UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ECUACIONES DIFERENCIALES II 525222
TAREA 2-A

Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$, m_1 y m_2 las raíces de la ecuación

$$am^2 + bm + c = 0 \tag{1}$$

P1 Si $a \neq 0$, considere el cambio de variable

$$u = y + m_1 x, \;\; v = y + m_2 x \tag{2}$$

para encontrar una ecuación equivalente a la Ecuación de Euler:

$$az_{xx} + bz_{xy} + cz_{yy} = 0 \tag{3}$$

P2 Muestre que si $b^2 - 4a \neq 0$, entonces la solución de (3) se escribe.

$$z(x, y) = f(y + m_1 x) \; + \; g(y + m_2 x).$$

donde f y g son funciones arbitrarias.

P3 Si m_1 es una raíz doble de (1) verifique por sustitución directa que:

$$z(x, y) = \; f(y + m_1 x) + (y + m_1 x) g(y + m_1 x).$$

P4 ¿Qué solución es posible escribir si $a = 0$?

P5 ***Ilustración***. Identificando como una Ecuación de Euler, resolver las siguientes EDP.

$$(a) \quad u_{xx} = a^2 u_{tt} \qquad\qquad (b) \quad av_{xx} + bv_{xy} = 0.$$

TAREA 2-B

I. Construir soluciones de EDP (5-a) y (5-b) observando que para u *regular*:

$$(a) \quad u_{xx} - a^2 u_{tt} = (\partial_x - a\partial_t)(\partial_x + a\partial_t) \qquad (b) \quad a u_{xx} + b u_{xy} = \partial_x(a u_x + b u_y)$$

II. Defina el cambio de variable

$$\xi = ax + bt, \; \eta = cx + dt$$

para resolver como en la Práctica 1 las EDP:

$$(i) \quad u_t + k u_x + \alpha u = 0 \qquad ii) \quad u_t + k u_x + u^2 = 0.$$

Indicación:

Elija las constantes a, b, c y d tal que el cambio de variable sea definido por una matriz unitaria.

III. Encuentre un cambio de función incógnita tal que la solución de las siguientes ecuaciones de ondas amortiguadas se deduzca de las no amortiguadas.

$$(i) \quad u_t + c u_x + \alpha u = 0 \qquad ii) \quad u_{tt} + c u_{xx} + \alpha u = 0$$