

ANALYTICKÁ GEOMETRIE A SVG

Adam Papula, David Weber

SPŠE Ječná, MFF UK

5. listopadu 2023

Obsah

- 1 Analytická geometrie
 - Lineární zobrazení (homomorfismus)
 - Afinní zobrazení

- 2 Formát SVG
 - Syntaxe
 - Transformace

Lineární zobrazení

Lineární zobrazení

Definice homomorfismu

Jsou-li U, V vektorové prostory nad tělesem T , pak zobrazení $f : U \rightarrow V$ je *lineární (homomorfismus)*, pokud platí

- ❶ $\forall x, y \in U : f(x + y) = f(x) + f(y),$
- ❷ $\forall x \in V, \forall \alpha \in T : f(\alpha x) = \alpha \cdot f(x).$

Lineární zobrazení

Definice homomorfismu

Jsou-li U, V vektorové prostory nad tělesem T , pak zobrazení $f : U \rightarrow V$ je *lineární (homomorfismus)*, pokud platí

- ❶ $\forall x, y \in U : f(x + y) = f(x) + f(y),$
- ❷ $\forall x \in V, \forall \alpha \in T : f(\alpha x) = \alpha \cdot f(x).$

Nás bude zajímat především prostor \mathbb{R}^2 , neboť budeme pracovat s rovinou
 $\implies U = V = \mathbb{R}^2.$

Lineární zobrazení

Vyjádření homomorfismu

Každý homomorfismus $f : U \rightarrow V$ lze vyjádřit ve tvaru $f(x) = Ax$, kde

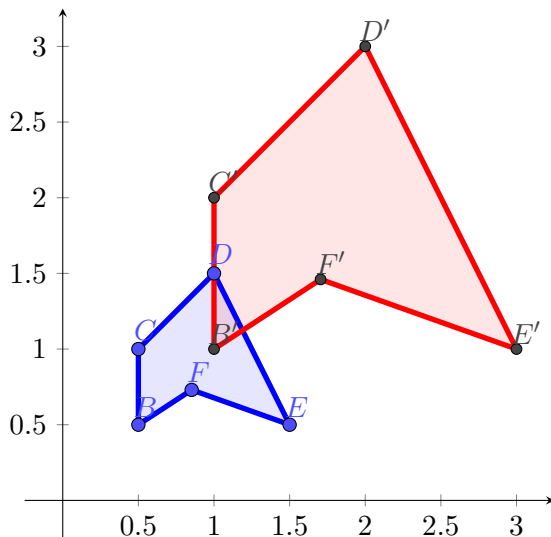
$$A = \left(\begin{array}{c|ccc|c} & & & & & \\ & & & & & \\ f(v_1) & & \cdots & & f(v_n) & \\ & & & & & \end{array} \right),$$

přičemž $\{v_1, \dots, v_n\}$ je báze prostoru U , tj. $\text{span } U$.

Příklady

Homomorfismus s maticí

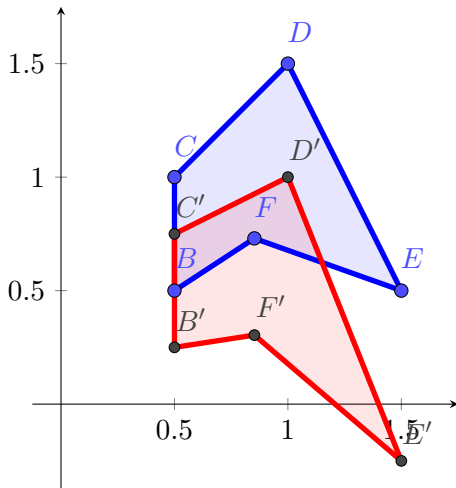
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

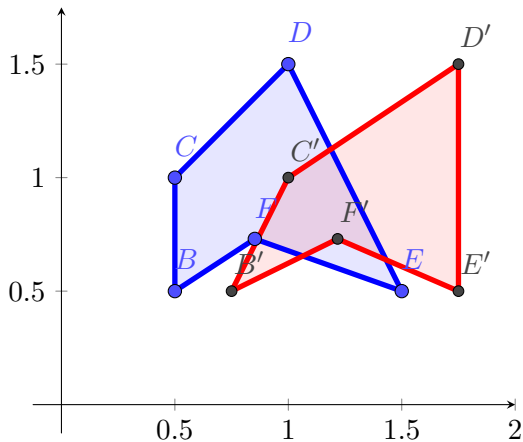
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

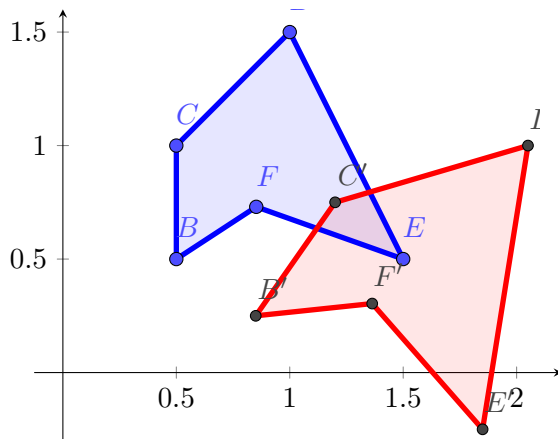
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0,7 \\ -0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$



Afinní zobrazení

Definice afinního zobrazení

(TODO: doplnit.)

Formát SVG

- SVG – Scalable Vector Graphics.
- Celý obrázek složen ze základních útvarů:
 - body, přímky, křivky, mnohoúhelníky.
- Lze neomezeně škálovat **bez ztráty kvality**.
- Je možné pracovat s každým objektem zvlášť.
- Snadná generace pomocí programu.
- Nízká paměťová náročnost.

Formát SVG



Obrázek: Vektorové logo



Obrázek: Rastrové logo

Formát SVG



Obrázek: Vektorové logo



Obrázek: Rastrové logo

Syntaxe

- Jde o textový formát, přípona .svg.
- Základní struktura může vypadat takto:

```
<svg width="100" height="100">  
  <!--Obsah-->  
</svg>
```

Syntaxe

Základní objekty

- Obdélník:

```
<rect x="10" y="20" width="50" height="20"/>
```

- Kruh:

```
<circle cx="20" cy="20" r="10"/>
```

- Elipsa:

```
<ellipse cx="50" cy="50" rx="40" ry="20"/>
```

- Čára:

```
<line x1="0" y1="0" x2="20" y2="30"/>
```


Syntaxe

Základní objekty

- Polygon:

```
<polygon points="10,10 10,20 5,20"/>
```

- Lomená čára:

```
<polyline points="20,20 60,40 80,100 100,10, 10,100"  
style="fill:none"/>
```

Transformace

Translace

- Všechny transformace se dělají pomocí atributu `transform`.
- Lze využít vestavěné příkazy nebo matici transformace.
- Translace pomocí hodnoty atributu `translate(tx, [ty])`.
- V případě matice pak hodnota atributu je `matrix(1,0,0,1,tx,ty)`,
 - hodnoty odpovídají prvním dvěma řádkům transformační matice, zapsané po sloupcích.

```
<rect x="10" y="20" width="50" height="20"
      transform="translate(10,5)"/>
<rect x="10" y="20" width="50" height="20"
      transform="matrix(1,0,0,1,10,5)"/>
```

Transformace

Škálování

- Škálování pomocí hodnoty atributu `scale(sx, [sy])`.
- V případě matice pak hodnota atributu je `matrix(sx,0,0,sy,0,0)`,
 - hodnoty odpovídají prvním dvěma řádkům transformační matice, zapsané po sloupcích.

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"  
      transform="scale(2)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"  
      transform="scale(10,5)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"  
      transform="matrix(10,0,0,5,0,0)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"  
      transform="matrix(2,0,0,2,0,0)"/>
```

Transformace

Otočení

- Zkosení pomocí hodnoty atributu `rotate(angle, [cx, cy])`.
- V případě matice pak hodnota atributu je `matrix(cos(α), sin(α), -sin(α), cos(α), 0, 0)`,
 - hodnoty odpovídají prvním dvěma řádkům transformační matice, zapsané po sloupcích.

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="rotate(-45)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="rotate(-45,5,5)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="matrix(0.7071, -0.7071, 0.7071, 0.7071, 0, 0)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="matrix(0.7071, -0.7071, 0.7071, 0.7071, 0, 0)"/>
```

Transformace

Zkosení

- Zkosení pomocí hodnoty atributu `skewX(angle)` nebo `skewY(angle)`.
- V případě matice je hodnota atributu pro osu x `matrix(1,0,tan(α),1,0,0)` a pro osu y `matrix(1,tan(α),0,1,0,0)`,
 - hodnoty odpovídají prvním dvěma řádkům transformační matice, zapsané po sloupcích.

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="skewX(45)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10"
      transform="skewY(45)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10" transform="matrix
(1,0,1,1,0,0)"/>
```

```
<rect x="0" y="10" width="10" height="10" transform="matrix
(1,1,0,1,0,0)"/>
```