

## GUIA 6

Algebra. 525103. Función exponencial y logaritmo.<sup>1</sup>

1. Resuelva las siguientes ecuaciones. Recuerde que debe verificar cada resultado en la ecuación original

(a)  $2^{3x-5} = \frac{1}{16}$

(b)  $\log_2(x) - \log_2(x-3) = 1$

(c)  $\log(x+2) = \log(8) - \log(x)$

(d)  $e^{\ln(2x)} = 16$

(e)  $10^{5x-2} = 7$

(f)  $\frac{1+\log(x^2)}{\log(x)} = 3$

(g)  $4^{3x} = 10^{x+1}$

2. En las siguientes ecuaciones despeje la variable  $x$  en función del resto de las variables.

(a)  $\ln(x) = w$

(b)  $\log_a(x) = y$

(c)  $\frac{1}{2} \log_3(x) + 3 \log_3(N) = 1$

(d)  $\ln(x) = -\frac{R}{L}t + \ln(I_0)$

3. Aplicaciones.

- (a) El número de bacterias en un cultivo sigue la ecuación  $N(t) = 5e^{\alpha t}$ , y se sabe que  $N(4) = 2N(2)$ , ¿Cuál debe ser el valor de  $\alpha$ ? ¿Cuál es la fórmula de la función  $N(t)$  entonces?
- (b) El estroncio 90 se usa en reactores nucleares y se desintegra de acuerdo a la función  $E(t) = E_0 e^{-0,0248t}$ , donde  $E(t)$  es la cantidad que queda después de  $t$  años.
- Un reactor es provisto inicialmente con 500 miligramos de estroncio 90. ¿Cuánto quedará después de transcurridos 10 años?
  - ¿Cuál es la vida media del estroncio?
  - ¿Cuánto tiempo se necesita para que sólo quede un 1% de la cantidad inicial?

---

<sup>1</sup>Estos problemas fueron extraídos del libro *Problemas y soluciones para Introducción a la Bio-matemática I* de Elena Jarpa y Rina Naveas, U. de Concepción, Fac. de Cs. Físicas y Matemáticas, 1995 y del conjunto de guías del ramo 520142.

- (c) Se hace un estudio de exterminio de bacterias mediante un bactericida. La tabla siguiente muestra el número de bacterias sobrevivientes en distintos instantes de tiempo.

Tiempo (minutos)	0	10	20	30	40	50	60
Número de bacterias	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^4$	$10^2$	10	1

- Grafique el número de bacterias en función del tiempo.
  - Grafique el logaritmo del número de bacterias en función del tiempo. Compare con el gráfico anterior.
  - Si se asume que el número de bacterias sigue una función de la forma  $N(t) = A10^{kt}$ , donde el tiempo está medido en minutos; ¿Cuál es el valor de las constantes  $A$  y  $k$  en el experimento?, ¿Cual es la expresión de la función?
- (d) El sismólogo F. Richter (1900-1985) ideó en 1935 la **Escala de Richter** que compara la fuerza de los diferentes terremotos. En ella la magnitud  $R$  de un terremoto se define por

$$R = \log \left( \frac{A}{A_0} \right),$$

donde  $A$  es la amplitud de la onda sísmica mayor y  $A_0$  es una amplitud de referencia que corresponde a una magnitud  $R = 0$ .

La intensidad del terremoto de Chillán del año 1939 fué de 7,8 en la escala de Richter. El terremoto de San Francisco de 1979 fue de 5,95 y el terremoto de Turquía del año pasado fué de 6,4. ¿Cuánto mayor fue la amplitud de la onda en el terremoto de Chillán comparado con los terremotos de San Francisco y de Turquía?

- (e) Un maestro de cocina saca un pastel desde un horno que está a  $200^\circ\text{C}$  y lo deja enfriar en un ambiente que está a una temperatura constante de  $20^\circ\text{C}$ . Luego de  $r$  minutos encuentra que la temperatura del pastel bajó a  $100^\circ\text{C}$ . 10 minutos más tarde, es decir, cuando han transcurrido  $(r + 10)$  minutos desde que se sacó el pastel, la temperatura ha descendido a  $75^\circ\text{C}$ . De la teoría se sabe que la función que describe la temperatura en función del tiempo es:

$$T(t) = (T_0 - T_a) e^{-kt} + T_a \quad \forall t \geq 0,$$

donde  $t$  se mide en minutos,  $T_0$  es la temperatura inicial,  $T_a$  es la temperatura del ambiente, y  $k$  es una constante que depende del material.

- Determine  $k$ .
- Determine  $r$ .