

**Listado 2**  
**CALCULO (521287)**  
**MATEMATICA III (521296)**

**1.-** Verifique que las siguientes funciones dadas, de un espacio vectorial en otro, son transformaciones lineales. Después de verificar, en cada caso, encuentre  $Ker(T)$  e  $Im(T)$ .

a)  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4; T(x, y, z) = (x + y, y, x - z, z)$

b)  $T : \mathcal{P}_2(t) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}); T(at^2 + bt + c) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$

c)  $T : \mathcal{P}_3(t) \rightarrow \mathcal{P}_2(t); T(at^3 + bt^2 + ct + d) = (a + b)t^2 + (b + c)t + c + d$

d)  $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a, b, c + d)$

e)  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathcal{M}_{3 \times 2}; T(a, b, c, d) = \begin{pmatrix} a + b & 2b \\ 2c & c + d \\ c & 2d \end{pmatrix}$

f)  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T(x, y, z) = (x, z + y, y).$

g)  $T : \mathcal{P}_3(t) \rightarrow \mathbb{R}^4; T(at^3 + bt^2 + ct + d) = (a + d, b, d - c, b)$

**2.-** Dadas las siguientes Transformaciones Lineales, encuentre  $Im(T)$  utilizando una base del dominio. Averiguar cuales de las transformaciones es inyectiva.

a)  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad T(x, y) = (x, 2y, x + y)$

b)  $T : \mathcal{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad T(at^2 + bt + c) = (a - c, b + c)$

c)  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{M}_{2 \times 2}, \quad T(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} x & z - w \\ z - w & y \end{pmatrix}$

d)  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathcal{P}_2, \quad T(x, y) = xt^2 + (x + y)t + x - y$

**3.-** En los siguientes casos, encuentre la transformación lineal  $T$  tal que:

a)  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(1, 1) = (1, 0, -1)$  y  $T(-1, 2) = (-1, 2, 0).$

b)  $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathcal{P}_2$ ,  $T(1, 1, 1) = 1$ ,  $T(1, 1, 0) = t + 1$  y  $T(1, 0, 0) = t^2 + t + 1$

4.-

a) Defina, si es posible, una transformación lineal  $T$  de  $\mathbb{R}^3$  en  $\mathcal{P}_1$  tal que  $T(0, 0, 3) = 2t + 1$ ,  $T(0, 1, -1) = -t + 1$ .

b) Defina, si es posible, una transformación lineal  $T$  de  $\mathbb{R}^3$  en  $\mathbb{R}^3$  tal que  $T(-1, 0, 1) = (2, 3, 1)$ ,  $T(0, 1, 1) = (-1, 2, 0)$  y  $T(1, -1, 0) = (1, -1, 1)$ .

5.- Encuentre la Imagen y Kernel de la transformación lineal

$$T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}),$$

definida por:

$$T(A) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A + A \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ADP/

26 de Agosto de 2005.