UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Guía N°2: Ecuaciones no lineales
Cálculo Numérico 521230, 2018-2

Nota: Esta guía complementa la Guía de Laboratorio N°3 sobre ecuaciones no lineales.

Método de la Bisección.

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de la Bisección**. Para ello se conisdera $[1, 4]$ como intervalo inicial. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método.
   a) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	e_k
1		
2		
3		
4		

   Aquí, $e_k := |x_k - 3|$ corresponde al error en cada iteración k. ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?
   b) Descargar el programa biseccion.m y modificarlo para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.
2. Repita el ejercicio anterior pero considerando un intervalo inicial $[a, b]$ apropiado para aproximar la solución negativa de $x^2 = 9$.
3. Se quiere resolver la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ en el intervalo $[-1, 1]$ mediante el **Método de la Bisección**.
   a) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k
1	
2	
3	
4	

   b) Modificar el programa biseccion.m para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.
4. Repita lo realizado en el Ejercicio 3, pero para resolver la ecuación $\text{sen}(x) + x^2 = \pi^2$, $x \in [2, 4]$. **Obs:** En OCTAVE la función seno es `sin`.
5. Sea $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$, con f una función continua. Dado un intervalo inicial $[a, b]$, el **Método de la Bisección** genera una sucesión $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$. Sabemos que el error en la iteración k, definido por $e_k := |x_k - x|$, satisface $e_k \leq (1/2)^k(b - a)$. Si $a = 0$ y $b = 1$, ¿cuántas iteraciones son necesarias para asegurar que el error sea menor que $0{,}5 \times 10^{-6}$?.
6. Sea $f(x) = 1/x$. Se utiliza el **Método de la Bisección** con intervalo inicial $[a, b] = [-2, 1]$ para resolver $f(x) = 0$. ¿A qué número va convergiendo el método?. ¿El número al cuál converge corresponde a la solución de $f(x) = 0$?. ¿Por qué?.

Método de Newton-Raphson

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de Newton-Raphson**. Para ello se considera $x_0 = 1$ como valor inicial. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método.
   a) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	e_k
1		
2		
3		
4		

Aquí, $e_k := |x_k - 3|$ corresponde al error en cada iteración k. ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?

b) Descargar el programa newtonraphson.m y modificarlo para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

2. Repita el ejercicio anterior pero considerando un valor inicial x_0 apropiado para aproximar la solución negativa de $x^2 = 9$.
3. Se quiere resolver la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ mediante el **Método de Newton-Raphson**.

a) Comanzando con $x_0 = 0$, realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k
1	
2	
3	
4	

b) Modificar el programa newtonraphson.m para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

4. Repita lo realizado en el ejercicio anterior, pero para resolver la ecuación $\operatorname{sen}(x) + x^2 = \pi^2$, comenzando con $x_0 = 3$.

Método de la Secante

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de la Secante**. Para ello se consideran $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$ como valores iniciales. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método.

a) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k	e_k
1		
2		
3		
4		

Aquí, $e_k := |x_k - 3|$ corresponde al error en cada iteración k. ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?

b) Programar el **Método de la Secante**. **Indicación:** Utilizar como base el programa newtonraphson.m. Resolver el ejercicio *a*) con el programa y comparar con los resultados de la tabla.

2. Se quiere resolver la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ mediante el **Método de la Secante**.

a) Comanzando con $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$, realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

k	x_k
1	
2	
3	
4	

b) Resolver el ejercicio ejercicio *a*) con el programa y comparar con los resultados de la tabla.

3. Repita lo realizado en el ejercicio anterior, pero para resolver la ecuación $\operatorname{sen}(x) + x^2 = \pi^2$, comenzando con $x_0 = 3$ y $x_1 = 4$.

Sistemas de ecuaciones no lineales

1. Realice 4 iteraciones, con lápiz y papel, del **Método de Newton** para aproximar la solución de los siguientes sistemas. Utilice los valores iniciales indicados.

a)

$$\left\{\begin{array}{lcl} x+y+z & = & 1 \\ x+2y+3z & = & 1 \\ 3x-y-x & = & 3 \end{array}\right. , \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 1, \quad z_0 = 0,$$

b)

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x) + y + z^3 & = & 1 \\ x + e^y - \pi z & = & 1 \\ \operatorname{sen}(x) + \cos(y) - 1 & = & 0 \end{cases}, \quad x_0 = 3, \quad y_0 = 1, \quad z_0 = 0,$$

2. Bajar el programa newton.m y modificarlo para resolver los sistemas de ecuaciones del ejercicio anterior.
3. Se quiere encontrar el punto de intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y la función $f(x) = e^x - 1$.
   a) Plantear el problema como un sistemas de ecuaciones.
   b) Utilizar alguno de los métodos vistos para encontrar una aproximación de este sistema.