绪论

计算: 算法

There is an infinite set A that is not too big.

- J. von Neumann

Computer science should be called computing science, for the same reason why surgery is not called knife science.

- E. Dijkstra

邓俊辉 deng@tsinghua.edu.cn

算法

- ❖ 计算 = 信息处理 = 借助某种工具,遵照一定规则,以明确而机械的形式进行
- ❖ 计算模型 = 计算机 = 信息处理工具
- ❖ 所谓算法,即特定计算模型下,旨在解决特定问题的指令序列

输入 待处理的信息(问题)

输出 经处理的信息 (答案)

正确性 的确可以解决指定的问题

确定性 可描述为一个由基本操作组成的序列 //加盐少许,加糖适量,煮至半熟...

可行性 每一基本操作都可实现,且在常数时间内完成 //把大象放进冰箱,不过三步..."

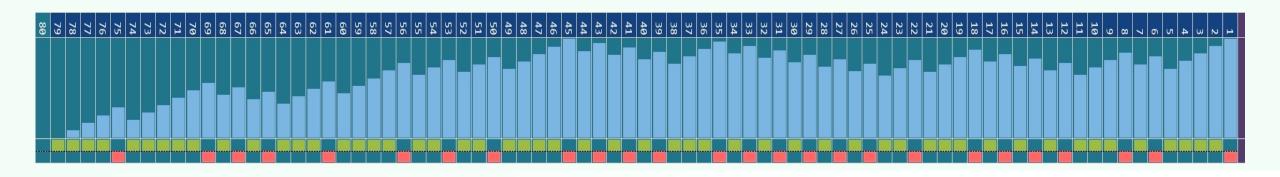
有穷性 对于任何输入, 经有穷次基本操作, 都可以得到输出

• • • • •

有穷性: Hailstone序列

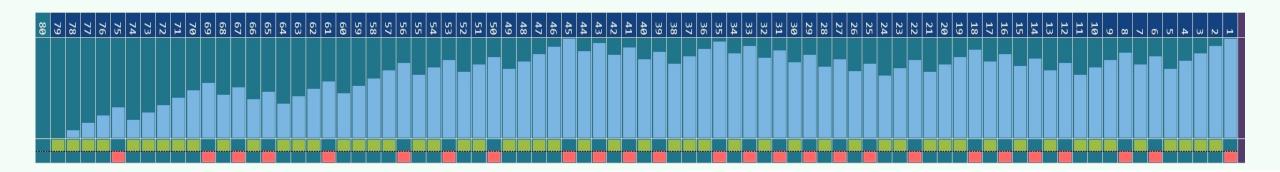
$$Hailstone(n) = \begin{cases} \{1\} & (n \le 1) \\ \{n\} \cup Hailstone(n/2) & (n \text{ is even}) \\ \{n\} \cup Hailstone(3n+1) & (n \text{ is odd}) \end{cases}$$

- |42|, 21, 64, 32, ..., 1
- $\boxed{7}$, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, ..., 1
- $\boxed{27}$, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, ...



有穷性:程序~算法

```
 int hailstone( int n ) {
    int length = 1;
    while (1 < n)
       { n = n\%2 ? 3*n+1 : n/2; length++; }
    return length;
❖ 对于任意的n,总有|Hailstone(n)| < ∞ ?
Erdos: Mathematics is NOT yet ready for such problems
```



有穷性: 理想硬币~几何分布~数学期望

❖ 假设: rand()为理想的随机整数发生器

于是: rand()为奇、偶的概率均为50%

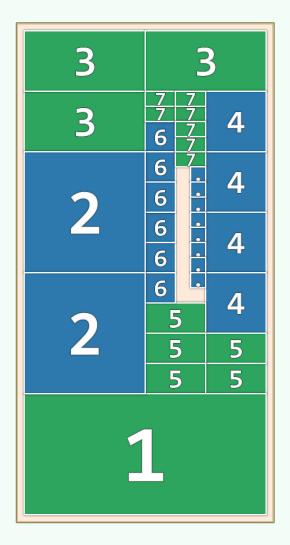
❖ 考查 算法 程序:

```
void dice() {
  while ( rand() & 1 );
}
```

其中的循环,将迭代多少步?

* $Pr(s = k) = (1/2)^{k-1} \cdot (1 - 1/2) = 2^{-k}$ $\mathbb{E}(s) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot 2^{-k} = 1/(1 - 1/2) = 2$

尽管在理论上可能任意多次



正确的算法 ~ 好的算法

❖ 符合语法,能够编译、链接

能够正确处理简单的输入

能够正确处理大规模的输入

能够正确处理一般性的输入

能够正确处理退化的输入

能够正确处理任意合法的输入

❖ 健壮: 能辨别不合法的输入并做适当处理

而不致非正常退出

❖ 可读: 结构化 + 准确命名 + 注释 + ...

❖ 效率: 速度尽可能快

存储空间尽可能少

Algorithms + Data Structures = Programs

(Algorithms + Data Structures) x Efficiency = Computation