UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142
Listado 8 (Funciones Circulares II)

1. Resolver **(En práctica (a))**

$$\begin{array}{llll} (\mathbf{a}) & \operatorname{sen}(2x)+\operatorname{sen}(4x)\leq 2\operatorname{sen}(3x), & (b) & \operatorname{sen}\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}, \\ (c) & 2\cos^2(x)-\operatorname{sen}(2x)\leq 0, & (d) & \tan^2(x)\tan^2(4x)=1, \\ (e) & (\tan(x)-1)(2\operatorname{sen}(x)+1)=0, & (f) & \operatorname{sen}(2x)=\sqrt{2}\operatorname{sen}(x)+\cos(2x). \end{array}$$

2. Resolver **(En práctica (a))**

$$\begin{array}{llll} (\mathbf{a}) & \operatorname{Arcsen}(\frac{5}{x})+\operatorname{Arcsen}(\frac{12}{x})=\frac{\pi}{2} & (b) & \operatorname{Arctan}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\operatorname{Arctan}(x) \\ (c) & -\sqrt{3}<\tan(x)\leq 1 & (d) & \operatorname{Arccos}(2x^2-1)=2\operatorname{Arccos}(\frac{1}{2}) \end{array}$$

3. Demuestre las siguientes identidades.

$$\begin{array}{ll} (a)\,\operatorname{Arcsen}(-x)=-\operatorname{Arcsen}(x) & (b)\,\operatorname{Arccos}(-x)=\pi-\operatorname{Arccos}(x) \\ (c)\,\operatorname{Arccos}(-x)=\frac{\pi}{2}+\operatorname{Arcsen}(x) & (d)\,\operatorname{Arccos}(x)+\operatorname{Arcsen}(x)=\frac{\pi}{2} \\ (e)\,\cos(\operatorname{Arcsen}(x))=\sqrt{1-x^2} & (f)\,\operatorname{Arccotan}(x)=\frac{\pi}{2}-\operatorname{Arctan}(x). \end{array}$$

4. Resolver los sistemas de ecuaciones: **(En práctica (a))**

$$(\mathbf{a})\ \begin{array}{rcl} \operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(y) & = & \frac{1}{2} \\ x-y & = & \frac{\pi}{3} \end{array} \qquad (b)\ \begin{array}{rcl} \operatorname{sen}(x)+\cos(y) & = & \sqrt{2} \\ x+y & = & \frac{\pi}{2} \end{array}$$

5. Resolver en el conjunto indicado:

$$(a)\quad \operatorname{sen}\left(\sqrt{2-x^2}\right)=-1,\ x\in\left]\frac{5\pi}{6},\frac{19\pi}{6}\right] \qquad (b)\quad \cos(4\sqrt{3}x)=1,\quad x\in[-3\pi,\ 6\pi]$$

6. Para cada una de las siguientes funciones determine: dominio, recorrido, período, amplitud, valores máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento. Grafique. **(En práctica (e))**

$$(a)\ f(x)=\frac{1}{2}\operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}x+1) \quad (b)\ f(x)=2+\operatorname{sen}(x-\frac{\pi}{4}) \quad (c)\ f(x)=-3+2\operatorname{sen}(2x-\pi)$$

$$(d)\ f(x)=2+3\cos(\frac{x-1}{2}) \quad (\mathbf{e})\ f(x)=\left|2\operatorname{sen}(\pi x-\frac{\pi}{2})\right| \quad (f)\ f(x)=5\operatorname{sen}(2\pi x)+12\cos(2\pi x)$$

7. Encuentre $Dom(f)$ y $Rec(f)$ si:

$$\begin{array}{ll} (a)\ f(x)=\operatorname{Arcsen}(x-3) & (b)\ f(x)=3\operatorname{Arccos}\left(\frac{1}{3}(2x+1)\right) \\ (c)\ f(x)=\operatorname{Arccos}\left(\sqrt{1-x^2}\right) & \end{array}$$

8. Defina una restricción de la función f para que exista su función inversa:

$$(a)\ f(x)=4\operatorname{sen}(2x+\frac{\pi}{2}) \quad (b)\ f(x)=2\operatorname{sen}(x+\frac{\pi}{4}) \quad (c)\ f(x)=5\cos(4x-\frac{\pi}{2})$$

9. Defina las funciónes $m, h : [0, 1440] \to \mathbb{R}$ que describen el ángulo (en radianes) que forma el minutero y el horario, respectivamente, de un reloj con respecto a una semirecta que parte horizontalmente en el centro del reloj hacia la derecha, en función del tiempo (en minutos) transcurrido desde las 0 horas. Determine el conjunto $\{t \in [0, 1440[: P(m(t)) = P(h(t))\}$.
. **(En práctica)**

10. Dado $m \in \mathbb{R}$, se define la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = mx$. Su gráfica describe una recta que pasa por el origen. Muestre que $m = \tan(t)$, donde t es el ángulo que la recta forma con el eje de las abscisas.

11. Determinar la altura de una torre de base inaccesible conociendo dos ángulos de elevación α, β y la distancia que separa los puntos desde los cuales se miden los ángulos de elevación. **(En práctica)**

12. Dos generadores de corriente alterna producen corrientes que vienen dadas en función del tiempo, por las ecuaciones:

$$I_1(t) = \sqrt{3}\ \operatorname{sen}(120\pi t); \quad I_2(t) = -\cos(120\pi t).$$

Si se conectan en paralelo los dos generadores, entonces $I_{total} = I_1 + I_2$, determine la corriente máxima suministrada, calcule los instantes en que se produce, y la fase del proceso. **(En práctica)**

13. Demuestre que un polígono regular de n lados inscrito en una circunferencia de radio r tiene perímetro y área: $2nr \operatorname{sen}(\frac{\pi}{n})$ y $\frac{1}{2}nr^2sen(\frac{2\pi}{n})$, respectivamente.

14. Desde un faro situado a $75,3$ pies sobre el nivel del agua, el ángulo de depresión de un bote es de $23^o\ 40'$. ¿A qué distancia está el bote de la base del faro?.

15. Dos mástiles tienen 12 m. y 18 m. de altura. La recta que une sus cúspides forma un ángulo de $33^o\ 40'$ con el plano horizontal. Determinar la distancia que separa a los mástiles.

16. Un marco metálico triangular tiene lados de 80 cm., 120 cm. y 160 cm. ¿Cuál es el mayor de los ángulos formados por los lados del marco?.

17. Para hallar la distancia entre dos puntos A y B situados en lados opuestos de un río, se mide una distancia AC de 300 m., donde el punto C está en el mismo lado del río que el punto A. Se miden los ángulos BAC y ACB y se encuentra que tienen 120^o y 33^o respectivamente. ¿Cuál es la distancia entre A y B?

18. Se desea lanzar un proyectil a un blanco que se encuentra a una distancia d. Según la teoría, el ángulo con que debe ser lanzado el proyectil depende de la velocidad, v, según la siguiente ecuación:

$$2v^2sen(\alpha)cos(\alpha) = dg$$

Encuentre todos los valores de α en $[0, \frac{\pi}{2}]$ que satisfacen la ecuación, si es que existen. Suponga $d > 0$ y $g = 10\frac{m}{s^2}$.

RRS/RNG/JMS/AGS/LNB/JSA/BBM/LRS/ags
semestre otoño 2006.