UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
Departamento de Ingeniería Matemática.

Propiedades de los Números Reales

Dados $\forall x, y, z, u, v \in I\!R$ se cumple: (∀ quiere decir "para todo")

Propiedades de la suma

(a) $x + y \in I\!R$
(b) $x + y = y + x$
(c) $x + (y + z) = (x + y) + z$
(d) $x + 0 = x$
(e) $x + (-x) = 0$
(f) $x(y + z) = xy + xz$

Propiedades del producto

(a') $xy \in I\!R$
(b') $xy = yx$
(c') $x(yz) = (xy)z$
(d') $x \cdot 1 = x$
(e') Si $x \neq 0$ entonces $x \cdot x^{-1} = 1$
(g) $x \cdot 0 = 0$

Sustracción

$x - y = x + (-y)$

División (Si $y \neq 0$)

$\frac{x}{y} = x \cdot y^{-1}$

Propiedades de la igualdad:

(⇒ quiere decir "entonces"; ⇔ quere decir "equivale a"; ∨ quiere decir 'o'; ∧ quiere decir 'y')

(a) $x + y = x + z \implies y = z$
(c) $x = y \ \wedge \ u = v \implies x + u = y + v$
(b) $xy = xz \ \wedge \ x \neq 0 \implies y = z$
(d) $x = y \ \wedge \ u = v \implies xu = yv$
(e) $xy = 0 \iff x = 0 \ \vee \ y = 0$

Propiedades de los signos y del inverso:

(a) $-(-x) = x$
(b) $-(x + y) = -x - y$
(c) $(-x)y = x(-y) = -xy$
(a') $(x^{-1})^{-1} = x$
(b') $x \neq 0 \ \wedge \ y \neq 0 \implies (xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$
(d) $(-x)(-y) = xy$

Definición de potencias enteras y racionales:

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a$ (n factores)
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ (*para* $a \geq 0$)
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$(\sqrt[n]{a})^n = a$

Propiedades de las desigualdades:

Sólo una de éstas es cierta	$x < y \;\vee\; x > y \;\vee\; x = y$
Definición de $\leq$	$x \leq y \iff x < y \vee x = y$
Transitividad	$x < y \wedge y < z \implies x < z$
Monotonía c/r a la suma	$x < y \implies x + z < y + z$
	$x < y \wedge u \leq v \implies x + u < y + v$
	$x < y \iff 0 < y - x$
Monotonía c/r a la multiplicación	$x < y \wedge u > 0 \implies xu < yu$
	$x < y \wedge u < 0 \implies xu > yu \quad \leftarrow$ *¡ojo!*

Propiedades del valor absoluto:

(a) Si $x \geq 0$, entonces $|x| = x$

(a') Si $x < 0$, entonces $|x| = -x$

(b) $|x| \geq 0$

(c) $|x| = 0 \iff x = 0$

(d) $|x + y| \;\leq\; |x| + |y|$

(e) $|xy| = |x||y|$

(b) $|-x| = |x|$

Notación: $x < y < z \iff x < y \;\wedge\; y < z$. Entonces se cumple:

(a) $a > 0 \wedge |x| < a \iff -a < x < a$

(b) $a > 0 \wedge |x| > a \iff x < -a \;\vee\; a < x$

Propiedades de las potencias y del logarítmo: Dados $a, b > 0$ tales que $b \neq 1$, $a \neq 1$

(a) $b^{\log_b(x)} = x$

(a') $\log_b(b^u) = u$

(b) $\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$

(b') $b^{u+v} = b^u b^v$

(c) $\log_b(\frac{x}{y}) = \log_b(x) - \log_b(y)$

(c') $b^{u-v} = \frac{b^u}{b^v}$

(d) $\log_b(x^y) = y \log_b(x)$

(d') $(b^u)^v = b^{uv}$

(e) $\log_b(\sqrt[y]{x}) = \frac{1}{y} \log_b(x)$

(e') $\sqrt[v]{b^u} = (\sqrt[v]{b})^u = b^{\frac{u}{v}}$

(f) $\log_b(1) = 0$

(f') $b^0 = 1$

(g) $\log_b(b) = 1$

(g') $b^1 = b$

(h) $\ln(x) = \log_e(x)$

(h') $\log(x) = \log_{10}(x)$

(i) $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$

(j) $\log_b(x) = y \iff b^y = x$