高级搜索树

B-树：结构

08-B3

昨夜西风凋碧树，独上高楼，望尽天涯

妻子好合，如鼓瑟琴；兄弟既翕，和乐且湛

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

等价变换

❖ 平衡的多路搜索树

R. Bayer & E. McCreight

1970

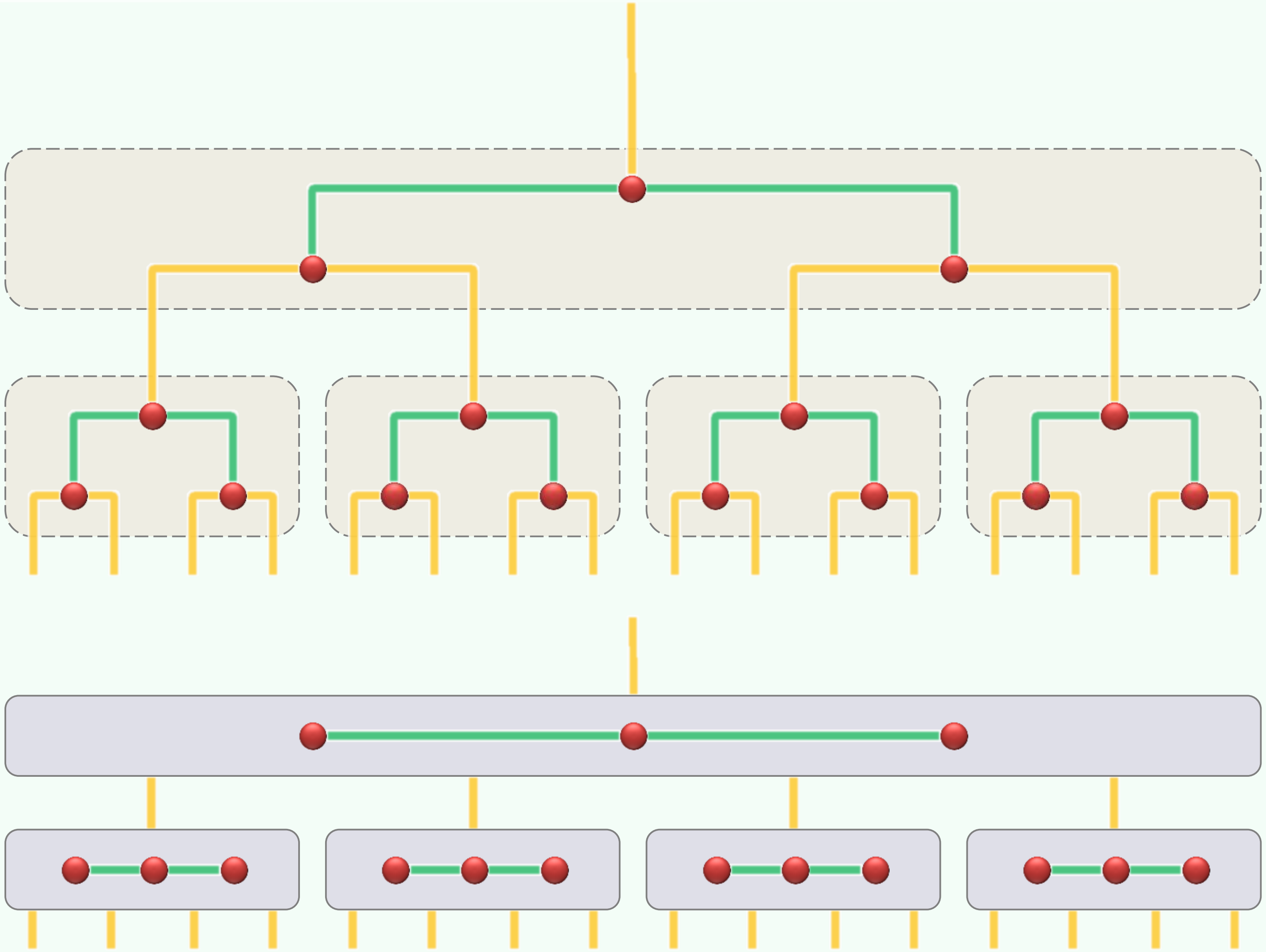
❖ 每d代合并为**超级节点**

- m = 2^d 路

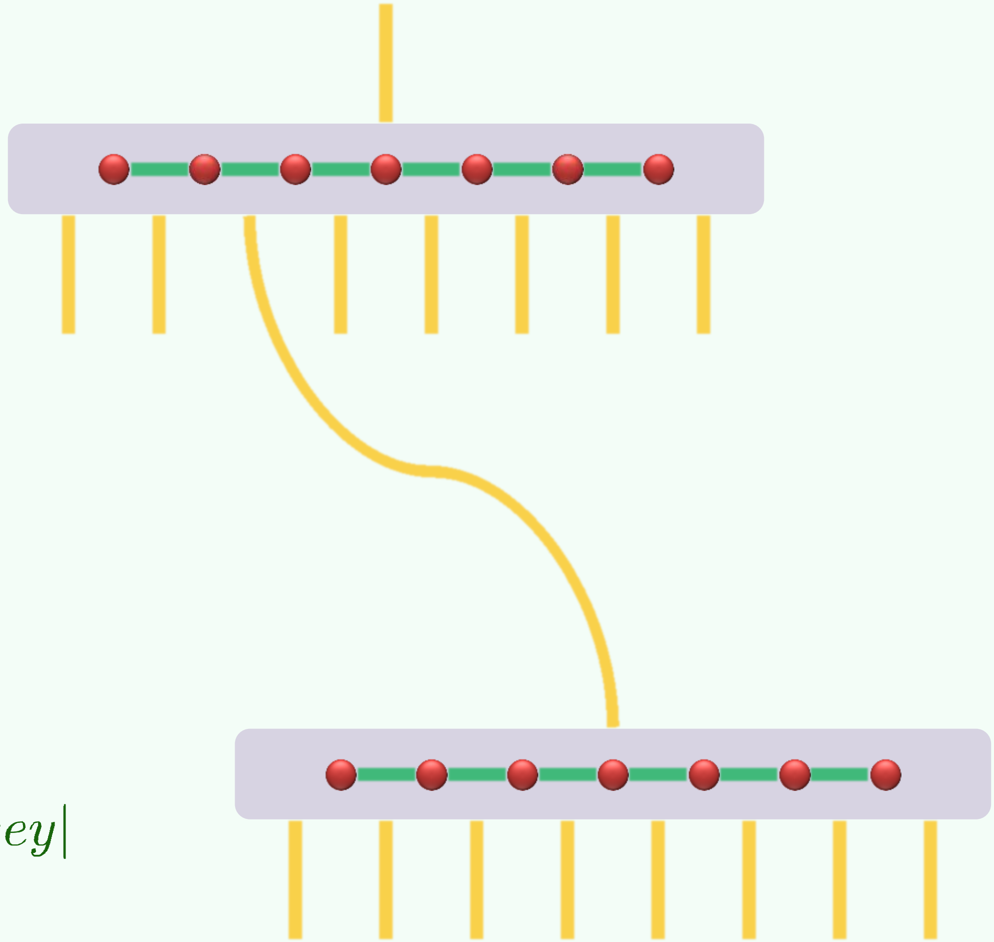
- m-1 个关键码

❖ 逻辑上与BBST**完全等价**

既如此，B-树之意义何在？



I/O优化：多级存储系统中使用B-树，可针对外部查找，大大减少I/O次数



- 难道，AVL还不够？比如，若有n = 1G个记录...
  - 每次查找需要 $\log_2 10^9 \approx 30$ 次I/O操作
  - 每次只读出**单个**关键码，得不偿失
- B-树又能如何？
  - 充分利用外存的**批量访问**，将此特点转化为优点
  - 每下降一层，都以**超级节点**为单位，读入**一组**关键码
- 具体多大一组？视磁盘的**数据块**大小而定，$m = |page|/|key|$
  - 比如，目前多数数据库系统采用 $m = 200 \sim 300$
- 回到上例，若取 $m = 256$ ，则每次查找只需 $\log_{256} 10^9 \leq 4$ 次I/O

外部节点 + 叶子

❖ 所谓m阶B-树，即

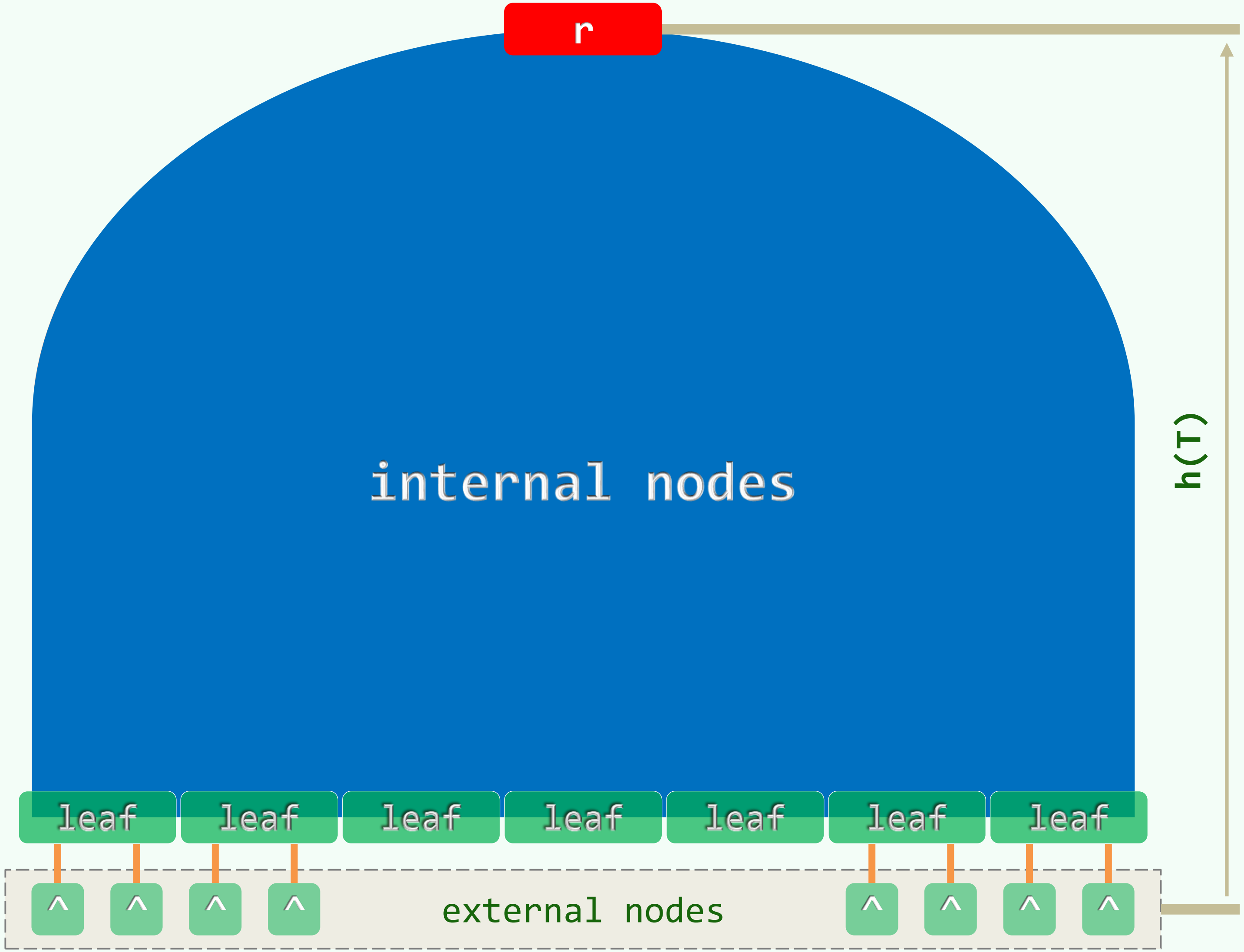
m路完全平衡搜索树（$m \geq 3$）

❖ 外部节点的深度统一相等

约定以此深度作为树高h

❖ 叶节点的深度统一相等（h-1）

❖ 注意，这里的叶节点与外部节点不同



内部节点

❖ 各含 $n \le m - 1$ 个关键码：

$$K_1 < K_2 < K_3 < \cdots < K_n$$

❖ 各有 $n + 1 \le m$ 个分支：

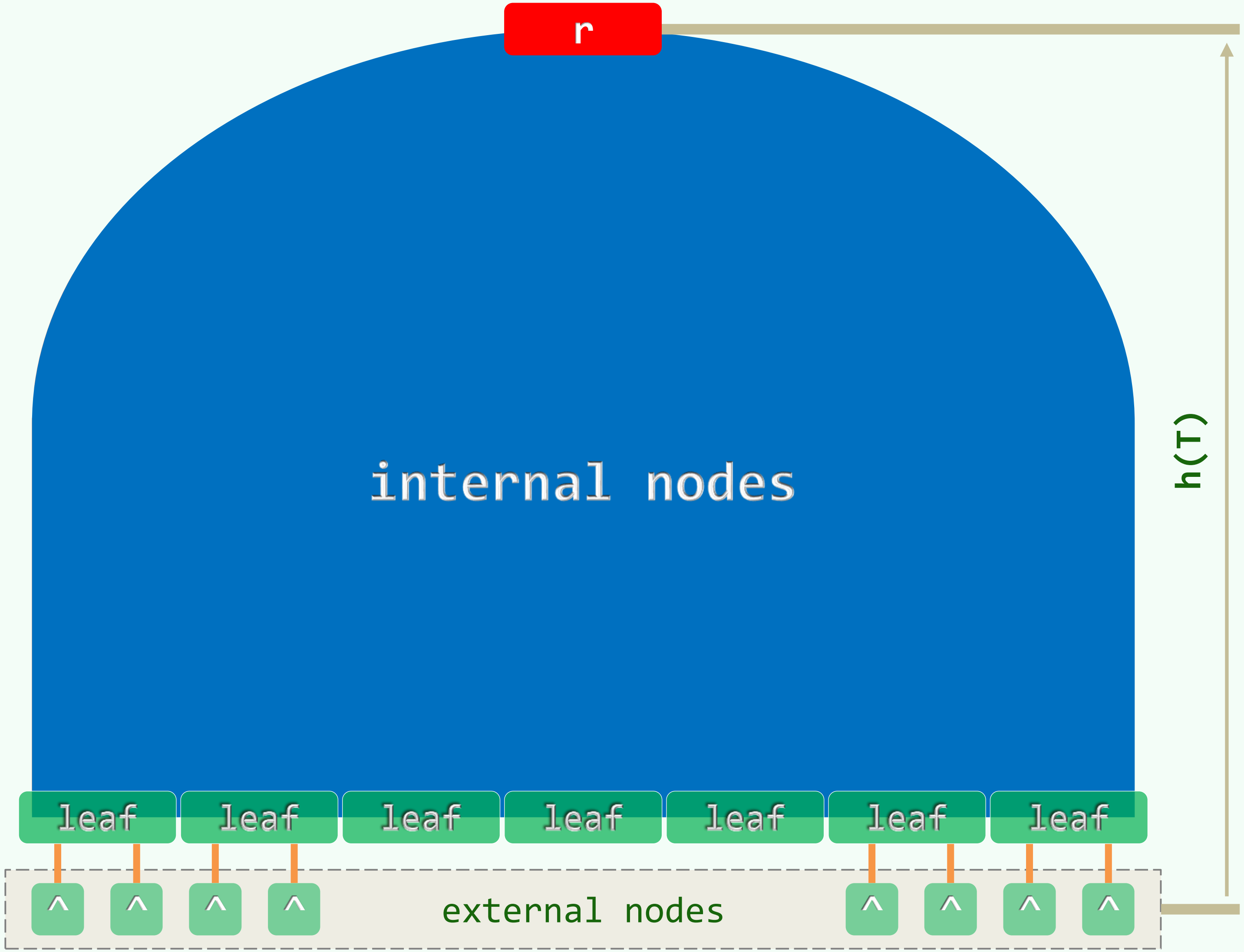
$$A_0,\ A_1,\ A_2,\ A_3,\ \ldots,\ A_n$$

❖ 反过来，分支数也不能太少

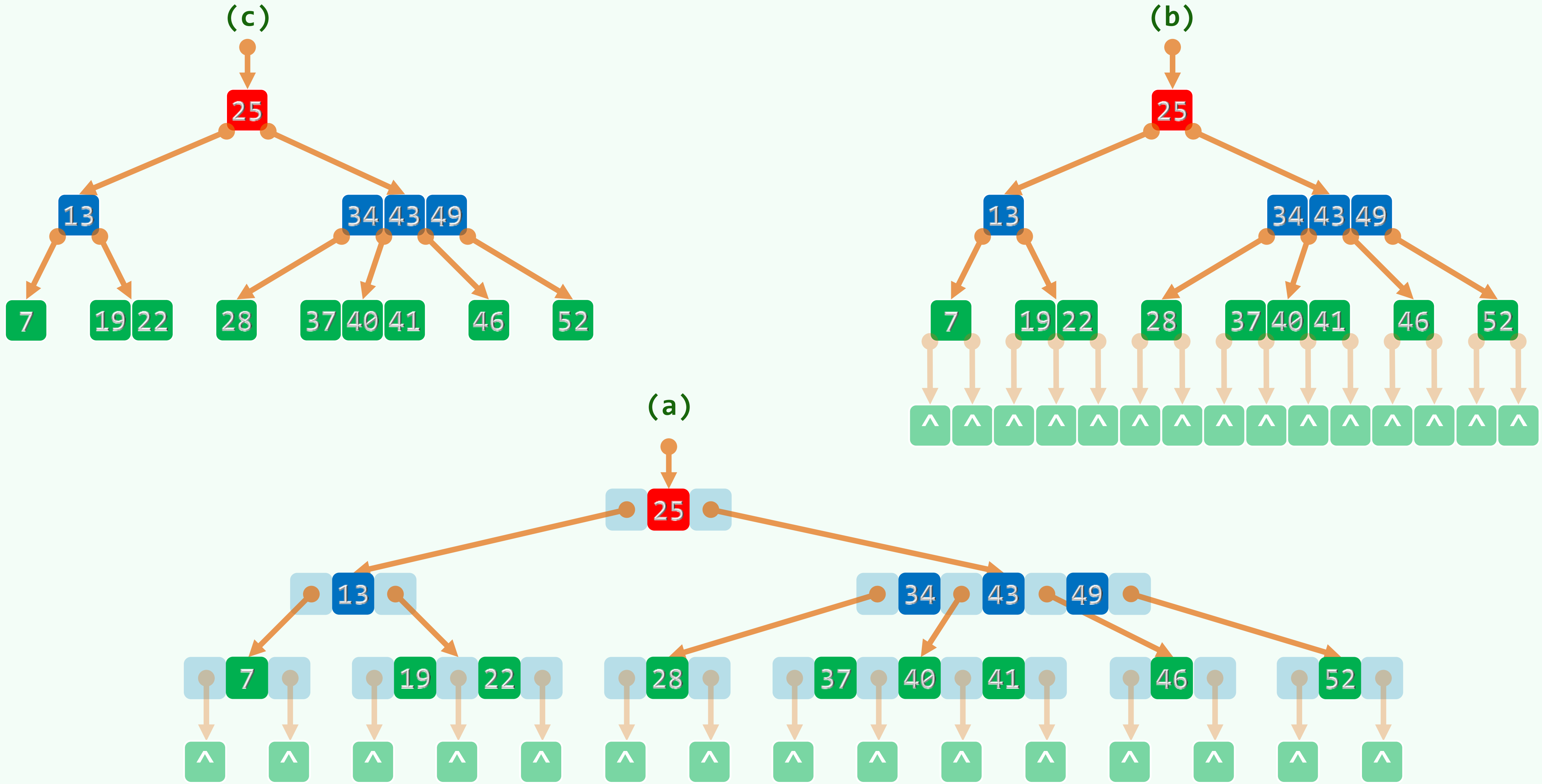
- 树根： $2 \le n + 1$
- 其余： $\lceil m/2 \rceil \le n + 1$

❖ 故亦称作 $(\lceil m/2 \rceil, m)$- 树

- (3,5)-树
- (9,18)-树
- ...



紧凑表示


(c)
25
13
34 43 49
7
19 22
28
37 40 41
46
52
(b)
25
13
34 43 49
7
19 22
28
37 40 41
46
52
(a)
25
13
34 43 49
7
19 22
28
37 40 41
46
52

实例

❖ m = 3: 2-3-树，(2,3)-树

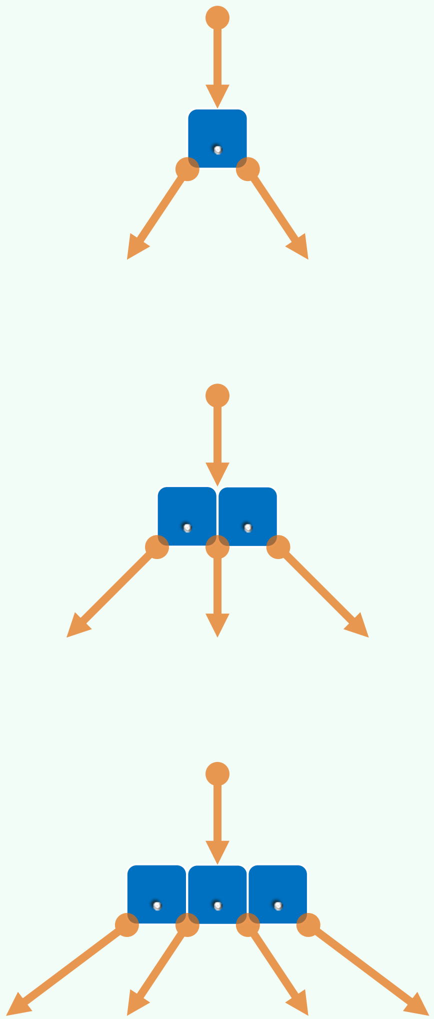
最简单的B-树 //J. Hopcroft, 1970

- 各（内部）节点的分支数，可能是2或3
- 各节点所含key的数目，可能是1或2

❖ m = 4: 2-3-4-树，(2,4)-树

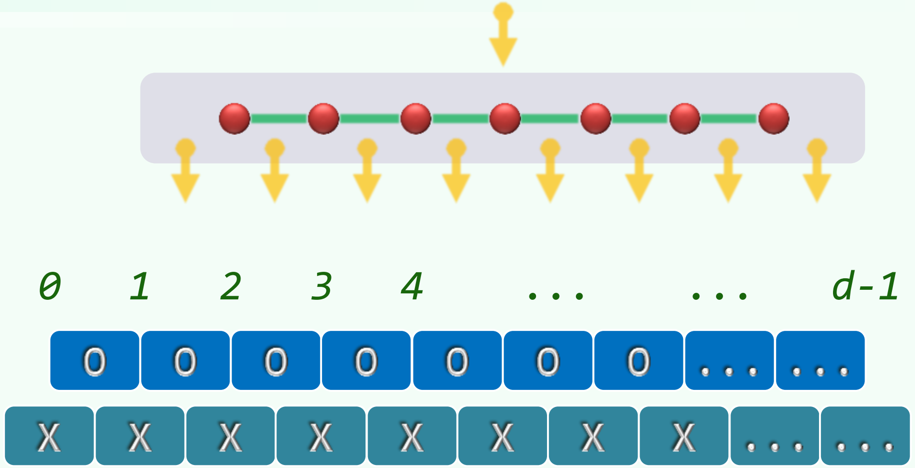
- 各节点的分支数，可能是2、3或4
- 各节点所含key的数目，可能是1、2或3

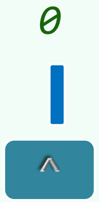
❖ 留意把玩4阶B-树，稍后对于理解红黑树大有裨益

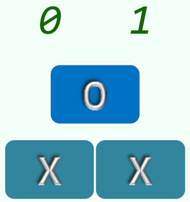


BTNode

```
template <typename T> struct BTNode { //B-树节点
   BTNodePosi<T> parent; //父
   Vector<T> key; //关键码（总比孩子少一个）
   Vector< BTNodePosi<T> > child; //孩子
   BTNode() { parent = NULL; child.insert( NULL ); }
   BTNode( T e, BTNodePosi<T> lc = NULL, BTNodePosi<T> rc = NULL ) {
      parent = NULL; //作为根节点
      key.insert( e ); //仅一个关键码，以及
      child.insert( lc ); if ( lc ) lc->parent = this; //左孩子
      child.insert( rc ); if ( rc ) rc->parent = this; //右孩子
   }
};
```







BTree

```
template <typename T> using BTNodePosi = BTNode<T>*; //B-树节点位置

template <typename T> class BTree { //B-树
protected:  Rank _size, _m; //关键码总数、阶次
            BTNodePosi<T> _root, _hot; //根、search()最后访问的非空节点
            void solveOverflow( BTNodePosi<T> ); //因插入而上溢后的分裂处理
            void solveUnderflow( BTNodePosi<T> ); //因删除而下溢后的合并处理

public:     BTNodePosi<T> search( const T & e ); //查找
            bool insert( const T & e ); //插入
            bool remove( const T & e ); //删除
};
```