

习题 3.1 写出下列语言的一个正则表达式:

(1) $\{a, b, c\}$ 上包含至少一个 a 和至少一个 c 的串的集合。

✓ (2) $\{0, 1\}$ 上任何 00 子串都出现在任何 11 子串前边的串的集合。

(3) 不包含 101 子串的 0-1 串的集合。

习题 3.2 用自然语言描述下列 RE 的语言:

(1) $(0+10)^*1^*$

✓ (2) $0^*1(1+0^*1)^*$ 至少一个 1, 且 1 之间可以有任意个 0

✓ (3) $(0+11^*0)^*11^*$ 至少一个 1 结尾。

习题 3.3 分别将习题 2.6 和习题 2.7 的 NFA 转换为 RE。

习题 3.4 用状态消除技术将下列 DFA 转换为 RE, 要求也写出中间结果 g-NFA:

(1) DFA $(\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{(q_0, 0, q_1), (q_0, 1, q_2), (q_1, 0, q_0), (q_1, 1, q_2), (q_2, 0, q_1), (q_2, 1, q_0)\}, q_0, \{q_2\})$

✓ (2) DFA:

3.1 (2) 由题意, 要么 11 没出现, 要么 11 出现后, 00 不能出现在它后面
可写出不包含 11 的串为 $(0+10)^*$
包含 00 的串为 $(1+01)^*(\varepsilon+0)$

\therefore 可写为 $(0+10)^* \left\{ \varepsilon + [11 (1+01)^* (\varepsilon+0)] \right\}$

3.2 (2) 至少包含一个 1, 且 1 之间可以有任意数量 0
的字符串

(3) 由若干 1 结尾, 且至少有 1 个 1 的字符串

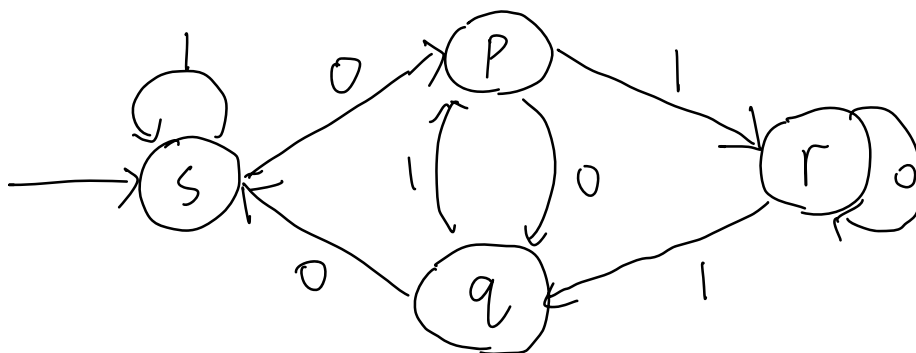
习题 3.4 用状态消除技术将下列 DFA 转换为 RE, 要求也写出中间结果 g-NFA:

(1) DFA $(\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{(q_0, 0, q_1), (q_0, 1, q_2), (q_1, 0, q_0), (q_1, 1, q_2), (q_2, 0, q_1), (q_2, 1, q_0)\}, q_0, \{q_2\})$

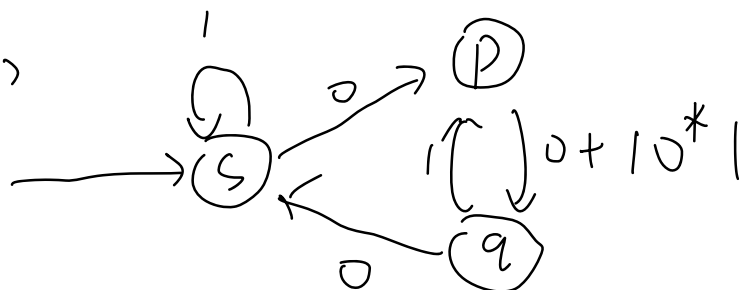
(2) DFA:

| | 0 | 1 |
|-------------------|-----|-----|
| $\rightarrow^* s$ | p | s |
| q | s | p |
| r | r | q |
| p | q | r |

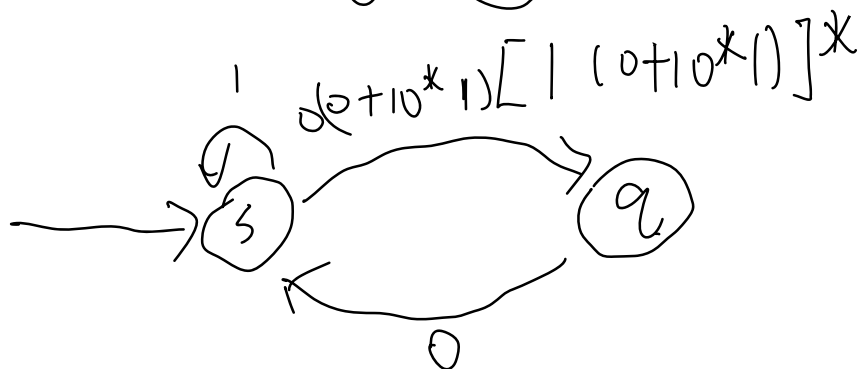
3.4 (2)



先消除 r ,



再消 p ,



所以最后可得, 正则表达式为

$$1^* \left\{ 0 (0 + 10^* 1) [1 (0 + 10^* 1)]^* 0 1^* \right\}^*$$

习题 3.7 证明下列语言都不是正则语言:

(1) $\{0^n 1^m \mid n \leq m\}$

(2) $\{0^n \mid n \text{ 是 } 2 \text{ 的幂}\}$

(3) 有 0 和 1 构成的 $w\hat{w}$ 形式的串的集合, 其中 \hat{w} 是对 w 取反结果, 即若 $w = 001$

那么 $\hat{w} = 110$, 因此 001110 是该语言的成员。

习题 3.8 如果 L 是一种语言, a 是一个符号, 则商 L/a 是所有满足 $wa \in L$ 条件的串 w 的集合。例如, 对于 $L = \{aba, a, aa, baa\}$, $L/a = \{\epsilon, a, ab, ba\}$ 。证明: 如果 L 是正则的, 那么 L/a 也是。提示: 从 L 的 DFA 出发, 考虑接受状态集。

习题 3.9 给出算法区分两种正则语言 L 和 M 是否至少有一个公共串。

习题 3.10 对下列 DFA 画出可区分性表并给出最小化结果。

| | 0 | 1 |
|-----------------|---|---|
| $\rightarrow A$ | B | A |
| B | A | C |
| C | D | B |
| *D | D | A |
| E | D | F |
| F | G | E |

3.7 (3) 令 $w = 0^p$, 其中 $p > 0$, 则 $\hat{w} = 1^p$

\therefore 串 $s = 0^p 1^p$

根据泵引理, 不妨设 $|xy| \leq p$, 则 xy 还在 0^p 中,

设 $xy = 0^m$, $m \leq p$

$\therefore |y| > 0$, $\therefore y$ 至少包含一个 0

不妨设 $y = 0^q$, $x = 0^{m-q}$

当 $i-1 > \frac{p-m}{q}$ 时,

此时 $xy^i = 0^{m-q} 0^{iq} = 0^{m+(i-1)q}$

而 $m+(i-1)q > m+p-m > p$, 此时新串中 0 的数量不止 p

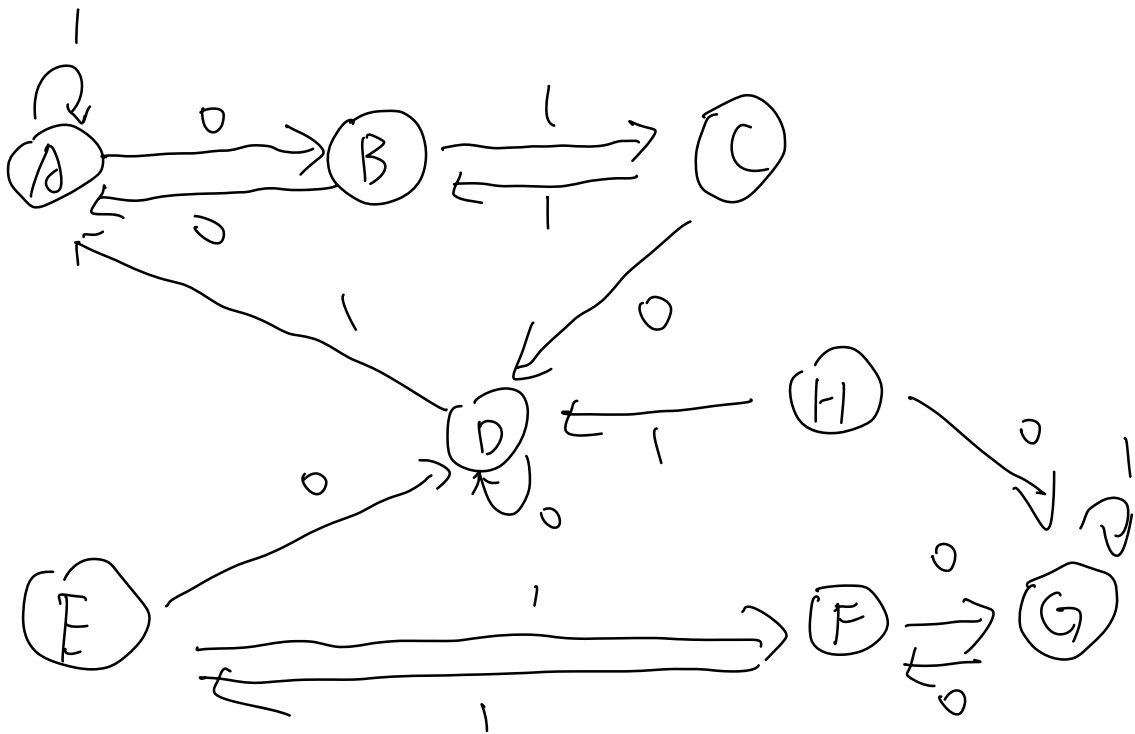
$xy^i \notin L$

$\therefore L$ 不是正则语言

习题 3.10 对下列 DFA 画出可区分性表并给出最小化结果。

| | 0 | 1 |
|-----------------|---|---|
| $\rightarrow A$ | B | A |
| B | A | C |
| C | D | B |
| *D | D | A |
| E | D | F |
| F | G | E |

| | | |
|---|---|---|
| G | F | G |
| H | G | D |



| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | X | | | | | | |
| C | X | X | X | | | | |
| D | X | X | X | | | | |
| E | X | X | | X | | | |
| F | X | | X | X | X | | |
| G | | X | X | X | X | X | |
| H | X | X | X | X | X | X | X |
| | A | B | C | D | E | F | G |

∴ 可划分成 $\{A, G\}, \{B, F\}, \{C, E\}, \{D\}, \{H\}$

| | | |
|---|------------|------------|
| | 0 | 1 |
| → | $\{A, G\}$ | $\{B, F\}$ |
| | $\{B, F\}$ | $\{C, E\}$ |
| | $\{C, E\}$ | $\{D\}$ |
| * | $\{D\}$ | $\{H\}$ |

习题 3.11 判断习题 3.4(2)中的 DFA 是否最小, 若是给出理由, 若不是则将其最小化。

习题 3.12 判断习题 3.6 和习题 3.7 中所做的 DFA 是否最小, 若是给出判断依据

| | | |
|-----|---|---|
| | 0 | 1 |
| → * | s | p |
| | q | r |
| | p | q |
| | r | s |

| | | | |
|---|---|----------------|---|
| q | X | | |
| p | X | X ⁰ | |
| r | X | X ⁰ | X |
| | s | q | p |

则所有状态都可区分

\therefore DFA已最小