UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

LISTADO 1

MATEMATICA III (521296)

CALCULO (521287)

1.- En cada uno de los casos explicar porqué el conjunto V dado no es un espacio vectorial con el cuerpo K mencionado y las operaciones indicadas.

a) $V = I\!R^2$, $K = I\!R$. Si (x, y) y $(z, w) \in V$, $\lambda \in K$ entonces:

- $(x, y) + (z, w) = (x + z, y + 1)$
- $\lambda(x, y) = (\lambda x, \lambda y)$

b) $V = I\!R^3$, $K = I\!R$. Si (x_1, x_2, x_3) y $(y_1, y_2, y_3) \in V$, $\lambda \in K$ entonces:

- $(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$
- $\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, 0)$

2.- Verifique que los siguientes subconjuntos S de un espacio vectorial V son subespacios de V:

a) $V = I\!R^3$; $S = \{(x, y, z) \,/\, z = x + 2y\}$

b) $V = \mathcal{M}_{2x2}(I\!R)$, conjunto de matrices cuadradas de orden 2 por 2;
$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,/\, c + d = 2a \right\}$.

c) $V = \mathcal{C}(I\!R)$, el conjunto de las funciones continuas reales sobre $I\!R$;
$S = \{f \,\epsilon\, V \,/\, f \text{ es derivable}\}$.

d) $V = \mathcal{P}_4(t)$, conjunto de los polinomios de grado menor o igual que 4 con coeficientes reales;
$S = \{at^4 + bt^3 + (a + b)t^2 + (a - b)t + b - a \,/\, \text{ a y b reales } \}$.

e) $V = I\!R^4$; $S = \{(a, 0, b, 0) \,/\, a \text{ y } b \,\epsilon\, I\!R\}$.

3.- Verifique que:

a) En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$, $(-\frac{7}{4}, 2, 10)$ es una combinación lineal de $(\frac{1}{2}, 2, 4)$ y $(-1, \frac{1}{2}, 4)$.

b) En el espacio vectorial $\mathcal{P}_2$, el conjunto de polinomios de grado menor o igual que 2, $\frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{5}{2}$ es combinación lineal de $2 - t$, $t^2 + 2$ y $t^2 + 2t - 2$

4.- Caracterice el espacio generado por los vectores que se indican:

a) En $\mathbb{R}^3$; $(2, 1, 2)$ y $(-1, 2, -2)$

b) En $\mathcal{M}_{2x2}(\mathbb{R})$; $\begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3/4 \end{pmatrix}$

5.- Determine si los siguientes conjuntos son linealmente independientes.

a) $\{(1, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 1)\}$ en $\mathbb{R}^4$.

b) $\{\frac{3}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2},\ t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{1}{2},\ -\frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{2}\}$ en $\mathcal{P}_2(t)$.

c) $\{-t^2 + 7, t^2 + 1, t^2 - 1\}$ en $\mathcal{P}_2(t)$.

d) $B = \{(1, 1, 0), (2, 0, 3), (-1, 1, 0)\}$ en $\mathbb{R}^3$.

6.- En cada uno de los siguientes casos, determine si el conjunto B dado es una base del espacio V que se indica.

a) $B = \{(-1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$, $V = \mathbb{R}^3$.

b) $B = \{-3t, t^2 + 1, t^2 - 5\}$, $V = \mathcal{P}_2$.

c) $B = \left\{ \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -7 \end{pmatrix} \right\}$, $V = \mathcal{M}_{2x2}(\mathbb{R})$

d) $B = \{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0)\}$, $V = \mathbb{R}^4$

7.- Analice porque los siguientes subconjuntos del espacio vectorial dado, no constituyen un subespacio:

a) $V = \mathbb{R}^3$; $S = \{(x, y, z) \,/\, x \leq y \leq z\}$, con las operaciones de suma y producto por escalar conocidas para V.

b) $V = \mathcal{M}_{2x2}(\mathbb{R})$, conjunto de matrices cuadradas de orden 2 por 2; $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,/\, d = 1,\ b = c \right\}$,

c) $V = \mathcal{P}_3$; con las operaciones de suma y producto por escalar conocidas para V.
$S = \{at^3 + bt^2 + ct + d \ / \ a \geq 0 \text{ y } b \geq 0\}$.

8.- Para los siguientes subespacios, determine una base y dimensión:

a) $S = \{at^2 + bt + c / c = 2a + b\} \subset \mathcal{P}_2$

b) $S = \{(x, y, z)/z = \frac{1}{3}x\} \subset I\!R^3$

c) $S = \{(x, y, z, w)/z = 3w, \ y = \frac{2}{3}x\} \subset I\!R^4$

d) $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & b \\ 0 & a & c \\ 0 & d & a \end{pmatrix} /a, b, c \text{ y } d \ \epsilon \ I\!R \right\} \subset \mathcal{M}_{3x3}(I\!R)$; conjunto de las matrices cuadradas de orden 3 por 3.

ADP/
22 de Agosto de 2005.