

Certamen de Recuperación

Semestre primavera 2003

Ramo: 525412, Introducción a la matemática discreta.

Profesora: Anahí Gajardo

Fecha: 19 de diciembre Duración: 2 horas

Problema 1.

(20 puntos)

Dado un alfabeto A y tres palabras $u, v, w \in A^*$ se tiene que:

$$uw = vw \Leftrightarrow [(\exists p, q \in A^*)(\exists k \geq 0) u = pq \wedge w = (pq)^k p \wedge v = qp]$$

Indicación: use inducción en el largo de la palabra uw .

Problema 2.

(20 puntos)

Definición. Un grafo dirigido $G = (V, E)$ es un torneo si satisface que:

$$(\forall x, y \in V) \quad (x, y) \in E \vee (y, x) \in E$$

Sea $G = (V, E)$ un torneo.

2.1) (13 puntos) Demuestre que si $x, y \in V$ son tales que $d_+(x) \geq d_+(y)$ entonces existe un camino de largo menor o igual que 2 de x a y .

2.2) (7 puntos) Use la parte 2.10 para demostrar que existe $v \in V$ tal que para todo $x \in V$ existe un camino de largo menor o igual que 2 de v a x .

Problema 3.

(20 puntos)

La *valencia* de un elemento químico indica el número de enlaces que éste tiene en una molécula.

Una molécula puede ser modelada por un grafo no dirigido $G = (V, E)$ donde V es el conjunto de átomos y dos átomos son adyacentes en G si y sólo si hay un enlace covalente entre ellos.

En este problema estudiaremos la familia de moléculas llamadas “Alcanos”, cuya fórmula química está dada por $C_n H_{2n+2}$, con $n \in \mathbb{N}$.

Sabiendo que el Carbono (C) tiene valencia 4 y el Hidrógeno (H) tiene valencia 1; demuestre que el grafo que representa un alcano es siempre un árbol.