

## Cálculo Numérico (521230)

### Laboratorio 5 – Interpolación

El objetivo de este laboratorio es aprender técnicas de interpolación, polinomial y por *splines*, y su utilización para crear gráficos.

1. Dados dos vectores  $x$  e  $y$  de la misma longitud  $m$ , el comando MATLAB *polyfit* determina los coeficientes  $c_i$  del polinomio de grado  $n$

$$p(x) = c_1x^n + \cdots c_nx + c_{n+1}$$

cuya gráfica ajusta por cuadrados mínimos los puntos  $(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)$ . En particular, cuando  $n = m - 1$ ,  $p(x)$  es el polinomio de interpolación determinado por esos puntos.

- (a) Justifique esta última afirmación.
  - (b) Aprenda a utilizar el comando *polyfit* mediante el *help* de MATLAB.
  - (c)
    - i. Genere los puntos  $(x, \sin x)$  para  $x = 0, 1, \dots, 10$ .
    - ii. Dibuje en un mismo gráfico estos puntos y los polinomios de grados 5 y 10 que los ajustan en el sentido de los cuadrados mínimos. Utilice para ello los comandos *polyfit* y *polyval*.
    - iii. Indique cómo se ve en el gráfico que el de grado 10 es el polinomio de interpolación.
  - (d) Dibuje en un mismo gráfico:
    - i. la función  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  para  $-5 \leq x \leq 5$ ;
    - ii. los puntos  $(x, f(x))$  para  $x = -5, -4, \dots, 4, 5$ ;
    - iii. los polinomios de grados 6 y 10 que ajustan esos puntos en el sentido de los cuadrados mínimos.Explique la razón de las oscilaciones que observa.
  - (e) Dibuje en un mismo gráfico la función y los puntos del ítem anterior, y el spline cúbico natural que interpola esos mismos puntos. Para hacerlo, vea como se utiliza el comando *spline* mediante el *help* de MATLAB.
2. El archivo `pieza.mat` (bájelo de la página web del curso o solicítelo al ayudante) contiene valores medidos en un sistema de coordenadas rectangulares del plano de la sección de una pieza mecánica. El contorno de esta pieza consta de tres curvas suaves que se cortan en distintos ángulos. Por ello, las coordenadas de estos puntos se almacenaron en tres grupos,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ , uno para cada una de estas curvas.
    - (a) Dibuje en un mismo gráfico los tres conjuntos de puntos. Verifique que las tres curvas determinan un contorno cerrado y que se cortan formando ángulos.
    - (b) Justifique por qué no puede utilizarse un único spline cúbico para dibujar la sección de la pieza.
    - (c) Dibuje la sección de la pieza mediante tres splines cúbicos, uno para cada curva suave.
  3. El archivo `espiral.mat` (bájelo de la página web del curso o solicítelo al ayudante) contiene valores medidos de las coordenadas de una espiral.
    - (a) Grafique los puntos y la espiral correspondiente mediante el comando *plot* de MATLAB.
    - (b) Interpole por separado los puntos  $(i, x_i)$  e  $(i, y_i)$  mediante splines cúbicos y grafique la curva parametrizada que se obtiene.

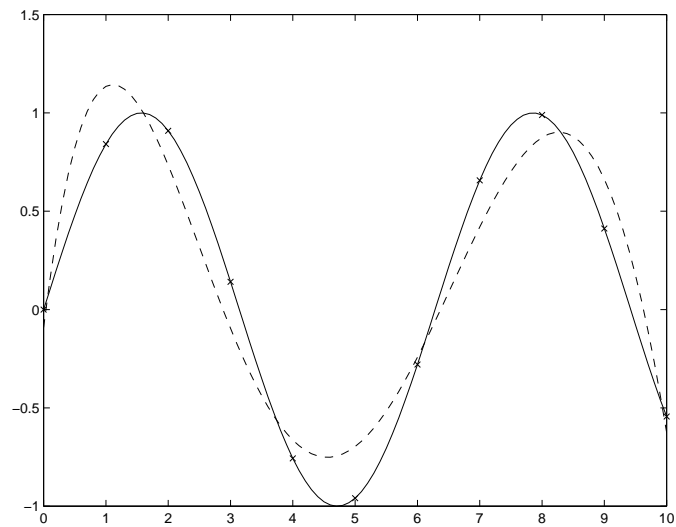
---

## Soluciones propuestas

1. Ej. 1 (c) File `seno.m`:

```
x=0:10;  
y=sin(x);  
  
c5=polyfit(x,y,5);  
c10=polyfit(x,y,10);  
  
xx=0:.1:10;  
plot(x,y,'x',xx,polyval(c5,xx),'--',xx,polyval(c10,xx),'-')
```

Salida:



2. Ej. 1 (d-e) File `runge.m`:

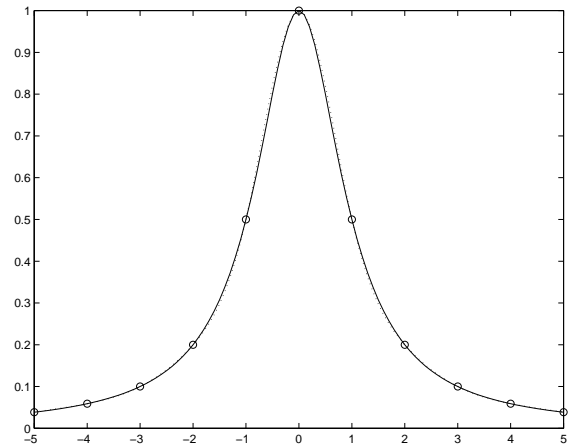
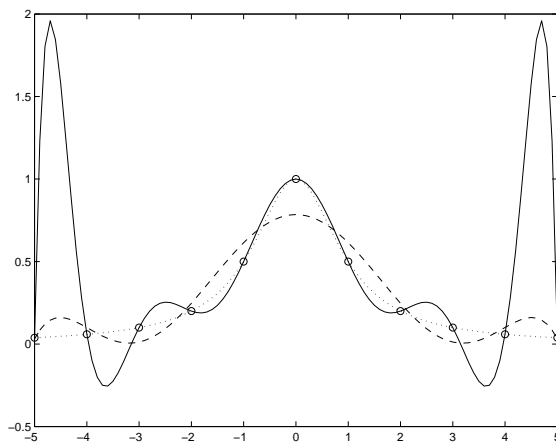
```
x=-5:5;
y=1./(1+x.^2);

c6=polyfit(x,y,6);
c10=polyfit(x,y,10);

xx=-5:.1:5;
yy=1./(1+xx.^2);
plot(x,y,'o',xx,yy,'-',xx,polyval(c6,xx),'--',xx,polyval(c10,xx),'-')

figure
plot(x,y,'o',xx,yy,'-',xx,spline(x,y,xx),'-')
```

Salida:

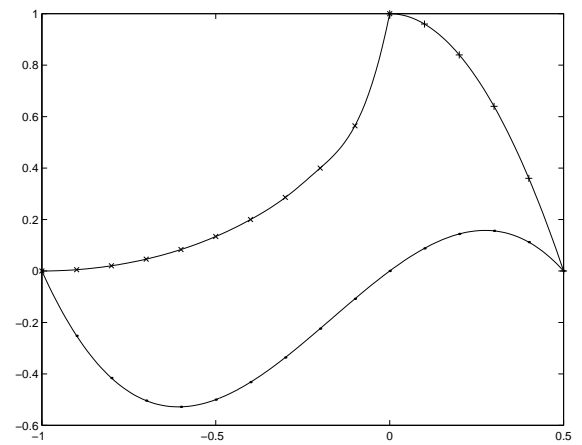
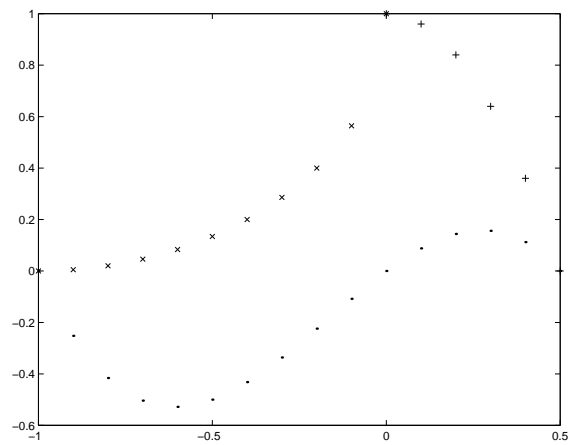


3. Ej. 2 File `pieza.m`:

```
load pieza
plot(x1,y1,'x',x2,y2,'+',x3,y3,'.')

xx1=-1:.01:0;
xx2=0:.01:.5;
xx3=-1:.01:.5;
figure
plot(x1,y1,'x',x2,y2,'+',x3,y3,'.', xx1,spline(x1,y1,xx1),'-',...
      xx2,spline(x2,y2,xx2),'-',xx3,spline(x3,y3,xx3),'-')
```

Salida:



4. Ej. 3 File `espiral.m` :

```
load espiral

plot(x,y,'x',x,y,'-')

t=1:length(x);
tt=1:.1:length(x);
figure
plot(x,y,'x',spline(t,x,tt),spline(t,y,tt),'-')
```

Salida:

