תהי $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ המוגדרת על־ידי

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{\sin(xy)}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ a & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

נניח בשלילה שהפונקציה רציפה ולכן הגבול הבא מוגדר

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=f(0,0)=a$$

לכן נוכל לעבור לאפיון היינה לסדרות, דהינו קיימות סדרות

$$(x_n)_{n=1}^{\infty},(y_n)_{n=1}^{\infty}$$

כך שגם

$$\lim_{n\to\infty} x_n=0,\lim_{n\to\infty} y_n=0$$

עכשיו, האלמנט הכי חשוב פה הוא שאנחנו יכולים לבחור כל שתי סדרות שמקיימות את התנאי הזה. לא משנה מה הסדרות ומה הקשר ביניהן, כל עוד הן שואפות לאפס הן מקיימות את הגבול שכתבתי למעלה. נכתוב אותו אגב בצורת היינה ונקבל:

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n,y_n)=a$$

עכשיו, נתחיל בלבחור

$$x_n=\frac{1}{n},y_n=0$$

הסדרה מקיימת את התנאי של להתכנס לאפס ולכן

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n,y_n)=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(\frac{1}{n}\cdot 0)}{\frac{1}{n^2}+0}=0$$

ולכן נניח שמתקיים $a=0$.

עתה נבחר

$$x_n=y_n=\frac{1}{n}$$

ולכן נקבל

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n,y_n)=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(\frac{1}{n^2})}{\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(\frac{1}{n^2})}{\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{2}\cdot 1$$

ולכן נסיק גם ש־$a=\frac{1}{2}$, אבל זאת סתירה לזה שמצאנו ש־$a=0$.