

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Complemento de Cálculo

CERTAMEN II

ALUMNO:

NÚMERO DE MATRÍCULA:

PROFESOR:

FORMA:.....

FCHH/RRS
06/11/01

I- Esta parte del certamen consta de tres preguntas de selección múltiple.

- Marque sólo una alternativa, en caso contrario la pregunta **no** será corregida.
- No intente **adivinar**, por cada dos respuestas erradas se descontará una respuesta correcta.
- Cualquier intento de copiar será **severamente** castigado.
- Cada pregunta vale 10 puntos.

1- Decida cual de las siguientes ecuaciones está bien planteada:

- a. $\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in]0, 2[\times]0, 1[\\ u(x, 0) = 1, & u(x, 1) = 2, & x \in [0, 2] \\ u(0, y) = 1, & u(2, y) = e^{2y}, & y \in [0, 1] \end{cases}$
- b. $\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in]0, 2[\times]0, 1[\\ u(x, 0) = 1, & u(x, 1) = e^{2x}, & x \in [0, 2] \\ u(0, y) = 1, & u(2, y) = e^{2y}, & y \in [0, 1] \end{cases}$
- c. $\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in]0, 2[\times]0, 1[\\ u(x, 0) = 1, & u(x, 1) = e^x, & x \in [0, 2] \\ u(0, y) = 1, & u(2, y) = e^y, & y \in [0, 1] \end{cases}$
- d. $\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in]0, 2[\times]0, 1[\\ u(x, 0) = 1, & u(x, 1) = e^x, & x \in [0, 2] \\ u(0, y) = 1, & u(2, y) = e^{2y}, & y \in [0, 1] \end{cases}$

2- Decida cuál de las siguientes funciones es solución de la ecuación:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = e^{xy} (y^2 + x^2), & (x, y) \in [0, 2] \times [0, 1] \\ u(x, 0) = 1, & u(x, 1) = e^x, & x \in]0, 2[\\ u(0, y) = 1, & u(2, y) = e^{2y}, & y \in]0, 1[\end{cases}$$

- a. $u(x, y) = e^{xy} + y.$
- b. $u(x, y) = e^{xy} + x.$
- c. $u(x, y) = e^{xy}.$
- d. $u(x, y) = e^{xy} + 2.$

3- Un extremal para el funcional

$$J[x, y, \dot{y}] = \int_0^2 (12xy + \dot{y}^2) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(2) = 1.$$

es:

- a. $y(x) = 1.$

b. $y(x) = 1 - x^3 + 4x$.

c. $y(x) = 1 + x^3 - 4x$.

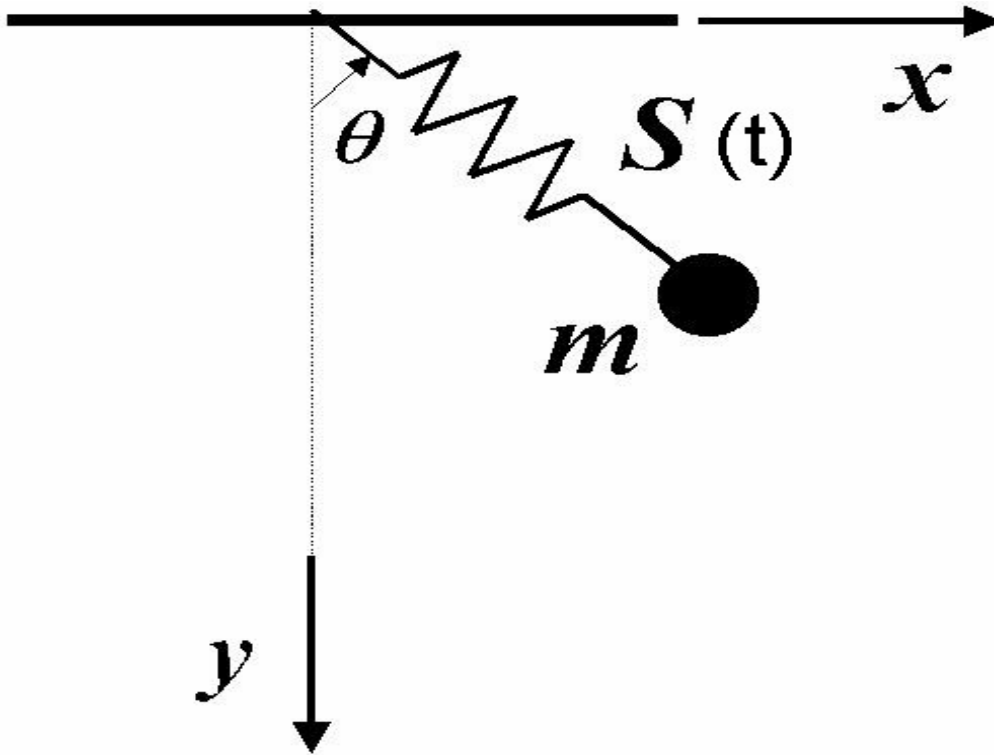
d. $y(x) = 1 + x^2 - 2x$

II- Resuelva la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in]0, 1[\times]0, 1[\\ u(x, 0) = x(x - 1), & u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1] \\ u(0, y) = 0, & u(1, y) = 0, \quad y \in [0, 1] \end{cases}$$

(25 puntos)

III- Encuentre las ecuaciones que dan la dinámica del péndulo elástico dado en la figura: (20 puntos)



IV- Encuentre un extremal para el funcional:

$$J[y, \ddot{y}] = \int_0^1 (2y + \ddot{y}^2) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad \dot{y}(0) = 0, \quad \dot{y}(1) = 1.$$

Deje las constantes de la solución expresadas.
(puntos)