

06-B3

## 二叉搜索树

算法及实现：删除

十步之泽，必有香草；十室之邑，必有忠士

君子无终食之间违仁，造次必于是，颠沛必于是

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

# 主算法

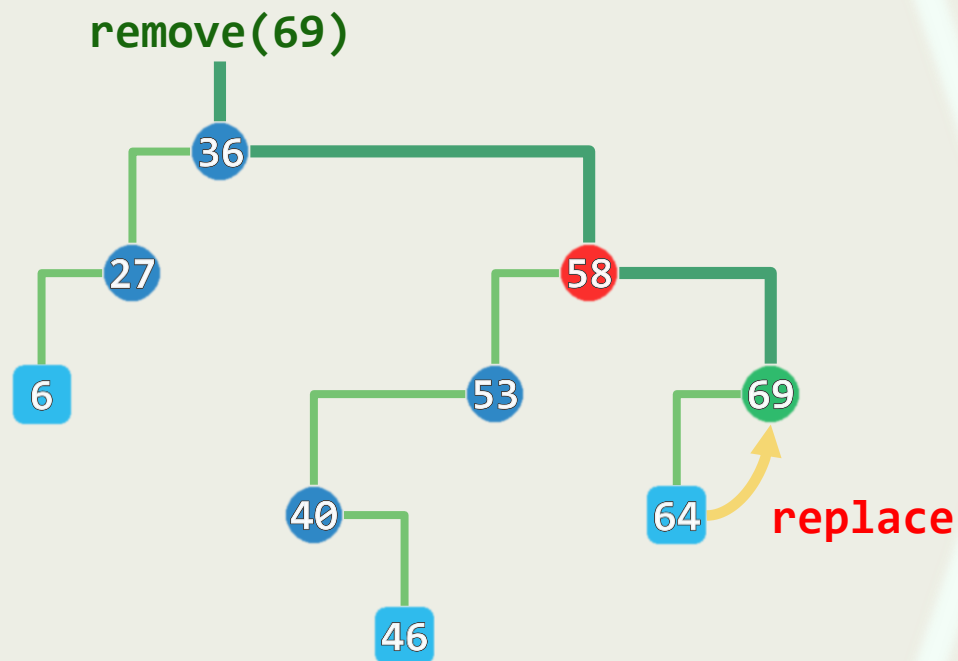
```
template <typename T> bool BST<T>::remove( const T & e ) {  
    BinNodePosi<T> & x = search( e ); //定位目标节点  
    if ( !x ) return false; //确认目标存在 (此时_hot为x的父亲)  
  
    removeAt( x, _hot ); //分两大类情况实施删除  
    _size--; _hot->updateHeightAbove(); //更新全树规模, 以及历代祖先的高度  
    return true;  
} //删除成功与否, 由返回值指示
```

❖ 累计 $O(h)$ 时间: search()、updateHeightAbove(); 还有removeAt()中可能调用的succ()

## 单分支：实例

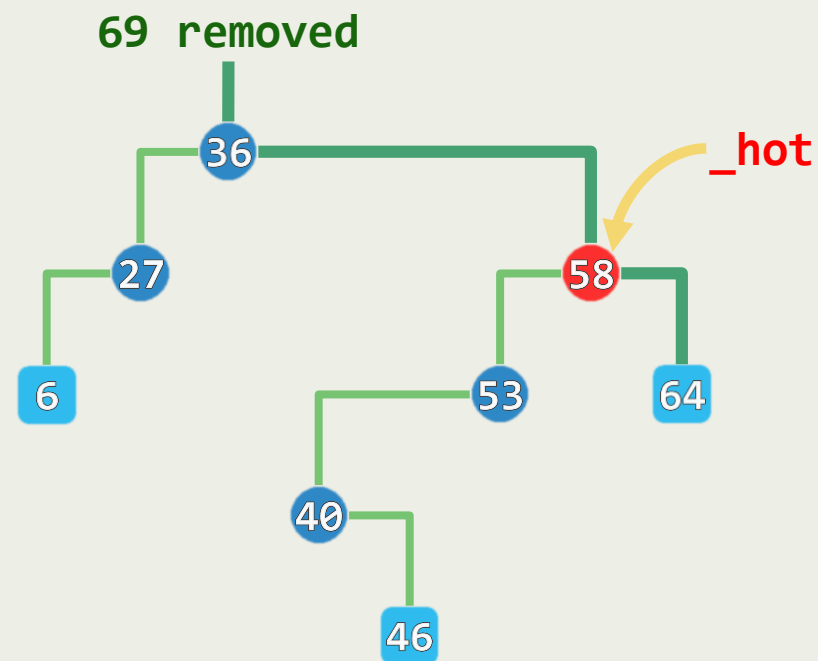
❖ 若x (69) 的某一子树为空，则可

将其**替换**为另一子树 (64) //可能亦为空



❖ 验证：如此操作之后，二叉搜索树的

**拓扑结构**依然完整；**顺序性**依然满足



## 单分支：实现

```
template <typename T> static BinNodePosi<T>
removeAt( BinNodePosi<T> & x, BinNodePosi<T> & hot ) {
    BinNodePosi<T> w = x; //实际被摘除的节点，初值同x
    BinNodePosi<T> succ = NULL; //实际被删除节点的接替者

    if      ( ! HasLChild( x ) ) succ = x = x->rc; //左子树为空

    else if ( ! HasRChild( x ) ) succ = x = x->lc; //右子树为空

    else { /* ...左、右子树并存的情况，略微复杂些... */ }

    hot = w->parent; //记录实际被删除节点的父亲
    if ( succ ) succ->parent = hot; //将被删除节点的接替者与hot相联
    delete w; return succ; //释放被摘除节点，返回接替者
} //此类情况仅需 $O(1)$ 时间
```

## 双分支：实例

❖ 若：x (36) 左、右孩子并存

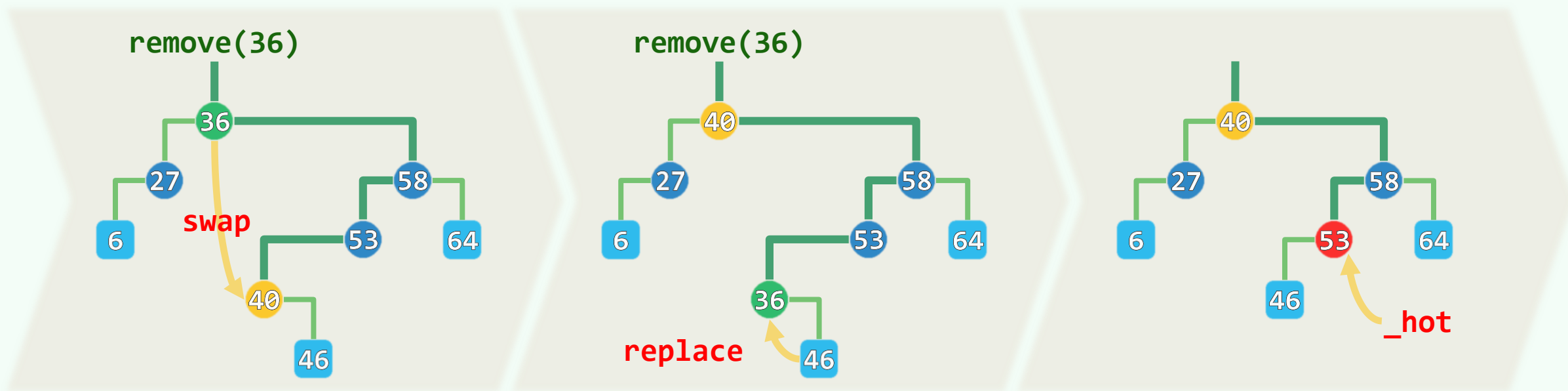
则：找到x的**后继** $w = x.\text{succ}()$

**交换**x (36) 与w (40, 必无左孩子)

❖ 于是问题**转化**为删除w, 可按前一情况处理

❖ 尽管顺序性在中途曾**一度不合**

但最终必将重新恢复



## 双分支：实现

```
template <typename T> static BinNodePosi<T>
removeAt( BinNodePosi<T> & x, BinNodePosi<T> & hot ) {
    /* ..... */

    else { //若x的左、右子树并存, 则

        w = w->succ(); swap( x->data, w->data ); //令x与其后继w互换数据

        BinNodePosi<T> u = w->parent; //原问题即转化为, 摘除非二度的节点w

        ( u == x ? u->rc : u->lc ) = succ = w->rc; //兼顾特殊情况: u可能就是x

    }

    /* ..... */

} //时间主要消耗于succ(), 正比于x的高度——更精确地, search()与succ()总共不过 $\mathcal{O}(h)$ 
```