

图应用

Kruskal算法：算法

11-F1

今天是过往的最后一天，也是未来的第一天

煮豆持作羹，漉菽以为汁；萁在釜下燃，豆在釜中泣；本是同根生，相煎何太急

两个人在一起，人家就要造谣言；正如两根树枝接近，蜘蛛就要挂网

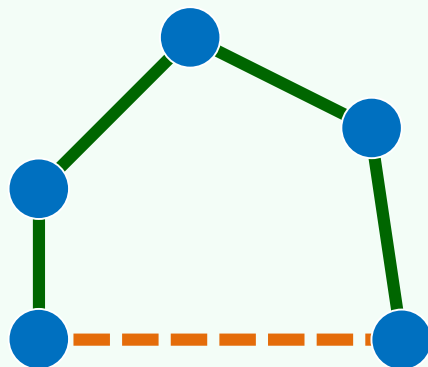
邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

贪心策略

❖ 回顾Prim算法

- **最短边**，迟早会被采用
- **次短边**，亦是如此
- **再次短者**，则未必 //回路!

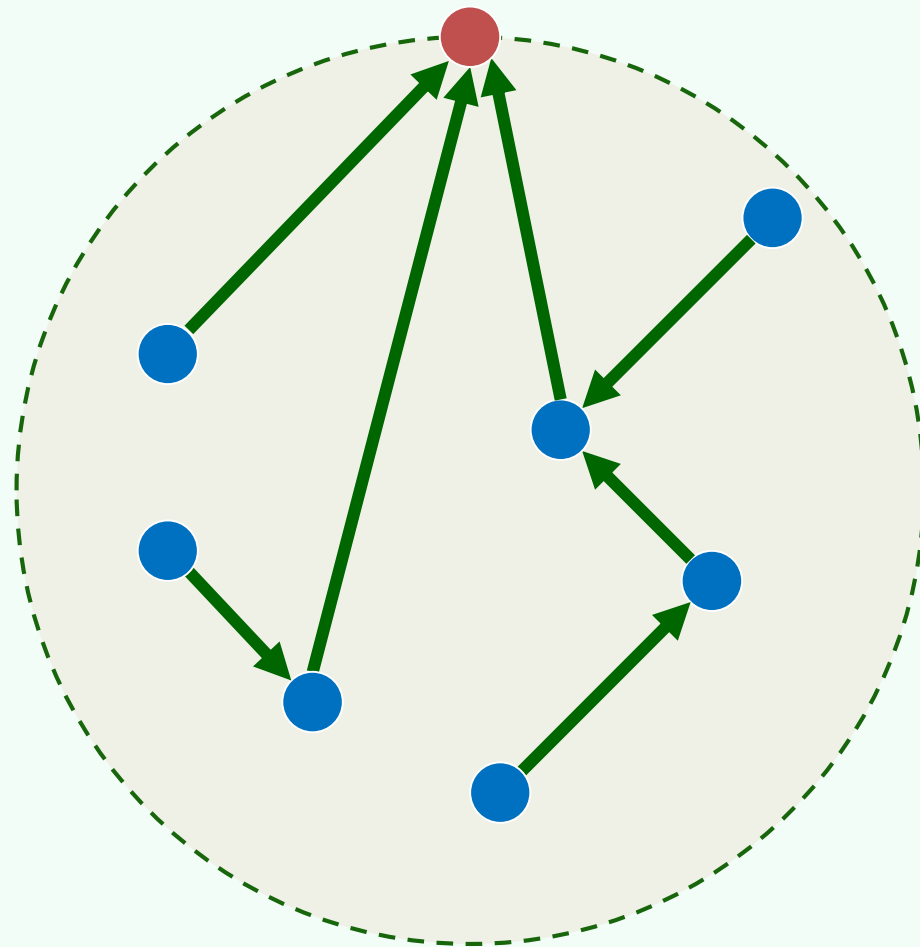


❖ Kruskal: 贪心原则

- 根据代价，从小到大依次尝试各边
- 只要“安全”，就加入该边

❖ 但是，每步局部最优 = 全局最优?

❖ 确实，Kruskal很幸运...



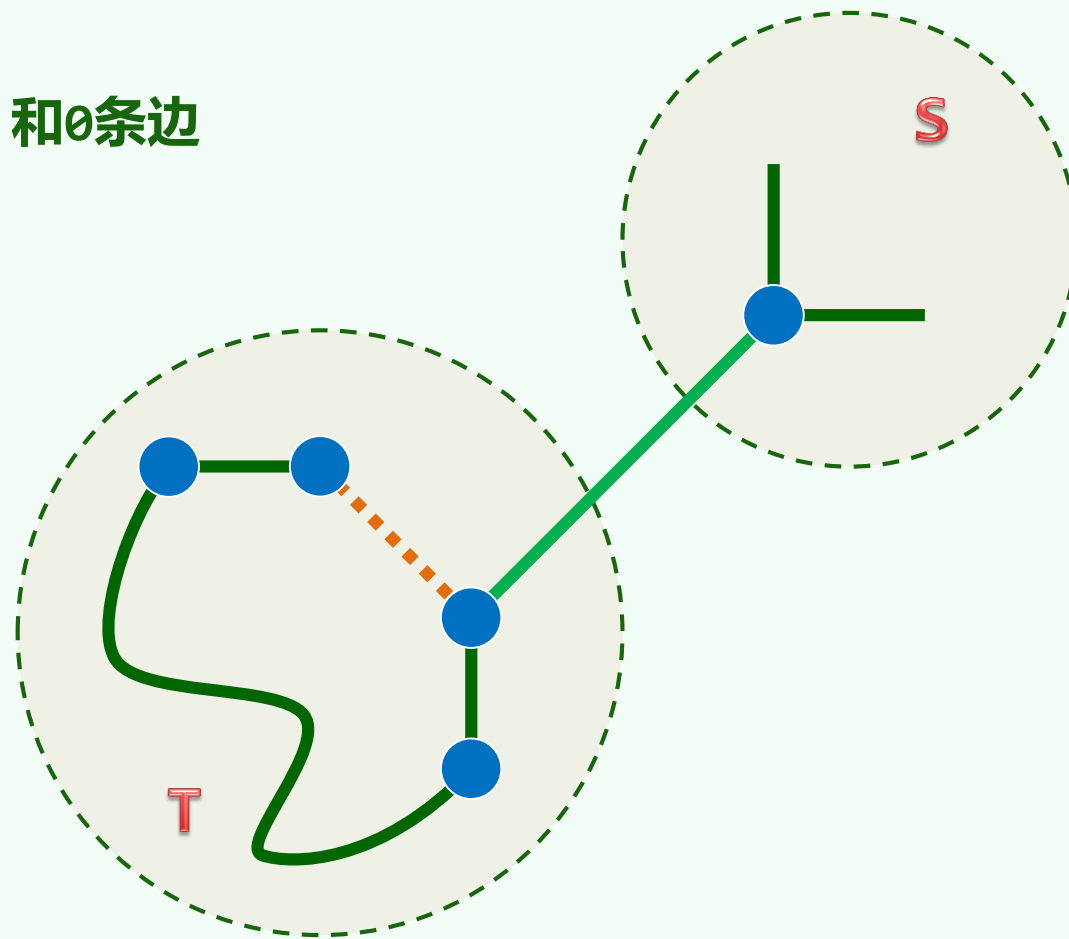
算法

- ❖ 维护 N 的一个森林: $R = (V; F) \subseteq N = (V; E)$
- ❖ 初始化: $R = (V; \emptyset)$ 包含 n 棵树 (各含1个顶点) 和0条边

所有边按代价**非降序**排列

- ❖ 迭代, 直到 R 成为一棵树
 - 找到当前**最廉价**的边 $e = (v, u)$
 - 若 v 和 u 来自 R 中**不同**的树, 则
 - 令 $F = F \cup \{e\}$, 然后
 - 合并由 e 联接的2棵树

- ❖ 整个过程共迭代 $n - 1$ 次, 选出 $n - 1$ 条边



正确性: Kruskal引入的每条边都属于某棵MST

❖ 若 v 和 u 分属两棵树 S 和 T , 则 e 是割 $(T : V \setminus T)$ 的一条跨边

❖ 实际上, 该割所有不长于 e 的跨边
均已被Kruskal考查过, 并全部淘汰

❖ 故Kruskal应该采用 e

❖ 反之, 若 v 和 u 同属一棵树
则 e 的引入必然导致一个环路

且沿此环路, e 为最长边, 故应淘汰

❖ 与Prim同理, 以上论述也不充分

为严格起见, 仍需归纳证明: Kruskal算法过程中不断生长的森林, 总是某棵MST的子图

