

Listado 5. ALGEBRA I (520135)

1. Una compañía estima que el número de unidades que vende cada año es una función de los gastos destinados a la publicidad por radio y televisión. La función específica es

$$z = f(x, y) = 50000x + 40000y - 10x^2 - 20y^2 - 10xy$$

donde z es el número de unidades vendidas al año, x indica los gastos de publicidad por televisión e y denota los gastos de publicidad por radio (ambas cantidades en miles de dólares)

- a) Determine las ventas anuales esperadas si se destinan **\$40000** a la publicidad por televisión y **\$20000** a la publicidad por radio. b) Cuáles son las ventas esperadas si se gastan **\$50000** y **\$100000** en uno y otro medio publicitario, respectivamente?
2. Un fabricante determina que el número total de unidades de producción, q , es función del número de empleados, m , en donde

$$q = f(m) = (40m^2 - m)/4.$$

Los ingresos totales, r , que reciben por la venta de q unidades están dados por la función g , en donde $r = g(q) = 40q$.

- a) Determine $(g \circ f)(m)$ b) Qué es lo que describe esta función compuesta ?
3. Un fabricante calcula que el costo de producción de las primeras n unidades es

$$C(n) = n^2 - 2n + 5 \text{ pesos.}$$

- a) Cuál es el costo de fabricación de las primeras **10** unidades? b) Cuál es el costo de fabricación de la décima unidad?
4. Un fabricante produce calculadoras a un costo de **10** cada una y determina que si las vende a x pesos cada una podrá vender aproximadamente **120** - x calculadoras al mes. La utilidad del fabricante es una función del precio al cual vende las calculadoras.
- a) Defina la función que permite calcular la utilidad e indique su dominio. b) Calcule la utilidad si las calculadoras de venden a **35** cada una.

INDICACION: Ingreso = n° de calculadoras vendidas x precio de c/u

Costo = n° de calculadoras vendidas x costo de c/u

Utilidad = ingreso - costo

5. Una isapre paga semanalmente a un vendedor de acuerdo a la cantidad de afiliados captados y según la siguiente función

$$f(x) = 3000x + 12000$$

donde x es el número de afiliados captados.

- | | |
|--|--|
| a) Cuánto gana al mes si no capta ningún afiliado durante ese mes? | c) Cuántos afiliados tendrá que captar para ganar en una semana \$45000 |
| b) Cuánto gana en una semana que captó cuatro afiliados? | |

6. Determinar el dominio y recorrido de las siguientes funciones

- a) $f(x) = \ln(x + 2)$
- b) $f(x) = \log_2(x - 7)$
- c) $f(x) = \ln(x^2 - 4)$
- d) $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$
- e) $f(x) = \log_{10}(x^2 - 5x + 4)$

7. Resolver las siguientes ecuaciones

- a) $3^{2x} 5^{6x-7} = 9^{x-2} 7^{1-x}$
- b) $3^x = 4^{2x-1}$
- c) $(0,4)^{\log(x-4)} = (6,25)^{2-\log(7x)}$
- d) $e^{x^2+4x-2} \leq 1$
- e) $\ln(9^{x-1} + 7) = 2 + \ln(3^{x-1} + 1)$
- f) $10^x - 10^{-x} = 2$
- g) $e^x - e^{-x} = -2$
- h) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = 3$
- i) $\log(7x - 9)^2 + \log(3x - 4)^2 = 2$
- j) $3^{5-x} 5^{2x-4} = 15^{11-3x}$

8. Transformar las siguientes expresiones en un único logaritmo

- a) $\log(x) - \log(y) - \log(z)$
- b) $3 \log(b) + 4 \log(c)$
- c) $2 \log(3) + 4 \log(2) - 3$
- d) $\log(x + y) - \log(x) - \log(y) + \log(x + y)$

9. El estroncio 90 tiene una vida media de **28** años, es decir en **28** años la mitad de cualquier cantidad de estroncio 90 cambiará a otra sustancia por desintegración radioactiva. Se coloca una base que contiene **100**grs. de estroncio 90 en un reactor nuclear. Escriba la ecuación que da la cantidad de estroncio 90 presente después de t años.
10. Si una bacteria se duplica cada **20** minutos, escribir una fórmula que nos dé el número N de bacterias que hay en un cultivo después de n horas, suponiendo que N_0 es el número de bacterias que hay inicialmente en el cultivo.
11. Cierta clase de algas, puede duplicar su población cada **2** días. Suponiendo que la población de algas crece exponencialmente, comenzando con una población de **10⁶**, determinar la población que habría después de una semana.
12. Sea $f(x)$ la cantidad de C^{14} presente en un organismo x años después de muerto. Determinar la constante k en la ecuación $f(x) = f(0)e^{kx}$ y el porcentaje de C^{14} que debería quedar **1000** años después del deceso del organismo. La vida media del C^{14} es **5730** años.
13. Suponga que sólo **1/10** de la cantidad original de C^{14} queda hoy en un hueso humano descubierto en Kenia. Cuántos años hace que ocurrió la muerte?
14. Buscar la inversa de las siguientes funciones
 - a) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{-x}$
 - b) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$
 - c) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x - 3)^3 + 2$
 - d) $h : Dom(h) \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \sqrt{2 - x}$
 - e) $g : Dom(g) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(t) = (3t - 4)^{\frac{1}{3}}$
 - f) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - 7$
 - g) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(s) = \ln(s^2 - 9)$
 - h) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(x^2 - 4)$
 - i) $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (\log(2x + 3))^{1/2}$
 - j) $c : Dom(c) \rightarrow \mathbb{R}, \quad c(t) = ((x - 1)(x - 2))^{1/2}$