PRACTICO 7

Matemática I (529.103)

- 1. Haga un gráfico aproximado de las siguientes funciones y determine: dominio, recorrido, inyectividad y sobrevectividad. Determine además la inversa de f cuando sea posible.
 - (a) $f(x) = \log_3(|x|)$ (b) $f(x) = 3\log_3(|x| 1)$ (c) $f(x) = 4e^{3x+1} 2$
 - (d) $f(x) = 2^{|1-x|}$ (e) $f(x) = \log_3(-x)$ (f) $f(x) = 2\log(3-x) + 4$
- Determine cuantas soluciones tienen las siguientes ecuaciones. Para ello considere las funciones correspondientes a las expresiones del lado derecho e izquierdo de la ecuación y haga un gráfico aproximado de cada una sobre el mismo plano cartesiano.
 - (a) $2^{3x} = x^2$ (b) $\log x + 1 = 4x$ (c) $3e^x = 10^{-x}$
 - (d) $2^x = 1 + 2^x$ (e) $e^{|x|} = 2e^{|x|} 1$ (f) $5^{3x} = 5^{5x}$
- 3. Resolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones:
 - (a) $\log_3(7-x) \log_3(1-x) = 1$ (b) $3^x = 4^{2x-1}$ (c) $(\frac{1}{2})^{x^2} = 8^{3-2x}$
 - (d) $(\ln(x))^2 3\ln(x) = 2$ (e) $4^x 4^{-x} = 2$ (f) $e^{x^2 + 4x 2} \le 1$
 - (g) $\log_2 x + \log_8 x = \log_{16} 2$ (h) $e^{2x} 3e^x = -2$ (i) $(\frac{1}{2})^{x^2 + x 2} \le 1$
- 4. Determine la inversa de la siguiente función biyectiva:

$$f:]-3,+\infty[\longrightarrow \mathbb{R},\quad x\longmapsto f(x)=\log\left(rac{x}{3}+1
ight)+7.$$

5. Sea 1 > b > 0, $b \neq 1$, considere la función

$$[f_b:]2;\sqrt{5}]\longrightarrow \mathbb{R},\quad x\longmapsto f_b(x)=\sqrt{\log_b(x^2-4)}.$$

- a) Encuentre el recorrido de la función f_b .
- b) Determine para qué valores de b, f_b es una función inyectiva y si lo es, determine su inversa.
- 6. La población de una colonia de bacterias se incrementa con el modelo matemático $P(t) = N_0 3^{\frac{t}{20}}$, t en minutos. ¿Cuánto tiempo tarda en crecer de 100 a 200 bacterias?, ¿ de 100 a 300 bacterias?.
- 7. Se hace un estudio de exterminio de bacterias mediante un bactericida. La tabla siguiente muestra el número de bacterias sobrevivientes en distintos instantes de tiempo.

Tiempo (minutos)	0	10	20	30	40	50	60
Número de bacterias	10^{6}	10^{5}	10^{4}	10^{4}	10^{2}	10	1

- a) Grafíque el número de bacterias en función del tiempo.
- b) Grafíque el logaritmo del número de bacterias en función del tiempo. Compare con el gráfico anterior.

- c) Si se asume que el número de bacterias sigue una función de la forma $N(t) = A10^{kt}$, donde el tiempo está medido en minutos; ¿Cuál es el valor de las constantes A y k en el experimento?, ¿Cual es la expresión de la función?
- 8. Grafique las siguientes funciones en papel lineal, log-log y semi-log.
 - a) $f(x) = \sqrt{x}$

- b) $f(x) = 5^{-3x}$
- c) $f(x) = -\frac{5}{x^3}$
- d) f(x) = 3x + 100
- 9. Grafique la siguiente tabla de valores en papel lineal, log-log y semi-log y determine según ello, la función aproximada a la que probablemente corresponden los datos.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	2	16	54	124	254	431	687	1032	1450	2007

10. El sismólogo F. Richter (1900-1985) ideó en 1935 la $Escala\ de\ Richter$ que compara la fuerza de los diferentes terremotos. En ella la magnitud R de un terremoto se define por

$$R = \log\Big(rac{A}{A_0}\Big),$$

donde A es la amplitud de la onda s'ismica mayor y A_0 es una amplitud de referencia que corresponde a una magnitud R=0.

La intensidad del terremoto de Chillán del año 1939 fué de 7,8 en la escala de Richter. El terremoto de San Francisco de 1979 fue de 5,95 y el terremoto de Turquía del 2 de mayo de 2003 fué de 6,4. ¿Cuántas veces más intenso (mayor amplitud) fue el terremoto de Chillán comparado con los terremotos de San Francisco y de Turqu'ia?.

- 11. El valor de reventa de una maquinaria industrial cuando tenga t años será dada por $V(t)=4800e^{-\frac{t}{5}}+400$ dólares.
 - a) ¿Cuál es el valor de la maquinaria cuando era nueva?.
 - b) ¿Cuál será el valor de la maquinaria dentro de 10 años?.
 - c) ¿Cuál será el valor de la maquinaria si t crece sin l'imite?. Esboce un gráfico de V.
- 12. Un maestro de cocina saca un pastel desde un horno que está a 200° C y lo deja enfriar en un ambiente que está a una temperatura constante de 20° C. Luego de r minutos encuentra que la temperatura del pastel bajó a 100° C. 10 minutos más tarde, es decir, cuando han transcurrido (r+10) minutos desde que se sacó el pastel, la temperatura ha descendido a 75° C. De acuerdo a lo anterior, encuentre la fórmula que da la temperatura T(t) del pastel en cualquier instante t.

Indicación: La fórmula pedida es:

$$T(t) = (T_0 - T_a) e^{-kt} + T_a \quad \forall t \geq 0,$$

donde t se mide en minutos, T_0 es la temperatura inicial, T_a es la temperatura del ambiente, y k es una constante (por determinar).

13. La intensidad de un haz de Rayos X después de atravesar un determinado material está dada por la ecuación $I(x) = I_0 e^{kx}$; donde I_0 es la intensidad del haz antes de penetrar el material, k es una constante que depende del material, y x es el espesor atravesado.

En un experimento se constata que al atravesar 1 milímetro de un determinado material la intensidad del haz disminuye a la mitad.

- a) ¿Cuál es el valor de k para ese material?
- b) ¿En qué porcentaje disminuye si atraviesa 3 milímetros del material?
- c) Si $I_0 = 2048$, ¿Qué intensidad tiene el haz después de atravesar 1 centímetro del mismo material?