



دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر مرضیه ملکی مجد

زمستان ۱۳۹۹

تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

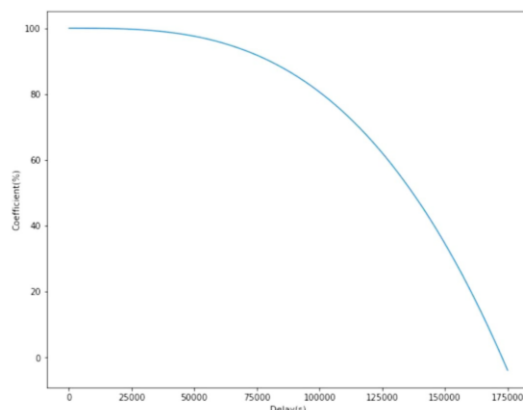
تمرین سری دوم

تاریخ تحویل: ۱۵ فروردین ساعت ۲۳:۵۹

تیم طراح: رضا قهرمانی - علی صدیقی

قوانین:

- سؤالات تئوری نیاز به اثبات درستی و تحلیل زمان اجرا دارد.
- برای سؤالات تئوری باید تصویر مناسبی از جواب سؤال در کوئرا آپلود کنید.
- پاسخ سؤالات تئوری باید با خودکار آبی (و یا رنگ‌های دیگری که در تصویر کم‌رنگ نباشند مانند مشکی) و ترجیحاً بر روی برگه‌ی A₄ باشد. (استفاده از برگه‌های خط‌دار که خط‌های آن از نوشته شما پررنگ‌تر نباشد و نوشته‌های پشت برگه بر روی برگه اثر نگذارد، مانعی ندارد.) همچنین امکان تحویل پاسخ سؤالات به صورت تایپ‌شده وجود دارد.
- بخش‌های مختلف سؤال را جداگانه بنویسید و مشخص کنید هر قسمت در راستای پاسخ به کدام قسمت است.
- راه حل خود را تمیز و با خط خوانا بنویسید، هرگونه مشکل که منجر به ناخوانا بودن جواب شود **کسر نمره** به همراه دارد.
- در سؤالات تئوری می‌توانید با استفاده از شبه کد، جواب خود را توضیح بدهید ولی نوشتن کد یا شبه کد به تنهایی نمره‌ای ندارد.
- در سؤالات عملی، توضیحات دقیق‌تر در مورد نحوه‌ی ورودی و خروجی داخل کوئرا داده شده است.
- برای پاسخ‌های خود اثبات قانع‌کننده ارائه دهید. (به طور مثال اگر مرتبه زمانی برای یک سؤال می‌نویسید، درستی آن را نیز اثبات نمایید.)
- هرگونه ایده گرفتن از تمرین دیگران و کدهای موجود در اینترنت که موجب تشابه بالای کد شما با دیگری شود، تقلب محسوب می‌شود و نمره‌ی منفی برای شما منظور خواهد شد.
- راه حل سؤال‌های تئوری را به طور مختصر و دقیق توضیح دهید. توضیحات بی‌مورد و همچنین عدم توضیح (برای یک قسمت از سؤال) هر دو کسر نمره دارد.
- تأخیر در ارسال تمرین‌ها براساس نمودار زیر محاسبه خواهد شد. محور افقی نمودار، مقدار تأخیر به ثانیه و محور عمودی، ضریب اعمالی در نمره تمرین است.



درمورد این سری تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

مبحث اصلی این تمرین، الگوریتم حریصانه (Greedy) می باشد و از شما انتظار می رود برای پاسخ به سوالات، راه حل های مرتبط با این مبحث را ارائه دهید.

توجه داشته باشید که در این سری تمرین باید، به سوالات اول و دوم تنها به صورت تئوری، به سوالات سوم و چهارم به صورت تئوری و عملی و به سوال پنجم تنها به صورت عملی پاسخ دهید.

پیاده سازی الگوریتم سوال های ۳ تا ۵ باید با یکی از زبان های مجاز در کوئرا باشد.

فایل پاسخ تئوری تمرین خود را به صورت **شماره ی دانشجویی_نام و نام خانوادگی_HW2** نام گذاری کرده و ارسال کنید. (برای مثال HW2_NameFamily_98000000). دقت کنید درغیراین صورت، تمرین شما تصحیح نخواهد شد.

سوال اول

با توجه به الگوریتم هافمن، به سوالات زیر پاسخ دهید:

۱. چرا این الگوریتم را در دسته‌ی الگوریتم‌های حریصانه قرار می‌دهند؟
۲. جمله‌ی زیر را با استفاده از این الگوریتم، کدگذاری کنید. مراحل اجرای الگوریتم را مرحله به مرحله نشان دهید.
(به بزرگ یا کوچک بودن حروف و علائم نگارشی دقت کنید.)
of-all-the-vids-I-have-ever-viewed,-I-have-never-viewed-one-as-valued-as-this-vid
(of all the vids I have ever viewed, I have never viewed one as valued as this vid)
۳. آیا در این الگوریتم برای کدگذاری کردن یک عبارت، به کاراکتر جداکننده نیاز داریم؟ چرا؟

سوال دوم

عید نوروز نزدیک است و قرار است یک مسابقه‌ی موسیقی محلی و سنتی ویژه، به صورت مجازی برگزار شود. از شما دعوت می‌کنیم تا با حضور در این جشنواره، از آن لذت ببرید! برنده‌ی این مسابقه به قید قرعه انتخاب خواهد شد. کسانی که قصد دارند برنده‌ی خوش شانس این قرعه کشی باشند، باید در اجراهای این جشنواره شرکت کنند. این جشنواره یک جشنواره‌ی موسیقی برای هنرمندان نوظهور است. به منظور تشویق هنرمندان برای حضور در مسابقه، بلیط رایگان برای قرعه کشی به آنها اعطا خواهد شد.

فرض کنید هر اجرا h ساعت به طول می‌انجامد و اگر در آن شرکت کنید، به تعداد v بلیط دریافت خواهید کرد. هم‌چنین، در صورتی که حین انجام مسابقه، قصد انصراف داشته باشید، کسری از آن بلیط را دریافت می‌کنید. به عنوان مثال، فرض کنید یک اجرا ۵ ساعت طول بکشد و مجموعاً ۱۰ بلیط دریافت کند. اگر فقط در ۳ ساعت از اجرا شرکت کنید، به اندازه‌ی $10 \times \frac{3}{5}$ یعنی ۶ بلیط دریافت خواهید کرد. حال فرض کنید k مرحله راه‌اندازی شده است و قبل از موعد مقرر، برنامه‌ی تمامی اجراها به شما داده خواهد شد. هر اجرای p_i دارای زوج مرتب (s_i, h_i, v_i) می‌باشد که به ترتیب بیانگر زمان شروع، مدت زمان و تعداد بلیط حاصل شده است که هر یک مقادیر نامنفی و غیرصفر دارند. هم‌چنین می‌توانید فرض کنید فاصله‌ی بین اجراها ناچیز است.

الگوریتم بهینه‌ای ارائه دهید که تعداد بلیط‌های دریافتی شما را در قرعه‌کشی به **حداکثر** برساند. توصیفی از نحوه‌ی اجرای الگوریتم خود، مرتبه زمانی و اثبات بهینه بودن آن ارائه دهید.

سوال سوم

مسئله‌ی خردکردن n سنت را با استفاده از سکه‌های ۱۰ سنتی، ۵ سنتی و ۱ سنتی در نظر بگیرید که از کمینه‌ی تعداد سکه‌ها استفاده می‌کند. به عنوان مثال، ۲۸ سنت را می‌توان با ۶ عدد سکه (دو عدد ۱۰ سنتی، یک عدد ۵ سنتی و سه عدد ۱ سنتی) خرد کرد ولی با کمتر از ۶ عدد سکه، امکان خرد کردن ۲۸ سنت وجود ندارد.

۱. یک الگوریتم حریصانه برای حل این مسئله ارائه دهید. (Pseudocode الگوریتم خود را بنویسید).
۲. اگر به جای سه سکه‌ی فوق، از بین چهار نوع سکه (۲۵ سنتی، ۱۰ سنتی، ۵ سنتی و ۱ سنتی) سه نوع را انتخاب کنیم، آیا الگوریتم ارائه‌شده قادر به تولید پاسخ بهینه برای این مسئله خواهد بود؟ با ذکر مثال توضیح دهید. (تمامی حالات انتخاب ۳ سکه از ۴ سکه را بررسی کنید).
۳. ثابت کنید الگوریتم حریصانه‌ی ارائه‌شده، n سنت را (با فرض اینکه n یک عدد مثبت باشد و چهار نوع سکه‌ی ۲۵ سنتی، ۱۰ سنتی، ۵ سنتی و ۱ سنتی داشته باشیم) با استفاده از حداکثر دو عدد ۱۰ سنتی، حداکثر یک عدد ۵ سنتی و حداکثر چهار عدد ۱ سنتی خرد می‌کند و نمی‌تواند دو عدد ۱۰ سنتی و یک عدد ۵ سنتی را به طور همزمان داشته باشد. همچنین، مجموع مقادیر سکه‌های ۱۰، ۵ و ۱ سنتی نمی‌تواند از ۲۴ سنت بیشتر باشد.
۴. در حالاتی که الگوریتم حریصانه جواب بهینه را با ما ارائه نمی‌دهد، چه پیشنهادی دارید؟ الگوریتم پیشنهادی خود را نوشته و مرتبه زمانی و حافظه‌ای آن را با الگوریتم حریصانه مقایسه کنید.

سوال چهارم

آلیس و بانی دو خواهر هستند که همیشه به سروکله‌ی همدیگر می‌زنند! روزی آنها یک آلبوم عکس خانوادگی قدیمی را از اتاق زیرشیروانی پیدا می‌کنند و شروع به بحث درمورد آن می‌کنند که چه کسی باید کدام عکس‌ها را برای خودش بردارد. پس از مدتی، آن‌ها تصمیم می‌گیرند که مسابقه‌ای برای انتخاب عکس‌ها بین خود برگزار کنند البته به شرطی که آلیس شروع کننده‌ی مسابقه باشد.

ابتدا n پشته (Stack) از عکس‌ها را ایجاد می‌کنند که در هر پشته دقیقاً دو عکس وجود دارد. در هر نوبت، هر فرد می‌تواند تنها یک عکس را از بالای یکی از پشته‌ها بردارد. هر عکس دارای دو عدد صحیح غیرمنفی a و b است. عدد a بیانگر این است که عکس مربوطه، دارای ارزش a واحد خوشحالی برای آلیس است و عدد b نیز بیانگر b واحد خوشحالی آن عکس برای بانی است. هم‌چنین ممکن است برای عکس‌های گوناگون، مقادیر a و b متفاوت باشند.

هر نفر مجاز است به جای برداشتن عکس از نوبت خود بگذرد. بازی زمانی تمام می‌شود که تمامی عکس‌ها برداشته شوند و یا هر دو فرد پشت سر هم از نوبت خود بگذرند. نکته‌ی قابل توجه این است که هیچ یک از دو بازیکن، تلاش نمی‌کنند میزان خوشحالی خود را بیشینه کنند بلکه هر بازیکن تلاش می‌کند فاصله‌ی میزان خوشحالی خود را با دیگری بیشینه کند.

با فرض اینکه آلیس و بانی مسابقه را به صورت بهینه برگزار کنند، الگوریتمی حریصانه ارائه دهید که اختلاف میزان خوشحالی آن‌ها را محاسبه کند. به عبارت دیگر، اگر در پایان مسابقه مجموع میزان خوشحالی آلیس x باشد و مجموع میزان خوشحالی بانی y باشد، شما باید مقدار $x - y$ را محاسبه کنید.

سوال پنجم

چندروزی است که دوستان قدیمی لیده به سراغ او آمده‌اند و بعضی اوقات با او چت می‌کنند. لیده که در این موارد آدم بسیار زنده‌ای است، به خوبی می‌تواند با استفاده از پیام‌های روز قبل آن‌ها، پیش‌بینی کند که در روز بعد در چه زمان‌هایی به او پیام می‌دهند و تا چه زمانی می‌توانند منتظر جواب بمانند. هم‌چنین با توجه به برنامه‌ریزی دقیقی که لیده همیشه دارد، می‌تواند این را نیز تشخیص دهد که در روز آتی توانایی چت کردن او چه‌قدر خواهد بود، یعنی در یک دقیقه حداکثر با چند نفر می‌تواند چت کند. چالشی که وجود دارد، این است که آیا او می‌تواند در زمان‌هایی که دوستانش انتظار دارند، به آن‌ها جواب بدهد یا خیر. توجه کنید که جواب دادن به هر نفر **دقیقا یک دقیقه** طول می‌کشد، چه با فرد دیگری به‌طور همزمان باشد، چه تنها نفری باشد که لیده در حال جواب دادن به اوست. با ورودی گرفتن تعداد افرادی که می‌خواهند با لیده چت کنند و هم‌چنین قابلیت تعداد چت همزمان لیده و بازه‌ی مورد انتظار هرکس برای دریافت پاسخ از لیده، مشخص کنید آیا لیده می‌تواند در زمان مطلوب پاسخ همه‌ی دوستانش را بدهد یا خیر.

موفق باشید.

سال نو مبارک!