定点数加法运算

$[X]_{补}=0.1100011$ $[Y]_{补}=0.1011101$

$[X]_{补}+[Y]_{补}=0.1100011+0.1011101=\underline{1}.1000000$ 溢出!

$[X]_{补}=0.0101110$ $[Y]_{补}=0.1001101$

$[X]_{补}+[Y]_{补}=0.0101110+0.1001101=0.1111011$ 未溢出

$[X]_{补}=1.1100111$ $[Y]_{补}=1.1011101$

$[X]_{补}+[Y]_{补}=1.1100111+1.1011101=1.1000000$ 未溢出

$[X]_{补}=11.0011101$ $[Y]_{补}=11.1010011$

$[X]_{补}+[Y]_{补}=11.0011101+11.1010011=\underline{1}0.1000000$ 负溢!

定点数减法运算

$[X]_{补}=0,1100111$ $[Y]_{补}=0,1011101$

$[X]_{补}-[Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=0.1100111+1,0100011=0,0001110$ 无溢出

$[X]_{补}=0.1100111$ $[Y]_{补}=1.0100111$

$[X]_{补}-[Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=0.1100111+0.1011101=1.1000000$ 溢出

$[X]_{补}=0.1001111$ $[Y]_{补}=0.1110100$

$[X]_{补}-[Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=0.1001111+1.0001100=1.1101111$

$[X]_{补}=00.1010101$ $[Y]_{补}=11.1110111$

$[X]_{补}-[Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=00.1010101+00.0001001=00,1100110$

00.0001001
11.1110111
00.1010101

无符号数的一位乘法计算

用原码一位乘法计算，用异或的逻辑确定符号位

(1) $X=1001$ $Y=1101$

解：$|X|=1001$ $|Y|=1101$ $n=3$ ($n=3$是数值位大小)

末位为1，则 $+|X|$，末位为0，则 $+0$

	0000	1101
$+\|X\|$	1001	
	1001	
右移	0100	1110
$+0$	0000	
	0100	
右移	0010	0111.01
$+\|X\|$	1001	
	1011	
右移	0101	1011.101
$+\|X\|$	1001	
	1110	
右移	0111	0101.1101

$[X\times Y]_原=01110101$

原码的一位乘法运算

(1) X = +0.1001　Y = -0.1101

解：|X| = 0.1001　|Y| = 0.1101　n=4

```
        0.0000        1101:
+|X|    0.1001                  n=1
-----------------------
        0.1001
→       0.0100        1110:1
+0      0.0000                  n=2
-----------------------
        0.0100
→       0.0010        0111:01
+|X|    0.1001                  n=3
-----------------------
        0.1011
→       0.0101        1011:101
+|X|    0.1001                  n=4
-----------------------
        0.1110
→       0.0111        0101:1101
```

∴ X·Y = -0.0111 0101

(2) X = -0.1101，Y = -0.1111

解：|X| = 0.1101　Y = 0.1111　n=4

```
        0.0000        1111:
+|X|    0.1101
-----------------------
        0.1101
→       0.0110        1111:1
+|X|    0.1101
-----------------------
        1.0011
→       0.1001        1111:11
+|X|    0.1101
-----------------------
        1.0110
→       0.1011        0111:111
+|X|    0.1101
-----------------------
        1.1000
→       0.1100        0011:1111
```

∴ X·Y = 0.1100 0011

(3) X = -0.1010　Y = -0.1001

解：|X| = 0.1010　|Y| = 0.1001　n=4

```
        0.0000        1001:
+|X|    0.1010
-----------------------
        0.1010
→       0.0101        0100:1
+0      0.0000
-----------------------
        0.0101
→       0.0010        1010:01
+0      0.0000
-----------------------
        0.0010
→       0.0001        0101:001
+|X|    0.1010
-----------------------
        0.1011
→       0.0101        1010:1001
```

∴ X×Y = 0.0101 1010

X = 0.1100　Y = 0.1011

```
        0.0000        0.1011:
+X      0.1100
-----------------------
        0.1100
→       0.0110        00.101:1
+X      0.1100
-----------------------
        1.0010
→       0.1001        000.10:11
+0
-----------------------
        0.1001
→       0.0100        1000.1:011
+       0.1100
-----------------------
        1.0000
→       0.1000
```

0.1000 0100

0.1110　0.1011

```
        0.0000        1011:
+       0.1110
-----------------------
        0.1110
→       0.0111        0101:1
+       0.1110
-----------------------
        1.0101
→       0.1010        1010:11
+0
-----------------------
        0.1010
→       0.0101        0101:011
+       0.1110
-----------------------
        1.0011
→       0.1001        1010:1011
```

补码的一位乘计算 (Booth算法)

进行n轮加法、移位，最后再多来一次加法

辅助位-MQ中最低位=1时，(ACC)+[-X]补

辅助位-MQ中最低位=0时 (ACC)+0

辅助位-MQ中最低位=-1时 (ACC)+[-X]补

每次移位是算术右移，符号位参与运算

(1) X=+0.1001 Y=-0.1101

n=4

解：[X]补=0.1001 [Y]补=1.0011 [-X]补=1.0111

		MQ	辅助位	
	0.0000	1.0011	0	0-1=-1
+[-X]补	1.0111			
	1.0111			
→	1.1011	11.0011	10	1-1=0
+0	0.0000			
	1.1011			
→	1.1101	111.00 11	010	1-0=1
+[X]补	0.1001			
	0.0110			
→	0.0011	0011.0 010		0-0=0
+0	0.0000			
	0.0011			
→	0.0001	1001.0 0010		0-1=-1
+[-X]补	1.0111			
	1.1000			

∴ [X×Y]补 = 1.1000 1011

X×Y = -0.0111 0101

(2) X=-0.1101 Y=+0.1111

解：n=4

[X]补=1.0011 [Y]补=0.1111 [-X]补=0.1101

	0.0000	0.1111	0	0-1=-1
+[-X]补	0.1101			
	0.1101			
→	0.0110	10.1111	10	1-1=0
+0	0.0000			
	0.0110			
→	0.0011	010.11 11	10	1-1=0
+0	0.0000			
	0.0011			
→	0.0001	1010.1 111	0	1-1=0
+[X]补	1.0011			
	1.0100			
→	1.1010	0101.0 111	0	1-0=1
[-X]补	0.1101			
	0.0111			
→	0.0011	1010.1 111	0	1-1=0
+0	0.0000			
	0.0011			
→	0.0001	1101.0 111	0	1-0=1
+[X]补	1.0011			
	1.0100			

∴ [X×Y]补 = 1.0100 1011

X×Y = -0.1011 0101

(3) X=-0.1010 Y=-0.1001

解：[X]补=1.0110 [Y]补=1.0111 [-X]补=0.1010

	0.0000	1.0111	0	0-1=-1
+[-X]补	0.1010			
	0.1010			
→	0.0101	01.011 1	10	1-1=0
+0	0.0000			
	0.0101			
→	0.0010	101.01 1	10	1-1=0
+0	0.0000			
	0.0010			
→	0.0001	0101.0 1	10	1-0=1
[+X]补	1.0110			
	1.0111			
→	1.1011	1010.1	0110	0-1=-1
[-X]补	0.1010			
	0.0101			

∴ [XY]补 = 0.0101 1010

XY = 0.0101 1010

原码-位除运算

符号位单独处理 $X_s \oplus Y_s$

计算机默认先商1，若余数是正，则正确，否之恢复余数，商0

每次左移：先判断余数是否为正，正则补1，负则补零

$X = 0000\ 1001 \quad Y = 0011$ 求 X/y

解：$-Y = 1101$

恢复余数法

```
       0000 1001          商
←      0001 001?
-Y     1101
       ---------
       1110 0010          0
+Y     0011
       ---------
       0001 0010
←      0010 010?
-Y     1101
       ---------
       1111 0100          00
+Y     0011
       ---------
       0010 0100
←      0100 100?
-Y     1101
       ---------
       0001 1001          001
←      0011 001?
-Y     1101
       ---------
       0000 0011          0011
```

$\therefore X \div Y = 0011 + 0000\ 0011 / 0011$

不恢复余数法

```
       0000 1001          商
←      0001 001?
-Y     1101
       ---------
       1110 0010          0
←      1100 010?
+Y     0011
       ---------
       1111 0100          00
←      1110 100?
+Y     0011
       ---------
       0001 1001          001
←      0011 001?
-Y     1101
       ---------
       0000 0011          0011
```

(2) $X = 0000\ 0111 \quad Y = 0010$

解：$-Y = 1110$

不恢复余数法

```
       0000 0111          商
←      0000 011?
-Y     1110
       ---------
       1110 1110          0
←      1101 110?
+Y     0010
       ---------
       1111 1100          00
←      1111 100?
+Y     0010
       ---------
       0001 1001          001
←      0011 001?
-Y     1110
       ---------
       0001 0011          0011
```

$\therefore X \div Y = 0011 + 0001\ 0011 / 0010$

恢复余数

```
       0000 0111          商
←      0000 111?
-Y     1110
       ---------
       1110 1110          0
+Y     0010
       ---------
       0000 1110
←      0001 110?
-Y     1110
       ---------
       1111 1100          00
+Y     0010
       ---------
       0011 1100
←      0011 100?
-Y     1110
       ---------
       0001 1001          001
←      0011 001?
-Y     1110
       ---------
       0001 0011          0011
```

```
       0000 0111
-Y     1110
       ---------
       1110 0111          0
←      1100 111?
+Y     0010
       ---------
       1110 1110          00
←      1101 110?
+Y     0010
       ---------
       1111 1100          000
←      1111 100?
+Y     0010
       ---------
       0001 1001          0001
←      0011 001?
-Y     1110
       ---------
       0001 0011          00011
```

(3) $X = -0.01010 \quad Y = -0.01100$

不恢复

$|X| = 0.01010 \quad |Y| = 0.01100 \quad -|Y| = 1.10100$

$n = 5$

```
       0.01010 00000          商
-Y     1.10100
       -------------
       1.11110 00000          0
+Y     0.01100
       -------------
       0.01010 00000
←      0.10100 0000?
-Y     1.10100
       -------------
       0.01000 00001          01
←      0.10000 0001?
-Y     1.10100
       -------------
       0.00100 00011          011
←      0.01000 0011?
-Y     1.10100
       -------------
       1.11100 00110          0110
←      1.11000 0110?
+Y     0.01100
       -------------
       0.00100 01101          01101
←      0.01000 1101?
-Y     1.10100
       -------------
       1.11100 11010          011010
+Y     0.01100
       -------------
       0.01000 11010
```

$\therefore X \div Y = -0.11010 + 0.01000\ 11010$

$X = -0.01010 \quad Y = -0.01100$

$|X| = 0.01010$

$|Y| = 0.01100$

$-|Y| = 1.10100$

```
       0.01010 00000     n=5
-|Y|   1.10100
       -------------
       1.11110 00000
←      1.11100 0000?
+Y     0.01100
       -------------
       0.01000 00001          1
←      0.10000 0001?
-|Y|   1.10100
       -------------
       0.00100 00011          11
←      0.01000 0011?
-|Y|   1.10100
       -------------
       1.11100 00110          110
←      1.11000 0110?
+|Y|   0.01100
       -------------
       0.00100 01101          1101
←      0.01000 1101?
-|Y|   1.10100
       -------------
       1.11100 11010          11010
+|Y|   0.01100
       -------------
       0.01000 11010
```

$\therefore 0.11010 + \frac{0.01000}{0.01100}$

浮点数的运算

设两个浮点数，$X=2^{-011_2}\times 0.110111_2$，$Y=2^{-010_2}\times(-0.101001)_2$，其浮点格式为：阶码4位，尾数8位，且均用双符号位补码表示，计算 $[X]_{补}+[Y]_{补}=?$，$[X]_{补}-[Y]_{补}=?$

预处理

解：步骤一，写清楚 X 与 Y：

$X=00,110111$（尾） $11,01$（阶）

$Y=11.010111$（尾） $11,10$（阶）

阶码4位，其中2个符号位

这里均采用补码

①对阶 $[\Delta E]_{补}=[E_x-E_y]_{补}=[E_x]_{补}+[-E_y]_{补}=1101+0010=11,11$

∴ $\Delta E=-1$ 表示 $E_x<E_y$，向大阶看齐，Mx右移一位

$X'=00.011011$（尾数，恒舍法，恒置1），1110（阶码）

$Y=11,010111$（尾数） 1110（阶码）

②尾数相加 $M_x+M_y=00.011011+11.010111=11.101010$

（11.1xxxx或00.0yxxx不是规格数！）

规格化：左规0次：尾数 11.101010 阶码减1 $1110+[-2]=1110+1110=11,00$

判溢：阶码没有溢出

∴ $X+Y=(-0.111010)_2\times 2^{(-100)_2}$

③尾数相减 $M_x-M_y=00.011011+[-11.010111]$

$=00.011011+00.101001=01.000100$

规格化，右规1次：尾数：00.100010 阶码加1 $11,10+0001=1111$

判溢：无溢出

∴ $X-Y=(0.100010)_2\times 2^{(-001)_2}$

设两个浮点数，$X=2^{-011_2}\times 0.110111_2$，$Y=2^{-010_2}\times(-0.101001)_2$，其浮点格式为：阶码4位，尾数8位，且均用双符号位补码表示。计算 $[X]_{补}+[Y]_{补}=?$，$[X]_{补}-[Y]_{补}=?$

解：X：尾数 00 110111　　阶码 1101

Y尾数 11 010111　　阶码 1110

$[\Delta E]=-1$　即：$Ex<Ey$

对阶：向大阶看齐　Mx右移1位 00 011011（舍5）

∴ Mx：00 011 011　　Ex：1110

My：11 010 111　　Ey：1110

尾数相加 $[Mx+My]=[Mx]+[My]=00\ 011011+11\ 010111$
$=11\ 110010$

规格化：尾数左移2　M=11 001000　E：1110-0010=1100

∴ X+Y=11 001 000　1100　无溢

$X+Y=-0.111000_2\cdot 2^{(100)_2}$

00 101 001

$MX-MY=MX+[-MY]_{补}=00\ 011\ 011+00\ 101\ 001=01,000100$

尾数右规1　00.100010

1110+0001=1111