UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142

Solución Listado 8 (Funciones Circulares II)

1. a) $Sol = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[\frac{2k\pi}{3}, \frac{(2k+1)\pi}{3}\right]$.

   b) $Sol = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \colon k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{7\pi}{12} + k\pi \colon k \in \mathbb{Z}\right\}$.

   c) $Sol = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$.

   d) $Sol = \left\{\frac{(2k+1)\pi}{6} \colon k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{(2k+1)\pi}{10} \colon k \in \mathbb{Z}\right\}$.

   e) $Sol = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \colon k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \colon k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \colon k \in \mathbb{Z}\right\}$

   f) $Sol = \left\{\frac{(2k+1)\pi}{4} \colon k \in \mathbb{Z}\right\}$.

2. b) $Sol = \left\{-1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}\right\}$

   c) $Sol = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left]-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

   d) $Sol = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$

4. b) $A_k = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right\} \times \left\{\frac{\pi}{4} - 2k\pi\right\}$

   $Sol \colon (x,y) \in \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} A_k$

5. a) $Sol = \emptyset$, pues $2 - x^2 \leq 0 \ \forall x \in \left]\frac{5\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}\right]$

   b) $Sol = \left\{\frac{k\pi}{2\sqrt{3}} \colon k \in [-11, 20] \cap \mathbb{Z}\right\}$

6. En lo que sigue:

   $D = Dom(y),\ R = Rec(y),\ T = periodo,\ A = amplitud$

   $I_p = \{2k \colon k \in \mathbb{Z}\},\ I_i = \{2k+1 \colon k \in \mathbb{Z}\}$

   a) $D = \mathbb{R},\ R = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right],\ T = 4,\ A = \frac{1}{2},\ min = -\frac{1}{2},\ max = \frac{1}{2}$

   Sea $I_k = \left[2k+1-\frac{2}{\pi}, 2k+3-\frac{2}{\pi}\right]$

   Entonces si $k \in I_p,\ I_k$ es intervalo de decrecimiento y si $k \in I_i,\ I_k$ es de crecimiento.

b) $D=\mathbb{R},\ R=[1,3],\ T=2\pi,\ A=1,\ min=1,\ max=3$

Sea $I_k=\left[\left(k+\frac{3}{4}\right)\pi,\left(k+\frac{7}{4}\right)\pi\right]$

Entonces si $k\in I_p,\ I_k$ es intervalo de decrecimiento y si $k\in I_i,\ I_k$ es de crecimiento.

c) $D=\mathbb{R},\ R=[-5,-1],\ T=\pi,\ A=2,\ min=-5,\ max=-1$

Sea $I_k=\left[(2k+3)\frac{\pi}{4},(2k+5)\frac{\pi}{4}\right]$

Entonces si $k\in I_p,\ I_k$ es intervalo de decrecimiento y si $k\in I_i,\ I_k$ es de crecimiento.

d) $D=\mathbb{R},\ R=[-1,5],\ T=4\pi,\ A=3,\ min=-1,\ max=5$

Sea $I_k=[2k\pi+1,2(k+1)\pi+1]$

Entonces si $k\in I_p,\ I_k$ es intervalo de decrecimiento y si $k\in I_i,\ I_k$ es de crecimiento.

e) $D=\mathbb{R},\ R=[0,2],\ T=1,\ A=2,\ min=0,\ max=2$

Sea $I_k^c=[k+\frac{1}{2},k+1],\ I_k^d=[k+1,k+\frac{3}{2}]$.

Luego I_k^d es de decrecimiento, I_k^c es de crecimiento, $\forall k\in\mathbb{Z}$..

7. *a*) $D=[2,4],\ R=\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

   b) $D=\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right],\ R=[0,\pi]$

   c) $D=[-1,1],\ R=\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

8. *a*) $$\begin{array}{rcl} h\colon \left[-\dfrac{\pi}{2},0\right] & \to & [-4,4] \\ x & \to & h(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\end{array}$$

   b) $$\begin{array}{rcl} h\colon \left[-\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right] & \to & [-2,2] \\ x & \to & h(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\end{array}$$

   c) $$\begin{array}{rcl} h\colon \left[\dfrac{\pi}{8},\dfrac{3\pi}{8}\right] & \to & [-5,5] \\ x & \to & h(x)=5\cos(4x-\frac{\pi}{2})\end{array}$$

14. $dist(faro,bote)=33{,}002\ pies$

15. $dist_{mastiles}=9{,}0008\ m$

16. $\angle ABC=104{,}48$, donde $|\overline{AB}|=80,\quad |\overline{BC}|=120,\quad |\overline{CA}|=160.$

17. $dist(A,B)=359{,}9\ m$

18. si $\dfrac{dg}{v^2}\leq 1\Rightarrow \alpha=\arcsin\left(\dfrac{dg}{v^2}\right)\in\ \left]0,\dfrac{\pi}{4}\right]$

    si $\dfrac{dg}{v^2}>1\Rightarrow$ no existe α que satisfaga la ecuacion.