

ALGEBRA IV: INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS DISCRETAS (525412)

Tarea 4

**Fecha de entrega: 06 de diciembre de 2004.**

1. Sea  $A = \{1, \dots, n\}$ ,  $n \geq 2$  y  $R$  una relación en  $A$ . Se define el digrafo  $G_R$  como sigue:

$$V(G_R) = A, \quad (a, b) \in E(G_R) \iff a R b.$$

- a) Para cada caso defina por comprensión una relación  $R$  en  $A$  tal que:
- i)  $G_R$  sea conexo pero no fuertemente conexo.
  - ii)  $G_R$  sea Euleriano.
- b) En cada caso determine las propiedades del grafo fundamental de  $G_R$
- i) Si  $R$  es una relación de orden (total o parcial).
  - ii) Si  $R$  es un relación de equivalencia.
2. Construya un ejemplo de grafo  $G$  con  $n$  nodos para cada caso:
- a)  $\lambda(G) \geq 4$ ,  $G$  es Hamiltoniano pero no Euleriano.
  - b)  $n$  es par,  $\delta(G) = 4$  y  $G$  es planar.
  - c)  $n \geq 6$ ,  $G - x$  es regular  $\forall x \in V(G)$ .
3. Invente un juego entre  $k \geq 2$  jugadores que use un grafo  $G$  dirigido o no con  $n \geq 6$  nodos. Entonces:
- a) Determine el número mínimo y máximo de pasos que puede durar el juego en función de  $n$ .
  - b) Determine si existe un grafo donde el jugador que parte siempre gane el juego.

**Observación: en cada caso se premiará la originalidad de las soluciones. Justifique todas sus respuestas.**