טענה 0.1 *קבוצה A היא טרנזיטיבית אם ורק אם $\mathcal{P}(A)$ טרנזיטיבית.*

הוכחה. נראה את הכיוון ההפוך, נניח ש-$\mathcal{P}(A)$ טרנזיטיבית. הדבר הראשון שנבחין בו הוא שמתקיים,

$$x \in \mathcal{P}(A) \iff x \subseteq A, \quad x \in y \in \mathcal{P}(A) \implies x \in \mathcal{P}(A)$$

הטענה הראשונה היא הגדרת קבוצת החזקה, השנייה היא הגדרה שקולה לטרנזיטיביות, לבסוף נכתוב את ההגדרה עצמה,

$$x \in \mathcal{P}(A) \implies x \subseteq \mathcal{P}(A)$$

נניח ש-$x \in y \in A$, ונרצה להראות ש-$x \in A$.
נתון כי $y \in A$ ולכן $\{y\} \in \mathcal{P}(A) \iff \{y\} \subseteq A$. אבל מהאפיון השקול לטרנזיטיביות נקבל

$$y \in \{y\} \in \mathcal{P}(A) \implies y \in \mathcal{P}(A)$$

כלומר $y \subseteq A$ מהגדרת קבוצת חזקה. אבל $x \in y \subseteq A$ ולכן נקבל ש-$x \in A$, בדיוק כפי שרצינו. □

תרגיל 0.1 נניח ש-$\langle A, \le \rangle$ סדר קווי כלשהו. הוכיחו כי $\min_2 : A^2 \to A$ היא פונקציה, כלומר הראו כי היא קבוצה המקיימת את תכונת הפונקציה.

תרגיל 0.2 השתמשו במשפט הרקורסיה כדי להראות שקיימת פונקציה $\min_F$ כך שמתקיים,

$$\forall n < \omega,\ \min_F(n) = \min_2$$

תרגיל 0.3 הראו כי קיימת הפונקציה $\min : \mathcal{P}^{<\omega}(A) \to A$ המקבלת קבוצות סופיות של טבעיים ומחזירה את המינימום שלהם.

הוכחה. אנו יודעים כי $\mathbb{N}^3$ קיימת וכן נגדיר,

$$P(x,y,z) = (z = x \vee z = y) \wedge (z \le x \wedge z \le y)$$

אז מהפרדה,

$$f = \{(x,y,z) \in \mathbb{N}^3 \mid P(x,y,z)\}$$

היא קבוצה. נותר להראות שהיא פונקציה. □