UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ECUACIONES DIFERENCIALES II 525222

Listado de Ejercicios N 3

1. Verifique que la función real, $u(x,t) = \frac{x}{t\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4kt}}$, es solución del siguiente PVC:

$$u_t = k u_{xx} \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

$$\lim_{t \to 0^+} u(x,t) = 0, \qquad 0 < x < L$$

$$\lim_{x \to 0} u(x,t) = 0, \qquad t > 0$$

Además, demuestre que dicha solución no puede modelar la difusión del calor en una barra de longitud L.

2. Resolver el siguiente PVC por el **MSV**:

$$\begin{array}{ll} u_t + u_x = u & x > 0,\ t > 0 \\ u(0,t) = e^{t/2} & t \geq 0. \end{array}$$

3. Resolver el siguiente PVC inicial, aplicando el **MSV**

$$2x(1+t)u_t - u_x = 0 \quad x > 0,\ t > 0$$

$$u(x,0) = e^{x^2} \qquad x \geq 0$$

$$u(0,t) = 1 + t \qquad t \geq 0$$

¿Cuál es la solución construida por el método de las Características?

4. ¿Para qué valor de la constante q el siguiente problema de difusión tiene solución?

$$\begin{array}{ll} u_t = u_{xx} + q & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u_x(0,t) = 2 & t \geq 0 \\ u_x(2,t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x,0) = f(x) & \end{array}$$

Resolver para los q admisibles y dato inicial $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{si} \quad 1 < x \leq 2 \end{cases}$

5. Resolver el problema de difusión:

$$\begin{array}{ll} u_t = u_{xx} + 1 & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(0,t) = 1 & t \geq 0 \\ u_x(\pi,t) = \pi & t \geq 0 \\ u(x,0) = 1 + \frac{x^2}{2} & 0 \leq x \leq \pi \end{array}$$

6. Resolver el PVC e inicial:

$$\begin{array}{ll} u_t = u_{xx} + sen(x) & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u_x(0,t) = 1 & t \geq 0 \\ u_x(\pi,t) = -1 & t \geq 0 \\ u(x,0) = sen(x) + cos(x) + 1 & 0 \leq x \leq \pi \end{array}$$

7. Aplicar el *Método de Variación Parámetros de Lagrange* para resolver los siguientes problemas diferenciales:

(a)

$$\begin{array}{ll} u_t = u_{xx} + e^{-t}(x - 1 + sen(\pi x)) & 0 < x < 1,\ t > 0 \\ u(0,t) = e^{-t} & t \geq 0 \\ u(1,t) = 3 & t \geq 0 \\ u(x,0) = x + 2 & 0 \leq x \leq 1 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{ll} u_t = u_{xx} + e^{-t} sen(x) & 0 < x < \frac{\pi}{2},\ t > 0 \\ u(0,t) = 0 & t \geq 0 \\ u_x(\frac{\pi}{2},t) = e^{-t} & t \geq 0 \\ u(x,0) = x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{array}$$

FPV/cln.
(26/08/2004)