

PRACTICO 7

Matemática I (529.103)

1. Haga un gráfico aproximado de las siguientes funciones y determine: dominio, recorrido, inyectividad y sobreyectividad. Determine además la inversa de f cuando sea posible.

(a) $f(x) = \log_3(|x|)$ (b) $f(x) = 3 \log_3(|x| - 1)$ (c) $f(x) = 4e^{3x+1} - 2$

(d) $f(x) = 2^{|1-x|}$ (e) $f(x) = \log_3(-x)$ (f) $f(x) = 2 \log(3 - x) + 4$

2. Determine cuantas soluciones tienen las siguientes ecuaciones. Para ello considere las funciones correspondientes a las expresiones del lado derecho e izquierdo de la ecuación y haga un gráfico aproximado de cada una sobre el mismo plano cartesiano.

(a) $2^{3x} = x^2$ (b) $\log x + 1 = 4x$ (c) $3e^x = 10^{-x}$

(d) $2^x = 1 + 2^x$ (e) $e^{|x|} = 2e^{|x|} - 1$ (f) $5^{3x} = 5^{5x}$

3. Resolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

(a) $\log_3(7 - x) - \log_3(1 - x) = 1$ (b) $3^x = 4^{2x-1}$ (c) $(\frac{1}{2})^{x^2} = 8^{3-2x}$

(d) $(\ln(x))^2 - 3 \ln(x) = 2$ (e) $4^x - 4^{-x} = 2$ (f) $e^{x^2+4x-2} \leq 1$

(g) $\log_2 x + \log_8 x = \log_{16} 2$ (h) $e^{2x} - 3e^x = -2$ (i) $(\frac{1}{2})^{x^2+x-2} \leq 1$

4. Determine la inversa de la siguiente función biyectiva:

$$f :] - 3, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto f(x) = \log\left(\frac{x}{3} + 1\right) + 7.$$

5. Sea $1 > b > 0$, $b \neq 1$, considere la función

$$f_b :]2; \sqrt{5}] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto f_b(x) = \sqrt{\log_b(x^2 - 4)}.$$

- a) Encuentre el recorrido de la función f_b .
b) Determine para qué valores de b , f_b es una función inyectiva y si lo es, determine su inversa.
6. La población de una colonia de bacterias se incrementa con el modelo matemático $P(t) = N_0 3^{\frac{t}{20}}$, t en minutos. ¿Cuánto tiempo tarda en crecer de 100 a 200 bacterias?, ¿de 100 a 300 bacterias?.
7. Se hace un estudio de exterminio de bacterias mediante un bactericida. La tabla siguiente muestra el número de bacterias sobrevivientes en distintos instantes de tiempo.

Tiempo (minutos)	0	10	20	30	40	50	60
Número de bacterias	10^6	10^5	10^4	10^4	10^2	10	1

- a) Grafique el número de bacterias en función del tiempo.
b) Grafique el logaritmo del número de bacterias en función del tiempo. Compare con el gráfico anterior.

- c) Si se asume que el número de bacterias sigue una función de la forma $N(t) = A10^{kt}$, donde el tiempo está medido en minutos; ¿Cuál es el valor de las constantes A y k en el experimento?, ¿Cual es la expresión de la función?
8. Grafique las siguientes funciones en papel lineal, log-log y semi-log.
- a) $f(x) = \sqrt{x}$ b) $f(x) = 5^{-3x}$
- c) $f(x) = -\frac{5}{x^3}$ d) $f(x) = 3x + 100$
9. Grafique la siguiente tabla de valores en papel lineal, log-log y semi-log y determine según ello, la función aproximada a la que probablemente corresponden los datos.
- | | | | | | | | | | | |
|-----|---|----|----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| y | 2 | 16 | 54 | 124 | 254 | 431 | 687 | 1032 | 1450 | 2007 |
10. El sismólogo F. Richter (1900-1985) ideó en 1935 la *Escala de Richter* que compara la fuerza de los diferentes terremotos. En ella la magnitud R de un terremoto se define por