UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Listado 6
ALGEBRA II (520136)
ALGEBRA LINEAL (520131)

1.- En cada uno de los casos verifique que la aplicación T es una Transformación Lineal.

- $T : \mathcal{M}_{2\times 2}(I\!R) \to I\!R^2; T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a-d, b+c)$
- $T : \mathcal{P}_3(t) \to \mathcal{P}_2(t); T(at^3+bt^2+ct+d) = (a+b)t^2+(b+c)t+c+d$
- $T : I\!R^3 \to I\!R^4; T(x,y,z) = (x, x+y, z, z-x)$
- $T : \mathcal{P}_2(t) \longrightarrow I\!R^2, \quad T(at^2+bt+c) = (a-c, b+c)$
- $T : I\!R^3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2x3}(I\!R), \quad T(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 2x & 2y & 2z \end{pmatrix}$

2.- Para las siguientes Transformaciones Lineales, encuentre su *Kernel* e *Imagen*:

a) $T : I\!R^3 \to I\!R^3;\ T(x,y,z) = (x, z+y, x)$.

b) $T : \mathcal{P}_3(t) \to I\!R^4;\ T(at^3+bt^2+ct+d) = (a+d, b, d-c, b)$

c) $T : \mathcal{M}_{2\times 2}(I\!R) \to \mathcal{M}_{2\times 2}(I\!R);\ T(A) = AB$, donde $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $T : I\!R_4 \to \mathcal{P}_1(t); T(x,y,z,w) = (x-y)t+w+2z$

e) $T : \mathcal{P}_3(t) \to I\!R^3; T(at^3+bt^2+ct+d) = (a+b, b+c, c+d)$

¿Cuál de las transformaciones lineales anteriores serán inyectivas?

3.- En los siguientes problemas encuentre la matriz asociada a la Transformación Lineal T, con respecto de las bases B_1 y B_2 que se indican.

a) $T : I\!R^3 \to I\!R^2 :\ T(x,y,z) = (x+y+z, y-3z+2x)$
$B_1 = \{(0,1,1), (2,-1,0), (1,0,1)\};\quad B_2 = \{(1,-1), (2,3)\}$

b) $T : I\!R^2 \to I\!R^3 :\ T(x,y) = (x-2y, -x+y, 3y)$
$B_1 = \{(1,0,1), (1,0,0), (1,1,1)\};\ B_2 = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

c) $T : I\!R^3 \to \mathcal{P}_2(t) : \; T(x,y,z) = 2xt^2 + (x+y)t + 2z$
$B_1 = \{(1,0,1),(1,0,0),(1,1,1)\}$; $B_2 = \{3, t-1, t^2+t\}$

d) $T : \mathcal{P}_2(t) \to \mathcal{P}_3(t); \; T[p(t)] = tp(t)$
$B_1 = \{1, t, t^2\}; \quad B_2 = \{1, 1+t, \; (1+t)^2, (1+t)^3\}$

4.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, defina la transformación lineal T

a) de $I\!R^2$ en $I\!R^3$ de manera que A sea la matriz de T con respecto de las bases canónicas.

b) de $\mathcal{P}_1[t]$ en $\mathcal{P}_2[t]$ de manera que A sea la matriz de T con respecto de las bases: $B_1 = \{t+1, -t+1\}$ de $\mathcal{P}_1[t]$ y $B_2 = \{t^2+t, t-1, 2\}$ de $\mathcal{P}_2[t]$

5.- Sean $B_1 = \{(1,1,1),(1,1,1),(1,0,0)\}$ y

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

bases de $I\!R^3$ y $\mathcal{M}_2(I\!R)$, respectivamente. Encontrar la Transformación Lineal T de $I\!R^3$ en $\mathcal{M}_2(I\!R)$ cuya matriz asociada, con respecto de las bases B_1 y B_2, es:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

6.-Verifique en problema anterior, la siguiente igualdad:

$$A[(x,y,z)]_{B_1} = [T(x,y,z)]_{B_2}$$

7.- Sean las transformaciones lineales T, de $I\!R^2$ en $I\!R^3$, y L, de $I\!R^3$ en $\mathcal{M}_2(I\!R)$, definidas por:

$$T(x,y) = (x, y, y-x)$$

$$L(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x-y \end{pmatrix}$$

Determine la trasformación lineal compuesta $L \circ T$ usando la matriz asociada respecto de las bases canónicas.

8.- Considere el espacio $\mathbb{R}^2$ y la base $B = \{(1,0),(1,1)\}$. Si $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ es una transformación lineal tal que

$$[T^{-1}]_{BB} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Encuentre la ecuación que define a T.

9.- En los siguientes problemas calcule los valores propios y los espacios propios de la matriz dada

a) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $b)$ $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ $c)$ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $e)$ $\begin{pmatrix} 7 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

ADP/
18 de Junio de 2004.