

**Listado 4**  
**CALCULO (521287)**  
**CALCULO (521296)**

**1.-** Dadas la definición de las siguientes funciones de dos y tres variables, encuentre el dominio de ellas:

a)  $f(x, y) = x^2y + 3xy^3 - \operatorname{sen}x\cos y.$

b)  $f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}(xy)}{x^2 - 4y}.$

c)  $f(x, y) = \frac{x}{x-y} \operatorname{sen}xe^{\sqrt{y^2-x}}.$

d)  $f(u, v) = \frac{uv}{u-2v}.$

e)  $f(r, s) = \sqrt{1-r} - e^{r/s}.$

**2.-**

a) Para la función  $f$  definida en d) evaluarla en los puntos  $(2, 3)$ ,  $(-1, 4)$ ,  $(0, 1)$ .

b) Para la función  $f$  definida en e) evaluarla en los puntos  $(1, 1)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(-3, 3)$ .

**3.-** Dibuje las curvas de nivel de las gráficas dadas por las siguientes definiciones de funciones. Describa también la gráfica:

a)  $z = 2x - 3y + 4$

b)  $x^2 + y^2 + z = 9$

c)  $z - x^2 = 0$

d)  $z = y^2 - x$

e)  $z - 9x^2 - 16y^2 = 36$

**4.-** Calcular los siguientes límites, si existen

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y}{3 + xy}$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}{x^2 + y^2} \\ \text{d)} \quad & \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^3 - 2x^2y + 3y^2x - 2y^3}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

5.- Verifique que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

no existe, considerando el eje  $x$  como una trayectoria y la recta  $y = x$  como la otra.

6.- Verifique que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy + y^3}{x^2 + y^2}$$

no existe.

7.-

a) Sea  $f$  una función de dos variables definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4y^2}{x - 2y} & x \neq 2y \\ 2 & x = 2y \end{cases}$$

Analice la continuidad en los puntos  $(2, 1)$  y  $(1, \frac{1}{2})$ .

b) Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3xy + y^2}{y - x^2} & y \neq x^2 \\ 1 & y = x^2 \end{cases}$$

¿ $f$  es continua en  $(0, 0)$  ?

ADP/

16 de Septiembre de 2005.