



Ejercicio 1: La siguiente tabla relaciona la cantidad de cierto aditivo a un barniz con el tiempo de secado del mismo.

Aditivo (en gramos)	Tiempo de secado (en horas)
0.0	12.0
1.0	10.5
2.0	10.0
3.0	8.0
4.0	7.0
5.0	8.0
6.0	7.5
7.0	8.5
8.0	9.0

CUADRO 1. Aditivo y tiempo de secado

- 1.1 Escriba el sistema de ecuaciones lineales asociado al problema de encontrar el polinomio de grado menor o igual que 2 que mejor ajusta por cuadrados mínimos los datos en la tabla.
- 1.2 Escriba un rutero MATLAB en el que haga lo siguiente:
 - Construya la matriz A y parte derecha b del sistema escrito por usted en 1.1.
 - Llame al comando `qr` para encontrar las matrices Q y R que forman una descomposición QR de A .
 - Verifique que las matrices Q y R satisfacen las propiedades vistas en clase. Guarde en R_1 la matriz triangular superior formada por las primeras 3 filas y columnas de R .
 - Construya la matriz B y la parte derecha c del sistema de las ecuaciones normales asociado a $Ax = b$.
 - Compare los números de condición de B y R_1 . ¿Cuál de las dos matrices es mejor condicionada?
 - Obtenga, con ayuda de las matrices Q y R (y no mediante $A \setminus b$) los coeficientes del polinomio de grado menor o igual que 2 que mejor ajusta los datos dados.
 - Grafique en un mismo gráfico los pares en la tabla y el polinomio obtenido (evaluado en 100 puntos entre 0 y 8 con ayuda de `polyval`).
 - Basados en el polinomio resultante, ¿qué cantidad de aditivo resulta en tiempo mínimo de secado? ¿Cuál es el tiempo mínimo de secado?

Observación: El sistema sobredeterminado $Ax = b$ también pudo resolverse mediante $x = A \setminus b$. Al escribir el comando anterior MATLAB resuelve el sistema con ayuda de la descomposición QR de A .

Si \mathbf{a} denota al vector que contiene la cantidad de aditivo en el barniz y \mathbf{s} contiene los tiempos de secado asociados, según aparecen en la tabla anterior, el llamado `p = polyfit(a,s,2)` retorna en \mathbf{p} los coeficientes del polinomio de grado menor o igual que 2 que mejor ajusta, en el sentido de los mínimos cuadrados, los pares de datos en \mathbf{a} y \mathbf{s} . Este polinomio puede evaluarse usando `polyval`.

Ejercicio 2: La tabla siguiente muestra la concentración de iones n como una función del tiempo transcurrido después de haber apagado a un agente de ionización

Se sabe que se cumple la siguiente relación entre la concentración de iones y el tiempo

$$(1) \quad n = \frac{n_0}{1 + n_0 \alpha t},$$

donde n_0 es la concentración inicial de iones y α , el coeficiente de recombinación.

2.1 Muestre que existe una relación lineal entre n^{-1} y t .

2.2 Encuentre la función (1) que mejor ajusta por cuadrados mínimos a los datos en la tabla. Escriba las aproximaciones a n_0 y α obtenidas.

Tiempo (seg)	$n(\times 10^{-4})$
0	5.03
1	4.71
2	4.40
3	3.97
4	3.88
5	3.62
6	3.30
7	3.15
8	3.08
9	2.92
10	2.70

2.3 Grafique los pares ordenados en la tabla y la función n obtenida (evaluada en 110 puntos entre 0 y 10).

Ejercicio 3: La siguiente tabla es un fragmento de la *Tabla de Precios de Paridad*¹ que publica la ENAP, la cual muestra el precio en dólares para el metro cúbico de gasolina de 97 octanos durante las primeras semanas del presente año 2014:

Fecha (año 2014)	Precio en $US\$/m^3$
02/ene	856.87
09/ene	869.14
16/ene	836.81
23/ene	825.08
30/ene	824.69
06/feb	817.00
13/feb	827.44
20/feb	858.64
27/feb	877.68
06/mar	879.83
13/mar	901.95
20/mar	884.06
27/mar	836.63
03/abr	822.74
10/abr	837.39

Dispondremos de tres posibles modelos para ajustar a los datos mediante mínimos cuadrados:

$$(2) \quad y = at + b \quad y = ae^{bt} \quad y = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f$$

3.1 Grafique los pares de puntos que aparecen en la tabla. Según este gráfico ¿Cuál de los modelos propuestos en (2) se podría ajustar de mejor forma a los datos de la tabla?

3.2 Ajuste por mínimos cuadrados cada uno de los tres modelos anteriores y calcule la norma 2 de los residuos en cada caso.

	$\ b - Ax\ _2$
Lineal	
Exponencial	
Polinomio Grado 5	

De acuerdo a los valores obtenidos. ¿Cuál de los modelos propuestos en (2) ajusta de mejor forma los datos de la tabla? ¿Coincide con la elección hecha en el ítem anterior? En un mismo gráfico plotee los datos de la tabla y el modelo que mejor ajusta estos datos.

¹Extraída desde el sitio <http://www.enap.cl>

- 3.3** Con el modelo elegido en el ítem anterior, haga una proyección del precio del metro cúbico de gasolina de 97 octanos para los próximos 4 jueves (a partir del jueves de esta semana).

Ejercicio 4: Para estimar la cantidad de vitamina A requerida para mantener el peso se dió a ratas de laboratorio una dieta básica exenta de vitamina A y se les administró raciones controladas de vitamina A en forma de tabletas. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de vitamina A administrada y el aumento de peso de las ratas.

Dosis de vitamina A (mg)	Aumento de peso (g)
0.25	-10.8
1.0	13.5
1.5	16.4
2.5	28.7
7.5	51.3

Escriba un rutero MATLAB que,

- Encuentre la función de la forma

$$\text{Aumento de peso} = a + b \log_{10}(\text{dosis de vitamina A}), \quad a, b \in \mathbb{R}$$

que mejor ajusta por cuadrados mínimos los datos dados.

- Grafique en un mismo gráfico los pares en la tabla y la función obtenida (evaluada en 100 puntos entre 0.25 y 7.5).
- Basado en la función obtenida, ¿qué cantidad de vitamina A es requerida para no aumentar de peso?