

Certamen 2

Semestre primavera 2003

Ramo: 525412, Introducción a la matemática discreta.

Profesora: Anahí Gajardo

Fecha: 5 de diciembre Duración: 2 horas

Problema 1(10 puntos)

Diseñe un Autómata Finito Determinista que reconozca el siguiente lenguaje:

$$L = \{1^n 0 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

Problema 2(20 puntos)

Definición. *Un grafo dirigido $G = (V, E)$ es un torneo si satisface que:*

$$(\forall x, y \in V) \quad (x, y) \in E \vee (y, x) \in E$$

Demuestre que si $G = (V, E)$ es un torneo entonces existe un camino que pasa por todos los vértices sin repetir ninguno.

Problema 3(30 puntos)

El objeto de este problema es estudiar la clasificación de objetos en clases que agrupen objetos similares.

Dados n objetos diferentes, $X = \{x_1, x_2, x_3..x_n\}$ suponemos que conocemos un “índice de diferencia,” $\{d_{ij}\}_{i,j \in \{1,..,n\}}$, que satisface que $(\forall i \in \{1, ..n\}) \ d_{ii} = 0$ y $(\forall i, j \in \{1, .., n\}) \ d_{ij} = d_{ji}$.

Definición. Una partición $X = P_1 \sqcup P_2 \sqcup ... \sqcup P_l$ es una clasificación por el umbral u (donde $u \in \mathbb{R}$) si satisface que:

$$\forall k \in \{1, ..l\} \forall i, j \in \{1, .., n\} (x_i \in P_k \wedge x_j \in P_k \rightarrow d_{ij} \leq u)$$

3.1) Defina un grafo $G = (X, E)$, de manera tal que el problema de encontrar una clasificación por un umbral dado sea equivalente a encontrar una coloración de G .

3.2) En la siguiente tabla entregamos los índices de diferencia (d_{ij}) para 8 objetos. Determine el umbral, u , mínimo para el cual sea posible definir una clasificación por umbral que sólo contenga 3 clases.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0.25	0.25	0.30	0.70	0.40	0.52	0.20
2	-	0	0.60	0.20	0.60	0.34	0.30	0.47
3	-	-	0	0.65	0.43	0.15	0.50	0.50
4	-	-	-	0	0.27	0.27	0.30	0.35
5	-	-	-	-	0	0.40	0.70	0.30
6	-	-	-	-	-	0	0.65	0.32
7	-	-	-	-	-	-	0	0.56
8	-	-	-	-	-	-	-	0