



MATEMÁTICA 529103

Práctico N° 8

I. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & 2 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 1 \\ -5 & -4 & 2 & 3 \\ 10 & 5 & -12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 5 \\ 13 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Realice, si es posible, las siguientes operaciones matriciales:

1.1) $(3A + \frac{3}{2}B)^2(4A)^4$

1.2) $\frac{1}{3}D - 2F$

1.3) $D(2A - 3B)(EF)$

1.4) $(F - \frac{1}{2}D^t)C$

1.5) $(D^t + F)^2B^2$

II. Dadas las matrices fila: $A = (2 \ -1 \ 4 \ 6)$ y $B = (1 \ 0 \ -2 \ 3)$, calcule A^tB y AB^t .

III. Verifique, mediante un ejemplo, que dada una matriz $P \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ siempre se puede calcular PP^t y P^tP , y que el resultado es una matriz simétrica.

IV. Dadas las matrices: $A = (\sqrt{7} \ 1)$ y $B = (3 \ 1 \ -4)$ encuentre cuatro matrices: C , D , E , F tales que $AC = 0_{1 \times 1}$, $DA = 0_{2 \times 2}$, $BE = 0_{1 \times 1}$ y $FB = 0_{3 \times 3}$.

V. En los siguientes ejercicios determine la matriz $X \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ que satisface la ecuación matricial. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$$

5.1) $7(A^2 + X - C) = (A + 2C)0_{2 \times 2}$

5.2) $(X + I_2)A = (A - I_2)^2$

$$5.3) \quad 5(D - 3X) = 7X - 4D + AD$$

$$5.4) \quad A(B + C) - X = (B - 2C)A$$

VI. En los siguientes ejercicios determine el(o los) número real α (y β) que satisface las siguientes ecuaciones matriciales. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6.1) \quad A^2 + \alpha A - \beta I_3 = 0_{3 \times 3}$$

$$6.2) \quad (\alpha A + I_3)^3 = \alpha^3 A^3 + \frac{13}{4} I_3$$

6.3) Considerando:

$$B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

encuentre α que satisfaga: $(B + I_2) = 0_{2 \times 2}$.

6.4)

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 3 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} \alpha \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

VII. La siguiente tabla muestra las cantidades de insumos necesarios para fabricar un kilo de diferentes productos:

	Harina(kg)	Mantequilla(kg)	Azucar(kg)	Huevo(Unid.)	Leche(l)
Pan	0.8	0.1	0	0	0
Pasta	0.8	0	0	2	0
Biscochuelo	0.5	0.1	0.2	2	0.1
Flan	0	0	0.3	3	0.5

En China y Japón los diferentes insumos tienen diferentes precios (en US\$), dados por la siguiente tabla:

	China	Japón
Harina	0.2	0.5
Mantequilla	1	3
Azucar	0.7	1.5
Huevo	0.03	0.4
Leche	0.3	1

Determine el costo de cada producto en cada uno de los dos países. Observará que los cuatro productos son más costosos en Japón que en China. Determine además que producto se ve porcentualmente más afectado por la diferencia de precios entre China y Japón, el pan, la pasta, el biscochuelo o el flan.

28 de octubre de 2004