

$$f : X \rightarrow Y \iff f \subseteq X \times Y, \forall x \in X \exists! y \in Y, \langle x, y \rangle \in f$$

$$f : X \hookrightarrow Y \iff f : X \rightarrow Y, \forall x, x' \in X, \forall y \in Y, (\langle x, y \rangle \notin f \vee \langle x', y \rangle \notin f)$$

$$f : X \twoheadrightarrow Y \iff f : X \rightarrow Y, \forall y \in Y \exists x \in X, \langle x, y \rangle \in f$$

$$f : X \leftrightarrow Y \iff f : X \hookrightarrow Y \wedge f : \twoheadrightarrow Y \iff f : X \rightarrow Y \wedge \{\langle y, x \rangle \in Y \times X \mid \langle x, y \rangle \in f\} : Y \rightarrow X$$