UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142.

PRACTICA 5. RELACIONES Y FUNCIONES

Problema 1. Considere la función proposicional **[En práctica.]**

$$p(x, y): \quad x^2 + y^2 = 1.$$

1.1) Defina en $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ la relación $\mathcal{R}_1$ de los (x, y) tales que $p(x, y)$ es verdadera.

1.2) Defina en $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ la relación $\mathcal{R}_2$ de los (x, y) tales que $p(x, y)$ es falsa.

1.3) Encuentre el dominio y el recorrido de las relaciones $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$.

1.4) Para $x \in \mathbb{R}$, defina el conjunto $\mathcal{R}(x)$, llamado imágen de x por la relación, de los $y \in \mathbb{R}$ tales que $(x, y) \in \mathcal{R}$. Analice lo que sucede para $x = \frac{2}{3}$ y lo que sucede para $x = 4$. Esto para ambas relaciones.

1.5) Represente graficamente las relaciones definidas anteriormente y también las imágenes indicadas en 1.4.

Problema 2. Dada la relación $\mathcal{R}$ representada por $R \subseteq A \times B$ se define su relación inversa $\mathcal{R}^{-1}$ por

$$R^{-1} = \{(x, y) : (y, x) \in R\}.$$

2.1) Defina las relaciones inversas de $\mathcal{R}_1$ y de $\mathcal{R}_2$.

2.2) Encuentre dominio y recorrido de $\mathcal{R}_1^{-1}$ y de $\mathcal{R}_2^{-1}$.

Problema 3.Para la relación definida de A en $\mathbb{R}$ por

$$f : A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = x^2 - 4x + 4.$$

3.1) Muestre que f es función.

3.2) Encuentre dominio y recorrido de f.

3.3) Encuentre $f([-1, 1])$, $\quad f([1, 5[)$, $\quad f^{-1}([0, 5])$ y $f^{-1}([-2, -1])$. **[En práctica]**

3.4) Encuentre, si existe, un conjunto X tal que $f(X) = \phi$.

3.5) Encuentre, si existe, un conjunto Y tal que $f^{-1}(Y) = \phi$. Indique las condiciones que debe cumplir el conjunto Y para que $f^{-1}(Y) = \phi$.

Problema 4. Sea $f : A \longrightarrow B$ una función. Demuestre que **[En práctica.]**

$$g : P(A) \longrightarrow P(B), \quad X \mapsto g(X) = f(X)$$

es función.

Para la función f del ejemplo 3, defina g y evalúe $g(X)$ para $X = [1, 5[, X = [-1, 1]$ y para $X = \{0\}$ y $X = \{-3\}$.

Problema 5. En los siguientes casos determine Dominio y Recorrido de las funciones reales, definidas por:

5.1) $f : Dom(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} - \{0\}, \quad x \mapsto f(x) = \frac{1}{1-x^2}$.

5.2) $f : Dom(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}, \quad c \neq 0, d \neq 0.$

5.3) $f : Dom(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \frac{x+3}{2x-4}$.

5.4) $f : Dom(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x-4}}$. **[En práctica.]**

5.5) $f : Dom(f) \subseteq [2, 10] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-1}}$. **[En práctica.]**

Problema 6. Considere una función $f : A \longrightarrow B$. Probar las siguientes propiedades de la imagen e imagen recíproca de conjuntos por f.

6.1) Para todo $X, \tilde{X} \subseteq A$: $\quad f(X \cap \tilde{X}) \subseteq f(X) \cap f(\tilde{X})$.

6.2) Para todo $Y, \tilde{Y} \subseteq B$: $\quad f^{-1}(Y \cap \tilde{Y}) = f^{-1}(Y) \cap f^{-1}(\tilde{Y})$.

17.04.2003.
ACQ/acq.