UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

OPTIMIZACIÓN III, FLUJO EN REDES (525551, 523534)

Evaluación 1

Tiempo: 2 Hrs. 30 Mins.

P1. a) Pruebe o desapruebe la siguiente afirmación. Dado $G = (V, E)$ una red, $c : E \to \mathbb{R}^+$ una función de capacidad en G, f^* un flujo de valor máximo y (S, T) un corte cualquiera de G, entonces $\forall\,(u, v) \in E,\ u \in S,\ v \in T,\ f^*(u, v) = c(u, v) \vee f^*(u, v) = 0.$ **(10 Ptos.)**

b) Sea $G = (V, E)$ un grafo dirigido sin bucles y con al menos un ciclo. Use alguno de los algoritmos vistos en clases para determinar el ciclo más pequeño en G, es decir, con el menor número de arcos. **(10 Ptos.)**

P2. Sea $G = (V, E)$ una red con s nodo fuente y t nodo sumidero de G. Se define la s-t conectividad de G como el máximo número de caminos de s a t en G disjuntos en arcos.

b) Muestre que el problema de determinar la s-t conectividad de un grafo puede ser modelado matemáticamente como un problema de flujo máximo de s a t.
(Ind: estudie primero el caso donde f^* es un flujo máximo tal que para todo ciclo C en G se tiene que $f^*(u, v) = 0,\ \forall(u, v) \in C$) **(12 Ptos.)**

c) Pruebe que la s-t conectividad de G es igual al mínimo número de arcos que se requiere eliminar de G para desconectar el nodo t del nodo s, es decir, para eliminar los caminos de s a t. **(8 Ptos.)**

P3. Sea $G = (V, E)$ un grafo dirigido con función de peso $w : E \to \mathbb{R}$ y $s \in V$. El problema del camino más largo (PCL) en G consiste en encontrar para todo $v \in V, v \neq s$, un camino del nodo s a v de peso máximo.

a) Construya un algoritmo para resolver PCL usando o modificando alguno de los algoritmos vistos en clases. ¿Qué hipótesis debe(n) hacerse sobre G para que el problema tenga siempre solución finita? **(10 Ptos.)**

b) Determine un camino más largo y un camino más corto del nodo 1 al nodo 7 del grafo de la figura 1, usando alguno de los algoritmos vistos en clases. **(10 Ptos.)**

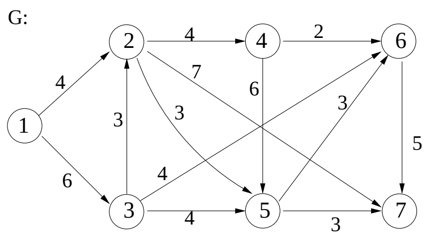

Figura 1:
