

ALGEBRA IV: INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS DISCRETAS (525412)

Tarea 3

(Fecha de entrega: 09 de noviembre de 2004 en clase.)

1. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Dé una demostración de aquellas verdaderas y un contraejemplo en caso contrario.
 - a) Un grafo G es conexo si y sólo para toda partición de $V(G)$ en dos subconjuntos V_1 y V_2 hay un arco uniendo un vértice de V_1 con uno de V_2 .
 - b) Todo grafo 2-conexo es también 2-arco-conexo.
 - c) Un grafo conexo G tiene un único ciclo si y sólo si $|E(G)| = |V(G)|$.
 - d) Todo grafo Euleriano con un número par de vértices tiene un número par de arcos.
 - e) Si T es un árbol, entonces T tiene a lo más $\Delta(T)$ (grado máximo de T) hojas.
2. Se define el grafo n -cubo Q_n , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ como sigue:

$$V(Q_n) = \{0, 1\}^n, \\ \{u, v\} \in E(Q_n) \iff \exists! i \in \{1, \dots, n\}, u_i \neq v_i.$$

- a) Para $n \geq 2$ dado, determine el grado mínimo, número de arcos, diámetro y girth del grafo Q_n .
- b) Determine $\lambda(Q_3)$ y $\kappa(Q_3)$.
- c) Determine para qué valores de $n \geq 2$, Q_n es un grafo Euleriano.
- d) Pruebe que $\forall n \geq 2$, Q_n tiene un ciclo Hamiltoniano (Ind: use inducción sobre n para construir el ciclo Hamiltoniano).
- e) Pruebe que $\forall n \geq 2$, Q_n es bipartito.