

Prof.: A. Gajardo

22 de marzo de 2006

Tarea 3

Fecha de entrega: Jueves 30 de marzo

Escoja uno de los siguientes problemas:

- Demuestre que si $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, entonces $\max\{f(n), g(n)\} = \Theta(f(n) + g(n))$.
 - Considere $p(n) = a_0 + a_1n + \dots + a_m n^m$, demuestre que $p(n) = \Theta(n^m)$.
- Demuestre que dadas $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, si $f(n) = \Omega(g(n))$, entonces si $\lim_n \frac{f(n)}{g(n)}$ existe, es mayor que 0.
- Demuestre que la siguiente relación \mathcal{R} definida en el conjunto de las funciones de \mathbb{N} en \mathbb{N} :
 $\mathcal{F} = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} : f \text{ es función}\}$ es de equivalencia:

$$f\mathcal{R}g \Leftrightarrow f(n) = \Theta(g(n))$$

- Demuestre que si $k < m$, entonces no es cierto que $n^m = O(n^k)$.
- Demuestre que para cualquier $a \in \mathbb{R}$ y cualquier $b \in \mathbb{N}$, se tiene $(n + a)^b = \Theta(n^b)$.
- Decida si:
 - $2^{n+1} = O(2^n)$,
 - $2^{2n} = O(2^n)$,
 - $b^n = \Theta(2^n)$, con $b > 0$.
- Demuestre que no es cierto que $n^n = O(2^n)$.
- Demuestre que no es cierto que $n^m = O(\log(n))$.