

CALCULO I 520129-520143  
PRÁCTICA 1

**Problema 1.** Demuestre las siguientes propiedades de los números reales:

1.1)  $-(x + y) = (-x) + (-y)$

1.2)  $(xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$

1.3)  $xy = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$

1.4) Para  $b \neq 0, y \neq 0$ :  $\frac{x}{y} + \frac{a}{b} = \frac{xb + ay}{by}$

1.5) La ecuación  $x + a = b$  tiene solución única.

1.6) La ecuación  $ax = b, a \neq 0$  tiene solución única.

**Problema 2.** Encuentre el conjunto solución para las siguientes desigualdades:

2.1)  $(x - a)(x - b)(x - c) > 0, a < b < c$

2.2)  $-2x(x^3 + x)(2 - x) > 0$

2.3)  $\frac{1}{x-2} < 3, x \neq 2$

2.4)  $-1 < \frac{1}{x+5} < 3$

2.5)  $\frac{1}{x^3} > \frac{1}{27}$

2.6)  $x^2 - 1 + \frac{1}{x^2 - 1} > 0$

**Problema 3.** Resuelva para  $x \in \mathbb{R}$  :

3.1)  $|x + 3| = 5 - 7x$

3.2)  $\left| \frac{2x-1}{x+2} \right| \geq 3$

3.3)  $|x+1| + |x-2| = 3$

3.4)  $-\frac{4}{|x-1| - |x+2|} < 0$

3.5)  $|1-x| - x \geq 0$

3.6)  $|x^2 - 3| > 1$

**Problema 4.** Resuelva los siguientes problemas en el plano X, Y:

4.1) Sean  $A(-4, -5), B(8, -3)$  y  $C(2, 7)$ . Encuentre la ecuación de las rectas que contienen a cada una de los lados del triángulo ABC. Encuentre los puntos medios  $A', B', C'$  de los lados del triángulo. Muestre que la recta que pasa por  $B'$  y  $C'$ , es paralela con la recta que contiene el segmento  $\overline{BC}$ . Calcule las tres alturas, la ecuación de las simetrales, el centro de la circunferencia circunscrita. Analice si el triángulo ABC es rectángulo, calcule su área.

4.2) Determine el valor de  $k$  tal que las rectas

$$L1: 2kx + y - 12 = 0 \quad L2: 4x + 5y - 2 = 0 \quad \text{sean perpendiculares.}$$

4.3) Demuestre, usando la fórmula de distancia, que los siguientes puntos son colineales:

$$D(-1, 6), E(2, 12) \text{ y } F(-4, 0).$$

4.4) Considere el cuadrilátero ABCD, cuyas coordenadas de los vértices son  $A(-4, -5), B(3, -2), C(4, 3)$  y  $D(-1, 2)$ .

Demuestre que sus diagonales son perpendiculares y que tiene dos pares de lados iguales.

**Problemas varios :**

5.1) Si  $L_1: y = -3$ ;  $L_2: x = -2$ ;  $L_3: 2y + 3x = 0$  al intersectarse forman un triángulo; clasifíquelo, determine sus vértices calcule su perímetro y su área

5.2) Encuentre el conjunto solución para los siguientes ejercicio

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 + 2x - 3 < 0; \quad -2x^2 + 3x - 14 > 0; \quad 8x + 3y \geq 30 \quad \wedge \quad 5x - 3y < 9; \\ x^2 > y \quad \wedge \quad 4x + 3y \leq 12 \end{aligned}$$

5.3) Calcular la distancia del punto de intersección de las rectas

$$L_1: 4x + 5y + 32 = 0$$

$$L_2: 3x - 5y - 11 = 0 \quad \text{a) al eje X} \quad \text{b) al eje Y}$$

5.4) Para que valores de  $x \in \mathbb{R}$  la expresión  $\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$  es un número real

5.5) Si  $x, y, z \in \mathbb{R}^+$  demuestre :

$$\text{a) } x^2 + y^2 \geq 2xy \quad \text{b) } |1 - |x+1|| + x^2 < \frac{6(x+1)}{|x+1|} \quad \text{c) } x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$$

d) El medio armónico entre  $x$  e  $y \leq$  El medio geométrico entre  $x$  e  $y$

$$\text{e) } xy(x+y) + yz(y+z) + xz(x+z) \geq 6xyz$$