

## **TEORÍA DE JUEGOS NO COOPERATIVOS**

### **Problema 1**

Cada uno de los miembros de una pareja de novios ha decidido traicionar al otro en una fiesta que se realizará el viernes en la noche. Se han dicho mutuamente que no irán a la fiesta y que permanecerán en sus casas, lo cual es mentira. Llegado el día de la fiesta, piensan que es posible que su pareja haya hecho lo mismo y que por lo tanto se encuentren. Si asistir corren el riesgo de encontrarse a su pareja, caso en el cual se termina la relación por haber mentido y cada uno obtiene pérdidas equivalentes a 10 unidades. Si deciden no ir, cada uno gana 1 unidad, puesto que no disfrutan la fiesta, pero salvan su relación. Finalmente, si uno de los dos va y el otro no, entonces el que va disfruta de la fiesta y recibe 5 unidades, mientras que el otro nada recibe.

Represente este juego en forma normal o estratégica y encuentre el equilibrio.

### **Problema 2**

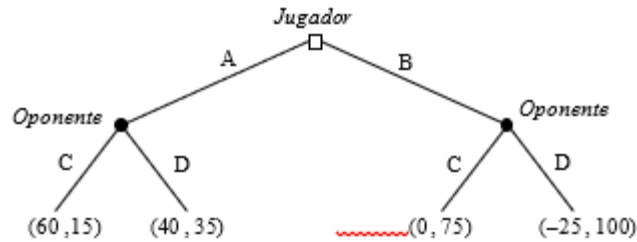
Dos países vecinos han invadido mutuamente sus fronteras, pero ninguno lo acepta públicamente. La ONU, único organismo con la autoridad para sancionar a los dos países, decide llamar a representantes de cada país a Audiencia Privada y Separada a fin de determinar la responsabilidad de cada país, haciendo un interrogatorio y revisando documentos.

Los representantes tienen dos opciones: Aceptar su responsabilidad en la invasión o Negarla. Si ambos aceptan su responsabilidad, la ONU sancionará a cada país con 900 mil dólares, que pagarán como multa al Fondo de Ayuda Internacional de la ONU; si uno de los dos acepta y el otro niega la responsabilidad, el que la acepta paga al otro una indemnización de 1 millón de dólares. Y si ambos la niegan, pagará cada uno 100 mil dólares a la ONU por su intervención en el proceso.

Represente este juego en forma normal o estratégica y encuentre la solución.

### **Problema 3**

Suponga el juego mostrado en el diagrama donde se enfrentan el *Jugador* con su *Oponente*. El juego es sucesivo y se cree que tanto el *Jugador* como el *Oponente* son racionales.



Encuentre la solución de este juego especificando el método utilizado.

#### **Problema 4**

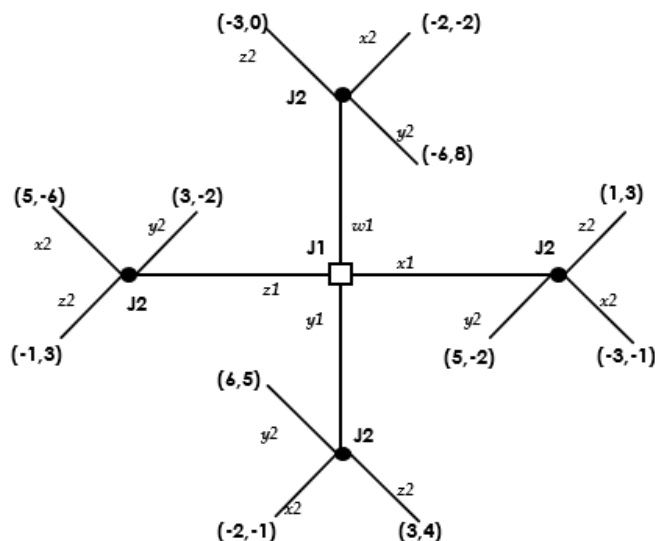
Dos empresas automovilísticas deciden lanzar al mercado al mismo tiempo un nuevo modelo de vehículo. Cada una de ellas se está planteando si ofrecer o no financiación a los clientes, con lo cual captaría una mayor parte del mercado, pero llevaría consigo ciertos costos. Ambas empresas prefieren no ofrecer dicha financiación, pero cada una teme que la otra la ofrezca y, en consecuencia, acapare mayor número de compradores.

Los beneficios de las empresas se asignan de la siguiente manera: Si ambas ofrecen financiación, cada una obtiene 400 millones; si ninguna lo hace, obtendrán 600 millones cada una, y si una la ofrece y la otra no, la que lo hace gana 800 millones y la que no solo gana 300 millones.

Represente este juego en forma normal o estratégica sabiendo que la decisión se toma simultáneamente, pero de forma separada. Halle el equilibrio del juego.

#### **Problema 5**

Considere el siguiente juego representado en forma extensiva:



Edward Jenner (quien fue el científico británico que logró crear la primera vacuna del mundo -contra la viruela-, enfermedad que fue erradicada de la faz de la Tierra en los años 70 gracias a un esfuerzo mundial de la OMS y cuyas muestras sólo se conservan en dos laboratorios, uno en Rusia y otro en EE.UU.), le pide que encuentre el equilibrio del juego especificando el método utilizado.

### **Problema 6**

En el siguiente juego no cooperativo entre la empresa Inversiones en Divisas Ltda. y el Banco de la República.

		Inversiones en Divisas Ltda.		
		Vender	No cambiar de posición	Comprar
Banco de la República	Intervenir en el mercado	<b>N</b> , 1500	0, 3500	<b>Q</b> , 4500
	No intervenir	-8, 1800	<b>P</b> , 1900	4, 2000

¿Qué valores deben tener N, P y Q para que se cumpla que la estrategia “Intervenir el mercado” domine estrictamente a la estrategia “No intervenir el mercado para el Banco de la República?”

### **Problema 7**

Simone de Beauvoir (quien fue una filósofa francesa muy importante del Siglo XX de la corriente del existencialismo y los inicios del feminismo) tiene un problema jurídico y acude a usted experto en el tema. Usted le dice a la señora que tienen dos opciones, la primera es iniciar una demanda ante el juez civil del circuito de Bogotá y la otra opción es contratar un árbitro inscrito en la Cámara de Comercio de Bogotá que los escuche y al final resuelva el litigio; además, usted también le dice a la señora que el señor al que va a demandar puede allanarse (aceptar las pretensiones de la señora) o interponer una demanda de reconvenición (contrademandar a la señora en el mismo proceso).

Si la señora demanda y el demandado se allana, el demandado le paga a la señora 5 millones de pesos. Si la señora demanda y el demandado contrademanda, el demandado le paga a la demandante 1 millón. De otro lado, si la señora acude ante árbitro y el demandado se allana, el demandado le paga a la demandante \$3 millones, y si el demandado contrademanda, entonces le paga a la demandante \$2 millones.

Suponga que los dos jugadores deben tomar su decisión uno después del otro. Halle el equilibrio de este juego.

### **Problema 8**

Considere el siguiente juego en forma normal o estratégica:

		Camilo		
		L	C	R
Emma	T	2, 0	1, 1	4, 2
	M	3, 2	1, 2	2, 3
	B	1, 3	0, 0	3, 3

Encuentre el equilibrio del juego indicando si existen o no estrategias que sobreviven a una eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas.

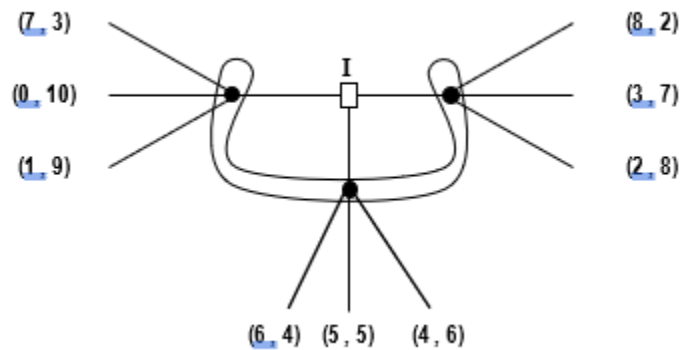
### **Problema 9**

Dos ladrones miembros de una pandilla tienen la oportunidad de hacer un robo a un Banco Grande o a un Banco Pequeño a escondidas de su jefe. Sin embargo, saben que un tercer ladrón es el encargado de informar al jefe de todos los movimientos de la pandilla.

El primer ladrón tiene en sus manos la decisión de robar el Banco Grande o el Banco Pequeño; en manos del segundo está la decisión de hacer o no partícipe del robo al ‘soplón’. A su turno, el ‘soplón’ deberá decidir si le avisa al jefe de la pandilla o no. Si el primero se decide por robar el Banco Grande, en seguida el segundo podrá decidirse por no invitar al ‘soplón’, caso en el cual los pagos serían \$300 millones para cada uno y nada para el ‘soplón’. Si el segundo decide invitar al ‘soplón’ y éste decide no avisarle al jefe, los pagos serán de \$200 millones para cada uno de los tres; pero si le avisa, el jefe sanciona a los dos primeros con una ‘multa’ de \$10 millones a cada uno y al ‘soplón’ lo premia con \$10 millones. De otro lado, si el primero se decide por robar el Banco Pequeño, en seguida el segundo podrá decidirse por no invitar al ‘soplón’, caso en el cual los pagos serían \$90 millones para cada uno y nada para el ‘soplón’. Si el segundo decide invitar al ‘soplón’, y este no le avisa al jefe, los pagos serán de \$30 millones para cada uno de los tres; pero si le avisa, el jefe sanciona a los dos primeros con la misma multa y le da el mismo premio al ‘soplón’.

Represente este juego en forma extensiva y suponga que hay información perfecta. Halle el equilibrio.

### **Problema 10**



Establezca qué le hace falta a este juego para estar completamente descrito y complételo. Luego, encuentre el equilibrio de este juego.

### **Problema 11**

Desde hace varias décadas se vienen desarrollando en Colombia enfrentamientos entre el ejército oficial colombiano y diferentes grupos insurgentes (tómelos como un solo jugador). El ejército puede escoger entre ataques aéreos y ataques por tierra, y después los grupos insurgentes pueden escoger entre esconderse o repeler el ataque. Si el ejército inicia una ofensiva desde el aire y los insurgentes se esconden, el primero recibe un pago de cuatro unidades y los segundos un pago de menos una unidad; si hay ataque aéreo y éste es repelido, se obtienen pagos de dos y una unidad, respectivamente; si es ataque terrestre y los insurgentes se esconden el ejército recibe menos una unidad y los insurgentes una unidad; y si los insurgentes salen a combatirlo el primero recibe menos cuatro unidades y los otros 4.

Suponga que este juego es de información perfecta y represéntelo en forma extensiva. Halle el equilibrio.

### **Problema 12**

Considere el siguiente juego de oportunidades de mercado. Hay dos jugadores, Empresa A y Empresa B, y dos oportunidades de mercado para cada una, Oportunidad 1 y Oportunidad 2. Si ambas empresas aprovechan la Oportunidad 1, obtienen una ganancia de \$3.000 euros cada una. Sin embargo, si alguna de ellas abandona la Oportunidad 1 y aprovecha la Oportunidad 2, entonces está consigue una ganancia de \$4.000, pero la que se quedó en la Oportunidad 1 sólo obtiene una ganancia de \$1.000. Finalmente, en la Oportunidad 2 sólo hay sitio para una empresa por lo que si ambas empresas la utilizan cada una recibirá 0.

Suponga que ambas empresas eligen simultáneamente entre las oportunidades e indique si este juego tiene solución.

### **Problema 13**

Considere el siguiente juego representado en forma estratégica en el que participan dos canales de televisión que quieren emitir sus mejores seriales ya sea en un horario de tarde o noche. Los pagos que recibe cada canal están en términos de la proporción de audiencia que logran conseguir.

		Canal C	
		Tarde	Noche
Canal R	Tarde	___, 10%	20%, ___
	Noche	___, 20%	10%, ___

Complete los pagos que faltan y bajo el supuesto de que ambos canales eligen a la vez, indique si en este juego existe punto de silla.

### **Problema 14**

Andrés y Tatiana están viendo televisión y deben decidir si ver la transmisión de un partido de fútbol femenino o la transmisión de un combate de boxeo masculino. Tatiana obtiene una utilidad de 1 si ve el partido de fútbol femenino y  $-1$  si ve el combate de boxeo y Andrés obtiene 1 si ve el combate de boxeo y  $-1$  en caso de ver el partido de fútbol femenino. Ambos se pusieron de acuerdo en que la decisión se tomaría al azar, según las siguientes reglas: Cada uno esconde una moneda eligiendo, sin lanzar la moneda, cara o sello, pero ninguno la puede mostrar. Luego de contar hasta tres se destapan las monedas y se observan los resultados. Si las monedas coinciden, entonces es Tatiana la que indica qué programa ver. Si por el contrario las monedas no coinciden, es decir, el resultado es (cara, sello) o (sello, cara), el que indica qué programa ver será Andrés.

Suponga que cada quien quiere ver lo que más beneficio le otorga. Describa este juego en forma estratégica y halle el equilibrio.

### **Problema 15**

Considere el siguiente juego representado en forma estratégica en el que participan dos empresas que quieren pautar en la televisión en un horario de la mañana (M), tarde (T) o noche (N). Los pagos están en términos de la variación porcentual de su ventas.

		Empresa B		
		M	T	N
Empresa A	M	6%	-1%	3%
	T	2%	-2%	2%
	N	-1%	-4%	0%

Explique por qué este juego es de suma constante igual a cero y bajo el supuesto de que ambas empresas pautan a la vez y son racionales indique si existe punto de silla.

### **Problema 16**

Dos estudiantes de derecho, Julián y Sebastián, deben decidir qué hacer el jueves en la noche, si estudiar para su parcial de matemáticas, ir a cine, ir a comer, ir a fútbol o salir de rumba. Los pagos que recibe cada uno se asignan según sus gustos y preferencias. La representación normal de este juego es la siguiente:

		Sebastián			
		Estudiar	Cine	Fútbol	Rumba
Julián	Estudiar	-2, 0	-3, 19	3, -1	-2, 45
	Cine	2, 5	2, 3	5, 2	33, 0
	Fútbol	0, 2	0, 4	5, 5	4, -1
	Rumba	-1, 88	-3, 72	1, 13	-2, 57

Halle el equilibrio especificado el método que considere.

### **Problema 17**

Una subcomisión del Consejo de Bogotá está compuesta por tres concejales, a saber, Concejal Lara, Concejal Pérez y Concejal Camargo. Cada uno de los tres concejales debe votar sobre una prima adicional al sueldo que ellos devengan. La prima adicional es de 10 pesos, pero aquel concejal que vote a favor incurre en un costo de 8 pesos, originado por la molestia que este hecho le genera a su electorado. Suponga que la votación es no cooperativa y que el resultado se decide por mayoría simple.

Asuma que los tres concejales votan en orden alfabético, secuencial y públicamente. Represente este juego en forma extensiva y halle el equilibrio.

### **Problema 18**

(Dilema de la seguridad) Dos países, uno grande y uno pequeño, están en una situación de tensión internacional. Cada país puede armarse, permanecer desarmado o anunciar el problema ante la ONU. Este juego tiene la siguiente representación en forma estratégica:

		País pequeño		
		Armarse	Desarmado	Anunciar
País grande	Armarse	0, -2	5, -5	-5, 2
	Desarmado	-2, 2	4, 4	0, 0
	Anunciar	2, -5	0, 0	3, 3

Si ambos países permanecen desarmados, cada uno obtiene un pago de 4. ¿Esta situación es un equilibrio de Nash?

### **Problema 19**

(Dilema de la seguridad) Dos países, uno grande y uno pequeño, están en una situación de tensión internacional. Cada país puede armarse, permanecer desarmado o anunciar el problema ante la ONU. Este juego tiene la siguiente representación en forma estratégica:

		País pequeño		
		Armarse	Desarmado	Anunciar
País grande	Armarse	0, -2	5, -5	-5, 2
	Desarmado	-2, 2	4, 4	0, 0
	Anunciar	2, -5	0, 0	3, 3

Si ambos países anuncian el problema, cada uno obtiene un pago de 3. ¿Esta situación es un equilibrio de Nash?

### **Problema 20**

(Juego del Ultimátum) Dos amigos, Chris y David, se encuentran un billete de 4 pesos pero David coge el billete. David le hace una oferta a Chris acerca de la repartición del dinero. David ofrece dos opciones: una repartición equitativa o una repartición favorable, es decir, en la que él se vea más favorecido. Chris deberá decidir entre aceptar o rechazar la oferta de David. Suponga que cada amigo no sabe cuál será la decisión del otro, así que las decisiones se tomarán simultáneamente. Si David decide hacer una repartición equitativa y Chris acepta cada uno recibe 2 pesos; en cambio si la repartición es favorable y Chris acepta, entonces David se queda con 3 pesos y Chris con 1. Si Chris decide rechazar, en cualquier caso, éste no recibirá nada y David se quedará con los 4 pesos.

Represente este juego en forma normal y encuentre el equilibrio.

### **Problema 21**

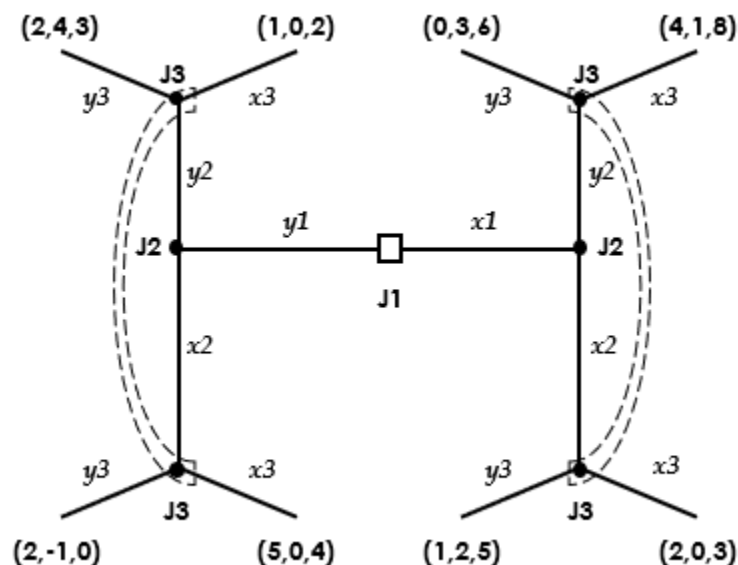


Duván asistió a una fiesta conduciendo hacia ella, y allí se tomó un par de cervezas. Cuando se disponía a salir, se dio cuenta que tenía dos opciones para llegar a su casa: conducir de vuelta, o pedir un Uber. No obstante, cada una de las elecciones tiene sus consecuencias negativas: conduciendo, por ejemplo, puede haber una autoridad de tránsito en el trayecto la cual le hará la prueba de beodez, y resultará positiva – por las cervezas ingeridas – haciendo que deba pagar una multa de 20 millones de pesos; yendo en Uber deberá pagar la carrera del viaje, y al otro día deberá devolverse para recoger su carro pagando otra vez la carrera anterior. Pero también tendrá consecuencias positivas: conduciendo, y no habiendo autoridad de tránsito, llegará a su casa, y tendrá su carro ya resguardado sin incurrir en ningún costo; yendo en Uber no se debe preocupar por la excesiva multa que impondrá la autoridad.

Realice la representación normal de este juego especificando las estrategias de Duván y los estados que la Naturaleza puede adoptar, así como los pagos en cada situación (complete los pagos faltantes con hipótesis tuyas que considere necesarias). Halle la solución de este juego contra la naturaleza siendo tanto averso como propenso al riesgo.

### **Problema 22**

Para el siguiente juego representado en forma extensiva halle el equilibrio.



### **Problema 23**

Un empresario se ve enfrentado a la posible aprobación de una ley tributaria que le podría generar determinadas utilidades, calculadas en porcentajes anuales, según decida

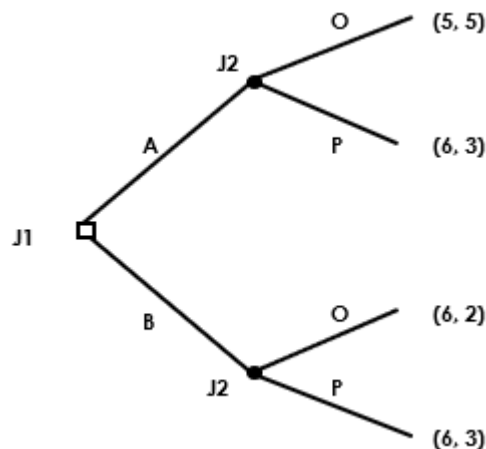
expandir o no su nivel de producción. Las recompensas para el empresario se muestran en la tabla siguiente, y corresponden al descuento en impuestos que el Gobierno ofrece a aquellas empresas que generen nuevos empleos como consecuencia de expandir sus niveles de producción.

		Norma tributaria	
		Se aprueba	No se aprueba
Empresario	Expandir	12%	10%
	No expandir	15%	18%

¿Qué estrategia debería asumir el empresario si éste fuese averso al riesgo y por otro lado si fue propenso al riesgo? Si la intención de las normas es que la economía general de la nación crezca cualquiera sea la personalidad de los empresarios, la ley (con los incentivos que propone), ¿está mal diseñada? ¿Qué solución propone para que la ley cumpla con lo que se quiere?

### **Problema 24**

Halle el equilibrio del siguiente juego representado en forma extensiva.



### **Problema 25**

Suponga que la distribución de la audiencia de dos canales de televisión, de acuerdo con el horario (mañana, tarde o noche), para esta semana, es la siguiente:

		Canal C		
		M	T	N
Canal R	M	40%	65%	50%
	T	30%	50%	20%
	N	90%	60%	50%

Encuentre el equilibrio de este juego por el método que considere.

### **Problema 26**

Considere el siguiente juego en forma estratégica:

		David		
		L	C	R
Camila	T	2, 0	1, 1	4, 2
	M	3, 4	1, 2	2, 3
	B	1, 3	0, 2	3, 0

Encuentre la solución del juego indicando si hay estrategias que sobreviven a la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas. ¿Puede emplearse el método de inducción hacia atrás?

### **Problema 27**

Dos abogados que representan al demandante y al demandado en un litigio, se encuentran en la etapa de intento de conciliación (que para algunas situaciones es requisito de procedibilidad, es decir, para poder incoar una demanda se necesita que previamente se haya intentado conciliar). En ella deben decidir si concilian el caso o no. Suponga que la decisión se toma de forma simultánea.

En todo caso, si al final ambos concilian, reciben un pago de 5 unidades que refleja el beneficio por haberse ahorrado todo el proceso litigioso. Si no llegan a una conciliación, ya sea porque ninguno está dispuesto a conciliar o uno si lo está, pero el otro no, los dos soportan pérdidas de  $-2$  unidades, pues ello implica tener que recorrer todo el proceso judicial que sigue.

Represente este juego en forma normal y halle el equilibrio del juego.

### **Problema 28**

En una escena de la película “*Batman – El caballero de la noche*”, El Guasón pone a unos ciudadanos y a unos presos en la siguiente situación. Cada uno de estos dos grupos se encuentra en un ferry y ellos cuentan con un detonador que hará que el otro ferry explote, salvando al ferry en el que están. Dice el villano que tienen hasta las 12 de la noche para decidir si accionan el control remoto.

Represente este juego en forma normal. Complete los pagos de los jugadores con base en hipótesis tuyas que representen la situación por la que están pasando los personajes de la película. Encuentre el equilibrio en su juego planteado.

### **Problema 29**

Dos países vecinos, Terranova y Terralandia, pasan por un momento de tensión en sus relaciones políticas, al punto que Terranova se enfrenta a la decisión de invadir o no invadir a su vecino, y Terralandia, que siente esta amenaza, debe decidir si armarse o mantenerse desarmado. La decisión que cada uno toma la hace en secreto. Si Terranova decide invadir y Terralandia decide no armarse entonces las recompensas son 10 y  $-10$  respectivamente; pero si Terralandia se arma, entonces las recompensas son  $-5$  para ambos. Ahora, si Terranova decide no invadir y Terralandia se arma, entonces las recompensas son 0 y 3 respectivamente (porque ahora la población de Terralandia está más protegida); pero si Terralandia decide no armarse, entonces las recompensas son de 0 para ambos.

Represente este juego en forma estratégica y encuentre la solución del juego.

### **Problema 30**

Usualmente los juegos de información imperfecta se consideran como aquellos donde los jugadores escogen su estrategia de forma simultánea, pero usted que es un experto en el tema sabe que esa no es la definición precisa de juegos con información imperfecta. Existen juegos con información imperfecta que también son sucesivos.

Plantee un ejemplo de un juego con información imperfecta y que sea sucesivo.

### **Problema 31**

Usted está en una carrera de veleros junto con un solo contrincante, y usted tiene una ventaja de 1 minuto. Ambos van a la misma velocidad. Existen dos caminos posibles más adelante, uno largo y uno corto. Si su contrincante elige el camino largo ¿es una decisión racional que usted elija el corto?