UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142
Solución Listado 5 (Funciones II)

2. a) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$ y $Rec(f) = \mathbb{R} - \{0\}$.
   b) $Dom(f) = [-3, +\infty[$ y $Rec(f) = [0, +\infty[$.
   c) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1, -3\}$ y $Rec(f) = \mathbb{R} - \{1, \frac{1}{2}\}$.
   d) $Dom(f) = \mathbb{R}$ y $Rec(f) = [0, +\infty[$.
   e) $Dom(f) =]1, +\infty[$ y $Rec(f) = [-\infty, 0[$.

3. a) Llamando $\overline{f}$ a la función obtenida restringiendo su codominio se tiene:

$$\overline{f}^{-1} : \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} \to \mathbb{R} - \{2\}, \quad \overline{f}^{-1}(x) = \frac{4x+3}{2x-1}.$$

   b) Llamando $\overline{f}$ a la función obtenida restringiendo su codominio se tiene:

$$\overline{f}^{-1} : [\frac{\sqrt{13}}{3}, \sqrt{5}] \to [2, 10], \quad \overline{f}^{-1}(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}.$$

   c) No es invertible.

4. a) Es biyectiva salvo que $a = 0$, y en tal caso su inversa es: $l_{a^{-1}, -ba^{-1}}$. Es estrictamente creciente si $a > 0$ y estrictamente decreciente si $a < 0$. Es impar si y sólo si $b = 0$. Es par e impar si $a = b = 0$.

   b) Es inyectiva pero no sobreyectiva y si se restringe su codominio la inversa de su restricción es: $\overline{r}^{-1} : [0, +\infty[\to [0, +\infty[$, definida por $\overline{r}^{-1}(x) = x^2$. No se puede definir paridad pues su dominio no es simétrico. Es estrictamente creciente.

   c) No es ni inyectiva ni sobreyectiva. Es par. No es monotona.

   d) Es inyectiva pero no sobreyectiva. No es ni par ni impar. No es monótona. La inversa de su restricción es: $\overline{g}^{-1} :]-\infty, -1] \cup]0, 1[$ definida por:

$$\overline{g}^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} + 2 & \text{si} \quad x \in]0, 1[, \\ \\ x + 4 & \text{si} \quad x \leq -1. \end{cases}$$

5. Presentamos el dominio y la forma de cada función en la siguiente tabla.

	$f+g$	$f\cdot g$
a)	$1+x^2+\sqrt{x-1}$	$(1+x^2)\sqrt{x-1}$
Dom	$[1,+\infty[$	$[1,+\infty[$
b)	$\frac{x+2}{x}$	$\frac{x+1}{x^2}$
Dom	$\mathbb{R}-\{0\}$	$\mathbb{R}-\{0\}$
c)	$\begin{cases} \frac{5x}{2}-1 & x\leq 0 \\ \frac{2x^2-2x+1}{x} & 0<x\leq 1 \\ \frac{2x-1}{x^2-x} & x>1 \end{cases}$	$\begin{cases} (x+2)(x-1) & x\leq 0 \\ \frac{2x-2}{x} & 0<x\leq 1 \\ \frac{1}{x^2-x} & x>1 \end{cases}$
Dom	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
d)	$(a+c)x+b+d$	$acx^2+(ad+bc)x+b+d$
Dom	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

	f/g	$f\circ g$	$g\circ f$
a)	$\frac{1+x^2}{\sqrt{x-1}}$	x	$\lvert x\rvert$
Dom	$]1,+\infty[$	$[1,+\infty[$	$\mathbb{R}$
b)	$x+1$	$x+1$	$\frac{x}{1+x}$
Dom	$\mathbb{R}-\{0\}$	$\mathbb{R}-\{0\}$	$\mathbb{R}-\{-1,0\}$
c)	$\begin{cases} \frac{x+2}{4x-4} & x\leq 0 \\ \frac{1}{x(2x-2)} & 0<x<1 \\ \frac{x-1}{x} & x>1 \end{cases}$	$\begin{cases} x & x\leq 1 \\ x-1 & x>1 \end{cases}$	$\begin{cases} x & x\leq 0 \\ \frac{x}{1-x} & 1>x>0 \\ \frac{2}{x}-2 & x\geq 1 \end{cases}$
Dom	$\mathbb{R}-\{1\}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
d)	$\frac{ax+b}{cx+d}$	$acx+ad+b$	$acx+cb+d$
Dom	$\mathbb{R}-\{-\frac{d}{c}\}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

6. a) V; b) F; c) F; d) V; e) V; f) V; g) F; h) F.

7. a) $f=v\circ l_{1,1}\circ v$.
   b) Hay dos formas: $f=l_{1,1}\circ r\circ l_{3,0}=l_{\sqrt{3},1}\circ r$.
   c) $f=r\circ r$.

RRS/RNG/JMS/AGS/LNB/JSA/BBM/LRS/ags (pueden haber errores)
semestre otoño 2006.