טענה 0.1 *תהינה פונקציות גזירות* $f,g:[a,b]\to\mathbb{R}$*, מתקיים* $f(a)=g(a)$ *ו־*$\forall x\in[a,b], f'(x)<g'(x)$*, אז מתקיים* $\forall x\in(a,b], f(x)<g(x)$.

הערה הטענה נכונה גם באופן מוכלל, דהינו אם $b=\infty$.

הוכחה. נגדיר פונקציה חדשה $h(x)=g(x)-f(x)$, ולכן נקבל $h(a)=0$.
נשים לב כי $h'(x)=g'(x)-f'(x)>0$ ולכן נובע כי הפונקציה עולה בכל התחום.
נסיק אם כן ש־$h(x)>0$ בתחום הפתוח, דהינו $g(x)-f(x)>0$. $\square$

מסקנה 0.2 אם $f'(x)>M$ כאשר $0<M\in\mathbb{R}$ אז נקבל

$$f(x)>M(x-a)+f(a)$$

הוכחה. נגדיר $g(x)=M(x-a)+f(a)$, לכן $g(a)=f(a)$ ותנאי הטענה מתקיימים.
לכן נקבל לכל $x>a$ שגם $f(x)>M(x-a)+f(a)$. $\square$

טענה 0.3 *תהי פונקציה* $f:[a,\infty)\to\mathbb{R}$ *כך ש־*$\lim_{x\to\infty}f(x)=L$ *אז* $\lim_{x\to\infty}f'(x)=0$.

הוכחה. ההוכחה הזאת לא מלאה כי היא לא פוסלת מקרים שהנגזרת לא מתכנסת.
נניח בשלילה ש־$\lim_{x\to\infty}f'(x)=L'>0$, אז קיים N כך ש־$\forall x>M, f'(x)>\frac{L'}{2}$.
נסתכל על המשיק בנקודה כלשהי $t>N$,

$$g(x)=f'(t)(x-t)+f(t)>\frac{L'}{2}(x-t)+f(t)$$

ונקבל מהטענה הקודמת ש־$f(x)>g(x)$ לכל $x>N$, אבל $\lim_{x\to\infty}g(x)=\infty$, אז ממשפט הפרוסה נקבל גם $\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$ וזו סתירה. $\square$