

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142

PRACTICA 9 : Trigonometría

Problema 1. Demuestre que: si $\sin(\alpha) = \sin(\beta)$ entonces se tiene una de las dos condiciones siguientes:

a) $\exists k \in \mathbb{Z} : (\alpha + \beta) = (2k + 1)\pi$ b) $\exists k \in \mathbb{Z} : (\alpha - \beta) = 2k\pi$

Problema 2. Para cada una de las siguientes funciones determine: dominio, recorrido, período, amplitud, valores máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento. Grafique. [En práctica 2.3 y 2.5]

2.1) $y = \frac{1}{2} \sin(\frac{1}{2}\pi x + 1)$ 2.2) $y = 2 + \sin(x - \frac{\pi}{4})$
2.3) $y = -3 + 2 \sin(2x - \pi)$ 2.4) $y = 2 + 3 \cos(\frac{x-1}{2})$
2.5) $y = |2 \sin(\pi x - \frac{\pi}{2})|$ 2.6) $y = 5 \sin(2x) + 12 \cos(2x)$

Problema 3. Encuentre $Dom(f)$ para las siguientes funciones:

3.1) $f(x) = \text{Arcsen}(x - 3)$ 3.1) $f(x) = 3\text{Arccos}\frac{1}{3}(2x + 1)$
3.3) $f(x) = \text{Arccos}\sqrt{1 - x^2}$ [En práctica 3.3]

Problema 4. Encuentre una expresión para las siguientes funciones:

4.1) $\sin(\text{Arccos}(x))$ 4.2) $\cos(\text{Arcsec}(x))$
4.3) $\tan(\text{Arcsen}(x))$ 4.4) $\cos(3\text{Arcsec}(x))$ [En práctica 4.4]

Problema 5. Demuestre que:

5.1) $\text{Arcsen}(x) + \text{Arccos}(x) = \pi/2$
5.2) $2\text{Arctan}(\frac{1+x}{1-x}) + \text{Arcsen}(\frac{1-x^2}{1+x^2}) = \pi$, cuando $0 < x < 1$ [En práctica 5.2]

Problema 6. Resuelva las siguientes ecuaciones: [En práctica 6.3, 6.6 y 6.7]

6.1) $2 \sin^2(x) - \sin(x) = 0$ 6.2) $\sin(x) \cot(x) - \sin(x) = 0$
6.3) $\sin(1x) \sin(2x) = \sin(3x) \sin(4x)$ 6.4) $\sin^3(x) \cos(x) - \sin(x) \cos^3(x) = 1/4$
6.5) $2 \sin^2(x) + 3 \sin(x) = -1$ 6.6) $\cot(x) - 2\sin(2x) = 1$
6.7) $\frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{\cos^2(x)} - \frac{1}{\tan^2(x)} - \frac{1}{\cot^2(x)} - \frac{1}{\sec^2(x)} - \frac{1}{\csc^2(x)} = -3$

Problema 7. El ángulo con que debe ser lanzada una pelota, que parte con velocidad v , para que caiga en un blanco que está sobre el suelo a una distancia d satisface que:

$$\cos(\alpha) \sin(\alpha) = \frac{gd}{v^2}$$

donde g es la aceleración de gravedad. Si $(dg)/v^2 < 1$ existen dos ángulos en el primer cuadrante que satisfacen lo anterior. Expresa estos dos ángulos. ¿Qué condición deben satisfacer d y v para que haya sólo una solución?

Problema 8. Dos generadores de corriente alterna producen corrientes que vienen dadas, en función del tiempo, por las ecuaciones:

$$I_1 = \sqrt{3} \sin(120\pi t); \quad I_2 = -\cos(120\pi t).$$

Si se unen los dos generadores ($I_1 + I_2$), determine la corriente máxima, calcule un instante en que se produce, y la fase del proceso. [En práctica]

Problema 9. Determinar la altura de una torre de base inaccesible conociendo dos ángulos de elevación α, β y la distancia que separa los puntos desde los cuales se miden los ángulos de elevación, los que son colineales con la torre.

Problema 10. Para hallar la distancia entre dos puntos A y B situados en lados opuestos de un río, se mide una distancia AC de 300 m., donde el punto C está en el mismo lado del río que el punto A . Se miden los ángulos BAC y ACB y se encuentra que tienen 120° y 33° respectivamente. ¿Cuál es la distancia entre A y B ? [En práctica]

Problema 11. El objetivo de este problema es calcular el tamaño del rectángulo de tela que se necesita para hacer una estrella de 5 puntas. Para esto resolveremos varios problemas relacionados con polígonos regulares:

11.1) Calcule la magnitud del lado de un polígono de n lados que está inscrito en una circunferencia de radio r .

11.2) Calcule la magnitud del lado de un polígono de n lados que está circunscrito en una circunferencia de radio r .

11.3) Calcule el valor del ángulo interior de un polígono de n lados.

11.4) Para el caso de la estrella de 5 puntas, calcule el valor del ángulo de una de las puntas.

11.5) Sabiendo que la estrella que tenemos que confeccionar tiene una altura de 30cm, diga cuál es su ancho.

19.05.2003

AGS/ags