PAUTA CERTAMEN 1 QUIMICA ANALÍTICA II Sem.2005

1.- Sean $E=\{x\in \mathbb{N} / x=2n-1 \, \forall n\in \mathbb{N} \wedge x\leq 11\}$ F=$\{x\in \mathbb{N} /[\exists(k\in \mathbb{N})\, x=3k\,]\wedge x\leq 12\}$

G=$\{x\in \mathbb{N} / x\leq 12\}$

a).- Defina por extensión los conjuntos anteriores

b).- Exprese cada uno de los conjuntos siguientes utilizando uniones, intersecciones, y/o diferencias de E ;F ;G

i) Conjunto de pares desde 2 a 12 ii).- El conjunto $\{3,9\}$

iii) El conjunto vacío iv).-El conjunto {2,3,4,6.8,9,10,12}

v).- El conjunto de elementos de G que al dividirlos por 3 dejan resto 1 o 2

20 puntos

Solucion

a).- E = {1, 3, 5,7,9,11 } 2pts F = {3, 6, 9, 12 } 2pts G = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12} 1pto

b).-

i).- {2,4,6,8,10,12} = $G-E$ 3pts ii).- {3,9 } = $F\cap E$ 3pts iii).- $\varnothing = (G-E)\cap(E\cap F)$ 3pts

iv).- {2,3,4,6,8,9,10,12 } = $F\cup(G-E)$ = $(G-E)\cup(E\cap F)$ 3pts v).-{1,2,4,5,7,8,10,11} = G−F 3pts

2.-Un estudio del índice de alcoholismo en cierta región indica que en 1994 fue de 10% y en el año 2004 fue de un 12% . Considerando el incremento como lineal además Si :

p = % de alcohólicos en la región t = tiempo en años desde 1994

a).- Determine la función p(t)

b).- Interprete el significado de la pendiente

c).- Si el modelo de crecimiento mantiene su tendencia que % de alcohólicos se pronostica para el año 2007

20 puntos

Solucion.-

a).- Si p(t) es lineal ; p(t) = mt + n $\forall t\in[0,10]$ con t = 0 año 1994 t = 10 año 2004 2pts

si t = 0 ; p(t) = 10% $\Rightarrow$ 10% = m*0 +n luego n = 10 % 2pts

si t = 10 p(t) = 12 % $\Rightarrow$ 12% = m*10 + 10% luego 2% = 10m $\Rightarrow$ m = 0,2% 4pts

por lo tanto p(t) = 0,2% t + 10% 2pts

b).- m = 0.2% indica un aumento anual de la población de alcohólicos en un 0.2 % 4pts

c).- El tiempo transcurrido desde 1994 hasta 2004 será t = 2004 - 1994 = 13 años

Luego p(13) = 0,2%*13 +10% = 2,6% + 10% = 12,6 % 6pts

3.- La tasa de crecimiento y(x) de una población x ,esta dada por $y(x)=\dfrac{x(100-x)}{1000}$

a).- Determine el tamaño de la población para el cual esta tasa de crecimiento es máxima calcule dicha tasa de crecimiento
b).- Determine el tamaño de la población para el cual la tasa de crecimiento es 1,6
c) En que puntos del intervalo la tasa de crecimiento es mínima
e).- Determine Dom Rec de y = f(x) para que la función sea biyectiva
f).- Defina y calcule x = $f^{-1}(y)$ 20 puntos

Solucion

a).- $y(x)=\dfrac{100x-x^2}{1000}=-0.001x^2+0.1x$ luego: $\left\{\begin{matrix} -0.001\ \textit{indica existe un máximo} \\ -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{0.1}{-0.002} = 50 \end{matrix}\right\}$

$y(50)=-\dfrac{2500}{1000}+\dfrac{50}{10}=2{,}5$ por lo tanto V(50,2.5) $\Rightarrow \left\{\begin{matrix} \textit{tamaño poblacion } 50 \\ \textit{tasa } 2{,}5 \end{matrix}\right\}$ 4pts

b).- $1.6 = -0.001x^2 + 0.1x \Rightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{matrix} x = 80 \\ x = 20 \end{matrix}\right\}$ luego :

La tasa de crecimiento es 1.6 cuando el tamaño de la población es 20 u 80 4pts

c).- y(x) es mínima si y sólo si y(x) = 0 $\Rightarrow -0.001x^2 + 0.1x = 0 \Rightarrow x(100-x) = 0$ luego :

$\left\{\begin{matrix} x=0 \\ x=100 \end{matrix}\right\}$ *indican que la tasa decrecimientoes mínima* en los extremos del intervalo 4pts

d).- No existe tasa negativa luego Dominio de y(x) es [0,100] y Recorrido de y(x) es [0,2.5]

y = f(x) es biyectiva si y sólo si $\left\{\begin{matrix} f:[0,50] \to [0,2.5] & f \textit{ creciente} \\ f:[50,100] \to [2.5,0] & f \textit{ decreciente} \end{matrix}\right\}$ 4pts

e).- $\begin{matrix} f^{-1}:[0,2.5] \to [0,50] \\ y \to x=f^{-1}(y) \end{matrix}$ además $x^2-100x+1000y=0 \Rightarrow x = 50-10\sqrt{25-10y}$ 4pts

Profesor
Flavio L.Neira B.

Concepción 23 septiembre de 2005