

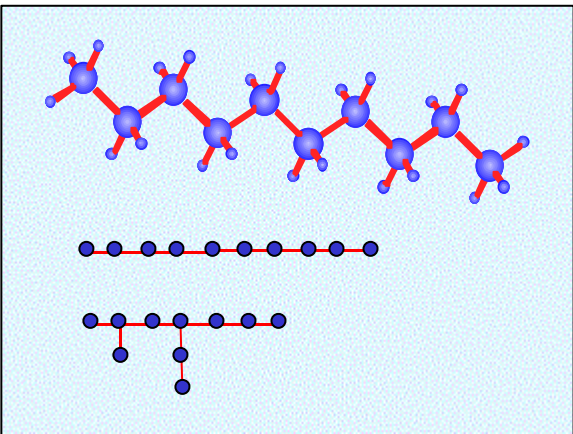
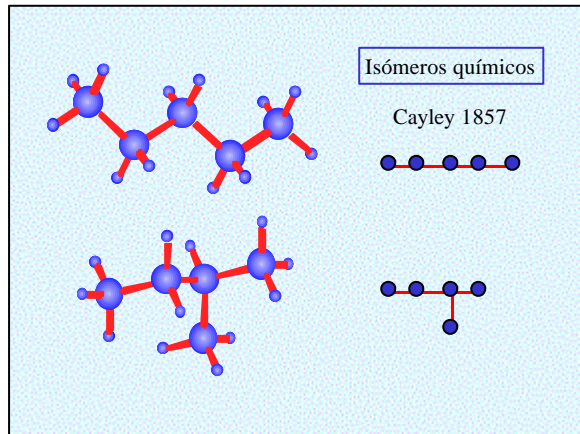
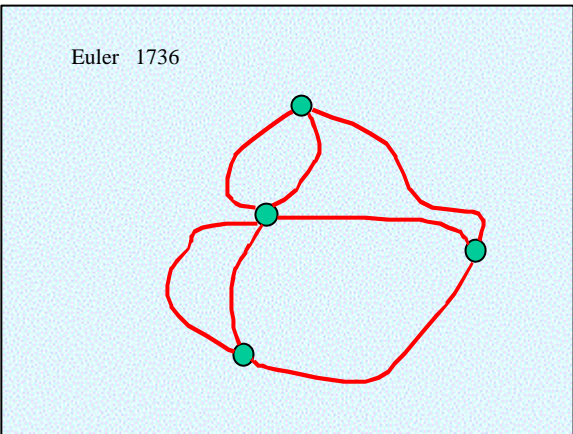
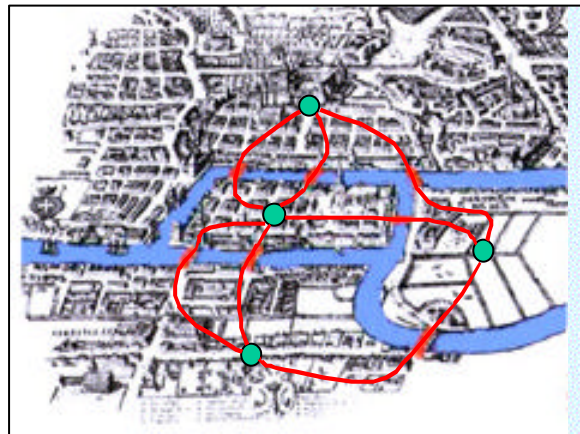
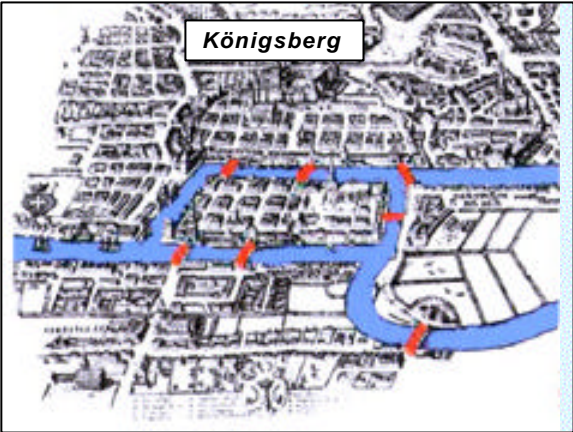
Teoría de Grafos 01-02

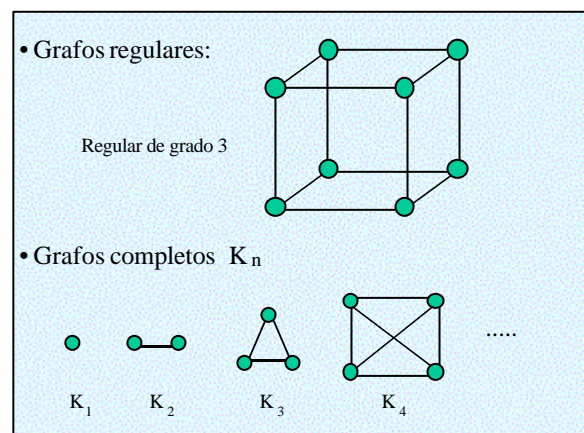
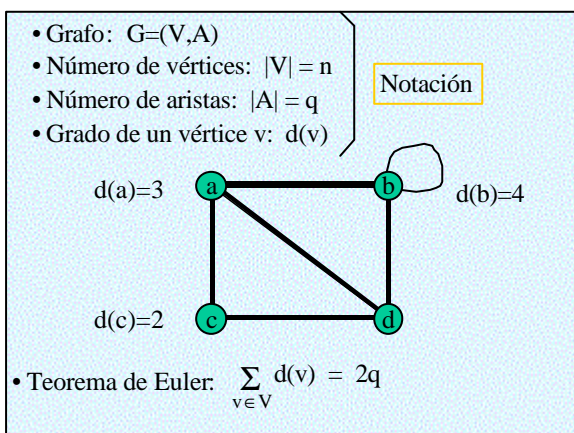
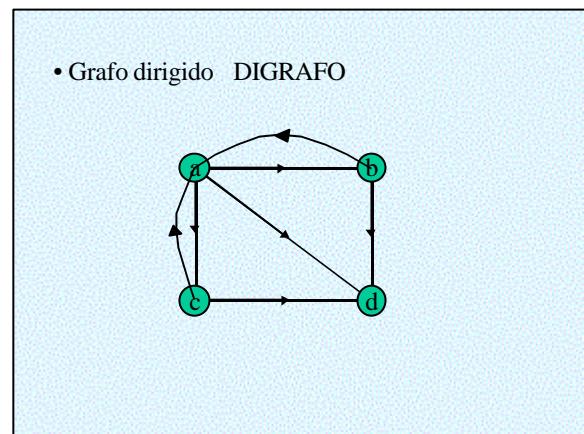
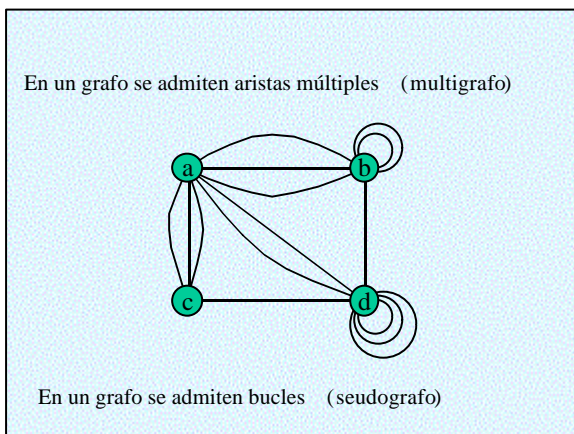
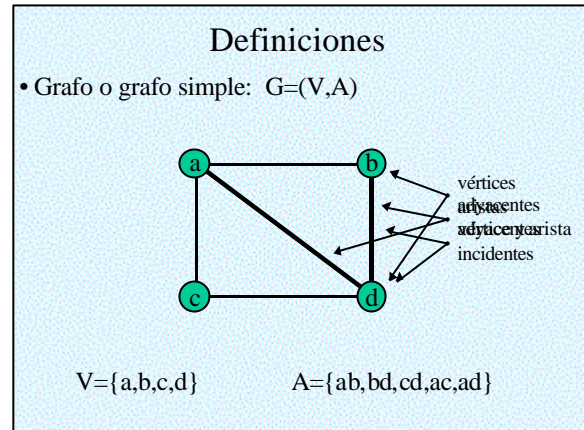
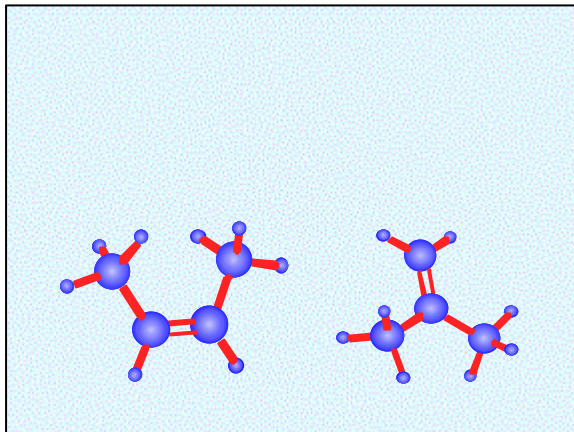
Nociones básicas

Teoría de Grafos

Gregorio Hernández

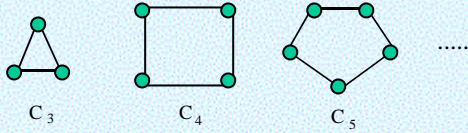
UPM



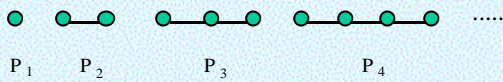




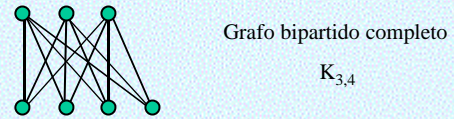
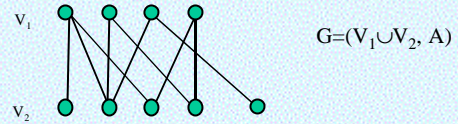
• Ciclos  $C_n$



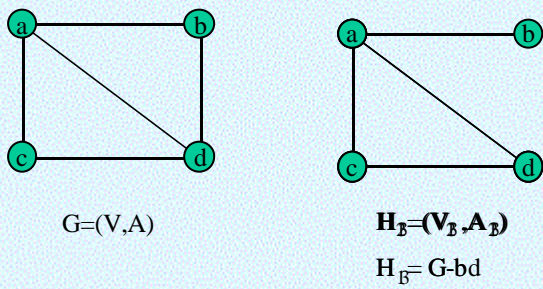
• Caminos  $P_n$



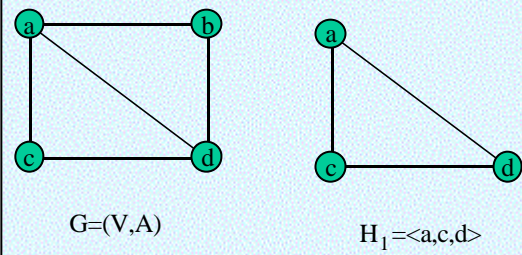
• Grafos bipartidos



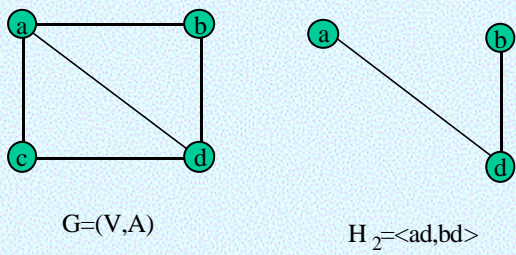
Subgrafos



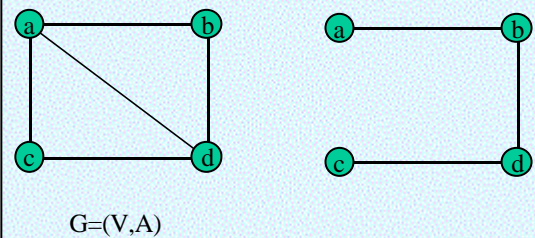
Subgrafos inducidos por vértices

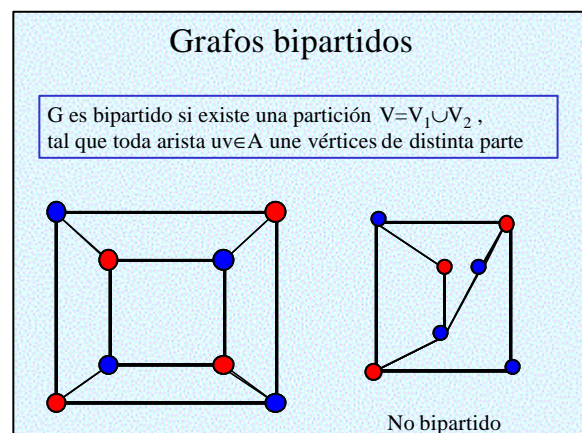
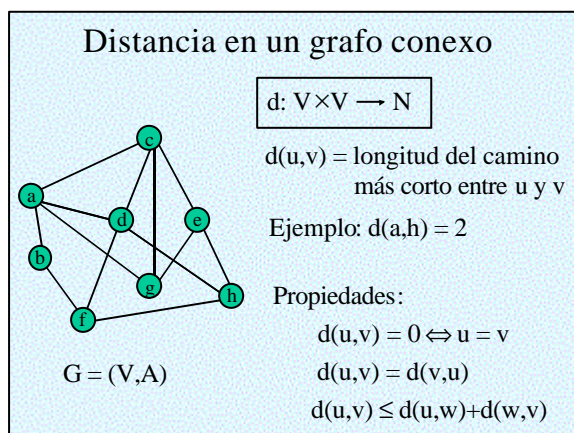
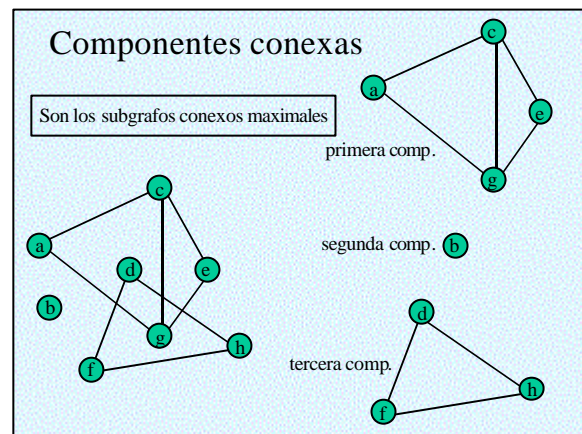
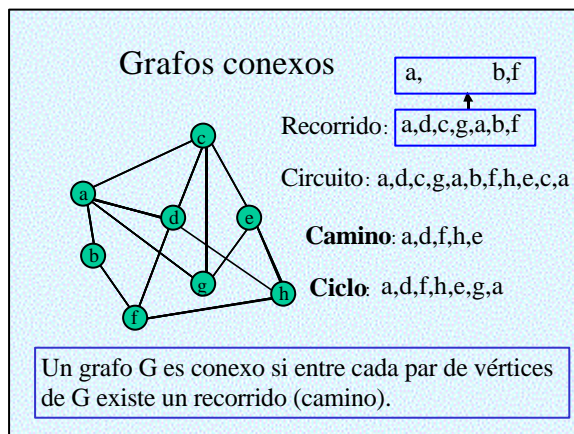
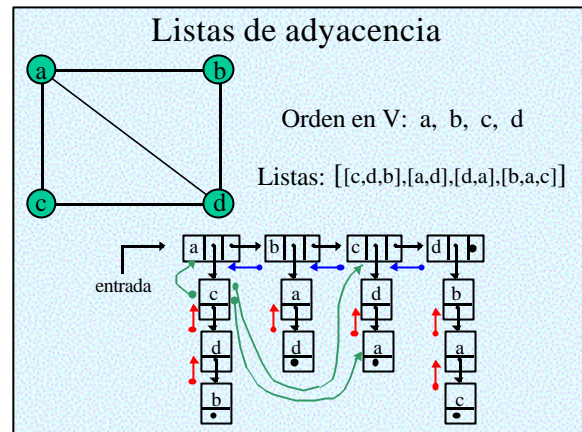
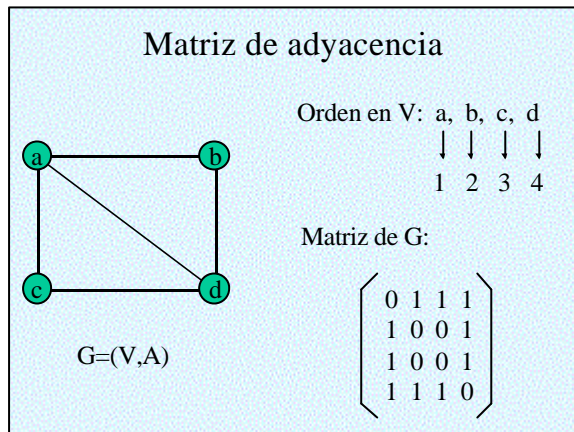


Subgrafos inducidos por aristas



Subgrafos generadores







#### Teorema

$G$  es bipartido  $\Leftrightarrow G$  no tiene ciclos de longitud impar

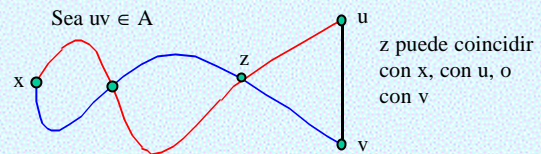
*Dem.*

Si  $G$  es bipartido, todos los ciclos son pares

Si  $G$  tiene todos sus ciclos pares, entonces.....

Sea  $x \in V$  arbitrario, clasificamos los vértices de  $G$  así:

$$V_1 = \{y \in V \mid d(x,y) \text{ impar}\} \quad V_2 = \{y \in V \mid d(x,y) \text{ par}\}$$



Si  $z=u$ ,  $d(x,v)=d(x,u)+1$ , luego  $u$  y  $v$  distinta paridad

Si  $z \neq u, v$  la longitud del ciclo  $zuv$  es  $d(z,v) + d(z,u) + 1$ , como todo ciclo es par  $\Rightarrow d(z,v)$  y  $d(z,u)$  distinta paridad

Pero  $d(x,u)=d(x,z) + d(z,u)$ ,  $d(x,v)=d(x,z) + d(z,v)$ , luego  $d(x,v)$  y  $d(x,u)$  distinta paridad

Los vértices  $u, v$  están en distinta parte de  $V$

#### Algoritmo para detectar si un grafo es bipartido

*Estrategia.* Clasificar los vértices de  $G$  en dos partes (que etiquetamos con 1 y 2) comprobando si hay arista entre vértices con la misma etiqueta.

Paso 1. Se elige un vértice  $v$  y se etiqueta con 1. Hacemos  $S=\{v\}$

Paso 2. Sea  $T$  el conjunto de vértices aún no etiquetados que son adyacentes a un vértice de  $S$

Si dos vértices de  $T$  son adyacentes, FIN,  $G$  no es bipartido.

En caso contrario etiquetar cada vértice de  $T$  con la etiqueta contraria a su vecino en  $S$ .

Paso 3. Si todos los vértices están etiquetados, entonces el grafo es bipartido. En caso contrario hacemos  $S=T$  y volvemos al paso 2.