1. Considere la función $s$ definida por:

$$s(x) = \begin{cases} ax(x^2+b), & 0 \leq x \leq 1 \\ -ax^3 + 3x^2 - \dfrac{5}{2}x + 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

¿Para que valores de $a$ y $b$, $s$ es una spline cúbica de interpolación para $f(x) = x^2$, $x \in [0,2]$, respecto de los nodos $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$?

(a) $a = \frac{1}{2}$ y $b = 1$

(b) $a = -\frac{1}{2}$ y $b = 1$

(c) $a = 1$ y $b = 1$

(d) Ninguna de las anteriores.

2. Sea 0.001 la cota del error global que se obtiene al resolver un PVI por algun método de orden 2, con paso $h$. Basado en la información anterior una nueva cota del error global al resolver el mismo PVI con un paso $h/10$ es:

   (a) 0.001

   (b) 0.1

   (c) 0.00001

   (d) Ninguna de las anteriores.

3. El metodo de RKF45 se caracteriza porque:

   (i) Es un metodo de paso variable (o adaptativo).

   (ii) Esta basado en metodos de RK de orden 4 y 5.

   (iii) En un metodo de paso fijo.

   Son verdaderas:

   (a) (i) y (ii).

   (b) (i) y (iii).

   (c) (ii) y (iii).

   (d) ninguna de las anteriores.

4. Para resolver un sistema de P.V.I. donde las ecuaciones diferenciales tienen grado mayor que uno es necesario transformarlo en un sistema de ecuaciones diferenciales de orden uno. Indicar cuál de los siguientes sistemas es equivalente al sistema

$$\begin{array}{ll|} \ddot{x} + \dot{\theta} + x = 2\,\mathrm{sen}(t) & \\ \ddot{\theta} + x = 4 & \\ x(0) = 0, & \theta(0) = \pi \\ \dot{x}(0) = 1, & \dot{\theta}(0) = 0 \\ \hline \end{array}$$

(a) $$\begin{array}{ll|} \dot{y}_1 = y_2 & \\ \dot{y}_2 = 2\,\mathrm{sen}(t) - y_4 - y_1 & \\ \dot{y}_3 = y_4 & \\ \dot{y}_4 = 4 - y_1 & \\ y_1(0) = 0, & y_3(0) = \pi \\ y_2(0) = 1, & y_4(0) = 0 \\ \hline \end{array}$$

(b) $$\begin{array}{ll|} \dot{y}_1 = y_2 & \\ \dot{y}_2 = 2\,\mathrm{sen}(t) - y_4 - y_1 & \\ \dot{y}_3 = y_4 & \\ \dot{y}_4 = 4 - y_1 & \\ y_1(0) = 0, & y_2(0) = \pi \\ y_3(0) = 1, & y_4(0) = 0 \\ \hline \end{array}$$

(c) $$\begin{array}{ll|} \dot{y}_2 = y_1 & \\ \dot{y}_2 = 2\,\mathrm{sen}(t) - y_4 - y_1 & \\ \dot{y}_4 = y_3 & \\ \dot{y}_4 = 4 - y_1 & \\ y_1(0) = 0, & y_2(0) = \pi \\ y_3(0) = 1, & y_4(0) = 0 \\ \hline \end{array}$$

(d) ninguno de los anteriores.

5. Se dispone de un conjunto de datos $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^{n}$ (ordenados como vectores columnas) a los cuales se quiere encontrar el polinomio de interpolación. El comando MATLAB que entrega los coeficientes del polinomio es:

   (a) polyfit(x,y,n+1)

   (b) polyfit(x,y,n)

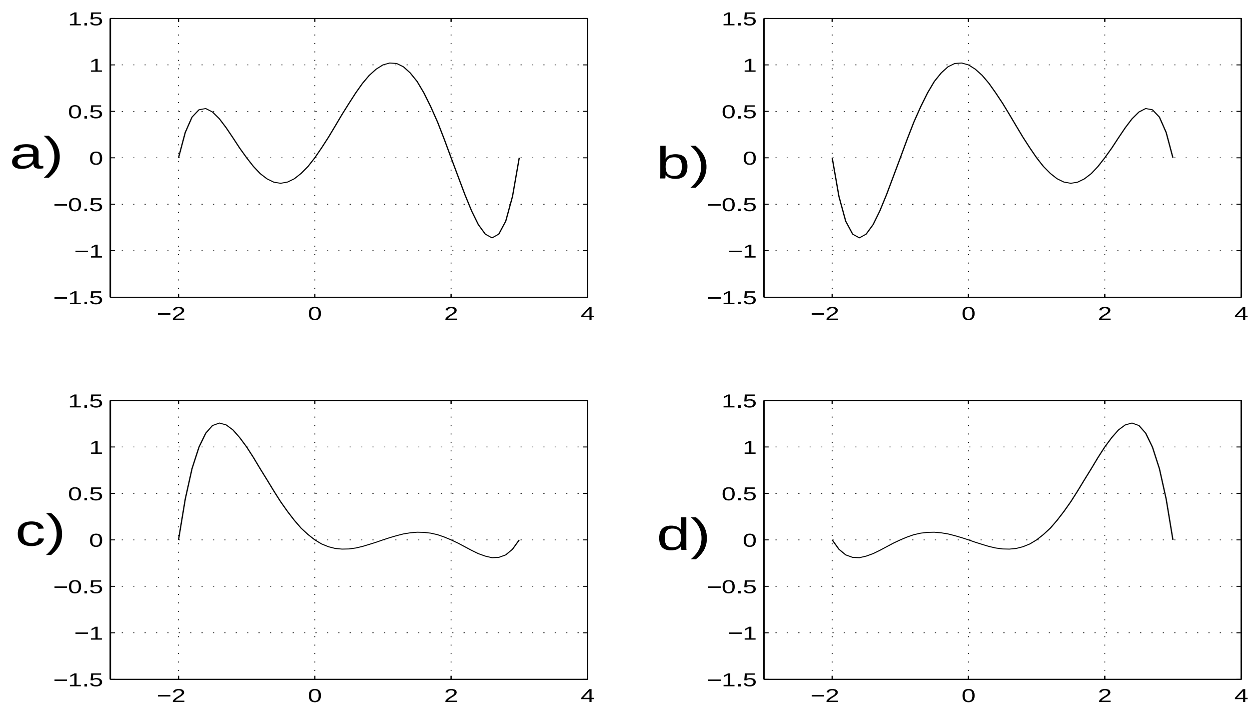
   (c) polyfit(y,x,n)

   (d) ninguna de las anteriores.

6. Considere la tabla

| $x_i$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | -1 | -1 | -1 | 3 | 1 | 1 |

Llamemos por $l_0$, $l_1$, $l_2$, $l_3$, $l_4$ y $l_5$ a sus correspondientes polinomios de Lagrange. El grafico de $l_3$ es:



7. El programa MATLAB que entrega el punto de intersección $(a, b)$ de las graficas de tg$(x)$ y $x + 2$ es:

(a)
```
f=inline('tan(x)');
a=fzero(f,0)
b=tan(a)
```

(b)
```
f=inline('tan(x)+x+2');
a=fzero(f,0)
b=tan(a)
```

(c)
```
f=inline('tan(x)-x-2');
a=fzero(f,0)
b=tan(a)
```

(d) ninguna de las anteriores.

8. Se desea aproximar el valor de $\sqrt[3]{10}$ y se dispone de un punto $x_0$ que está bastante cerca del valor buscado. ¿ Cuál de los siguientes programas en ambiente MATLAB permite aproximar dicho valor ?

(a)
```
function x=prob4(x0)
while criterio parada
      x=(2*x0∧3+10)/(3*x0∧2);
      x0=x;
end
```

(b)
```
function x=prob4(x0)
while criterio parada
      x=(2*x0∧3+10)
      x0=x;
end
```

(c)
```
function x=prob4(x0)
while criterio parada
      x=(4*x0∧3-10)/(3*x0∧2);
      x0=x;
end
```

(d) ninguna de las anteriores.

9. Sean $b_1$, $b_2$ los puntos (nodos) y $w_1$, $w_2$ los respectivos pesos $w_1$, $w_2$ de una fórmula gaussiana. Entonces el valor de la integral:

$$\int_0^3 f(x)\,dx$$

está dado por:

(a) $w_1\, f(b_1) + w_2\, f(b_2)$.

(b) $\frac{3}{2}w_1\, f(\frac{3}{2}b_1 + \frac{3}{2}) + \frac{3}{2}w_2\, f(\frac{3}{2}b_2 + \frac{3}{2})$.

(c) $w_1\, f(b_1 - 3) + w_2\, f(b_2 + 3)$.

(d) ninguna de las anteriores.

10. Sea $f \in C^2([a,b])$ una función que tiene una única raíz $\alpha$ en $[a,b]$ y tal que

$$3 \leq \min_{x\in[a,b]} |f'(x)| \quad \text{y} \quad \max_{x\in[a,b]} |f''(x)| \leq 10.$$

Entonces, para calcular una aproximación $x_{k+1}$, con error menor o igual a $10^{-6}$, usando el método de Newton-Raphson se debe iterar hasta que:

(a) $\frac{5}{3}|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-6}$;

(b) $\frac{5}{3}|x_{k+1} - x_k|^2 \leq 10^{-6}$;

(c) $|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-6}$;

(d) ninguna de las anteriores.

11. En el método de la secante, la aproximación $x_3$ se obtiene como el punto de intersección del eje X con la recta secante que pasa por:

(a) $(\ x_0, f(x_0)\ )$ y $(\ x_1, f(x_1)\ )$;

(b) $(\ x_0, f(x_0)\ )$ y $(\ x_2, f(x_2)\ )$;

(c) $(\ x_1, f(x_1)\ )$ y $(\ x_2, f(x_2)\ )$;

(d) ninguna de las anteriores.

12. Suponga que en la etapa $k$ del método de bisección, usado para calcular una raíz $\alpha$ de $f(x) = 0$, se tiene que $\alpha \in [a_k, b_k]$, $f(a_k) < 0$ y $f(b_k) > 0$. Si $f(\bar{x}) \neq 0$, siendo $\bar{x}$ el punto medio de $[a_k, b_k]$, entonces:

   (a) $\alpha \in [\bar{x}, b_k]$ cuando $f(\bar{x}) > 0$;

   (b) $\alpha \in [a_k, \bar{x}]$ cuando $f(\bar{x}) < 0$;

   (c) $\alpha \in [\bar{x}, b_k]$ cuando $f(a_k)f(\bar{x}) < 0$;

   (d) ninguna de las anteriores.

13. Sea $\mathcal{S}$ una spline cúbica definida sobre $[a, b]$ en una partición uniforme de paso $h = \dfrac{b-a}{N}$. Entonces la integral

$$\int_a^b \mathcal{S}(x)dx$$

se puede calcular, en forma exacta, usando la fórmula en la partición uniforme de paso $h = \dfrac{b-a}{2N}$:

(a) del punto medio general;

(b) de trapecios general;

(c) de Simpson general;

(d) ninguna de las anteriores.

14. Sea $f$ la función definida por $f(x) = x, \ \forall x \in I\!R$ y sea $n = 50.000$. Considere los nodos definidos por $x_i = i$ para $i = 0, \ldots, n$ y el polinomio

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} i \cdot l_i(x)$$

que interpola a $f$ en los nodos $x_i$ anteriores, y en el cual $l_i(x)$ es polinomio de Lagrange. Entonces:

(a) como cada $l_i(x)$ es de grado $n$, entonces $p_n(x)$ es de grado exactamente igual a $50.000$;

(b) $p_n(x)$ tiene grado 1;

(c) $p_n(n) = n + 1$;

(d) ninguna de las anteriores.

15. En el método de Romberg, para calcular la integral $\int_a^b f(x)dx$ de una función suave $f$, una vez calculados $T_h^0$ y $T_{\frac{h}{2}}^0$ se define

$$T_{\frac{h}{2}}^1 := T_{\frac{h}{2}}^0 + \frac{T_{\frac{h}{2}}^0 - T_h^0}{3}.$$

De $T_{\frac{h}{2}}^1$ se puede decir que es una aproximación para $I$:

(a) mejor que $T_h^0$ y que $T_{\frac{h}{2}}^0$;

(b) mejor que $T_h^0$, pero peor que $T_{\frac{h}{2}}^0$;

(c) mejor que $T_{\frac{h}{2}}^0$, pero peor que $T_h^0$;

(d) ninguna de las anteriores.