UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

PAUTA SOLUCION

EVALUACION N° 3 Mat 520143 - 520129
CALCULO

1.- La tortuga y la liebre realizan su legendaria carrera, cada una sobre una línea recta. La tortuga que se desplaza a una razón constante de 10 pies por minuto, está a 4 pies de la meta cuando la liebre se despierta a 5001 pies de la meta, y sale corriendo tras la tortuga. Considere que en un instante dado la distancia de la tortuga a la meta es x y la distancia de la liebre a la meta esta dada por

$$y = 5001 - 2500\sqrt{4-x}$$

a) Con que rapidez corre la liebre cuando la tortuga está a 3 pies de la meta
b) ¿Quién gana en la carrera? y ¿ por cuantos pies?

a) considerando que : $\frac{dx}{dt} = 10\frac{pies}{\min}$; $x = 3pies$; 2 puntos

$$\frac{dy}{dt} = -2500\frac{-1}{2\sqrt{4-x}}\frac{dx}{dt} = -2500\left(-\frac{1}{2}\right)10 = 12500\frac{pies}{\min}$$ rapidez de la liebre 8puntos

b) $x = 0 \Rightarrow$ La tortuga llegó a la meta en ese instante la liebre se encuentra a

$y = 5001 - 2500\sqrt{4-0} = 5001 - 5000 = 1pies$ de la meta 9 puntos

c) la tortuga ganó la carrera por un pie 1 punto

2.- Una página debe contener 24 pulgadas cuadradas de texto escrito. Si los márgenes superiores e inferiores tienen 1,5 pulgadas de ancho y los márgenes laterales tienen 1 pulgada cada uno ¿Qué dimensiones de la página minimizan la cantidad de papel requerido? .

$a).-\quad A_{(xy)} = xy \quad ademas \quad (x-2)(y-3) = 24 \Rightarrow y = \frac{(18+3x)}{(x-2)}$ 5puntos

b).- $\frac{dA(x)}{dx} = \frac{d}{dx}\left(x\frac{(18+3x)}{(x-2)}\right) = \frac{3x^2-12x-36}{(x-2)^2}$ 5puntos

c).- $\frac{dA(x)}{dx} = 0 \Leftrightarrow (3x^2-12x-36) = 0 \Rightarrow x = 6 \wedge x = -2 \quad -2\,no\,es\,solucion\,geometrica$ 3puntos

d).- $\frac{d^2A(x)}{dx^2} = \frac{96}{(x-2)^3} \Rightarrow \frac{d^2A(6)}{dx^2} = \frac{96}{64} > 0$ 6 corresponde a un minimo 5puntos

e).- las dimensiones de la página son $x = 6 \wedge y = \frac{18+3*6}{6-2} = 9$ 2puntos

3.- Si C(x) es el costo de manufactura de una cantidad x de un producto dado ; p es el precio por unidad, entonces la utilidad obtenida al vender una cantidad x es $P(x)=px-C(x)$

si $C(x)=(x-2)^2+2$

i) Encuentre la utilidad máxima

ii) Calcule $\lim_{x\to 0}(sen(x))^{sen(x)}$ usando L'Hopital (fundamente su cálculo).

i) a) $P_{(X)}=p*x-(x-2)^2-2 \rightarrow \dfrac{dP_{(X)}}{dx}=p-2(x-2) \qquad \dfrac{dP_{(x)}}{dx}=0 \rightarrow x=\dfrac{p}{2}+2$ 3puntos

b) $\dfrac{d^2P_{\left(\frac{p}{2}+2\right)}}{dx^2}=-2<0 \quad \rightarrow \quad \left(\dfrac{p}{2}+2\right)$ *corresponde a un* max *imo* 2puntos

c) $P_{\left(\frac{p}{2}+2\right)}$ *corresponde a la* Utilidad máxima

$$P_{\left(\frac{p}{2}+2\right)}=p\left(\frac{p}{2}+2\right)-\left(\frac{p}{2}+2-2\right)^2-2=\frac{p^2}{2}+2p-\frac{p^2}{4}-2=\frac{p^2}{4}+2p-2$$ 5puntos

ii) a) $f_{(x)}=\left(sen(x)\right)^{sen(x)} \rightarrow Ln\left(f_{(x)}\right)=sen(x)Ln(sen(x)) \rightarrow \lim_{x\to 0}\left(Ln(f_x)\right)=\lim_{x\to 0}\dfrac{Ln(sen(x))}{\dfrac{1}{sen(x)}}$ 4puntos

b) $\lim_{x\to 0}\left(Ln(f_X)\right)=Ln\left(\lim_{x\to 0}(f_x)\right)\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{\cos(x)}{sen(x)}}{-\dfrac{\cos(x)}{sen^2(x)}}=\lim_{x\to 0}(-sen(x))=0$ 4puntos

c) $Ln(\lim_{x\to 0}(f_{(x)})=0 \Rightarrow \lim_{x\to 0}(f_{(x)})=1$ *luego* $\lim_{x\to 0}(sen(x))^{sen(x)}=1$ 2puntos

LN/ln Concepción Noviembre de 2004