UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

LISTADO 8

ALGEBRA LINEAL (520131)

1.- En cada uno de los casos verifique que la aplicación T es una Transformación Lineal; determinando el Kernel y la Imagen. Analice la posibilidad de que alguna sea inyectiva.

a) $T : I\!R^4 \longrightarrow I\!R^3, \quad T(a,b,c,d) = (b, a+c, d)$

b) $T : I\!R^2 \longrightarrow \mathcal{M}_2(I\!R), \quad T(x,y) = \begin{pmatrix} x & x+y \\ x-y & y \end{pmatrix}$

c) $T : I\!R^3 \to \mathcal{P}_2; T(a,b,c) = (a+b)t^2 - bt + c$

d) $T : \mathcal{P}_2(t) \longrightarrow I\!R^2, \quad T(at^2+bt+c) = (a-c, b+c)$

2.- Considere la transformación lineal T de $\mathcal{P}_2[t]$ en $\mathcal{P}_2[t]$ para lo cual $T(1) = 1+t$, $T(t) = 3-t^2$, $T(t^2) = 4-2t-3t^2$. Encuentre la ecuación que define la transformación.

3.-

a) Encuentre, si es posible, una transformación lineal, de $I\!R^3$ en $I\!R^3$, de tal manera que su *kernel* sea la recta:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{6}$$

y su imagen sea el plano $2x - 3y + z = 0$.

b) Diga porque no es posible encontrar una transformación lineal, de $I\!R^3$ en $I\!R^3$, de tal manera que su *kernel* sea el plano $2x - y + z = 0$ y su *imagen* sea el plano $-2x + y - z = 0$.

4.- En los siguientes problemas encuentre la matriz asociada a la Transformación Lineal T, con respecto de las bases B_1 y B_2 que se indican.

a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : \; T(x,y,z) = (x+y+z, y-3z+2x)$
$B_1 = \{(0,1,1),(2,-1,0),(1,0,1)\}; \quad B_2 = \{(1,-1),(2,3)\}$

b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathcal{P}_2 : \; T(x,y) = (x-2y)t^2 + (-x+y)t + 3y$
$B_1 = \{(1,2),(2,3)\}$; $B_2 = \{t^2, t, 1\}$

c) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathcal{M}_{2x2}(\mathbb{R}) : T(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & x+y \\ x-y & z \end{pmatrix}$
$B_1 = \{(1,0,1),(1,-1,0),(0,1,-1)\}$;

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

5.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, encuentre la transformación lineal T

a) De $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^4$ de manera que A sea la matriz de T con respecto de las base canónica de $\mathbb{R}^3$ y la base $\{(0,0,0,1),(0,1,0,1),(1,1,0,0),(1,0,1,0)\}$ de $\mathbb{R}^4$.

b) De $\mathcal{P}_2$ en $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ de manera que A sea la matriz de T con respecto de las bases: $B_1 = \{t+1, 2t^2-t, t^2+1\}\}$ de $\mathcal{P}_2$ y

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \text{ de } \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$$

6.- Utilizando el producto escalar, visto en clase, como producto interior, encuentre una base ortogonal en $\mathbb{R}^3$ a partir de los vectores $(0,1,1)$, $(2,-1,0)$ y $(1,0,1)$.

7.- Sea D_n el conjunto de las matrices diagonales de orden n con componentes reales bajo las operaciones usuales de matrices. Sean $A = diag(a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn})$ y $B = diag(b_{11}, b_{22}, ..., b_{nn})$ dos elementos cualquiera de D_n, entonces:

a) Verifique que la operación

$$(A,B) = a_{11}b_{11} + a_{22}b_{22} + ... + a_{nn}b_{nn}$$

es un producto interior.

b) Encuentre una base ortonormal para D_2, utilizando los vectores

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

ADP/
15 de Noviembrede 2005.