

ALGEBRA IV: INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS DISCRETAS (525412)

Evaluación 2

**Tiempo: 2 Hrs. 30 Min.**

1. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.
  - a) Sea  $G$  un grafo con  $\delta(G) \geq 2$ , entonces existe un grafo  $H$  conexo con  $V(H) = V(G)$  y  $d_H(x) = d_G(x)$ ,  $\forall x \in V(H)$ .
  - b) No existe un grafo planar  $G$  tal que  $\delta(G) = 4$ .
  - c) Sea  $G$  un grafo conexo y  $D$  una orientación de  $G$ , entonces  $\exists x \neq y \in V(G)$ ,  $d_D^+(x) = d_D^+(y)$ .
  - d) Todo grafo bipartito Euleriano tiene un número par de arcos.
2. Dado un grafo  $G$  se define el grafo complemento de  $G$ , denotado por  $\overline{G}$ , como:
$$V(\overline{G}) = V(G), \quad \{a, b\} \in E(\overline{G}) \iff \{a, b\} \notin E(G).$$
  - a) Encuentre un ejemplo de grafo  $G$  con  $n \geq 4$  nodos y tal que  $G \cong \overline{G}$ . Justifique.  
Pruebe que:
  - b) Si  $G$  es un grafo  $k$ -regular y  $|V(G)| = 2k + 2$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , entonces  $\overline{G}$  es Hamiltoniano.
  - c)  $G$  es regular  $\iff \overline{G}$  es regular.
  - d) Si  $G$  no es conexo, entonces  $\overline{G}$  lo es.
3. Resuelva los siguientes problemas usando la Teoría de Grafos.
  - a) Siete amigos durante las vacaciones deciden enviarse postales. Cada uno envía una postal a tres de sus amigos. ¿Es posible que cada uno de ellos reciba exactamente tres postales, cada una de ellas enviada por los amigos a los que les ha escrito?
  - b) En un torneo de tenis con cinco jugadores, donde todos juegan contra todos, se sabe que hay cuatro jugadores que ganaron seis partidos en total. ¿Cuántos partidos ganó el vencedor del torneo? ¿Es posible que cuatro jugadores hayan perdido 3 partidos cada uno?