Analytická geometrie a SVG

Adam Papula, David Weber

SPŠE Ječná, MFF UK

5. listopadu 2023

Obsah

Lineární zobrazení

Lineární zobrazení

Definice homomorfismu

Jsou-li U, V vektorové prostory nad tělesem T, pak zobrazení $f : U \to V$ je *lineární (homomorfismus)*, pokud platí

1. $\forall x, y \in U : \ f(x+y) = f(x) + f(y)$,
2. $\forall x \in V, \forall \alpha \in T : \ f(\alpha x) = \alpha \cdot f(x)$.

Lineární zobrazení

Definice homomorfismu

Jsou-li U, V vektorové prostory nad tělesem T, pak zobrazení $f : U \to V$ je *lineární (homomorfismus)*, pokud platí

1. $\forall x, y \in U : f(x + y) = f(x) + f(y)$,
2. $\forall x \in V, \forall \alpha \in T : f(\alpha x) = \alpha \cdot f(x)$.

Nás bude zajímat především prostor $\mathbb{R}^2$, nebot' budeme pracovat s rovinou $\implies U = V = \mathbb{R}^2$.

Lineární zobrazení

Vyjádření homomorfismu

Každý homomorfismus $f : U \to V$ lze vyjádřit ve tvaru $f(x) = Ax$, kde

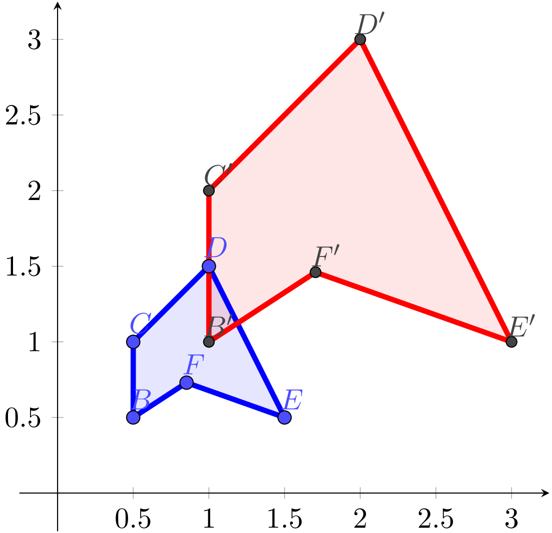
$$A = \begin{pmatrix} | & & | \\ f(v_1) & \cdots & f(v_n) \\ | & & | \end{pmatrix},$$

přičemž $\{v_1, \ldots, v_n\}$ je báze prostoru U, tj. $\operatorname{span} U$.

Příklady

Homomorfismus s maticí

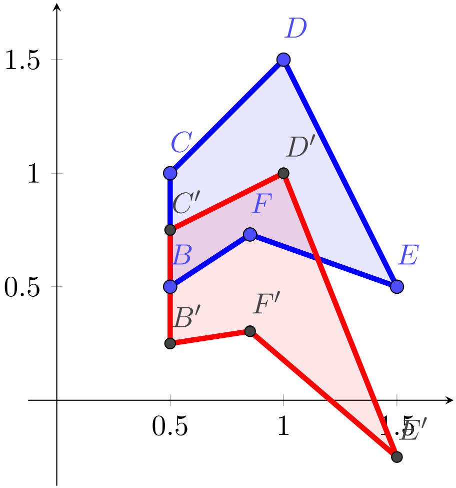
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

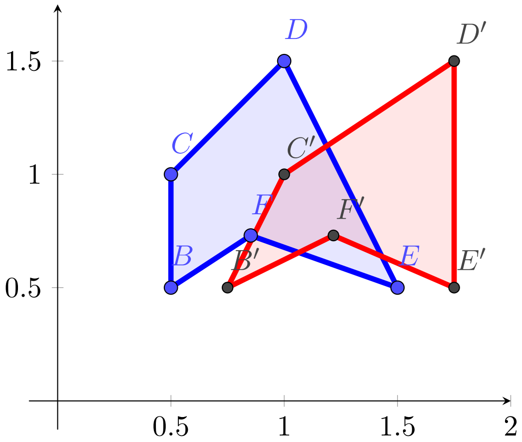
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



Příklady

Homomorfismus s maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}7 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix}.$$