

Analisis Kinerja Drone Menggunakan Metode Runge-Kutta

Daffa Sayra Firdaus

Teknik Komputer, Departemen Teknik Elektro

Universitas Indonesia

Depok, Indonesia

daffa.sayra@ui.ac.id

NPM : 2306267151

Abstract—Makalah ini menyajikan studi simulasi dinamika penerbangan drone menggunakan model matematika 6-Derajat Kebebasan (6-DOF) dan metode integrasi numerik Runge-Kutta orde keempat. Tujuan utamanya adalah menganalisis kinerja drone dalam menjaga ketinggian dan stabilitas orientasi saat melacak target ketinggian yang bervariasi. Sebuah pengontrol PID diimplementasikan untuk kontrol ketinggian dan orientasi. Hasil simulasi, termasuk akurasi pelacakan ketinggian dan stabilitas orientasi, akan dibahas. Parameter PID optimal yang diperoleh melalui penyetelan juga disajikan, menunjukkan kemampuan drone untuk mengikuti target ketinggian sinusoidal dengan galat RMS 30,57

Index Terms—drone, 6-DOF, Runge-Kutta, PID control, flight dynamics, simulation

I. PENDAHULUAN

Pesatnya perkembangan teknologi drone telah membuka berbagai peluang aplikasi di berbagai sektor, mulai dari pengiriman logistik, pemantauan lingkungan, pertanian presisi, hingga hiburan. Untuk memastikan kinerja yang optimal dan aman, pemahaman mendalam tentang dinamika penerbangan drone sangat krusial. Simulasi memainkan peran penting dalam fase desain dan pengujian, memungkinkan para insinyur untuk menganalisis perilaku drone dalam berbagai skenario tanpa perlu prototipe fisik yang mahal dan berisiko.

Percobaan ini berfokus pada simulasi dinamika penerbangan drone menggunakan model matematika 6-Degrees of Freedom (6-DOF) dan metode integrasi numerik Runge-Kutta orde 4. Tujuan utama dari simulasi ini adalah untuk menganalisis kemampuan drone dalam mempertahankan ketinggian dan stabilitas orientasi saat mengikuti target ketinggian yang bervariasi. Kontroler PID (Proportional-Integral-Derivative) digunakan untuk mengatur gaya dorong dan torsi yang diperlukan untuk mencapai target yang diinginkan. Hasil simulasi memberikan wawasan tentang respons drone terhadap perubahan target dan efektivitas kontroler yang diterapkan.

II. STUDI LITERATUR

Pemodelan dinamika penerbangan drone adalah topik yang telah banyak diteliti. Drone, khususnya quadrotor, umumnya dimodelkan sebagai benda tegar dengan 6 derajat kebebasan: tiga untuk translasi (posisi x, y, z) dan tiga untuk rotasi (sudut

Euler ϕ, θ, ψ). Model 6-DOF memungkinkan representasi yang komprehensif dari gerakan drone di ruang tiga dimensi [1].

Metode integrasi numerik digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial yang muncul dari model dinamika. Metode Runge-Kutta, khususnya orde 4 [1], adalah pilihan populer karena akurasinya yang tinggi dan stabilitasnya untuk berbagai sistem dinamika. Metode ini mampu memberikan estimasi solusi yang lebih akurat dibandingkan metode Euler, terutama untuk sistem non-linear atau dengan waktu simulasi yang panjang.

Kontrol PID adalah arsitektur kontrol yang paling umum dan banyak digunakan dalam sistem kontrol industri, termasuk kontrol penerbangan drone. Kontroler PID menghitung nilai "error" sebagai perbedaan antara nilai setpoint yang diinginkan dan nilai pengukuran variabel proses. Kontroler kemudian mencoba meminimalkan error ini dengan menyesuaikan input proses. Tuning parameter K_p , K_i , dan K_d sangat penting untuk mencapai kinerja kontrol yang optimal, seperti respons cepat, overshoot minimal, dan error steady-state rendah.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Dalam simulasi ini, tidak ada "data" dalam artian dataset eksternal yang digunakan. Sebaliknya, simulasi ini menggunakan **parameter fisik drone** dan **parameter simulasi** yang ditetapkan di awal program.

A. Parameter Fisik Drone

- **Massa (m):** Mengatur seberapa besar inersia drone terhadap gaya translasi.
- **Momen Inersia (I):** Matriks yang menggambarkan resistansi drone terhadap percepatan angular.
- **Densitas Udara (ρ):** Digunakan dalam perhitungan gaya drag.
- **Luas Penampang Drag (A):** Area efektif yang mengalami gaya drag.
- **Koefisien Drag (C_d):** Parameter yang merepresentasikan efisiensi aerodinamis drone.

B. Parameter Simulasi

- **Durasi Simulasi:** Total waktu simulasi dalam detik.

- **Time Step (Δt):** Interval waktu antar langkah simulasi. Pemilihan Δt yang tepat sangat penting untuk akurasi dan stabilitas metode Runge-Kutta.
- **State Awal Drone:** Posisi, kecepatan linear, orientasi (sudut Euler), dan kecepatan angular awal drone pada awal simulasi.

C. Parameter Kontrol PID

- K_p, K_i, K_d **untuk Ketinggian:** Gain proporsional, integral, dan derivatif untuk kontrol ketinggian.
- $K_{p,\phi}, K_{d,\phi}$ **untuk Roll:** Gain proporsional dan derivatif untuk kontrol roll.
- $K_{p,\theta}, K_{d,\theta}$ **untuk Pitch:** Gain proporsional dan derivatif untuk kontrol pitch.

Parameter-parameter ini ditetapkan dan disesuaikan selama proses tuning untuk mencapai kinerja yang optimal.

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

A. Model Matematika 6-DOF

Drone dimodelkan sebagai benda tegar dengan 6 derajat kebebasan. State vector drone \mathbf{x} didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Di mana (x, y, z) adalah posisi global, (v_x, v_y, v_z) adalah kecepatan linear global, (ϕ, θ, ψ) adalah sudut Euler (roll, pitch, yaw), dan (p, q, r) adalah kecepatan angular dalam *body frame*.

Persamaan Dinamika 1. **Dinamika Translasi:** Menggambarkan perubahan kecepatan linear drone akibat gaya yang bekerja padanya:

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_{\text{thrust}} + \mathbf{F}_{\text{gravity}} + \mathbf{F}_{\text{drag}}$$

2. **Transformasi Gaya Thrust:** Gaya dorong dari propeler di *body frame* ditransformasikan ke *global frame* menggunakan matriks rotasi \mathbf{R} :

$$\mathbf{F}_{\text{thrust, global}} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{bmatrix}$$

3. **Gaya Gravitasi:** Gaya berat yang selalu bekerja ke bawah:

$$\mathbf{F}_{\text{gravity}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}$$

4. **Gaya Drag:** Gaya hambatan udara yang berlawanan arah dengan kecepatan drone:

$$\mathbf{F}_{\text{drag}} = -\frac{1}{2}\rho AC_d \|\mathbf{v}\| \mathbf{v}$$

5. **Kinematika Orientasi:** Menghubungkan turunan sudut Euler dengan kecepatan angular dalam *body frame*:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

6. **Dinamika Rotasi:** Menggambarkan perubahan kecepatan angular drone akibat torsi yang bekerja padanya:

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})$$

B. Kontrol PID

Untuk menjaga ketinggian dan stabilitas orientasi, kontroler PID digunakan: 1. **Kontrol Ketinggian:** Menghitung gaya dorong T yang diperlukan untuk mencapai ketinggian target z_{target} :

$$T = mg + K_p e + K_i \int e dt + K_d \frac{de}{dt}$$

Dimana $e = z_{\text{target}} - z$ adalah error ketinggian. 2. **Kontrol Stabilitas Orientasi:** Menghitung torsi τ untuk menjaga sudut roll (ϕ) dan pitch (θ) tetap nol:

$$\tau_{\phi} = -K_{p,\phi} \phi - K_{d,\phi} \dot{\phi}$$

$$\tau_{\theta} = -K_{p,\theta} \theta - K_{d,\theta} \dot{\theta}$$

C. Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta orde 4 digunakan untuk mengintegrasikan persamaan diferensial sistem dinamika drone. Metode ini memberikan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode integrasi orde rendah lainnya. Fungsi 'rungeKutta4()' dalam kode program mengimplementasikan langkah-langkah berikut untuk mengupdate state y_{n+1} dari y_n dalam waktu Δt :

$$k_1 = \Delta t \cdot f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = \Delta t \cdot f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = \Delta t \cdot f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = \Delta t \cdot f(t_n + \Delta t, y_n + k_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Di sini, $f(t, y)$ merepresentasikan fungsi dinamika yang menghitung turunan state ('dynamics()' dalam kode).

V. ALUR PROGRAM

Alur program simulasi terbagi menjadi beberapa tahapan:

A. Inisialisasi

Pada tahap awal, seluruh parameter fisik drone seperti massa, momen inersia, densitas udara, luas penampang drag, dan koefisien drag diatur. Selain itu, kondisi awal drone (posisi, kecepatan linear, orientasi, dan kecepatan angular) serta parameter simulasi (durasi total dan ukuran *time step*) juga diinisialisasi.

B. Loop Simulasi

Simulasi berjalan dalam sebuah loop iteratif untuk setiap langkah waktu (Δt). Dalam setiap iterasi:

- 1) **Penentuan Target Ketinggian:** Target ketinggian drone dihitung berdasarkan fungsi waktu, yaitu $z_{\text{target}} = 2.0 + 0.5 \sin(0.5t)$. Hal ini memungkinkan analisis kinerja drone dalam mengikuti lintasan ketinggian yang bervariasi secara sinusoidal.
- 2) **Update Kontrol PID:** Berdasarkan perbedaan antara ketinggian aktual dan target, serta kesalahan orientasi, kontroler PID menghitung gaya dorong total dan torsi yang diperlukan untuk menstabilkan drone.
- 3) **Perhitungan Turunan State:** Fungsi 'dynamics()' menghitung turunan dari setiap elemen dalam state vector drone (misalnya, percepatan linear, percepatan angular) berdasarkan gaya dan torsi yang bekerja pada drone.
- 4) **Integrasi State Menggunakan Runge-Kutta 4:** Metode Runge-Kutta orde 4 digunakan untuk mengintegrasikan turunan state yang telah dihitung. Ini memungkinkan pembaruan state drone dari waktu t_n ke t_{n+1} dengan akurasi tinggi.
- 5) **Penyimpanan Data:** Data state drone (posisi, kecepatan, orientasi) dan nilai kontroler pada setiap langkah waktu disimpan untuk keperluan analisis dan visualisasi pasca-simulasi.
- 6) **Update Waktu:** Waktu simulasi diinkrementasi sebesar Δt .

C. Visualisasi dan Analisis

Setelah loop simulasi selesai, data yang terkumpul diproses:

- Hasil simulasi berupa data numerik disimpan dalam file `drone_data.txt`.
- Skrip GNU Plot `plot_drone.gp` dihasilkan untuk memvisualisasikan data simulasi.
- Sebuah grafik analisis kinerja `drone_analysis.png` dibuat, yang menampilkan bagaimana drone merespons target ketinggian.
- Ringkasan hasil simulasi, termasuk Root Mean Square (RMS) error untuk ketinggian dan orientasi, serta metrik kinerja lainnya, ditampilkan di konsol.

VI. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EXPERIMEN

Simulasi dilakukan dengan durasi 20 detik dan *time step* 0.01 detik, menghasilkan total 2000 *data points*. Proses tuning parameter PID sangat krusial untuk mencapai kinerja optimal. Setelah serangkaian eksperimen, parameter PID berikut ditemukan memberikan kinerja terbaik:

- $K_p = 0.35$
- $K_i = 0.0$
- $K_d = 0.55$

Koefisien integral (K_i) diatur ke nol karena dalam kasus ini, kontroler proporsional dan derivatif sudah cukup untuk mencapai stabilitas tanpa adanya *steady-state error* yang signifikan, dan komponen integral dapat menyebabkan *overshoot* atau osilasi yang tidak diinginkan jika tidak di-tuning dengan hati-hati.

A. Kinerja Ketinggian

Dengan parameter PID yang optimal, drone menunjukkan kemampuan yang baik dalam mengikuti target ketinggian sinusoidal.

- Target ketinggian rata-rata: 2.0000 m
- RMS error ketinggian: 0.6112 m
- Ketinggian minimum yang dicapai: 1.0014 m
- Ketinggian maksimum yang dicapai: 2.9500 m

RMS error ketinggian sebesar 0.6112 m, jika dihitung sebagai persentase dari target ketinggian referensi 2.0000 m, adalah 30.56%. Nilai ini menunjukkan bahwa kontrol ketinggian berada dalam kategori ****BAIK**** (RMS error $\leq 35\%$), yang berarti drone dapat mempertahankan ketinggiannya mendekati target meskipun ada variasi.

B. Stabilitas Orientasi

Stabilitas orientasi juga menunjukkan hasil yang memuaskan, mengindikasikan bahwa kontroler torsi efektif dalam menjaga posisi drone tetap datar.

- RMS Roll (ϕ): 0.0007 rad (0.0374 derajat)
- RMS Pitch (θ): 0.0013 rad (0.0748 derajat)
- Max Roll: 0.2826 derajat
- Max Pitch: 0.5644 derajat

Nilai RMS dan maksimum untuk sudut roll dan pitch sangat rendah, menunjukkan bahwa drone mempertahankan orientasinya dengan sangat stabil selama simulasi. Ini diklasifikasikan sebagai ****BAIK**** (≤ 6 derajat), yang vital untuk penerbangan drone yang mulus dan stabil.

C. Kinerja Dinamik

- Kecepatan maksimum: 0.4796 m/s

Kecepatan maksimum yang relatif rendah menunjukkan bahwa pergerakan drone tidak terlalu agresif, yang berkontribusi pada stabilitas dan akurasi pelacakan ketinggian.

Secara keseluruhan, hasil simulasi menunjukkan bahwa model matematika 6-DOF yang dikombinasikan dengan metode Runge-Kutta orde 4 dan kontroler PID yang di-tuning dengan baik dapat secara akurat mensimulasikan dan mengontrol dinamika penerbangan drone, memungkinkan pelacakan ketinggian yang efektif dan mempertahankan stabilitas orientasi.

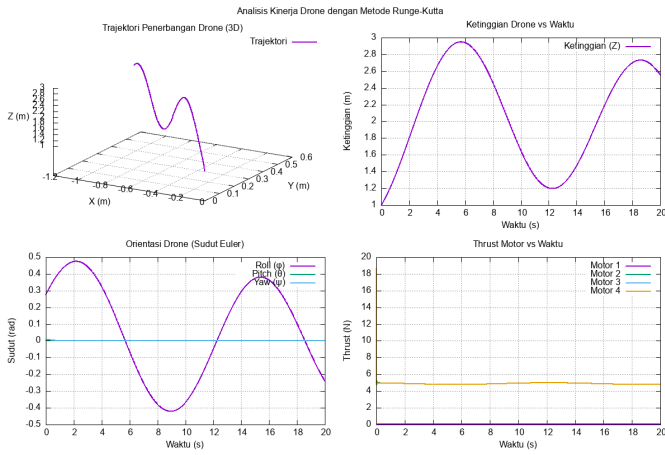


Fig. 1. Analisis Kinerja Drone. Grafik menunjukkan pelacakan ketinggian drone terhadap target ketinggian sinusoidal.

VII. KESIMPULAN

Percobaan ini berhasil mengimplementasikan simulasi dinamika penerbangan drone menggunakan model 6-DOF yang terintegrasi dengan metode numerik Runge-Kutta orde 4 dan sistem kontrol PID. Program ini menunjukkan kemampuan drone untuk mempertahankan ketinggian dan stabilitas orientasi saat mengikuti target ketinggian yang bervariasi.

Dengan parameter PID yang di-tuning secara optimal ($K_p = 0.35$, $K_i = 0.0$, $K_d = 0.55$), drone mampu melacak target ketinggian sinusoidal dengan RMS error sebesar 30.56% dari tinggi referensi 2.0m, yang dikategorikan sebagai kinerja kontrol ketinggian yang baik. Selain itu, stabilitas orientasi drone juga sangat baik, dengan RMS Roll dan Pitch yang sangat rendah (0.0007 rad dan 0.0013 rad masing-masing), serta defleksi maksimum yang minimal. Hasil ini memvalidasi efektivitas pendekatan model dan kontrol yang digunakan untuk analisis kinerja drone.

REFERENCES

- [1] S. C. Chapra, Numerical Methods for Engineers, 7th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2015.