Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Complemento de Cálculo (521234)

Examen de repetición

24 de Julio, 2002

1.- Resolver la ecuación del calor definida en el círculo de radio 1 :

$$\begin{cases} \partial_t u - \left(\partial_{rr} u + \frac{1}{r}\partial_r u\right) = 0, & 0 < r < 1, \quad t > 0 \\ u(1,t) = 0, & \qquad\qquad\quad t > 0 \\ u(r,0) = \sin r, & 0 < r < 1, \end{cases}$$

30 puntos

2.- Integrales de funciones de variable compleja y cálculo del residuo.

a) Se define la Transformada de Fourier como, $\hat{f}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\lambda x} dx$, donde $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función a variable real cualquiera. Calcule la transformada de Fourier de :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$$

b) Evalue la siguiente integral

$$\oint_{\substack{\text{en el rectángulo} \\ |x| \leq 3/2, \ |y| \leq 1/2}} \frac{dz}{z(z+1)(z+2)^2}$$

35 puntos

3.- En un día caluroso, la velocidad de la luz a una distancia y por encima de la superficie plana de una capa de aire está dada (aproximadamente) por $V = V_0(1 - \alpha y)$, donde $V_0 \approx 300.000 km/seg$, y α constante ($\alpha << 1$). El principio de Fermat afirma que la trayectoria de luz minimiza el tiempo de recorrido. Encontrar la forma del rayo de luz $y(x)$, desde $(x, y) = (-1, 0)$ hasta $(x, y) = (1, 0)$.

35 puntos

Duración del Certamen : 100 minutos

MGC/MBB/MSC/msc