UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142
PRACTICA 16. Vectores y Rectas

Problema 1. Dados los puntos $A(1,3,2)$, $B(-1,2,-2)$, $C(1,4,-2)$ y $D(2,-1,-3)$. Determine: (i) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; $\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{CD}\|$. (ii) un punto P, si es posible, tal que $\overrightarrow{AP}$ sea ortogonal a $\overrightarrow{AB}$ y a $\overrightarrow{CD}$.

Problema 2. Sean $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, vectores arbitrarios en el espacio, demuestre que

(2.1) $\boldsymbol{u}\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w})=(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{w})\boldsymbol{v}-(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v})\boldsymbol{w}$

(2.2) $\|\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v}\|=\|\boldsymbol{u}\|\,\|\boldsymbol{v}\|\,sen(\theta)$ donde θ es el menor ángulo entre $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$

(2.3) $(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v})\cdot\boldsymbol{w}=\boldsymbol{u}\cdot(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w})$.

(2.4) $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ son paralelos sí y sólo si $\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$.

(2.5) $\boldsymbol{u}\cdot(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v})=\boldsymbol{v}\cdot(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v})=0$.

Problema 3. Considere los vectores $\boldsymbol{u}=[2,\alpha,3]$ y $\boldsymbol{v}=[1,-1,2]$. Determine $\alpha\in\mathbb{R}$, de modo que:

(3.1) $\boldsymbol{u}\perp\boldsymbol{v}$

(3.2) $\boldsymbol{u}$ sea paralelo al vector $\boldsymbol{v}$.

Si además $\boldsymbol{w}$ es el vector $\boldsymbol{w}=[\beta,2,1]$. Determine $\alpha\in\mathbb{R}$, y $\beta\in\mathbb{R}$ de modo que :

(3.3) $\boldsymbol{u}\perp\boldsymbol{v}$, y el ángulo entre $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{w}$ sea igual a $\frac{\pi}{3}$.

Problema 4. Cuál o cuales son las componentes del vector $\boldsymbol{r}=[a,b,c]$, de modo que:

(4.1) $\boldsymbol{r}$ tenga norma 4 y el ángulo director entre $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{i}$ sea $\frac{\pi}{4}$, y entre $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{j}$ sea $\frac{\pi}{3}$.

(4.2) el ángulo director entre $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{i}$ sea $\frac{\pi}{4}$, entre $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{j}$ sea $\frac{\pi}{3}$, $\boldsymbol{r}$ sea perpendicular a $[1,2,-2]$ y además $\|\boldsymbol{r}\|=2$.

Problema 5. Encuentre una ecuación de la recta L tal que

(5.1) contiene a $(2, 1, 3)$ y $(1, 2, -1)$.

(5.2) contiene a $(2, 2, 1)$ y es paralela a $2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$.

(5.3) contiene a $(-2, 3, -2)$ y es paralela a $\boldsymbol{k}$.

(5.4) contiene a $(2, 3, 1)$ y tiene vector director $\boldsymbol{r} = [2, -1, 2]$.

(5.5) contiene a $(4, 1, 6)$ y es paralela a $(x - 2)/3 = (y + 1)/6 = (z - 5)/2$.

(5.6) contiene a (a, b, c) y es paralela a $d\boldsymbol{i} + e\boldsymbol{j}$.

Problema 6. Encontrar la distancia entre la recta L (que contiene a P y es paralela a $\boldsymbol{r}$) y el origen cuando

(6.1) $P = (2, 1, -4)$ y $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$.

(6.2) $P = (1, 2, -3)$ y $\boldsymbol{r} = 3\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$.

(6.3) $P = (-1, 4, 2)$ y $\boldsymbol{r} = -\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$.

Problema 7. Considere las rectas L_1

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\alpha \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{para } t \in \mathbb{R},$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$ y

$$L_2 : \qquad \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = z + 1.$$

Encuentre, si existe, el valor de α de modo que $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$.

Problema 8. Considere la recta L

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{para } t \in \mathbb{R},$$

(8.1) Dado el punto $A(2, 3, 1)$ encuentre la distancia de A a L. Lo mismo para el punto $B(2, -3, 5)$.

(8.2) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $A(2, 3, 1)$ y es perpendicular a L.

(8.3) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $A(2, 3, 1)$ y es paralela a L.

(8.4) En los puntos (8.2) y (8.3) anteriores, encuentre la distancia entre las dos rectas involucradas.

28/08/2003
RAD/rad