

Listado 5

CALCULO (521287)

MATEMATICA III (521296)

1.- En las siguientes situaciones, encuentre las primeras derivadas parciales de las funciones dadas con respecto a cada variable independiente.

a) $f(x, y) = (2x - y)^4$ b) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{xy}$ c) $f(x, y) = e^x \cos y$

d) $f(x, y) = (3x^2 + y^2)^{-1/3}$ e) $f(x, y) = y \cos(x^2 + y^2)$

f) $f(r, \theta) = 3r^3 \cos 2\theta$ g) $f(s, t) = e^{t^2 - s^2}$

2.- En los siguientes problemas encuentre las derivadas parciales de segundo orden que se indican:

a) $w = \ln\left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)$; w_{xx} , w_{xy} .

b) $w = (r^2 + s^2 + t^2) \cos rst$; w_{ss} , w_{rt} , w_{tt} .

c) $w = \sin xy e^{\frac{y}{z}}$; w_{zy} , w_{zz} , w_{xx}

d) $w = xyz \cos xy + e^{xz^2} \sin z^2$; todas las posibles derivadas.

3.- Se dice que una función es **armónica** si satisface la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

Verifique que las funciones definidas a continuación son armónicas:

a) $f(x, y) = x^3 y - xy^3$

b) $f(x, y) = \ln(4x^2 + 4y^2)$

4.- Si $f(x, y, z) = e^{xyz} + (x^3 + y^2 + z)^4$, encuentre $f_{xz}(x, y, z)$, $f_{zz}(-1, 2, 0)$, $f_{xy}(-1, 1, 1)$, $f_{yz}(x, y, z)$

5.- Si $f(x, y, z) = 3x^2 y - xyz + y^2 z^2$, encuentre $f_x(x, y, z)$, $f_{xy}(x, y, z)$, $f_y(0, 1, 1)$, $f_{yz}(x, y, z)$, $f_{xz}(-1, 2 - 3)$

6.- Encuentre el gradiente de f en el punto indicado.

- a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$; $(4, 3)$
- b) $f(x, y) = x \ln(x - y)$; $(5, 4)$
- c) $f(x, y, z) = xy^2 + x^2y + z^3e^{-x}$; $(-1, 3, 2)$
- d) $f(x, y, z) = xy^2e^z$; $(2, -1, 0)$

7.- En las siguientes situaciones encuentre la ecuación del plano tangente a la superficie dada, en el punto que se indica.

- a) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$; $(2, 3, \sqrt{3})$
- b) $x^2 + y^2 - z^2 = 4$; $(2, 1, 1)$
- c) $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}$; $(2, 2, 2)$
- d) $z = 2e^{3y} \cos 2x$; $(\pi/3, 0, -1)$
- e) $z = x^{1/2} + y^{1/2}$; $(1, 4, 3)$

8.- Encuentre el punto de la superficie $z = x^2 - 2xy - y^2 - 8x + 4y$, donde el plano tangente sea horizontal.

9.- Encuentre el punto de la superficie $z = 2x^2 + 3y^2$ donde el plano tangente es paralelo al plano $8x - 3y - z = 0$

10.- Encuentre los puntos de la superficie $z = 16^2 + 4y^2$ en los que el vector perpendicular al plano tangente a la superficie sea paralelo al segmento dirigido \overrightarrow{PQ} ; donde $P = (2, 1, -2)$ y $Q = (4, -1, 3)$.

11.- En los siguientes problemas use el diferencial total dz para aproximar el cambio en z cuando (x, y) se mueve de P a Q . También determine el cambio exacto correspondiente.

- a) $z = 2x^2y^3$, $P(1, 1)$ $Q(0.99, 1.02)$
- b) $z = x^2 - 5xy + y$, $P(2, 3)$ $Q(2.03, 2.98)$
- c) $z = \ln(x^2y)$, $P(-2, 4)$ $Q(-1.98, 3.96)$

12.- Al determinar la densidad específica de un objeto, se encontró que su peso en el aire era $A = 26$ libras y su peso en el agua de $W = 20$ libras, con un posible error en cada medida de 0.02 libras. Encuentre el máximo error aproximado posible en el cálculo de su densidad específica S , siendo

$$S = \frac{A}{A - W}$$

13.- Calcule aproximadamente, usando diferencial, el cambio en el área de un triángulo isóceles cuando los dos lados iguales aumentan de 100 a 101 y el ángulo entre ellos disminuye de 120 grados a 119 grados.

ADP/
7 de Octubre de 2005.