

Daisyworld

Un acercamiento desde métodos montecarlo

David S. Duque-Castaño*
(Dated: March 28, 2025)

Este trabajo explora la hipótesis Gaia y la autorregulación climática mediante el modelo Daisyworld, empleando Cadenas de Markov Montecarlo (MCMC) y simulaciones probabilísticas en malla. El análisis MCMC revela la alta sensibilidad del sistema a la luminosidad solar y tasa de mortalidad, identificándolos como clave para alcanzar un equilibrio con 40% de cobertura de cada margarita. MCMC demuestra la capacidad de encontrar distribuciones de probabilidad de estos parámetros, incluso con un espacio de soluciones degenerado en las condiciones iniciales. Las simulaciones probabilísticas resaltan la relevancia de las reglas que rigen el sistema y permiten modelar escenarios complejos como reproducción local y luminosidad estacional. Si bien las simulaciones en malla tienen limitaciones para replicar comportamientos fuera del equilibrio, su flexibilidad facilita el abordaje de fenómenos más complejos, abriendo nuevas vías para investigar la autorregulación planetaria.

I. INTRODUCCIÓN

La Tierra puede entenderse como un sistema compuesto por diferentes subsistemas interactuantes: la geosfera, la hidrosfera, la atmósfera y la biosfera. Particularmente, la biosfera, entendida como el conjunto total de ecosistemas vivos del planeta, interactúa de manera compleja con los otros componentes, influyendo en procesos fundamentales como el ciclo del carbono, el balance energético y la regulación climática global. Este conjunto de interacciones ha sido planteado desde la hipótesis Gaia, originalmente propuesta por [1], quien sugiere que la Tierra podría comportarse como una entidad autorregulada capaz de mantener condiciones favorables para la vida, ajustándose de manera dinámica ante perturbaciones ambientales.

Desde esta perspectiva, diversos procesos naturales participan en una estabilización climática que actúa como un "termostato planetario", regulando variables fundamentales, como la temperatura global, mediante mecanismos de retroalimentación negativa. Esto significa que, ante cambios externos que podrían amenazar la habitabilidad, la biosfera responde modificando las condiciones ambientales para contrarrestar estas perturbaciones. Así, los organismos no solo son afectados por el ambiente, sino que a su vez lo moldean y regulan activamente, generando una retroalimentación constante y compleja.

Para estudiar estas ideas en un contexto simplificado y manejable, [2] propusieron el modelo conocido como Daisyworld, un planeta imaginario habitado únicamente por dos tipos de margaritas con propiedades ópticas diferentes: margaritas negras, que absorben más radiación solar y calientan la superficie, y margaritas blancas, que reflejan más radiación y tienen un efecto enfriador sobre el clima. En este modelo, las margaritas compiten por el espacio disponible en función de una temperatura óptima que maximiza su tasa de crecimiento. Cuando la

temperatura global del planeta disminuye, las margaritas negras prosperan, aumentando la absorción de radiación y calentando el planeta; por el contrario, cuando la temperatura global aumenta, las margaritas blancas predominan y el efecto albedo incrementado enfría el planeta, estabilizando nuevamente las condiciones.

En términos matemáticos, el modelo original de Daisyworld está descrito por un sistema simple de ecuaciones diferenciales. Estas representan la dinámica temporal de dos tipos de margaritas, blancas y negras, cuyas áreas están definidas por las variables a_w y a_b , respectivamente:

$$\frac{da_w}{dt} = a_w [x \cdot \beta(T_w) - \gamma] \quad (1)$$

$$\frac{da_b}{dt} = a_b [x \cdot \beta(T_b) - \gamma] \quad (2)$$

donde:

$$x = 1 - a_w - a_b \quad (3)$$

La constante γ representa la tasa constante de mortalidad de las margaritas, es decir, la proporción del área cubierta por margaritas que desaparece por unidad de tiempo. La función de crecimiento $\beta(T_i)$ está definida como:

$$\beta(T_i) = 1 - 0.003265 \cdot (22.5 - T_i)^2 \quad (4)$$

Las temperaturas locales T_i dependen del balance de radiación local según el albedo correspondiente, mientras que la temperatura efectiva global del planeta depende del albedo promedio total, generando así la retroalimentación entre temperatura y crecimiento vegetal. La **FIG 1** muestra un ejemplo de la evolución temporal de las coberturas y temperatura global.

En este trabajo se propone explorar el modelo Daisyworld mediante la aplicación de estrategias computacionales basadas en métodos Monte Carlo. En primer

* Maestría en Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Antioquia.

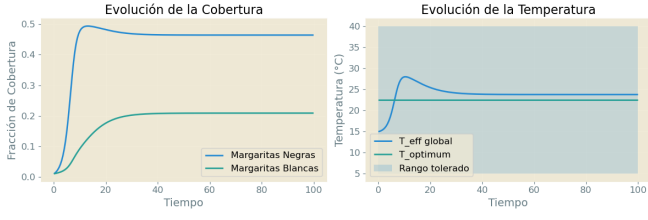


FIG. 1. Ejemplo de evolución de DaiwyWorld para un γ de 0.3 y unas condiciones ambientales similares a las Terrestres.

lugar, se implementan cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC) con el objetivo de explorar de manera efectiva y sistemática el espacio de parámetros, identificando aquellos conjuntos de valores que permitan alcanzar estados de equilibrio definidos por ciertas fracciones de cobertura específicas de margaritas blancas y negras. Esta aproximación permite evaluar rigurosamente la sensibilidad del sistema y analizar qué combinaciones de parámetros generan ciertos estados climáticos y poblacionales.

Por otro lado, se desarrolla un enfoque alternativo al modelo diferencial clásico, adoptando una perspectiva probabilística que incorpora modelos diversos de crecimiento poblacional. Esta simulación basada en probabilidades permite capturar de manera más realista las incertidumbres y variabilidades naturales que ocurren en sistemas biológicos, proporcionando una comprensión más profunda de cómo la distribución aleatoria de eventos afecta la capacidad homeostática del sistema Daisyworld.

II. MÉTODOS

A. MCMC

Para explorar el espacio de parámetros del modelo Daisyworld, se utilizó la técnica de MCMC. Este método estocástico permite obtener una distribución posterior de los parámetros del modelo, considerando las incertidumbres inherentes a las coberturas de margaritas negras y blancas. El objetivo principal fue encontrar los parámetros que permitieran alcanzar un equilibrio en el que cada especie de margarita ocupara aproximadamente un 40% del área total del sistema.

Se exploraron diferentes valores para los parámetros del modelo, y se fijaron algunas variables mientras que otras se permitieron variar dentro de rangos específicos. En particular, se exploraron tres valores para la temperatura óptima (T_{opt}), representando distintas condiciones climáticas en el sistema. Estos valores fueron denominados como margaritas *frías* ($T_{\text{opt}} = -5^\circ\text{C}$), margaritas *templadas* ($T_{\text{opt}} = 22.5^\circ\text{C}$) y margaritas *calientes* ($T_{\text{opt}} = 50^\circ\text{C}$), lo que introdujo variabilidad en la exploración del espacio de parámetros.

Se definieron varias variables fijas, las cuales se mantuvieron constantes durante la simulación. Estas variables fijas incluyen el albedo del suelo desnudo (A_s) y ciertos

parámetros físicos relacionados con la radiación solar y las condiciones del sistema. El espacio de parámetros explorado, influyendo en las coberturas de margaritas a_w y a_b en el equilibrio, se define como:

$$\theta(L, \gamma, a_{w,0}, a_{b,0}, A_w, A_b) \rightarrow a_w, a_b$$

Donde:

- L : Luminosidad solar, expresada en múltiplos de la luminosidad solar.
- γ : Tasa de mortalidad de las margaritas.
- $a_{w,0}, a_{b,0}$: Fracciones iniciales de cobertura de margaritas blancas y negras.
- A_w, A_b : Albedos de las margaritas blancas y negras.

Los rangos de estos parámetros, explorados durante el muestreo MCMC, se encuentran detallados en la **Tabla I**.

Parámetro	Rango
L	0.1 - 3
γ	0.01 - 0.9
$a_{w,0}$	0 - 1
$a_{b,0}$	0 - 1
A_w	0 - 1
A_b	0 - 1

TABLE I. Rangos de los parámetros explorados durante el muestreo MCMC, en una distribución lineal y uniforme.

El muestreo MCMC se implementó utilizando el **sampler emcee** [3], con un total de 10,000 caminantes distribuidos aleatoriamente dentro de los rangos definidos para cada parámetro. El proceso de muestreo se dividió en dos fases: una fase inicial de *burn-in* de 200 pasos, seguida de una fase de muestreo de 700 pasos adicionales. Esta fase de muestreo permitió obtener las distribuciones posteriores de los parámetros de interés.

Cada paso del muestreo MCMC fue asociado con la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs), que describen la dinámica de las poblaciones de margaritas negras y blancas en función del tiempo (ver Sección I). Las ecuaciones se resolvieron utilizando la librería **scipy.integrate.odeint** [4], que permite integrar sistemas de ODEs de forma eficiente. El proceso de resolución de estas ODEs permitió obtener la evolución temporal de las coberturas de margaritas, con el cuál se tomó el valor en el equilibrio, cantidad con la cual se midió la pérdida a partir de MSE.

Además, el proceso de muestreo fue acelerado mediante la paralelización utilizando la librería **joblib** [5], lo que permitió evaluar de manera eficiente la función de log-verosimilitud en cada paso del muestreo.

B. Simulación Probabilística con Malla

Como alternativa al enfoque basado en ODEs, se implementó un modelo probabilístico basado en una malla discreta para simular la dinámica de Daisyworld. El planeta se representa como una grilla de celdas, donde cada celda puede estar ocupada por suelo desnudo, margaritas blancas o margaritas negras. La evolución del sistema se modela mediante reglas probabilísticas que rigen la colonización y la mortalidad de las margaritas en cada celda. La grilla se define con un tamaño de 500×500 celdas.

Se exploraron dos modelos de reproducción distintos:

1. **Reproducción Global:** En este modelo, la probabilidad de colonización de una celda vacía (p_{colonize}) es proporcional a la fracción global de margaritas blancas (a_w) y negras (a_b) en la grilla. Específicamente, p_{colonize} se calcula como:

$$p_{\text{colonize}} = \beta \cdot (a_w + a_b)$$

donde β es la tasa de crecimiento dada por la eq 4. La probabilidad se divide proporcionalmente entre margaritas blancas y negras según su abundancia relativa en la grilla, simulando una dispersión aleatoria de las semillas a lo largo del planeta.

2. **Reproducción Local:** Este modelo introduce un componente espacial. Para cada celda vacía, se calcula un albedo local ponderado, considerando la influencia de las celdas vecinas. Las celdas adyacentes contribuyen con un peso de 1.0, mientras que las celdas diagonales contribuyen con un peso de 0.7. Este albedo local se usa para calcular una temperatura local (T_{local}), a partir de la cual se determina la tasa de crecimiento local. La probabilidad de colonización se basa en esta tasa de crecimiento y se decide de forma proporcional a la influencia de las margaritas vecinas, similar al modelo global, pero usando valores locales.

Ambos modelos probabilísticos comparten la misma regla de mortalidad. Cada celda ocupada por una margarita tiene una probabilidad $p_{\text{death}} = 0.3$ de volver a convertirse en suelo desnudo en cada paso de tiempo. Este valor corresponde a la tasa de mortalidad. Este enfoque probabilístico permite estudiar la influencia del azar y la distribución espacial en la capacidad homeostática del sistema Daisyworld, proporcionando una perspectiva complementaria al análisis determinista basado en ODEs.

III. RESULTADOS

A. MCMC

La exploración del espacio de parámetros mediante MCMC reveló información valiosa sobre la sensibilidad del modelo Daisyworld y las combinaciones de

parámetros que permiten alcanzar estados de equilibrio con una cobertura de margaritas cercana al 40% para cada especie. Se obtuvieron resultados contrastantes al explorar los tres escenarios de temperatura óptima: margaritas frías, templadas y calientes.

El análisis de los corner plots (se presenta el correspondiente al escenario de margaritas calientes en la **FIG. 2**, aunque el comportamiento general es similar en los demás) revela las distribuciones posteriores de los parámetros explorados para cada escenario. En general, la luminosidad solar (L) y la tasa de mortalidad (γ) muestran distribuciones relativamente bien definidas, lo que sugiere una alta sensibilidad del sistema a estos parámetros. La variabilidad de la mediana en la luminosidad, en función de la temperatura óptima de las margaritas, subraya su relevancia en el espacio de parámetros. La bien definida tasa de mortalidad representa una presión constante que debe balancearse con el crecimiento, restringiendo los valores aceptables a un nicho estrecho, impuesto por el 20% de suelo sin cubrir que resulta de la cobertura del 40% de margaritas blancas y negras. En contraste, las fracciones iniciales de cobertura ($a_{w,0}, a_{b,0}$) tienden a mostrar las distribuciones menos definidas. Los albedos (A_w, A_b) muestran distribuciones amplias e inclinadas hacia valores opuestos, lo que sugiere una compensación dinámica en el sistema. Esta flexibilidad inherente permite al modelo Daisyworld operar bajo diferentes configuraciones de equilibrio, dependiendo de cómo los albedos interactúan. En las distribuciones cruzadas, se observa cómo los valores de los albedos se relacionan entre sí, evidenciando estos equilibrios donde el sistema mantiene diferentes combinaciones de albedos para adaptarse y estabilizar la temperatura global. Las condiciones iniciales son menos importantes, ya que el sistema, dada la oportunidad, tiende a converger hacia un estado de equilibrio.

Para cada escenario de temperatura óptima, se seleccionaron los parámetros correspondientes a la mediana de las distribuciones posteriores y a la mediana del último valor recuperado por los caminantes, los cuales se usaron para simular el sistema. La **FIG. 3** muestra los resultados de la simulación con margaritas *calientes*. Los parámetros recuperados logran alcanzar un estado de equilibrio, con coberturas de margaritas negras y blancas cercanas al 40%, y una temperatura global estabilizada alrededor de la temperatura óptima (50°C).

Sin embargo, en los escenarios de margaritas *frías* y *templadas*, la convergencia hacia el equilibrio deseado es menos robusta. En el escenario de margaritas *frías*, el sistema tiende a favorecer la dominancia de las margaritas blancas. En el escenario de margaritas *templadas*, si bien se acerca más al valor óptimo, persiste una ligera supremacía de margaritas blancas. A pesar de estas diferencias, en todos los escenarios se logra una cobertura total de margaritas de aproximadamente el 80%, y los valores de temperatura de equilibrio se mantienen muy cercanos a las temperaturas óptimas, lo que refleja la capacidad homeostática del sistema.

ostática del modelo Daisyworld.

IV. CONCLUSIONES

Este trabajo exploró el modelo Daisyworld mediante dos enfoques computacionales distintos: cadenas de Markov Monte Carlo y simulación probabilística con malla. Los resultados obtenidos ofrecen valiosas perspectivas sobre la sensibilidad del sistema, la influencia de diferentes parámetros y la capacidad homeostática del modelo frente a diversas perturbaciones.

En particular, el análisis MCMC demostró la capacidad de este método para explorar de manera efectiva el espacio de parámetros y aproximarse a estados de equilibrio definidos por ciertas fracciones de cobertura de margaritas. A pesar de que algunas configuraciones pueden resultar inalcanzables bajo condiciones iniciales específicas, el uso de MCMC permite identificar las distribuciones de parámetros que mejor se aproximan a estos requerimientos. Esto destaca la utilidad de MCMC para estudiar la sensibilidad del sistema y encontrar combinaciones de parámetros que generan estados climáticos "subóptimos" pero robustos.

La simulación probabilística resaltó la importancia de las "reglas del juego" en la modelización de sistemas ecológicos, mostrando cómo la transición de tasas a probabilidades impacta la convergencia y precisión del sistema. Si bien los modelos en malla tienen una capacidad limitada para describir el comportamiento fuera del equilibrio inicial, ofrecen mayor flexibilidad para modelar fenómenos complejos sin requerir nuevas ecuaciones. Añadir nuevas reglas, como reproducción local o luminosidad estacional, es más sencillo, lo que abre la puerta a escenarios más complejos y representa una vía para enriquecer nuestra comprensión del modelo Daisyworld y su relevancia como metáfora de la autorregulación planetaria.

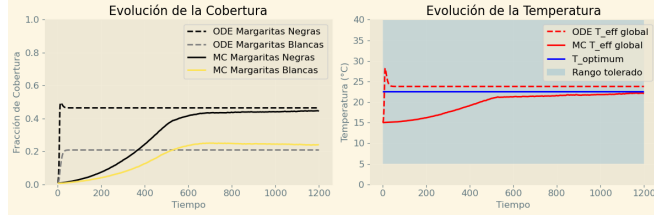


FIG. 6. Evolución del sistema con reproducción local, partiendo de núcleos iniciales no homogéneos. Se observa el estado inicial (izquierda) y el estado de equilibrio con regiones diferenciadas (derecha).

Finalmente, se realizó una simulación con reproducción local en un entorno con luminosidad estacional. La animación resultante (disponible en GitHub) muestra cómo la cobertura de margaritas varía cíclicamente en respuesta a las fluctuaciones estacionales de la luminosidad. A pesar de estas variaciones en las coberturas, la temperatura global se mantiene relativamente estable, lo que demuestra la capacidad del modelo Daisyworld para regular el clima incluso en presencia de perturbaciones ambientales.

- [1] J. E. Lovelock, *Gaia: A New Look at Life on Earth*, second edition ed., Oxford Landmark Science (Oxford University Press, Oxford, United Kingdom, 2016).
- [2] A. J. Watson and J. E. Lovelock, Biological homeostasis of the global environment: The parable of Daisyworld, *Tellus B* **35B**, 284 (1983).
- [3] D. Foreman-Mackey, D. W. Hogg, D. Lang, and J. Goodman, emcee: The mcmc hammer, *PASP* **125**, 306 (2013), 1202.3665.
- [4] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson,

- W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. J. Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. J. Carey, Í. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. VanderPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors, SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python, *Nature Methods* **17**, 261 (2020).
- [5] The joblib developers, joblib.