

Listado 4
Algebra Lineal (520131)

1.- En los siguientes ejercicios encuentre la magnitud y dirección del vector dado, en el plano:

- a) $v = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ b) $v = \sqrt{3}\mathbf{i} + \mathbf{j}$ c) $v = 2\sqrt{3}\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ d) $v = 11\mathbf{i} + 11\mathbf{j}$
e) $v = 4\mathbf{i} - \mathbf{j}$ f) $v = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

2.- Encuentre un vector v en el plano con las siguientes magnitudes y direcciones:

- a) $\|v\| = 6, \theta = \pi/3$ b) $\|v\| = 10, \theta = \frac{5\pi}{4}$ c) $\|v\| = 5, \theta = \frac{9\pi}{5}$

3.- Considere los vectores en el plano $u = i + 2j$, $v = 3i - 2j$ y $w = -3i - 3j$. Encuentre y grafique los vectores $3u + 2v$, $u + v + w$, $5u - 2w$, $2u - 3v + 2w$, $5u - 4w$

4.- Si $v = 4\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$, encuentre $\sin \theta$ y $\cos \theta$, donde θ es la dirección de v .

5.- Encuentre un vector unitario con la dirección opuesta a $v = 5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$.

6.- Encuentre la distancia entre los puntos P y Q donde

- a) $P = (1, -1, 3)$ y $Q = (-1, 3, -3)$
b) $P = (1, 5, 7)$ y $Q = (1, 2, 3)$
c) $P = (1, 6, 3)$ y $Q = (3, -1, 5)$

7.- En los siguientes ejercicios encuentre la magnitud y los cosenos directores de los vectores en el espacio:

- a) $v = -3\mathbf{i}$ b) $v = 4\mathbf{i} - \mathbf{j}$ c) $v = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ d) $v = -4\mathbf{i} + \mathbf{j} + 6\mathbf{k}$
e) $v = -3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ f) $v = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$

8.- Encuentre un vector unitario que tenga dirección opuesta a cada uno de ellos:

- a) $u = 3i - j + 2k$ b) $v = -4i + 3k$ c) $w = -i + j + 3k$ d) $z = -\frac{1}{2}i + 3j - 2k$

- 9.-** Encuentre un vector unitario, en \mathbb{R}^3 , en la dirección \overrightarrow{PQ} , donde $P = (3, -1, 2)$ y $Q = (-4, 1, 7)$
- 10.-** Encuentre un vector unitario, en el espacio, cuya dirección sea opuesta a la de \overrightarrow{PQ} , donde $P = (1, -3, 0)$ y $Q = (-7, 1, -4)$
- 11.-** Dados los vectores del espacio $u = (2, 1, -2)$, $v = (1, -5, 3)$ y $w = (-2, 1, 3)$, encontrar $u \cdot v$, $u \cdot w$, $v \cdot w$
- 12.-** Verifique que los siguientes pares de vectores son perpendiculares:
- a) $2i + 3j - 2k$ y $4i + 2j + 7k$ b) $-2i + 5j - k$ y $-3i - 2j - 4k$
- c) $-i + 3j + \frac{1}{2}k$ y $7i + 2j + 2k$
- 13.-** Considérense los puntos del espacio $P = (2, -2, t)$ y $Q = (2t, 3, 4)$. Encontrar el valor de t para que el segmento dirigido \overrightarrow{PQ} sea perpendicular al vector $u = 4i - 3j + 2k$
- 14.-** Encontrar $\text{proy}_v u$, $\text{proy}_w v$ y $\text{proy}_z v$ donde u , v , w y z son los vectores del problema 8.
- 15.-** Dados los vectores $u = 2i + 3j - 4k$, $v = 4i + j - 3k$ y $w = 2i - j + 2k$, calcule:
- a) $u \times v$ b) $v \times u$ c) $\|u + u \times v - w\|$ d) $(2u \times 3v + 5w) \cdot w$
- e) Encuentre un vector ortogonal a u y v y un vector ortogonal a v y w .
- f) Utilizando el producto cruz obtenga el *seno* de los ángulos entre los vectores u y v ; v y w .
- 16.-**
- a) Encuentre el área del paralelogramo con vértices adyacentes en los siguientes puntos: $(-2, 1, 0)$, $(1, 4, 2)$, $(-3, 1, 5)$.
- b) Calcule el área del paralelogramo que tiene como lados adyacentes a los vectores: $u = 3i + j - 2k$ y $v = i - 2j + 4k$.
- c) Calcule el área del triángulo con vértices en los puntos: $(2, -1, 1)$, $(2, 2, 3)$, $(-1, -2, 4)$.
- d) Hallar el área del triángulo cuyos dos lados adyacentes son los vectores $u = -i + 2j + 2k$ y $v = 4i + 3j + k$

- e) Calcule el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{PR} y \overrightarrow{PS} ; donde $P = (2, 1, -1)$, $Q = (-3, 1, 4)$, $R = (-1, 0, 2)$ y $S = (-3, -1, 5)$

ADP/
27 de Septiembre de 2005