Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Cálculo Numérico (521230)
Laboratorio 7: Interpolación.

Ejercicio 1: Dados dos vectores x e y de la misma longitud m, el comando MATLAB `polyfit` determina los coeficientes c_i del polinomio de grado n

$$p(x) = c_1 x^n + \cdots c_n x + c_{n+1}$$

cuya gráfica ajusta por cuadrados mínimos los puntos $(x_1, y_1), \ldots, (x_m, y_m)$. En particular, cuando $n = m - 1$, $p(x)$ es el polinomio de interpolación determinado por esos puntos.

1. Justifique esta última afirmación.
2. Aprenda a utilizar el comando `polyfit` mediante el `help polyfit` en MATLAB.
3. *a*) Genere los puntos $(x, \operatorname{sen} x)$ para $x = 0, 1, \ldots, 10$.
   b) Dibuje en un mismo gráfico estos puntos y los polinomios de grados 5 y 10 que los ajustan en el sentido de los cuadrados mínimos. Utilice para ello los comandos `polyfit` y `polyval`.
   c) Indique cómo se ve en el gráfico que el de grado 10 es el polinomio de interpolación.
4. Dibuje en un mismo gráfico:
   a) los puntos $(x, f(x))$ para $x = -5, -4, \ldots, 4, 5$,
   b) la función $f(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$ para $-5 \leq x \leq 5$ (usando 100 puntos entre -5 y 5),
   c) los polinomios de grados 6 y 10 que ajustan esos puntos en el sentido de los cuadrados mínimos. Para graficar los polinomios, evalúelos en 100 puntos entre -5 y 5.

   Explique la razón de las oscilaciones que observa.
5. Dibuje en un mismo gráfico la función y los puntos del item anterior, y el spline cúbico natural que interpola esos mismos puntos. Para hacerlo, vea como se utiliza el comando `csape` en MATLAB. El comando `fnplt` puede usarse para graficar un spline cúbico. Si sólo quiere evaluar el spline cúbico calculado con ayuda de `csape` en un punto $\bar{x}$ debe usar el comando `fnval`.

Ejercicio 2: El archivo `pieza.mat` (bájelo de la página web del curso o solicítelo al ayudante) contiene valores medidos en un sistema de coordenadas rectangulares del plano de la sección de una pieza mecánica. El contorno de esta pieza consta de tres curvas suaves que se cortan en distintos ángulos. Por ello, las coordenadas de estos puntos se almacenaron en tres grupos, $(x1, y1)$, $(x2, y2)$, $(x3, y3)$, uno para cada una de estas curvas.

1. Dibuje en un mismo gráfico los tres conjuntos de puntos. Verifique que las tres curvas determinan un contorno cerrado y que se cortan formando ángulos.
2. Justifique por qué no puede utilizarse un único spline cúbico para dibujar la sección de la pieza.
3. Dibuje la sección de la pieza mediante tres splines cúbicos, uno para cada curva suave.

Ejercicio 3: El archivo `espiral.mat` (bájelo de la página web del curso o solicítelo al ayudante) contiene valores medidos de las coordenadas de una espiral.

1. Grafique los puntos y la espiral correspondiente mediante el comando `plot` de MATLAB.
2. Interpole por separado los puntos (i, x_i) e (i, y_i) mediante splines cúbicos y grafique la curva parametrizada que se obtiene.