08-C2

高级搜索树

红黑树：结构

这时，我看见两只大蚂蚁，一只红不棱登，另一只个儿特大，差不离有半英寸长，是黑不溜秋的，它们两个正在相互凶殴...

把照妖镜来照这厮谁真谁假，教他假灭真存

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

红与黑

- 1972, R. Bayer

  Symmetric Binary **B-Tree**

- 1978, L. Guibas & R. Sedgewick

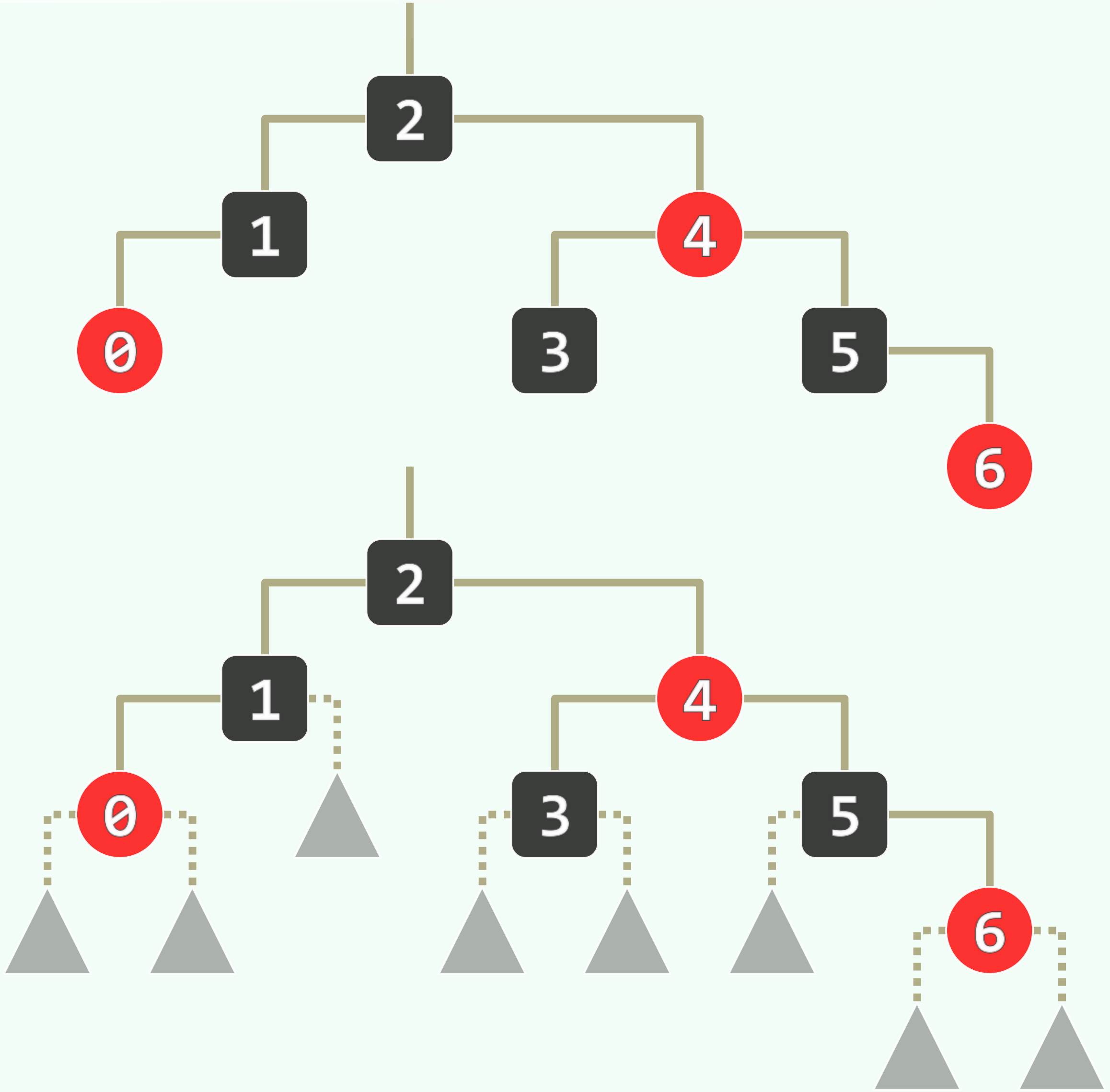
  Red-Black Tree

- 1982, H. Olivie

  Half-Balanced Binary Search Tree

- **由红、黑两类节点组成的BST**

  统一引入外部节点NULL，成为真二叉树



规则

1） 树根：必为黑色

2） 外部节点：均为黑色

3） 红节点：只能有黑孩子（及黑父亲）

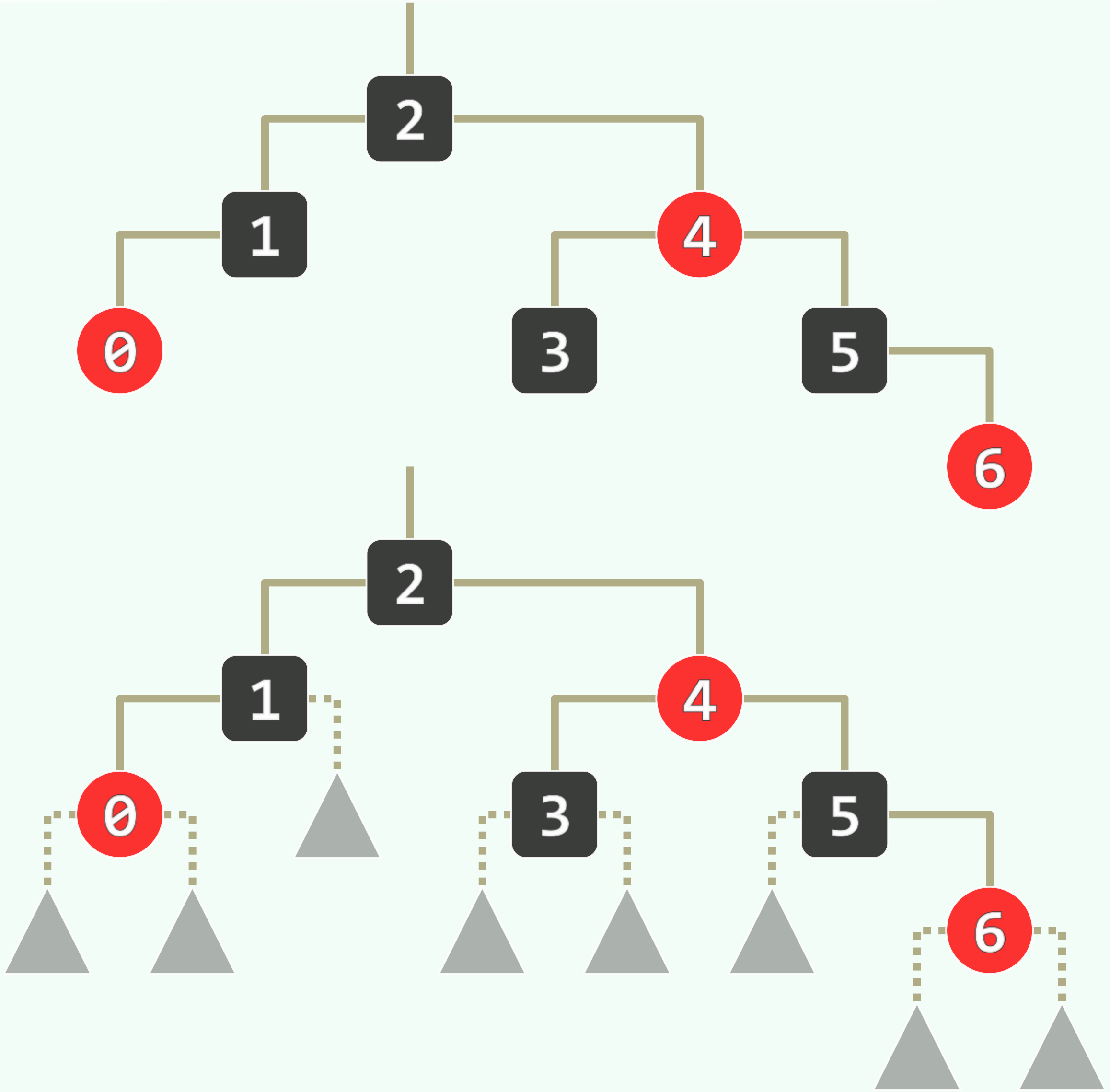
4） 外部节点：**黑深度**（黑的真祖先数目）相等

- 亦即根（全树）的**黑高度**
- 子树的**黑高度**，即后代NULL的相对黑深度

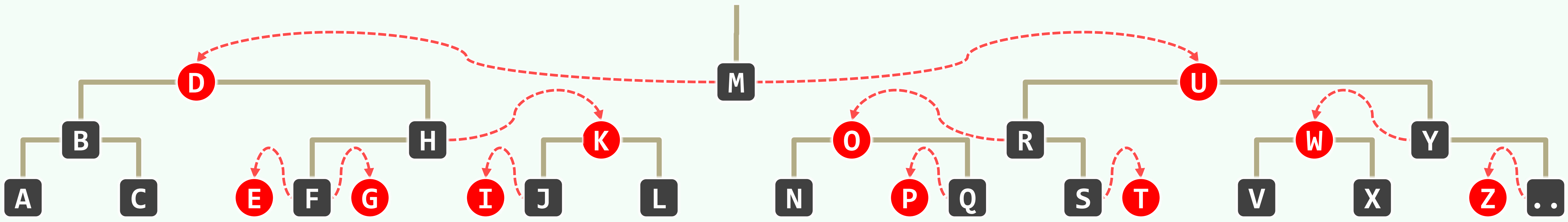
❖ 节点的颜色，只能显式地记录?

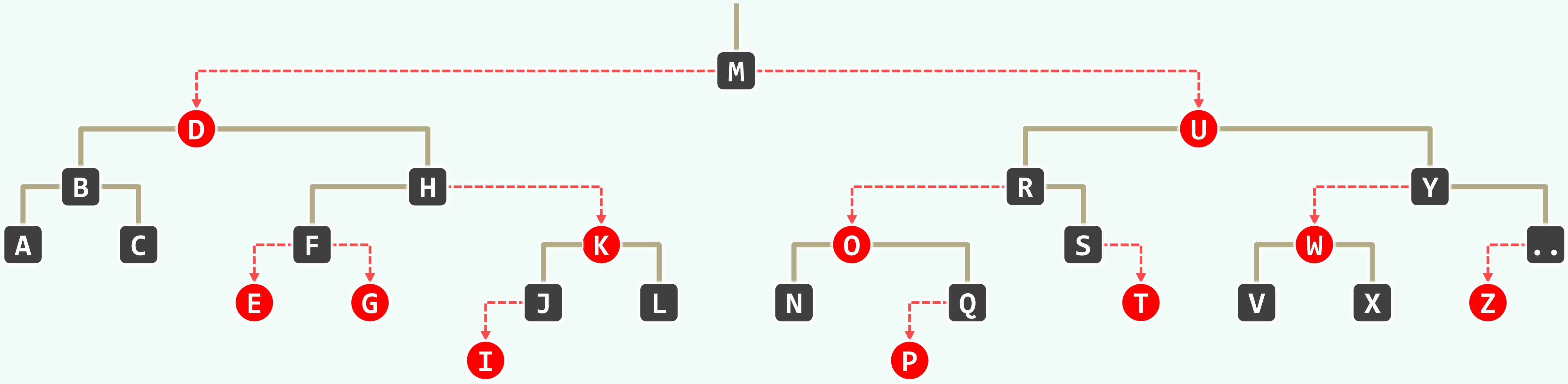
❖ 以上定义颇为费解，有**直观解释**吗?

如此定义的BST，也是**BBST**?



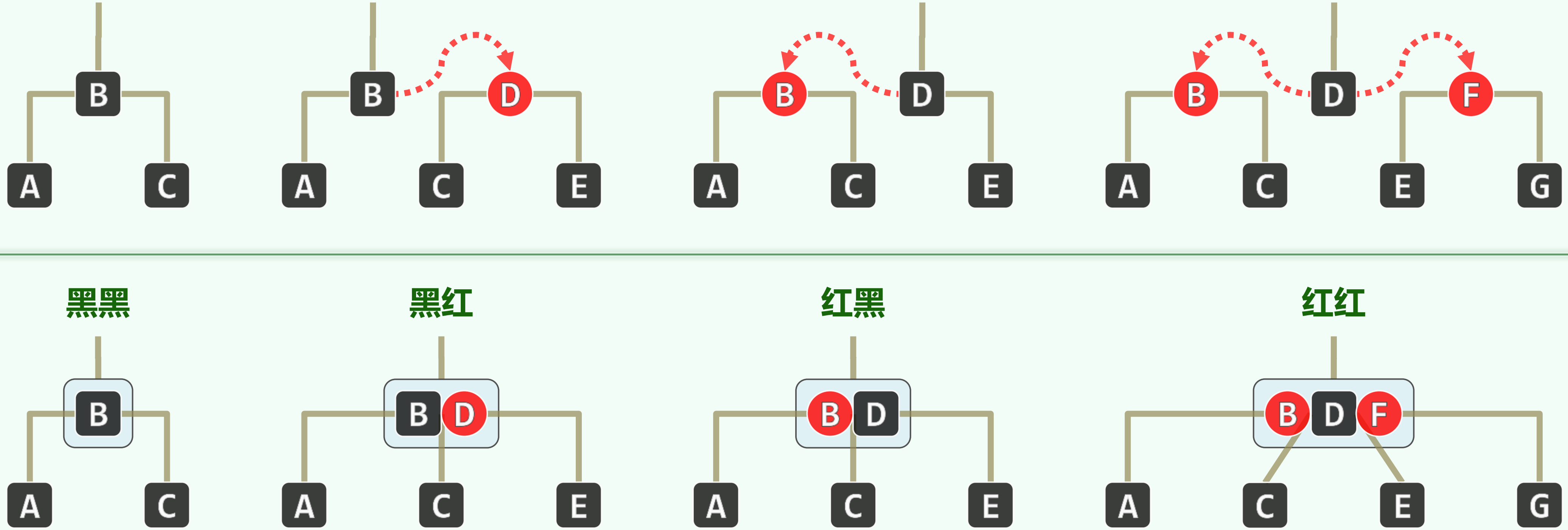
将红节点提升至与其（黑）父亲等高，红边折叠起来...





红黑树 = (2,4)-树

- 将红节点提升至与其（黑）父亲等高——于是每棵红黑树，都对应于一棵(2,4)-树
- 将黑节点与其红孩子视作关键码，再合并为B-树的超级节点... //元音 + 辅音 = 音节
- 无非四种组合，分别对应于4阶B-树的一类内部节点 //反过来呢?



红黑树 ∈ BBST

❖ 包含n个内部节点的红黑树T，高度 $h = \mathcal{O}(\log n)$ //既然B-树是平衡的，由等价性红黑树也应是

$$\log_2(n+1) \leq h \leq 2 \cdot \log_2(n+1)$$

❖ 若T高度为h，红/黑高度为R/H，则

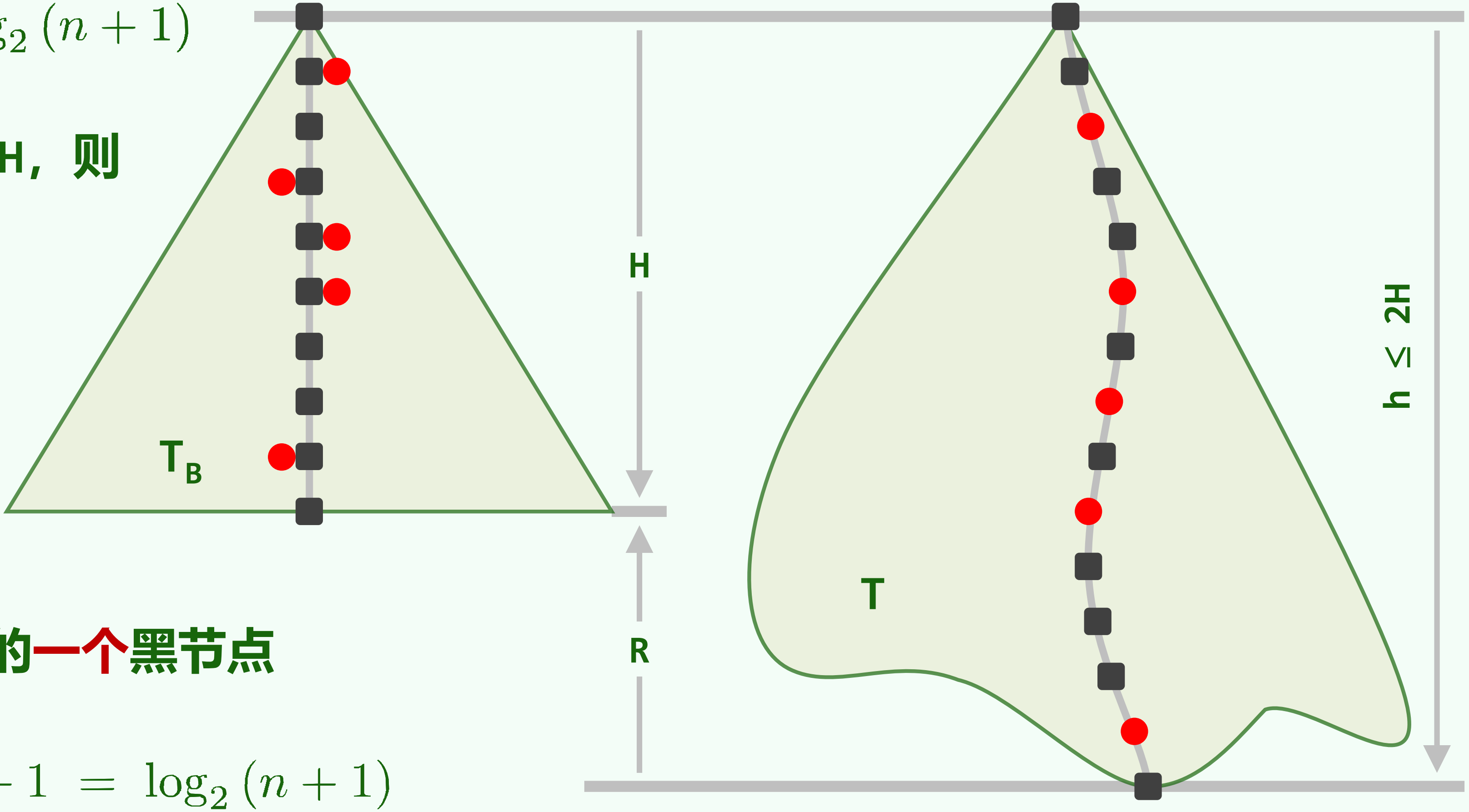
$$H \leq h \leq R + H \leq 2 \cdot H$$

❖ 若T所对应的B-树为T_B

则H即是T_B的高度

❖ T_B的每个节点，都**恰好**包含T的**一个**黑节点

❖ 于是，$H \leq \log_{\lceil 4/2 \rceil} \frac{n+1}{2} + 1 = \log_2(n+1)$



RedBlack

```
template <typename T> class RedBlack : public BST<T> { //红黑树

public:        //BST::search()等其余接口可直接沿用
               BinNodePosi<T> insert( const T & e ); //插入（重写）
               bool remove( const T & e ); //删除（重写）

protected:     void solveDoubleRed( BinNodePosi<T> x ); //双红修正
               void solveDoubleBlack( BinNodePosi<T> x ); //双黑修正

};
```

```
#define stature( p ) ( ( p ) ? ( p )->height : 0 ) //外部节点黑高度为0，以上递推

template <typename T> Rank BinNode<T>::updateHeight()
   { return height = color + max( stature( lc ), stature( rc ) ); }
```