图应用

双连通分量：判定准则

11-B1

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

我自己则生活在几个相互之间没有联系的圈子里，我想，如果有人在创作时，能够同时处理在某一时期的不同地方圈子里发生的同等重要的多种故事，那创作出的这幅生活图景就会真实多了

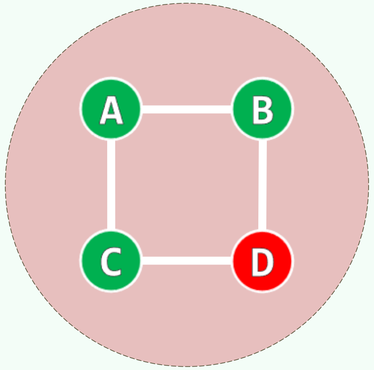
关节点 + 双连通分量

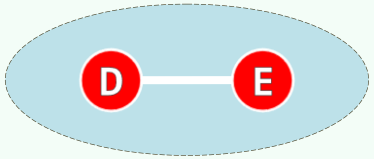
❖ 无向图的关节点：　//articulation point, cut-vertex

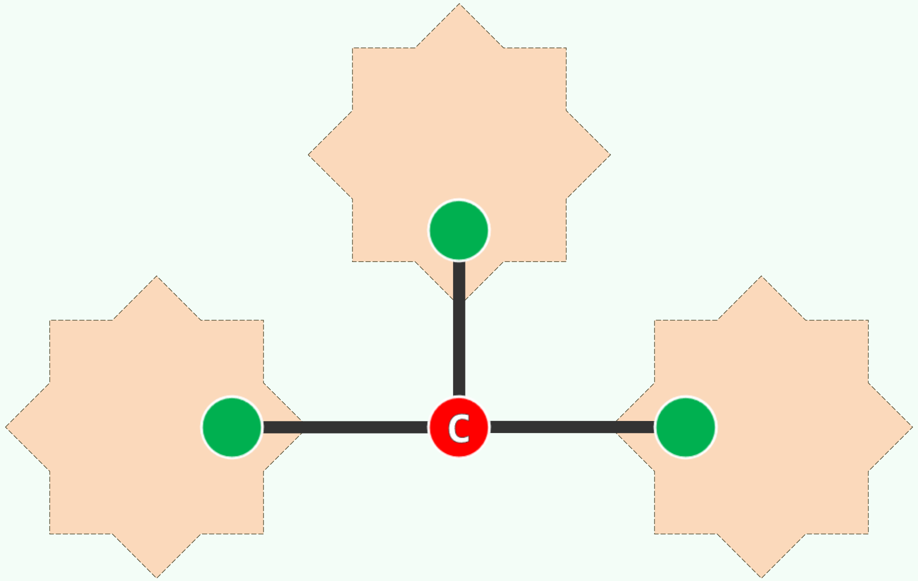
其删除之后，原图的连通分量增多 //connected components

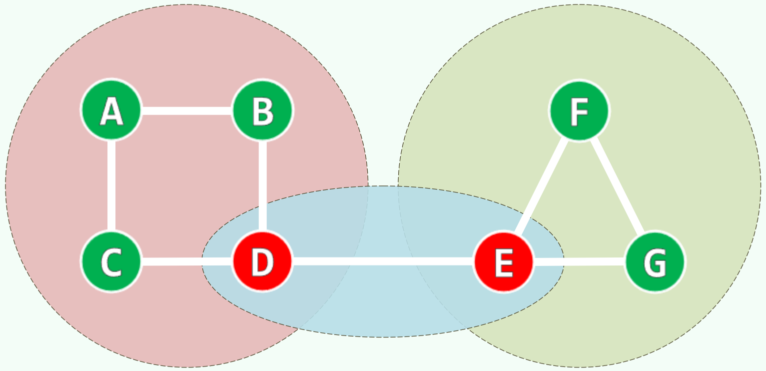
❖ 无关节点的图，称作双（重）连通图 //bi-connectivity

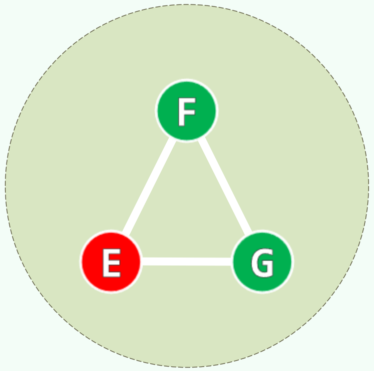
❖ 极大的双连通子图，称作双连通分量 //Bi-Connected Components











Brute-Force

❖ 给定无向图，如何确定各BCC?

❖ 先考察简单的版本：如何确定关节点?

❖ 蛮力： 对每一顶点v，通过遍历检查G\{v}是否连通

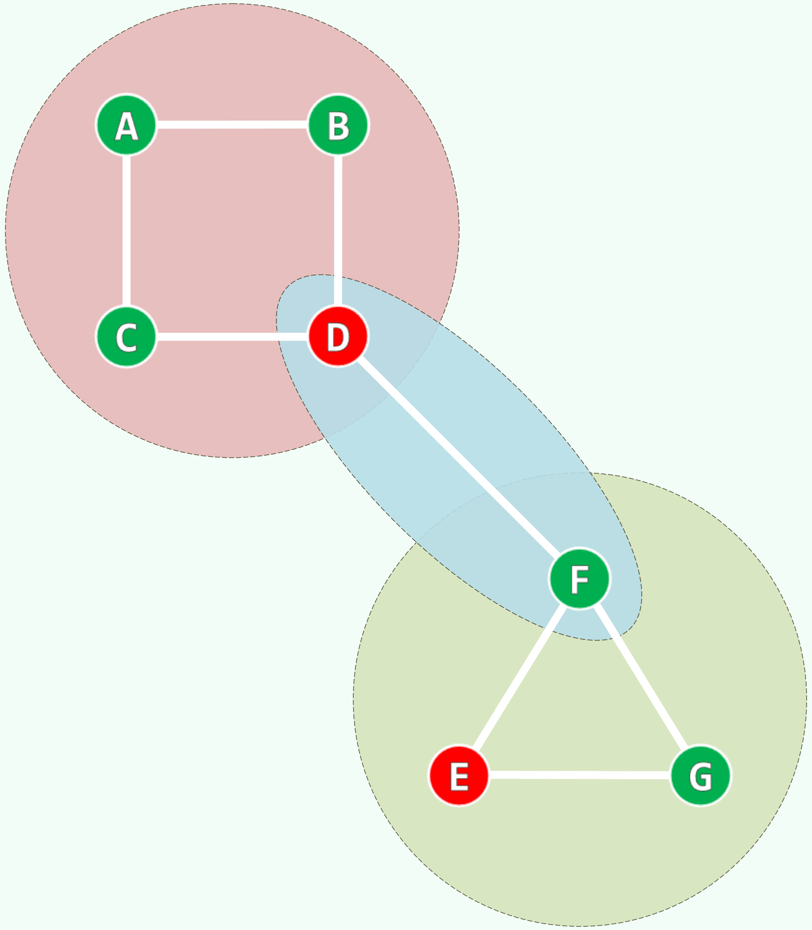
❖ 共需 $\mathcal{O}(n \cdot (n+e))$ 时间，太慢!

而且，即便找出关节点，各BCC仍需确定

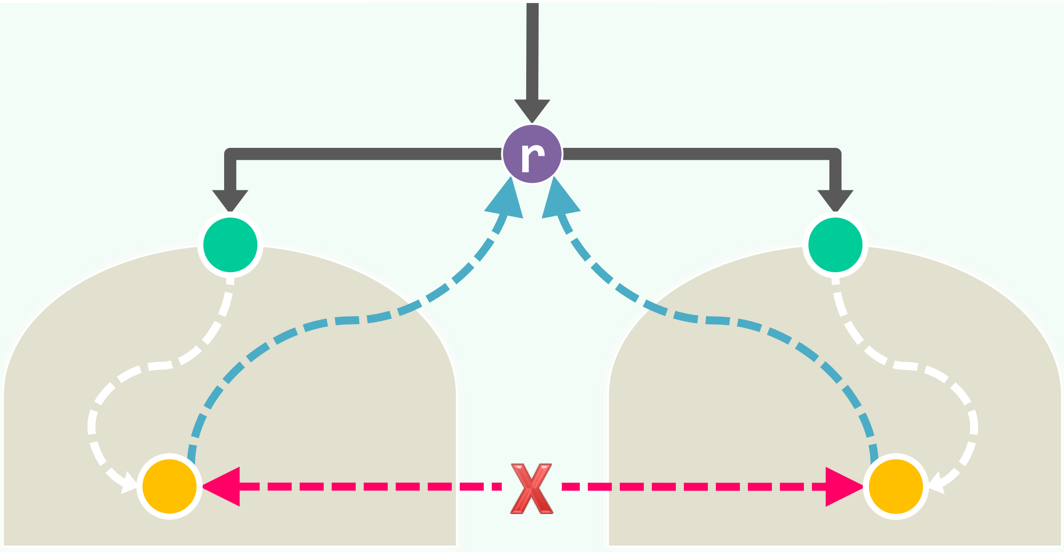
❖ 改进： 从任一顶点出发，构造DFS树

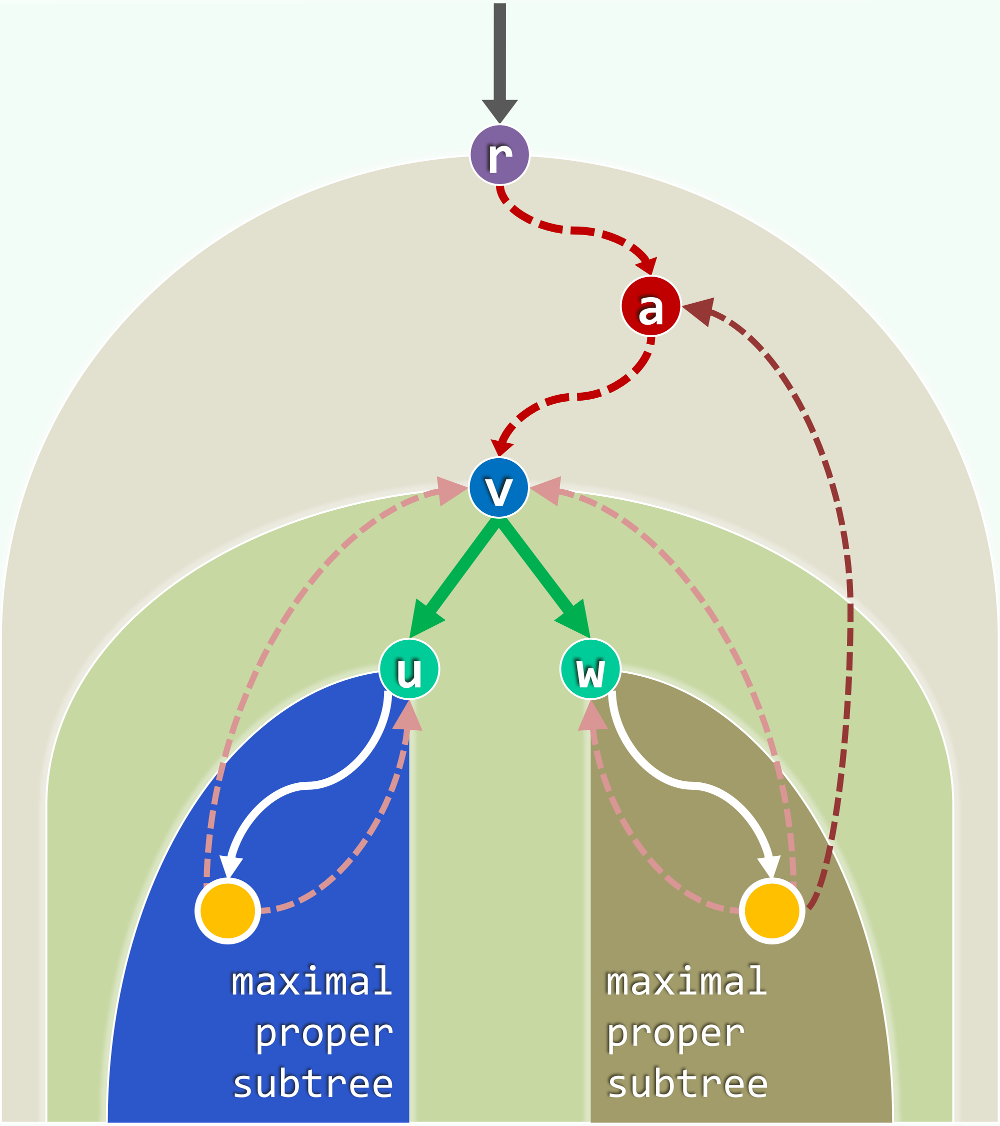
根据DFS留下的标记，甄别是否关节点

❖ 比如，叶节点绝不可能是关节点 //为什么?



非叶节点





❖ 根r：必须至少有2棵子树

❖ 内部节点v：

- 有某个孩子u，而subtree(u)不能经由BACKWARD边，联接到v的任何真祖先a

❖ 此时，{v} = BCC(u) ∩ BCC(parent(v))

Highest Connected Ancestor

❖ hca(v) = subtree(v)经后向边能抵达的最高祖先

❖ 由括号引理：dTime越小的祖先，辈份越高

❖ DFS过程中，一旦发现后向边(v,u)

即取：hca(v) = min(hca(v), dTime(u))

❖ DFS(u)完成并返回v时

若有：hca(u) < dTime(v)

即取：hca(v) = min(hca(v), hca(u))

❖ 否则，即可断定：v系关节点，且

{v} + subtree(u)即为一个BCC