UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142
Solución Listado 1 (Lógica)

1. a) p: n es múltiplo de 2
   q: m es múltiplo de 10
   r: m-n es par

$$p \wedge q \rightarrow r$$

   b) p: Rayén y Millaray son consideradas hermanas
   q: Rayén y Millaray tienen el mismo padre
   r: Rayén y Millaray tienen la misma madre

$$p \rightarrow q \vee r$$

   c) p: la señal está débil
   q: la señal es constante

$$p \wedge q$$

   d) p: una funcion puede ser inyectiva
   q: hay dos puntos distintos que tienen la misma imagen

$$q -> \; p$$

2. Estas respuestas pueden variar según la redacción escogida.
   a) Estoy en práctica de álgebra y hoy no es viernes o bien no estoy en practica de álgebra y hoy es viernes.
   (b) Estoy en práctica de álgebra y no es martes.
   c) Existe un número que es divisible por dos y tres, y no por seis.
   d) Existe un estudiante de álgebra no estudia despues de algunas clases.
   e) En nuestra galaxia hay al menos dos soles o no hay ninguno.

3. Estas respuestas pueden variar según la redacción escogida.
   a) Si Juan va al cine todos los días, entonces a Juan le gusta el cine o no tiene televisor en su casa.
   b) El que Juan vaya al cine todos los das no implica que le guste.
   c) A Juan le gusta el cine, Juan tiene televisor en su casa, pero va al cine todos los días.

4. a) F
   b) V
   c) V

5. a) Tautología.
   b) Contingencia.
   c) Tautología.
   d) Tautología.
   e) Contradicción.

6. Se puede llegar a:
   a) $p \wedge \sim (q \leftrightarrow r)$
   b) q
   c) F

8. a) Hay varias maneras de expresar $p \veebar q$ con conectivos simples, he aquí dos de las más cortas:
   1) $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
   2) $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

9. $(p \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r)$

10. a) $p(x)$: x sabe leer
    $q(x)$: x entiende lo que lee
    $Ch = \{x : x \text{ es chileno } \}$

$$(\forall x \in Ch; p(x)) \wedge \sim (\forall x \in Ch; q(x))$$

    b) $p(n, m)$: m es mltiplo de n

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \exists m \in \mathbb{Z}, p(n, m) \wedge p(3, m)$$

    c) $p(n, m)$: n divide a m

$$\exists ! n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, p(n, m)$$

    d) $p(n)$: n es primo
    $q(m, n)$: $m \neq n$
    $r(m, n)$: n divide a m

$$p(n) \leftrightarrow \sim [\exists m \in \mathbb{N}; q(n, m) \wedge q(m, 1) \wedge r(m, n)$$

11. La escritura en castellano puede variar según la redacción escogida.
    a) $(\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{R}) : x \geq y$
    Para todo número natural, existe un real mayor que él.
    b) $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall n \in \mathbb{N} :\ n > x \vee x > n + 1$
    Existe un real x tal que para todo natural n se tiene que $n > x \vee x > n + 1$.
    c) $[(\forall n \in \mathbb{N})(\exists x \in \mathbb{R}) : x > n] \vee [(\exists n \in \mathbb{R})(\exists m \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) : n \neq m \wedge x \leq n \wedge x \leq m]$
    Todo natural n tiene un real x que es mayor que él o bien hay dos naturales distintos n y m que son mayores que todos los números reales.
    d) $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R} : \quad x^2 + y^2 \geq 0$
    Dados dos reales cualesquiera x e y se cumple que la suma de sus cuadrados es mayor que 0.

e) $\forall\, \epsilon > 0,\ \forall\, x \in \mathbb{R},\ \exists\, y \in \mathbb{R}:\ |x-y| \leq \epsilon$
Para todo ϵ positivo y para todo x real existe un real y tal que $|x-y| \leq epsilon$.

f) $\exists\, x \in \mathbb{R},\ [\forall\, y \in \mathbb{N}:\ xy > 0\ \vee\ |x-y| \neq 2x] \vee$
$[(\exists y \in \mathbb{N})(\exists z \in \mathbb{N}) : y \neq z \wedge xy \leq 0 \wedge xz \leq 0 \wedge |x-y| = |x-z| = 2x]$
Existe x real tal que:
todo natural y cumple que $xy \leq 0$ y $|x-y| = 2x$, o bien
hay dos naturales distintos y y z tales que $xy \leq 0$ y $xz \leq 0$ y $|x-y| = |x-z| = 2x]$

12. 10a) F
    10b) V
    10c) V
    10d) V
    11a) F
    11b) V
    11c) F
    11d) F
    11e) F
    11f) F

13. a) Forma $H \to T$:
Si un triángulo tiene dos ángulos iguales y un ángulo de $60°$ *entonces es equilátero.*
Contrarecíproca:
Si un triángulo no es equilátero entonces no tiene ningún ángulo de $60°$ *o bien no tiene dos ángulos iguales.*

b) Forma $H \to T$:
$x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 \neq -1$
Contrarecíproca:
$x^2 = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$.

RRS/RNG/JMS/AGS/LNB/JSA/BBM/LRS/ags
semestre otoño 2006