

פתרון מטלה 10 – חישוביות וקוגניציה, 6119

30 בינואר 2026



שאלה 1

סעיף א'

i

נקבל מרציפות שהרעיון שקול לאפס ולכן התוצאה והמידה שווים, כלומר $r = x$, ונסיק שאפשר לבחור את x

ii

כאשר השונות שואפת לאינסוף נקבל שהרעיון הוא היחיד ואי-אפשר לבדל נקודה סבירות לבחור.

iii

זהו מצב שקול למצב $x = r_0$ ולכן נקבל שתמיד כדי לבחור את r_0 .

סעיף ב'

i

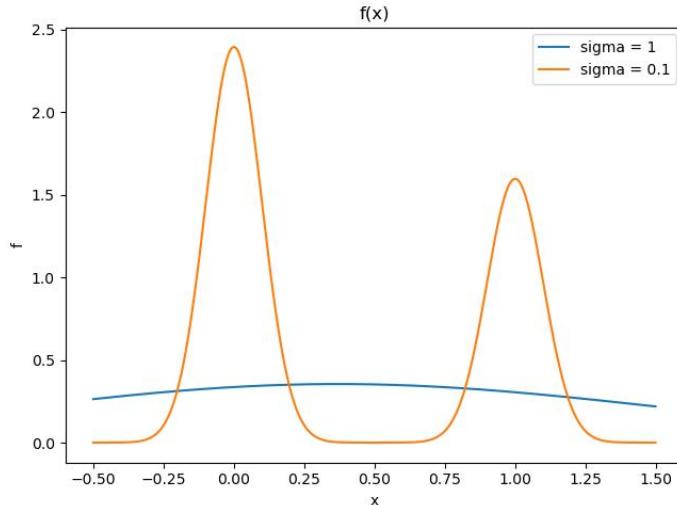
נבחן כי נתון ש- $x \sim N(0, \sigma^2)$ וכן $x = r + n$, כלומר,

$$f(x | r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-r)^2}{2\sigma^2}\right).$$

עתה נשתמש בנוסחת ההסתברות השלמה,

$$f(x) = \sum_{r \in \text{Supp } r} f(x | r) \mathbb{P}(r) = f(x | 1) \mathbb{P}(1) + f(x | 0) \mathbb{P}(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left(p \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}\right) + (1-p) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \right).$$

ונציג את $f(x)$ עבור $\sigma = \frac{3}{4}$ ו- $p = \frac{3}{4}$



מගראף אנו למדים שככל שיש פחota שגיאה כך ניתן לשער מה הנקודה ביתר קלות.

ii

נרצה למצוא את \hat{r} עבור תוצאה מדידה x , כלומר נמצא את הסף עבורו $\hat{r} = 1$.

פתרון נבחן כי ישנן רק שתי אפשרויות, או שנבחר $r = 1$ או $r = 0$ ולכן علينا להבין מה ההסתברות בשתי הנקודות האלה בלבד,

$$f(r = 1 | x) = \frac{f(r = 1)f(x | r = 1)}{f(x)} = p \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{f(x)}.$$

ונוכל לקבל תוצאה נומרית עבור ערכים אלה. עבור $\frac{1}{2} = p$ נקבל סימטריה ולא תהיה נקודה כזו.

סעיף ג'

$$f(r) \sim N(\mu_r, \sigma_r^2)$$

i

$\mu_1 = \sigma_1^2 = \frac{\sigma^2 \sigma_r^2}{\sigma^2 + \sigma_r^2}$. אבל בתרגול ראיינו שהוא גם התפלגות נורמלית עם $f(r | x) \propto f(r)f(x | r) = N(r, \sigma^2)N(\mu_r, \sigma_r^2)$. נקבל ש- $\hat{r} = \mu_1 = \frac{r\sigma_r^2 + \mu_r \sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_r^2}$. לכן נקבל ש-

ii

לפי הגדר $\sigma_r = 1$ וקיים ש- $\mathbb{E}(\hat{r} | r = 1) = \mu_1 = 1$ וכשנzieb,

$$1 = \frac{0 + \mu_r \sigma^2}{1 + \sigma^2} \iff (\mu_r - 1)\sigma^2 = 1.$$

ולכן $\mathbb{E}(\hat{r}) = \frac{3}{2}$ ונשאר למצוא את μ . קיבלנו שעבור $r = 1$ מתקבל $\hat{r} = \frac{1}{\mu_r - 1}$ ולכן,

$$\frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 1 + \mu_r \cdot \frac{1}{\mu_r - 1}}{\frac{1}{\mu_r - 1} + 1} \iff 3 \frac{1 + \mu_r - 1}{\mu_r - 1} = 2 \frac{\mu_r - 1 + \mu_r}{\mu_r - 1} \iff 3\mu_r = 4\mu_r - 2.$$

ונחילן ש- $\mu_r = 2$.

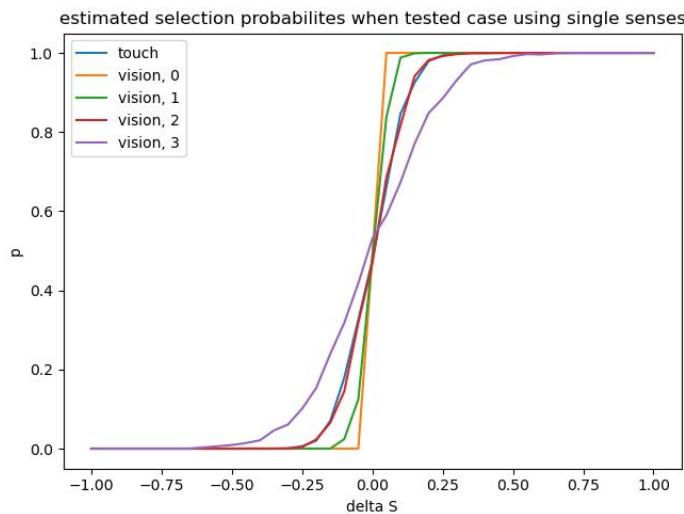
iii

נקבל שהיא פשוט לא שערכה בהקשר לננתונים שהיו לה, שהרי מהשווינותו שמצאנו בסעיפים הקודמים אנו יודעים שהמספר שהיא הייתה אמורה לבוחר היה קטן מ-1.

שאלה 2

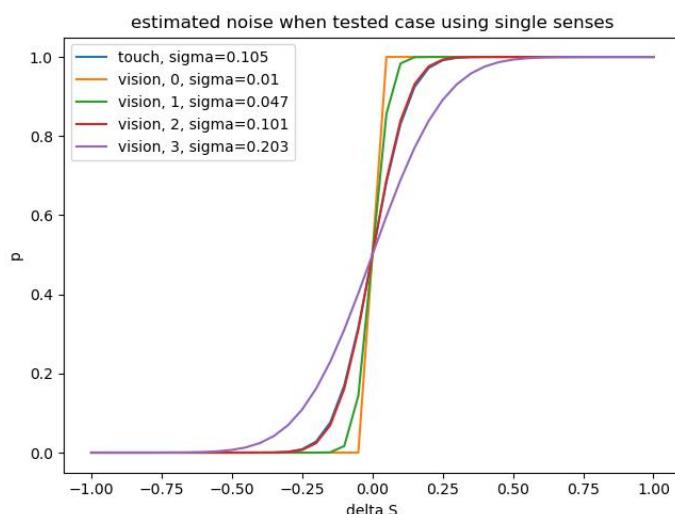
סעיף א'

נציג את העקרונות,



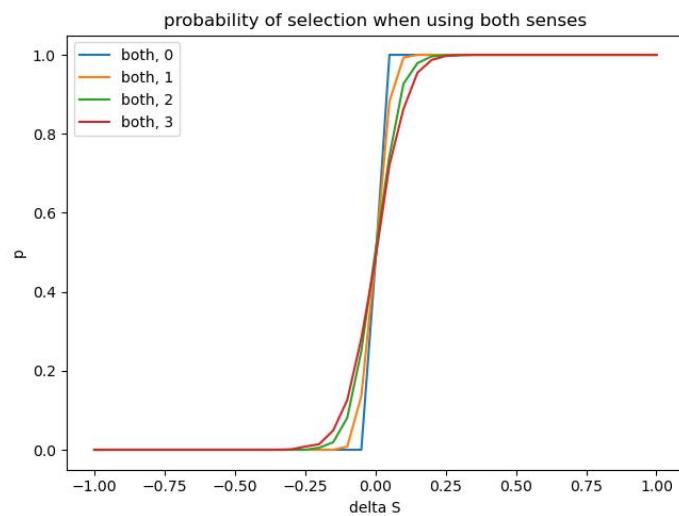
סעיף ב'

נציג את הגרף המתאים מהתליך החישוב,



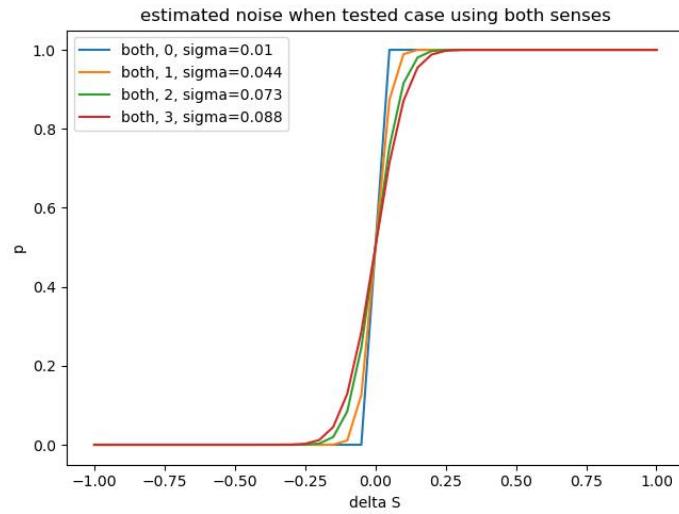
סעיף ג'

נציג את העקרונות,



סעיף 7'

מציג את הגרף המתאים מהתהlixir החישוב,



סעיף 8'

מציג את כרך התאמה סטנית התקן,

