Základy středoškolské kombinatoriky

David Weber

david.weber99@seznam.cz

26. června 2022

Obsah

Kapitola 1

Základní pojmy a značení

1.1 Was ist kombinatorika?

Kombinatorika představuje matematickou disciplínu zabývající se se kolekcemi prvků množin s definovanou vnitřní strukturou. Řekneme-li to méně formálně, studuje, kolika způsoby lze sestavit konfiguraci s jistými vlastnostmi. Zároveň se tak váže k blízkému oboru zvanému **teorie pravděpodobnosti**.

Typickou úlohou (otázkou) kombinatoriky je třeba tato:

Úloha 1.1.1. Na svatbě je n lidí.

(a) Kolika způsoby lze n svatebčanů sestavit do řady?
(b) V kolika případech stojí nevěsta napravo od ženicha?
(c) Kolik je řad, že ženich a nevěsta stojí vedle sebe?

Pro podobné úlohy v dalších odstavcích vybudujeme potřebný matematický aparát.

1.2 Množiny

Množiny pro nás budou klíčovým pojmem, neboť s jejich pomocí budeme formulovat další části výkladu. Proto považuji za nezbytné si zopakovat aspoň některé základní vlastnosti a operace, které s množinami můžeme provádět. Množinou v matematice rozumíme „soubor neuspořádaných prvků“. Dvě množiny tak považujeme za stejné (sobě rovné) právě tehdy, když mají stejné prvky. Byť tento popis nepředstavuje zcela formální definici, pro naše potřeby s tímto chápáním vystačíme.

Množiny zapisujeme pomocí složených závorek $\{,\}$, přičemž jejich specifikace lze provést dvě způsoby:

- výčtem (výpisem) jednotlivých prvků,
- společnou vlastností

Příklad 1.2.1. Množinu M obsahující prvky a, b, c lze jako

$$M = \{a, b, c\}.$$

V případě většího počtu prvků, avšak s jistou strukturou, můžeme množinu specifikovat buď pomocí „...“ nebo explicitním vyjádřením specifické vlastnosti.

Příklad 1.2.2. Množinu všech přirozených čísel menších nebo rovny 5 lze zapsat jako

$$S = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leqslant 5\}$$

Důležitou vlastností množin je, že neuvažujeme násobné výskyty prvků. Tedy např. množiny $M = \{1, 2, 3\}$ a $N = \{1, 2, 2, 3, 3\}$ jsou si rovny, tj. $M = N$.

Kapitola 2

Základy kombinatorického počítání