

CALCULO I, 520143.
PRACTICA 4. Límite I.

1. Mediante la definición de límite demuestre que

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{1+x} = \frac{1}{3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{7}{9}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 6} |x + 4| = 10$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x - 1} = -\infty$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x} = 1$$

2. Analice y calcule, si existen, los siguientes límites

$$a) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 8}{x - 2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\sin \pi^2 x}{x}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sin 3\pi x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0^-} x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{x}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos 4x}{x^2}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[8]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - x^3} - \frac{1}{1 - x} \right)$$

$$n) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$\tilde{n}) \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$o) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4})$$

$$p) \lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos t}{\pi - 3t}$$

$$q) \lim_{x \rightarrow -1} \left| \frac{x^2 - 1}{x + 1} \right|$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \sqrt{5 - x}}{3 - \sqrt{5 + x}}$$

$$s) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$$

$$t) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$u) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+4} - \sqrt{2x+4}}$$

3. Para la función $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, obtenga

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

4. Calcule los límites laterales en $x_0 = 2$ y grafique la función f

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } 0 < x < 2 \\ x^2 + 3x - 2, & \text{si } 2 < x < 5 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2}, & \text{si } x \neq 2 \\ 0, & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 2, & \text{si } x < 2 \\ 3x + 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 4|}{x - 2}, & \text{si } x < 2 \\ 3x - 2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

5. Encuentre las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si existen, a la gráfica de la función f

$$a) f(x) = \frac{7x}{2x - 5}$$

$$b) f(x) = \frac{-2}{(x - 1)^2}$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x(x + 1)} - \frac{1}{x}$$

$$d) f(x) = \frac{1 - 2x^2}{3 + 5x}$$

$$e) f(x) = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

$$f) f(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}$$

$$g) f(x) = \pm \sqrt{x^2 - 1}$$

$$h) f(x) = -\frac{2}{(x - 1)^2}.$$