

Listado 3
ALGEBRA LINEAL (520131)

1.- Hallar el determinante de las siguientes matrices:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ -4 & x+5 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} t & 3 & t-2 \\ 2t-2 & -1 & 3t \\ 2 & t+1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{e) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -2 \\ -4 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & -1 \\ -4 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \\ -4 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2.- Mediante operaciones elementales de filas, reduzca el determinante de las siguientes matrices a un determinante de tres por tres y evalúe.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

3.- A través de operaciones elementales de filas, lleve las siguientes matrices a una forma escalonada para calcular su determinante

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4.- Dada las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule los cofactores de los números 4, -2 y -3 de la matriz A .
- b) Calcule los cofactores $(1, 3)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$ y $(4, 4)$ de la matriz B .

5.- Utilizando la matriz adjunta de las siguientes matrices:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & -6 & -2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

6.- Usando el concepto de matriz escalonada, averiguar cual es el rango de las siguientes matrices:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 3 & -4 & 5 \\ 8 & -9 & 6 & 1 \end{pmatrix} & \text{b) } & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} \\ \text{c) } & \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 8 & -1 & 22 & 21 \\ 6 & 6 & 0 & 20 & 19 \end{pmatrix} & \text{d) } & \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 4 & 5 \\ 3 & -8 & -3 & 8 & 18 \\ 2 & -3 & 5 & -4 & 19 \end{pmatrix} \\ \text{e) } & \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

7.- Para cada uno de los sistemas de ecuaciones lineales dados a continuación llévelo a su forma matricial $Ax = b$, identificando la matriz de coeficientes A y el vector de constantes b . Determinar, en cada uno de los casos, si el sistema tiene solución y, si tiene, ver de que tipo de solución se trata.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 7 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 &= 4 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 &= 18 \end{aligned} & \text{b) } & \begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= 7 \\ 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 5 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 3 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 &= 7 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= -1 \end{aligned} & \text{d) } & \begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_3 - 2x_4 &= -8 \\ + 4x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ 5x_1 + 3x_3 - x_4 &= -3 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 &= 6 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned} \end{aligned}$$

8.- Encuentre el conjunto solución de los sistemas compatibles del problema 6.

9.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{array}{lcl} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 & = & 4 \\ \text{a)} \quad x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 & = & -3 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 + 4x_5 & = & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & = & 8 \\ \text{b)} \quad 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 & = & 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 5 \\ 2x_1 + x_2 & - & x_4 = 5 \end{array}$$

10.- Encontrar el o los valores del escalar α , que hacen compatible cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales. Tome algún valor de α en que el sistema sea compatible y resuelva:

$$\begin{array}{lcl} x_1 + 3x_2 + x_3 & = & 0 \\ \text{a)} \quad 2x_1 + x_2 - 3x_3 & = & 5 \\ -x_1 + 7x_2 + 9x_3 & = & \alpha \end{array} \quad \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 + x_3 & = & 1 \\ \text{b)} \quad 2x_1 - x_2 + 3x_3 & = & 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 & = & 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 & = & \alpha \end{array}$$

11.- ¿ Para qué valores de α el siguiente sistema de ecuaciones lineales posee solución no nula ?

$$\begin{array}{lcl} 2x_1 + 3x_2 - x_3 & = & 0 \\ x_1 + 4\alpha x_2 & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_3 = 0 \end{array}$$

ADP/

6 de Septiembre de 2005.