UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (MAT. 521.218)
PRACTICA $N°5$ (EDO de Orden Superior: Segunda Parte)

Problema 1. Determine si las siguientes funciones son l.i.
a) $\{e^{ax}sen(bx);\, e^{ax}\,cos(bx)\}$, $a, b \in \mathbb{R}$. b) $\{ln\ x,\, x\ ln\ x\}$ en $]0, +\infty[$.
c) $\{e^{\alpha x},\, xe^{\alpha x}\}$ en $\mathbb{R}$ $(\alpha \in \mathbb{R} - \{0\})$.

Problema 2. En las siguientes EDO encuentre una solución de tipo polinomio. Luego, usando Abel encuentre otra solución linealmente independiente con la primera.
a) $y" + x^3y' - 2(1 + x^2)y = 0$
b) $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$, (*) c) $x^2y'' + x^2y' - 2(1 + x)y = 0$

Problema 3. Encuentre una EDO de coeficientes constantes:

a) que tenga a $y_1(x) = e^{2x}$ entre sus soluciones ¿cuál es el mínimo orden de la EDO que cumple esos requisitos. (*)

b) de orden 4 que tenga entre sus soluciones a $y_1 = e^{-2x}$ e $y_2 = x^2e^{4x}$,

c) de orden 5 ue tenga entre sus soluciones a $y_1(x) = e^{-3x}$, $y_2(x) = x^2e^{4x}$. (*)

Problema 4. Muestre que si r es una raíz doble de $az^2 + bz + c = 0$, entonces e^{rx} y xe^{rx} son soluciones de $(aD^2 + aD + c)y = 0$. ¿Cómo es el espacio fundamental de $(aD^2 + aD + c)^my = 0$ (donde m es un natural mayor que 1)?.

Problema 5. Resolver
a) $y'' + y' - 6y = 0$,; b) $y'' + 4y' + 4y = 0$;
c) $y'' - 2y' + 2y = 0$,;
d) $(D^2 - \sqrt{2}D + 1)y = 0$. (*)

Problema 6. Encontrar la solución general de la EDO dada:
a) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$, b) $y^{(4)} + 4y^{(3)} + 8y^{(2)} + 8y' + 4y = 0$. (*)
c) $y^{(6)} - 3y^{(4)} + 3y^{(2)} - y = 0$.
d) $y^{(4)} - 16y = 0$, e) $y^{(4)} - y = 0$ f) $(D^6 + 5\,D^4 + 9\,D^2 + 4)\,y = 0$; (*)

Problema 7. Resolver
a) $2y'' + 8y' + 6y = 0$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ (*),

b) $(D^3 + 5\,D^2 + 17\,D + 13)\,y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 6$;(*)
c) $(D^3 + 6\,D^2 + 12\,D + 8)\,y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$, $y''(0) = 2$;

Problema 8. Usando aniquiladores resuelva:

a) $y'' - y = x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;
b) $y'' + 9y = x^3 + 6, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;
c) $y'' + y = \mathrm{sen}(x), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;
d) $y'' - y = x\,\mathrm{e}^x, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$;
e) $y'' + y' + y = \mathrm{sen}(x), \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$; (*)
f) $y'' - 2y' + y = (1 - 2x)\,x\,\mathrm{e}^x + x^3, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$;
g) $y''' - 3y'' + 3y' - y = x\,\mathrm{e}^x, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0$;
h) $y'' + 4y = x^2\mathrm{sen}(2x) + (1 - x)\cos(2x), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;(**)
i) $y'' + 2y' + 5y = 1 + x\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{sen}(2x), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;

Problema 9. Usando el método de variación de parámetros, resuelva los PVI :

a)$2y'' - 4y' + 2y = x^{-1}\,\mathrm{e}^x, \quad y(1) = 0,\ y'(1) = 0$; (**)
b) $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}x^{\frac{3}{2}}$, ; c) $y'' + 2y' + y = \frac{\mathrm{e}^{-x}}{1+x^2}, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;
d) $y'' - 3y' + 2y = \mathrm{e}^{3x}\cos(\mathrm{e}^x), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$;
f) $y'' + 2y' + y = \mathrm{e}^{-x}\ln(x)$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 2$.

Problema 10. Use variación de parámetros para encontrar la solución general.

a)$y''' + 3y'' + 3y' + y = x^{-3}e^{-x}$; (**)
b) $y''' - 6y'' + 12y - 8y = x^{\frac{7}{2}}e^{2x}$, ;
c) $y''' + 6y'' + 12y + 8y = x^{-1}e^{-2x}$ j) $y''' - y' = 3(2 - x), \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$ (**);

Problema 11 . Proponga una solución particular para la EDO dada:

a) $y''' - 3y'' + 3y' - y = x^2e^x - 3e^x$;
b) $y'''' - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = x^3e^x + x^2e^{-x}$.

(*) Problemas a resolver en clases de Práctica con el Prof. Ayudante.

JMS/CMG/jms.
24/09/2007.