UNIVERSIDAD DE CONCEPCION

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

PRACTICA 2. ALGEBRA I I . 520136.

Problema 1. Considere las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 10 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 10 & -1 \\ 4 & -1 & 21 \end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 & -1 \\ -1 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

1.1 Calcule: AB , BCD , $(BA-C)(AC^2 - I)$, $BC+A^t A$

1.2 Resuelva las ecuaciones matriciales: 1.2.1 $-2X + C = B$

1.2.2 $(A - \frac{2}{3}X)^t = 2C$ 1.2.3 $(2C + XA)^{-1} = B$

Problema 2. Para las siguientes matrices realice las operaciones elementales por filas y encuentre su rango.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 4 \\ 4 & -5 & 6 & -5 & 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Problema 3. Considere las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ -1 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 2 & 6 & -1 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

3.1 Factorice, si es posible la matriz A en la forma $A = L\,U$, donde L es una matriz triangular inferior con unos en su diagonal principal y U es una matriz triangular superior.

3.2 Calcule la inversa de A, B y C , mediante el metodo de los cofactores.

3.3 Factorice, si es posible, la matriz C en la forma $C = L\,L^t$, donde L es una matriz triangular inferior.

Problema 4. Algunas definiciones.

a) A real es simétrica $\Leftrightarrow A^t = A$
b) A real es antisimétrica $\Leftrightarrow A = -A^t$
c) A real es ortogonal $\Leftrightarrow A\,A^t = A^t\,A = I$

Pruebe las siguientes proposiciones:

4.1 Si A es cuadrada, entonces $A+A^t$ es simétrica y $A-A^t$ es antisimetrica.
4.2 Toda matriz cuadrada es suma de una matriz simétrica y otra antisimetrica.
4.3 Las matrices AA^t y A^tA son simétricas.
4.4 Si A es ortogonal entonces $A^{-1}=A^t$.
4.5 Si A y B son ortogonales entonces $(AB)^{-1}$ es ortogonal.
4.6 Si A y B son simétricas entonces no necesariamente AB es simétrica.

Problema 5. Sean las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} -2 & -9 & -8 & 5 \\ -3 & -12 & 10 & 6 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

5.1 Verificar que las matrices tienen inversa.
5.2 Utilizando la matriz ampliada (M,I) y transformaciones elementales por filas, obtenga las inversas de las matrices.

Problema 6. Decida si los sistemas que siguen son imcompatibles o compatibles. En el ultimo caso, decida si son determinados o indeterminados, encuentre la solución.

a) $\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x + 3y &= 8 \\ 2x + 2y &= 10 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} x - 2y - z &= 1 \\ x - y + 2z &= 1 \\ 2x - 3y + z &= 1 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ 2x - y + 2z &= 4 \\ -3x + 2y + 3z &= 8 \end{aligned}$

d) $\begin{aligned} x + 5y + 4z - 13w &= 3 \\ 3x - y + 2z + 5w &= 2 \\ 2x + 2y + 3z - 4w &= 1 \end{aligned}$ e) $\begin{aligned} x + 2y + 2z &= -2 \\ 3x - y + 3z &= 6 \\ 2x + y - 2z &= -1 \\ 2x + y + z &= 2 \end{aligned}$

Problema 7. Encuentre condiciones sobre $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ y también sobre el parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$, de modo que el sistema que sigue sea compatible determinado e indeterminado.

$$\begin{aligned} (1-\alpha)\,x + y + z &= a \\ x + (1-\alpha)\,y + z &= b \\ x + y + (1-\alpha)\,z &= c \end{aligned}$$

Problema 8. Un problema de productividad. En una pequeña ciudad hay un productor de alimentos para animales (producto A), un agricultor que cría vacunos (producto B), un productor de cuero (producto C), y una fabrica de zapatos (producto D).Las demandas internas y externas de cada uno de los productos vienen dadas en la siguiente tabla (por ejemplo, la fabrica de zapatos necesita 0.3 pesos de cuero para producir 1 peso de zapato).

INSUMOS \PRODUCTOS	A	B	C	D
A	0	0.8	0	0
B	0	0	0.6	0
C	0	0	0	0.3
D	0	0	0	0

Cada productor debe satisfacer dos tipos de demanda : la demanda de los restantes productores y la propia, y la demanda del resto del mercado. Esta última demanda en millones de pesos mensuales es la siguiente.

PRODUCTO	A	B	C	D
DEMANDA EXTERNA	1	3	1.5	2.5

Se desea determinar la cantidad que debe producir mensualmente cada productor con el objeto de satisfacer la demanda total de su producto. Escriba esto como un sistema de ecuaciones y resuélvalo.

Problema 9. Para un cargo en la Gerencia de Personal de una empresa postulan cuatro Ingenieros Comerciales, con la especialidad en Administración. Para la selección se consideran tres evaluaciones en la escala de 1 a 7: nota de Auto evaluación, nota de las referencias y la nota otorgada por la Comisión Concurso; estas calificaciones son objetos de ponderaciones respectivas x , y , z.
De acuerdo a los requisitos exigidos por la empresa y las expectativas de esta, la siguiente tabla informa los resultados de la evaluación.

Postulante	Auto evaluación	Referencias	Comisión	Promedio final
A	5	4	3	3.73
B	6	4	3	3.93
C	4	4	4	4
D	5	4	4	4.2
Expectativa	5	5	6	

Determine las ponderaciones x ,y ,z aplicadas a las evaluaciones y calcule luego el promedio final de las notas de la última fila ,que responden a las expectativas de la empresa.