

**Listado 1**  
Algebra Lineal (520131)

1.- Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & 2 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 1 \\ -5 & -4 & 2 & 3 \\ 10 & 5 & -12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 5 \\ 13 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Realice las siguientes operaciones matriciales:

a)  $3A + \frac{3}{2}B$    b)  $\frac{1}{3}D^t - 2F$    c)  $C^t(2A - 3B)$    d)  $(B - \frac{1}{2}A)C$   
e)  $F(B - \frac{2}{3}A)D$    f)  $(F^t - AD)(E - FD)$

2.- Una matriz cuadrada se dice *antisimétrica* si  $A^t = -A$ ; es decir,  $a_{ij} = -a_{ji}$ .  
¿Cuáles de las siguientes matrices son antisimétricas?

a)  $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$    b)  $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$    c)  $\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$    d)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

3.- Verifique las siguientes propiedades:

- a) Si  $A$  es una matriz cuadrada, entonces  $A + A^t$  es simétrica y  $A - A^t$  es antisimétrica.  
b) Para cualquier matriz  $A$  de orden  $m \times n$ , los productos  $AA^t$  y  $A^tA$  son matrices simétricas.

4.- Verifique, considerando las matrices de problema 1, que:

a)  $F(A + B) = FA + FB$    b)  $(BC)^t = C^tB^t$    c)  $(A + B)C = AC + BC$

5.- Si  $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$ , entonces la *transpuesta conjugada*  $A^*$  es la matriz de orden  $n \times m$  que se obtiene tomando el complejo conjugado de  $A^t$ ; es decir si  $A^* = (a'_{ij})$ , entonces  $a'_{ij} = \overline{a_{ji}}$ . Ahora, una matriz cuadrada  $A \in$

$\mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$  se dice hermitiana si  $A^* = A$ . ¿Cuáles de las siguientes matrices son hermitianas?

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3-2i \\ 3+2i & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5+i & 3-2i & 1+5i \\ 3+2i & 8 & 3-i \\ 1-5i & 3+i & 4-i \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -5 & -3-10i & 10+3i & 1-i \\ -3+10i & 0 & 4-2i & 5 \\ 10-3i & 4+2i & 0 & 7 \\ 1+i & 5 & 7 & -12 \end{pmatrix}$$

6.- Dada las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & 2 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Obtenga  $tr(A)$ ,  $tr(C)$  y  $tr(D)$ .

b) Verifique que  $tr(AB) = tr(BA)$  y  $tr(CD) = tr(DC)$

7.- Para cada uno de los siguientes pares de matrices, verifique que una es la inversa de la otra.

$$a) \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3/10 & 4/10 \\ -1/10 & 2/10 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -9 & -7 & -4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 5 \\ 2 & 7 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -16 & -11 & 3 \\ \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

ADP/

16 de Agosto de 2005.