UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA Y ALGEBRA LINEAL 520142
PRACTICA 2. CONJUNTOS

Problema 1. Demuestre que:

(a)	$(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$	(b)	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(c)	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	(d)	$A - B = A \cap B^c$
(e)	$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$	(f)	$(A - C) - (B - C) = (A - B) - C$
(g)	$A \subseteq B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$	(h)	$B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \Leftrightarrow A = \emptyset$
(i)	$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$	**(j)**	$(A - B) \cup (A \cap B) = A$

En práctica: (e), (g) y (j)

Problema 2. Sean A y B dos subconjuntos del conjunto universo U. Coloque el signo de inclusión, igualdad o ninguno de ellos según corresponda entre los conjuntos:

(a)	$\mathcal{P}(A \cup B)$ y $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$	(b)	$\mathcal{P}(A \cap B)$ y $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
(c)	$\mathcal{P}(U - A)$ y $\mathcal{P}(U) - \mathcal{P}(A)$		

En práctica: (a)

Problema 3. Considere los siguientes conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x + 1 \geq 2\}$ y $C = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 2\}$, calcule:

(a)	$A \cap \mathbb{N}$ y $A^c \cap B$	(b)	$A \cap B$ y $B \cap C$
(c)	$\lvert A \rvert$ y $\lvert A \cap C \rvert$	(d)	$A \times B$
(e)	$\mathcal{P}(A)$		

(En práctica: todo el ejercicio)

Problema 4. Hallar todas las particiones posibles del conjunto $A = \{a, b, c, d\}$.

Problema 5. Demuestre que:

(a)	$A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$	(b)	$A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$
(c)	$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$	(d)	$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

Problema 6. Se dispone de la siguiente información sobre los vehículos estacionados en un parking del centro de Concepción:

(i) Hay 100 automóviles Renault

(ii) Hay 85 autos de color verde metálico

(iii) Hay 36 autos Renault que son de color gris perla.

Con estas informaciones, suponiendo que todos los autos del parking han sido descritos por (i), (ii) o (iii), ¿se puede determinar el número total de automóviles en el parking? Si su respuesta es negativa, ¿qué información adicional necesita Ud. para conocer dicho número?.

Problema 7. En una encuesta a 200 estudiantes se encontró que

(i) 68 prefieren matemáticas

(ii) 138 son inteligentes

(iii) 160 son estudiosos

(iv) 120 son estudiosos e inteligentes

(v) 20 prefieren matemáticas pero no son inteligentes

(vi) 13 prefieren matemáticas y son inteligentes pero no estudiosos

(vii) 15 prefieren matemáticas y son estudiosos pero no inteligentes

Determine

(a) Cuántos prefieren matemáticas, son estudiosos y son inteligentes.

(b) Cuántos son estudiosos e inteligentes pero no prefieren matemáticas.

(c) Cuántos no prefieren matemáticas, no son inteligentes ni estudiosos.

(En práctica: todo el ejercicio)

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Problema 8. Un conjunto $M \subseteq \mathcal{P}(E)$ se denomina un *álgebra* de las partes de E si verifica las siguientes propiedades:

(i) $E \in M$

(ii) $\forall A, B \in M : A \cup B \in M$

(iii) $\forall A \in M : A^c \in M$

Se pide:

(a) Demostrar que $\emptyset \in M$

(b) Demostrar que si $A,\ B \in M$, entonces $A \cap B \in M$.

(c) Sea $E = \{1, 2, 3, 4\}$ y sea $M = \{\emptyset, E, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{3, 4\}\}$. ¿ Es M un álgebra? Si no lo es, agregue el menor número de conjuntos para que lo sea.

Problema 9. Sea $n \in \mathbb{N}$, considere el conjunto $A_n = \{x \in \mathbb{R} \,:\, 1-\frac{1}{n} \leq x \leq 1+\frac{1}{n}\}$. Calcule $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10}$. ¿Tiene Ud. una idea *intuitiva* de cuál sería el conjunto intersección si consideramos un número infinito de conjuntos A_i?.

28.03.2002
RAD/rad