UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Guía N°2: Ecuaciones no lineales
Cálculo Numérico 521230, 2017-2

Nota: Esta guía complementa la Guía de Laboratorio sobre ecuaciones no lineales.

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de la Bisección**. Para ello se conisdera $[1, 4]$ como intervalo inicial. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método. Realizar 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	$\lvert x_k - 3\rvert$
1		
2		
3		
4		

   Aquí, $e_k := |x_k - 3|$ corresponde al error en cada iteración k. ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?
2. Repita el ejercicio anterior pero considerando un intervalo inicial $[a, b]$ apropiado para aproximar la solución negativa de $x^2 = 9$.
3. Aproximar la solución de las siguientes ecuaciones utilizando cuatro iteraciones del **Método de la Bisección** y el intervalo inicial indicado..
   a) $x^3 + x - 1 = 0$, $x \in [-1, 1]$.
   b) $\operatorname{sen}(x) + x = \pi$, $x \in [2, 4]$.
4. Sea $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$, con f una función continua. Dado un intervalo inicial $[a, b]$, el **Método de la Bisección** genera una sucesión $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$. Sabemos que el error en la iteración k, definido por $e_k := |x_k - x|$, satisface $e_k \leq (1/2)^k(b - a)$. Si $a = 0$ y $b = 1$, ¿cuántas iteraciones son necesarias para asegurar que el error sea menor que $0{,}5 \times 10^{-6}$?.
5. Sea $f(x) = 1/x$. Se utiliza el **Método de la Bisección** con intervalo inicial $[a, b] = [-2, 1]$ para resolver $f(x) = 0$. ¿A qué número va convergiendo el método?. ¿El número al cuál converge corresponde a la solución de $f(x) = 0$?. ¿Por qué?.
6. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de Newton-Raphson**. Para ello se considera $x_0 = 1$ como valor inicial. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método. Realizar 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	$\lvert x_k - 3\rvert$
1		
2		
3		
4		

7. Repita el ejercicio anterior pero considerando un valor inicial x_0 apropiado para aproximar la solución negativa de $x^2 = 9$.
8. Aproximar la solución de las siguientes ecuaciones utilizando cuatro iteraciones del **Método de Newton-Raphson** y el valor inicial indicado.
   a) $x^3 + x - 1 = 0$, $x_0 = 0$.
   b) $\operatorname{sen}(x) + x = \pi$, $x_0 = 3$.
9. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de la Secante**. Para ello se consideran $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$ como valores iniciales. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método. Realizar 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	$\lvert x_k - 3\rvert$
1		
2		
3		
4		

10. Aproximar la solución de las siguientes ecuaciones utilizando cuatro iteraciones del **Método de la Secante** y los valores iniciales indicados.
    a) $x^3 + x - 1 = 0$, $x_0 = 0$, $x_1 = 1$.
    b) $\operatorname{sen}(x) + x = \pi$, $x_0 = 3$, $x_1 = 4$.
11. Realice 4 iteraciones del **Método de Newton** y los valores iniciales indicados para aproximar la solución de los siguientes sistemas.
    a)
$$\left\{\begin{array}{lcl} x + y + z & = & 1 \\ x + 2y + 3z & = & 1 \\ 3x - y - x & = & 3 \end{array}\right. , \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 1, \quad z_0 = 0,$$
    b)
$$\left\{\begin{array}{lcl} \operatorname{sen}(x) + y + z^3 & = & 1 \\ x + e^y - \pi z & = & 1 \\ \operatorname{sen}(x) + \cos(y) - 1 & = & 0 \end{array}\right. , \quad x_0 = 3, \quad y_0 = 1, \quad z_0 = 0,$$
12. Se quiere encontrar el punto de intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y la función $f(x) = e^x - 1$. Utilizar alguno de los métodos vistos para encontrar una aproximación de dicho punto.
13. Utilizar alguno de los métodos vistos para calcular una aproximación del valor de $\sqrt{5}$.
14. Programar los métodos de la Bissección, Newton-Raphson y Secante, y validar los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores.