UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Listado 7
Algebra Lineal (520131)

1.- Para las siguientes situaciones, determine la suma de los subespacios H_1 y H_2 del espacio vectorial V y analice si es suma directa:

a) $V = I\!R^3$
$H_1 = \{(x, y, z) \,:\, x = 0,\, y = z\}$
$H_2 = \{(x, y, z) \,:\, y = 0,\, x = z\}$

b) $V = \mathcal{P}_3$
$H_1 = \{at^3 + bt^2 + ct + d \,:\, d = 0\}$
$H_2 = \{at^3 + bt^2 + ct + d \,:\, a = 0,\, b = 0\}$

2.-

a) En $I\!R^2$, verifque que $(-1, 6)$ es combinación lineal de los vectores $(2, 4)$ y $(-1, 2)$.

b) En $I\!R^3$, verifque que $(1, -1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $(0, 0, 2)$, $(0, 1, 3)$ y $(-1, 0, 2)$

c) En el espacio vectorial $\mathcal{M}_2(I\!R)$, verifique que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

es combinación lineal de las matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

d) En $\mathcal{P}_2$, verifque que $t^2 + 4t - 3$ es combinación lineal de los vectores $t^2 - 2t + 5$, $2t^2 - 3t$ y $t + 3$

3.- En las siguientes situaciones, verifique que el subconjunto dado del espacio vectorial mencionado es linealmente independiente.

a) En $I\!R^4$, $\{(1,0,0,1),\ (0,0,1,1)$ y $(1,-1,0,0)\}$.

b) En $\mathcal{P}_3(I\!R)$, $\{2t^3, \frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t, t^3+t+1\}$.

c) En $I\!R^6$, $\{(1,0,2,3,1,-1),(-1,1,4,,2,3,0),(-1,0,1,1,2,1)\}$

4.- En las siguientes situaciones, verifique que el subconjunto dado del espacio vectorial mencionado es linealmente dependiente.

a) En $I\!R^3$, $\{(-2,1,0),(1,-4,0),(8,-7,0)\}$

b) En $\mathcal{M}_2(I\!R)$,

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right\}$$

5.- Verifique que $B=\{(1,1,0),(2,0,3),(-1,1,0)\}$ es una base de $I\!R^3$ y determine los escalares del vector $(2,2,3)$ con respecto de la base B.

6.- Verificar que los vectores $(0,0,0,1)$, $(0,1,0,1)$ y $(1,1,0,0)$ y $(1,0,1,0)$ de $I\!R^4$ forman una base para $I\!R^4$.

7.-. En $\mathcal{P}_3$, verifique que $\{2t^3, \frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t, t^3+t+1\}$ forma una base para dicho espacio vectorial. Escriba el vector $-t^3+2t^2-3t+4$ como una combinación lineal de los vectores de esta base.

8.- Encuentre una base y determine la dimensión de los siguientes subespacios:

a) $H=\{(x,y,z)\ \epsilon\ I\!R^3 : x-2y-3z=0\}$

b) $H=\{(x,y,z)\ \epsilon\ I\!R^3 : z=3x\}$

c) $H=\{(x,y,z,w)\ \epsilon\ I\!R^4 : x=w,\ y=2z\}$

d) $H=\{at^4+bt^3+ct^2+dt+e\ \epsilon\ \mathcal{P}_4(t) : b=a+c,\ d=-e\}$

e) $H=\left\{\begin{pmatrix} a & b & b \\ 0 & a & c \\ 0 & d & a \end{pmatrix}\ \epsilon\mathcal{M}_3(I\!R)\right\}$

ADP/
8 de Noviembre de 2005.