פתרון מטלה -11 מבוא לטופולוגיה,

2025 ביוני



שאלה 1

נניח שgהיא ש־gנראה היא $g(x)\neq g(-x)$ מתקיים מתקיים שלכל בך רציפה רציפה רציפה נניח נניח מייט אוניח פר

, כלומר מתקיים, קים, נניח ש- $x_0 \notin g(S^2)$ בקודה כך נוכל לצמצם את נויח $x_0 \in S^2$ הוכחה. נניח ש-

$$g: S^2 \to S^2 \setminus \{x_0\} \simeq \mathbb{R}^n$$

בורסוק־אולם ממשפט הומיציה פונקציה $g_0=h\circ g:S^2\to\mathbb{R}^n$ אז שקיים) אז יודעים שאנו הומיאומורפיזם הומיציה הומיציה אז $h:S^2\setminus\{x_0\}\to\mathbb{R}^n$ בובע שקיימת נקודה $x_1\in S^2$ כלומר שקיימת נקודה ביים אז הומיציה שקיימת נקודה ביים אומיציה שחיים,

$$g_0(x_1) = g_0(-x_1) \iff h(g(x_1)) = h(g(-x_1)) \iff g(x_1) = g(-x_1)$$

. איא gהייא כלומר היים לא שלנו, ולכן שלנו, היים להנחה ישירה אבל אבל הנוחה להנחה אבל אבל היים ישירה אבל אבל היים אבל היים אבל היים אבל אבל היים אבל היים

שאלה 2

. עצמי. אי וקטור יש היש כי ל-A מטריצה ממשית עם כניסות אי־שליליות, נראה א מטריצה מטריצה מטריצה אור עצמי. $A\in M_2(\mathbb{R})$

, הגדיר, עב"מ וקיים אם ערך אם אם מיים ולכן היים וקטור לא ערך עצמי וקיים ערך עב"מ לא לפל A=0 אז בהכרה לא לפלרית. נגדיר, ולכן מיים לא לפלרית. לא לפלרית לא לפלרית. לא לפלרית לא לפלרית. לא לפלרית. לא לפלרית לא לפלרית. לא לפלרית. לא לפלרית לפלרית. לא לפלרית לא לפלרית לפלרית. לא לפלרית לא לפלרית לפלרית לפלרית לא לפלרית לפלרית לפלרית לפלרית. לא לפלרית לפלרית לפלרית לפלרית לא לפלרית לפלרית

$$X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, z \ge 0\}.$$

$$\{(x,y,z)\in\mathbb{R}\mid x,y,z\geq 0\}.$$
 ונגדיר את ההעתקה $f:S^2\cap X o S^2\cap X o S^2\cap X$ ונגדיר את ההעתקה $f(x,y,z)=rac{A(x,y,z)^t}{\|A(x,y,z)^t\|}$

. מוגדרת היטב שכן A רגולרית ואי־שלילית. f

אנו יודעים כי $g:D^1 o D^1$ אנו יודעים פי אנו יודעים פי אנו יודעים פי אנו יודעים שיש הומיאומורפיזם $g:D^1 o D^1$ אנו יולכן נוכל להגדיר אנו יודעים פי או יודעי , כדרכבת אמתקיים, משפט נקודת השבת של בראוור מתקיים ויש נקודת שבת ל- $x_0\in D^1$ משפט נקודת בראוור מתקיים, יש נקודת מתקיים, כהרכבת השבת ל- $x_0\in D^1$

$$g(x_0) = x_0 \iff f(\varphi^{-1}(x_0)) = \varphi^{-1}(x_0)$$

,אז, $u\in S^2\cap X$ כאשר $u=arphi^{-1}(x_0)$ ואם נסמן

$$f(u) = u \iff Au = ||Au||u$$

A נלומר עצמי של u כלומר

שאלה 3

. בכל סעיף נגדיר מרחב ונקבע האם S^1 הוא נסג עיוות שלו

'סעיף א

 $.S^2$ נבחן את הספרה

הספירה $n\geq 2$ לכל כי לכל כי מהצד השני האני מהצד הענים אנו אנו יודעים כי $\pi_1(S^2)\simeq\pi_1(S^1)=\mathbb{Z}$ אז $\pi_1(S^2)\simeq\pi_1(S^1)=\mathbb{Z}$ מהצד השני ראינו כי לכל $\pi_1(S^2)=\pi_1(S^2)$ אנו יודעים כי $\pi_1(S^2)\simeq\pi_1(S^2)$ אות מ-2 לכל לכל $\pi_1(S^2)\simeq\pi_1(S^2)$ אני היא פשוטת קשר ולכן $\pi_1(S^2)$ טריוויאלית, ובפרט לא $\pi_1(S^2)$

'סעיף ב

נגדיר את הצילינדר,

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

, על־ידי $H:[0,1] imes C o S^1$ אל־ידי את נגדיר את נגדיר את

$$H(t, (x, y, z)) = (x, y, (1 - t) \cdot z)$$

ונראה שזהו נסג עיוות.

לכל $(x,y,0)\in S^1$ מתקיים,

$$H(t,(x,y,0)) = (x,y,0)$$

בנוסף,

$$H(0,(x,y,z)) = (x,y,(1-0)z) = (x,y,z)$$

ולבסוף גם,

$$H(1,(x,y,z)) = (x,y,0) \in S^1$$

 $.(S^1$ ל- הומיאומורפי אשר $S^1\times\{0\}$ ל-) S^1 ל- ל- Cים עיוות אכן היא היא Hכלומר כלומר היא אכן ל-