Planare Graphen - Coloring

Manuel Frohn

RWTH Aachen University, Aachen, Germany

?

Inhaltsverzeichnis

Relevanz

Planare Graphen
- Einführung
- Exkurs: Minore
- Wichtige Sätze

Relevanz

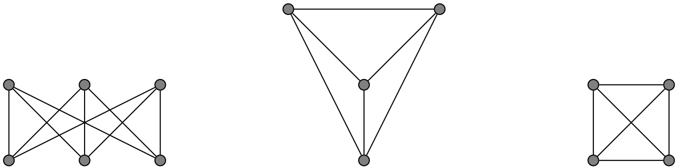
1. Real auftretene Klasse
2. Wichtig für Chip Design
3. Bedingung für Algorithmen und Sätze
4. Zuweisungsprobleme als Coloring

Planare Graphen

Definition (Planarität)

Ein Graph G heißt planar, wenn man in der Lage ist, den Graphen so auf eine Ebene zu zeichnen, dass sich seine Kanten nicht schneiden.

Planare Graphen Beispiel

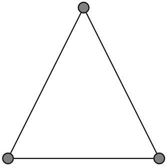


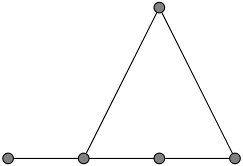
(a) $K_{3,3}$ (b) K_4 (c) K_4

Minor

Definition

M heißt Minor von G wenn M aus einem Teilgarphen von G, durch Kantenkontaktion hervorgeht.



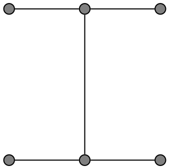


Kantenkontraktion

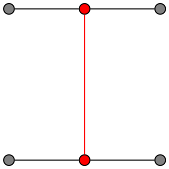
Definition (Kantenkontraktion)

Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ und eine Kante $e = v, w \in E$, ist das Resultat der Kontraktion von e, der Graph $G' = (V', E')$ mit $V' = (V \setminus e) \cup \{n\}$ und $E' = (E \setminus \{v \in e \vee w \in e \mid e \in E\}) \cup \{\{n, z\} \mid z, v \in e \in E \vee z, w \in e \in E\}$

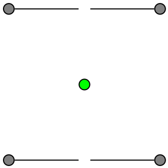
Kantenkontraktion Beispiel



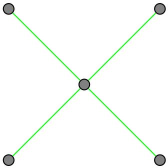
Kantenkontraktion Beispiel



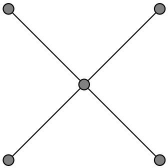
Kantenkontraktion Beispiel



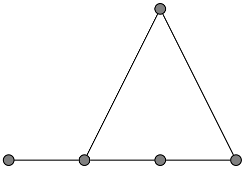
Kantenkontraktion Beispiel



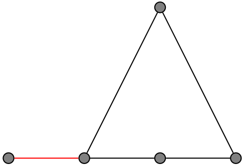
Kantenkontraktion Beispiel



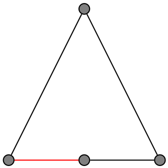
Minor Beispiel



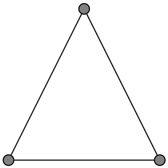
Minor Beispiel



Minor Beispiel



Minor Beispiel



Eulerscher Polyedersatz

Satz

Gegeben ein planarer Graph $G = (V, E)$ *und die Anzahl seiner Gebiete* $|G|$ *gilt:* $|V| - |E| + |G| = 2$

Eulerscher Polyedersatz

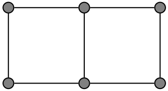
Satz

Gegeben ein planarer Graph $G = (V, E)$ und die Anzahl seiner Gebiete $|G|$ gilt: $|V| - |E| + |G| = 2$

Satz

G *Planar* $\Leftrightarrow |E| \leq 3|V| - 6 \wedge |G| \leq 2|V| - 4$

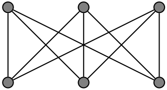
Gebiete



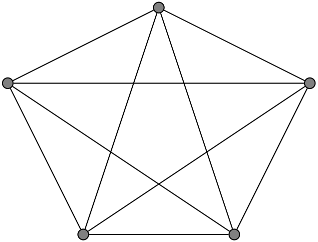
Satz von Kuratowski

Satz

Ein Graph ist genau dann planar, wenn er weder den $K3,3$ noch den K_5 als Minor enthält



(a) $K_{3,3}$



(b) K_5