Question 1

a

Theorem 0.1. *שלום לכם*

Proof. Nope □

Definition 0.2. Definition

Solution. asdsad

נגדיר $\Omega = [6]$ עם הסתברות אחידה $\mathbb{P}$. נגדיר $X(\omega) = \omega$ ו־$Y(\omega) = \omega$

$$SuppX = [6] \qquad SuppY = [6]$$

נגדיר $Z = X + Y$.

$$SuppZ = 2 \cdot [6]$$

עכשיו נגדיר $\Omega = [6]^2$. X הטלת קובייה ו־Y הטלת קובייה שנייה.

$$X((a,b)) = a, \qquad Y((a,b)) = b, \qquad Z((a,b)) = a + b \qquad SuppZ = [12]$$

נחשב

$$\mathbb{P}(Z = 4) = \mathbb{P}(\{(1,3),(3,1),(2,2)\}) = \frac{3}{36} = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega \mid Z(\omega) = 4\})$$

$Supp\ X = Supp\ Y = \{0, \ldots, n-1\}$ וגם $Z = X + Y \mod n$.

$$Supp\ Z = Supp\ X = \{0, \ldots, n-1\}$$

נניח ש־X, Z בלתי־תלויים. נראה ש־$\mathbb{P}(Y = \omega) = \frac{1}{n}$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X = k) \cdot \mathbb{P}(Z = l) &= \mathbb{P}(X = k, Z = l) \\
&= \mathbb{P}(X = k, X + Y \mod n = l) \\
&= \mathbb{P}(X = k, X + Y = l + an) \\
&= \mathbb{P}(X = k, X + Y \in \{l, l+n\}) \\
&= \mathbb{P}(X = k, k + Y \in \{l, l+n\}) \\
&= \mathbb{P}(X = k, Y \in \{l-k, l-k+n\}) \\
&= \mathbb{P}(X = k)\mathbb{P}(Y \in \{l-k, l-k+n\})
\end{aligned}$$

ולכן

$$\mathbb{P}(Z = l) = \mathbb{P}(Y \in \{l-k, l-k+n\})$$

נחפש את

$$\mathbb{P}(Y = m)$$

נקבל $m = l - k$ או $m = l - k + n$.

$$\mathbb{P}(Y = m) = \mathbb{P}(Z = l)$$

נכתוב $l = m + k$ או $l = m + k - n$.

$$\mathbb{P}(Y = m) = \mathbb{P}(Z = m + k)$$

נגדיר $k = i, j$ אז

$$\mathbb{P}(Y = m) = \mathbb{P}(Z = m + i) = \mathbb{P}(Z = m + j)$$

לדוגמה אם $m = 0$ אז

$$\mathbb{P}(Z = i) = \mathbb{P}(Z = j)$$

לכל $0 \leq i, j \leq n - 1$ לכן.

$$\mathbb{P}(Z = l) = \frac{1}{n}$$

אז נובע

$$\mathbb{P}(Y = m) = \frac{1}{n}$$