

Dart Quant Strategy Series

Strategic

Asset Allocation

Choi Munseok

Kim jaehyun

Mun Sungin

Yun Yujin

Jun Hyunnam

Jung Hyunwoo

Choi Bom

Kim gangmin

Do Hyunsung

An Taeha

Kim Taehyun

May

2024

Contents

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

1. Summary
2. Introduction
3. Hedge
4. Risk Management
5. **Asset Allocation under Constraints**
6. **Resampling Efficiency**
7. **Robust Optimization**
8. **SAA Process**
9. **Conclusion**
10. **Reference**

**DART 2024 First Semester Asset Allocation Project**

**Project Manager: Hong Gildong**

**+82 010-1234-5678**

**Hongildong@knu.ac.kr**

**[Github]**

**https://github.com/DART-KNU/SAA**

**https://github.com/DART-KNU/Portfolio-Optimization**

**https://github.com/DART-KNU/Monte-Carlo-method**

I. **Summary**

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

II. Introduction

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

III. Hedge

IV . Risk Management

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

V. Asset Allocation under Constraint

5.1. Convex Optimization problems

5.2. Duality

5.2.1. Lagrangian

가.

나.

1)

2)

가)

나)

5.2.2. KKT conditions

5.3. Approximation and Fitting

VI. Resampling Efficiency

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

VII. Robust Optimization

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

VIII. SAA Process

전략적 자산배분(Strategic Asset Allocation, SAA)이란 투자자의 투자 목적과 제약조건이 정해진 이후 포트폴리오 최적화를 통하여 자산들의 비중을 결정하는 과정이다. 일반적으로 전략적 자산배분은 큰 위험에 대한 노출을 자제하고 수익률과 위험에 대해 좀더 균형적으로 접근한다. 본 연구에서의 전략적 자산배분은, 위험에 초점을 맞추고 진행하며, 위험의 측정과 분석, 사후관리에 있어서는 Value at Risk(VaR) 모형을 사용하고자 한다.

또한, 국민연금 Case study를 통하여 국가기금과 같은 주체의 보수적인 위험접근법에 대해서 연구한다. 주요 연구 주제는 1) 국민연금공단의 과거 공개자료를 이용하여 국민연금의 전략적 자산배분 접근법을 분석하고, 2) 국민연금이 주로 투자하고 있는 자산군(국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자)에서 VaR 측정 및 사후관리 시 리스크 한도 계산을 수행한다.

8.1. 리스크 관리 : VaR 방법론

마코위츠(1952)의 mean-variance 방법은 위험관리를 감안한 포트폴리오를 구성하는데 오랜기간 널리 이용되었다. 그러나 위험에 대한 직관적인 이해의 어려움, 위험선호의 변동에 따른 포트폴리오 변화에 제약, 비체계적 위험의 존재 등 실제 구현에 많은 제약이 존재했다. 이러한 단점을 보완하고자 Value at Risk(VaR)이 위험을 관리하고 통제하는 벤치마크로 등장하였다. VaR은 위험을 금액으로 표현하기에, 정보이용자들이 이해하기 쉽다. VaR의 측정을 위해서는 기간에 따른 기대수익률과 분산 자료이다. VaR 측정에서 사용하는 시계열 데이터에서는 두 가지 가정을 하고자 한다. 1) 연속된 기간의 수익률 간 상관관계가 없다. 즉 현재의 자산가격이 그 자산에 관련된 정보를 모두 포함하고 있다는 효율적 시장을 가정하는 것을 의미한다. 2) 수익률이 시간에 흐름에 관계없이 동질적으로 분포하고 있다. 이러한 가정 속에서 월 단위 측정과 연 단위 측정의 변환은 다음과 같다.

8.1.1. VaR

VaR(Value at Risk)란 일정한 신뢰 수준 하에서 특정 자산 또는 포트폴리오를 보유했을 때 일정한 기간 동안 입을 수 있는 손실의 최대치를 의미한다. 보통 주가나 금리. 환율 등과 같은 위험요소들의 변동성을 기초로 계산되기에 ‘일정한 기간 동안 발생할 수 있는 금융상품 가치의 최대 변동폭’ 이라고 말하기도 한다. VaR은 c%의 확신을 가지고 정상적인 시장여건 하에서 어떠한 개별자산 또는 포트폴리오의 N기간동안 발생할 수 있는 최대손실금액 X로 정의된다. 여기서 X=VaR 이고, N=목표기간(보유기간) 이며, c는 신뢰수준을 나타낸다. 예를 들어 목표기간(N)이 1년, 신뢰수준(c)이 95%라고 가정했을 때 VaR이 20억원이 나왔다면, 이는 "1년 동안 발생할 수 있는 손실금액이 20억보다 작을 확률이 95%, 클 확률이 5%" 라는 것을 의미한다. VaR은 개별주식이나 개별 파생상품에서 측정이 가능하며, 여러 자산이 포함된 포트폴리오에서도 하나의 VaR 위험도를 측정하고, 최근 관찰 데이터를 활용하여 시장 상황을 반영할 수 있다.

개별자산에서의 VaR은 단일 자산의 위험을 평가하며, 주로 해당 자산의 기대 수익률과 표준편차만을 고려한다. 허나, 포트폴리오 VaR을 계산하는 경우에는 개별자산의 경우와 달리 개별자산 간의 상관관계(공분산)를 고려해야 한다. 이는 여러 자산의 결합된 위험을 평가하여, 포트폴리오 내 자산들의 상호작용을 반영하여 포트폴리오 전체에 있어서, 보다 더 정확한 측정을 도와준다. 본 리포트에서는 포트폴리오의 경우에서의 VaR을 중점적으로 다룬다.

8.1.2. VaR 측정에 사용되는 요소

VaR을 측정하는 방법은 대게 모수적, 비모수적, EVT 방법으로 분류할 수 있다. 본 리포트에서는 모수적인 방법으로서 ‘정규분포를 가정한 분산-공분산 방법’ 과 ‘몬테카를로 시뮬레이션’ 을 다루고, 비모수적인 방법으로서 ‘역사적 시뮬레이션법’ 을 중심적으로 다루고자 한다.

가. 역사적 방법

나. 분산-공분산 방법

다. 몬테카를로 방법

8.1.3. VaR 측정 방법

가. 역사적 방법

나. 분산-공분산 방법

다. 몬테카를로 방법

8.1.4. VaR 모형의 평가

8.1.5. CVaR(Conditional Value at Risk)

국민연금이 가진 위험회피적 성향의 특수성 때문에 불확실성이 손실의 측면으로 작용하는 것에 실무적으로 중요도, 우선순위를 높일 수 밖에 없다. 이러한 환경 속 VaR은 비정규분포 및 비선형 모형에서도 유용한 정보를 제공해주며, 특정 확률에서의 손실발생 가능성이 라는 정보를 주지만 분포극단에 대한 추가적인 정보제공이 없다는 한계로 인해 리만 사태 이후 VaR가 꼬리위험(tail risk)을 올바르게 포착하 지 못한다는 지적이 지속적으로 제기되어왔다.

특히 VaR는 하위 가법성(sub-additivity) 및 볼록성(convexity)의 특성을 충족시키지 못한다는 한계점이 Artzner et al.(1999)에 의해 제기된 이후 대안적 위험지표가 요구되어왔다. 하위가법성(sub-additivity)은 두 자산으로 구성된 포트폴리오의 위험이 개별 자산의 위험합보다 같거나 작아야 함을 의미한다. 따라서 이러한 가법성이 결여될 경우, 혹은 포트폴리오를 구성하는 자산이 3개 이상인 경우 비체계적 위험의 제거를 통한 분산효과를 제대로 측정할 수 없음을 의미한다. 반면 CVaR는 기대극단손실(ETL; expected tail loss)의 의미로 VaR 이상의 시나리오 분포를 평균함으로써 얼마나 심각하게 손실이 발생할 수 있는지 추가적인 정보를 제공한다는 차별성을 갖는다. 즉, 일정한 신뢰수준 하에서 발생가능한 기대손실 또는 VaR를 초과하는 손실 부분의 조건부 기대값으로서 VaR가 갖지 못하는 위험관측치로서의 특성을 충족시킬 수 있다. 따라서 CVaR는 위험측정지표가 갖추어야 할 여러 조건들을 충족시킬 뿐 아니라, VaR가 고려하지 못하는 부분, 즉 신뢰수준을 벗어난 극단적 손실 영역까지 에서의 기대손실 값 또한 추가적으로 고려할 수 있다는 장점으로 인해 VaR보다 정보를 많이 포함한 벤치마크 지표로 쓰일 수 있다.

(수식 추가 예정)

8.2. 국민연금 Case Study

8.2.1. 국민연금에서의 VaR 도입 현황

8.2.2. 국민연금에서의 VaR의 종류와 운용 중 측정

국민연금에서는 5가지 자산군(국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자)에 대해 투자를 지속적으로 시행하고 있으며, 이 5가지 자산군에 대하여 해당하는 위험을 분류하고, 해당 위험에 따라 현재 위험을 측정, 위험 한도와 비교, 소진율을 계산하고 있다.

가. 시장위험

시장위험은 국내주식, 해외주식, 국내채권, 해외채권에서 발생된다.

나. 신용위험

신용위험은 국내채권, 해외채권에서 발생된다.

다. 대체투자자산위험

대체투자자산위험은 대체투자 자산군에서 발생되고, 이는 사모, 부동산, 인프라, 헤지펀드로 나뉘어진다.

8.2.3. VaR 측정

(중간점검 후)

선술한 VaR 측정방법 중 \_\_\_\_방법을 이용하여 2022년 국민연금 자산배분의 VaR을 측정해보도록 한다.

8.2.4. VaR 제약조건 하 포트폴리오 최적화

VaR 측정에서는 특정 포트폴리오 선택 후, 즉 특정한 자산비율 선택 후 VaR 측정을 해보았다. 여기서는 VaR을 제약조건으로 한 포트폴리오 최적화 방법론에 대해서 다루어 보기로 한다. 사용 데이터는 국민연금이 운영하는 4자산(국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권)의 20xx년 – 20xx년 시계열 자료이다.

(중간점검 후)

8.2.5. cVaR 제약조건 하 포트폴리오 최적화

(중간점검 후)

IX. Conclusion

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

X. Reference

[1] “2023년도 국민연금기금운용계획(안)”, 국민연금기금운용위원회(2022)

[2] 오세경, 이정우. “국민연금의 전략적자산배분시 Shortfall Risk 척도 및 목표수익률 설정방식의 개선방안 연구”, 한국증권학회(2015)

[3] “2023년도 6월말 국민연금기금 운용현황(잠정)”, 국민연금공단(2023)

[4] 최영민, 김성태, 손경우. “CVaR를 사용한 전략적 자산배분에 관한 연구”, 국민연금연구원(2015)

본 자료는 경북대학교 금융 데이터분석학회 DART의 제작물로서 모든 저작권은 작성한 학회의 조사분석담당자 본인에게 있습니다. 본 자료는 학회의 동의 없이 어떠한 경우도 변형, 복제, 배포, 전송, 대여할 수 없습니다. 본 자료에 수록된 내용은 학회 및 조사분석담당자가 신뢰할 만한 분석 및 자료로부터 얻은 것이나, 본 학회는 그 정확성과 완전성을 보장할 수 없습니다.