

Listado 2
ALGEBRA LINEAL (520131)

1.- Para las siguientes matrices realice la operación elemental de filas que se indica. También, en cada caso, identifique la matriz elemental y su inversa.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad -2R_1 + R_2 \longrightarrow R_2$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad \frac{2}{3}R_3 \longrightarrow R_3$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad -5R_1 + R_3 \longrightarrow R_3$

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & -4 & 3 \\ 7 & -1 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad R_2 \longleftrightarrow R_5$

2.- Para los siguientes casos encuentre la matriz elemental E tal que $EA = B$

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \\ 16 & 24 & 36 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & 18 & 10 \\ 5 & 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & -4 & 3 \\ 7 & -1 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & -4 & 3 \\ 7 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

3.- Dadas las siguientes matrices elementales, encuentre la operación de fila, e y su correspondiente inversa, e^{-1} :

$$\begin{aligned} \text{a)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{c)} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{d)} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{e)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4.- Para las matrices dadas a continuación, realice sucesivamente las operaciones elementales por filas que se indican. ¿Qué se puede decir de la matriz resultante con respecto de la matriz original dada ?.

$$\begin{aligned} \text{a)} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & -1 \\ -6 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}; R_1 \longleftrightarrow R_2, -3R_2 + R_3 \longrightarrow R_3, -3R_3 \longrightarrow R_3 \\ \text{b)} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -3 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & \frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}; \frac{1}{2}R_1 \longrightarrow R_1, \frac{2}{3}R_2 + R_4 \longrightarrow R_4, \\ R_2 \longleftrightarrow R_3, -3R_1 + R_3 \longrightarrow R_3 \\ \text{c)} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1/2 & 3/4 & -1 \\ -2 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}; 4R_2 \longrightarrow R_2, -3R_3 + R_1 \longrightarrow R_1, -2R_2 + R_1 \longrightarrow R_1 \end{aligned}$$

5.- Si a una matriz A cuadrada de orden cuatro se le realizan las operaciones de filas, sucesivamente: $2R_3 + R_1 \longrightarrow R_1$, $\frac{1}{2}R_3 \longrightarrow R_3$, $-3R_1 + R_4 \longrightarrow R_4$, se obtiene la matriz:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & 1 \\ -6 & -9 & -23 & -10 \end{pmatrix}$$

¿Cuál sería la matriz A ?

6.- Cada una de las matrices que se indican más abajo reducirla primero a una matriz escalonada y en seguida a una matriz escalonada en su forma canónica.

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{b)} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 4 \\ 4 & -5 & 6 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7.- Encuentre la matriz inversa de las siguientes matrices, utilizando eliminación gaussiana. También escriba cada una de ellas como un producto de matrices elementales y verifique.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

ADP/

23 de Agosto de 2005.