פתרון מטלה 8 — חישוביות וקוגניציה, 6119

6 בינואר 2026

שאלה 1

נגדיר $u(0)=0, u(1)=1$, וכן נגדיר את הבחירות,

$$L_s = \langle (X_s), (1) \rangle, \qquad L_g = \langle (0, X_g), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \rangle,$$

התוחלת היא,

$$V_s = \mathbb{P}(x = X_s) u(x = X_s) = u(X_s), \qquad V_g = \mathbb{P}(x = 0) u(x = 0) + \mathbb{P}(x = X_g) u(x = X_g) = \frac{1}{2} u(X_g)$$

אם האוגר אדיש לניסויים, כלומר $L_s \sim L_g$, אז יתקיים,

$$2u(X_s) = u(X_g) \tag{1}$$

סעיף א׳

נניח ש־$X_g^1 = X_g = 1$ ונמצא את X_s^1 המקיימת את $L_s \sim L_g$ על־ידי מבחן ממוחשב. נבחין כי הנקודה שבה האוגר אדיש היא הנקודה בה הוא משנה את דעתו, כלומר בשלב שבו $V_s > V_g$ ולא $V_s < V_g$, ובהתאם נבנה את המבחן הממוחשב כך. בהרצה נקבל ש־$X_s^1 = 0.22$ עבור X_s המקיים את הטענה יחד עם X_g^1 המוגדר בסעיף זה. מ־(1) נסיק,

$$2u(X_s^1) = u(X_g^1) = u(1) = 1 \implies u(X_s^1) = \frac{1}{2}$$

סעיף ב׳

הפעם נקבע $X_g = X_g^2 = X_s^1$ ונחשב שוב בעזרת מבחן ממוחשב את X_s^2 ואת $u(X_s^2)$. המבחן הממוחשב מציע שהפעם מתקיים $X_s^2 = 0.05$ כדי שיהיה שיווי משקל, ובהתאם $u(X_s^2) = \frac{1}{2}u(X_g^2) = \frac{1}{2}u(X_s^1) = \frac{1}{4}$.

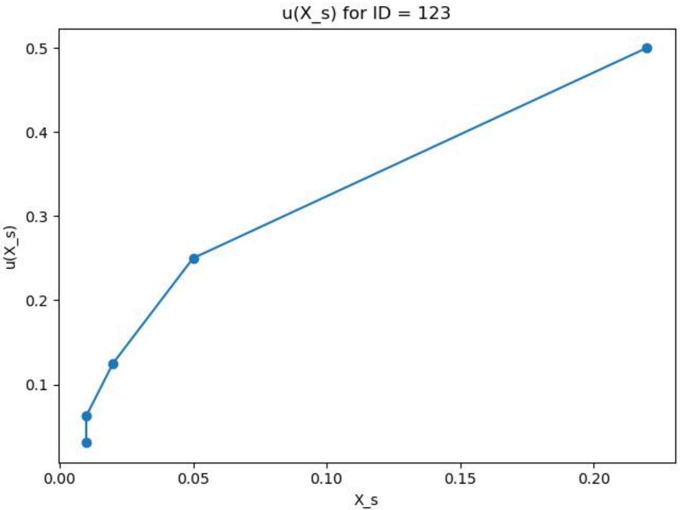
סעיף ג׳

נמשיך לבנות ככה סדרה של נקודות בגודל n ונקבל את u של האוגר בנקודות אלה. התוצאות מופיעות כחלק מהמבחן הממוחשב.

סעיף ד׳

ניצור גרף המתאר את פונקציית ה־utility של האוגר כהמשך של תוצאת הסעיף הקודם.

פתרון נציג את הגרף,



נבחין כי הפונקציה היא פונקציה קעורה, כלומר לפי הנלמד בכיתה האוגר שונא סיכון.

שאלה 2

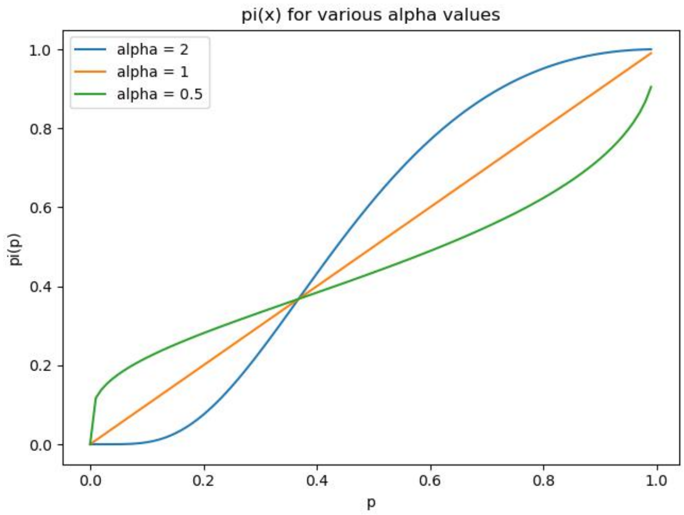
נניח שהערך הסובייקטיבי להרוויח X_g שקלים בסיכוי p הוא $\pi(p)u(X_g)$. נניח שמתקיים,

$$u(x) = x^\sigma, \quad \pi(p) = e^{-(-\ln p)^\alpha}$$

עבור $\alpha, \sigma > 0$.

סעיף א׳

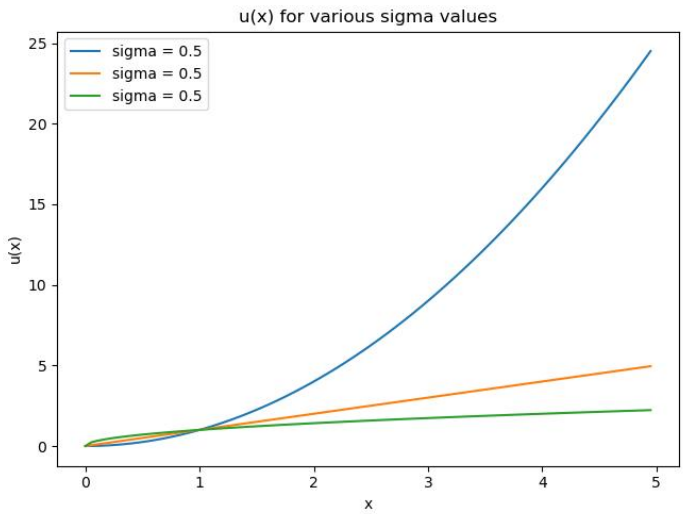
נשרטט את $\pi(p)$ עבור ערכי $\alpha < 1, \alpha = 1, \alpha < 1$ ונבדוק את השפעת הפרמטר על הפונקציה.
פתרון נציג את הגרף,



נבחין כי עבור $\alpha = 1$ הגרף הוא לינארי, עבור $\alpha < 1$ הגרף תלול בקצוות ועבור $\alpha > 1$ הגרף תלול במרכז. בהתאם נוכל להסיק שעבור $\alpha = 1$ יש נטייה נייטרלית להימור, עבור $\alpha < 1$ יש נטייה להימור ועבור $\alpha > 1$ יש נטייה לשנוא הימור. נבחין כי עבור $p \approx 0.4$ הפונקציה תמיד שווה.

סעיף ב׳

נשרטט את $u(x)$ עבור $\sigma = 1, \sigma < 1, \sigma > 1$ ונבין את השפעת הפרמטר על הגרף. נבין את השפעת הפרמטר על הימורים וכן את המקומות בהם הפונקציה קבועה.
פתרון נציג את הגרף,



עבור $\sigma = 1$ הפונקציה היא לינארית, עבור $\sigma > 1$ היא עולה וקמורה ועבור $\sigma < 1$ היא עולה וקעורה. נבחין כי גם $1^\sigma = 1$ ולכן זו נקודה קבועה,

ובהתאם לנלמד בכיתה נסיק שיש שנאת סיכון כאשר הפונקציה קעורה, כלומר כאשר $\sigma < 1$, בהתאם יש נטייה להימור כאשר $\sigma > 1$.

סעיף ג׳

נניח שלנבדק ניתנת האפשרות לבחור בין X_s שקלים לבין הימור על X_g שקלים בהסתברות p, נראה שבנקודת אי־העדפה מתקיים,

$$\ln(-\ln\frac{X_s}{X_g}) = \alpha\ln(-\ln p) - \ln\sigma$$

הוכחה. נחשב את הגמולים,

$$V_s = \sum_x \pi(P(x))u(x) = \pi(P(x = X_s))u(x = X_s) = 1 \cdot X_s^\sigma$$

ובאופן דומה נציב ונקבל,

$$V_g = \pi(P(x = 0))u(0) + \pi(P(x = X_g))u(X_g) = 0 + \exp(-(-\ln p)^\alpha) \cdot X_g^\sigma$$

ובנקודת שיווי משקל מתקיים $X_g = X_s$, כלומר,

$$X_s^\sigma = \exp(-(-\ln p)^\alpha) \cdot X_g^\sigma \iff \exp(\sigma\ln X_s) = \exp(-(-\ln p)^\alpha + \sigma\ln X_g)$$

ולאחר לקיחת ln נקבל,

$$\sigma\ln X_s = -(-\ln p)^\alpha + \sigma\ln X_g \iff \sigma(\ln X_s - \ln X_g) = -(-\ln p)^\alpha \iff -\sigma\ln\frac{X_s}{X_g} = (-\ln p)^\alpha$$

ולבסוף על־ידי עוד ln,

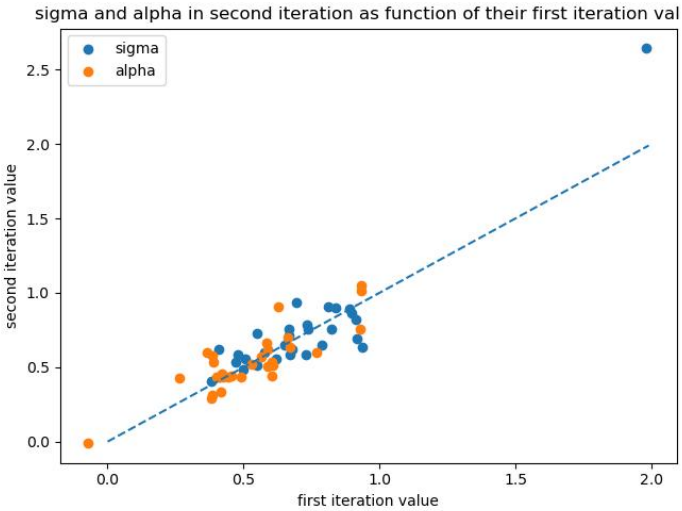
$$\ln(-\sigma\ln\frac{X_s}{X_g}) = \ln(-\ln p)^\alpha \iff \ln\sigma + \ln(-\ln\frac{X_s}{X_g}) = \alpha\ln(-\ln p)$$

וקיבלנו את התוצאה הרצויה. $\square$

סעיף ה׳

נציג גרף של σ, α באיטרציה השנייה כפונקציה של ערכם באיטרציה הראשונה ונחקור אותו.

פתרון נציג את הגרף,



נוסף קו המגמה $y = x$. נראה שאנשים לא נוטים לשנות את דעתם בין מהלכים שונים.