

08-B5

高级搜索树

B-树：插入

说再见，在这梦幻国度，最后的一瞥
清醒让我，分裂再分裂

邓俊辉

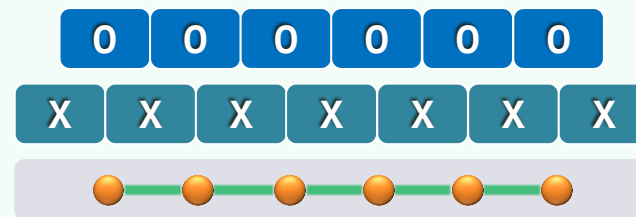
deng@tsinghua.edu.cn

算法

```
template <typename T> bool BTree<T>::insert( const T & e ) {
```

```
    BTNodePosi<T> v = search( e );
```

```
    if ( v ) return false; //确认e不存在
```



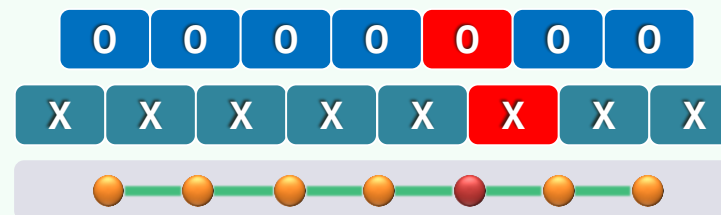
```
    Rank r = _hot->key.search( e ); //在节点_hot中确定插入位置
```

```
    _hot->key.insert( r+1, e ); //将新关键码插至对应的位置
```

```
    _hot->child.insert( r+2, NULL ); _size++; //创建一个空子树指针
```

```
    solveOverflow( _hot ); //若上溢, 则分裂
```

```
    return true; //插入成功
```



```
}
```

分裂

❖ 设上溢节点中的关键码依次为：

$$\{ k_0, k_1, \dots, k_{m-1} \}$$

❖ 取中位数 $s = \lfloor m/2 \rfloor$ ，以关键码 k_s 为界划分为

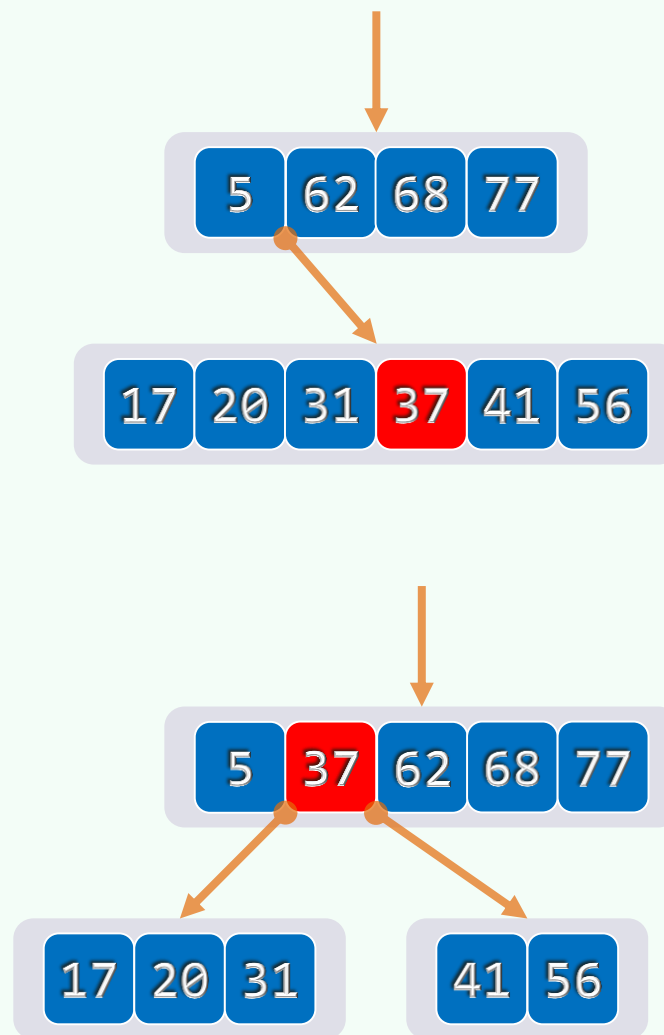
$$\{ k_0, \dots, k_{s-1} \} \quad \{ k_s \} \quad \{ k_{s+1}, \dots, k_{m-1} \}$$

❖ 关键码 k_s 上升一层，并分裂 (split)

以所得的两个节点作为左、右孩子

❖ 不难验证，如此分裂后

左、右孩子所含**关键码数目**，依然符合m阶B-树的条件



再分裂

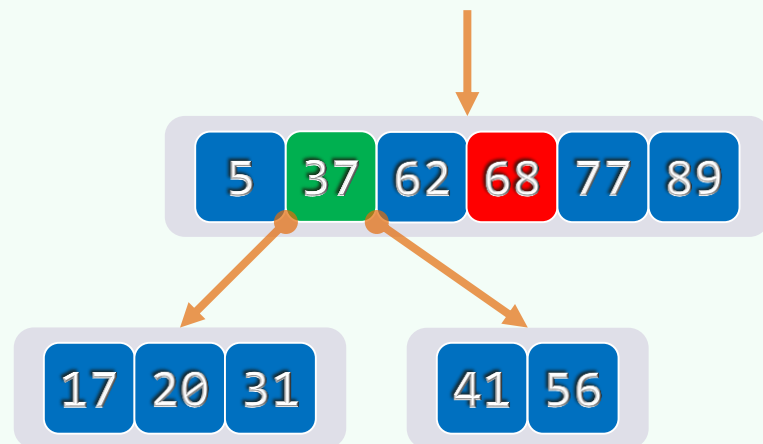
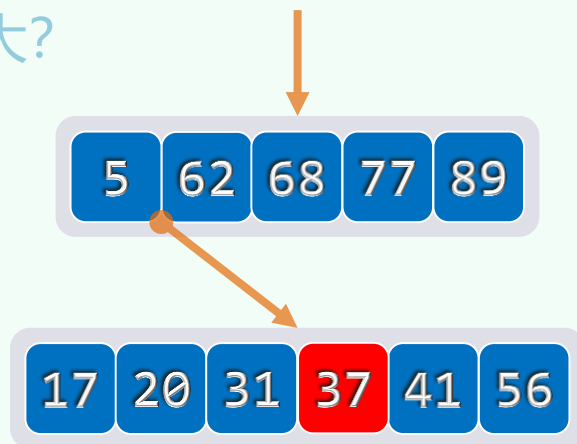
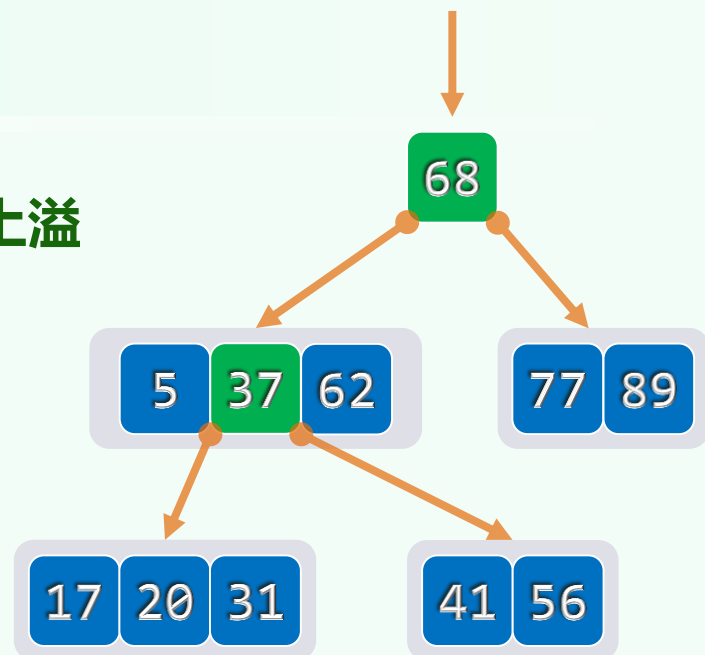
❖ 若上溢节点的父亲**本已饱和**，则在接纳被提升的关键码之后，也将上溢
此时，大可套用前法，继续分裂

❖ 上溢可能持续发生，并逐层**向上传播**
纵然最坏情况，亦不过到根 //若果真抵达树根...

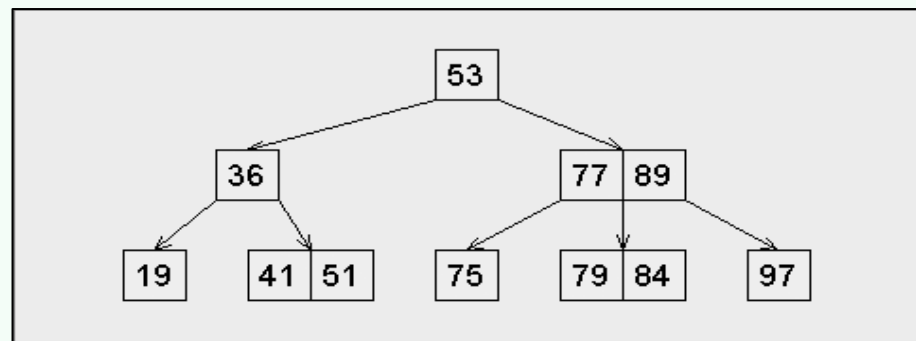
❖ 可令被提升的关键码自成节点，作为新的树根
这是B-树增高的**唯一可能** //概率多大?

❖ 注意：新生的树根仅有**两个分支**

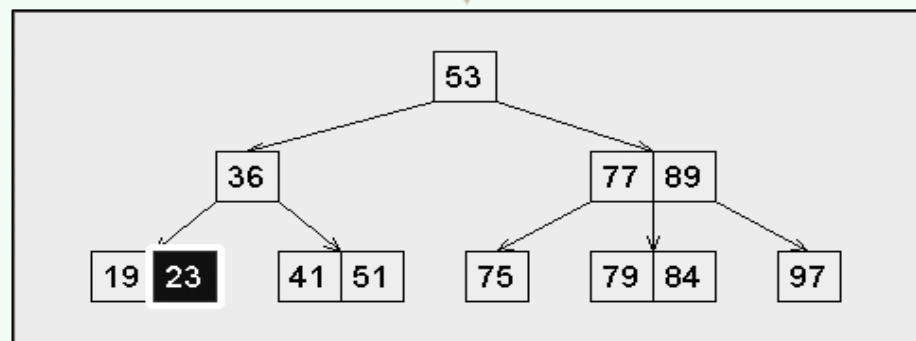
❖ 总体执行时间正比于
分裂次数， $O(h)$



实例：(2,3)-树

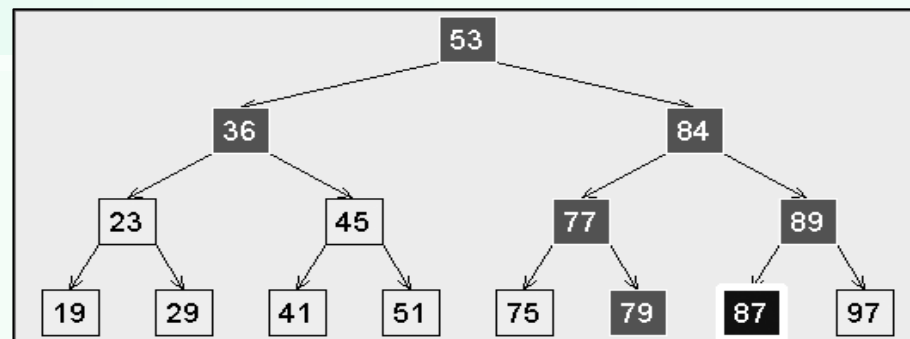


insert(23) //无需分裂

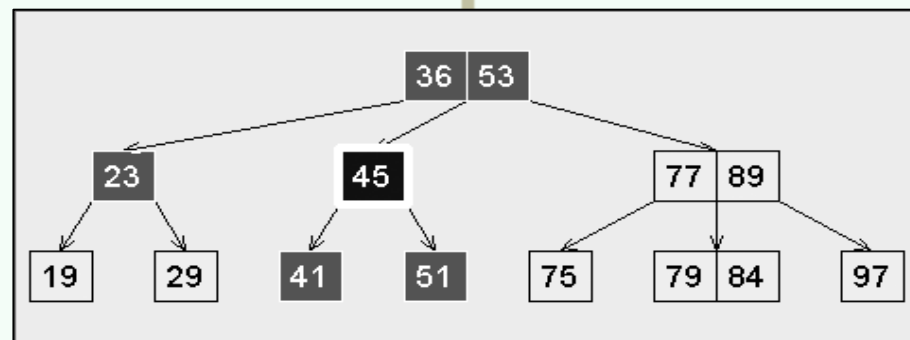


insert(29) //分裂一次

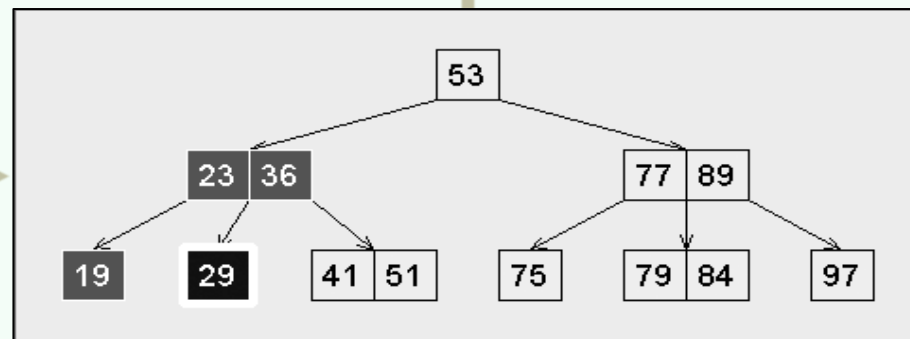
❖ 53 97 36 89 41 75 19 84 77 79 51



insert(87) //分裂到根

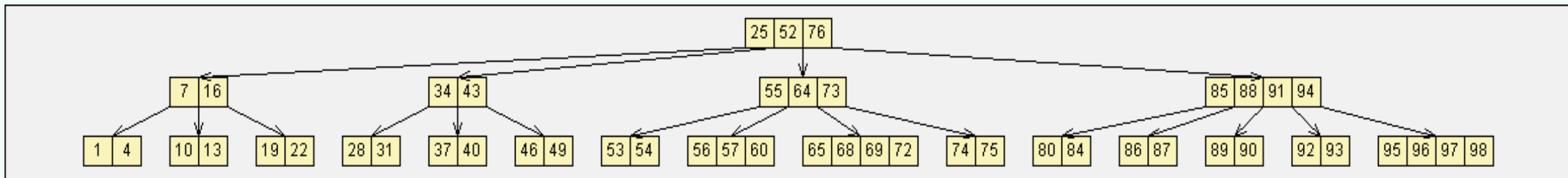


insert(45) //分裂两次

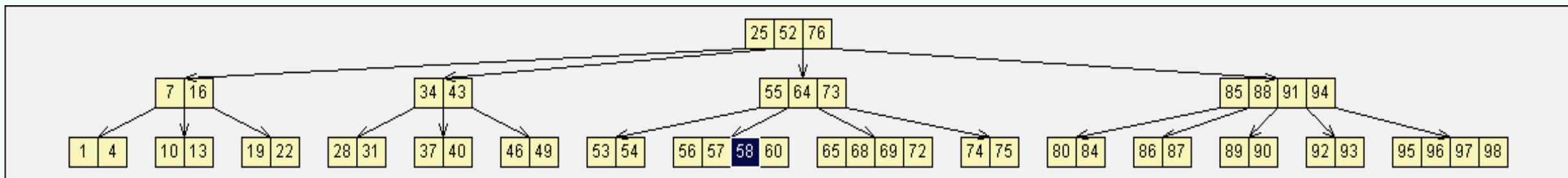


实例：(3,5)-树

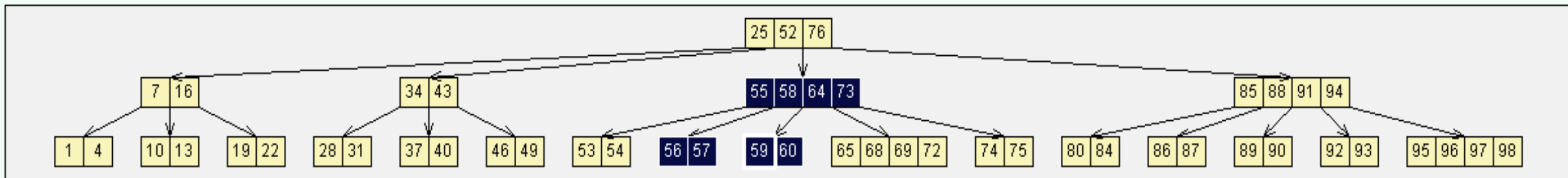
1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 56 60 64 68 72 76 80 84 53 54 55 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 73 74 75 57 65 69



insert(58) //无需分裂

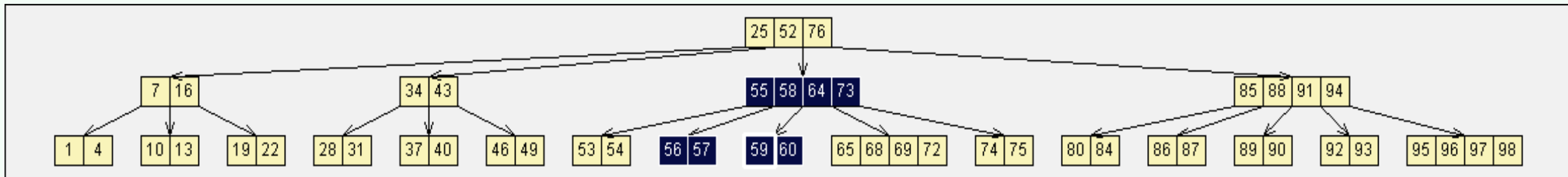


insert(59) //分裂 1 次

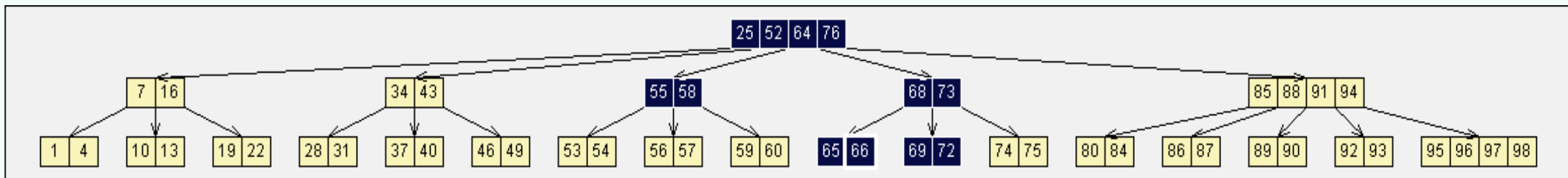


实例: (3,5)-树

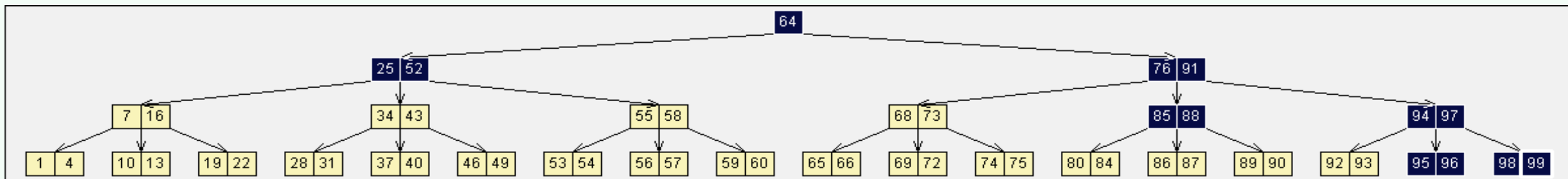
insert(59) //分裂 1 次



insert(66) //分裂 2 次



insert(99) //分裂到根



上溢修复 (1/2)

```
template <typename T> void BTree<T>::solveOverflow( BTNodePosi<T> v ) {  
    while ( _m <= v->key.size() ) { //除非当前节点不再上溢  
        Rank s = _m / 2; //轴点 (此时_m = key.size() = child.size() - 1)  
        BTNodePosi<T> u = new BTNode<T>(); //注意: 新节点已有一个空孩子  
  
        for ( Rank j = 0; j < _m - s - 1; j++ ) { //分裂出右侧节点u (效率低可改进)  
            u->child.insert( j, v->child.remove( s + 1 ) ); //v右侧_m-s-1个孩子  
            u->key.insert( j, v->key.remove( s + 1 ) ); //v右侧_m-s-1个关键码  
        }  
  
        u->child[ _m - s - 1 ] = v->child.remove( s + 1 ); //移动v最靠右的孩子  
  
        /* ... TBC ... */  
    }
```


上溢修复 (2/2)

```
if ( u->child[ 0 ] ) //若u的孩子们非空, 则统一令其以u为父节点
    for ( Rank j = 0; j < _m - s; j++ ) u->child[ j ]->parent = u;
BTNodePosi<T> p = v->parent; //v当前的父节点p
if ( ! p ) //若p为空, 则创建之 (全树长高一层, 新根节点恰好两度)
    { _root = p = new BTNode<T>(); p->child[0] = v; v->parent = p; }
Rank r = 1 + p->key.search( v->key[0] ); //p中指向u的指针的秩
p->key.insert( r, v->key.remove( s ) ); //轴点关键码上升
p->child.insert( r + 1, u ); u->parent = p; //新节点u与父节点p互联
v = p; //上升一层, 如有必要则继续分裂——至多 $\mathcal{O}(\log n)$ 层
} //while
} //solveOverflow
```