

基于迁移学习与深度残差网络的滚动轴承快速故障诊断算法

刘飞¹, 陈仁文¹, 邢凯玲², 丁汕汕¹, 张迈一¹

(1. 南京航空航天大学 机械结构力学与控制国家重点实验室, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016)

摘要: 针对现有基于深度学习的滚动轴承故障诊断算法训练参数量大, 训练时间长且需要大量训练样本的缺点, 提出了一种基于迁移学习 (TL) 与深度残差网络 (ResNet) 的快速故障诊断算法 (TL-ResNet)。首先开发了一种将短时傅里叶变换 (STFT) 与伪彩色处理相结合的振动信号转三通道图像数据的方法; 然后将在 ImageNet 数据集上训练的 ResNet18 模型作为预训练模型, 通过迁移学习的方法, 应用到滚动轴承故障诊断领域当中; 最后对滚动轴承在不同工况下的故障诊断问题, 提出了采用小样本迁移的方法进行诊断。在凯斯西储大学 (CWRU) 与帕德博恩大学 (PU) 数据集上进行了试验, TL-ResNet 的诊断准确率分别为 99.8% 与 95.2%, 且在 CWRU 数据集上 TL-ResNet 的训练时间仅要 1.5 s, 这表明本算法优于其他的基于深度学习的故障诊断算法与经典算法, 可用于实际工业环境中的快速故障诊断。

关键词: 迁移学习; 深度学习; 短时傅里叶变换 (STFT); 深度残差网络 (ResNet); 滚动轴承故障诊断

中图分类号: TH133.3; TH165+.3; TH17; TP306+.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.13465/j.cnki.jvs.2022.03.019

Fast fault diagnosis algorithm for rolling bearing based on transfer learning and deep residual network

LIU Fei¹, CHEN Renwen¹, XING Kailing², DING Shanshan¹, ZHANG Maiyi¹

(1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and

Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Here, aiming at shortcomings of the existing rolling bearing fault diagnosis algorithm based on deep learning, such as, large amount of training parameters, long training time and a large number of training samples, a fast fault diagnosis algorithm (TL-ResNet) based on the transfer learning (TL) and the deep residual network (ResNet) was proposed. Firstly, a method of converting a vibration signal into 3-channel image data by combining short-time Fourier transform (STFT) and pseudo-color processing was developed. Then, ResNet 18 model trained on ImageNet data set was taken as the pre-training model, and it was applied in the field of rolling bearing fault diagnosis with TL method. Finally, a small sample transfer method was proposed to do fault diagnosis of rolling bearing under different working conditions. Tests were conducted on Case Western Reserve University (CWRU) and Padborn University (PU) data sets. Test results showed that diagnostic accuracies using TL-ResNet are 99.8% and 95.2%, respectively; the training time of TL-ResNet on CWRU data set is only 1.5 s; the proposed algorithm is superior to other fault diagnosis algorithms based on deep learning and classical algorithms, and it can be used for rapid fault diagnosis in practical industrial environment.

Key words: transfer learning (TL); deep learning; short-time Fourier transform (STFT); deep residual network (ResNet); rolling bearing fault diagnosis

根据统计^[1], 机电传动系统与电机系统由于滚动轴承故障引起的故障占 40% ~ 70%, 因此开发出一种

能用于工业实际的滚动轴承故障诊断算法具有重要的意义。

传统的故障诊断算法主要由三部分组成: 传感器信号采集、特征提取方法和故障分类算法。传统的故障特征提取方法主要是通过时频分析方法: 小波变换 (wavelet transform, WT), 短时傅里叶变换 (short time Fourier transform, STFT)、希尔伯特黄变换 (Hilbert-

基金项目: 国家自然科学基金 (51635008); 江苏省高校优势学科建设工程 (PAPD)

收稿日期: 2020-10-20 修改稿收到日期: 2021-01-05

第一作者 刘飞 男, 博士生, 1996 年生

通信作者 陈仁文 男, 博士, 教授, 1966 年生

Huang transform, HHT) 及它们的改进算法^[2-3]等, 将原始时域振动信号转换到时频域上, 并提取出信号的统计特征^[4], 然后将这些构造出的特征^[5]作为故障分类算法的输入。传统的故障分类算法, 主要为支持向量机(support vector machine, SVM)、极限学习机(extreme learning machine, ELM)、k 近邻法(k-nearest neighbor, kNN)及它们的改进算法^[6-8]等, 属于浅层机器学习的方法, 要与特征提取方法结合。传统的智能故障诊断算法主要有以下 2 个缺点: ①当采用的人工特征提取方法不适合具体的任务情况时, 会导致故障诊断性能急剧的下降; ②人工特征都是根据具体的任务情况进行设计的, 尽管其可以达到很高的准确率, 但是设计出一种能应用于所有情况的特征是很困难的。

而深度学习模型通常采用堆叠有参隐层(主要为卷积层与全连接层)的深度架构设计, 能直接从原始数据中学习出有代表性的特征, 并且能将特征提取与故障诊断结合在一个模型中(端到端), 避免了传统故障诊断算法的缺点^[9]。Sun 等^[10]将深度自编码器应用在电机故障诊断中并且取得了准确的预测。Ding 等^[11]使用小波包能量作为卷积神经网络(convolutional neural networks, CNN)的输入设计了一个轴承故障诊断系统。而增强门控循环神经网络也被 Zhao 等^[12]用于齿轮和滚动轴承的剩余寿命预测与故障诊断中。

尽管深度学习模型已经在机械故障诊断领域中取得了很多成功的应用, 但其仍然存在一些问题:

(1) 随着有参隐层数目的增加, 需要训练的参数量会迅速增加, 并且从头训练一个大型深度学习网络所需要的有标签样本数量、算力和时间开销巨大。而在实际的工业生产环境中, 机械设备往往都是运行在正常状态下, 故障状态很少出现, 所以大量的有标签故障数据无法获得^[13]。

(2) 深度学习模型若在一个小样本数据集上从头开始训练, 会出现过拟合的问题, 导致模型的泛化能力下降, 使得其应用在真实工业环境中的诊断准确率很低, 因此在大多数的文献中很少使用超过 10 层有参隐层的深层深度学习模型, 基本都是不超过 5 层有参隐层的模型^[14]。

(3) 深度学习模型的超参数(具体架构, 学习率和丢弃率等)的选择和优化会明显影响模型的性能, 并且很耗费训练时间。

针对上述问题, 在机械故障诊断领域中引入了迁移学习的方法。Wen 等^[15]提出了基于稀疏自编码器与迁移学习的多工况故障诊断方法。Shen 等^[16]提出了基于迁移学习的轴承故障诊断方法, 其中通过迁移辅助数据来改善不同工况下的诊断性能。Siyu 等提出了一个基于深度迁移学习的故障诊断架构, 并且在 3

个不同的数据集上都取得优秀的性能。雷亚国等基于领域共享深度残差网络实现了从实验室轴承故障模型迁移应用到实际机车轴承的故障诊断方法。

但现有的迁移学习方法, 仍然需要在某一故障数据集上从头训练深度学习模型, 因此仍然需要耗费大量的时间来训练和优化深度学习模型。而机械故障数据集的大小限制了更深层深度学习模型的应用。

因此, 本文提出了一种基于迁移学习与深度残差网络的滚动轴承快速故障诊断算法(transfer learning deep residual network, TL-ResNet), 本算法的创新点在于:

(1) 开发了一种结合 STFT 与伪彩色处理的方法能将时域振动信号快速地转换为三通道图像数据, 使得计算机视觉(computer vision, CV)领域中的深度学习模型能直接迁移应用到故障诊断领域当中。

(2) 通过迁移学习方法, 使得在轴承故障诊断领域中能应用超过 10 层卷积层的深层深度学习模型, 解决了因缺少大量轴承故障标注数据导致无法训练深层深度学习模型的问题, 同时模型仅需很短的训练时间。具体使用在 ImageNet 数据集上的训练的 ResNet18 模型作为预训练模型, 采用低层网络结构和参数冻结, 高层网络参数使用滚动轴承故障图像数据进行训练的迁移学习方法。试验结果表明 TL-ResNet 具有很强的特征自提取能力, 与其他深层深度学习模型相比具有更好的故障诊断表现与更短的训练时间。

(3) 针对实际工业环境中经常出现的滚动轴承在不同工况下的故障诊断问题, 提出采用小样本迁移的方法来解决, 并与直接应用 TL-ResNet 的方法开展对比试验。试验结果表明, 本方法具有训练时间短, 故障诊断准确率高的优点, 能作为一种快速故障诊断方法用于工业实际中。

1 理论基础

1.1 时频图像生成方法

在一般的滚动轴承故障诊断系统中, 数据采集系统采集到的原始振动信号都是一维时变非稳态信号, 而在 CV 领域里, 一般输入都是三通道图像数据。因此, 要使用 CV 领域里的深度学习模型作为预训练模型, 必须要将一维振动信号转换成二维图像数据。

将一维振动信号变换为二维图像数据的方法主要分为两类:

(1) 基于数据重构的方法, 即直接将一维振动信号等间隔进行截取拼接, 生成二维灰度图像。该方法的优点是实现起来简单快速, 但其缺少信号的频域信息。

(2) 基于时频域变换的方法, 该方法包括 STFT、

WT 和 HHT 等。通过对一维振动信号进行时频分析,生成具有物理意义的二维灰度时频图像,其能充分挖掘出信号的频域特征,具有鲁棒性高、抗噪声等优点。但是其在实现速度上较基于数据重构的方法慢,尤其是使用 WT 方法时。

为了兼顾快速性与信息含量,本算法采用 STFT 来生成二维时频图像。STFT 的基本思想是将一维时域信号傅里叶变换的积分区间局部化。信号 $x(t)$ 与有限时窗信号 $w(t)$ 乘积后再进行傅里叶变换,实现同时分析信号的时域特性和频域特性。STFT 的定义如下

$$T_{\text{STF},x}(\omega, \tau) = \int_R x(t)w(t-\tau)e^{-j\omega t}dt \quad (1)$$

实际使用 STFT 的离散形式来进行计算,公式如下

$$X[m, k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]w[n-k]\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}mn\right), \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

式中:时窗信号 $w(t)$ 的宽度为 N ;序列 $x[k]$ 为连续信号 $x(t)$ 的采样信号,采样频域满足香农采样定理。

因为,通过 STFT 生成的二维时频图是单通道的灰度图像^[17],不能直接作为 CV 领域深度学习模型的输入。文献[18]中采用将模型第一层的通道数改为 1,保持后面的模型参数不变,在进行迁移学习时,同时对第一层进行学习调整的方法。而 Siyu 等的研究中使用对单通道数据进行复制,通过矩阵拼接操作生成三通道图像数据的方法。

本文则创新的使用 openCV 开源框架的伪彩色处理方法,将单通道的灰度值映射成彩色值来生成三通道图像,作为深度学习模型的输入,无需对模型第一层再进行学习调整。

1.2 卷积神经网络

经典的 CNN 由卷积层、池化层、全连接层和 Softmax 分类器组成^[19]。卷积层和池化层用于提取和筛选图像特征,全连接层用于进一步提取池化层的输出特征,Softmax 层把全连接层的输出做归一化处理,使其符合概率分布。

经典的 CNN 结构如图 1 所示。

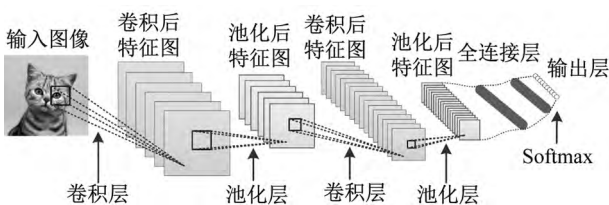


图 1 典型的 CNN 结构图

Fig. 1 Typical CNN structure diagram

卷积层是 CNN 的核心,其通过计算二维卷积核与对应输入图像重叠区域的内积,并遍历整个图像上的每一个像素,通过一个非线性激活函数,求得输出。具

体的数学表达式如下

$$X^l = f(K^l * X^{l-1} + B^l) \quad (3)$$

式中: $*$ 为卷积运算; X^{l-1} 为第 l 卷积层的输入图像; X^l 为第 l 卷积层的输出; B^l 为第 l 卷积层的偏置; $f(\cdot)$ 为激活函数,CNN 中常用 ReLU 作为激活函数,其数学表达式如下

$$\text{ReLU}(x) = \max(0, x), \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (4)$$

对于多通道图像输入,卷积层会在每个通道上使用不同卷积核,计算公式如下

$$X^l_{(i,j)} = \text{ReLU}\left(\sum_{d=0}^{D-1} \sum_{m=0}^{S-1} \sum_{n=0}^{S-1} k^l_{(m,n,d)} X^{l-1}_{(i+m,j+n,d)} + b^l\right) \quad (5)$$

式中: $X^l_{(i,j)}$ 为第 l 卷积层在位置 (i,j) 处的值; X^{l-1} 为第 l 卷积层的输入图像,通道数为 D ; $X^{l-1}_{(i+m,j+n,d)}$ 为在位置 (i,j) 附近第 d 通道上值; $k^l_{(m,n,d)}$ 为在位置 (m,n) 处第 d 通道上的卷积核的权值; b^l 为第 l 卷积层的偏置;卷积核的大小为 $S \times S$ 。

池化层通常位于卷积层后,对卷积后的输出特征图进行降维减参操作。常用的池化层可分为最大池化和平均池化。池化操作定义如下

$$Y^l_{(i,j)} = \text{pool}_{(m,n) \in R_{i,j}}(X^{l-1}_{(m,n)}) \quad (6)$$

式中: $Y^l_{(i,j)}$ 为第 l 池化层在位置 (i,j) 处的值; $R_{i,j}$ 为在位置 (i,j) 处感受野,由池化窗口的大小确定; $X^{l-1}_{(m,n)}$ 为在感受野 (m,n) 位置处对应的输入值; $\text{pool}(\cdot)$ 为池化层的池化规则,最大池化将感受野内的最大值作为输出,平均池化则是将感受野内的输入求均值后的输出。

CNN 的最后一层为一个全连接层,用于执行分类或回归任务,其数学定义如下

$$\hat{y} = f(Wx + b) \quad (7)$$

式中: \hat{y} 为全连接层的输出,对于分类任务就是预测的标签值,对于回归任务就是预测值; W 为与输入特征列向量 x 相乘的权重矩阵; b 为偏置列向量; $f(\cdot)$ 为激活函数。

对于分类任务通常使用 Softmax 激活函数,其定义如下

$$\hat{y}_i = \frac{\exp(W_i x + b_i)}{\sum_{j=1}^J \exp(W_j x + b_j)} \quad (8)$$

式中: \hat{y}_i 为预测标签为 i 时的归一化概率; $\exp(\cdot)$ 为指数函数; J 为分类的总数; W_i 为权重矩阵的第 i 行。

在 CNN 的训练中,通常使用交叉熵函数,来评估真实标签与预测概率之间误差,定义如下

$$H(y, \hat{y}) = - \sum_{j=1}^J 1\{y = j\} \log(\hat{y}_j) \quad (9)$$

式中: $1\{\cdot\}$ 为指示函数,当大括号内的判断为真时,取值为 1,否则为 0;假设训练集的样本总数为 N ,则交叉熵损失函数定义如下

$$\text{Loss} = E[H(y, \hat{y})] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H(y^{(i)}, \hat{y}^{(i)}) \quad (10)$$

式中： $y^{(i)}$ 为第 i 个样本的真实标签； $\hat{y}^{(i)}$ 为 CNN 预测的第 i 个样本的标签。

1.3 深度残差网络

深度残差网络 (deep residual network, ResNet) 通过构建残差块, 使用残差连接, 即让神经网络的输入 X 通过一个恒等映射 $I: X \rightarrow X$ 直接连接到有参层的输出 Y , 使得有参层学习到一个残差映射 $f: X \rightarrow Y - X$ 。在 ResNet18 模型中的残差块结构形式如下图 2 所示。

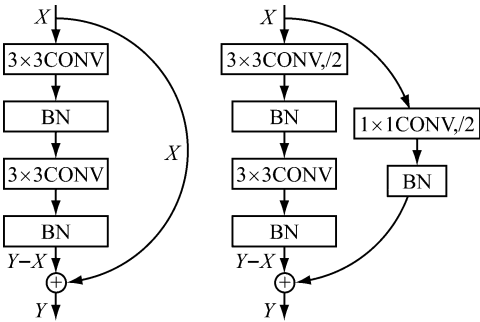


图 2 ResNet18 中的残差块结构
Fig. 2 Resblock structure in ResNet18

图 2 中左图为标准残差块 (identity residual block, IRB), 右图为带降采样层的残差块 (sampling residual block, SRB), 降采样层用来保持特征图的尺寸和通道数一致。

文献[20]的研究表明, 相比于传统的 CNN 让有参隐含层直接学习输入输出之间的映射 $f: X \rightarrow Y$, 让有参层学习残差映射 $f: X \rightarrow Y - X$ 能有效降低映射的学习难度, 加快模型的收敛速度, 因此, 能够搭建出有效的超深层 (超过 100 层) 神经网络模型。

而滚动轴承故障数据集的大小, 与训练原始 ResNet 的 ImageNet 数据集相比小的多。因此, 综合考虑滚动轴承故障诊断任务的复杂度与模型的前向推理速度, 本文提出采用在 ImageNet 数据集下训练的 ResNet18 模型, 作为滚动轴承故障诊断的预训练模型。ResNet18 模型的详细架构和参数信息如表 1 所示。

1.4 迁移学习方法

迁移学习的定义^[21]如下: 给定源域 $D_s = \{X_s, P(X_s)\}$ 和学习任务 $T_s = \{Y_s, f_s(\cdot)\}$ 、目标域 $D_t = \{X_t, Q(X_t)\}$ 和学习任务 $T_t = \{Y_t, f_t(\cdot)\}$, 迁移学习的目的是获取源域 D_s 和学习任务 T_s 中的知识以帮助提升目标域中的预测函数 $f_t(\cdot)$ 的学习, 其中 $D_s \neq D_t$ 或者 $T_s \neq T_t$ 。

对于 CNN 模型, Yosinski 等^[22]通过大量试验评估了不同位置卷积层的迁移能力, 试验发现: 低层特征具有很强的迁移能力, 而高层卷积层的特征都是和具体任务相关的抽象特征, 不适合进行迁移, 需要在新数据

集上再学习训练。此外, 源域和目标域间的相似程度是迁移学习成功的关键, 对于相似的数据集仅需对最后的全连接层进行训练就能取得很好的性能表现, 而对于差别比较大的数据集需要对较多的高层卷积层参数进行训练更新。

表 1 ResNet18 模型详细架构
Tab. 1 Detailed architecture of the ResNet18 model

网络层	类型	感受野尺寸; 输出通道数	输出 (尺寸 @ 通道数)	参数量
输入	三通道图像		224 × 224@ 3	0
Conv1	卷积层	7 × 7; 64	112 × 112@ 64	9 408
Maxpool	最大池化层	3 × 3; 64	56 × 56@ 64	0
Layer1	残差层: IRB64 + IRB64	3 × 3; 64	56 × 56@ 64	147 456
		3 × 3; 64	56 × 56@ 64	
		3 × 3; 64	56 × 56@ 64	
		3 × 3; 64	56 × 56@ 64	
Layer2	残差层: SRB128 + IRB128	3 × 3; 128	28 × 28@ 128	524 288
		3 × 3; 128	28 × 28@ 128	
		1 × 1; 128	28 × 28@ 128	
		3 × 3; 128	28 × 28@ 128	
		3 × 3; 128	28 × 28@ 128	
Layer3	残差层: SRB256 + IRB256	3 × 3; 256	14 × 14@ 256	2 097 152
		3 × 3; 256	14 × 14@ 256	
		1 × 1; 256	14 × 14@ 256	
		3 × 3; 256	14 × 14@ 256	
		3 × 3; 256	14 × 14@ 256	
Layer4	残差层: SRB512 + IRB512	3 × 3; 512	7 × 7@ 512	8 388 608
		3 × 3; 512	7 × 7@ 512	
		1 × 1; 512	7 × 7@ 512	
		3 × 3; 512	7 × 7@ 512	
		3 × 3; 512	7 × 7@ 512	
Avapool	平均池化层	7 × 7; 512	1 × 1@ 512	0
FC	全连接层	1 × 1 × 512; 1 000	1 000	513 000
模型总参数	—	—	—	11 679 912

基于此结论, 本文采用低层网络结构和参数冻结, 高层网络参数使用轴承故障图像数据训练的迁移学习方法。

2 算法详细

本文提出的基于迁移学习与深度残差网络的滚动轴承快速故障诊断算法 (TL - ResNet), 能够从时频图中自动提取出轴承的故障特征, 具有高诊断准确率, 模型训练时间短的优点。本算法的框架如图 3 所示。

具体由时频图像生成, 预训练模型迁移, 和模型应用 3 个步骤组成。

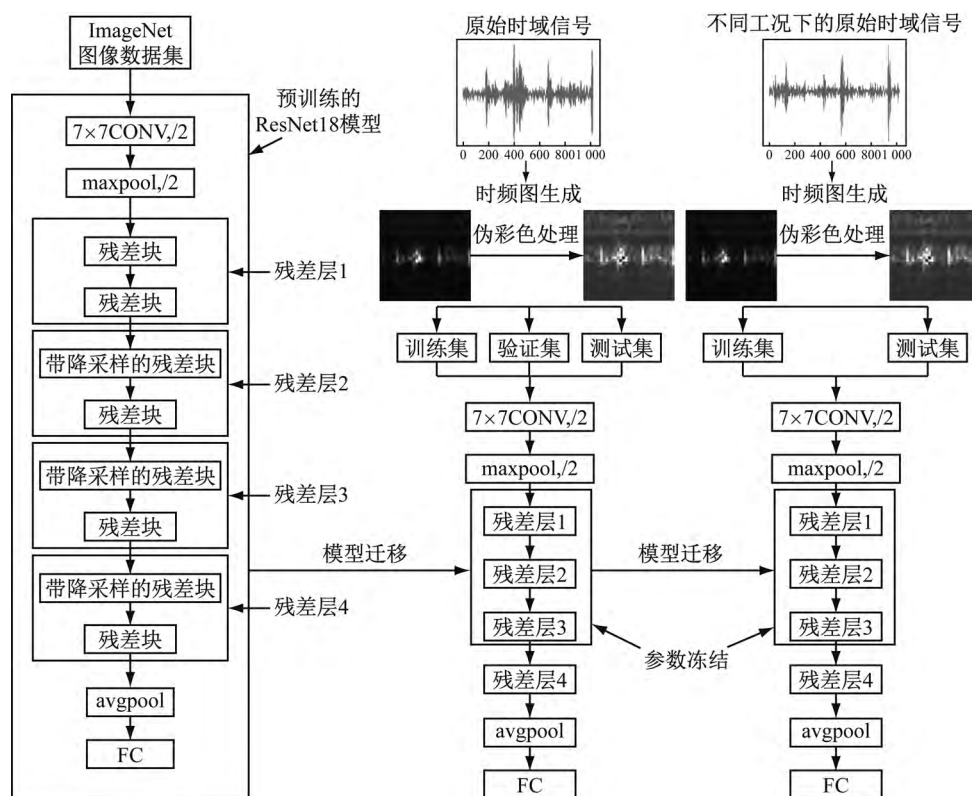


图3 TL-ResNet 框架示意图

Fig. 3 TL-ResNet framework diagram

(1) 时频图像生成: 本文提出 STFT 加伪彩色处理的方法将时域振动信号转换为三通道图像数据, STFT 方法中使用汉明窗函数, 窗函数宽度为 64 个振动信号数据点。伪彩色处理方法使用 openCV 开源框架的 applyColorMap 函数及 COLORMAP_JET 彩色映射表来实现。

(2) 预训练模型迁移: 本文的预训练模型使用在 ImageNet 图像数据集上训练 ResNet18 模型。保留原始 ResNet18 模型的大部分架构, 但移除最后 1 000 输出全连接层, 并冻结 Conv1 和前 3 个残差层的参数, 作为浅层故障特征提取器, 然后, 将第 4 残差层的参数做随机初始化, 用于学习滚动轴承故障的深层特征, 最后, 增加一个 10 输出全连接层, 并采用 Softmax 激活函数得到故障诊断的结果。

通过一定轮数的训练集迭代历遍就能得到 TL-ResNet 模型, 将 TL-ResNet 的参数持久化用于模型的具体应用。

(3) 模型应用: 滚动轴承数据集中分割出的测试集被用于测试持久化后的 TL-ResNet 模型的真实故障诊断表现, 即将测试集上对故障样本的分类预测的准确率作为故障诊断准确率。

而对于滚动轴承在不同工况下的故障诊断问题, 采用小样本迁移的方法对 TL-ResNet 模型进行调整。即将某一工况下生成的 TL-ResNet 的结构与参数冻结, 仅使用另一工况的少量训练样本(小样本), 对 TL-

ResNet 模型的全连接层进行一轮训练微调, 然后在另一工况的测试集上进行检验。

3 试验验证

为验证本文提出的快速故障诊断算法的有效性, 在 i7-8750h, 16 g 内存, GTX 1060max-q, windows10 操作系统下, 参考文献[23]中的开源代码, 通过 pytorch 框架实现了本文所提出的算法, 并进行相关的试验验证。

试验中深度学习模型每次训练的批大小设置为 32 个样本, 采用 Adam 优化方法, 反向传播更新深度学习模型的参数, 学习率设置为 0.001, 权重衰减设置为 0.000 01, 使用经典的交叉熵损失函数。

3.1 滚动轴承数据集简介

本文使用凯斯西储大学(Case Western Reserve University, CWRU)的滚动轴承数据集和帕德博恩大学(Paderborn University, PU)的滚动轴承数据集^[24]来进行试验验证, 试验平台如图 4 和图 5 所示。

CWRU 数据集中使用的是由 SKF 公司生产, 型号为 6205-2RS 的滚动轴承来开展故障诊断试验。其在 12 kHz 的采样频率下, 采集了 4 种不同工况时的滚动轴承振动信号。在每种工况下, 对滚珠、内滚道和外滚道分别引入直径为 0.178 mm、0.356 mm、0.532 mm 的单点故障的滚动轴承进行了试验, 加上正常滚动轴承的试验数据, 每个工况都有 10 种不同的故障类型, 如下表 2 所示。

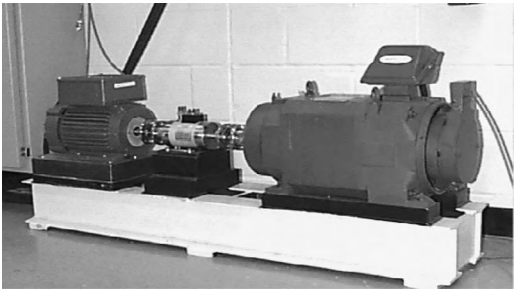


图 4 CWRU 滚动轴承试验平台
Fig. 4 CWRU rolling bearing test platform

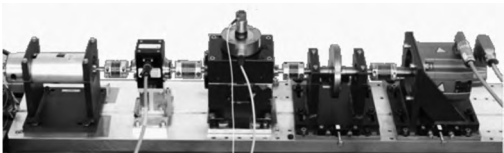


图 5 PU 滚动轴承试验平台
Fig. 5 PU rolling bearing test platform

表 2 CWRU 轴承故障分类及标签值

Tab. 2 CWRU bearing fault classification and label value		
标签值	故障类型	严重程度
0	正常状态	0
1	内滚道故障	0.007
2	滚珠故障	0.007
3	外滚道故障	0.007
4	内滚道故障	0.014
5	滚珠故障	0.014
6	外滚道故障	0.014
7	内滚道故障	0.021
8	滚珠故障	0.021
9	外滚道故障	0.021

对 CWRU 数据集中的原始振动信号,采用无重叠分割,每 1 024 个数据点组成一个样本,得到试验样本数量如表 3 所示。

表 3 CWRU 样本数量表

Tab. 3 CWRU sample size table						
样本	严重程度	工况 0	工况 1	工况 2	工况 3	总计
NA	—	238	472	473	474	1 657
	0.007	118	119	119	120	476
IF	0.014	118	118	118	118	472
	0.021	119	118	118	119	474
OF	0.007	119	119	118	119	475
	0.014	118	119	118	119	474
	0.021	119	119	119	119	476
BF	0.007	119	118	118	118	473
	0.014	118	119	119	119	475
	0.021	119	118	119	119	475
总计	—	1 305	1 539	1 539	1 544	5 927

而 PU 数据集中使用的是由 FAG、MTK 和 IBU 公司生产的型号为 6203 的滚动轴承来进行故障诊断试验。其在 64 kHz 的采样率下,采集了 32 组不同故障类型的振动信号数据。本文使用其中由加速疲劳试验产

生真实故障的试验数据,总共 18 组,具体使用的数据编号如表 4 所示。

表 4 PU 滚动轴承数据集真实故障数据分类及标签值

Tab. 4 PU rolling bearing dataset real fault data classification and label value		
健康 (标签 0)	外滚道故障 (标签 1)	内滚道故障 (标签 2)
K001	KA04	KI04
K002	KA15	KI14
K003	KA16	KI16
K004	KA22	KI18
K005	KA30	KI21
—	KB27	KB23
—	—	KB24

3.2 不同输入和不同预训练模型迁移试验结果与分析

为验证本算法的有效性,设计了使用 STFT 生成的单通道灰度图像数据作为模型的输入,并采用 CV 领域中其他 5 种常用的深度学习模型(LeNe、AlexNet、CNN、VGG16 和 inception - V3)作为预训练模型的对比试验。

其中,LeNet 模型是最经典的 2 层卷积层模型,模型结构简单,没有预训练模型可以加载,通过 CWRU 数据集中从头训练得到。

而 CNN 模型来自 Zhao 等研究中设计的由 7 层卷积神经网络组成的通用机械故障诊断模型,在 CWRU 数据集中从头训练得到。

AlexNet 模型是一个具有 5 层卷积层的模型,模型参数数量较少,而 VGG16 和 inception - V3 模型都是卷积层超过 10 层的深层卷积神经网络,模型复杂,参数数量众多,并且 AlexNet、VGG16 和 inception - V3 模型都有在 ImageNet 上训练好的预训练模型。因此,采用与 TL - ResNet 相同的迁移学习方法,构成 TL - AlexNet、TL - VGG16 和 TL - inceptionV3 模型,在同样的训练条件下,进行训练。

将预训练模型迁移到某一工况时,将该工况下的滚动轴承数据集样本按照 64%,16%,20% 的比例随机分配到训练集、验证集与测试集中。

得到的试验结果如下:工况 0 时,使用单通道图像数据,迭代历遍 10 轮训练集来训练模型,重复 10 次试验,各个模型的平均准确率对比如表 5 所示。

工况 0 时,使用三通道图像数据,迭代历遍 2 轮训练集来训练模型,重复 10 次试验,各个模型的平均准确率对比如表 6 所示。

工况 0 时,使用三通道图像数据,迭代历遍 10 轮训练集来训练模型,重复 10 次试验,各个模型的平均准确率对比如表 7 所示。

上述试验的故障诊断准确率对比如图 6 所示。

表 5 工况 0、单通道及 10 轮迭代历遍的对比试验结果
Tab.5 Comparative test results of working condition 0, single channel and 10 iterations

模型	准确率	训练时间/s
LeNet	0.268 98	19.5
CNN	0.350 19	114.0
TL – AlexNet	0.754 42	32.3
TL – VGG16	0.180 10	465.5
TL – inceptionV3	0.927 21	84.8
TL – ResNet	0.997 70	72.2

表 6 工况 0、三通道及 2 轮迭代历遍的对比试验结果
Tab.6 Comparative test results of working condition 0, three channels and 2 iteration

模型	准确率	训练时间/s
LeNet	0.893 10	1.4
CNN	0.784 67	1.8
TL – AlexNet	0.864 76	1.5
TL – VGG16	0.924 14	45.8
TL – inceptionV3	0.707 28	3.6
TL – ResNet	0.998 47	1.5

表 7 工况 0、三通道及 10 轮迭代历遍的对比试验结果
Tab.7 Comparative test results of working condition 0, three channels and 10 rounds of iteration

模型	准确率	训练时间/s
LeNet	0.933 71	46.1
CNN	0.954 03	119.0
TL – AlexNet	0.934 48	49.4
TL – VGG16	0.977 01	200.4
TL – inceptionV3	0.970 11	106.2
TL – ResNet	0.998 47	68.6

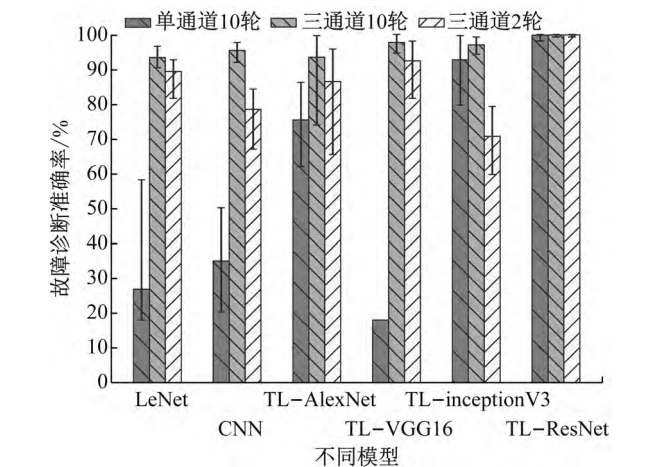


图 6 工况 0 时,不同通道图像输入的诊断准确率对比
Fig. 6 The diagnosis accuracy comparison of different channel image input, when working condition 0

从工况 0 时,迭代历遍 10 轮训练集的三通道图像数据与单通道图像数据的对比试验中可以看出,使用 STFT 加伪彩色处理方法,能取得比单通道图像数据更高的诊断准确率。

在上述试验中,无论是在单通道数据集还是三通

道数据集上,TL – ResNet 的故障诊断准确率都是最高的,且与其他深层深度学习模型的训练时间相比(即与 CNN、TL – VGG16 和 TL – inceptionV3 相比),TL – ResNet 所需的训练时间最短。

特别的 TL – ResNet 在仅 2 轮迭代历遍训练集的情况下,就能取得 99.8% 的诊断准确率,而此时所需的训练时间仅要 1.5 s,比使用单通道 10 迭代历遍的诊断准确率还高,而所花费的训练时间仅为其他的 2%。

这表明,本算法可以作为实际工业情况下的滚动轴承快速故障诊断方法来使用。

为了进一步验证本文所使用的迁移学习方法的有效性,从头训练了 TL – AlexNet、TL – VGG16、TL – inceptionV3 和 TL – ResNet 这 4 个模型,具体的对比试验结果如下:在工况 0、单通道与 10 轮迭代历遍训练集的情况下,从头训练上述 4 种深度学习模型,重复 10 次试验,各个模型的平均准确率对比如表 8 所示。

表 8 工况 0、单通道、从头训练及 10 轮迭代历遍的对比试验结果

模型	准确率	训练时间/s
TL – AlexNet	0.416 48	33.4
TL – VGG16	0.180 10	218.1
TL – inceptionV3	0.913 03	223.6
TL – ResNet	0.980 84	87.5

在工况 0、三通道与 10 轮迭代历遍训练集的情况下,从头训练上述 4 种深度学习模型,重复 10 次试验,各个模型的平均准确率对比如表 9 所示。

表 9 工况 0、三通道、从头训练及 10 轮迭代历遍的对比试验结果

模型	准确率	训练时间/s
TL – AlexNet	0.787 36	57.4
TL – VGG16	0.935 64	410.6
TL – inceptionV3	0.965 89	238.1
TL – ResNet	0.994 64	158.6

将上述从头训练得到的试验结果与采用迁移学习方法的试验结果对比如下图 7 所示。

从上述对比试验中可以得到结论:

- (1) 无论是单通道图像输入还是三通道图像输入,使用迁移学习方法均能得到更好的故障诊断表现。
- (2) 对于从头训练深度学习模型的情况,使用三通道数据仍能得到的更高的故障诊断准确率。因此,三通道图像数据比单通道图像数据更适合用于基于深度学习模型的故障诊断。
- (3) 本文提出的 TL – ResNet 不管是在单通道数据集上还是三通道数据集上都有最好的诊断准确率,并

且从头进行训练所需的时间在深层深度学习模型中也是最少的。

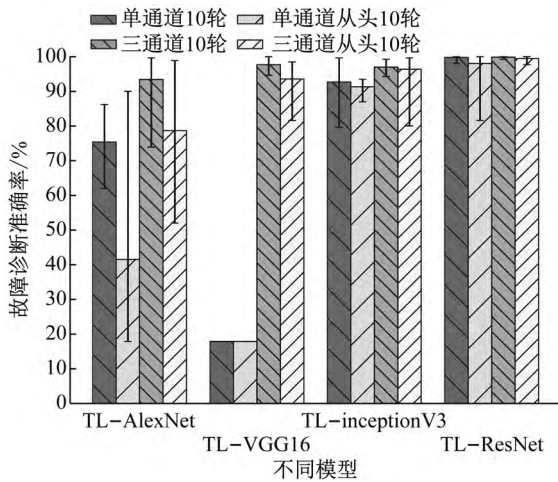


图7 工况0时, 从头训练与迁移学习的诊断准确率对比

Fig. 7 Comparison of diagnostic accuracy between retraining and transfer learning, when working condition 0

3.3 不同工况间的小样本迁移试验

对于滚动轴承在不同工况下的故障诊断问题, 利用 CWRU 数据集提供的 4 种不同工况下的试验数据, 提出采用小样本迁移的方法对 TL-ResNet 模型进行调整, 研究 TL-ResNet 在不同工况间的迁移效果。

本文中的迁移任务 $0 \rightarrow 1$ 表示将工况 0 下生成的 TL-ResNet 模型(即工况 0 为源域), 迁移应用到工况 1 下的滚动轴承故障诊断问题中(即目标域为工况 1)。

TL-ResNet 在不同工况间迁移应用时, 把目标域工况数据集中 20% 的样本作为小样本训练集, 剩下的 80% 作为测试集, 用于确定模型在不同工况下的真实诊断表现。

使用仅 2 轮迭代历遍某一工况三通道图像训练集迁移生成的 TL-ResNet 模型, 采用小样本迁移与直接应用的方法对可能存在的 12 种工况迁移情况开展对比试验, 重复 10 次试验得到的结果如图 8 所示。

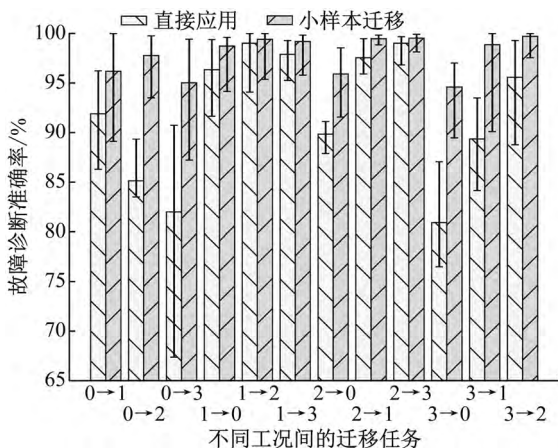


图8 TL-ResNet 在不同工况迁移任务时的故障诊断准确率对比

Fig. 8 Comparison of fault diagnosis accuracy of TL-ResNet in different working conditions transfer tasks

从图 8 可知, 采用小样本迁移方法比直接应用方法的故障诊断准确率更高, 即具有更好的诊断效果。

通过 t-分布领域嵌入算法可以将 TL-ResNet 全连接层提取出的故障特征, 降维至二维平面, 并以散点图的形式呈现, 如图 9 ~ 图 12 所示。

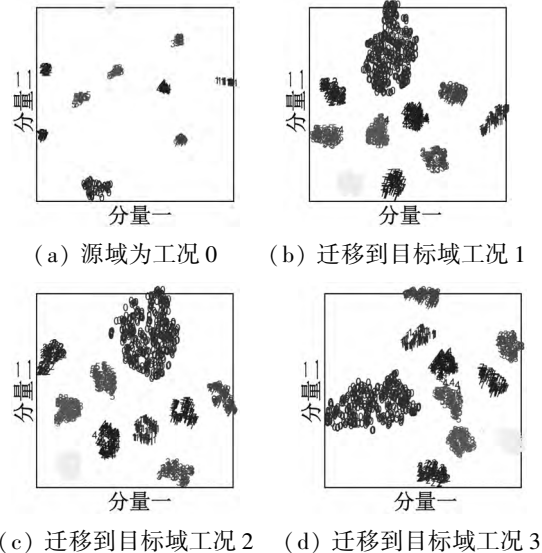


图9 源域为工况 0 的 TL-ResNet 向其他工况迁移时的故障特征散点图

Fig. 9 Scatter plot of fault characteristics when TL-ResNet whose source domain is working condition 0 transfer to other working conditions

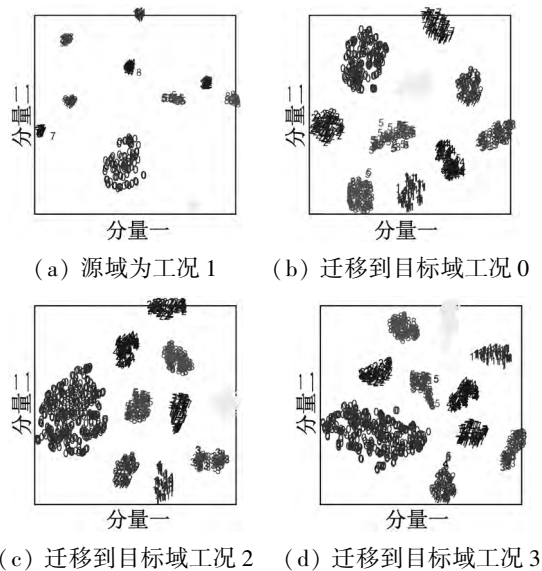


图10 源域为工况 1 的 TL-ResNet 向其他工况迁移时的故障特征散点图

Fig. 10 Scatter plot of fault characteristics when TL-ResNet whose source domain is working condition 1 transfer to other working conditions

在 $3 \rightarrow 0$ 迁移任务的故障特征散点图中, 0.014 英寸滚子故障特征与 0.532 mm 的滚子故障特征存在重叠现象, 因此图 8 中 $3 \rightarrow 0$ 迁移任务故障诊断准确率较低。同理, 在 $0 \rightarrow 3$ 迁移任务的故障特征散点图中,

0.356 mm 滚子故障特征与 0.356 mm 内圈故障特征存在重叠现象,因此图 8 中 0→3 迁移任务故障诊断准确率也较低。而其他迁移任务的故障诊断准确率均在 95% 以上,故障特征散点图中各个故障类别也具有明显的界限。

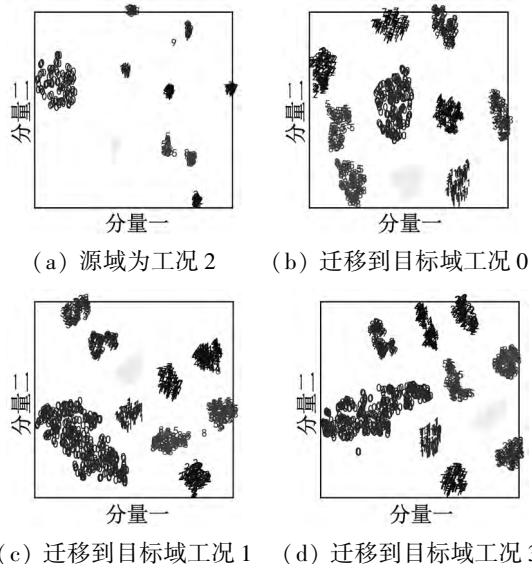


图 11 源域为工况 2 的 TL-ResNet 向其他工况迁移时的故障特征散点图

Fig. 11 Scatter plot of fault characteristics when TL-ResNet whose source domain is working condition 2 transfer to other working conditions

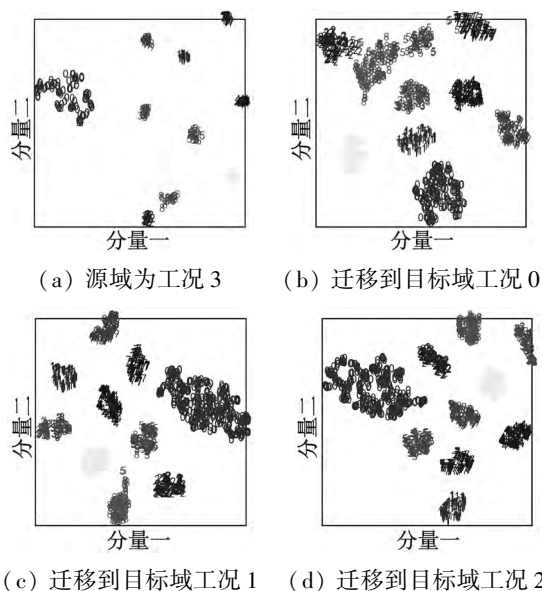


图 12 源域为工况 3 的 TL-ResNet 向其他工况迁移时的故障特征散点图

Fig. 12 Scatter plot of fault characteristics when TL-ResNet whose source domain is working condition 3 transfer to other working conditions

因此,本文所提出的 TL-ResNet 算法在 CWRU 数据集的各种工况迁移任务中都能有效地提取出轴承故障特征,具有故障诊断准确率高,训练速度快的优点。

3.4 小样本大小对工况迁移任务的影响

3.3 节中从目标域数据集中随机分割出 20% 的样本(工况 0 为 261 个样本,工况 1、2 为 307 个样本,工况 3 为 308 个样本)作为小样本训练集,得到了优越的试验结果。

而在基于深度学习的方法中,训练样本的大小对试验结果具有显著的影响。为此,本节通过调整目标域数据集的分割比例,分别为 1%、5%、10%、15%、30%,生成不同大小的小样本训练集,随机选取任一工况,某次训练好的 TL-ResNet 模型,在 12 种可能的工况迁移任务上开展对比试验,每种任务重复 10 次试验取平均值,试验结果如图 13 所示。

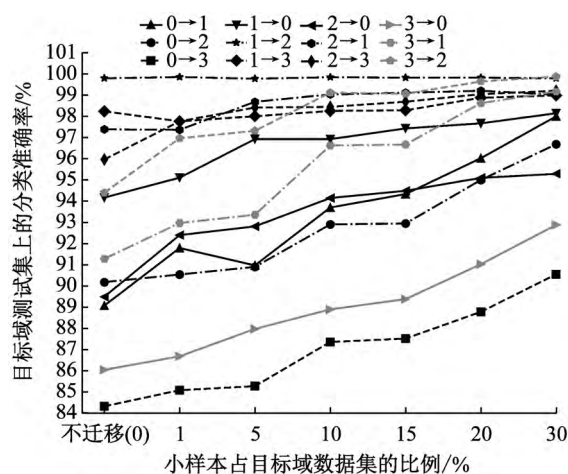


图 13 小样本大小对工况迁移任务的影响

Fig. 13 The influence of small sample size on the task of working condition transfer

从试验结果中可以看出,小样本占目标数据集的比例(即小样本大小)为 20% 时,除了 0→3 任务外都能达到 90% 以上的故障诊断准确率,再除开 3→0 任务外其他任务都能达到 95% 以上的准确率,与 3.3 节的试验结果与分析相符。而当小样本大小为 30% 时,仅在模型不迁移时诊断准确率较低的任务(0→3, 3→0, 0→1)上会有显著地提升,其他任务较 20% 的提升不显著。

当小样本大小选取为 1% 时(工况 0 为 13 个样本,工况 1、2、3 为 15 个样本)试验结果相对于不迁移训练的提升有限,且在 1→3 和 2→1 任务中略有下降。因为 1→3 和 2→1 任务在不迁移时的故障诊断准确率已经分别达到 98% 和 97% 以上,而小样本大小为 1% 时,用于训练的样本数量极少,平均每种故障的样本就 1 个或 2 个,而采用随机生成的方法,在这种情况下会导致各类故障样本的数量分布极不平衡(部分故障样本可能就没有出现过,而部分样本又可能出现了 3 次以上),这会导致模型迁移后的诊断准确率降低。而当小样本大小选取为 5% 时,相对于 1% 的提升有限,且在 0→1 任务上,同样也存在小样本数据分布不平衡引起的准确率下降。当小样本大小为 10% 时,各个迁移任

务的诊断准确率都较不迁移有较为显著的提升,而为 15% 时较 10% 的提升有限。

综上,可以认为小样本的大小为目标域数据集的 10% 及以上时,应用小样本迁移才能取得明显的和稳定的准确率提升。总体上不断增加小样本的大小,工况迁移任务的故障诊断准确率会得到不断地提升,而 20% 的比例能较好地平衡性能提升与小样本的大小。

3.5 TL - ResNet 与经典滚动轴承故障诊断算法的对比

本节使用帕德博恩大学的滚动轴承数据集进行试验验证,根据 Lessmeier 等研究中的试验基准,使用相同的 5 折交叉验证方法,训练与测试 TL - ResNet 模型,其中测试集样本比例为 33%。因为 PU 数据集的数据具有高采样率,和故障模式复杂的特点,在试验中采用无重叠分割将数据集中连续的 4 096 个数据点作为一个样本,通过 10 轮迭代历遍训练集进行 ImageNet 预训练模型的迁移,得到用于 PU 数据集的 TL - ResNet,其余试验参数的设置同 CWRU 数据集试验。

试验结果与经典滚动轴承故障诊断算法基准结果的对比如表 10 所示。其中,经典滚动轴承故障诊断算法采用振动包络谱分析作为故障特征提取器,故障分类器算法分别为:分类与回归树(CART)、随机森林(RF)、Boosted 树(BT)、神经网络(NN)、融合粒子群参数优化的支持向量机(SVM - PSO)、极限学习机、k 最近邻(kNN)和集成算法(Ensemble)。

表 10 TL - ResNet 与经典故障诊断算法的试验结果对比
Tab.10 Comparison of test results between TL-ResNet and classic fault diagnosis algorithms

算法	平均准确率/%
TL - ResNet	95.2
CART	91.3
RF	91.3
BT	79.4
NN	33.2
SVM - PSO	70.8
ELM	71.9
kNN	70.0
Ensemble	91.3

根据对比试验结果,本文所提出的 TL - ResNet 在测试集上的平均分类准确率为 95.2%,超过了所有经典滚动轴承故障诊断算法,显示出本算法面对复杂故障诊断问题时仍具有强大的故障诊断能力。

而平均诊断准确率低于 CWRU 数据集上的试验,是因为在 PU 试验中使用的是滚动轴承的真实故障数据,且每个标签都包含有不同故障模式生成的数据,故障模式比 CWRU 数据更为复杂(包含了复合、分布式故障等),类内差别大,取得精确度故障诊断结果难度高。

4 结 论

本文提出了一种基于迁移学习与深度残差网络的

滚动轴承快速故障诊断算法(TL - ResNet),成功将 ImageNet 图像数据集上的预训练模型迁移应用到滚动轴承故障诊断领域中,且通过小样本迁移将 TL - ResNet 应用到不同工况下的滚动轴承故障诊断问题中。

(1) 在 CWRU 轴承故障数据集上,对 TL - ResNet 进行了试验验证,在 2 轮迭代历遍训练集的条件下,训练时间仅要 1.5 s,故障诊断准确率达到 99.8%。而对于不同工况下的轴承故障诊断问题,本算法也能达到 95% 以上的平均故障诊断准确率。因此,本算法具有训练速度快、泛化能力强和故障诊断准确率高的优点。

(2) 在 PU 数据集上本方法超过了所有经典算法的诊断准确率,这验证了本方法面对真实复杂轴承故障时强大的诊断能力。其能作为一种快速故障诊断方法用于工业实际中。

(3) CWRU 与 PU 数据集中包含了不同类型滚动轴承的故障数据,而 TL - ResNet 在试验中都能取得很高的故障诊断准确率,因此,可以认为本算法适用于大多数不同类型滚动轴承的故障诊断。

本算法使用 ImageNet 数据集上训练的 ResNet18 模型作为预训练模型,将其前 3 层残差层充当经典算法中的特征提取器,不涉及滚动轴承故障诊断领域中的先验知识。因此,只要能将机械设备的故障诊断问题转化为图像形式的分类问题,TL-ResNet 就能使用。根据 Siyu 等和 Zhao 等研究中的经验,本算法理论上也能用于齿轮、电机和水泵等旋转机械的故障诊断问题,但还需要进一步的试验来验证。

未来将对本算法进行进一步改进,将其推广到旋转机械的故障诊断领域中,并开展相关的试验验证,同时,可将本算法移植到边缘计算端,开发出一套具有实时故障诊断能力的嵌入式平台,并在实际工业环境中进行试验。

参 考 文 献

[1] BONNETT A H, YUNG C. Increased efficiency versus increased reliability [J]. IEEE Industry Applications Magazine, 2008, 14(1): 29 - 36.

[2] 周小龙,刘薇娜,姜振海,等. 基于改进 HHT 和马氏距离的齿轮故障诊断[J]. 振动与冲击, 2017, 36(22): 218 - 224. ZHOU Xiaolong, LIU Weina, JIAN Zhenhai, et al. Gear fault diagnosis based on improved HHT and Mahalanobis distance[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(22): 218 - 224.

[3] 陈俊洵,程龙生,胡绍林,等. 基于 EMD 的改进马田系统的滚动轴承故障诊断[J]. 振动与冲击, 2017, 36(5): 151 - 156. CHEN Junxun, CHENG Longsheng, HU Shaolin, et al. Fault diagnosis of rolling bearings using modified Mahalanobis-Taguchi system based on EMD[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(5): 151 - 156.

[4] XIA M, LI T, XU L, et al. Fault diagnosis for rotating machinery using multiple sensors and convolutional neural networks[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,

- 2017, 23(1):101-110.
- [5] 张龙,毛志德,杨世锡,等. 基于包络谱带通峭度的改进谱峭度方法及在轴承诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2018, 37(23): 171-179.
- ZHANG Long, MAO Zhide, YANG Shixi, et al. An improved Kurtogram based on band-pass envelope spectral kurtosis with its application in bearing fault diagnosis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(23): 171-179.
- [6] 姜景升,王华庆,柯燕亮,等. 基于LTSA与K-最近邻分类器的故障诊断[J]. 振动与冲击, 2017, 36(11): 134-139.
- JIANG Jingsheng, WANG Huaqing, KE Yanliang, et al. Fault diagnosis based on LTSA and K-nearest neighbor classifier[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(11): 134-139.
- [7] 何大伟,彭靖波,胡金海,等. 基于改进FOA优化的CS-SVM轴承故障诊断研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(18): 108-114.
- HE Dawei, PENG Jingbo, HU Jinhai, et al. Bearing fault diagnosis based on a modified CS-SVM model optimized by an improved FOA algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(18): 108-114.
- [8] 李锋,汤宝平,郭胤. Laplacian 双联最小二乘支持向量机用于早期故障诊断[J]. 振动与冲击, 2017, 36(16): 85-92.
- LI Feng, TANG Baoping, GUO Yin. Early fault diagnosis using Laplacian twin least squares support vector machine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(16): 85-92.
- [9] HADONG S, HONGKAI J, YING L, et al. A novel method for intelligent fault diagnosis of rolling bearings using ensemble deep auto-encoders[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 102:278-297.
- [10] SUN W J, SHAO S Y, ZHAO R, et al. A sparse auto-encoder-based deep neural network approach for induction motor faults classification[J]. Measurement, 2016, 89:171-178.
- [11] DING X X, HE Q B. Energy-fluctuated multiscale feature learning with deep ConvNet for intelligent spindle bearing fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(8):1926-1935.
- [12] ZHAO R, WANG D, YAN R, et al. Machine health monitoring using local feature-based gated recurrent unit networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(2):1539-1548.
- [13] 雷亚国,杨彬,杜兆钧,等. 大数据下机械装备故障的深度迁移诊断方法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7):1-8.
- LEI Yaguo, YANG Bin, DU Zhaojun, et al. Deep transfer diagnosis method for machinery in big data era[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7):1-8.
- [14] SIYU S, STEPHEN M A, RUQIANG Y, et al. Highly accurate machine fault diagnosis using deep transfer learning[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(4):2446-2455.
- [15] WEN L, GAO L, LI X. A new deep transfer learning based on sparse auto-encoder for fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 49(1):136-144.
- [16] SHEN F, CHEN C, YAN R, et al. Bearing fault diagnosis based on SVD feature extraction and transfer learning classification[C]//2015 Prognostics & System Health Management Conference. Beijing: IEEE, 2016.
- [17] 李恒,张氢,秦仙蓉,等. 基于短时傅里叶变换和卷积神经网络的轴承故障诊断方法[J]. 振动与冲击, 2018, 37(19):124-131.
- LI Heng, ZHANG Qing, QIN Xianrong, et al. Fault diagnosis method for rolling bearings based on short-time Fourier transform and convolution neural network[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(19):124-131.
- [18] ZHAO Z B, ZHANG Q Y, YU X L, et al. Applications of unsupervised deep transfer learning to intelligent fault diagnosis: a survey and comparative study[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70:1-28.
- [19] GOODFELLOW I, BENGIO Y, COURVILLE A. Deep Learning[M]. Cambridge, MA: The MIT Press, 2016.
- [20] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]// IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. Las Vegas: IEEE, 2016.
- [21] PAN S J, YANG Q. A survey on transfer learning[J]. IEEE Transactions on Knowledge & Data Engineering, 2010, 22(10):1345-1359.
- [22] YOSINSKI J, CLUNE J, BENGIO Y, et al. How transferable are features in deep neural networks? [C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. Cambridge, MA: MIT Press, 2014.
- [23] ZHAO Z, LI T, WU J, et al. Deep learning algorithms for rotating machinery intelligent diagnosis: an open source benchmark study[J]. ISA Transactions, 2020, 107:224-255.
- [24] LESSMEIER C, KIMOTH O J K, ZIMMER D, et al. Condition monitoring of bearing damage in electromechanical drive systems by using motor current signals of electric motors: a benchmark data set for data-driven classification[C]// European Conference of the Prognostics and Health Management Society. Bilgao: ECPHMS, 2016.

(上接第122页)

- [21] 瓦伦丁·波波夫. 接触力学与摩擦学的原理及其应用[M]. 李强, 雒建斌, 译. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [22] ZHAO Y, YANG C, CAI L, et al. Stiffness and damping model of bolted joint with uneven surface contact pressure distribution[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 62(11):665-677.
- [23] ZHAO Y, XU J, CAI L, et al. Contact stiffness determination of high-speed double-locking toolholder-spindle joint based on a macro-micro scale hybrid method[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2016, 17(6):741-753.
- [24] ZHANG Y, LU H, ZHANG X, et al. A normal contact stiffness model of machined joint surfaces considering elastic, elasto-plastic and plastic factors[J]. Engineering Tribology, 2019, 234(7):1007-1016.
- [25] XIAO H, SUN Y, CHEN Z. Fractal modeling of normal contact stiffness for rough surface contact considering the elastic-plastic deformation[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(1):11.