

PAUTA SOLUCION CERTAMEN 1 CALCULO

1.- Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ y $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ Demuestre que: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ 20 puntos

Hipótesis $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+ ; \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

Demostración 1) $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} < 0 \Rightarrow \frac{ad-bc}{bd} < 0 ; bd > 0$ por hip. luego $ad-bc < 0$ 5 puntos

2) $\frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+d} = \frac{ad-bc}{b(b+d)}$ como ; $(ad-bc) < 0$ y $b(b+d) \in \mathbb{R}^+$ se tiene:

$$\frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+d} < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \quad 5 \text{ puntos}$$

3) $\frac{a+c}{b+d} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{d(b+d)}$ como $(ad-bc) < 0$ y $d(b+d) \in \mathbb{R}^+$ se tiene :

$$\frac{a+c}{b+d} - \frac{c}{d} < 0 \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad 5 \text{ puntos}$$

4) Si : $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \wedge \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ 5puntos

2.- a) Obtenga el conjunto S solución de la inecuación $\frac{3}{|2x-1|-3|x+2|} > 0$:

b) Encuentre si existen supremo e ínfimo de S 20puntos

Solucion: 1) $\frac{3}{|2x-1|-3|x+2|} > 0 \Leftrightarrow |2x-1|-3|x+2| > 0 \Rightarrow \left| \frac{2x-1}{x+2} \right| > 3$ luego

$$\frac{2x-1}{x+2} > 3 \quad \text{y} \quad \frac{2x-1}{x+2} < -3 \quad 5 \text{ puntos}$$

$$2) \quad \frac{2x-1}{x+2} > 3 \quad \Rightarrow \quad S_1 = (-7, -2) \quad 5\text{puntos}$$

$$3) \quad \frac{2x-1}{x+2} < -3 \quad \Rightarrow \quad S_2 = (-2, -1) \quad 5\text{puntos}$$

$$4) \quad \text{si } x = -2; \quad \frac{3}{|-4-1|-3|-2+2|} = \frac{3}{5} > 0 \quad S_3 = \{-2\}$$

$$S_t = (-7, -2) \cup \{-2\} \cup (-2, -1) = (-7, -1) \quad 3\text{puntos}$$

$$\text{Supremo de } S_t = -1$$

$$\text{Infimo de } S_t = -7 \quad 2\text{puntos}$$

3.- a) Describa mediante una ecuación el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de:

EL centro de $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 7 = 0$ y el vértice de $y^2 - 10y - 4x + 37 = 0$

Grafique dicho lugar geométrico 20 puntos

Solucion :

$$1) \quad (x+2)^2 + \frac{(y-1)^2}{\frac{1}{4}} = 1 \quad \text{corresponde a elipse centro } (-2, 1) \quad 5\text{puntos}$$

$$2) \quad (y-5)^2 = 4(x-3) \quad \text{corresponde a parábola vértice } (3, 5) \quad 5\text{puntos}$$

3) uso de simetral del segmento que une centro con vértice o propiedades de distancias iguales a dos puntos 5puntos

$$4) \quad \text{L.G pedido } 10x - 8y = 29 \quad \text{y gráfico} \quad 5 \text{ puntos}$$