UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
**FACULTAD DE CIENCIAS**
**FISICAS Y MATEMATICAS**
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

---

**ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142**
PRACTICA 16. Vectores y Rectas

**Problema 1.** Dados los puntos $A(1,3,2)$, $B(-1,2,-2)$, $C(1,4,-2)$ y $D(2,-1,-3)$. Detemine: $(i)$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ ; $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; $\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{CD}\|$. $(ii)$ un punto $P$, si es posible, tal que $\overrightarrow{AP}$ sea ortogonal a $\overrightarrow{AB}$ y a $\overrightarrow{CD}$. **[En práctica (ii)]**

**Problema 2.** Sean $P_1(x_1,y_1,z_1)$ y $P_2(x_2,y_2,z_2)$ dos puntos en $\mathbb{R}^3$. Muestre que el punto medio del segmento que va desde $P_1$ a $P_2$, corresponde al extremo final del vector $\frac{1}{2}(\vec{P}_1+\vec{P}_2)$. **[En práctica]**

**Problema 3.** Demuestre que para vectores arbitrarios $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, en el espacio, vale la identidad

$$\vec{u}\times(\vec{v}\times\vec{w}) = (\vec{u}\cdot\vec{w})\vec{v} - (\vec{u}\cdot\vec{v})\vec{w}$$

**Problema 4.** Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Encuentre una fórmula para la proyección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$. **[En práctica]**

**Problema 5.** Considere los vectores $\vec{u}=[2,\alpha,3]$ y $\vec{v}=[1,-1,2]$. Determine $\alpha\in\mathbb{R}$, de modo que:

$(i)$ $\vec{u}\perp\vec{v}$ ; $(ii)$ el vector $\vec{u}$ sea paralelo al vector $\vec{v}$.

Si además $\vec{w}$ es el vector $\vec{w}=[\beta,2,1]$. Determine $\alpha\in\mathbb{R}$, y $\beta\in\mathbb{R}$ de modo que :

$(iii)$ $\vec{u}\perp\vec{v}$ , y la proyección de $\vec{u}$ sobre $\vec{w}$ sea $\frac{\pi}{3}$. **[En práctica]**

**Problema 6.** Cúal o cuales son las componentes del vector $\vec{r}=[a,b,c]$, de modo que:

$(i)$ $\vec{r}$ tenga norma 4 y el ángulo director entre $\vec{r}$ e $\vec{i}$ sea $\frac{\pi}{4}$, y entre $\vec{r}$ y $\vec{j}$ sea $\frac{\pi}{3}$.

$(ii)$ el ángulo director entre $\vec{r}$ e $\vec{i}$ sea $\frac{\pi}{4}$, entre $\vec{r}$ y $\vec{j}$ sea $\frac{\pi}{3}$, y además $\vec{r}$ sea perpendicular a $[1,2,-2]$.

**Problema 7.** Considere las rectas $L_1$

$$\begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\alpha\\ 0\\ -1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3\\ 1\\ 1\end{pmatrix} \text{ para } t\in\mathbb{R},$$

con $\alpha\in\mathbb{R}$ y

$$L_2: \qquad \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = z+1.$$

Encuentre, si existe, el valor de $\alpha$ de modo que $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$.

**Solución** $\alpha = -2$. **[En práctica]**

**Problema 8.** Encuentre la recta que pasa por el punto $A(2,3,1)$ y tiene vector director $\vec{r} = [2,-1,2]$.

**Problema 9.** Considere la recta $L$ **[En práctica]**

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ para } t \in \mathbb{R},$$

(*i*) Dado el punto $A(2,3,1)$ encuentre la distancia de $A$ a $L$. Lo mismo para el punto $B(2,-3,5)$.

(*ii*) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $A(2,3,1)$ y es perpendicular a $L$.

(*iii*) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $A(2,3,1)$ y es paralela a $L$.

(*iv*) En los puntos (i), (ii) y (iii) anteriores, encuentre la distancia entre las dos rectas involucradas.

**Problema 10.** Sean $P_1(x_1,y_1,z_1)$ y $P_2(x_2,y_2,z_2)$ dos puntos en $\mathbb{R}^3$. Muestre que las siguientes rectas son iguales:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \text{ para } t \in \mathbb{R},$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \text{ para } t \in \mathbb{R},$$

---

23/08/2002
JMS/jms