

OPTIMIZACIÓN III, FLUJO EN REDES (525551, 523534)

Evaluación 2

Tiempo: 2 Hrs.

- P1.** a) Sea  $f^*$  la solución óptima al PFCM con instancia  $(G, s, t, w(i, j), c(i, j), f_0)$ . Suponga ahora que la capacidad de un arco dado  $(i_0, j_0)$  se aumenta en una unidad y sea  $f'$  el óptimo al PFCM con esta nueva capacidad. Explique qué relación existe entre  $f^*$  y  $f'$ . ¿Cómo se puede calcular  $f'$  a partir de  $f^*$ . (10 Ptos.)
- b) Pruebe que PFM puede ser reducido a PCCM donde los costos asociados a los arcos pueden ser también negativos. (10 Ptos.)
- P2.** Sea  $(G, S, T, w(i, j), a_i, b_j)$  una instancia de PH. Se define el problema de transporte generalizado (PHG) con instancia  $(G, S, T, w(i, j), a_i, b_j)$  como PH donde las restricciones del tipo:  
 $\sum_{j=1}^n f(i, j) = a_i$  y  $\sum_{i=1}^m f(i, j) = b_j$  son cambiadas por  $\sum_{j=1}^n f(i, j) \leq a_i$  y  $\sum_{i=1}^m f(i, j) \geq b_j$  respectivamente.
- a) Pruebe que el PHG se reduce a PFCM suponiendo que  $\sum_{i=1}^n a_i \geq \sum_{j=1}^m b_j$ . (12 Ptos.)
- b) Use resultados de unimodularidad para probar que PHG tiene solución entera si todos los valores de entradas son enteros. (8 Ptos.)
- P3** En un curso de ingeniería matemática se desea asignar a cada uno de los  $n$  estudiantes uno de los  $m$  proyectos de investigación existentes. Cada alumno debe ser supervisado por un profesor. Hay en total  $t$  profesores para supervisar todos los proyectos del curso. Para cada proyecto  $i$  hay un subconjunto  $A_i$  de profesores competentes en el tema que son capaces de supervisar el proyecto. Además, cada proyecto  $i$  puede ser elegido a lo más por  $u_i$  estudiantes y cada profesor  $j$  puedes supervisar a lo más a  $v_j$  estudiantes. Cada alumno  $k$  ha rankeado el proyecto  $i$  con un valor  $r_{ik} \in \{1, \dots, m\}$  según sus preferencias donde el menor valor indica primera preferencia y el mayor valor el de menor preferencia. El problema es entonces cómo asignar a cada estudiante un proyecto satisfaciendo las restricciones y de manera de maximizar el bienestar de todos los alumnos de acuerdo a sus preferencias. Modele este problema como un PFCM (20 Ptos.)