

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**FISICAS Y MATEMATICAS**  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

MAT 521 234  
FPV/fpv

Complemento de Cálculo para Ingeniería  
**EXAMEN (1-1998)**

---

**I. PROBLEMA 1** [30 puntos]:

- (1.1) Elegir una extensión periódica de las funciones  $f$  y  $g$ . Escribir la e coeficientes de las Series de Fourier asociadas a dichas extensiones.

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & -2 < x < 0 \\ e^{-x} & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

- (1.2) Estudiar la convergencia de las Series de Fourier de las extensiones periódicas en el intervalo de definición de  $f$  y  $g$ , respectivamente;

**II. PROBLEMA 2** [30 puntos]:

Resolver el PVC:

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + \operatorname{sen} x & 0 < x < \pi, & t > 0 \\ u(0, t) &= 1 & t &\geq 0 \\ u_x(\pi, t) &= 2 & t &\geq 0 \\ u(x, 0) &= 1 + \operatorname{sen} 2x & 0 \leq x \leq \pi \end{aligned}$$

Indicación: Primero encontrar la solución estacionaria  $U(x)$ .

**III. PROBLEMA 3** [40 puntos]:

- (3.1) Evaluar:

$$(a) \int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx \quad (b) \oint_{|z|=1} \frac{\sin z dz}{z(z^2 + 3)},$$

- (3.2) Utilice el cambio de variables  $z = e^{i\theta}$  y el teorema del Residuo para

$$c = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(a + \cos \theta)^2}, \quad (a > 1)$$

**Indicación.:**