedente esercizio 2).

## VII GRUPPO. Metodi iterativi per la risoluzione di sistemi lineari con matrice con particolare struttura

- 1) Scrivere il metodo iterativo per la soluzione di un sistema lineare con matrice freccia con ordine  $n > 12$ , considerando la sparsità e la struttura delle righe dalla seconda in poi. Considerare la matrice che ha sulla diagonale tutti gli elementi uguali a 19, nella prima riga i restanti elementi uguali a -1 i restanti elementi della prima colonna uguali a 1. La soluzione  $\mathbf{x}$  del sistema deve essere il vettore con tutte le componenti uguali a 1.
- 2) Scrivere il programma del metodo iterativo di Jacobi per risolvere il sistema lineare  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ , dove  $A$  è una matrice tridiagonale, pentadiagonale o eptadiagonale, usando la tecnica di memorizzazione di  $A$  in vettori.
- 3) Considerare il sistema lineare con matrice  $A=[0.96326,0.81321;0.81321,0.68654]$  e vettore dei termini noti  $\mathbf{b}=[0.88824;0.74988]$ .
  - A) Se  $A$  è definita positiva usare il metodo di Cholesky per risolvere il sistema lineare. Calcolare la norma del Residuo, cioè  $\|\mathbf{Ax}-\mathbf{b}\|$ .
  - B) Applicare il metodo iterativo di Gauss-Seidel utilizzando almeno 3 vettori iniziali, tra cui anche il vettore  $[0.33116;0.7]$ . Stampare la tabella dei risultati, contenente: il vettore iniziale, la soluzione ottenuta; il numero di iterazioni; la norma del residuo.
  - C) Calcolare l'indice di condizionamento della matrice  $A$ , la norma e il raggio spettrale della matrice di iterazione.
  - D) Commentare e spiegare i risultati ottenuti ai punti A) e B). Confrontare i risultati di B) rispetto al risultato ottenuto al punto A) con il metodo diretto.