

# Konzept für ein Lineare Algebra - Tutorial

Blerta Veseli  
27. März 2020

Ziel des Lineare Algebra - Tutorials ist es möglichst einfach und verständlich ein Grundverständnis der Linearen Algebra bei den Digital Humanities - Studenten zu schaffen. Im Folgenden wird ein erstes Konzept eines solchen Tutorials vorgestellt. Das vorliegende Konzept enthält noch nicht alle gewünschten Inhalte und umfasst zunächst die ersten Basics.

## 1 Motivation

- **Was** ist in Lineare Algebra und **wofür** brauchen wir sie?

Zu Beginn der LinA-Reihe muss motiviert werden, warum der (DH-) Student Lineare Algebra verstehen sollte und was er sich davon versprechen kann. Die Motivation sollte möglichst studentennah und fachrelevant sein. Für DHler wäre das z.B. ein besseres Grundverständnis von Machine Learning, Information Retrieval usw., sodass auch das Voranschreiten im Studium, Erlernen neuer Konzepte und das erfolgreiche Abschließen von Masterkursen einfacher und weniger problematisch ist. Das heißt: „Schaut euch bitte die Basics der Linearen Algebra an, sodass ihr die bestmöglichen Tools erhaltet, um in eurem Studium weiter- und mitzukommen.“

**Was?** Bereich der Mathematik, der Lineare Gleichungen wie  $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$  betrifft und lineare Funktionen wie  $(x_1, \dots, x_n) \mapsto a_1x_1 + \dots + a_nx_n$  und ihre Repräsentation in Vektorräumen und Matrizen.

Lineare Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren, Vektorräume, Matrizen usw. werden im Weiteren behandelt, sodass ihr am Ende genau versteht, was das bedeutet.

**Wofür?** Lineare Algebra wird genutzt zur Datenrepräsentation, beispielsweise Vektoren als Repräsentation von Dokumenten (Information Retrieval) oder Worten (Word Embeddings); zur Daten(dimensions)reduktion (PCA), was zum Beispiel auch zur Visualisierung von Word Embeddings und der Identifizierung von Wordclustern nützlich sein kann; zur Klassifikation und Regression (Machine Learning, Lineare Funktionen, mehrdimensionale Daten); für Clustering (Abstände von Vektoren) aber auch in der Statistik, beispielsweise im Falle mehrdimensionaler Daten. Typische Probleme im Feld der Linearen Algebra sind auch zum Einen das Optimierungsproblem, welches wir aus dem Machine Learning kennen, bei dem wir eine Funktion als bestimmte Daten anpassen wollen, aber auch das Auflösen (linearer) Funktionen wie  $2a + 3b = 8$ ,  $10a + 1b = 13$  stellt eine Fragestellung dar.

## 2 Lineare Gleichungssysteme

Anhand Linearer Gleichungssysteme können gut Vektoren und Matrizen eingeführt werden. Ähnlich wie in anderen Mathematik-Skripten und Grundlagewerken soll daher damit begonnen werden. Es schließt auch gut an die zuvor genannten Problemtypen in der Motivation an. Das Aufstellen und Zeigen eines einfachen linearen Gleichungssystems motiviert auch daraufhin die Rechenoperationen von Matrizen und Vektoren durchzugehen, sodass am Ende die Gleichung gelöst werden kann und der Student somit am Lösungsweg aktiv beteiligt ist.

- Lineares Gleichungssystem anhand eines einfachen Beispiels erklären. In der Art: Wir kaufen zwei Äpfel und 3 Bananen, wofür wir 8 Euro zahlen. Außerdem kaufen wir 10 Äpfel und 1 Banane, wofür wir 13 Euro zahlen. A und B stehen für den Preis eines Apfels und einer Banane. Wir wollen nun wissen, wie hoch der Preis eines Apfels und einer Banane ist. Die Formeln  $2a + 3b = 8$ ,  $10a + 1b = 13$  könnte man nun so umformen, dass wir  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 13 \end{bmatrix}$  erhalten. Da das Lösen dieser umformulierten Gleichung die Kenntnis von Rechenoperationen mit Matrizen und Vektoren erfordert, kann daran angesetzt werden.

### 3 Matrizen und Vektoren

Auch hier könnte und sollte man immer wenn möglich eine Motivation bzw. einen Anwendungsfall/ein Beispiel anführen, wofür die Rechenoperationen, Abstandsmaße oder z.B. der Betrag und die Länge eines Vektors in unserem Forschungsfeld genutzt werden.

#### 1. Vektoren

- (a) Was sind Vektoren?
- (b) Rechenoperationen mit Vektoren
  - i. Addition mit Vektoren
  - ii. Multiplikation von Vektoren mit Skalaren
- (c) Vektorräume bzw. Geometrie in Vektorräumen
  - i. Vektorraum definieren (wofür die zuvor gezeigten Rechenoperationen auch wichtig sind)
  - ii. Länge und Betrag eines Vektors
  - iii. Abstandsmaße für Vektoren
- (d) Einheitsvektor

#### 2. Matrizen

- (a) Was sind Matrizen und wie stehen Vektoren und Matrizen zueinander?
- (b) Rechenoperationen mit Matrizen
  - i. Addition
  - ii. Multiplikation mit Skalar
  - iii. Multiplikation von Matrizen
  - iv. Inverse einer Matrix
  - v. Transposition einer Matrix

#### 3. Am Ende das Lösen der in 1 gezeigten Linearen Gleichung zeigen. Als eine Art „Gewinn“ der Art/Achievement.

- (a) Klassischer Gauss Algorithmus
- (b) ...

### 4 Eigenwerte und Eigenvektoren

- 1. Definition
- 2. ...