UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142

Listado 1 (Lógica)

1. Dentro de las siguientes proposiciones, identifique y asigne una letra a las proposiciones simples que contienen, y luego reescriba cada proposición en forma algebraica, usando los conectivos lógicos.

   a) Si n es múltiplo de 2, y m es múltiplo de 10, entonces su diferencia no puede ser impar.

   b) Para que Rayén y Millaray sean consideradas hermanas es necesario que sean hijas del mismo padre o de la misma madre.

   c) La señal está débil pero es constante.

   d) Una función no puede ser inyectiva si hay dos puntos distintos que tienen la misma imagen. **(En práctica)**

2. Escriba la negación de las siguientes proposiciones.

   a) Estoy en práctica de álgebra si y sólo si hoy es viernes. **(En práctica)**

   b) Una condición necesaria para que esté en práctica de álgebra es que hoy sea día martes. **(En práctica)**

   c) Una condición suficiente para que un número entero sea divisible por seis es que sea divisible por dos y tres.

   d) Todos los estudiantes de Álgebra estudian clase a clase.

   e) En nuestra galaxia existe un único sol. **(En práctica)**

3. Considere las siguientes proposiciones:

   - p: Juan va al cine todos los días.
   - q: A Juan le gusta el cine.
   - r: Juan no tiene televisor en su casa.

   Escriba en castellano las siguientes expresiones:

   a) $p \rightarrow (r \vee q)$.

   b) $\sim (p \rightarrow q)$. **(En práctica)**

   c) $q \wedge \sim r \wedge p$.

4. Sabiendo que la proposición $p \rightarrow q$ es falsa, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

   a) $\sim q \rightarrow \sim p$

   b) $\sim (\sim p \vee q)$

c) $[p \wedge (p \to q)] \to q$

5. Use una tabla de verdad para determinar si las siguientes proposiciones corresponden a una tautología, contradicción o contingencia.

   a) $(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow [\ (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)\ ]$ **(En práctica)**

   b) $(p \to q) \longleftrightarrow (q \to p)$

   c) $(p \to q) \longleftrightarrow (\sim p \vee q)$ **(En práctica)**

   d) $[(\ p \to \sim q) \wedge (\sim r \vee q) \wedge r] \to \sim p$

   e) $(p \to \mathrm{F}) \leftrightarrow p$

6. Usando tautologías conocidas, reduzca al máximo las siguientes expresiones.

   a) $(p \wedge q \wedge \sim r) \vee (r \wedge p \wedge \sim q)$.
   b) $[(\sim p \vee \mathbf{V}) \vee (q \wedge \sim p)] \to [q \wedge (r \vee \sim r)]$
   c) $\sim [\sim (p \wedge q) \vee p]$

7. Probar las siguientes implicaciones lógicas que son algunas de las llamadas *reglas de inferencia.*

   a) $p \Longrightarrow (p \vee q)$ (Adición)

   b) $(p \wedge q) \Longrightarrow p$ (Simplificación) **(En práctica)**

   c) $[\ p \wedge (p \to q)\ ] \Longrightarrow q$ (Modus ponens)

   d) $[\ (p \to q) \wedge \sim q\ ] \Longrightarrow \sim p$ (Modus tollens)

   e) $[\ (p \vee q) \wedge \sim p\ ] \Longrightarrow q$ (Silogismo disyuntivo) **(En práctica)**

   f) $[\ (p \to q) \wedge (q \to r)\ ] \Longrightarrow (p \to r)$ (Transitividad)

8. a) Se define el conectivo $\veebar$ (disyunción excluyente) por la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

   Pruebe que $p \veebar q \Longleftrightarrow \sim (p \longleftrightarrow q)$. Luego exprese $p \veebar q$ usando sólo $\sim$, $\wedge$ ó $\vee$. **(En práctica)** *b*) Sea $*$ el conectivo definido por la siguiente equivalencia lógica

$$p * q \Longleftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q).$$

Demustre la tautología $p * (p * q) \Longleftrightarrow q$.

9. Encuentre la fórmula lógica Exp que corresponde a la siguiente tabla de verdad:

p	q	r	Exp
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	F

10. Defina las variables y funciones propocicionales necesarias para transcribir las siguientes afirmaciones al lenguaje matemático:

a) Todos los chilenos saben leer, pero no todos entienden lo que leen.

b) Todo número entero tiene un múltiplo que es también múltiplo de 3. **(En práctica)**

c) Hay un único número natural que divide a todos los demás.

d) Un número es primo si y sólo si no existe ningún número distinto de él y del 1, que lo divida.

11. Niegue cada una de las proposiciones que siguen y luego transcríbalas al castellano.

a) $(\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{R}) : x < y$

b) $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists n \in \mathbb{N} :\ n \leq x \leq n+1$ **(En práctica)**

c) $(\exists! n \in \mathbb{N})$ tal que $\forall x \in \mathbb{R} :\ x \leq n$

d) $\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R} : \quad x^2 + y^2 < 0.$

e) $\exists\ \epsilon > 0,\ \exists\ x \in \mathbb{R},\ \forall\ y \in \mathbb{R} :\ |x - y| > \epsilon$

f) $\forall\ x \in \mathbb{R},\ \exists!\ y \in \mathbb{N} :\ xy \leq 0\ \wedge\ |x - y| = 2x$ **(En práctica)**

12. Para cada una de las afirmaciones de los problemas 10 y 11, decida su valor de verdad. Justifique su respuesta. **(En práctica)**

13. Considere los teoremas:

a) Una condición suficiente para que un triángulo sea equilátero es que tenga dos ángulos iguales y un ángulo de 60 grados sexagesimales. **(En práctica)**

b) Una condición necesaria para que un número x sea real es que $x^2 \neq -1$.

Escriba los teoremas en la forma $H \rightarrow T$ y enuncie la contrarecíproca de cada uno de ellos.

RRS/RNG/JMS/AGS/LNB/JSA/BBM/LRS/ags