

Propuesta del Proyecto: Análisis del Movimiento del Gömböc

Michel Calderón

David García

Paula Uribe

6 de marzo de 2025

Resumen

El Gömböc es un objeto geométrico fascinante que posee un único punto de equilibrio estable y otro inestable, lo que le permite volver a su posición de equilibrio sin importar cómo se le coloque sobre una superficie plana. Este proyecto tiene como objetivo analizar el movimiento del Gömböc mediante herramientas matemáticas y simulaciones computacionales, con el fin de comprender su dinámica y estabilidad. Para ello, se estudiarán los fundamentos teóricos que explican su comportamiento, se desarrollará un modelo de simulación que permita visualizar su movimiento bajo diferentes condiciones iniciales, y se compararán los resultados con un modelo físico impreso en 3D.

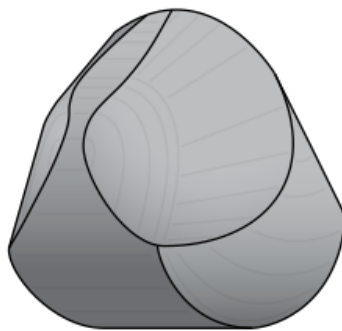


Figura 1: "Structure of the characteristic gömböc by Domokos and Várkonyi." por "Vierkantswortel2", 2013, alojada en www.wikipedia.com/wiki/File:Gmbc_structure.svg

Pregunta de investigación

El Gömböc es un objeto curioso, cómo un juguete para un niño.

¿Cómo es posible su movimiento y cómo se comporta?

Introducción

El Gömböc es un objeto geométrico que ha capturado la atención de científicos, matemáticos y entusiastas por su singularidad y comportamiento fascinante. A primera vista, puede parecer un simple juguete, pero su diseño y propiedades lo convierten en un tema de estudio profundo en campos como la física, la geometría y la ingeniería. Lo que hace al Gömböc tan especial es su capacidad para volver a una posición de equilibrio estable, sin importar cómo se le coloque sobre una superficie plana. Esta característica lo distingue de la mayoría de los objetos comunes, que suelen tener múltiples puntos de equilibrio o inestabilidad. Su movimiento, aparentemente mágico, es el resultado de un diseño matemático preciso que combina simetría, curvatura y distribución de masa de manera única. Este comportamiento lo convierte en un objeto ideal para explorar conceptos como la estabilidad, la dinámica y la interacción entre forma y función.

Además de su relevancia teórica, el Gömböc tiene un atractivo especial por su conexión con fenómenos naturales. Inspirado en la forma de ciertos caparazones de tortuga, este objeto demuestra cómo la evolución biológica y las matemáticas pueden converger para resolver problemas prácticos, como la capacidad de enderezarse después de caer. Esta analogía con la naturaleza no solo resalta la elegancia del diseño del Gömböc, sino que también sugiere posibles aplicaciones en ingeniería y diseño de materiales. Su estudio, por tanto, no solo satisface la curiosidad científica, sino que también ofrece insights

valiosos para desarrollar tecnologías innovadoras que imiten la eficiencia de los sistemas naturales.

Estado del arte

Varkonyi y G. Domokos fueron los pioneros en el desarrollo de este objeto, y en su artículo "*Static Equilibria of Rigid Bodies: Dice, Pebbles, and the Poincaré-Hopf Theorem*", 2006 explican los fundamentos matemáticos utilizados para la demostración de un cuerpo rígido con solo un punto de equilibrio estable y otro inestable (Gömböc) con ayuda del teorema de Poincaré-Hopf. Este es el artículo principal pues nos brinda el criterio matemático suficiente para probar la existencia del Gömböc.

El artículo "*Dynamics of the Gömböc: Stability and Motion*", lanzado en *Journal of Nonlinear Science*, 2010 profundiza en el análisis del movimiento del Gömböc, utilizando ecuaciones diferenciales y simulaciones numéricas para estudiar cómo el objeto rueda y se reorienta hasta alcanzar su posición de equilibrio estable. También se exploran las condiciones iniciales que afectan su comportamiento dinámico.

Cómo aplicaciones prácticas, el artículo "*Gömböc-Inspired Self-Righting Mechanisms for Robotics*" publicado en *IEEE Transactions on Robotics*, 2018 trata como el diseño del Gömböc puede aplicarse en la creación de robots autoequilibrados. Se analiza el movimiento del objeto y cómo sus principios pueden replicarse en sistemas artificiales para mejorar la estabilidad y la capacidad de recuperación.

Objetivos del Proyecto

El objetivo general de este proyecto es observar y analizar el movimiento del Gömböc bajo ciertas condiciones iniciales específicas, utilizando herramientas matemáticas y simulaciones computacionales para su estudio. Para ello, nos proponemos los siguientes objetivos específicos:

- Comprender la teoría matemática detrás del Gömböc, incluyendo su estabilidad y dinámica.
- Diseñar un modelo de simulación que permita visualizar el comportamiento del Gömböc bajo diferentes condiciones iniciales.
- Interpretar los resultados obtenidos y evaluar cómo la geometría influye en el movimiento del objeto.

Metodología

Con el fin de aumentar la comprensión del movimiento de este fascinante objeto se indagará profundamente en los artículos que describan su dinámica y se realizará una formulación propia inspirada en ello, por ejemplo, con el planteamiento lagrangiano se puede obtener las ecuaciones del movimiento del sistema con las cuales se puede realizar un modelo de simulación modificando y comparando condiciones iniciales del objeto con el fin de estudiarlo. Además, se imprimirá una versión del objeto para poder realizar la comparación práctica con la simulación computacional y estudiar que puede causar las diferencias entre estos modelos. Se espera que el comportamiento de la simulación tenga una gran similitud con el comportamiento del modelo impreso, en caso de incumplir esta suposición, se deben realizar los ajustes pertinentes en la formulación matemática.

Referencias

- [1] The Living Gömböc | Natural History Magazine.
- [2] Maple helps discover the mathematics-based Gömböc shape - User Case Studies - Maplesoft.
- [3] The story of the Gömböc | plus.maths.org, September 2009.
- [4] Gömböc, February 2025. Page Version ID: 1275985525.
- [5] Domokos and Várkonyi. Static equilibria of rigid bodies: Dice, pebbles, and the poincaré-hopf theorem, 2006.
- [6] Gábor Domokos and Flórián Kovács. Conway's spiral and a discrete Gömböc with 21 point masses, 2021.
- [7] Millard Lee Sloan. Analytical Gomboc, 2023.