

Cálculo Numérico (521230)

Laboratorio 9

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1. El P.V.I. siguiente,

$$\begin{cases} y' = -\alpha(y - \sin t) + \cos t, & t \in [0, 5] \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

con α un número positivo.

La solución de este P.V.I. puede calcularse analíticamente: $y(t) = e^{-\alpha t} + \sin t$.

Considere los métodos de RK₂₂ y el RK₄₄ clásico, cuyos programas son respectivamente:

```
function [x,y]=rk_22(x0,y0,h,xf)
%y0 es un vector columna
theta=.5;%Euler mejorado
n=(xf-x0)/h;
x(1)=x0;
y(:,1)=y0;
for i=1:n
    k1=frk(x(i),y(:,i));
    x(i+1)=x(i)+h;
    y(:,i+1)=y(:,i)+h*(1-1/(2*theta))*k1+h/(2*theta)*frk(x(i)+h/2,y(:,i)+h*theta*k1);
end
```

```
function [x,y]=rk_44(x0,y0,h,xf)
%y0 es un vector columna
n=(xf-x0)/h;
x(1)=x0;
y(:,1)=y0;
for i=1:n
    x(i+1)=x(i)+h;
    k1=frk(x(i),y(:,i));
    k2=frk(x(i)+h/2,y(:,i)+h*k1/2);
    k3=frk(x(i)+h/2,y(:,i)+h*k2/2);
    k4=frk(x(i+1),y(:,i)+h*k3);
    y(:,i+1)=y(:,i)+h/6*(k1+2*(k2+k3)+k4);
end
```

y el programa **frk.m** define a la función, a saber: begincenter

```
function f=frk(x,y)
alpha=5;
f=-alpha*(y-sin(x))+cos(x);
```

Usando estos programas como base se pide:

- (a) Para $\alpha = 5$ y $h = 0.5$ resuelva el P.V.I. y encuentre el error usando la familia de RK₂₂ (diferentes θ) y el método de RK₄₄ clásico.
- (b) Para $\alpha = 5$ y partiendo de $h = 0.5$. Usando solamente el método de RK₂₂ con $\theta = 0.5$ encuentre un paso h óptimo de modo que la estimación del error por paso sea menor a 10^{-4} . Recuerde que una estimación del error local fue vista en clases, a saber,

$$\frac{y_{n+1} - u_{n+1}}{2^{p+1} - 1}$$

- (c) Repita lo anterior para el método de RK₄₄ clásico.
- (d) Repita 1a para $\alpha = 7$ y $\alpha = 10$.
- (e) Repita 1b para $\alpha = 7$ y $\alpha = 10$.
- (f) Para $\alpha = 5$, $\alpha = 7$ y $\alpha = 10$ resuelva con los comandos *ode23s* y compare con los resultados anteriores.

MCP/RRS/GBG/MSC

<http://www.ing-mat.udec.cl/pregrado/asignaturas/521230/>
29/10/03

RESPUESTA

- (a) Se creo un programa principal y mostraremos sólo para RK₄₄.

```
alpha=5;
x0=0;
y0=1;
h=.5;
xf=5;
[x,y]=rk_44(x0,y0,h,xf);
ya=exp(-alpha*x)+sin(x);
E=ya-y;
plot(x,E)
```

- (b)
- ```
alpha=5;
x0=0;
y0=1;
h=.5;
xf=5;
E=1;
while E>1e-04
 [x,u]=rk_22(x0,y0,h,xf);
 [x1,y1]=rk_22(x0,y0,h/2,xf);
 m=1:2:length(x1);
 y=y1(m);
 E=max(abs(y-u)/7);%p=2, 2^(p+1)-1=7
 h=h/2;
end
h
al ejecutarlo

> 0.0078
```