UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

MATEMÁTICA 529103

Práctico N^o 5

I. Determine si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas para cualquier $x, y \in \mathbb{R}$.

$3^x 9^y = 3^{x+2y}$
$\frac{9^x}{3^x} = 3$
$16^x = (2^x)^4$
$\sqrt{16^x} = 4^x$
$8^x = x^8$
$\frac{2^y}{8^x} = \frac{1}{4^{x-y}}$
$\log(24x) = 3\log(6x)$
$\log_5(9) = \frac{2}{\log_3(5)}$
$\log(36x) = 2(\log(2) + \log(3)) + \log(x)$
$\log(x + 3y) = \log(x)(\log(y))^3$
$\frac{3^x}{9^y} = \frac{1}{3^{x-2y}}$
$2^x 2^y = 4^{x+y}$

II. Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones, evitando el uso de la calculadora en la medida que sea posible.

$4^{\log_2(7)}$
$3^{\log_3(\sqrt{9})}$
$\log_7(\sqrt{49})$
$\log_5(360)$
$\log_{10}(0{,}001)$
$(\log_{\sqrt{5}}(125))^3$
$\log_9(27)$
$\log_7(7^4 7^3)$
$e^{3\ln(5)}$

III. Resuelva las siguientes ecuaciones.

$6^{x+3} = \frac{6^x}{2}$
$x2^x + 2^{3x} = 0$
$x^{\log_3(x)} = \frac{81}{\sqrt{x}}$
$e^x + e^{-x} = -2$
$\frac{\log(10^{2x})}{\log(\frac{1}{1000})} = \frac{1}{2}$
$\log_3(3x + 7) = \log_9(6) + \log_9(4x)$
$\ln(2x) = \ln(9) - \ln(27)$
$10^{3t} - 10^t N + 10 = 0$
$4(3^{-x+1}) = (3^{x-1})^2$

IV. Haga un gráfico aproximado de las siguientes funciones y determine recorrido, inyectividad y sobreyectividad. Determine además la inversa cuando sea posible.

$f(x) = \log_3(|x|)$
$f(x) = 4e^{3x+1} - 2$
$f(x) = \log_3(-x)$
$f(x) = 3\log_3(|x| - 1)$
$f(x) = 2^{|1-x|}$
$f(x) = 2\log(3 - x) + 4$

V. Determine cuantas soluciones tienen las siguientes ecuaciones. Para ello considere las funciones correspondientes a las expresiones del lado derecho e izquierdo de la ecuación y haga un gráfico aproximado de cada una sobre el mismo plano cartesiano.

$2^{3x} = x^2$
$2^x = 1 + 2^x$
$\log x + 1 = 4x$
$e^{|x|} = 2e^{|x|} - 1$
$3e^x = 10^{-x}$
$5^{3x} = 5^{5x}$

VI. Resuelva los siguientes problemas[1].

6.1) El dinero que una persona tiene en el banco crece en un 1 % cada mes. Si inicialmente tenía 1 millon de pesos ¿Cuánto dinero tendrá dentro de n meses? ¿Cuánto debe esperar antes de tener 2 millones?

6.2) El número de bacterias en un cultivo sigue la ecuación $N(t) = 5e^{\alpha t}$, y se sabe que $N(4) = 2N(2)$, ¿Cuál debe ser el valor de α? ¿Cuál es la fórmula de la función $N(t)$ entonces?

6.3) Se hace un estudio de exterminio de bacterias mediante un bactericida. La tabla siguiente muestra el número de bacterias sobrevivientes en distintos instantes de tiempo.

Tiempo (minutos)	0	10	20	30	40	50	60
Número de bacterias	10^6	10^5	10^4	10^4	10^2	10	1

6.3.1) Grafíque el número de bacterias en función del tiempo.

6.3.2) Grafique el logaritmo del número de bacterias en función del tiempo. Compare con el gráfico anterior.

6.3.3) Si se asume que el número de bacterias sigue una función de la forma $N(t) = A10^{kt}$, donde el tiempo está medido en minutos; ¿Cuál es el valor de las constantes A y k en el experimento?, ¿Cual es la expresión de la función?

6.4) La vida media de un isótopo radioactivo es el tiempo necesario para que la cantidad de átomos del isótopo se reduzca a la mitad. El Uranio 235 (U235) se usa en reactores nucleares y tiene una vida media de 7 millones de años; en otras palabras, transcurridos 7 años, la cantidad de Uranio235 disminuye a la mitad. En general la cantidad de átomos de un elemento radioactivo evoluciona en el tiempo según una función del tipo $N(t) = N_0 e^{-kt}$, donde N_0 es la cantidad inicial y k es una constante que depende del isótopo.

6.4.1) Calcule la constante k para el caso del Uranio235.

6.4.2) Un reactor es provisto inicialmente con 30×10^{26} átomos de Uranio235. ¿Cuánto quedará después de transcurridos 10 años?

6.4.3) ¿Cuánto tiempo se necesita para que la cantidad de átomos se reduzca a un 90 % de la cantidad inicial?

6.5) El sismólogo F. Richter (1900-1985) ideó en 1935 la **Escala de Richter** que compara la fuerza de los diferentes terremotos. En ella la magnitud R de un terremoto se define por

$$R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right),$$

donde A es la amplitud de la onda sísmica mayor y A_0 es una amplitud de referencia que corresponde a una magnitud $R = 0$.

La intensidad del terremoto de Chillán del año 1939 fué de 7,8 en la escala de Richter. El terremoto de San Francisco de 1979 fue de 5,95 y el terremoto de Turquía del a;o

[1] Estos problemas fueron extraídos del libro *Problemas y soluciones para Introducción a la Biomatemática I* de Elena Jarpa y Rina Naveas, U. de Concepción, Fac. de Cs. Físicas y Matemáticas, 1995 y del conjunto de guías del ramo 520142.

pasado fué de 6,4. ¿Cuánto mayor fue la amplitud de la onda en el terremoto de Chillán comparado con los terremotos de San Francisco y de Turquía?

6.6) Un maestro de cocina saca un pastel desde un horno que está a $\mathbf{200}^o$C y lo deja enfriar en un ambiente que está a una temperatura constante de $\mathbf{20}^o$C. Luego de $\boldsymbol{r}$ minutos encuentra que la temperatura del pastel bajó a $\mathbf{100}^o$C. 10 minutos más tarde, es decir, cuando han transcurrido $\boldsymbol{(r+10)}$ minutos desde que se sacó el pastel, la temperatura ha descendido a $\mathbf{75}^o$C. De la teoría se sabe que la función que describe la temperatura en función del tiempo es:

$$\boldsymbol{T(t) = (T_0 - T_a)\, e^{-kt} + T_a \qquad \forall\, t \,\geq\, 0\,,}$$

donde $\boldsymbol{t}$ se mide en minutos, $\boldsymbol{T_0}$ es la temperatura inicial, $\boldsymbol{T_a}$ es la temperatura del ambiente, y $\boldsymbol{k}$ es una constante que depende del material.

6.6.1) Determine $\boldsymbol{k}$.

6.6.2) Determine $\boldsymbol{r}$.

20 de septiembre de 2004

MCP/AGS/ags

email: falobos@udec.cl/magallar@udec.cl