

נגדיר

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x^3 + x^2 - x + 1}}$$

ונמצא את

$$\int_1^\infty f(x) dx$$

נגדיר $g(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}}$ ונקבל

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

ולכן ממבחן ההשוואה הגבולי האינטגרל שאנו מחפשים מתכנס אם ורק אם $\int_1^\infty g(x) dx$ מתכנס אף הוא.

אנו יודעים כי $\forall x > 2, \ln x < \sqrt[3]{x}$ ולכן נקבל גם

$$\frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} < \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^3}}$$

ולכן האינטגרל הנתון מתכנס אם ורק אם מתכנס האינטגרל

$$\int_1^\infty \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^3}} dx = \int_1^\infty x^{-7/6} dx = \frac{-6}{13} x^{-1/6} \Big|_1^\infty = \frac{-6}{13}$$

ולכן ממבחן ההשוואה נקבל כי גם $\int_1^\infty f(x) dx$ מתכנס.