

**Listado 1**  
Algebra Lineal (520131)

1.- En los siguientes ejercicios realice los cálculos indicados:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 3 \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} & \text{b)} \quad & 5 \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & -2 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 2 & 6 & -1 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix} \\ \text{c)} \quad & \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & -2 \\ 7 & 5 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} & \text{d)} \quad & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 5 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\ \text{e)} \quad & \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ -7 & 3 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2.- Una matriz cuadrada se dice antisimétrica si  $A^t = -A$ ; es decir,  $a_{ij} = -a_{ji}$ .  
¿Cuáles de las siguientes matrices son antisimétricas?

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b)} \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{c)} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{d)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

3.- Verifique las siguientes propiedades:

- Si  $A$  es una matriz cuadrada, entonces  $A + A^t$  es simétrica y  $A - A^t$  es antisimétrica.
- Para cualquier matriz  $A$ , los productos  $AA^t$  y  $A^tA$  son matrices simétricas.
- Toda matriz cuadrada es suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica.

4.- Una matriz cuadrada  $T$  se dice ortogonal si  $T^{-1} = T^t$ . Verifique que si  $A$  y  $B$  son matrices ortogonales, entonces  $AB$  es una matriz ortogonal,

5.- Sean las siguientes matrices en  $\mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & 2 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 1 \\ -5 & -4 & 2 & 3 \\ 10 & 5 & -12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & 8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 5 \\ 13 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Realice las siguientes operaciones matriciales:

a)  $B^t C$    b)  $DE + F^t E$    c)  $C^t(2A - 3I)$    d)  $(A - \frac{1}{2}I)C$    e)  $D(I - \frac{2}{3}A)F$

6.- Para las siguientes matrices realice la operación elemental de filas que se indica. También, en cada caso, identifique la matriz elemental y su inversa.

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad -2R_1 + R_2 \longrightarrow R_2$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad \frac{2}{3}R_3 \longrightarrow R_3$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad -5R_1 + R_3 \longrightarrow R_3$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & -4 & 3 \\ 7 & -1 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad R_2 \longleftrightarrow R_5$

7.- Para los siguientes casos encuentre la inversa de la matriz elemental dada

a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$    b)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$    c)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$    e)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**8.-** Para cada uno de los siguientes casos encuentre la matriz inversa, utilizando eliminación gaussiana. De acuerdo con las operaciones realizadas, escriba la matriz dada como el producto de matrices elementales.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} & \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} & \text{c)} \begin{pmatrix} 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \\ \\ \text{d)} \begin{pmatrix} -2 & -9 & -8 & 5 \\ -3 & -12 & 10 & 6 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

ADP/  
29 de Marzo de 2004.