UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142

PRACTICA 8: Funciones Circulares

Problema 1. Utilice la periodicidad de las funciones trigonométricas y las identidades vistas en clases para encontrar los valores exactos de: **[En práctica 1.5]**

1.1) $\cos(\frac{5\pi}{6})$ 1.2)$\cos(\frac{2\pi}{3})$ 1.3) $\operatorname{sen}(-\frac{\pi}{6})$ 1.4) $\operatorname{sen}(3\pi)$ 1.5) $\operatorname{sen}(\frac{13\pi}{6})$
1.6) $\operatorname{sen}(\frac{62\pi}{3})$ 1.7) $\cos(\frac{7\pi}{3})$ 1.8) $\operatorname{sen}(\frac{-21\pi}{2})$ 1.9) $\cos(\frac{23\pi}{6})$

Problema 2. Para todo $t \in I\!R$, muestre que $\cos(t \pm \pi) = -\cos(t)$ y $\operatorname{sen}(t \pm \pi) = -\operatorname{sen}(t)$.

Problema 3. Dado $\alpha \in [0, \pi/2[$ y $k \in I\!N$ demuestre que:
3.1) $\operatorname{sen}(\pi k/2 + \alpha) = (-1)^{(k-1)/2} \cos(\alpha)$ si k es impar.
3.2) $\operatorname{sen}(\pi k/2 + \alpha) = (-1)^{k/2} \operatorname{sen}(\alpha)$ si k es par.
Indicación: Usar Problema 2.

Problema 4. Demuestre que el periodo de la función tangente es π.

Problema 5. Resolver las desigualdades siguientes: **[En práctica.]**
5.1) $2\cos^2(x) - 2\operatorname{sen}(x)\cos(x) < 0$.
5.2) $-\sqrt{3} < \tan(x) < 1$.

Problema 6. Demuestre las siguientes identidades. **[En práctica (2, 4 y 5).]**

6.1) $\sec^2(x) - \tan^2(x) = 1$ 6.2) $\dfrac{1 - \operatorname{sen}(\alpha)}{1 + \operatorname{sen}(\alpha)} = (\sec(\alpha) - \tan(\alpha))^2$

6.3) $\csc^2(x) - \cot(x^2) = 1$ 6.4) $\dfrac{\cos(x) + \operatorname{sen}(x)}{\cos(x) - \operatorname{sen}(x)} = \sec(2x) + \tan(2x)$

6.5) Sea $\tan(x) = \frac{b}{a}$. Demuestre que $a\cos(2x) + b\operatorname{sen}(2x) = a$

Problema 7. Sea $a > 0$, se define la función $f : I\!R \to I\!R$, $x \to f(x) = ax$. Su gráfica describe una recta que pasa por el origen. Muestre que el ángulo t que forma con el eje x es $t = \arctan(a)$.

Problema 8. Para $\alpha \in I\!R^2$ se define la función $r_\alpha : I\!R^2 \to I\!R^2$,

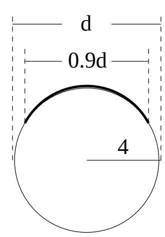
$$r_\alpha(x, y) = (x \cos(\alpha) - y \ \mathrm{sen}(\alpha), x \ \mathrm{sen}(\alpha) + y \cos(\alpha))$$

8.1) Demuestre que $r_{\alpha+\beta} = r_\alpha \circ r_\beta$.
8.2) Demuestre que r_α es biyectiva y que su inversa es $r_{-\alpha}$. **[En páctica]**
8.3) Si $\alpha = 2\pi/3$, muestre que $r_\alpha \circ r_\alpha \circ r_\alpha = id_{I\!R}$.

Problema 9. El objetivo de este problema es modelar el movimiento de los punteros del reloj. **[En práctica]**

9.1) Defina la función $g : I\!R^+ \to I\!R^+$ que a un tiempo, t, en minutos le asocia el ángulo que forma el minutero con el eje y, y defina la función $f : I\!R_+ \to I\!R_+$ que describe el ángulo que forma el horario con el eje y.
9.2) Determine el conjunto de instantes para los cuales ambos punteros están en la misma posición. Determine cuántas veces sucede esto en un día.

Problema 10. Calcule el ancho que tiene la etiqueta de una botella de Pisco. Para esto suponga que el radio de la botella es 4cm, y que al mirar la botella desde el frente la etiqueta ocupa un 90% del diámetro. **[En práctica]**



12.05.2003
AGS/ags,cln