



Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 1 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (20 puntos) Considere el conjunto de matrices de orden 4

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} 1/i & 2i^{-2} \\ 2i+1 & 3i \end{bmatrix} \right\}_{i=1}^{100}$$

La función **rank** de MATLAB retorna el rango de una matriz, esto es el mayor número de columnas linealmente independientes de una matriz.

Mediante un programa de MATLAB y usando la función **rank** decida si las matrices del conjunto V son o no todas invertibles.

Luego determine la dimensión del espacio generado por V .

Adjunte el programa al correo.

Desarrollo: El programa debe construir y calcular el rango de todas las matrices del conjunto. Si alguno de estos es distinto de 2, entonces existe una matriz no invertible.

```
1 clear all; close all; clc;
2 for i=1:100
3     A{i}=[1/i,2*i^(-2);2*i+1,3*i];
4     if(rank(A{i})~=2)
5         disp('Las matrices no son todas invertibles');
6     end
7 end
```

15 pt

y luego ensamblamos una matriz que contengana todas estas matrices y vemos el rango de ella.

```
1 B=[];
2 for i=1:100
3     B(1,i)=[A{i}(1,1)];
4     B(2,i)=[A{i}(1,2)];
5     B(3,i)=[A{i}(1,3)];
6     B(4,i)=[A{i}(1,4)];
7 end
8 rank(B)
```

5 pt

2. (40 puntos) Los resultados de cierto experimento relacionan las variables x e y , mediante el modelo:

$$y = \beta x^{\alpha x}.$$

Estos resultados se muestran en la siguiente tabla:

x	1	1.5	2	3	4
y	85	60	15	3	1

Escriba un rutero en MATLAB que realice las siguientes tareas:

a) Proponga una transformación que linealice el modelo

- b) Calcule y muestre los parámetros α y β que ajustan el modelo a los datos de la tabla en el sentido de los mínimos cuadrados.
- c) En un mismo gráfico dibuje los puntos de la tabla (círculos) y el modelo ajustado anteriormente (línea continua).
- d) Estime y muestre el valor de y cuando $x = 5$.

Desarrollo: El rutero está dado por:
Se observa que mediante una función logaritmo

$$y = \beta x^{\alpha x} \leftrightarrow \ln(y) = \ln(\beta) + \alpha x \ln(x)$$

10pt

con lo cual se hace un programa parecido a

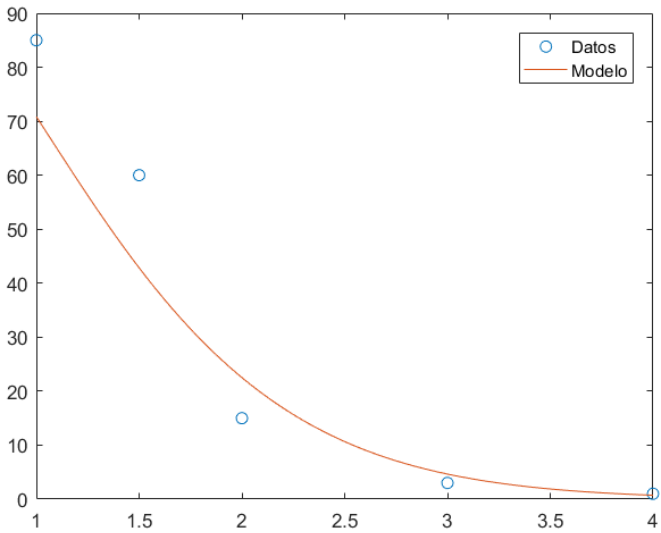
```
1 x=[1 1.5 2 3 4]';
2 y=[85 60 15 3 1]';
3 A = [ones(5,1) x.*log(x)];
4 B = log(y);
5 X = A\B
6 alpha = X(2);
7 beta = exp(X(1));
8 xx = 1:0.01:4;
9 yy = beta*xx.^(alpha*xx);
10 plot(x,y,'o',xx,yy,'-')
11 legend('Datos','Modelo')
12 x5=5;
13 y5 = beta*x5.^(alpha*x5)
```

%15 PUNTOS

%10 PUNTOS

%5 PUNTOS

mientras que el gráfico está dado por:





TEST 1 VERSIÓN 2 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: Carrera:

Ayudante: Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (60 puntos) Descargue el archivo disponible en

<https://goo.gl/K2fZZZ>

este archivo contiene una matriz que en su primera columna tiene el precio diario, durante los últimos 22 días, de la acción de Cencosud S.A. y en su segunda columna la cantidad de acciones transadas de esta empresa en cada día.

En un rutero de MATLAB llamado acciones.m

- a) Calcule el promedio de transacciones diarias para estos días.
- b) Grafique el precio diario de la acción de Cencosud S.A. versus el día.
- c) Calcule y grafique el polinomio interpolante del precio diario de acción de Cencosud S.A. ¿Qué observa? ¿Es confiable este interpolante para preveer futuros valores de esta acción?

- d) Usando la función de MATLAB spline, calcule y grafique un spline cúbico que interpola el precio diario de la acción de Cencosud S.A.

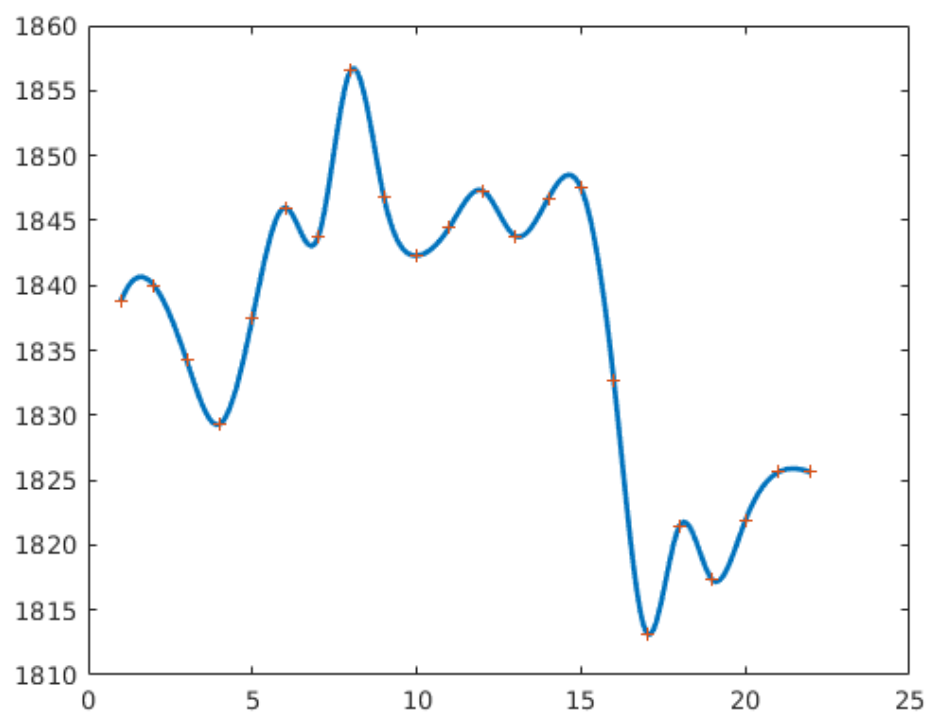
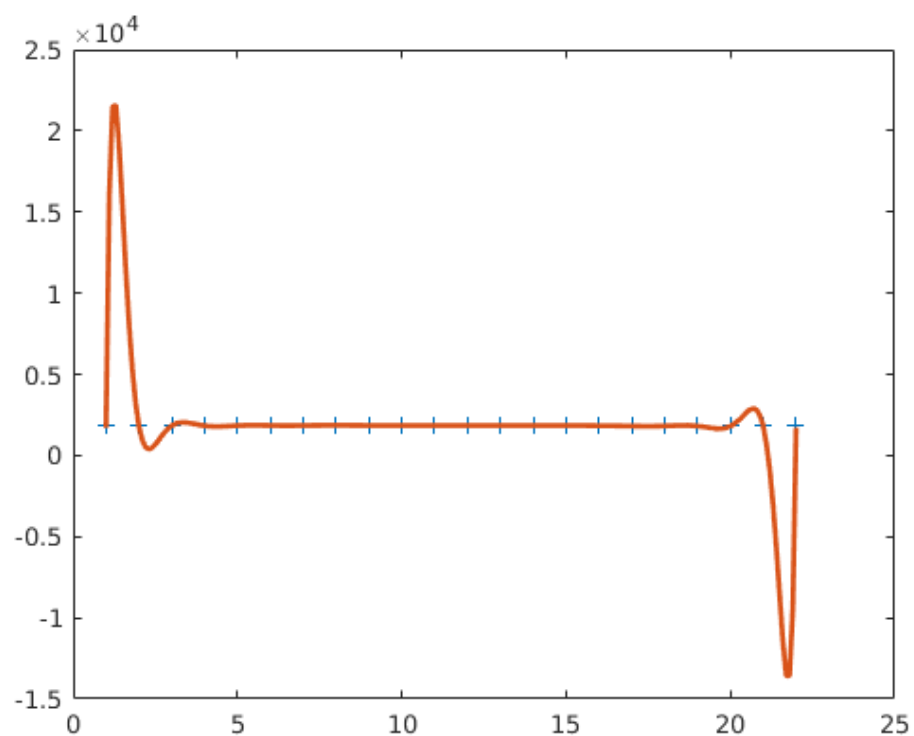
Desarrollo: El programa cencosud.m debe tener instrucciones similares a las siguientes

```
1 clear all; close all; clc;
2 load('cencosud.mat');
3 media=mean(cencosud(:,2)); %10 PUNTOS
4 plot(cencosud(:,1),'+'); hold on;
5 pol=polyfit(1:22,cencosud(:,1)',21);
6 xvec=1:0.1:22;
7 plot(xvec,polyval(pol,xvec)) %20 PUNTOS
8
9 figure(2)
10 sp=spline(1:22,cencosud(:,1));
11 plot(xvec,ppval(sp,xvec),1:22,cencosud(:,1)','+') %20 PUNTOS
```

con lo que se tiene que

```
1 >> media=mean(cencosud(:,2))
2
3 media =
4
5      2.5957e+06
```

y se generan gráficas como



de donde se responde que, el fenómeno de Runge hace poco confiable el interpolante polinomial.

10 puntos



TEST 1 VERSIÓN 3 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. **(60 puntos)** Sean $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y $\{c_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ las sucesiones definidas por

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad a_n := \frac{n}{2n-1} \quad \text{y} \quad c_n := \frac{n-1}{2n-1}.$$

a) Escriba una función MATLAB que reciba un $N \in \mathbb{N}$ y devuelva la matriz $\mathbf{A}_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ definida por

$$\mathbf{A}_N := \begin{pmatrix} 0 & a_1 & & & \\ c_2 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & a_{N-1} \\ & & & c_N & 0 \end{pmatrix},$$

donde las posiciones sin llenar (arriba de la diagonal 1 y debajo de la diagonal -1) contienen ceros.

b) El comando `eig` de MATLAB aplicado a una matriz calcula y devuelve sus autovalores (recolectados en un vector). Escriba un rutero que grafique en forma de círculos todos los pares ordenados del conjunto

$$\{(\lambda, N) \in \mathbb{R}^2 : N \in \{2, 3, \dots, 25\} \text{ y } \lambda \text{ es autovalor de } \mathbf{A}_N\}.$$

Solución: Para la parte 1a,

```
1 function A = matriz(N)
2 va = (1:N-1)./(2*(1:N-1)-1);
3 vc = ((2:N)-1)./(2*(2:N)-1);
4 A = diag(va, 1) + diag(vc, -1);
```

o alternativamente,

```
1 function A = matriz(N)
2 A = zeros(N);
3 for n = 1:N-1
4     A(n,n+1) = n/(2*n-1);
5 end
6 for n = 2:N
7     A(n,n-1) = (n-1)/(2*n-1);
8 end
```

40 puntos

Para la parte 1b,

```
1 figure
2 hold on
3 for N = 2:25
4     lambdas = eig(matriz(N));
5     for i = 1:N
6         plot(lambdas(i), N, 'o')
7     end
8 end
```

20 puntos



TEST 1 VERSIÓN 4 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (60 puntos) Considere la sucesión de Fibonacci, dada por:

$$f_{n+1} = f_n + f_{n-1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

con $f_0 = 0$ y $f_1 = 1$.

- a) Escriba una función en MATLAB que, dado un valor de entrada $n \in \mathbb{N}$, devuelva como salidas, el valor de f_{n+1} , el cuociente f_{n+1}/f_n y el valor $|f_{n+1}/f_n - \varphi|$, donde $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$ es el número dorado.
Observación: Recuerde que $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$.
- b) Escriba un rutero en MATLAB que llame a la función anterior y muestre sus salidas, para cada valor $n \in \{1, 10, 100, 1000\}$.
- c) ¿Qué relación existe entre el cuociente f_{n+1}/f_n y el número dorado φ ? Justifique en base a los resultados obtenidos en el siguiente casillero.

Desarrollo: Cada programa viene dado por:

```
1 function [fnp1, cuociente, err] = fibonacci(n)
2 fnm1 = 0;
3 fn = 1;
4 for i=1:n
5     fnp1 = fn + fnm1;
6     cuociente = fnp1 / fn;
7     fnm1 = fn;
8     fn = fnp1;
9 end
10 phi = (1 + sqrt(5)) / 2;
11 err = abs(cuociente - phi);
```

30 puntos

```
1 N = [1, 10, 100, 1000];
2 for i = 0:3;
3     [fn, cuociente, err] = fibonacci(N(i+1))
4 end
```

15 puntos

La relación entre el cuociente f_{n+1}/f_n y el número dorado φ está dada por $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = \varphi$. Esto puede ser notado en el decrecimiento de los errores $|f_{n+1}/f_n - \varphi|$ a medida que aumenta n

15 puntos



TEST 1 VERSIÓN 5 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (60 puntos) La interpolación polinomial de Newton consiste en utilizar la base de polinomios de Newton, dada por: $\{1, x - x_0, (x - x_0)(x - x_1), \dots, (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1})\}$, para interpolar los puntos $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$. Así, el polinomio que interpola estos puntos está dado por:

$$p(x) = \alpha_0 + \alpha_1(x - x_0) + \alpha_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + \alpha_n(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}),$$

donde los coeficientes $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ se obtienen al resolver el sistema $A\alpha = y$ que se obtiene al evaluar:

$$p(x_i) = y_i, \quad \forall i = 0, \dots, n.$$

Escriba un rutero en MATLAB que realice las siguientes tareas:

- a) Construya la matriz A y el vector y mencionados anteriormente, considerando los puntos $x_i = -5, -4, \dots, 4, 5$ e $y_i = 1/(1 + x_i^2)$.
- b) Resuelva el sistema $A\alpha = y$ y muestre los coeficientes a_0, \dots, a_n del polinomio de interpolación de Newton.
- c) Grafique en un mismo gráfico la función $f(x) = 1/(1 + x^2)$ (línea continua), el polinomio de interpolación de Newton $p(x)$ (línea discontinua) y los puntos a interpolar (círculos).

¿Qué fenómeno observa en la gráfica? ¿Se puede evitar este fenómeno utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange? Justifique su respuesta.

Desarrollo: El rutero está dado por:

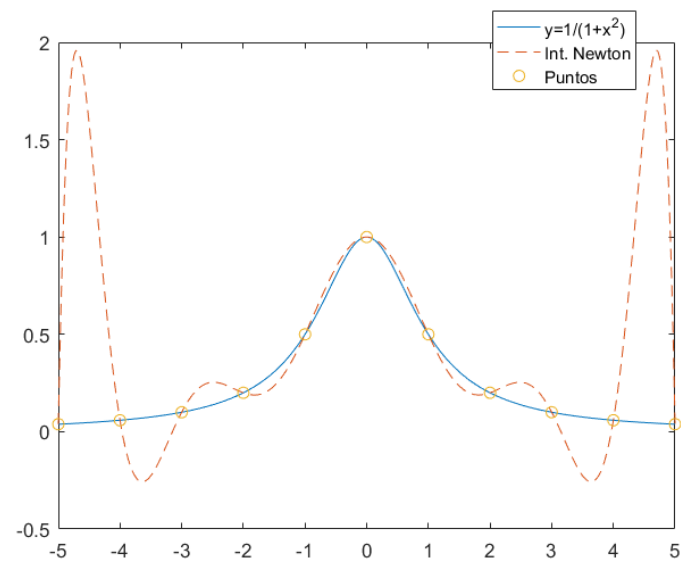
```
1 x = [-5:5]';
2 y = 1./(1+x.^2);
3 n = length(x);
4 A = ones(n,1);
5 aux = x - x(1);
6 for i=2:n
7     A = [A aux];
8     aux = aux.*(x - x(i));
9 end                                     %20 PUNTOS
10
11
12 alpha = A\y                           %5 PUNTOS
13 xx = [-5:0.01:5]';
14 yy = 1./(1+xx.^2);
15 nn = length(xx);
16 aux = ones(nn,1);
17 pp = zeros(nn,1);
18 for i=1:n;
19     pp = pp + alpha(i)*aux;
20     aux = aux.*(xx-x(i));
```

21end

22plot(xx,yy,'-',xx,pp,'--',x,y,'o')

23legend('y=1/(1+x^2)','Int. Newton','Puntos')%25 PUNTOS

mientras que la gráfica está dada por:



El polinomio de interpolación de Newton presenta el fenómeno de Runge, el cual no puede ser evitado por la interpolación de Lagrange, debido a que el polinomio de interpolación es único, independiente de la base utilizada para calcularlo (canónica, Lagrange o Newton).

10 puntos