1. Se desea tener una estimación de los puntos de intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ y la parábola $x = y^2 - y + 1$, con absisa $x > 0$. Para esto se grafican ambas curvas en un mismo gráfico. El programa que entrega la gráfica es:

(a)
```
y=-2:.01:2
x1=sqrt(4–y.∧2);
x2=y.∧2–y+1;
plot(x1,y,x2,y)
```

(b)
```
y=-2:.01:2
x1=sqrt(4–y.∧2);
x2=y.∧2–y+1;
plot(x1,x2)
```

(c)
```
y=-2:.01:2
x1=sqrt(4–y.∧2);
x2=y.∧2–y+1;
plot(x1,x2,y)
```

(d) Ninguno de los anteriores.

2. Para la matriz $A = 4I$, donde I es la matriz identidad de orden n, el valor de $||A||_2$ (norma espectral o euclídea de A) es:

   (a) $4\sqrt{n}$

   (b) $16n$

   (c) 4

   (d) Ninguno de los anteriores.

3. Se aplica el método de Gauss con estrategia de pivoteo parcial a una matriz $\mathbf{A}$ de la forma

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{\mathbf{4}\times\mathbf{4}}.$$

Indique cuál de los siguientes es el elemento u_{11} de la matriz triangular superior $\mathbf{U}$ que se obtiene:

(a) $u_{11} = 1$;

(b) $u_{11} = 1/5$;

(c) $u_{11} = -5$;

(d) ninguna de los anteriores.

4. Sean $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ una matriz simétrica y definida positiva y $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ la matriz triangular inferior que se obtiene aplicando a $\mathbf{A}$ el método de Cholesky.

   Indique cuál de los siguientes procedimientos permite resolver un sistema de ecuaciones de la forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, por el método de Cholesky:

   (a) resolver $\mathbf{Bx} = \mathbf{B}^{\mathrm{t}}\mathbf{b}$;

   (b) resolver $\mathbf{By} = \mathbf{b}$ y despues $\mathbf{B}^{\mathrm{t}}\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

   (c) resolver $\mathbf{B}^{\mathrm{t}}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ y despues $\mathbf{By} = \mathbf{x}$.

   (d) Ninguno de los anteriores.

5. Sea A una matriz diagonal de $n \times n$, con elementos diagonales todos iguales a 2. Se desea construir una matriz B como sigue:

$$B = \begin{pmatrix} A & \Theta \\ 3A & 8A \end{pmatrix}$$

donde Θ es la matriz nula de $n \times n$. El programa **más optimizado** MATLAB que genera la matriz B para n arbitrario es:

(a)
```
function B=matriz(n)
ID=speye(n);
B=[2*ID sparse(n,n);6*ID 16*ID];
```

(b)
```
function B=matriz(n)
ID=eye(n);
B=[2*ID ones(n);6*ID 16*ID];
```

(c)
```
function B=matriz(n)
for i=1:n
        B(i,i)=2;
        B(n+i,i)=6;
        B(n+i,n+i)=16;
end
```

(d) Ninguno de los anteriores.

6. Se resuelve un sistema $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con una matriz $\mathbf{A}$ tal que $\|\mathbf{A}\|_\infty \approx \left\|\mathbf{A}^{-1}\right\|_\infty \approx 10$ y un segundo miembro $\mathbf{b}$, que se obtiene mediante mediciones, con errores de medición de alrededor del 1%.

   Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

   (a) la solución obtenida $\mathbf{x}$ tiene con seguridad menos de un 1% de error;

   (b) la solución obtenida $\mathbf{x}$ puede tener a lo sumo un 10% de error;

   (c) la solución obtenida $\mathbf{x}$ puede tener hasta un 100% de error;

   (d) Ninguna de las anteriores.

7. La solución $\hat{x}$ de mínimos cuadrados para un sistema $Ax = b$ con $b \notin Im(A)$, $A_{m \times n}$ con $m > n$ y A de rango n, verifica:

   (a) $A\hat{x} = b$

   (b) $r = b - A\hat{x}$ es ortogonal a $Im(A)$

   (c) $A^t\hat{x} = A^t b$

   (d) Ninguno de los anteriores.

8. Para resolver un sistema de ecuaciones se utiliza un esquema iterativo $\mathbf{N}\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{x}^k + \mathbf{b}$ cuya matriz de iteración $\mathbf{M} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{P}$ satisface $\|\mathbf{M}\| = 0.95$.

   Indique cuál de los siguientes criterios de detención puede utilizarse para obtener una aproximación de la solución con error menor que 10^{-3}:

   (a) $\left\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\right\| < 10^{-3}$;

   (b) $\left\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\right\| < 0.95$;

   (c) $\left\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\right\| < 0.95 \times 10^{-3}$;

   (d) ninguno de los anteriores.

9. El programa MATLAB que resuelve el sistema $Ax = b$ por Jacobi, para x^0 dado es:

(a)
```
function x=Jacobi(A,b,x0,tole)
N=diag(diag(A));
P=N-A;
while (CRITERIO DE PARADA)
        x=N\P*x0+b;
        x0=x;
end
```

(c)
```
function x=Jacobi(A,b,x0,tole)
N=diag(diag(A));
P=N-A;
while (CRITERIO DE PARADA)
        x=N\(P*x0+b);
        x0=x;
end
```

(b)
```
function x=Jacobi(A,b,x0,tole)
N=tril(A);
P=N-A;
while (CRITERIO DE PARADA)
        x=N\(P*x0+b);
        x0=x;
end
```

(d) Ninguno de los anteriores.

10. Al ajustar, por mínimos cuadrados, una parábola $y = ax^2 + bx + c$ a la tabla de datos

x	x_1	x_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	x_m
y	y_1	y_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	y_m

el sistema rectangular a resolver es:

(a) $$\begin{bmatrix} 1 & y_1 & y_1^2 \\ 1 & y_2 & y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & y_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

(b) $$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_m & x_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

(c) $$\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^2 & x_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

(d) Ninguno de los anteriores.

11. Se quiere resolver mediante el método de Jacobi un sistema de ecuaciones $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -200 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & -200 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & -200 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{100\times 100}.$$

Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

(a) el método de Jacobi converge;

(b) el método de Jacobi no converge;

(c) el sistema de ecuaciones no tiene solución;

(d) ninguna de las anteriores.

12. El comando MATLAB

[L,U,P]=lu(A);

permite obtener matrices L, U y P que satisfacen:

(a) $LU = A$

(b) $LU = AP$

(c) $LU = PA$

(d) Ninguna de las anteriores

13. La matriz del siguiente sistema de ecuaciones lineales es simétrica y definida positiva:

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 0.5 \end{pmatrix}.$$

Considere la siguiente iteración:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^{k+1} \\ x_2^{k+1} \\ x_3^{k+1} \\ x_4^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^{k} \\ x_2^{k} \\ x_3^{k} \\ x_4^{k} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 0.5 \end{pmatrix}.$$

Indique si se trata de un paso de iteración de alguno de los siguientes métodos:

(a) Cholesky;

(b) Gauss-Seidel;

(c) Gradiente Conjugado;

(d) ninguno de las anteriores.

14. El problema de ajustar un modelo $y(x) = \dfrac{ax}{b+x}$ (donde a y b son los parámetros a determinar) a partir de una tabla

x	x_1	x_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	x_m
y	y_1	y_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	y_m

en la cual $x_i,\ y_i > 0,\ i = 1, \ldots, m$, se puede reducir a un problema lineal del tipo $z(x) = c_1 + c_2 x$. Indique con cuál de las tablas que siguen se puede obtener c_1 y c_2 por mínimos cuadrados.

(a)

x	x_1	x_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	x_m
z	$\frac{x_1}{y_1}$	$\frac{x_2}{y_2}$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\frac{x_m}{y_m}$

(b)

x	x_1	x_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	x_m
z	$\frac{1}{y_1}$	$\frac{1}{y_2}$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\frac{1}{y_m}$

(c)

x	x_1	x_2	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	x_m
z	$\ln(y_1)$	$\ln(y_2)$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ln(y_m)$

(d) Ninguna de las anteriores.

15. Respecto al comando MATLAB

[Q,R]=qr(A);

considere las siguientes afirmaciones:

(i) Entrega una matriz triangular superior R.

(ii) Q y R son tales que: $QR = A$.

(iii) La matriz Q tiene sus columnas ortogonales.

Indique cuales son verdaderas:

(a) sólo (i)

(b) (i), (ii) y (iii)

(c) sólo (ii)

(d) ninguna alternativa anterior.