UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Listado 3
CALCULO (521287)
MATEMATICA III (521296)

1.- En los siguientes problemas encuentre la matriz asociada a la Transformación Lineal T, com respecto de las bases B_1 y B_2 que se indican.

a) $T : I\!R^2 \to I\!R^3 :\ T(x,y) = (x-2y, -x+y, 3y)$
$B_1 = \{(1,-2),(1,1)\}$; $B_2 = \{(1,0,1),(1,0,0),(1,1,1)\}$

b) $T : I\!R^3 \to \mathcal{M}_2(I\!R) :\ T(x,y,z) = \begin{pmatrix} x-y & y-x \\ z & z \end{pmatrix}$

$B_1 = \{(1,0,1),(1,0,0),(1,1,1)\}$
$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

c) $T : I\!R^3 \to \mathcal{P}_2(t) :\ T(x,y,z) = 2xt^2 + (x+y)t + 2z$
$B_1 = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$; $B_2 = \{3, t-1, t^2+t\}$

d) $T : \mathcal{M}_2(I\!R) \to \mathcal{P}_3(t)$;

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = at^3 + (b+c)t^2 + dt - c$$

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$B_2 = \{t^3+t^2+t+1, t^3+t^2+t, t^3+t^2, t^3\}$$

2.- Para los siguientes casos, encuentre la transformación lineal $T : V \longrightarrow W$, para los espacios vectoriales, V y W dados, respecto de las base B_1 y B_2 que se indican, que tiene representación matricial A dada.

a) $T : I\!R^3 \longrightarrow I\!R^2$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$$

$$B_2 = \{(1,1),(-1,0)\}$$

b) $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$B_1 = \{(1,-1,0),(0,2,0),(0,2,5)\}$

$B_2 = \{t^2+1, t^2+t, t^2+t+1\}$

c) $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$B_1 = \{(2,1),(1,2)\}$

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

3.- Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Suponga que la matriz A es la matriz asociada, con respecto de las bases canónicas, de una transformación lineal T de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^2$ y B es la matriz asociada, con respecto de las bases canónicas, de una transformación lineal L de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$. Utilizando dichas matrices, encuentre tanto el *Kernel* como la *Imagen* de ambas transformciones lineales.

4.- Sean las transformaciones lineales T, de $\mathbb{R}^2$ en $\mathcal{P}_2$, y L, de $\mathcal{P}_2$ en $\mathbb{R}^4$, definidas por:

$$T(x,y) = xt^2 + yt + y - x$$

$$L(at^2 + bt + ct) = (a, b, c, a - b)$$

Determine la trasformación lineal compuesta $L \circ T$ usando la matriz asociada respecto de las bases canónicas.

5.- Considere el espacio $\mathbb{R}^3$ y la base $B = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$. Si $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal tal que

$$[T]_{BB} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Encuentre la ecuación que define a T^{-1}.

6.- Para cada matriz dada a continuación, encontrar los valores propios y sus espacios propios asociados:

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -12 & 7 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

ADP/
2 de Septiembre de 2005.