UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo Numérico (521230)

Evaluación – Tema 1

Fecha: 06 – Mayo – 2008; 19:10 horas.

Nombre y apellidos	**PAUTA**
Matrícula	
Profesor	

Pregunta	Alternativas			
1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d
12	a	b	c	d
13	a	b	c	d
14	a	b	c	d
15	a	b	c	d

Reservado para la corrección

No rellenar

B	
M	
NR	
Cal.	

- Marque sólo una alternativa, en caso contrario la pregunta **no será evaluada**.
- **No intente adivinar.** Por cada respuesta equivocada se descontará un tercio del valor de una respuesta correcta; es decir:

$$\text{Calificación} = 1 + \max\left\{0, \frac{6}{15}\left(\text{Buenas} - \frac{\text{Malas}}{3}\right)\right\}.$$

- Cualquier intento de copia será **castigado**.
- Duración de la prueba: **100 minutos**.

RAD/RRA

1. Indique cuál es la norma euclideana de la matriz

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}.$$

   (a) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 18$;
   (b) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 21$;
   (c) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = -21$;
   (d) ninguna de las anteriores.

2. Indique el valor que MATLAB almacena en la variable `a` al ejecutar la sentencia

```
>> a = 3.7527*10^(-1700);
```

   (a) `a = 3.7527e-1700`
   (b) `a = 0`
   (c) `a = -3.7527e1700`
   (d) ninguno de las anteriores.

3. Dados una matriz invertible $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{1000\times 1000}$ y un vector $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{1000}$, indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución del sistema $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ de manera más conveniente:

   (a) `>> x = inv(A)*b ;`
   (b) `>> x = A^(-1)*b ;`
   (c) `>> x = A\b ;`
   (d) `>> x = b/A ;`

4. Considere el sistema lineal $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{A}$ una matriz no singular. Sean $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{U}$ y $\boldsymbol{P}$ las matrices que entrega el comando MATLAB

```
[L,U,P] = lu(A);
```

   Indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución $\boldsymbol{x}$ del sistema:

   (a) `x = U\(L\b) ;`
   (b) `x = U\(L\(P*b)) ;`
   (c) `x = U\(P*(L\b)) ;`
   (d) `x = P*(U\(L\b)) ;`

5. Indique cuál de las siguientes métodos es más conveniente para resolver un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva, 100000×100000, con a lo más 5 entradas no nulas por fila pero sin estructura banda y cuyo número de condición es menor o igual que 4:

   (a) método de Cholesky;

   (b) método del gradiente conjugado;

   (c) método de mínimos cuadrados;

   (d) ninguno de esos métodos permite resolver ese sistema.

6. Sea

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 9 & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

   una matriz simétrica y definida positiva. Sea $\boldsymbol{L}$ la matriz triangular inferior que se obtiene mediante la factorización de Cholesky aplicada a esa matriz. Indique cuál de las siguientes es $\boldsymbol{L}$:

   $(a)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ $\qquad (b)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ $\qquad (c)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$

   (d) la factorización de Cholesky no se puede aplicar a esa matriz.

7. Considere las siguientes afirmaciones respecto a la solución de un sistema de ecuaciones cuya matriz es simétrica, definida positiva y banda, con ancho de banda 5.

   1 Puede aplicarse `pcg` y su velocidad de convergencia depende del número de condición de la matriz.

   2 Puede resolverse por Gauss-Seidel.

   3 Conviene resolverlo por Cholesky, ya que así se aprovecha la estructura banda de la matriz.

   Indique cuál de las siguientes posibilidades es correcta:

   (a) (1) y (2) son verdaderas, pero (3) es falsa;

   (b) (1) y (3) son verdaderas, pero (2) es falsa;

   (c) son todas verdaderas;

   (d) ninguna de las anteriores.

8. Se debe resolver un sistema de ecuaciones cuya matriz tiene número de condición 10 y en el que el segundo miembro se determina mediante mediciones sujetas a errores inferiores al 1%. Indique cuál de las siguientes es la afirmación correcta más precisa:

   (a) el error en la solución será inferior al 0.1%;

   (b) el error en la solución será inferior al 1%;

   (c) el error en la solución será inferior al 10%;

   (d) ninguna de las anteriores es correcta.

9. Se desea ajustar, mediante mínimos cuadrados, la función

$$I(t) = \frac{5\alpha}{t^{\beta}}$$

a la tabla

t	2	6	10	18	24
I	24	12.5	8.5	7.6	6.3

La matriz $\boldsymbol{A}$ y los vectores $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{b}$ del sistema que permite encontrar los coeficientes α y β están dados por:

(a) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 1 & 10 \\ 1 & 18 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \log\beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 24 \\ 12.5 \\ 8.5 \\ 7.6 \\ 6.3 \end{bmatrix}.$

(b) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 - \log 5 \\ \log 12.5 - \log 5 \\ \log 8.5 - \log 5 \\ \log 7.6 - \log 5 \\ \log 6.3 - \log 5 \end{bmatrix}.$

(c) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 \\ \log 12.5 \\ \log 8.5 \\ \log 7.6 \\ \log 6.3 \end{bmatrix}.$

(d) ninguna de las anteriores.

10. Se dispone de una factorización $\boldsymbol{QR}$ de la matriz $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, donde $\boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. La solución del sistema $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, en el sentido de los mínimos cuadrados, se obtiene resolviendo el siguiente sistema lineal:

(a) $\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}^t\boldsymbol{b}$;

(b) $\boldsymbol{Q}^t\,\boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

(c) $\boldsymbol{R}^t\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

(d) ninguna de las anteriores.

11. Se ajustó, usando mínimos cuadrados, el polinomio $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ a los valores de la tabla

x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

Se puede afirmar que:

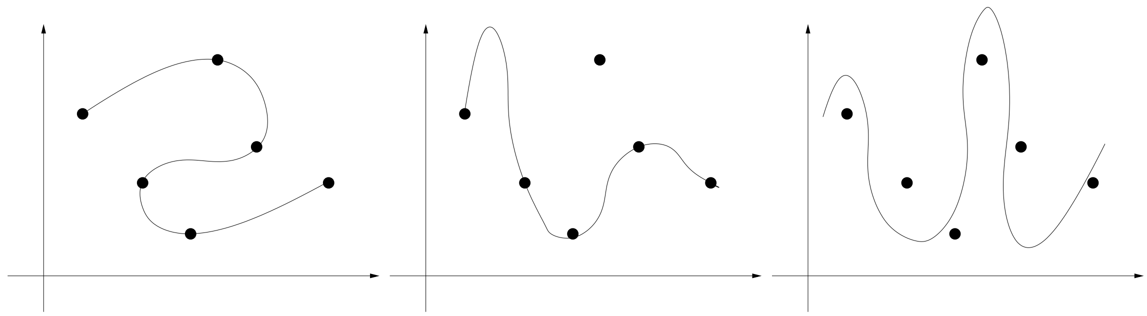
(a) $\sum_{i=0}^{4}[p(x_i) - y_i]^2 \leq \sum_{i=0}^{4}[x_i^3 - y_i]^2$;

(b) necesariamente $p(x_i) = y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

(c) necesariamente $p(x_i) \neq y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

(d) ninguna de las anteriores.

12. Indique cúal de los siguientes graficos representa el polinomio de interpolación asociado a los puntos marcados con un circulo negro:



(a) (b) (c)

    (d) ninguno de los anteriores.

13. Indique cuál es el polinomio de interpolación asociado a la tabla

x	x_0	x_1	x_2
y	y_0	y_1	y_2

    (a) $y_0 \dfrac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)} + y_1 \dfrac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)} + y_2 \dfrac{(x-x_0)}{(x_2-x_0)}\dfrac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)}$
    (b) $y_0 \dfrac{(x_0-x_1)}{(x-x_1)}\dfrac{(x_0-x_2)}{(x-x_2)} + y_1 \dfrac{(x_1-x_0)}{(x-x_0)}\dfrac{(x_1-x_2)}{(x-x_2)} + y_2 \dfrac{(x_2-x_0)}{(x-x_0)}\dfrac{(x_2-x_1)}{(x-x_1)}$
    (c) $y_0 \dfrac{(x_0-x_1)}{(x_0-x_1)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)} + y_1 \dfrac{(x_1-x_0)}{(x_1-x_0)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)} + y_2 \dfrac{(x_2-x_0)}{(x_2-x_0)}\dfrac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)}$
    (d) ninguno de los anteriores.

14. El valor que se obtiene al calcular la integral $\int_0^1 x^2\,dx$ utilizando la regla de Simpson es:

    (a) $\dfrac{2}{3}$;
    (b) $\dfrac{1}{3}$;
    (c) $\dfrac{1}{2}$;
    (d) ninguno de los anteriores.

15. Se aproxima el valor de la integral $I = \int_a^b f(x)\,dx$ usando el método de los trapecios con paso $h = 0.2$, obteniéndose como resultado $I_1 = \dfrac{2}{7}$. Para mejorar la aproximación se repite el cálculo usando el mismo método con un paso $h = 0.1$, el resultado que se obtiene es igual a $I_2 = \dfrac{1}{3}$. Se puede afirmar que el error de aproximar I por I_2 es cercano a:

    (a) $\dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{7})$;
    (b) $\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{7}$;
    (c) $(0.2)^2$;
    (d) ninguna de las anteriores.

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo Numérico (521230)

Evaluación – Tema 2

Fecha: 06 – Mayo – 2008; 19:10 horas.

Nombre y apellidos	**PAUTA**
Matrícula	
Profesor	

Pregunta	Alternativas			
1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d
12	a	b	c	d
13	a	b	c	d
14	a	b	c	d
15	a	b	c	d

Reservado para la corrección

No rellenar

B	
M	
NR	
Cal.	

- Marque sólo una alternativa, en caso contrario la pregunta **no será evaluada**.
- **No intente adivinar.** Por cada respuesta equivocada se descontará un tercio del valor de una respuesta correcta; es decir:

$$\text{Calificación} = 1 + \max\left\{0, \frac{6}{15}\left(\text{Buenas} - \frac{\text{Malas}}{3}\right)\right\}.$$

- Cualquier intento de copia será **castigado**.
- Duración de la prueba: **100 minutos**.

RAD/RRA

1. Considere el sistema lineal $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{A}$ una matriz no singular. Sean $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{U}$ y $\boldsymbol{P}$ las matrices que entrega el comando MATLAB

```
[L,U,P] = lu(A);
```

Indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución $\boldsymbol{x}$ del sistema:

(a) `x = P*(U\(L\b)) ;`
(b) `x = U\(L\b) ;`
(c) `x = U\(L\(P*b)) ;`
(d) `x = U\(P*(L\b)) ;`

2. Indique cuál es la norma euclideana de la matriz

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}.$$

(a) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 21$;
(b) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 18$;
(c) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = -21$;
(d) ninguna de las anteriores.

3. Indique el valor que MATLAB almacena en la variable `a` al ejecutar la sentencia

```
>> a = 3.7527*10^(-1700);
```

(a) `a = -3.7527e1700`
(b) `a = 3.7527e-1700`
(c) `a = 0`
(d) ninguno de las anteriores.

4. Dados una matriz invertible $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{1000\times 1000}$ y un vector $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{1000}$, indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución del sistema $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ de manera más conveniente:

(a) `>> x = A^(-1)*b ;`
(b) `>> x = A\b ;`
(c) `>> x = b/A ;`
(d) `>> x = inv(A)*b ;`

5. Se debe resolver un sistema de ecuaciones cuya matriz tiene número de condición 10 y en el que el segundo miembro se determina mediante mediciones sujetas a errores inferiores al 1% . Indique cuál de las siguientes es la afirmación correcta más precisa:

   (a) el error en la solución será inferior al 10% ;
   (b) el error en la solución será inferior al 0.1% ;
   (c) el error en la solución será inferior al 1% ;
   (d) ninguna de las anteriores es correcta.

6. Indique cuál de las siguientes métodos es más conveniente para resolver un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva, 100000×100000, con a lo más 5 entradas no nulas por fila pero sin estructura banda y cuyo número de condición es menor o igual que 4:

   (a) método de Cholesky;
   (b) método de mínimos cuadrados;
   (c) método del gradiente conjugado;
   (d) ninguno de esos métodos permite resolver ese sistema.

7. Sea

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 9 & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

   una matriz simétrica y definida positiva. Sea $\boldsymbol{L}$ la matriz triangular inferior que se obtiene mediante la factorización de Cholesky aplicada a esa matriz. Indique cuál de las siguientes es $\boldsymbol{L}$:

   (a) $\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ (b) $\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ (c) $\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$

   (d) la factorización de Cholesky no se puede aplicar a esa matriz.

8. Considere las siguientes afirmaciones respecto a la solución de un sistema de ecuaciones cuya matriz es simétrica, definida positiva y banda, con ancho de banda 5.

   1 Puede aplicarse `pcg` y su velocidad de convergencia depende del número de condición de la matriz.
   2 Puede resolverse por Gauss-Seidel.
   3 Conviene resolverlo por Cholesky, ya que así se aprovecha la estructura banda de la matriz.

   Indique cuál de las siguientes posibilidades es correcta:

   (a) (1) y (3) son verdaderas, pero (2) es falsa;
   (b) (1) y (2) son verdaderas, pero (3) es falsa;
   (c) son todas verdaderas;
   (d) ninguna de las anteriores.

9. Se ajustó, usando mínimos cuadrados, el polinomio $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$ a los valores de la tabla

x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

Se puede afirmar que:

(a) necesariamente $p(x_i) = y_i, \quad i = 0, \ldots, 4;$

(b) necesariamente $p(x_i) \neq y_i, \quad i = 0, \ldots, 4;$

(c) $\sum_{i=0}^{4} [p(x_i) - y_i]^2 \leq \sum_{i=0}^{4} [x_i^3 - y_i]^2;$

(d) ninguna de las anteriores.

10. Se desea ajustar, mediante mínimos cuadrados, la función

$$I(t) = \frac{5\alpha}{t^\beta}$$

a la tabla

t	2	6	10	18	24
I	24	12.5	8.5	7.6	6.3

La matriz $\boldsymbol{A}$ y los vectores $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{b}$ del sistema que permite encontrar los coeficientes α y β están dados por:

(a) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 - \log 5 \\ \log 12.5 - \log 5 \\ \log 8.5 - \log 5 \\ \log 7.6 - \log 5 \\ \log 6.3 - \log 5 \end{bmatrix}.$

(b) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 1 & 10 \\ 1 & 18 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \log\beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 24 \\ 12.5 \\ 8.5 \\ 7.6 \\ 6.3 \end{bmatrix}.$

(c) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 \\ \log 12.5 \\ \log 8.5 \\ \log 7.6 \\ \log 6.3 \end{bmatrix}.$

(d) ninguna de las anteriores.

11. Se dispone de una factorización $\boldsymbol{QR}$ de la matriz $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, donde $\boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. La solución del sistema $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, en el sentido de los mínimos cuadrados, se obtiene resolviendo el siguiente sistema lineal:

(a) $\boldsymbol{R}^t\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b};$

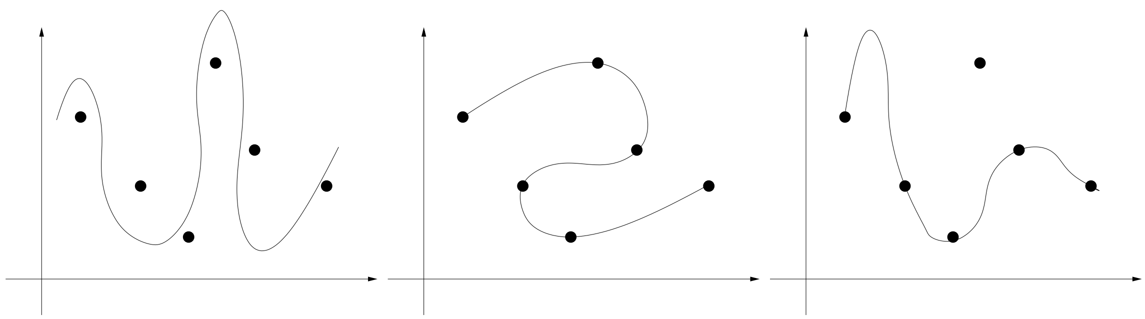
(b) $\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}^t\boldsymbol{b};$

(c) $\boldsymbol{Q}^t\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b};$

(d) ninguna de las anteriores.

12. Se aproxima el valor de la integral $I = \int_a^b f(x)\,dx$ usando el método de los trapecios con paso $h = 0.2$, obteniéndose como resultado $I_1 = \frac{2}{7}$. Para mejorar la aproximación se repite el cálculo usando el mismo método con un paso $h = 0.1$, el resultado que se obtiene es igual a $I_2 = \frac{1}{3}$. Se puede afirmar que el error de aproximar I por I_2 es cercano a:
    (a) $(0.2)^2$;
    (b) $\frac{1}{3}(\frac{1}{3} - \frac{2}{7})$;
    (c) $\frac{1}{3} - \frac{2}{7}$;
    (d) ninguna de las anteriores.

13. Indique cúal de los siguientes graficos representa el polinomio de interpolación asociado a los puntos marcados con un circulo negro:



(d) (e) (f)

    (d) ninguno de los anteriores.

14. Indique cuál es el polinomio de interpolación asociado a la tabla

x	x_0	x_1	x_2
y	y_0	y_1	y_2

    (a) $y_0 \frac{(x_0 - x_1)}{(x - x_1)} \frac{(x_0 - x_2)}{(x - x_2)} + y_1 \frac{(x_1 - x_0)}{(x - x_0)} \frac{(x_1 - x_2)}{(x - x_2)} + y_2 \frac{(x_2 - x_0)}{(x - x_0)} \frac{(x_2 - x_1)}{(x - x_1)}$
    (b) $y_0 \frac{(x_0 - x_1)}{(x_0 - x_1)} \frac{(x - x_2)}{(x_0 - x_2)} + y_1 \frac{(x_1 - x_0)}{(x_1 - x_0)} \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x_2 - x_0)}{(x_2 - x_0)} \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$
    (c) $y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} \frac{(x - x_2)}{(x_0 - x_2)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x - x_0)}{(x_2 - x_0)} \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$
    (d) ninguno de los anteriores.

15. El valor que se obtiene al calcular la integral $\int_0^1 x^2\,dx$ utilizando la regla de Simpson es:
    (a) $\frac{1}{3}$;
    (b) $\frac{2}{3}$;
    (c) $\frac{1}{2}$;
    (d) ninguno de los anteriores.

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo Numérico (521230)

Evaluación – Tema 3

Fecha: 06 – Mayo – 2008; 19:10 horas.

Nombre y apellidos	**PAUTA**
Matrícula	
Profesor	

Pregunta	Alternativas			
1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d
12	a	b	c	d
13	a	b	c	d
14	a	b	c	d
15	a	b	c	d

Reservado para la corrección

No rellenar

B	
M	
NR	
Cal.	

- Marque sólo una alternativa, en caso contrario la pregunta **no será evaluada**.
- **No intente adivinar.** Por cada respuesta equivocada se descontará un tercio del valor de una respuesta correcta; es decir:

$$\text{Calificación} = 1 + \max\left\{0, \frac{6}{15}\left(\text{Buenas} - \frac{\text{Malas}}{3}\right)\right\}.$$

- Cualquier intento de copia será **castigado**.
- Duración de la prueba: **100 minutos**.

RAD/RRA

1. Dados una matriz invertible $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{1000\times 1000}$ y un vector $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{1000}$, indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución del sistema $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ de manera más conveniente:

   (a) `>> x = inv(A)*b ;`

   (b) `>> x = A^(-1)*b ;`

   (c) `>> x = A\b ;`

   (d) `>> x = b/A ;`

2. Considere el sistema lineal $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{A}$ una matriz no singular. Sean $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{U}$ y $\boldsymbol{P}$ las matrices que entrega el comando MATLAB

```
[L,U,P] = lu(A);
```

   Indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución $\boldsymbol{x}$ del sistema:

   (a) `x = U\(L\(P*b)) ;`

   (b) `x = U\(L\b) ;`

   (c) `x = U\(P*(L\b)) ;`

   (d) `x = P*(U\(L\b)) ;`

3. Indique cuál es la norma euclideana de la matriz

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}.$$

   (a) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = -21$;

   (b) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 18$;

   (c) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 21$;

   (d) ninguna de las anteriores.

4. Indique el valor que MATLAB almacena en la variable `a` al ejecutar la sentencia

```
>> a = 3.7527*10^(-1700);
```

   (a) `a = 0`

   (b) `a = 3.7527e-1700`

   (c) `a = -3.7527e1700`

   (d) ninguno de las anteriores.

5. Considere las siguientes afirmaciones respecto a la solución de un sistema de ecuaciones cuya matriz es simétrica, definida positiva y banda, con ancho de banda 5.

   1 Puede aplicarse `pcg` y su velocidad de convergencia depende del número de condición de la matriz.

   2 Puede resolverse por Gauss-Seidel.

   3 Conviene resolverlo por Cholesky, ya que así se aprovecha la estructura banda de la matriz.

   Indique cuál de las siguientes posibilidades es correcta:

   (a) (1) y (2) son verdaderas, pero (3) es falsa;
   (b) (1) y (3) son verdaderas, pero (2) es falsa;
   (c) son todas verdaderas;
   (d) ninguna de las anteriores.

6. Se debe resolver un sistema de ecuaciones cuya matriz tiene número de condición 10 y en el que el segundo miembro se determina mediante mediciones sujetas a errores inferiores al 1% . Indique cuál de las siguientes es la afirmación correcta más precisa:

   (a) el error en la solución será inferior al 1% ;
   (b) el error en la solución será inferior al 0.1% ;
   (c) el error en la solución será inferior al 10% ;
   (d) ninguna de las anteriores es correcta.

7. Indique cuál de las siguientes métodos es más conveniente para resolver un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva, 100000×100000, con a lo más 5 entradas no nulas por fila pero sin estructura banda y cuyo número de condición es menor o igual que 4:

   (a) método del gradiente conjugado;
   (b) método de Cholesky;
   (c) método de mínimos cuadrados;
   (d) ninguno de esos métodos permite resolver ese sistema.

8. Sea

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 9 & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

   una matriz simétrica y definida positiva. Sea $\boldsymbol{L}$ la matriz triangular inferior que se obtiene mediante la factorización de Cholesky aplicada a esa matriz. Indique cuál de las siguientes es $\boldsymbol{L}$:

   $(a)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ $(b)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ $(c)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$

   (d) la factorización de Cholesky no se puede aplicar a esa matriz.

9. Se dispone de una factorización $\boldsymbol{QR}$ de la matriz $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, donde $\boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. La solución del sistema $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, en el sentido de los mínimos cuadrados, se obtiene resolviendo el siguiente sistema lineal:

   (a) $\boldsymbol{Q}^t\,\boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

   (b) $\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}^t\boldsymbol{b}$;

   (c) $\boldsymbol{R}^t\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

   (d) ninguna de las anteriores.

10. Se ajustó, usando mínimos cuadrados, el polinomio $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ a los valores de la tabla

x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

   Se puede afirmar que:

   (a) necesariamente $p(x_i) = y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

   (b) $\sum_{i=0}^{4} [p(x_i) - y_i]^2 \le \sum_{i=0}^{4} [x_i^3 - y_i]^2$;

   (c) necesariamente $p(x_i) \neq y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

   (d) ninguna de las anteriores.

11. Se desea ajustar, mediante mínimos cuadrados, la función

$$I(t) = \frac{5\alpha}{t^\beta}$$

   a la tabla

t	2	6	10	18	24
I	24	12.5	8.5	7.6	6.3

   La matriz $\boldsymbol{A}$ y los vectores $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{b}$ del sistema que permite encontrar los coeficientes α y β están dados por:

   (a) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 1 & 10 \\ 1 & 18 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \log\beta \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 24 \\ 12.5 \\ 8.5 \\ 7.6 \\ 6.3 \end{bmatrix}.$

   (b) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 \\ \log 12.5 \\ \log 8.5 \\ \log 7.6 \\ \log 6.3 \end{bmatrix}.$

   (c) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 - \log 5 \\ \log 12.5 - \log 5 \\ \log 8.5 - \log 5 \\ \log 7.6 - \log 5 \\ \log 6.3 - \log 5 \end{bmatrix}.$

   (d) ninguna de las anteriores.

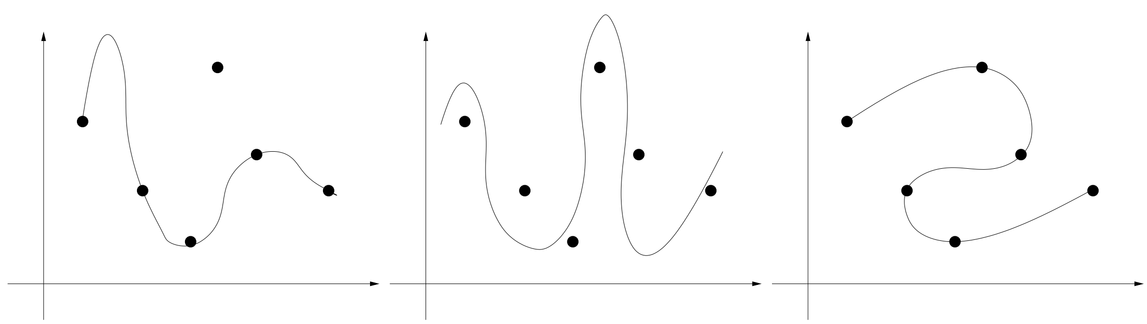
12. El valor que se obtiene al calcular la integral $\int_0^1 x^2\,dx$ utilizando la regla de Simpson es:

    (a) $\frac{1}{2}$;
    (b) $\frac{2}{3}$;
    (c) $\frac{1}{3}$;
    (d) ninguno de los anteriores.

13. Se aproxima el valor de la integral $I = \int_a^b f(x)\,dx$ usando el método de los trapecios con paso $h = 0.2$, obteniéndose como resultado $I_1 = \frac{2}{7}$. Para mejorar la aproximación se repite el cálculo usando el mismo método con un paso $h = 0.1$, el resultado que se obtiene es igual a $I_2 = \frac{1}{3}$. Se puede afirmar que el error de aproximar I por I_2 es cercano a:

    (a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{7}$;
    (b) $(0.2)^2$;
    (c) $\frac{1}{3}(\frac{1}{3} - \frac{2}{7})$;
    (d) ninguna de las anteriores.

14. Indique cúal de los siguientes graficos representa el polinomio de interpolación asociado a los puntos marcados con un circulo negro:



(g) (h) (i)

    (d) ninguno de los anteriores.

15. Indique cuál es el polinomio de interpolación asociado a la tabla

x	x_0	x_1	x_2
y	y_0	y_1	y_2

    (a) $y_0 \frac{(x_0 - x_1)}{(x - x_1)} \frac{(x_0 - x_2)}{(x - x_2)} + y_1 \frac{(x_1 - x_0)}{(x - x_0)} \frac{(x_1 - x_2)}{(x - x_2)} + y_2 \frac{(x_2 - x_0)}{(x - x_0)} \frac{(x_2 - x_1)}{(x - x_1)}$
    (b) $y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} \frac{(x - x_2)}{(x_0 - x_2)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x - x_0)}{(x_2 - x_0)} \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$
    (c) $y_0 \frac{(x_0 - x_1)}{(x_0 - x_1)} \frac{(x - x_2)}{(x_0 - x_2)} + y_1 \frac{(x_1 - x_0)}{(x_1 - x_0)} \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x_2 - x_0)}{(x_2 - x_0)} \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$
    (d) ninguno de los anteriores.

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo Numérico (521230)

Evaluación – Tema 4

Fecha: 06 – Mayo – 2008; 19:10 horas.

Nombre y apellidos	**PAUTA**
Matrícula	
Profesor	

Pregunta	Alternativas			
1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d
12	a	b	c	d
13	a	b	c	d
14	a	b	c	d
15	a	b	c	d

Reservado para la corrección

No rellenar

B	
M	
NR	
Cal.	

- Marque sólo una alternativa, en caso contrario la pregunta **no será evaluada**.
- **No intente adivinar.** Por cada respuesta equivocada se descontará un tercio del valor de una respuesta correcta; es decir:

$$\text{Calificación} = 1 + \max\left\{0, \frac{6}{15}\left(\text{Buenas} - \frac{\text{Malas}}{3}\right)\right\}.$$

- Cualquier intento de copia será **castigado**.
- Duración de la prueba: **100 minutos**.

RAD/RRA

1. Indique el valor que MATLAB almacena en la variable `a` al ejecutar la sentencia

```
>> a = 3.7527*10^(-1700);
```

   (a) `a = 3.7527e-1700`
   (b) `a = -3.7527e1700`
   (c) `a = 0`
   (d) ninguno de las anteriores.

2. Dados una matriz invertible $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{1000\times 1000}$ y un vector $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{1000}$, indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución del sistema $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ de manera más conveniente:

   (a) `>> x = b/A ;`
   (b) `>> x = inv(A)*b ;`
   (c) `>> x = A^(-1)*b ;`
   (d) `>> x = A\b ;`

3. Considere el sistema lineal $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{A}$ una matriz no singular. Sean $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{U}$ y $\boldsymbol{P}$ las matrices que entrega el comando MATLAB

```
[L,U,P] = lu(A);
```

   Indique cuál de las siguientes sentencias MATLAB calcula la solución $\boldsymbol{x}$ del sistema:

   (a) `x = U\(P*(L\b)) ;`
   (b) `x = U\(L\(P*b)) ;`
   (c) `x = U\(L\b) ;`
   (d) `x = P*(U\(L\b)) ;`

4. Indique cuál es la norma euclideana de la matriz

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}.$$

   (a) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 18$;
   (b) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = -21$;
   (c) $\|\boldsymbol{D}\|_2 = 21$;
   (d) ninguna de las anteriores.

5. Sea

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 9 & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

una matriz simétrica y definida positiva. Sea $\boldsymbol{L}$ la matriz triangular inferior que se obtiene mediante la factorización de Cholesky aplicada a esa matriz. Indique cuál de las siguientes es $\boldsymbol{L}$:

$(a)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix} \qquad (b)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix} \qquad (c)\quad \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}$

(d) la factorización de Cholesky no se puede aplicar a esa matriz.

6. Considere las siguientes afirmaciones respecto a la solución de un sistema de ecuaciones cuya matriz es simétrica, definida positiva y banda, con ancho de banda 5.

   1 Puede aplicarse `pcg` y su velocidad de convergencia depende del número de condición de la matriz.

   2 Puede resolverse por Gauss-Seidel.

   3 Conviene resolverlo por Cholesky, ya que así se aprovecha la estructura banda de la matriz.

   Indique cuál de las siguientes posibilidades es correcta:

   (a) (1) y (2) son verdaderas, pero (3) es falsa;
   (b) (1) y (3) son verdaderas, pero (2) es falsa;
   (c) son todas verdaderas;
   (d) ninguna de las anteriores.

7. Se debe resolver un sistema de ecuaciones cuya matriz tiene número de condición 10 y en el que el segundo miembro se determina mediante mediciones sujetas a errores inferiores al 1% . Indique cuál de las siguientes es la afirmación correcta más precisa:

   (a) el error en la solución será inferior al 0.1% ;
   (b) el error en la solución será inferior al 1% ;
   (c) el error en la solución será inferior al 10% ;
   (d) ninguna de las anteriores es correcta.

8. Indique cuál de las siguientes métodos es más conveniente para resolver un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva, 100000×100000, con a lo más 5 entradas no nulas por fila pero sin estructura banda y cuyo número de condición es menor o igual que 4:

   (a) método de mínimos cuadrados;
   (b) método del gradiente conjugado;
   (c) método de Cholesky;
   (d) ninguno de esos métodos permite resolver ese sistema.

9. Se desea ajustar, mediante mínimos cuadrados, la función

$$I(t) = \frac{5\alpha}{t^\beta}$$

a la tabla

t	2	6	10	18	24
I	24	12.5	8.5	7.6	6.3

La matriz $\boldsymbol{A}$ y los vectores $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{b}$ del sistema que permite encontrar los coeficientes α y β están dados por:

(a) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 1 & 10 \\ 1 & 18 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \log\beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 24 \\ 12.5 \\ 8.5 \\ 7.6 \\ 6.3 \end{bmatrix}.$

(b) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 \\ \log 12.5 \\ \log 8.5 \\ \log 7.6 \\ \log 6.3 \end{bmatrix}.$

(c) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\log 2 \\ 1 & -\log 6 \\ 1 & -\log 10 \\ 1 & -\log 18 \\ 1 & -\log 24 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \log\alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \log 24 - \log 5 \\ \log 12.5 - \log 5 \\ \log 8.5 - \log 5 \\ \log 7.6 - \log 5 \\ \log 6.3 - \log 5 \end{bmatrix}.$

(d) ninguna de las anteriores.

10. Se dispone de una factorización $\boldsymbol{QR}$ de la matriz $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, donde $\boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. La solución del sistema $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, en el sentido de los mínimos cuadrados, se obtiene resolviendo el siguiente sistema lineal:

(a) $\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}^t\boldsymbol{b}$;

(b) $\boldsymbol{Q}^t\,\boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

(c) $\boldsymbol{R}^t\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{b}$;

(d) ninguna de las anteriores.

11. Se ajustó, usando mínimos cuadrados, el polinomio $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ a los valores de la tabla

x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

Se puede afirmar que:

(a) necesariamente $p(x_i) = y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

(b) necesariamente $p(x_i) \neq y_i, \quad i = 0, \ldots, 4$;

(c) $\sum_{i=0}^{4}\,[p(x_i) - y_i]^2 \leq \sum_{i=0}^{4}\,[x_i^3 - y_i]^2$;

(d) ninguna de las anteriores.

12. Indique cuál es el polinomio de interpolación asociado a la tabla

x	x_0	x_1	x_2
y	y_0	y_1	y_2

(a) $y_0\dfrac{(x_0-x_1)}{(x-x_1)}\dfrac{(x_0-x_2)}{(x-x_2)}+y_1\dfrac{(x_1-x_0)}{(x-x_0)}\dfrac{(x_1-x_2)}{(x-x_2)}+y_2\dfrac{(x_2-x_0)}{(x-x_0)}\dfrac{(x_2-x_1)}{(x-x_1)}$

(b) $y_0\dfrac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)}+y_1\dfrac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)}+y_2\dfrac{(x-x_0)}{(x_2-x_0)}\dfrac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)}$

(c) $y_0\dfrac{(x_0-x_1)}{(x_0-x_1)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)}+y_1\dfrac{(x_1-x_0)}{(x_1-x_0)}\dfrac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)}+y_2\dfrac{(x_2-x_0)}{(x_2-x_0)}\dfrac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)}$

(d) ninguno de los anteriores.

13. El valor que se obtiene al calcular la integral $\int_0^1 x^2\,dx$ utilizando la regla de Simpson es:

(a) $\dfrac{2}{3}$;

(b) $\dfrac{1}{2}$;

(c) $\dfrac{1}{3}$;

(d) ninguno de los anteriores.

14. Se aproxima el valor de la integral $I=\int_a^b f(x)\,dx$ usando el método de los trapecios con paso $h=0.2$, obteniéndose como resultado $I_1=\dfrac{2}{7}$. Para mejorar la aproximación se repite el cálculo usando el mismo método con un paso $h=0.1$, el resultado que se obtiene es igual a $I_2=\dfrac{1}{3}$. Se puede afirmar que el error de aproximar I por I_2 es cercano a:

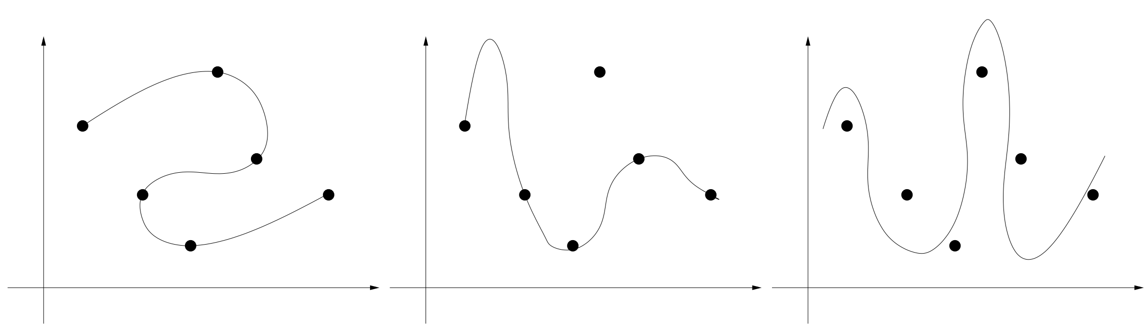
(a) $\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{7}$;

(b) $\dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{7})$;

(c) $(0.2)^2$;

(d) ninguna de las anteriores.

15. Indique cúal de los siguientes graficos representa el polinomio de interpolación asociado a los puntos marcados con un circulo negro:



(j) (k) (l)

(d) ninguno de los anteriores.