



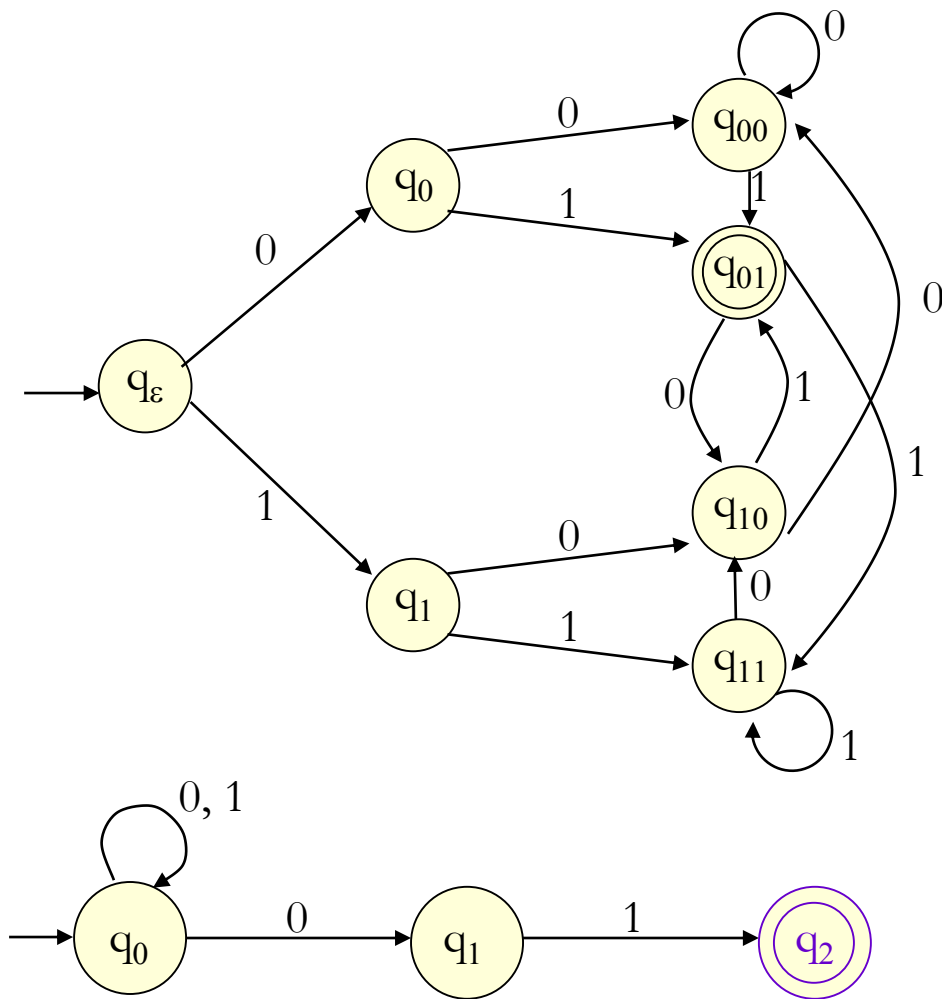
## 第二章 (NFA) 2025

김민준



# NFA与DFA在定义语言能力上是否等价？

- 图示是否定义了同样的语言？



定义语言 $L$ 的  
DFA只有一个  
还是多个？

定义语言 $L$ 的  
NFA只有一个  
还是多个？

结论是：不管  
多少，定义语  
言 $L$ 的DFA和  
NFA都是彼此  
相互等价的。



# DFA与NFA等价性

## 定理2.1：语言 $L$ 为某个DFA接受当且仅当它为某个NFA接受

- 二者的字母表相同，设为 $\Sigma$ 。
- 无论 $w \in \Sigma^*$ 是为哪一个FA所接受，当且仅当它们都有一条标记为 $w$ 的、始端为初始状态、末端为接受状态的路径存在。
- 证明：
  - （当）构造性证明任一个NFA都能被等价地转换为DFA。
  - （仅当）显然，任一DFA都是一个NFA特例。



# 状态幂集视觉下的构造性证明思路

已知NFA  $(Q, \Sigma, v, q_0, F)$ ，构造与其等价的一个DFA。

思路：将 $Q$ 的子集作为DFA的状态，求 $v'$ （**子集构造法**）

对于 $S, T \subseteq Q$ ，如果  $\forall p \in T \cdot \exists q \in S \cdot p \in v(q, a)$ ，那么 $T = v'(S, a)$ ，意味着 $S, T$ 是DFA的状态， $v'$ 是DFA的转移函数。从而，

$$v' = \{((S, a), T) \mid S \subseteq Q, a \in \Sigma, T = \bigcup_{q \in S} v(q, a)\}$$

$$F' = \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \emptyset\}$$

得到完全形DFA  $(2^Q, \Sigma, v', \{q_0\}, F')$

最后，去除无用状态得到 $Q_D$ 。令 $q_0 = \{q_0\}$ ，即有，

$$Q_D = \{q \in 2^Q \mid \text{PATH}[q_0, q, x] \wedge \text{PATH}[q, q_1, y], x, y \in \Sigma^*, q_1 \in F'\}$$

$$v_D = \{((S, a), T) \in v' \mid S, T \in Q_D\}$$

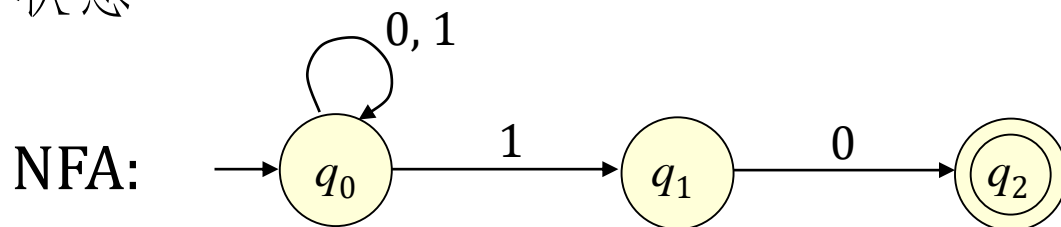
$$F_D = \{S \in Q_D \mid S \cap F \neq \emptyset\}$$

最终构造出最简形DFA  $(Q_D, \Sigma, v_D, \{q_0\}, F_D)$ 。

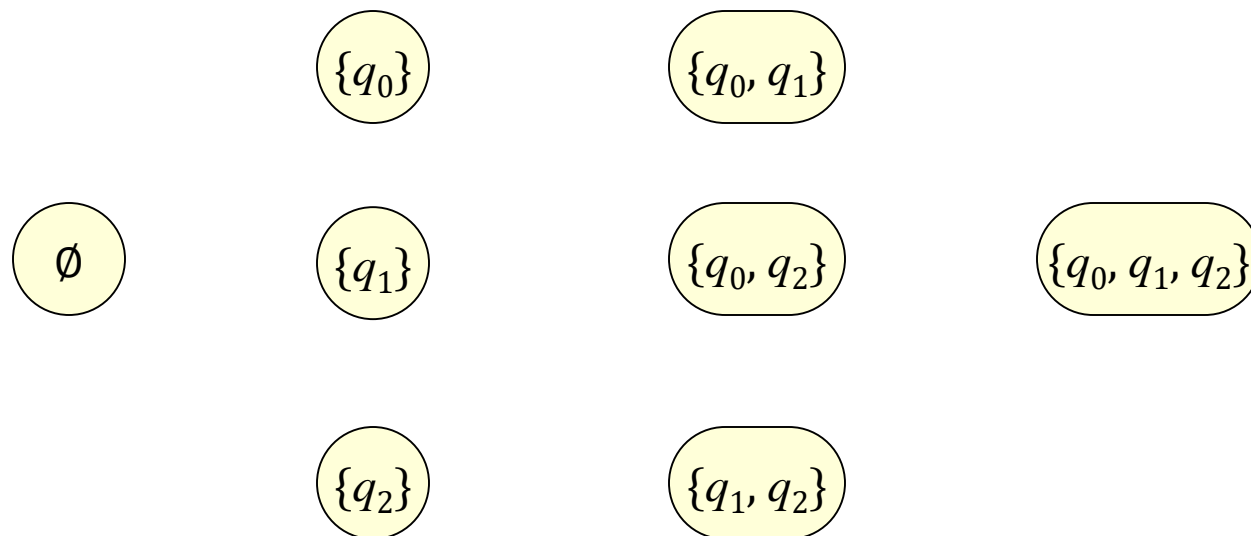


# NFA到DFA子集构造法

- 状态



DFA:

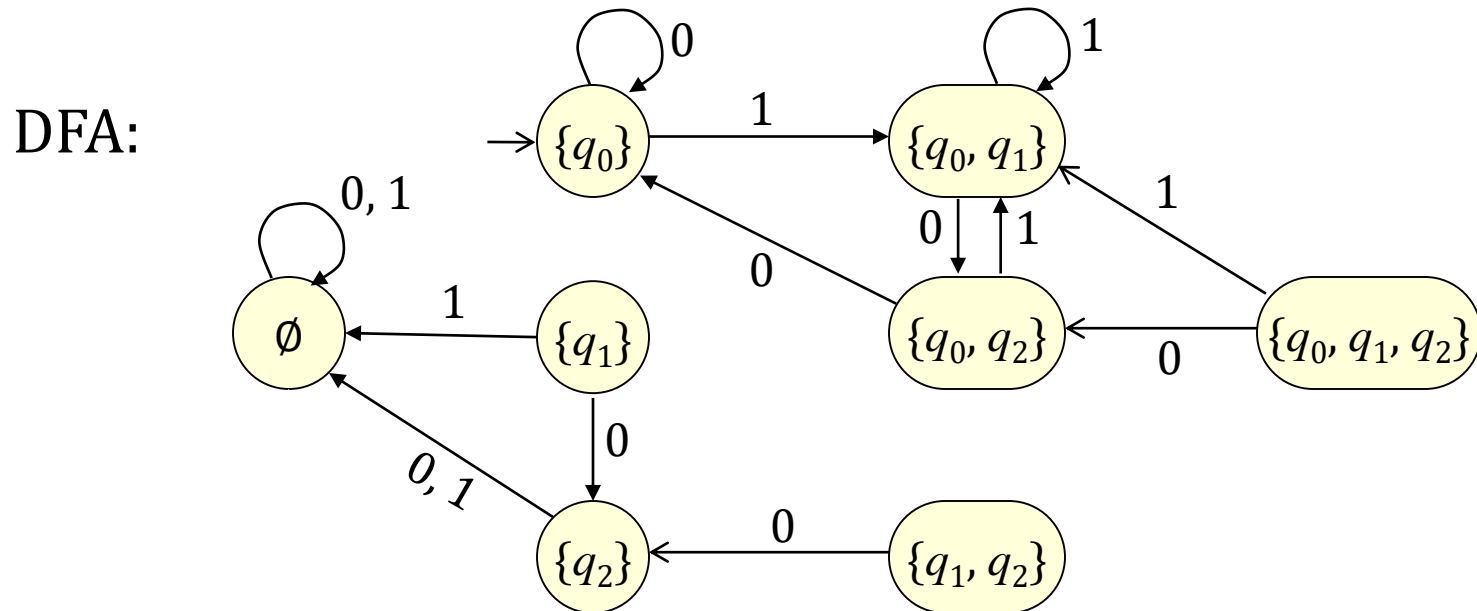
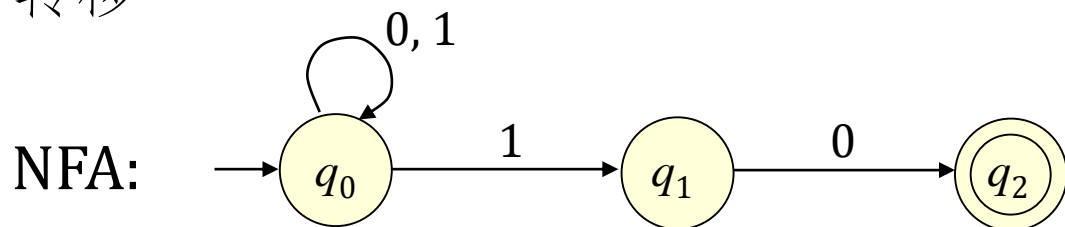


对每一个NFA状态的子集DFA都有一个状态与之对应。



# NFA到DFA的子集构造法

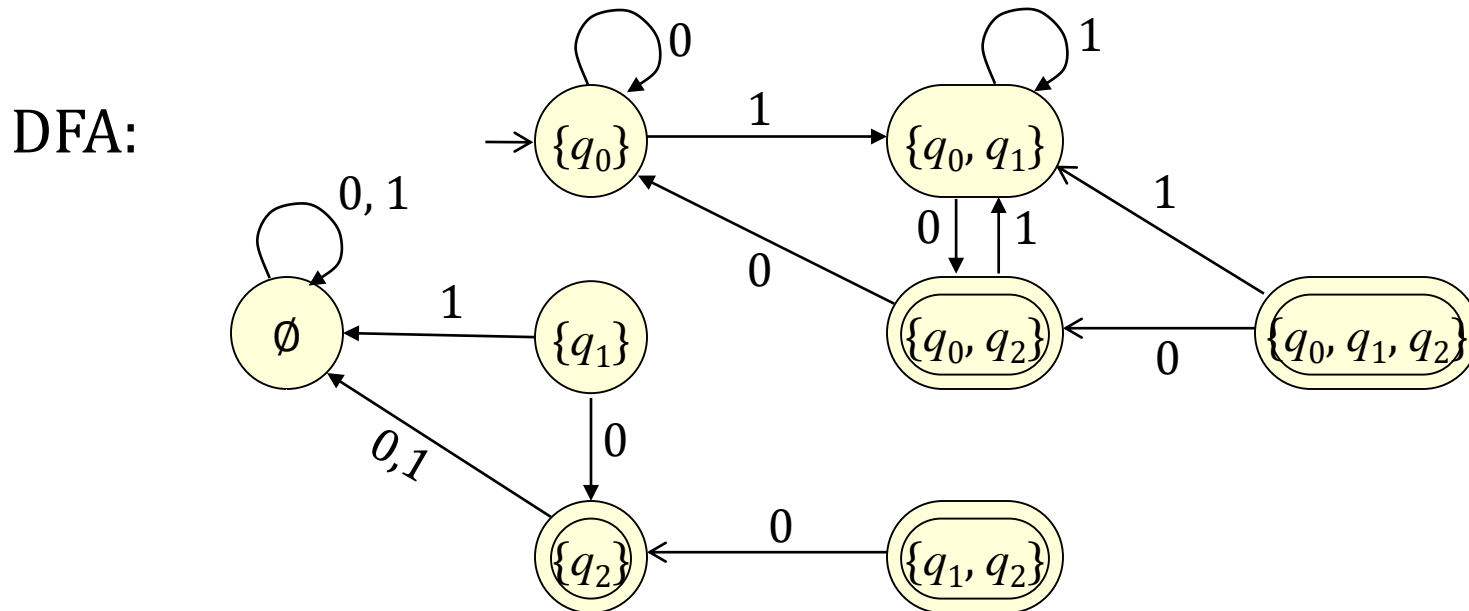
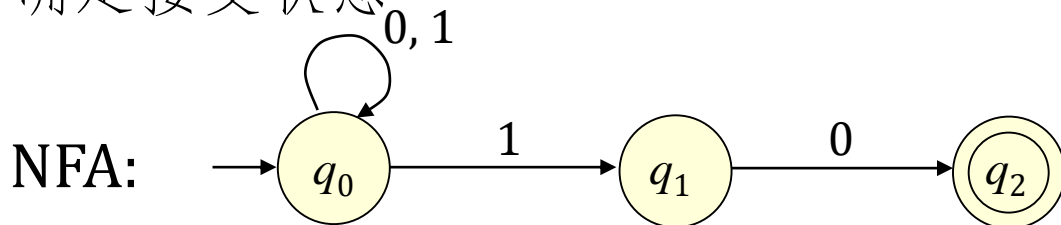
- 转移





# NFA到DFA的子集构造法

- 确定接受状态

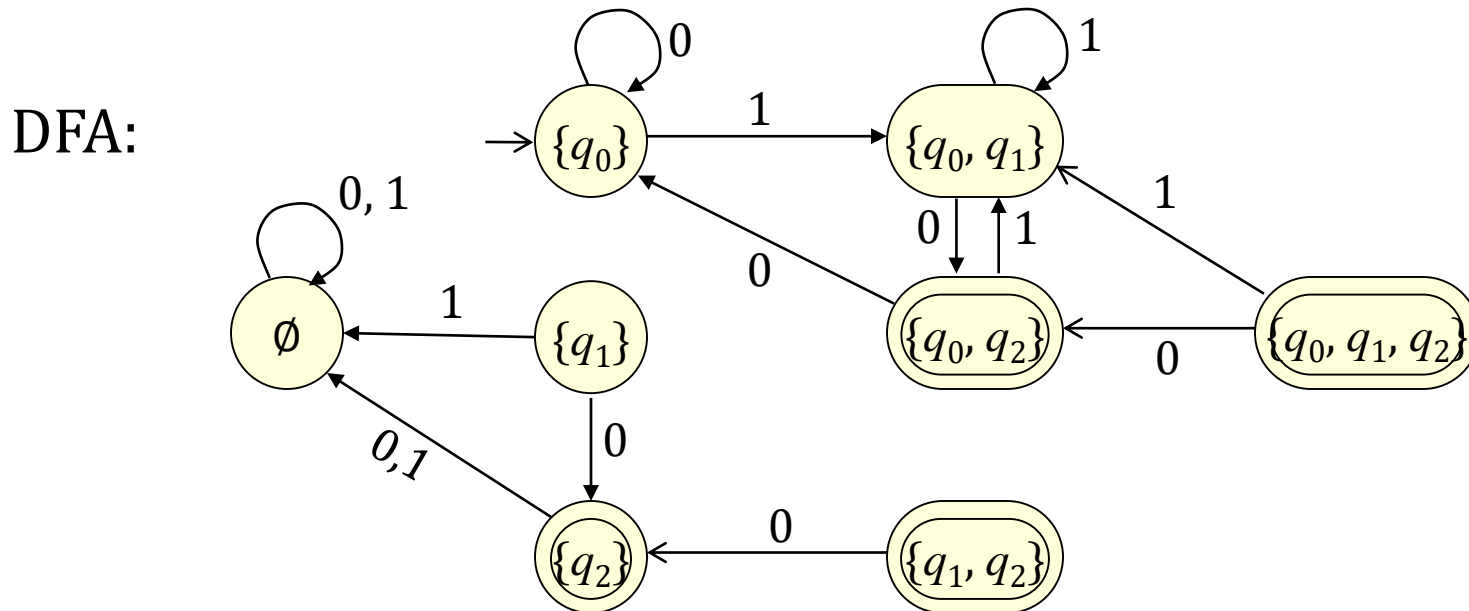
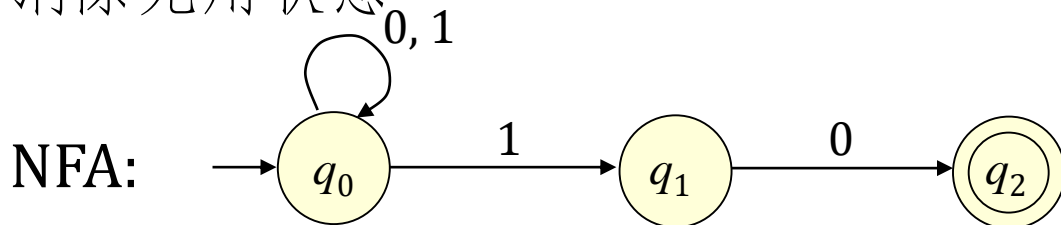


含有NFA接受状态的集合作为DFA接受状态。



# NFA到DFA的子集构造法

- 消除无用状态

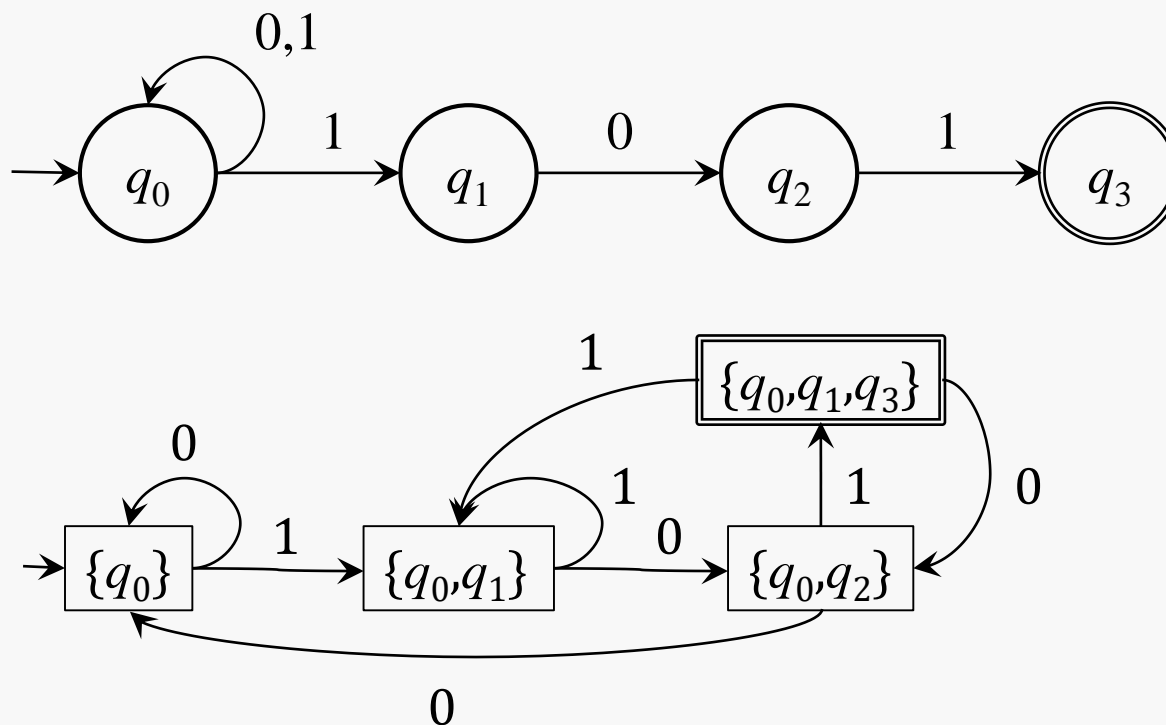


最后, 删除不可达和不能到接受状态的那些状态。



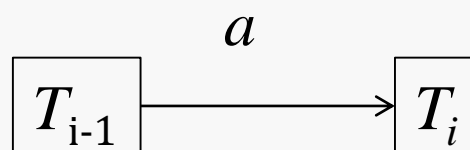


# 基于活动状态集的惰性构造方法



已读前缀  $x$ ,  
 剩余串  $ay$ ;  
 当前输入符号  $a$ ;  
 当前状态集合  $T_{i-1}$ ;  
 $T_{i-1} = \tilde{v}(q_0, x)$

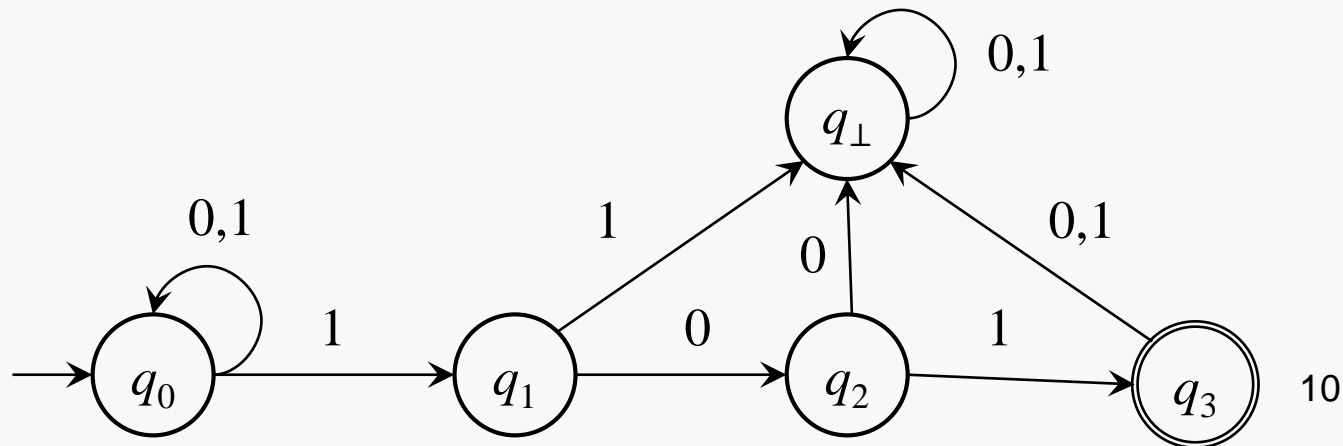
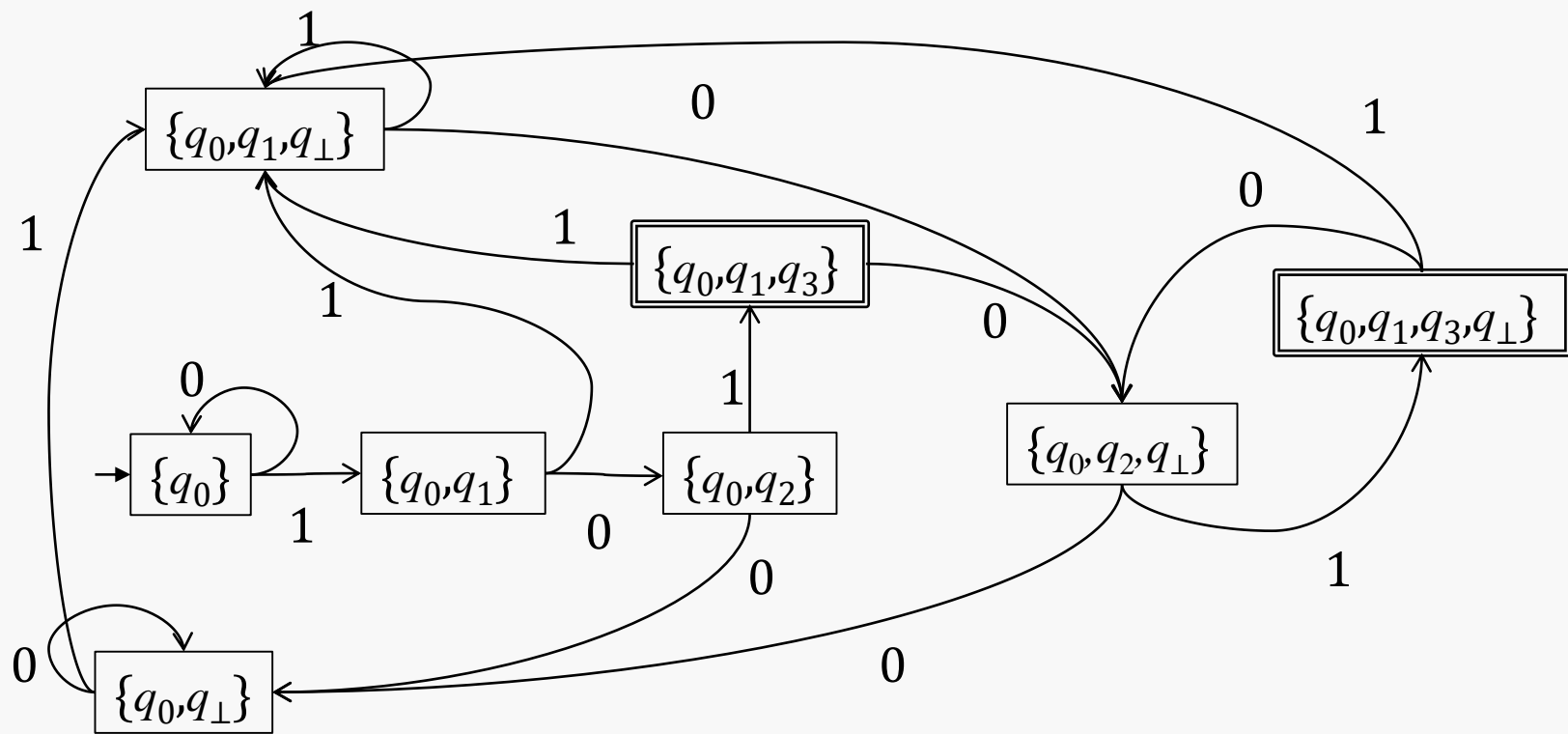
输入串  $xay$



已读前缀  $xa$ ,  
 剩余串  $y$ ;  
 当前状态集合  $T_i$ ;  
 $T_i = \tilde{v}(q_0, xa)$



# 例：基于活动状态集的NFA转DFA





# NFA 到 DFA 的子集构造算法

输入: NFA  $(Q, \Sigma, v, q_0, F)$

输出: DFA  $(\mathbb{Q}, \Sigma, \text{move}[], \{q_0\}, \{S \in \mathbb{Q} \mid S \cap F \neq \emptyset\})$

$\mathbb{Q} = \emptyset;$

$\text{move}[] = \text{NIL};$

将  $\{q_0\}$  加入  $\mathbb{Q}$  且未标记;

while ( $\mathbb{Q}$  中存在一个未标记元素  $S$ ) {

    标记  $S$ ;

    for ( $a \in \Sigma$ ) {

$T = \bigcup_{q \in S} v(q, a);$

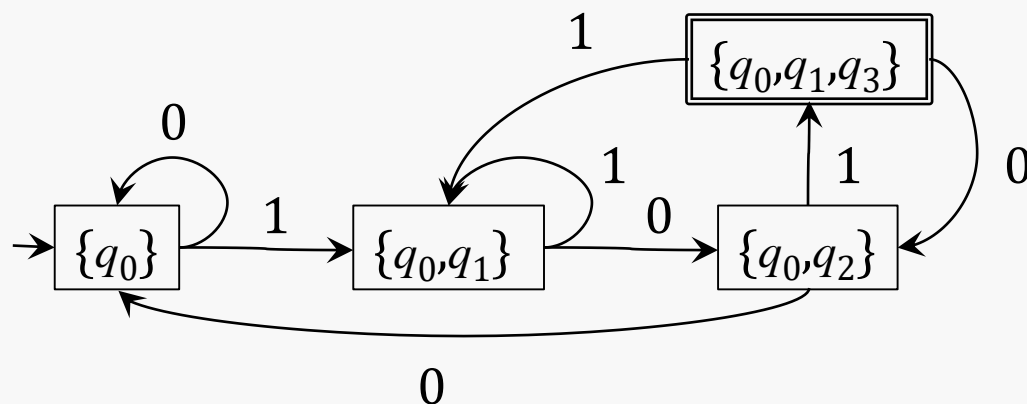
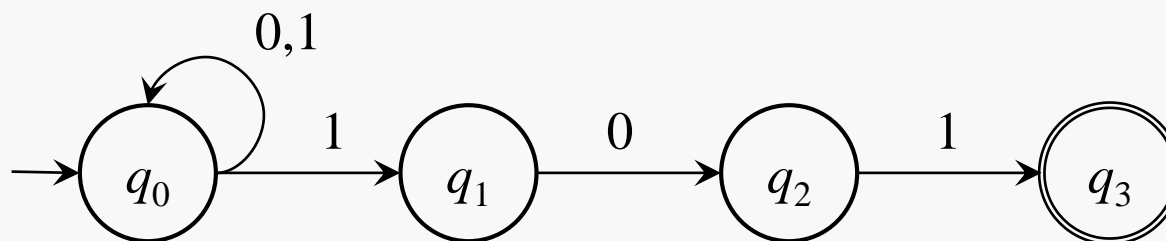
        if ( $T \notin \mathbb{Q}$ ) 将  $T$  加入  $\mathbb{Q}$  中且未标记;

$\text{move}[S, a] = T$  }

} 2025/3/1



# 子集法示例

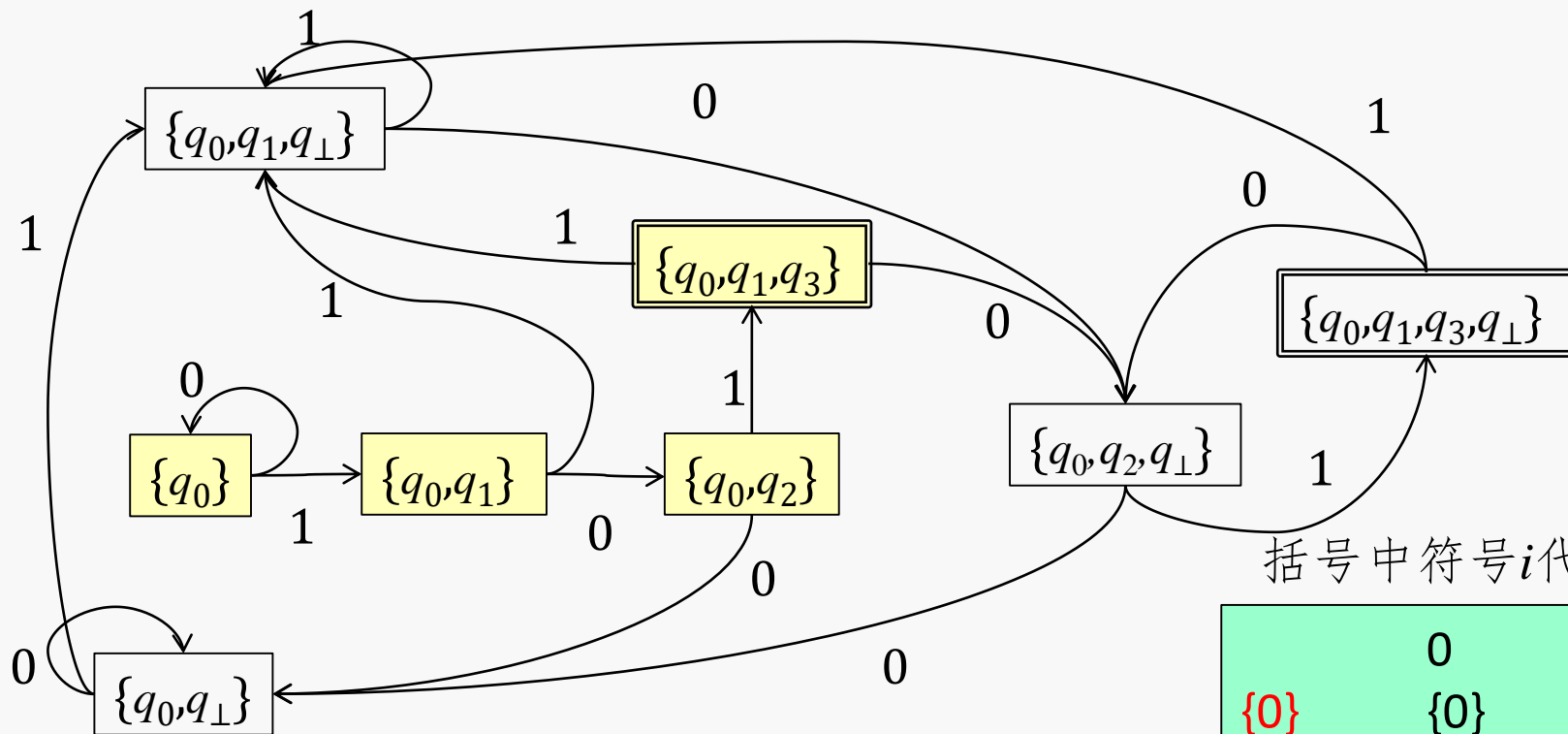


	0	1
{0}	{0}	{0,1}
{0,1}	{0,2}	{0,1}
{0,2}	{0}	{0,1,3}
{0,1,3}	{0,2}	{0,1}

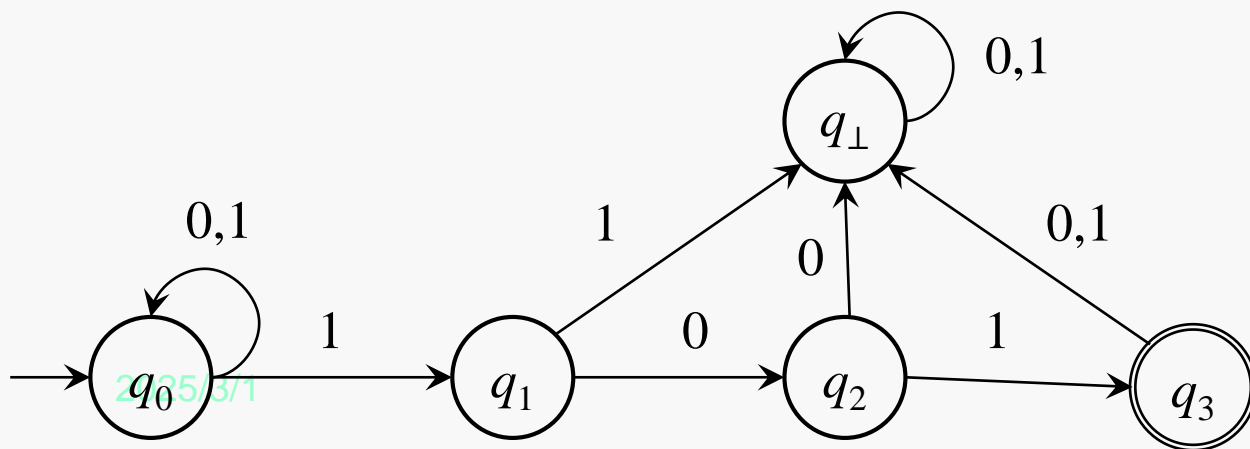
括号中数字*i*代表状态 $q_i$



# 子集法示例



括号中符号*i*代表状态 $q_i$



	0	1
<b>{0}</b>	{0}	{0,1}
{0,1}	{0,2}	{0,1,⊥}
{0,2}	{0,⊥}	{0,1,3}
{0,1,⊥}	{0,2,⊥}	{0,1,⊥}
{0,⊥}	{0,⊥}	{0,1,⊥}
<b>{0,1,3}</b>	{0,2,⊥}	{0,1,⊥}
{0,2,⊥}	{0,⊥}	{0,1,3,⊥}
<b>{0,1,3,⊥}</b>	{0,2,⊥}	{0,1,⊥}



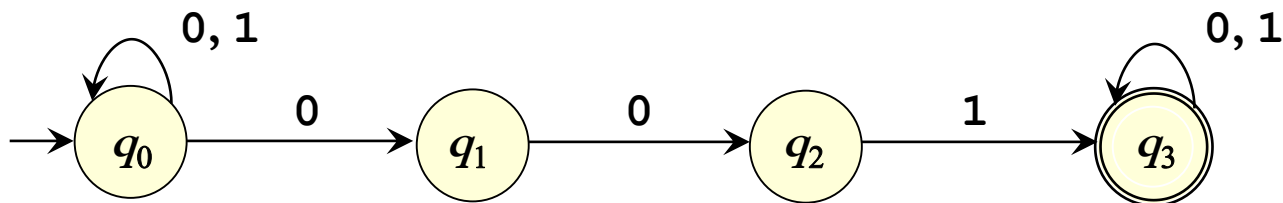
# 子集构造法的正确性

- 定理2.2: 若 DFA  $D$  是从 NFA  $N$  通过子集构造法构造而成, 则  $L(D) = L(N)$ 。
- 依照  $w$  长度归纳  $\tilde{v}_N(q_0, w) = \tilde{v}_D(\{q_0\}, w)$ 
  - 基础: 对于  $w = \varepsilon$ ,  $\tilde{v}_N(q_0, \varepsilon) = \tilde{v}_D(\{q_0\}, \varepsilon) = \{q_0\}$ 。
  - 归纳步: 假定归纳假设 (IH) 是对短于  $w$  的串成立。  
令  $w = xa$ , 则 IH 对于  $x$  成立。
  - 那么, 令  $\tilde{v}_N(q_0, x) = \tilde{v}_D(\{q_0\}, x) = S$
  - 令  $T = \bigcup p \in S \cdot v_N(p, a)$
  - 则根据子集构造法知  $\tilde{v}_D(\{q_0\}, w) = v_D(\tilde{v}_D(\{q_0\}, x), a) = v_D(S, a) = \bigcup p \in S \cdot v_N(p, a) = T$
  - 同时根据定义知  $\tilde{v}_N(q_0, w) = \bigcup p \in \tilde{v}_N(q_0, x) \cdot v_N(p, a) = T$
  - 得证。



## 子集法举例

- 识别包含11子串的0-1串，NFA转换为DFA

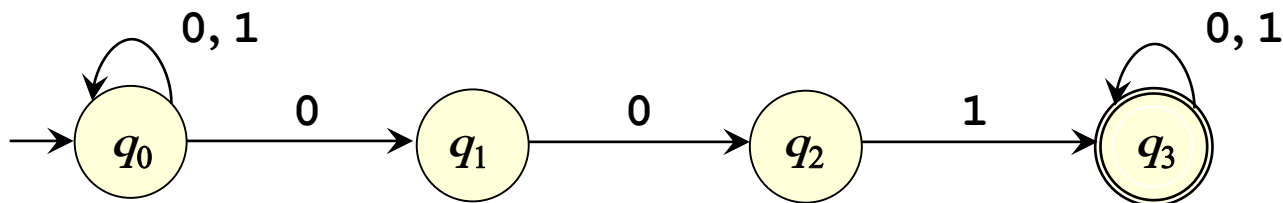


	0	1
$\{q_0\}$		



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA



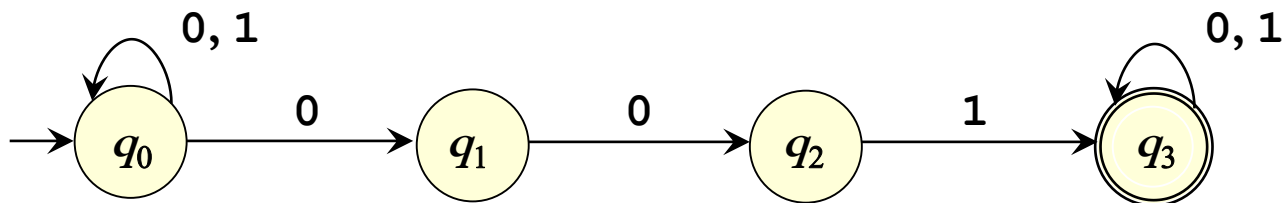
	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$





## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA

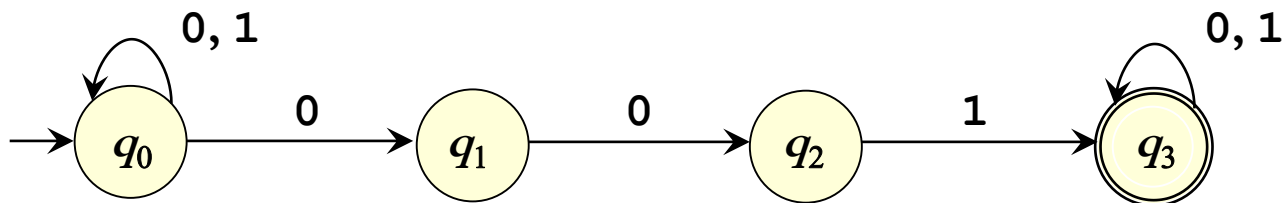


	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$		



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA

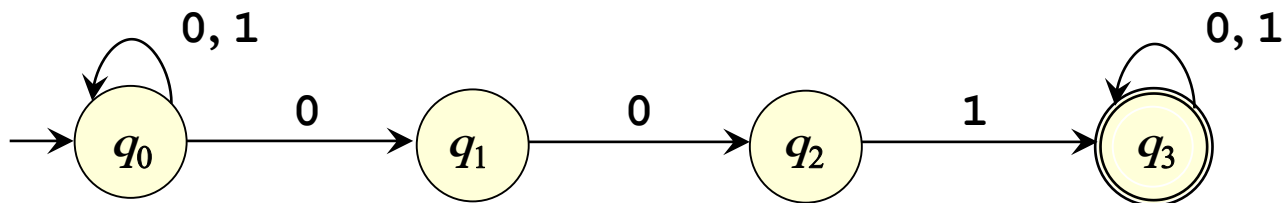


	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA

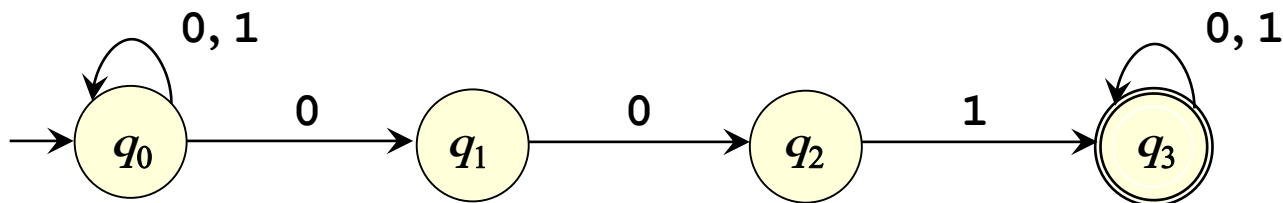


	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$		



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA

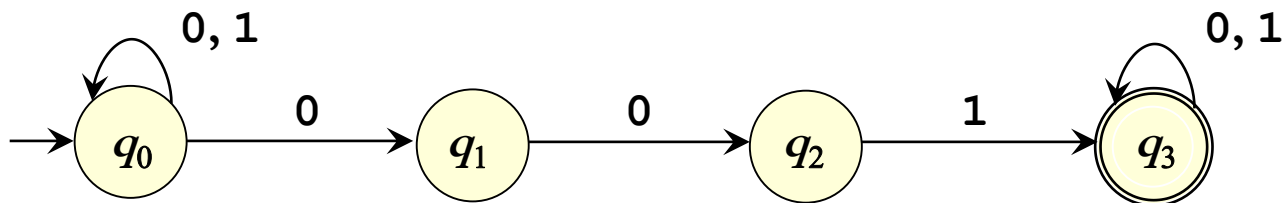


	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA

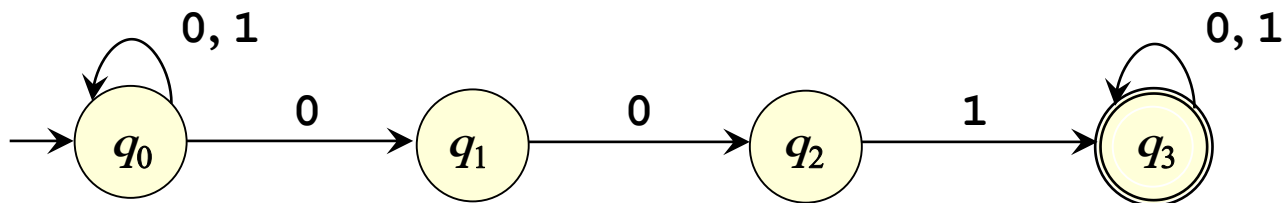


	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$



## 子集法举例

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA



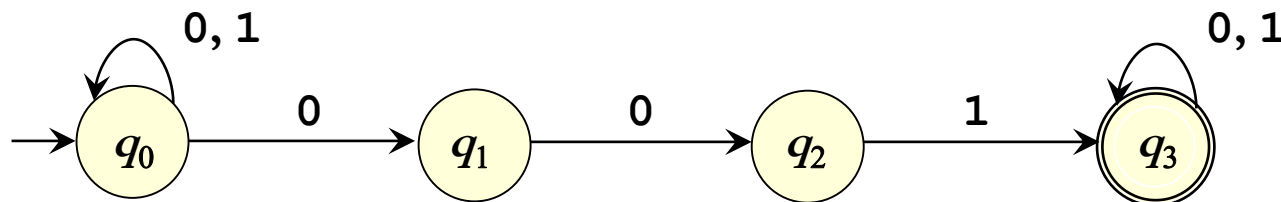
	0	1
$\{q_0\} / p_0$	$\{q_0, q_1\} / p_1$	$\{q_0\} / p_0$
$\{q_0, q_1\} / p_1$	$\{q_0, q_1, q_2\} / p_2$	$\{q_0\} / p_0$
$\{q_0, q_1, q_2\} / p_2$	$\{q_0, q_1, q_2\} / p_2$	$\{q_0, q_3\} / p_3$
$\{q_0, q_3\} / p_3$	$\{q_0, q_1, q_3\} / p_4$	$\{q_0, q_3\} / p_3$
$\{q_0, q_1, q_3\} / p_4$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\} / p_5$	$\{q_0, q_3\} / p_3$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\} / p_5$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\} / p_5$	$\{q_0, q_3\} / p_3$



# 子集法NFA转DFA结果

红华

- 识别包含001子串的0-1串，NFA转换为DFA



Command:

List of States:

State[0]  
State[1]  
State[2]  
State[3] - Final state  
State[4] - Final state  
State[5] - Final state

List of Transitions:

State[0] --> 0 --> State[1]  
State[0] --> 1 --> State[0]

State[1] --> 0 --> State[2]  
State[1] --> 1 --> State[0]

State[2] --> 0 --> State[2]  
State[2] --> 1 --> State[3]

State[3] --> 0 --> State[4]  
State[3] --> 1 --> State[3]

State[4] --> 0 --> State[5]  
State[4] --> 1 --> State[3]

	0	1
$\rightarrow p_0$	$p_1$	$p_0$
$p_1$	$p_2$	$p_0$
$p_2$	$p_2$	$p_3$
$*p_3$	$p_4$	$p_3$
$*p_4$	$p_5$	$p_3$
$*p_5$	$p_5$	$p_3$

## Automata Design

Input sentence:  [Execute](#)

> Input= 010011

> Executed Transitions:

State[0] --> 0 --> State[1]  
State[1] --> 1 --> State[0]  
State[0] --> 0 --> State[1]  
State[1] --> 0 --> State[2]  
State[2] --> 1 --> State[3]  
State[3] --> 1 --> State[3]

> Results:

- State[3] is a Final State  
- Input ACCEPTED

Input sentence:  [Execute](#)

> Input= 0101011

> Executed Transitions:

State[0] --> 0 --> State[1]  
State[1] --> 1 --> State[0]  
State[0] --> 0 --> State[1]  
State[1] --> 1 --> State[0]  
State[0] --> 0 --> State[1]  
State[1] --> 1 --> State[0]  
State[0] --> 1 --> State[0]

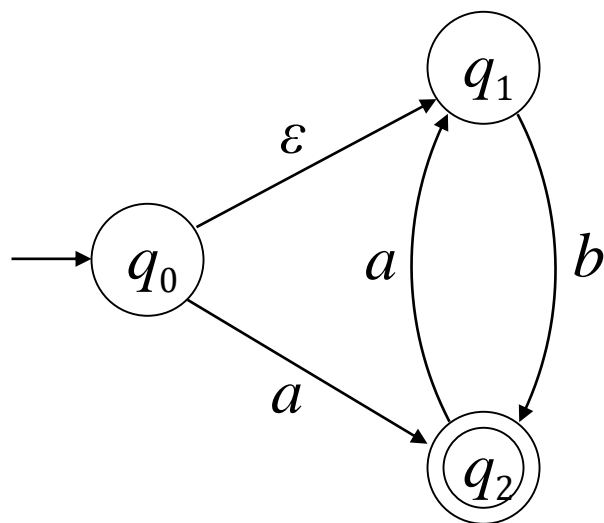
> Results:

- State[0] is NOT a Final State  
- Input REJECTED



## $\epsilon$ 转移与 $\epsilon$ -NFA

- $\epsilon$ 转移：不消耗输入符号发生状态转移
- 用符号 $\epsilon$ 标记 $\epsilon$ 转移。含有 $\epsilon$ 转移的NFA就是 $\epsilon$ -NFA



**接受：**

$a, b, aab, bab, aabab, \dots$

**拒绝：**

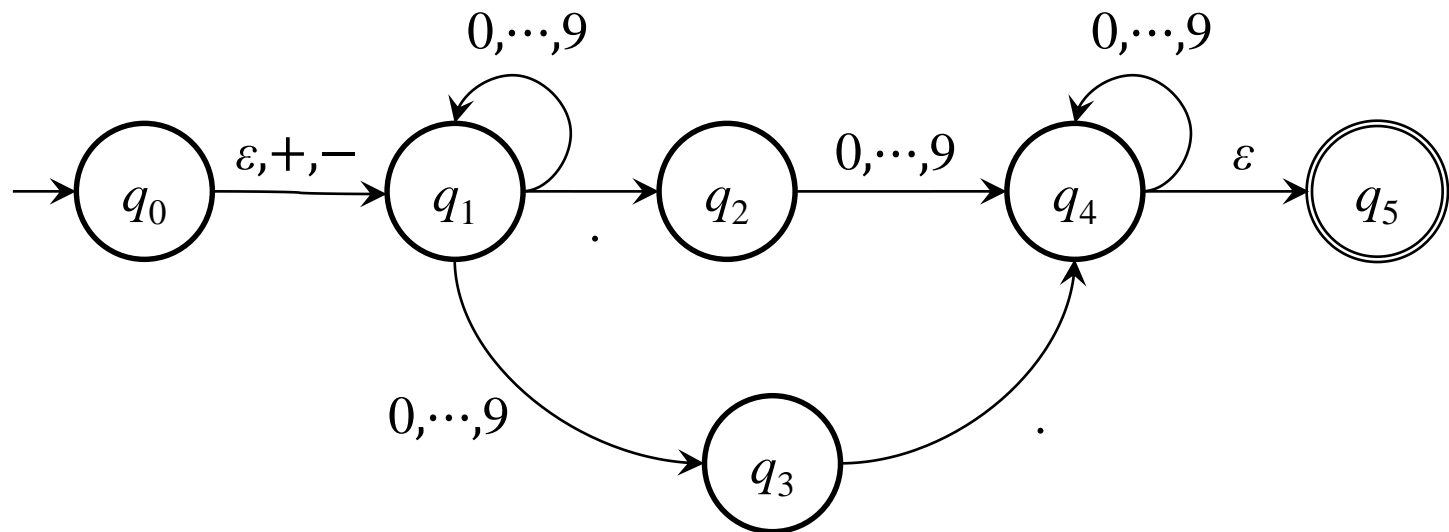
$\epsilon, aa, ba, bb, \dots$

观察活动状态集变化情况：初始为  $\{q_0, q_1\}$ ；遇到 $a$ 或 $b$ 都转移到 $\{q_2\}$ ； $\{q_2\}$ 遇到 $a$ 转移到 $\{q_1\}$ 。





## 例：有符号十进制定点数



由四部分依次组成：

- (1) +号，-号或空；
- (2) 数字串或空；
- (3) 小数点；
- (4) 数字串或空。

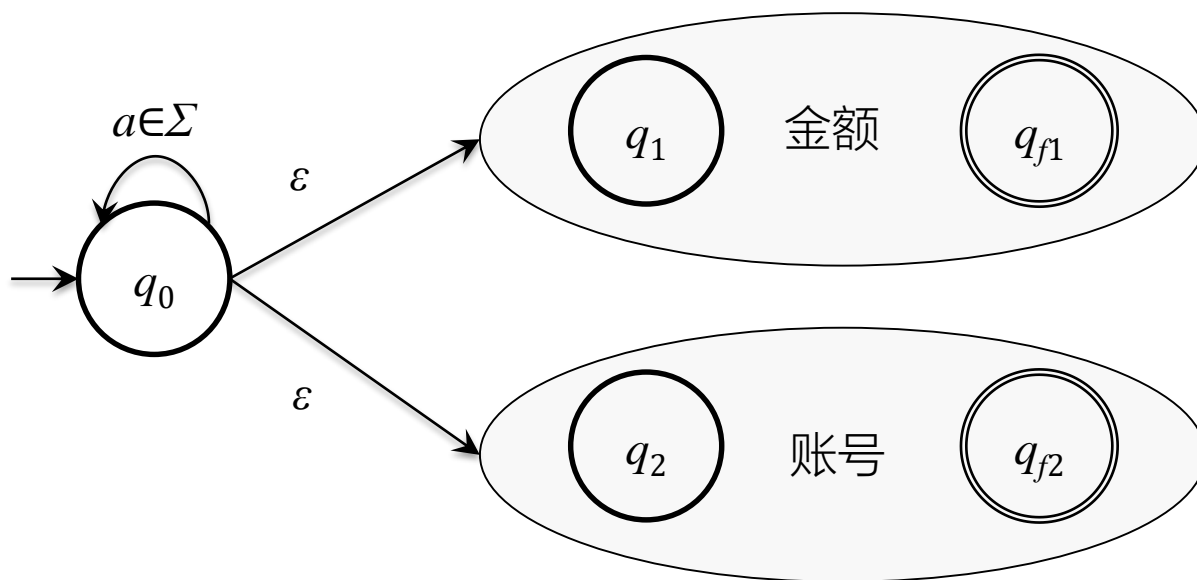
限定 (2) 和 (4) 不能同时为空。

精化：

- 1) 无前0、后0
- 2) 可无小数点



## 例：识别金额和账号的NFA



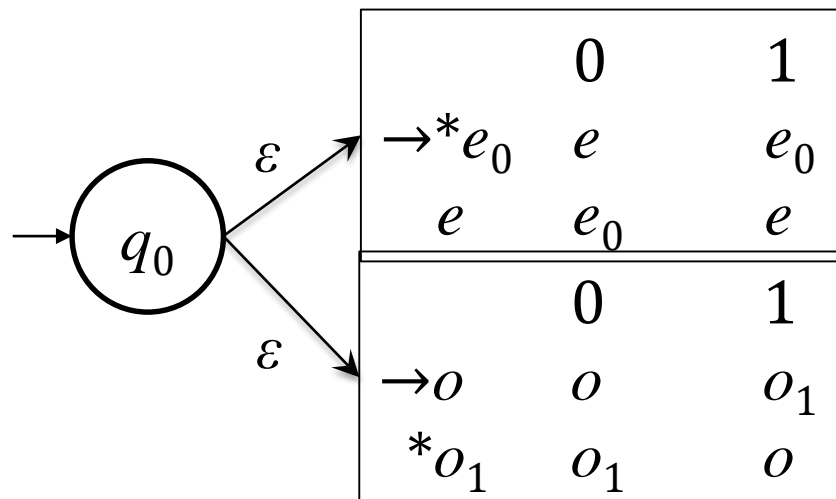
识别的这个符号串可能是金额，也可能是账号。  
类似地：识别这样的0-1符号串，它或者包含偶数个0或者包含奇数个1

	0	1
$\rightarrow^* e_0$	$e$	$e_0$
$e$	$e_0$	$e$

	0	1
$\rightarrow o$	$o$	$o_1$
$* o_1$	$o_1$	$o$



# 例：识别串含有偶数个0或者奇数个1



	0	1	$\epsilon$
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{e_0, o\}$
$*e_0$	$\{e\}$	$\{e_0\}$	$\emptyset$
$e$	$\{e_0\}$	$\{e\}$	$\emptyset$
$o$	$\{o\}$	$\{o_1\}$	$\emptyset$
$*o_1$	$\{o_1\}$	$\{o\}$	$\emptyset$

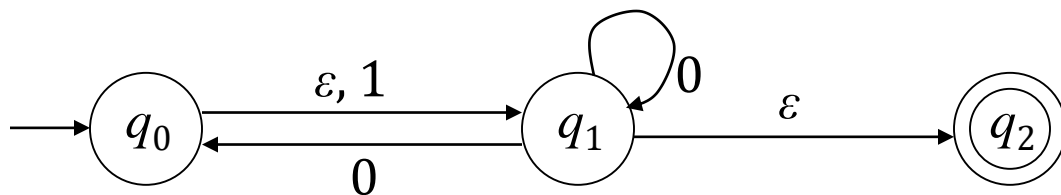


## 状态的ε闭包

- 状态 $q$ 的ε闭包，记为 $\omega(q)$ ，指自身以及经过连续ε转移所能到达的状态的集合（不消耗输入）

	0	1	$\varepsilon$
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

	$\omega()$
$q_0$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$q_1$	$\{q_1, q_2\}$
$q_2$	$\{q_2\}$





## ε-NFA的ε闭包与ε闭集

- 状态 $q$ 的ε闭包:  $\omega(q)$
- 状态集合 $S$ 的ε闭包:  $\omega(S) = \bigcup_{q \in S} \omega(q)$ 
  - 状态集合 $S$ 为ε闭集当且仅当 $S = \omega(S)$
  - 对任意状态集合 $S$ ,  $\omega(S)$ 是ε闭集
- ε闭集概念扩展了活动状态集概念  
用于实现ε-NFA判定性质

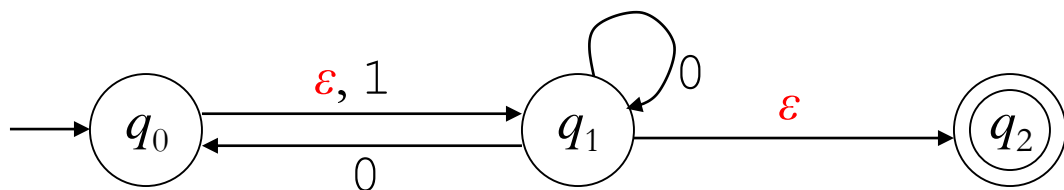
例:

	0	1	ε
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

$S$	$\omega(S)$
$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$

# $\epsilon$ 闭集与 $\epsilon$ -NFA判定性质

输入串:  $\epsilon$ ; 00; 001; 101; 11



	0	1	$\epsilon$
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

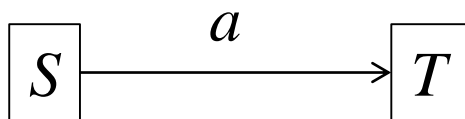
	$\omega()$
$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$

已读前缀 $x$ ; 剩余串 $ay$ ;

当前输入符号 $a$ ;

当前状态集合 $S = \tilde{v}(q_0, x)$

输入串 $xay$



已读前缀 $xa$ ; 剩余串 $y$ ;

转移状态集合:

$$T = \omega(\cup_{p \in S} \cdot v(p, a))$$



# 扩展的转移函数

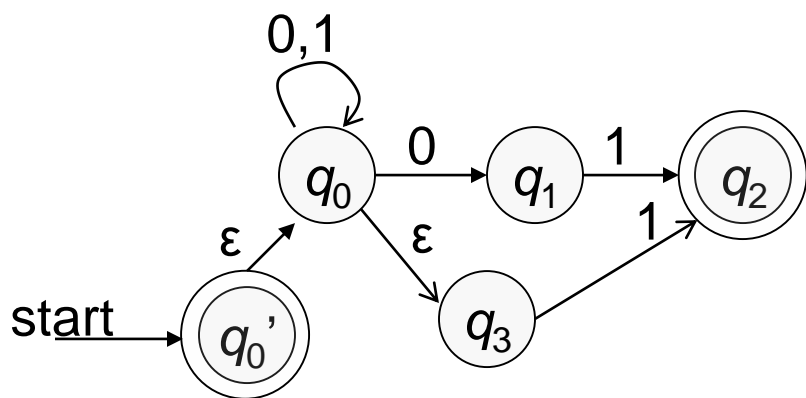
- 基础:  $\tilde{v}(q, \varepsilon) = \omega(q)$
- 归纳:  $\tilde{v}(q, xa) = ?$ 
  - 令:  $\tilde{v}(q, x) = S$
  - 令:  $T = \bigcup_{p \in S} v(p, a)$
  - 则:  $\tilde{v}(q, xa) = \bigcup_{p \in T} \omega(p)$  , 或者,  
$$\tilde{v}(q, xa) = \omega(T)$$
- $\tilde{v}(q, w)$  是始端为  $q$ , 标记为  $w$  的路径的末端之集合。
  - 注意, 路径标记  $w$  和弧的标记  $a$ 、 $\varepsilon$  的关系
- $\varepsilon$ -NFA 语言:
  - 对于  $\varepsilon$ -NFA  $B = (Q, \Sigma, v, q_0, F)$ ,
  - 语言为  $L(B) = \{w \in \Sigma^* \mid \tilde{v}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$



# 扩展转移函数的例子

$$\tilde{v}(q, \varepsilon) = \omega(q);$$

$$\tilde{v}(q, xa) = \omega(\cup r \in \tilde{v}(q, x) \cdot v(r, a))$$



	0	1	$\varepsilon$
$\rightarrow^* q_0'$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_0\}$
$q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$	$\{q_3\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_3$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$

- 模拟  $w = 101$ ?

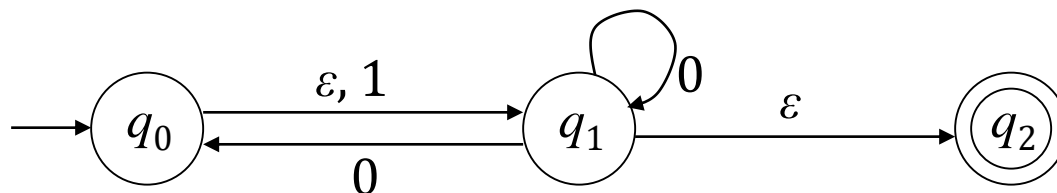
$$\begin{aligned}
 \tilde{v}(q_0', 101) &= \cup x \in \tilde{v}(q_0', 10) \cdot \omega v(x, 1) \\
 &= \cup x \in (\cup y \in \tilde{v}(q_0', 1) \cdot \omega v(y, 0)) \cdot \omega v(x, 1) \\
 &= \cup x \in (\cup y \in (\cup z \in \tilde{v}(q_0', \varepsilon) \cdot \omega v(z, 1))) \cdot \omega v(y, 0)) \cdot \omega v(x, 1) \\
 &= \cup x \in (\cup y \in (\cup z \in \{q_0', q_0, q_3\} \cdot \omega v(z, 1)) \cdot \omega v(y, 0)) \cdot \omega v(x, 1) \\
 &= \cup x \in (\cup y \in \{q_0, q_2, q_3\} \cdot \omega v(y, 0)) \cdot \omega v(x, 1) \\
 &= \cup x \in \{q_0, q_1, q_3\} \cdot \omega v(x, 1) = \{q_0, q_2, q_3\}
 \end{aligned}$$





## 消除ε转移（转为NFA）

- $\varepsilon$ -NFA  $(Q, \Sigma, v, q_0, F)$  转为 NFA  $(Q, \Sigma, \text{move}[], q_0, F)$
- $\text{move}[q, a] = \omega(\cup p \in \omega(q) \cdot v(p, a)), q \in Q, a \in \Sigma$
- 然后消除NFA中不可达情形①和②即得结果。



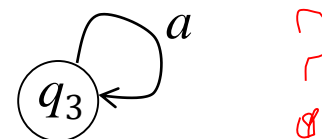
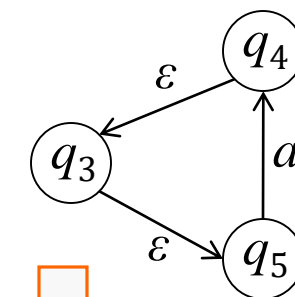
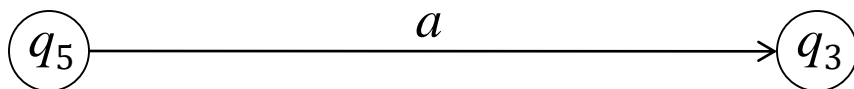
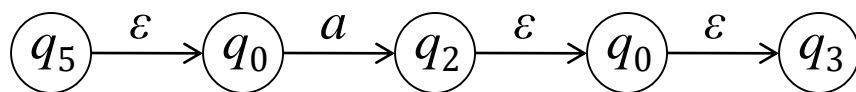
	0	1	$\varepsilon$
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$

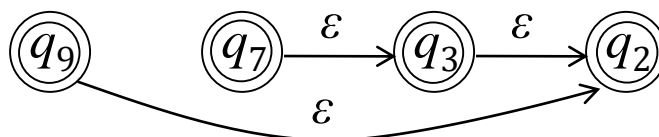


## 减少 $\epsilon$ 转移

- 带有 $\epsilon$ 弧的路径用单一的转移替代



- 经 $\epsilon$ 弧到达原终结状态的所有状态都是结束状态





# ε-NFA 到 DFA 的子集构造法

输入：ε-NFA  $(Q, \Sigma, v, q_0, F)$ 。

输出：DFA  $(\mathbb{Q}, \Sigma, \text{move}[], \omega(q_0), \{S \in \mathbb{Q} \mid S \cap F \neq \emptyset\})$ 。

$\mathbb{Q} = \emptyset$ ;  $\text{move}[] = \text{NIL}$ ;

$\omega(\{q_0\})$  加入  $\mathbb{Q}$  且未标记;

while  $\mathbb{Q}$  中存在一个未标记元素  $S$  {

    标记  $S$ ;

    for  $(a \in \Sigma)$  {

$T = \omega(\bigcup_{q \in S} v(q, a))$ ;

        if  $(T \notin \mathbb{Q})$   $T$  加入  $\mathbb{Q}$  中且未标记;

$\text{move}[S, a] = T$

    }

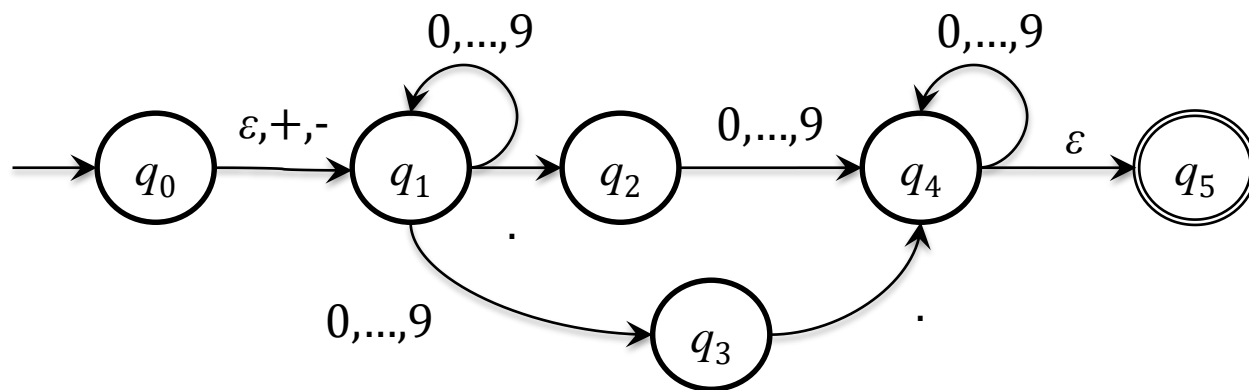
} 2025/3/1

	0	1	$\varepsilon$
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

	0	1
$\rightarrow *$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$*$	$\{q_1, q_2\}$	$\emptyset$



# 子集法举例



	0-9	+, -	.
→ {q <sub>0</sub> , q <sub>1</sub> }	{q <sub>1</sub> , q <sub>3</sub> }	{q <sub>1</sub> }	{q <sub>2</sub> }
{q <sub>1</sub> , q <sub>3</sub> }	{q <sub>1</sub> , q <sub>3</sub> }	∅	{q <sub>2</sub> , q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }
{q <sub>1</sub> }	{q <sub>1</sub> , q <sub>3</sub> }	∅	{q <sub>2</sub> }
{q <sub>2</sub> }	{q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }	∅	∅
*{q <sub>2</sub> , q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }	{q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }	∅	∅
*{q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }	{q <sub>4</sub> , q <sub>5</sub> }	∅	∅



## 子集构造法的正确性

- 定理2.3: 语言 $L$ 被某个 $\varepsilon$ -NFA接受当且仅当 $L$ 为某个DFA接受。
- 依照 $w$ 长度归纳  $\tilde{v}_N(q_0, w) = \tilde{v}_D(\omega(\{q_0\}), w)$ .
  - 基础: 对于 $w = \varepsilon$ , 有  $\tilde{v}_N(q_0, \varepsilon) = \tilde{v}_D(\omega(\{q_0\}), \varepsilon) = \omega(\{q_0\})$ .
  - 归纳: 归纳假设IH对所有短于 $w$ 的串成立。  
令 $w = xa$ , 由IH知对于 $x$ 成立, 令其为
$$\tilde{v}_N(q_0, x) = \tilde{v}_D(\omega(\{q_0\}), x) = S.$$
  - 那么有如下推导:
    - ① 根据定义  $\tilde{v}_N(q_0, xa) = \bigcup p \in S \cdot \omega(v_N(p, a)) = \omega(\bigcup p \in S \cdot v_N(p, a))$ , 令为 $T$ ;
    - ② 则根据子集构造法有  $v_D(S, a) = \bigcup p \in S \cdot \omega(v_N(p, a)) = T$ ;
    - ③ 那么  $\tilde{v}_D(\omega(\{q_0\}), xa) = v_D(\tilde{v}_D(\omega(\{q_0\}), x), a) = v_D(S, a) = T = \tilde{v}_N(q_0, w)$ 。 得证。
- 结论:  $\text{DFA} \equiv \text{NFA} \equiv \varepsilon\text{-NFA}$ , 都接受正则语言



## 小结

- 知识点：NFA（包括 $\varepsilon$ -NFA）转DFA的子集构造法、状态的 $\varepsilon$ 闭包、状态集合的 $\varepsilon$ 闭包、 $\varepsilon$ 闭集、扩展转移函数、NFA语言、NFA三种表示。
- 形式化记号：转移函数 $v()$ 、扩展转移函数 $\tilde{v}()$ 、 $\varepsilon$ 闭包 $\omega()$ 、集合运算 $\bigcup_{q \in S} v(q, a)$ 。
- 作业：2.5节习题2.6~2.7