西安交通大学考试题

成绩	

课　程　算法分析与设计

系　　别　计算机学院　　　　考 试 日 期　　　　年　　月　　日

专业班号 ____________________

姓　　名 ____________________　　学　号 __________　　期中 [ ]　　期末 [√]

一、判断题（正确的填√，不正确的填×）（20 分）：

（　）1、已知 $T(n)=\begin{cases}1 & n\le 1\\ 2T(n/2)+c & n>1\end{cases}$，则 $T(n)$的渐进复杂度为$\Theta(n\log n)$。

（　）2、如果一个归并排序算法在某台机器上用 1 秒钟排序 5000 个记录，则用 2 秒钟可以排序 10000 个记录。

（　）3、分治法求解问题是采用自顶向下的计算方式。

（　）4、动态规划所能求解的问题必须具有最优子结构特征。

（　）5、在求最小生成树的算法中，Kruskal 算法使用的是贪心策略。

（　）6、使用回溯法对问题的解空间进行搜索过程，一个活结点可多次成为扩展结点。

（　）7、在分支限界法中，如果将活结点用栈来存储，则这种分支界限法就是回溯法。

（　）8、蚁群算法是一种概率算法。

（　）9、所有 NP 难问题都是 NP 问题。

（　）10、拉斯维加斯算法通常用于求解问题的近似解。

二、选择填空（每题 2 分，共 12 分）：

1、若一个算法在最好情况下的时间复杂度为Θ(f(n))，则该算法在平均情况下的计算时间为（　　　）。

A．O(f(n))　　B．Ω (f(n))　　C．Θ(f(n))　　D．o(f(n))

2、对于下列算法，执行调用 test(1,n)的时间复杂度是（　　　　）。

```
int test(int i, int j){
    if (i>=j) return 1;
    else return test(i, (i+j)/2)+test((i+j)/2+1,j);
}
```

A．$\Theta(\log n)$　　　B．$\Theta(n)$　　　C．$\Theta(n\log n)$　　　D．$\Theta(n^2)$

3、求解单源点最短路经的 dijkstra 算法是采用了（　　　　）方法。

A．贪心法　　　B．分治法　　　C．动态规划　　　D．回溯法

4、下列哪一种算法的设计思想是采用了动态规划方法（　　　　）。

A．最长公共子序列　　　B．归并排序

C．单源点最短路径　　　D．哈夫曼树构造

5、在概率算法中，蒙特卡罗算法的特点是（　　　）。

A．只能求问题的近似解　　B．所求近似解的精度依赖于算法的运行时间

C．每次求解都是正确的　　D．求得正确解的概率依赖于算法的运行时间

6、对于 P、NP、NPC（NP 完全）和 NPH（NP 难）问题，下列命题中正确的是（　　　）。

A．$P\subseteq NPC$　　　B．$P\subseteq NPH$

C．$NP\subseteq NPH$　　　D．$NPC\subseteq NPH$

三、简答（每题 4 分，共 12 分）：

1、什么是算法的复杂性？什么是算法的渐进复杂性？

2、在回溯法中，什么是约束函数和界限函数？它们在搜索过程中的作用是什么？

3、什么是最优子结构？请举例说明。

四、解答（共 40 分）：

1、（10 分）已知 Fibonacci 数$f(n)=\begin{cases}1 & n\le 1\\ f(n-1)+f(n-1) & n>1\end{cases}$的非递归表达式为：$\mathrm{f(n)}=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$

对于下列求解 Fibonacci 数的递归算法：

```
int f(int n)   {
   if (n <= 1) return 1;
   return f(n-1)+f(n-2);
}
```

1）在计算 f(n)的过程中，执行调用 f(0)的次数和执行调用 f(1)的次数分别是多少？

2）给出求该算法时间复杂度 T(n)的递归方程，并求出算法的时间复杂度。

2、（14 分）给定实数数组 A[1..n]（可能含有负数），要找到它的一个子数组 A[i..j]，使得 A[i..j]中各个元素的乘积最大。

（1）对于 i 和 j 的不同取值，子数组 A[i..j]有多少个？如果使用穷举方法求解此问题，则时间复杂度至少为多少？

（2）若用分治法求解此问题，可设计一个递归算法 MaxProduct (*l*, *h*)数组 A[*l*.. *h*]中的子数组元素乘积的最大值。请简述分治法求解此问题的基本思路或过程。并给出算法的时间复杂度。

（3）假定用 M(k)表示以 A[k]为结尾的子数组中元素乘积的最大值，用 m(k)表示以 A[k]为结尾的子数组中元素乘积的最小值，那么 M(k)和 m(k)可以由 M(k-1)和 m(k-1)递推求得。请给出 M(k)和 m(k)的递归表达式，并根据此表达式给出一种求解此问题的动态规划算法基本思路或过程。并给出算法的时间复杂度。

3、（8 分）有一艘载重量为 c 的轮船和 n 个集装箱，每个集装箱的重量为 wi，要用回溯法找出一种装载方案，使得轮船极可能装满，即轮船所装载的集装箱重量尽可能大，但不能超过轮船载重量。

（1）请定义该问题的解向量，并给其出约束条件；

（2）当 W={20,30,50,80}，c=120 时，画出解空间树（去掉不满足约束条件的节点）。

4、（8 分）集合覆盖问题是给定一个有限集 X 及 X 的一个子集族 F，对于 F 中的一个子集 C⊆F，若 C 中的 X 的子集覆盖了 X，即 $X = \bigcup_{S \in C} S$，则称 C 覆盖了 X。集合覆盖问题就是要找出 F 中覆盖 X 的最小子集 C*，使得|C*|=min{|C| |C⊆F 且 C 覆盖 X}。

已知无向图的顶点覆盖问题是 NP 完全的，请证明上述集合覆盖问题是 NP 难的。

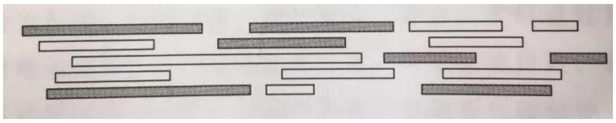
注：【顶点覆盖问题】给定一个无向图 G=(V，E)和一个正整数 k，判定是否存在 V'⊆V，|V'|=k，使得对于任意(u，v)∈E 有 u∈V'或 v∈V'。

五、算法设计（共 16 分）：

设 $X=\{R_1,R_2,\ldots R_n\}$是实数轴上一组区间组成的集合（如下图所示），每个区间 R_i 用一个偶对$[L_i, H_i]$来表示区间的左右边界。如果 X 的一个子集 Y（Y⊆X）中的区间能够覆盖 X 中的所有区间，则称 Y 是 X 的覆盖。覆盖的大小就是 Y 中的区间个数。假定 X 中的区间是按左边界从小到大排列，请设计一个贪心算法找出 X 的最小覆盖。

（1）设计一种贪心选择策略，并证明其最优性；

（2）用一种编程语言描述算法，并分析算法的时间复杂度；



图题五