Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

<u>Complemento de Cálculo</u>
(521234)
Examen

19 – Diciembre – 1997

Problema 1: Sea $f(x) = x(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1.$

1.- Prolongando f como una función impar en el intervalo $[-1,1]$, calcule su desarrollo en serie de fourier y deduzca el valor de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^6}$.

2.- Extendiendo la definición de f a todo el intervalo $[-1,1]$ y considerandola como una función 2-periódica, calcule su desarrollo en serie de fourier y deduzca el valor de la serie para $x = 1$.

30 puntos

Problema 2: Calcular :

1.- El desarrollo en serie de Laurent de la función f dada por $f(z) = \dfrac{z}{(z-5)(z+4)}$ en torno al punto $z = 0$ y en la región $4 < |z| < 5$.

2.- La integral compleja $\displaystyle\int_C \mathrm{Re}(\sin z) \cos z dz$, lo largo de la curva $C : |\mathrm{Im}\ z| \leq 1 \ ; \ \mathrm{Re}\ z = \dfrac{\pi}{4}$. Es esta integral independiente de la curva C que une los puntos $\dfrac{\pi}{4} - i$ y $\dfrac{\pi}{4} + i$?

30 puntos

Problema 3: Dada la función $w = \dfrac{a}{2}\left(z + \dfrac{1}{z}\right)$, $a \in \mathbf{R}^+$, se pide :

1.- Determinar la región en la cual la función es conforme.

2.- Encontrar la imagen en el plano w del semi-plano superior, sin el círculo unitario (ver región achurada de la figura).

40 puntos

Duración del examen : 2 horas
HAW/MB/MSC/MC