习题 1.3 图 1-8 中是一个滚木雷石玩具，在 A 或 B 垛口处扔下一个木球，机关 x_1、x_2 和 x_3 让木球落向左方或右方，每当一个木球遇到一个机关时，就引起这个机关在木球通过之后改变方向，所以下一个木球会走相反的暗道。

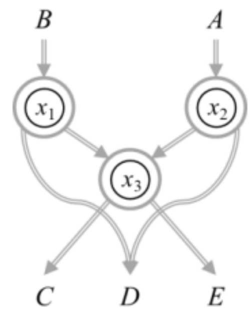


图 1-8 滚木雷石玩具

(1) 用有穷自动机为这个玩具建模。设输入为从垛口 A 或 B 扔进一个木球。设接受对应于木球从 D 或 E 垛口出来，不接受则表示木球从 C 垛口出来。

(2) 用自然语言描述这个自动机的语言。

(1) 假设初始状态是 X_1、X_2、X_3 都往左

状态用3位表示，分别表示 X_1、X_2、X_3 方向，0向左，1向右

最后用 a 或 r，a 表示接受，r 表示不接受

可以画出转移表

当前状态	A	B
000	011 r	100 a
011	001 a	111 a
100	111 r	001 r
001	100 a	101 a
111	101 a	010 a
101	110 a	000 a
010	000 a	110 a
110	100 a	011 r

(2) 输入是从A或B块口扔进的木球序列

自动机根据 X_1、X_2、X_3 的状态，决定木球路径

木球通过机关后，机关方向改变

若木球从D/E口出，则该球被接受

从C口出，则不被接受

习题 1.5 分别写出下列语言的字母表并依次判断符号串 ε、123.、+5e6 是不是那个字母表上的符号串。

(1) 无符号八进制定点数；

(2) 有符号十进制定点数；

(3) 无符号十进制实数。

(1) 字母表为 {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, .}

所以 ε 不是，123. 是，+5e6 不是

(2) 字母表为 {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, .}

所以 ε 不是，123. 是，+5e6 不是

(3) 字母表为 {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ., e, E}

所以 ε 不是，123. 是，+5e6 不是

习题 1.7 写出字母表{+, 0, 1}上同时满足如下条件的语言 B:

(1) 串的长度不超过 4;

(2) 串除以 5 余数为 0;

(3) 同时满足(1)和(2)的串一定属于 B。

由于串的长度不超过4

所以最大为1111 为15

则只有0，5，10，15能除以5余0

∴对无"+"的串，有0，00，000，0000，

101，0101，1010，1111

对有"+"的串，有+0，+00，+000，

+101

综上，B={0，00，000，0000，101，1010，1111，+0，+00，

+000，+101}

习题 2.1 分别写出字母表{0, 1}上下列语言的 DFA：

(1) 有符号的二进制整数，不含前 0。

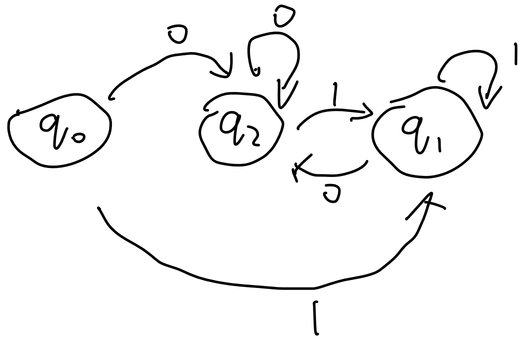
(2) 无符号二进制定点数，不含后 0。

(3) 带有偶数个 0 做子串的串的集合。

(4) 串中 0 的个数是 3 的串的集合。

(2) 设状态 q_0 为初始，q_1 已读至少一个字符，且最后一个字符是 1

q_2 已读至少一个字符且最后一个字符为 0



习题 2.3 设 A 是一个 DFA，a 是 A 的一个输入符号，使得对于 A 的所有状态 q，有 $\upsilon(q,a)=q$。

(1) 通过对 n 进行归纳，证明：对所有 $n \geqslant 0$，$\tilde{\upsilon}(q,a^n)=q$，其中 a^n 是由 n 个 a 组成的串。

(2) 证明：要么$\{a\}^* \subseteq L(A)$，要么$\{a\}^* \cap L(A)=\varnothing$。

(1) 基础：$n=0$ 时，$a^0=\varepsilon$，根据 DFA 定义有 $\tilde{\upsilon}(q,\varepsilon)=q$，

$n=1$ 时，由题意 $\tilde{\upsilon}(q,a)=q$

若对某个 $k>0$，有 $\tilde{\upsilon}(q,a^k)=q$

则 $\tilde{\upsilon}(q,a^{k+1})=\tilde{\upsilon}(q,a^k \cdot a)$

$=\tilde{\upsilon}(\tilde{\upsilon}(q,a^k),a)=\tilde{\upsilon}(q,a)=q$

综上 证毕

(2) 由(1)和题意可知，对 $\forall a^n \in \{a\}^*$，都有

$\hat{\delta}(q_0, a^n) = q_0$，其中 q_0 为初始状态

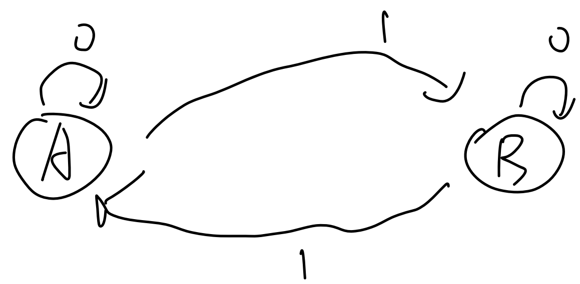
∴ 若 q_0 是接受状态，则对 $\forall a^n \in \{a^*\}$ 被接受

$\{a\}^* \subseteq L(A)$

若 q_0 被拒绝，则对 $\forall a^n \in \{a^*\}$ 不被接受

$\{a\}^* \cap L(A) = \emptyset$

习题 2.4 考虑 DFA $(\{A, B\}, \{0, 1\}, \{(A, 0, A), (A, 1, B), (B, 0, B), (B, 1, A)\}, A, \{B\})$，描述这个 DFA 的语言，通过对输入串的长度进行归纳，证明该描述是正确的。



如图，可以发现每出现1，就切换状态，反之保持

∴ 可以描述为：所有包含奇数个1的二进制串

证明：不妨起始状态为 A。

基础：输入为 ε 时，$\hat{\delta}(A, \varepsilon) = A$

此时为一个空串输入 ∴ 成立

若对 $k>0$，$n \le k$ 时成立，n为串长

则 $n=k+1$ 时，设输入 $w' = w \cdot a$，$a \in \{0,1\}$

① 若 w中包含奇数个1，则 $\hat{\delta}(A, w) = B$

此时若 $a=0$，$\hat{\delta}(A, w') = B$，与 w' 仍有奇数个1相符

$a=1$，$\hat{\delta}(A, w') = A$，与 w' 中变为偶数个1相符

②若 w 中包含偶数个1，则 $\hat{\delta}(A, w) = A$，
此时若 $a=0$，$\hat{\delta}(A, w') = A$，与 w' 仍有偶数个1相符
$a=1$，$\hat{\delta}(A, w') = B$，与 w' 中变为奇数个1相符

因此 $n=k+1$ 时成立，证毕

习题 2.6 考虑下列 ε-NFA：

	a	b	c	ε
$\rightarrow q$	$\{\}$	$\{q\}$	$\{p\}$	$\{r\}$
p	$\{q\}$	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{\}$
$*r$	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{\}$	$\{q\}$

(1) 计算每个状态的 ε 闭包。

(2) 给出这个自动机所接受的长度不大于 3 的串。

(3) 把这个自动机转换为 DFA。

(1) $\omega(q) = \{q, r\}$
$\omega(p) = \{p\}$
$\omega(r) = \{q, r\}$

(2) ①若串长为0，则 q 转移到 r，所以 ε 符合
②若串长为1，为 a 时转移 p，为 b 时仍在 q，为 c 时到 r
∴ c 符合
③若串长为2，由①忽略以 a 开头的，
若 b 开头，ba 转到 p，bb 仍在 q，bc 在 p

若c开头，先转移到p，由p转移来可得，cc符合

④串长为3时，由①忽略a开头

若b开头，经过b后仍在q，则需要后2个字符可转移，

∴ bcc符合

若c开头，转移到p，

第2个字母为a时，无符合

为b时，cbc符合

为c时，ccb符合

综上有 ε，c，cc，bcc，cbc，ccb

(3) 由(1)可得 ε闭包，

∴ DFA的初始状态{q,r}，其他状态{p}，{q,r}

如下图

	a	b	c
→q	{q,r}	{q,r}	{p}
p	{q,r}	{p}	{q,r}
*r	{p}	{q,r}	ϕ

习题 2.7 已知 NFA 如转移表所示：

	0	1	ε
$\to 1$			$\{2,6\}$
2	$\{3\}$		$\{1\}$
3			$\{4\}$
4		$\{5\}$	
5			$\{2,8\}$
6	$\{7\}$		
7			$\{8\}$
$*8$			

(1) 计算状态 5 的 ε 闭包。

(2) 用自然语言描述这个自动机所识别的语言。

(3) 把这个自动机转换为 DFA。

(1) 5经过 ε 转移到 $\{2,8\}$，2经过 ε 转移到 1，

1经过 ε 转到 $\{2,6\}$

$\therefore$ $W(5) = \{1,2,5,6,8\}$

(2) ① 如果在状态1处，ε 跳转 2，

读0跳转到3，ε 跳转4，读1跳转5

此时可能返回2，也可能到达8

$\therefore$ 被接受的字符串应该是若干01的循环，

形如 0101…

② 如果在状态1处，ε 跳转 6，

则读0跳转7，1跳转8

∴被接受的串，最后一位为0，前面有若干01

综上，被识别的是 形如 $(01)^k$，$k>0$ 的串，以及

$(01)^k0$，$k>0$ 的串

(3) $W(1)=\{1,2,6\}$，$W(2)=\{1,2,6\}$，$W(3)=\{3,4\}$，$W(4)=\{4\}$

$W(5)=\{5,1,2,6,8\}$，$W(6)=\{6\}$，$W(7)=\{7,8\}$，$W(8)=\{8\}$

	0	1
→1	$\{1,2,6\}$	ϕ
2	$\{3,4\}$	ϕ
3	$\{4\}$	ϕ
4	ϕ	$\{1,2,5,6,8\}$
5	$\{1,2,5,6,8\}$	ϕ
6	$\{7,8\}$	ϕ
7	$\{8\}$	ϕ
*8		