



Análisis del Movimiento del Gömböc

David García
Paula Andrea Uribe



¿Qué es el Gömböc?

Sólido mono-monostático con un solo punto de equilibrio estable y uno inestable, sin importar su orientación.

Objetivo general

Analizar cómo la geometría y la distribución de masa influyen en la estabilidad del Gömböc, combinando modelos matemáticos y experimentos con réplicas impresas en 3D.

¿Cómo influyen las propiedades geométricas y la distribución de masa en la estabilidad del Gömböc, y cómo pueden modelarse y validarse mediante simulaciones computacionales y experimentos físicos?

Estado del arte

Domokos & Várkonyi (2007).
Demostración de cuerpos monostáticos

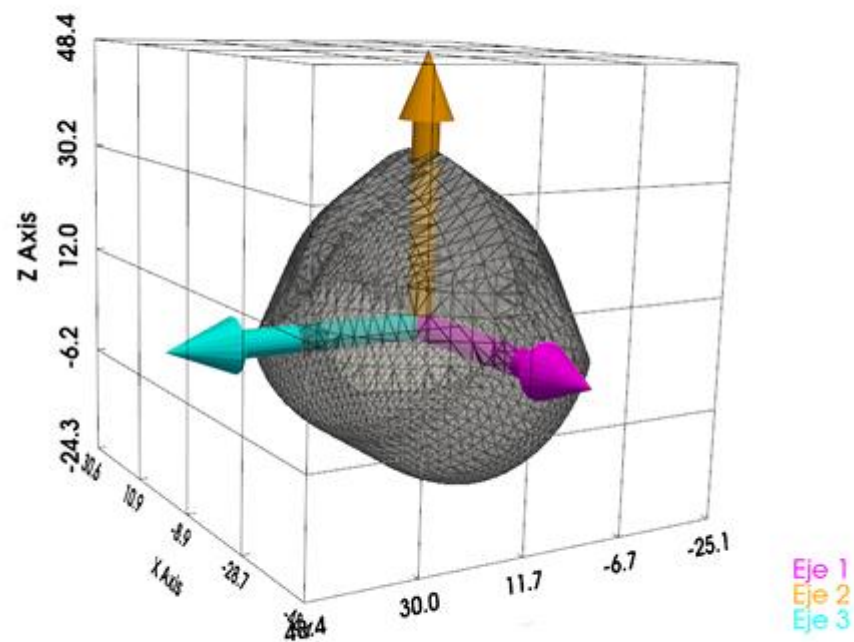
Aplicaciones en estabilidad de estructuras y robótica.

Avances en simulación computacional y fabricación 3D para validar predicciones teóricas

Metodología

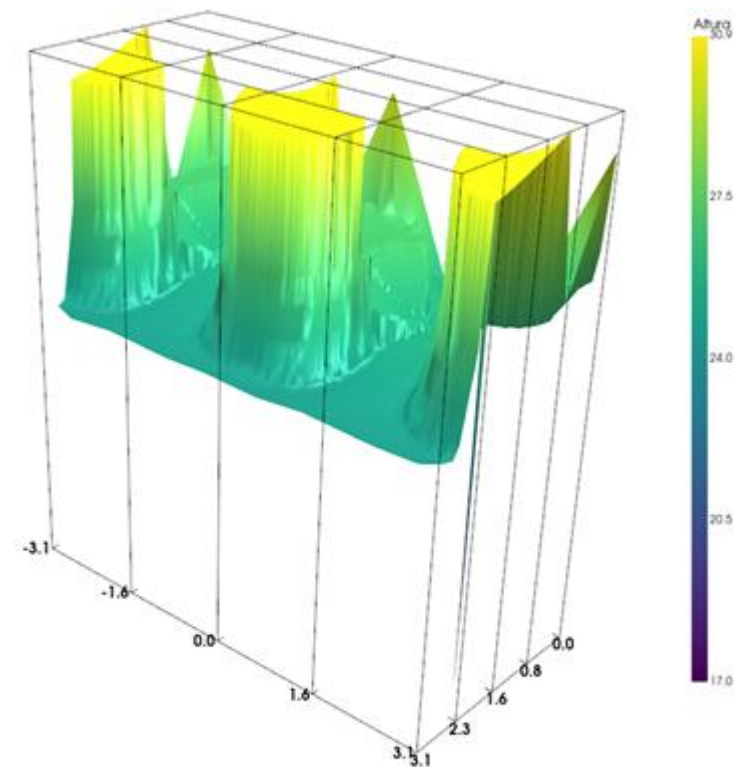
- Se descompone la malla STL en pequeños tetraedros para hallar el centro de masa y el tensor de inercia total
- Se traslada el tensor al centro de masa y se diagonaliza para obtener los ejes propios de rotación.
- Para cada cara triangular, se calcula su centro y su normal unitario.
- La “altura” de cada cara (proporcional al potencial) se obtiene proyectando el centro de la cara sobre la normal.
- Se reúne esa información en un conjunto de puntos (h, θ, ϕ) que describe el potencial en coordenadas esféricas.

Malla rotada en punto de equilibrio



(a) Vectores principales de rotación asociados al sistema de estudio.

Superficie de altura



(b) Representación de los ****puntos discretos**** de la altura h (proporcional al potencial) en coordenadas esféricas. Cada punto corresponde a una cara de la malla STL. La apariencia continua se debe a la alta densidad de puntos.

Experimentación

- Réplicas impresas en 3D del STL.
- Cámara iPhone 11 Pro Max (4 K, 60 FPS).
- Cinta con marcadores (rojo a 3 cm, azul a 2 cm) y transportador graduado
- Dejar caer desde ángulos iniciales (5° , 8° , 10° , 14°), 5 repeticiones cada uno.
- Análisis de vídeo con Tracker para extraer $\theta(t)$ y tiempo de estabilización (criterio $\pm 0.57^\circ$).



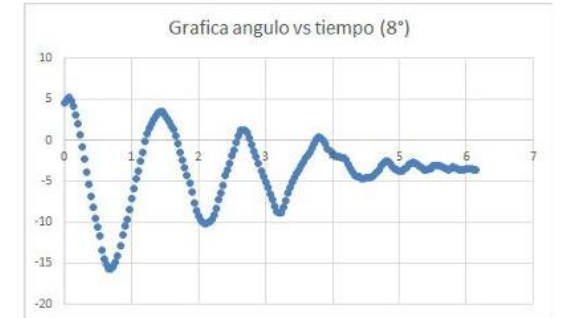
Figura 3: Montaje experimental

Resultados y análisis

Ángulo	Error respecto a 90°
5°	0.022°
8°	2.925°
10°	0.748°
14°	2.385°



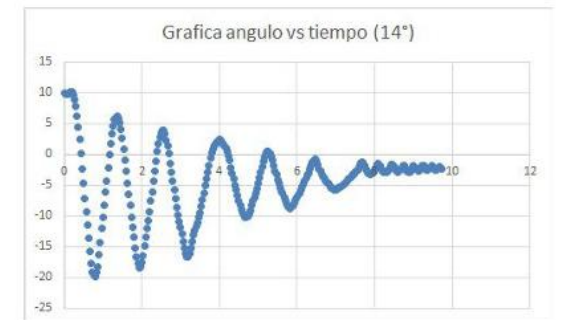
(a) Ángulo vs tiempo 5°



(b) Ángulo vs tiempo 8°



(c) Ángulo vs tiempo 10°



(d) Ángulo vs tiempo 14°

Figura 4: Gráficas de ángulo vs. tiempo para diferentes ángulos iniciales.

Conclusiones y recomendaciones

- Las réplicas no cumplen la mono-monostaticidad ideal; aparecen múltiples pozos gravitacionales por imperfecciones de impresión y densidad.
- Energía potencial inicial mayor → más oscilaciones → mayor tiempo de estabilización.
- Imperfecciones geométricas y variaciones de fricción explican sesgos de hasta $\sim 2-3^\circ$.

- Control geométrico post-impresión (escaneo 3D).
- Uniformidad de densidad (resina/relleno).
- Mayor resolución temporal y tracking automático.
- Desarrollo de simulaciones dinámicas con ecuaciones de Euler–Lagrange.