UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Listado 4
Algebra Lineal (520131)
Algebra II (520136)

1.- Encuentre una ecuación vectorial, las ecuaciones paramétricas y simétricas de la recta que:

a) contenga a los puntos $(-4,1,0)$ y $(3,0,7)$

b) contenga al punto $(3,1,2)$ y que sea paralela al vector $3\mathbf{i}-\mathbf{j}-\mathbf{k}$

c) Contega al punto $(1,-2,-3)$ y que sea paralela a la recta $\frac{x+1}{5}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-4}{2}$.

d) Sea prependicular a la recta $x-3=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ y que contenga al punto $(-1,0,3)$

2.- Verifique que las rectas:

$\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{-1}$ y $\frac{x-3}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{2}$

son ortogonales

3.- En los siguientes problemas encuentre una recta L ortogonal a los dos rectas dadas y que pase por el punto dado.

a) $\frac{x+2}{-3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z}{-5}$; $\frac{x-3}{7}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-8}{3}$; $(1,-3,2)$

b) $\frac{x-2}{-4}=\frac{y+3}{-7}=\frac{z+1}{3}$; $\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+3}{2}$; $(-4,7,3)$

4.- En los siguentes problemas encuentre la ecuación del plano que:

- contenga al punto $(2,-3,1)$ y cuyo vector normal sea $n=2i-j+k$
- contenga al punto $(3,1,-2)$ y cuyo vector normal sea $n=i-j$,
- que contenga a los puntos $(-3,-6,12)$, $(2,3,7)$ y $(-4,1,3)$,
- que contenga a los puntos $(7,-1,0)$, $(-2,1,-3)$ y $(-4,-1,-6)$,
- que sus puntos equidisten de los puntos $(-1,3,-2)$ y $(1,-2,1)$.
- que contenga a los puntos $(2,3,1)$ y $(1,-2-1)$ y sea perpendicular al plano $x+2y-z=2$

5.- Verifique que los vectores $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ y $3\mathbf{i}+2\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ son coplanares. Encuentre la ecuación de plano que los contiene.

6.- Verifique que el conjunto de las matrices de orden mxn con elementos reales, $\mathcal{M}_{mxn}(\mathbb{R})$, con las operaciones de suma y producto por escalar conocidas es espacio vectorial.

7.- Sea $V = \mathcal{C}(\mathbb{R})$, el conjunto de las funciones continuas sobre $\mathbb{R}$ con valores reales, con las operaciones de suma y producto por escalar siguientes:
Si f y $g \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ y α es un escalar, entonces

i) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

ii) $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$

Verifique que $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ es un espacio vectorial.

8.- En cada uno de los siguientes casos verfique que el subconjunto H del espacio vectorial V que se indica es un subespacio vectorial:

- $V = \mathbb{R}^3$; $H = \{x \in \mathbb{R}^3 \,/\, x = (a, 0, b)\}$
- $V = \mathbb{R}^4$, $H = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, x = (a, -a, b, -b)\}$
- $V = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$; H el conjunto de las matrices triangulares inferiores de orden 3.
- $V = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$; $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a = b + c + d \right\}$
- $V = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$; $H = \{at^3 + bt^2 + ct + d \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \,/\, c = a + b\,, d = -a\}$
- El conjunto de soluciones del sistema homogéneo $Ax = \theta$, donde A es una matriz mxn y x de $nx1$

9.- Sean U, V,y W los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$

$H_1 = \{(x, y, z) \,/\, x + y + z = 0\}$
$H_2 = \{(x, y, z) \,/\, x = z\}$
$H_3 = \{(x, y, z) \,/\, x = y = 0\}$

Caracterice los elementos de cada uno de los siguientes subespacios:

a) $H_1 + H_2$ b) $H_1 + H_3$ c) $H_1 \cap H_3$ d) $H_2 \cap H_3$

10.- Dados los subespacios de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$: $H_1 = \{at^2 + bt + c \,/\, c = b - 2a\}$ y $H_2 = \{at^2 + bt + c \,/\, c = a + 2b\}$.Caracterice los subespacios $H_1 + H_2$ y $H_1 \cap H_2$. ¿$H_1 + H_2$ es suma directa?.

ADP/
17 de Mayo de 2004.