

# 形式语言与编译作业四 参考答案

授课老师：赵银亮

编写助教：张宇舜

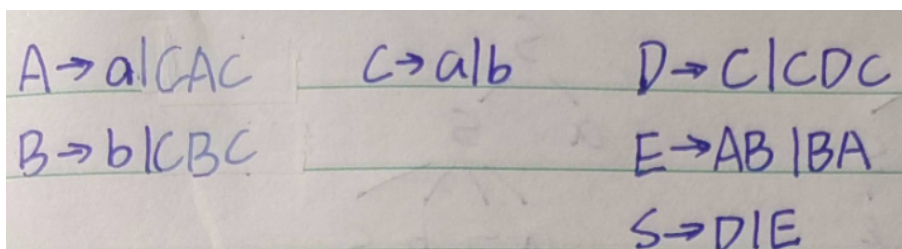
2025 春

写在前面：虽然在最终作答的过程中，推导过程不是必须的，但连贯、完整的说明可以帮助快速理解答案含义，尤其是当作答方法与参考标答不同时，便于正确做出评判。建议不要仅提交一个答案

## 1 习题 5.1

### 1.1 (2)

(b). 非  $ww$  形式的串  $\{a, b\}$  上,  
则首先, 奇数长度的串一定非  $ww$  形式,  
其次, 对于偶数长度的串, 一定分为两个相等长度的子串  $w_1, w_2$ .  
长度都为  $n$ . 则要让  $w_1, w_2$  中有不相同的位. 假设第  $k$  位不同, 即  $W = \underbrace{w_1}_{( |W| = |w_1| + |w_2| )} \underbrace{w_2}_{k} = \dots a \dots \dots b \dots \dots$  即第  $k$  位和  $n+k$  位  
不一样, 只需一处不同即可. 所以其他位置可以分别随意生成  
满足在  $\{a, b\}$  上即可.



说明：按照串长度分别按奇偶性讨论

## 2 习题 5.4

对步数  $m$  进行归纳 ( $m \geq 1$ )

基础:  $m=1$ , 则只有标为  $S$  的 1 个根结点, 其他结点都为标为终结符的叶结点. 故叶结点个数为  $|w|$ , 语法分析树结点个数为  $|w|+1 = |w|+m$

归纳: 当  $m=k-1$ , 结点个数  $= |w'|+k-1$   $w' = w_1 w_2 \dots w_{k-1}$

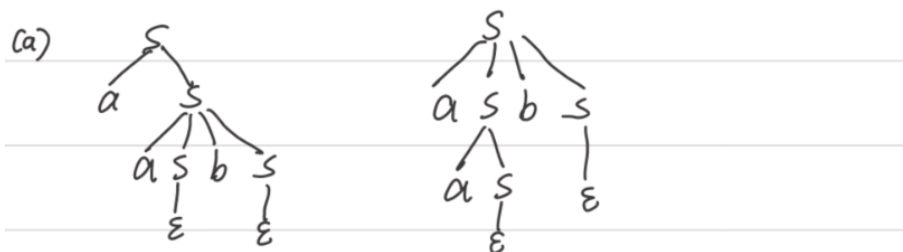
考虑最后一步推导

$$S \xRightarrow{*} w_1 w_2 \dots w_{k-1} X_k \Rightarrow w_1 w_2 \dots w_{k-1} w_k = w$$

在原本的语法分析树上替换一个终结符为变元, 将被替换终结符与新终结符作为该变元的子结点, 减少节点数 1, 增加结点数  $1+1+|w_k|$ , 总结点数  $= |w'|+k-1+1+|w_k|$   
故总结点为  $|w|+k$

说明：数学归纳法

## 3 习题 5.6



(b)  $S \Rightarrow_{lm} aS \Rightarrow_{lm} aasbs \Rightarrow_{lm} aabs \Rightarrow_{lm} aab$

$S \Rightarrow_{lm} asbs \Rightarrow_{lm} aasbs \Rightarrow_{lm} aabs \Rightarrow_{lm} aab$

(c)  $S \Rightarrow_{rm} aS \Rightarrow_{rm} aasbs \Rightarrow_{rm} aasb \Rightarrow_{rm} aab$

$S \Rightarrow_{rm} asbs \Rightarrow_{rm} asb \Rightarrow_{rm} aasb \Rightarrow_{rm} aab$

说明：正确率较高

## 4 习题 5.7

利用数学归纳法证明

若当前  $S$  满足其任何前缀中所含  $a$  个数不少于  $b$ ,

显然空串满足此要求

下证  $aS$ ,  $aSbS$  均满足此要求

将  $aS$  若截取于  $S$  中, 前缀中为  $S$  前缀加前缀一  $T$   $a$ , 满足要求

若截取于  $a$  左或  $a$  右, 为  $\varepsilon$  或  $a$  满足要求.

对  $aSbS$ , 若截取于  $b$  前, 同上证明.

若截取于  $b$  后, 前缀为  $aSb$ ,  $\because aS$  中  $a$  个数不少于  $b$

$aSb$  中  $a$  个数不少于  $b$

若截取于第二个  $S$  中, 设串为  $aSbS'$ , 有  $S'$  中  $a$  个数不少于  $b$ ,

又  $aSb$  中  $a$  个数不少于  $b$ , 所以  $aSbS'$  中  $a$  不少于  $b$ ,

对任何递归进行, 有该串前任何前缀中  $a$  不少于  $b$

结论成立

数学归纳法, 注意: (1) “所接受的串的所有前缀包含  $a$  不少于包含  $b$ ”  
不等价于 “所接受的串包含  $a$  不少于包含  $b$ ” (2) 注意不要将文法识别为  
 $a^ib^j (i \geq j)$  的形式, 实际上如 “ $abab$ ” 的串应被接受

## 5 习题 5.8

$$S \rightarrow aST | \varepsilon$$

$$T \rightarrow \varepsilon | bS$$

说明：本题上一届错误率极高，但这次正确率有显著提升

## 6 习题 5.10

5.10  $S \rightarrow ASB | \varepsilon$   $A \rightarrow aAS | a$   $B \rightarrow SbS | A | bb$

(a) 去除  $\varepsilon$  产生式  
 由  $S \rightarrow \varepsilon$  可知  $S$  可以为空  
 去掉  $\varepsilon$  产生式后  
 $S \rightarrow ASB | AB$   $A \rightarrow aAS | aA | a$   $B \rightarrow SbS | bS | Sb | A | bb$

(b) 去除单位产生式  
 $(B, A)$  是单位对  
 $S \rightarrow ASB | AB$   $A \rightarrow aAS | aA | a$   
 $B \rightarrow SbS | bS | Sb | aAS | aA | a | bb$

(c) 去除无用符号  
 $A \rightarrow a$   $A$  有产出  $B \rightarrow bb$   $B$  有产出  $S \rightarrow AB$   
 $A, B$  可产且  $S$  有产出

说明：部分同学去除  $\varepsilon$  产生式时，没有递归生成全部的推导式（如：将  $A \rightarrow aAS | aA | a$  写作  $A \rightarrow aAS | a$ ），需要注意

## 7 习题 5.13

(a) 可变元:  $S, C, A, B, D$   
 $G_a: S \rightarrow aa | aAa | bb | bBb$   
 $A \rightarrow C | a$   
 $B \rightarrow C | b$   
 $C \rightarrow E | CE | DE | CDE$   
 $D \rightarrow A | B | ab$

(b) 单位对:  $(A, C) (B, C) (C, E) (D, A) (D, B) (D, C)$   
 $(D, E) (A, E) (B, E)$   
 $G_r: S \rightarrow aa | aAa | bb | bBb$   
 $A \rightarrow CE | DE | CDE | a$   
 $B \rightarrow CE | DE | CDE | b$   
 $C \rightarrow CE | DE | CDE$   
 $D \rightarrow CE | DE | CDE | ab$

(c) 消除无用符号 ( $C, E$  无产出,  $D$  不可达)  
 $G_g: S \rightarrow aa | aAa | bb | bBb$   
 $A \rightarrow a$   
 $B \rightarrow b$

Diagram illustrating the derivation of  $E$  from  $D$  and  $C$ :

```

graph LR
    D --> A
    D --> B
    A --> C
    B --> C
    C --> E
  
```

说明: 正确率较高, 其中 (c) 题需要删去不可达变元  $D$ , 不需要列出在最终的文法中