

Listado 6
Algebra Lineal (520131)

1.- En los siguientes casos verifique que los conjuntos V son espacios vectoriales:

- a) $V = \mathcal{P}_2(t)$, el conjunto de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales, con las operaciones de suma y producto por escalar conocidas.
- b) $V = \mathcal{M}_{2 \times 3}$, el conjunto de las matrices de orden 2×3 con valores en \mathbb{R} ; con las operaciones de suma producto por escalar conocidas.
- c) $V = \mathcal{C}(\mathbb{R})$, el conjunto de las funciones continuas sobre \mathbb{R} con valores reales, con las operaciones de suma y producto por escalar siguientes:
 - i) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
 - ii) $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$

2.- En cada uno de los casos explicar porqué el conjunto V dado no es un espacio vectorial real, con las operaciones de suma y producto por escalar indicadas.

- a) $V = \mathbb{R}^2$. Si (x, y) y $(z, w) \in V$, $\lambda \in \mathbb{R}$ entonces:
 - $(x, y) + (z, w) = (x + 1, y + w)$
 - $\lambda(x, y) = (\lambda x, \lambda y)$
- b) $V = \mathbb{R}^3$. Si (x_1, x_2, x_3) y $(y_1, y_2, y_3) \in V$, $\lambda \in \mathbb{R}$ entonces:
 - $(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$
 - $\lambda(x_1, x_2, x_3) = (0, \lambda x_2, \lambda x_3)$

3.- En cada uno de los siguientes casos verifique que el subconjunto H del espacio vectorial V que se indica es un subespacio vectorial:

- a) $V = \mathbb{R}^3$; $H = \{x \in \mathbb{R}^3 / x = (a, 0, b)\}$

- b) $V = \mathbb{R}^4$, $H = \{x \in \mathbb{R}^4 / x = (a, -a, b, -b)\}$
- c) $V = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$; H el conjunto de las matrices triangulares inferiores de orden 3.
- d) $V = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$; $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a = b + c + d \right\}$
- e) $V = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$; $H = \{at^3 + bt^2 + ct + d \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) / c = a + b, d = -a\}$
- f) El conjunto de soluciones del sistema homogéneo $Ax = \theta$, donde A es una matriz $m \times n$ y x de $n \times 1$

ADP/

18 de octubre de 2005.