Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Complemento de Cálculo
(521234)
Examen

20 – Diciembre – 1996

Problema 1: Dada la función periódica de período igual a 2 :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x & \text{si } 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

Graficar $f(x)$, determinar la serie de Fourier $S(x)$ asociada a $f(x)$, y evaluar $S(n)$ con n entero.

25 puntos

Problema 2: Utilizando el método de separación de variables, resuelva el problema del potencial $\Delta\phi = 0$ en el cilindro : $\{(r, \theta, z) \mid r \leq 1 \text{ y } 0 \leq z \leq 1\}$, con $\phi = 1$ sobre las 2 bases del cilindro y $\phi = 0$ sobre el manto.

25 puntos

Problema 3: Utilizando el teorema de los residuos, calcular la integral $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\cos^2(\alpha x)}{(x^2+1)^2} dx$, con $\alpha > 0$.
Indicación : Escribir $\cos^2(\alpha x)$ en términos de la parte real de una exponencial compleja.

25 puntos

Problema 4: Utilizando la ecuación de Euler-Lagrange, pruebe que de entre todas las curvas C del plano, tales que :

— C puede parametrizarse como $y = y(x)$, con $y(x)$ derivable ;
— C pasa por los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1), con $x_0 \neq x_1$;

la única que minimiza la longitud entre (x_0, y_0) y (x_1, y_1) es la recta que pasa por ambos puntos.

25 puntos

Duración del examen : 2 horas
HAW/GBG/CR/MSC