UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS 521218
PRACTICA 2. EDO de 1er Orden

Problema 1. Encuentre la solución del problema de valor inicial indicando la región en que la solución es única. . Luego haga un dibujo de la curva integral (solución) alrededor del punto (x_0, y_0).
a) $\dfrac{y'}{x} = \dfrac{y}{x^2}$, con $y(1) = 10^{-3}$ (*); b) $\dfrac{y'}{x} = \dfrac{y}{x^2}$, con $y(1) = -10^{-3}$;

Problema 2. Usando el método de separación de variables, resuelva cada ecuación diferencial.
a) $y' = \dfrac{1}{xy^2}$; b) $y' = \dfrac{y+1}{x}$; c) $x\,v' = \dfrac{1-v^2}{3v}$; d) $y' = \dfrac{x^2+1}{y^2+4}$;
e) $y\,\mathrm{sen}(t)\,\mathrm{e}^{\cos(t)}\,dt + y^{-1}\,dy = 0$ (*); f) $y' = e^{x+3y}$; g) $y' = (y-1)(y-2)^2$.

Problema 3. Para resolver ecuaciones del tipo $y' = f(ax+by+c)$, primero haga el cambio de variables $z = ax+by+c$ para luego usar el método de separación de variables.
a) $y' = (x+y)^2$; b) $y' = (3x-y-1)^2$; c) $y' = \tan(-x+y+1)+1$;
d) $y' = \mathrm{e}^{x+y}(x+y)^{-1} - 1$; e) $y' = \dfrac{x+y+2}{x+y+1}$ (*).; f) $y' = 2 - \sqrt{2x-y+3}$;

Problema 4. Usando el método de separación de variables, después de realizar el cambio de variable $y(x) = xv(x)$, resuelva las ecuaciones de la forma $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, con M y N homogéneas de igual grado.
a) $(y + \sqrt{x^2+y^2})\,dx - x\,dy = 0$; b) $(3x^2-y^2)\,dx + (xy - x^3y^{-1})\,dy\ (*) = 0$;
c) $(x\tan(y/x) + y)\,dx - x\,dy = 0$; d) $y(\ln(y) - \ln(x) + 1)\,dx - x\,dy = 0$;
e) $(2y^2+4x^2)\,dx - xy\,dy = 0$ (*); f) $(2y^4+x^4)\,dx - xy^3\,dy = 0$

Problema 5. Verifique si las siguientes ecuaciones corresponden o no a una diferencial exacta, y en caso de no serla, determine el factor integrante que la transforma en una EDO exacta. Finalmente, encuentre la solución general de la ecuación :
a) $y\,dx + x\,dy = 0$; b) $(12x+5y-9)\,dx - (2y-5x-3)\,dy = 0$;
c) $(x^2+y)\,dx + (x^2-x)\,dy = 0$; d) $y(1-2x-y)\,dx + (x+y)\,dy = 0$;
e) $(x^4-x+y)\,dx - x\,dy = 0$; f) $(2xy^2 - y\mathrm{sen}(x) + 2x - 1)\,dx + \left(2x^2y + \cos(x) + \dfrac{1}{y}\right)dy = 0$;
g) $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)dx + \left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \dfrac{1}{y} - \dfrac{x}{y^2}\right)dy = 0$ (*);
h) $(1-x^2y)\,dx + x^2(y-x)\,dy = 0$;

Problema 6. Determine $k \in \mathbf{R}$ en cada caso, tal que la ecuación correspondiente sea exacta, indicando su solución general.
a) $(2x - y\text{sen}(xy) + ky^4)\,dx - (20xy^3 + x\text{sen}(xy))\,dy = 0$;
b) $(xy^2 + kx^2y)\,dx + (x^3 + x^2y)\,dy = 0$ (*); c) $(x + y\mathrm{e}^{2xy})\,dx + kx\mathrm{e}^{2xy}\,dy = 0$.

Problema 7.
Verifique que la función $\mu(x, y) = y\mathrm{e}^{2x}$ es un factor integrante para la forma diferencial $(xy + x^2y + y^3)\,dx + (x^2 + 2y^2)\,dy = 0$, resuelva.

Problema 8. Resuelva, justificando adecuadamente, las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden, ya sea como función $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{y})$ o $\mathbf{y} = \mathbf{y}(\mathbf{x})$.
a) $(2xy^3 + y\,\cos(x))\,dx + (3x^2y^2 + \text{sen}(x))\,dy = 0$; b) $(x - y^2)\,dy + dx = 0$ (*);
c) $(x + y\mathrm{e}^{x/y})\,dx - y\,dy = 0$; d) $(3x + 2y + 1)\,dx - (3x + 2y - 1)\,dy = 0$;
e) $(3y^2 + 4x)\,dx + 2xy\,dy = 0$; f) $(2xy^2 - 3y^3)\,dx + (7x^2\,y - 3xy^2)\,dy = 0$ (*) con $y(1) = -1$.

Problema 9. Encuentre enteros r y s de modo que la forma diferencial dada admita a $\mu(x, y) = x^r\,y^s$ como factor de integración. Resuelva.
a) $(9xy - 8x^2y^2)\,dx + (6x^2 - 6x^3y)\,dy = 0$,
b) $(16xy^2 - 6y^4)\,dx + (12x^2y - 10x\,y^3)\,dy = 0$,

Problema 10. Ecuación de Bernoulli
a) $y'(x) = y + e^{2x}y^3$, con $y(0) = 0.$; b) $y'(x) = \dfrac{2y}{x} - x^2y^2$; c) $y'(x) + \frac{1}{x}\,y = y^4$ (*)

Problema 10. Ecuación de Riccati Es una EDO de la forma $y'(t) + a(t)y^2 + b(t)y = h(t)$ (S) (note que si $h(t) \equiv 0$, entonces la EDO es de Bernoulli). Si se conoce una solución $u(t)$ de (S), entonces el cambio de variable $y(t) = u(t) + z^{-1}$ la transforma en una EDO lineal en z. Resuelva:

(*i*) $y' = \frac{y}{t} + t^3y^2 - t^5$, sabiendo que $y_0(t) = t$ es una solución.

(*ii*) $y' - y^2 + 2ty = t^2$ sabiendo que ella posee una solución que es un polinomio. (*)

(*iii*) $y' + \frac{1}{t}y^2 = t^3 + \frac{2}{t}y$ sabiendo que ella posee una solución que es un polinomio.

(*iv*) $y' + y^2\text{sen}(t) - 2\tan(t)\sec(t) = 0$ sabiendo que $y_0(t) = \sec(t)$ es una de sus soluciones.

(*) Problemas a resolver en clases de Práctica con el Prof. Ayudante.

22/08/07
JMS/CMG/jms