

PRACTICO 6

Matemática I (529.103)

1. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
 - a) ¿Qué desigualdad se debe resolver para determinar la imagen recíproca de $f^{-1}([10, +\infty[)$?
 - b) Determinar $f^{-1}(\{0\})$ y $f^{-1}([1, 2])$.
2. Para las siguientes funciones, determinar $f^{-1}([1, +\infty[)$, $f^{-1}(]-\infty, 4])$ y $f^{-1}(]-3, 3])$.

(a) $f(x) = 3x + 5$	(b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$	(c) $f(x) = x + 3 $
(d) $f(x) = \sqrt{2}$	(e) $f(x) = x - 10x^2$	(f) $f(x) = \sqrt{x - 3}$
3. Determine $f \circ f$ y $f \circ f \circ f$, para f definida por:

(a) $f(x) = 6x - 2$	(b) $f(x) = (x - 2)^2 - 4x$
(c) $f(x) = 1/x^2$	(d) $f(x) = \frac{x + 4}{x}$
4. Exprese la función f como la composicion $h \circ g$ de dos funciones h y g .

(a) $f(x) = 4x^2 + 1$	(b) $f(x) = 5x^4 - 8x^2$
(c) $f(x) = (x - 3)^2 + 4\sqrt{x - 3}$	(d) $f(x) = 1 - 9x + 2 $
5. Si $f(x) = x^2 + 1$ y $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 1$, determine $g(x)$.
6. Determine el dominio y el recorrido de f^{-1} , sin hallar la inversa.

(a) $f(x) = \sqrt{x - 3}$	(b) $f(x) = 3 - \sqrt{2x}$
---------------------------	----------------------------
7. Para las siguientes funciones, trace las gráficas de f y f^{-1} .

(a) $f(x) = 2 - 4x$	(b) $f(x) = 2x + 2$
(c) $f(x) = x^3$	(d) $f(x) = \sqrt{x + 2} - 3$
8. Considere la función $g : A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} (x - 1)(x - 2) & \text{si } x > 3, \\ x - 4 & \text{si } x \leq 3. \end{cases}$$
 - a) Pruebe que g es inyectiva; determine el recorrido de g , y concluya si g es o no sobreyectiva.
 - b) Demuestre que g es creciente.

9. En los siguientes casos determine si la función es invertible, y si lo es defina su inversa.
- a) $f : A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto f(x) = \frac{x+3}{2x-4}.$
- b) $f : [2, 10] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-1}}.$
10. Evalúe la función $f(x) = x^2 + 3x - 1$ para los siguientes valores de x :
a) $x = 2$, b) $x = 4$, c) $x = 2 + 4$, d) $x = 2 \cdot 4$, e) $x = 2 + 2$.
11. Una empresa de telefonía celular cobra 500\$ por minuto. Si t simboliza el tiempo medido en segundos, grafique la función $p(t)$ que representa el precio de una llamada que ha durado t segundos. Haga el gráfico para valores de t entre 0 y 600.
12. La función que representa la cantidad de dinero que se obtiene al dejar x pesos en una cuenta de ahorro a un 5 % de interés anual durante un año es: $A(x) = 1,05x$. Si se deja un dinero durante 4 años, esta función se aplica sobre si misma cuatro veces, es decir se obtiene: $A \circ A \circ A \circ A$; calcúlela.
13. Desde 1975 ha habido un incremento aparentemente lineal en el porcentaje de alcohólicos. En 1975, el porcentaje era de 10 %. En 1985 se elevó a un 12 %.
- a) Determine la función lineal que describe el porcentaje de alcohólicos en función del tiempo, medido este último en años.
- b) Interprete el significado de la pendiente de la función.
- c) Si el modelo de crecimiento sigue mostrando la misma tendencia, pronostique el porcentaje de alcohólicos que habrá en 2010.
14. José terminó el curso de Matemática I con nota 4,3. Él considera que esta nota es muy baja, ya que su deseo habría sido obtener más de un 5. Entonces decide dar el examen optativo. ¿Qué nota debe obtener en el examen para lograr su deseo? Recuerde que el examen optativo vale un 40 % de la nota final.
15. En los siguientes problemas defina matemáticamente la función que se describe, considerando el tiempo medido en segundos, la distancia y la altura en metros (sistema internacional). Defina luego, las respectivas funciones con el tiempo medido en horas. Finalmente, describa las mismas funciones, pero considerando el tiempo medido con respecto a las 8am; para ello considere que el deportista comienza su trayecto a las 6am, y que el vaso es comenzado a llenar a las 10am del mismo día.
- a) Un deportista sube un cerro corriendo con $4km/h$ de velocidad, durante 10 minutos. Luego desciende de regreso con una velocidad de $15km/h$. Describa la distancia del deportista al punto de partida en función del tiempo.
- b) Un vaso cilíndrico con una base circular de $10cm$ de diámetro, y $50cm$ de altura, es llenado con un caudal de $10l$ por minuto. Describa la altura del líquido en función del tiempo.