

Dart Quant Strategy Series

Strategic

Asset Allocation

Choi Munseok

Kim jaehyun

Mun Sungin

Yun Yujin

Jun Hyunnam

Jung Hyunwoo

Choi Bom

Kim gangmin

Do Hyunsung

An Taeha

Kim Taehyun

May

2024

Contents

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

1. Summary
2. Introduction
3. Hedge
4. Risk Management
5. **Asset Allocation under Constraints**
6. **Resampling Efficiency**
7. **Robust Optimization**
8. **SAA Process**
9. **Conclusion**
10. **Reference**

**DART 2024 First Semester Asset Allocation Project**

**Project Manager: Choi Munseok**

**+82 010-4159-8965**

**choicandoit0301@gmaillcom**

**[Github]**

**https://github.com/DART-KNU/SAA**

**https://github.com/DART-KNU/Portfolio-Optimization**

**https://github.com/DART-KNU/Monte-Carlo-method**

I. **Summary**

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

II. Introduction

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

III. Hedge

3.1. 국제 자본자산가격결정 모형(International CAPM)

3.1.1. 국제 분산 투자

가. 국제분산투자와 상관계수

‘분산 투자 효과’란 투자자가 직면할 수 있는 시장 변동성을 완화하는 전략 중 하나이다. 이 전략은 다양한 자산 간의 상관 관계를 활용하여 투자 포트폴리오의 위험을 분산시킨다. 특정 자산의 가치가 하락할 때 다른 자산의 가치 상승을 통해 이를 상쇄시키는 것이다. 이에 따라, 서로 다른 자산 간의 상관 관계는 투자자들의 자산 선택 및 배분 결정에 중요한 역할을 한다.

국제 분산 투자는 전 세계 시장 간의 불완전한 상관관계를 이용하여 포트폴리오의 위험을 더욱 효과적으로 감소시킨다. Lessard(1974), Solnik(1995)의 연구는 이러한 전략이 실제로 어떻게 효용을 발휘하는지를 실증적으로 보여주었으며, Levy and Sarnat(1970)는 28개국을 대상으로 모든 국가 간 상관계수가 1보다 작다는 결과를 도출하였다. 이에 따라 투자자들은 자신의 투자 포트폴리오를 국제적으로 다양화해 장기적인 투자 성과의 안정성을 높일 수 있으며, 글로벌 금융 시장의 불확실한 상황 속에서도 일정한 수익을 기대할 수 있을 것이다.

나. 국제 자본자산가격결정 모형

국제 자본자산가격결정 모형(ICAPM)은 글로벌 금융 시장의 복잡성을 포착하기 위해 전통적인 자본자산가격결정 모형(CAPM)의 기본 원리를 국제적 맥락으로 확장한 것이다. ICAPM은 국가 간의 경제적, 정치적, 환율 변동성과 같은 추가적인 위험 요인들을 포함하여, 투자자들이 세계 각국의 자산에 투자할 때 마주하게 되는 복잡한 위험 요소들을 더욱 세밀하게 평가할 수 있도록 한다.

이 모델에 따르면 국제 포트폴리오의 수익률은 단순히 개별 자산의 기대 수익률과 그 자산의 위험도에만 의존하는 것이 아니라, 환율 변동과 자산 간 상관관계와 같은 추가적인 글로벌 위험 요인에도 크게 영향을 받는다. 또한 이러한 글로벌 위험 요인들은 국제 포트폴리오의 다변화 효과를 더욱 증대 시킬 수 있는 기회를 제공하며, 투자자들이 다양한 국가의 자산에 투자하여 발생할 수 있는 잠재적 손실을 분산시키는 데에도 큰 도움을 준다.

이처럼 ICAPM은 환위험을 고려하여 글로벌 자산 포트폴리오의 위험과 수익률을 평가한다. 환율 변동 위험을 포함하기 위해 외환 프리미엄(Foreign Currency Risk Premium, FCRP)을 추가하며, 모형은 다음과 같다.

*E*(*Ri*​)=*Rf*​+*βi*​[*E*(*Rm*​)−*Rf*​]+*βi*,*FCRP*​*E*(*FCRP*)

여기서 E(Ri​)는 자산 i의 기대 수익률, Rf​는 무위험 수익률, βi는 자산 i의 시장 포트폴리오 대비 위험도를 나타내는 계수이고 E(Rm​)는 시장 포트폴리오의 기대수익률, βi,FCRP ​ 자산 i의 환율 변동 위험에 대한 민감도를 나타내며 E(FCRP)는 외환 위험 프리미엄의 기대 값이다.

3.1.2. 동시 환 노출 계수 추정 모형

가. 동시 환 노출 계수 추정 모형

동시 환 노출(simultaneous exchange rate exposure)은 환율 변동이 특정 시점에서 기업 가치에 미치는 즉각적인 영향을 나타내는 지표로, 기업의 재무 성과나 가치가 환율 변동에 얼마나 민감하게 반응하는지 측정하는 데 중요한 역할을 한다. 이 지표는 환 위험에 대한 핵심 정보를 제공하며, 환율 변동이 기업 가치에 미치는 영향을 분석하기 위해 주로 회귀 분석 모형이 활용된다. 동시 환 노출 계수 추정을 위한 회귀 모형은 다음과 같이 표현된다.

​*rt*​=*β*0​+*β*1​⋅*ERRt*​+*ϵt*​

여기서 *rt*​는 특정시점 t에서의 가치 변화율로, 주로 주식 또는 채권의 가격 변화율을 의미한다. 또한 *β0*와 *β1*는 회귀 계수로, 각각 모형의 상수항과 환율 변동의 가치 변화에 대한 민감도를 나타낸다. *ERRt*​는 동일시점 t에서의 환율 변동률(원/달러)이며, *ϵt*​는 잔차로, 모형이 설명하지 못하는 가치 변화 부분을 나타낸다.

나. ICAPM에서의 환율 변동 민감도와 동시 환 노출 계수 추정 모형

동시 환 노출 계수 추정 모형을 활용해 투자자는 환율 변동이 해당 자산의 수익률에 미치는 영향의 크기와 방향을 파악할 수 있을 것이다. 또한 이 모형을 사용하면 특정 자산이나 자산 포트폴리오가 환율 변동에 어떻게 반응하는지를 정확히 측정할 수 있기 때문에 국제 자본자산가격결정 모형(ICAPM)에서 환율 변동 민감도를 평가하는 데 활용할 수 있다.

3.2. 환 노출(Foreign Exchange Exposure)

3.2.1. 환 노출과 자산 시장 간의 상관관계

국제 분산투자는 다양한 국가의 자산에 투자하여 위험을 분산하고 기대 수익률을 높이는 전략이다. 이는 서로 다른 국가의 자산 수익률이 완벽하게 동조화 되지 않기 때문에 가능한데, 자산 간 상관관계가 낮을수록 분산투자의 효과는 증대된다.

이에 따라 환 노출 전략에서는 해외 자산의 수익률과 환율 변동률 간의 상관계수를 중요하게 고려한다. 예를 들어, 해외 주식의 수익률과 환율 변동률 사이에 음의 상관관계가 있다면 환율이 하락할 때 주식 수익률이 상승할 가능성이 높다. 또한 이 경우, 환 노출 전략은 투자 포트폴리오의 위험을 자연스럽게 감소시켜줄 것이다.

텍스트, 스크린샷, 폰트, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

위 그래프는 경기변동 국면 별 한국과 미국 자본 시장의 상관계수를 나타낸 것이다. 환 헤지한 경우에는 상관계수가 국면에 따라 크게 변화하는 모습을 보였다. 하지만 환 노출 전략을 사용하면 상관계수가 경기변동 국면에 민감하게 반응하지 않고, 일정하게 유지되는 양상을 보인다.

3.2.2 환 노출 전략의 장점

가. 상관계수의 작은 변화

위에서 나타나듯이 환 노출 전략을 사용하면 국면과 무관하게 상관계수가 유지된다. MVO는 파라미터에 민감하게 반응하여, 파라미터가 조금만 변하더라도 최적해가 극단적으로 달라지는 문제가 존재한다. 환 헤지 전략을 사용할 경우, 파라미터인 공분산 행렬이 일정하게 유지되지 않아 최적 포트폴리오를 추정하는 데 문제가 발생할 수 있다. 반면 환 노출 전략을 사용할 경우, 공분산 행렬이 일정하게 유지되어 강건한 최적 포트폴리오를 구성할 수 있다.

나. 장기에서의 추가적인 수익률

단기 투자를 할 때, 환 노출 전략으로 투자하게 된다면, 환율의 단기적 방향성을 예측할 수 없으므로, 추가적인 수익을 가져올 수 있기도 하지만, 손실을 야기하기도 한다. 하지만, SAA와 같은 장기 투자를 실시하게 된다면, 환율이 높은 시점에 매도를 할 수 있기에, 개별 자산의 수익률보다 더 큰 수익을 얻을 수 있다.

IV . Risk Management

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

V. Asset Allocation under Constraint

- 현재 다음 링크에서 포트폴리오 최적화 관련 자료들을 번역, 정리중입니다.

https://github.com/DART-KNU/Portfolio-Optimization

5.1. Convex Optimization problems

5.2. Duality

5.2.1. Lagrangian

가.

나.

1)

2)

가)

나)

5.2.2. KKT conditions

5.3. Approximation and Fitting

VI. Resampling Efficiency

6.1. Resampling Efficiency

Markowitz (1959)의 평균-분산 최적화 (Mean-Variance Optimization, 이하 MVO) 모형은 코너 해(Corner Solution)가 발생한다는 단점이 있다. 코너 해란, 위험 대비 기대수익률(Risk to Return)이 조금이라도 더 나은 자산에 대부분의 포트폴리오 비중이 쏠리는 것을 의미한다. 기대수익률과 위험이 100% 정확하게 추정이 된다면 문제가 없지만 추정이 잘못된 경우에 문제가 발생한다. 기대수익률과 위험이 잘못 추정된 상태에서 코너 해가 발생하면 사후적인(out of sample) 포트폴리오 성과가 부진할 수 있다. 실제로는 성과가 부진한 자산에 더 많은 비중이 할당되는 것이다. 본고는 기대수익률과 위험이 잘못 추정될 가능성을 마코프 체인 몬테 카를로(Markov Chain Monte Carlo, 이하 MCMC)를 활용해 보정하고자 한다.

6.2. Maximum Likelihood Estimation

최대우도법(Maximum Likelihood Estimation, 이하 MLE)은 주어진 샘플 데이터에 대해 의 값들의 우도(Likelihood)를 최대화하는 값을 의 추정 값으로 사용해 모집단의 분포를 추정하는 방법이다.

확률변수 의 결합 확률 밀도 함수(Joint Probability Density Function)는 다음과 같다.

위 함수를 확률 변수 X의 함수로 보는 것이 아니라 의 함수로 시점을 달리할 수 있으며 이를 우도 함수(Likelihood Function)이라고 한다. 우도 함수는 아래와 같이 표기한다.

가능도 함수를 계산상 오류 발생 가능성을 줄이고자 자연로그를 취할 수 있다. 이를 로그 우도 함수(Log-Likelihood Function)이라고 하며 아래와 같이 표현한다.

로그 우도 함수를 로 미분한 값이 0이 되는 지점을 의 추정 값으로 사용한다.

이를 통해 구해진 를 MCMC를 위한 의 초기값으로 활용한다.

6.3. Markov’s Chain Monte Carlo

베이지안 접근법에서는 빈도주의 접근법과 달리 를 확률변수로 취급한다. 즉 의 사후분포(를 추정한다. 베이지안 추정과정에서 우리에게 주어진 것은 사후 분포의 밀도함수(또는 그것의 커넬()이다. 하지만 밀도함수를 알고 있다고 해서 적분이 힘들거나 계산 가능하지 않는 경우가 일반적이다. 그렇기에 사후 분포의 밀도함수나 커넬을 이용해서 사후 분포의 샘플을 추출해 해결할 수 있다. 사후 분포로부터 샘플을 추출할 수 있도록 해주는 기법을 시뮬레이션 기법 또는 사후 샘플링(posterior sampling)기법이라고 한다. 일단 사후 분포로부터 샘플을 추출하면 사후 평균과 분산, 신용구간 뿐만 아니라 파라미터의 임의의 함수에 대한 통계적인 추론까지 쉽게 할 수가 있다. MCMC 기법은 다차원의 사후 분포에서도 적용할 수 있으며 사전 분포가 켤레이든 아니든 상관없이 사후 분포를 샘플링 할 수 있는 장점이 있다. 이를 이해하기 위해서는 방법의 토대가 되는 몬테카를로 시뮬레이션 기법에 대한 이해가 선행되어야 한다.

6.3.1. Markov’s Chain

마르코프 체인(Markov’s Chain)은 마르코프 성질을 가진 이산 시간 확률 과정이다. 마르코프 성질을 가진다는 것은 한 상태에서 다른 상태로의 전이, 바로 직전 단계의 상태에만 영향을 받는다는 것이다. 수식으로 표현한다면 전이 결합확률은 직전의 확률에만 영향을 받으므로 모든*n*에대하여, 다음과 같이 나타난다.

정상분포(stationary distribution)는 마르코프 체인을 반복하여 현재 상태의 확률이 직전 상태의 확률과 같아지는 분포이다. 마르코프 체인을 반복하면 하나의 확률에 수렴, 고정되어 평형 상태에 도달한다. 마르코프 체인은 전이 확률이 알려져 있을 때 정상 분포를 구하는 것이 목표이다.

마르코프 체인은 가역성 *π*(*x*)*p*(*x*,*y*)=*π*(*y*)*p*(*y*,*x*) 을 가진다.

6.3.2. Monte Carlo Simulation

몬테카를로 시뮬레이션은 컴퓨터를 이용해 반복적인 랜덤 샘플링 방법으로 수리적 결과를 얻는 시뮬레이션 방법을 의미한다. 여기서 핵심 개념은 랜덤성을 이용해 시뮬레이션 한다는 점이다.

변수 의 기댓값이 라는 사실을 몬테카를로 시뮬레이션을 활용하여 확인하고자 한다면 우선 확률 변수 에 대해 서로 독립이고 동알한 분포를 따르는 확률 변수 의 값을 생성해 낸다. 생성된 값에 대해 평균을 구하면 다음과 같이 의 추정치 를 구할 수 있다.

몬테카를로 시뮬레이션을 활용하면 다음과 같이 축에서 부터 까지 함수 에 대한 적분 값을 구할 수도 있다.

6.3.3. Metropolis-Hastings Algorithm(M-H Algorithm)

Metropolis – Hastings Algorithm(이하 M-H 알고리즘)은 MCMC의 기본적인 알고리즘으로, 타켓 분포를 정상 분포로 갖는 마르코프 체인을 적용하여 타켓 분포에서 생성한 표본으로 생각할 수 있고, 이 표본들을 가지고 몬테카를로 방법을 적용해서 샘플링한다.

M-H 알고리즘은 Reversibility 성질을 만족하는 transition kernel을 찾아 나가는 과정이다.마르코프 체인이 수렴했을 때, 즉 정상분포에 도달하면 체인에 의해 생성된 샘플은 타켓 분포의 샘플로 간주한다.

M-H 알고리즘은 다음과 같은 과정을 통해 계산된다.

1. 초기값 을 사전 평균으로 설정하고, j=1로 둔다
2. 프로포절 을 후보생성분포 로부터 샘플링 한다
3. MH비를 계산한다
4. 에서 u를 샘플링 한다.
5. 만약 이면 반대로 면
6. 로 설정하고, 이면 1단계로 돌아간다

VII. Robust Optimization

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

VIII. SAA Process

전략적 자산배분(Strategic Asset Allocation, SAA)이란 투자자의 투자 목적과 제약조건이 정해진 이후 포트폴리오 최적화를 통하여 자산들의 비중을 결정하는 과정이다. 일반적으로 전략적 자산배분은 큰 위험에 대한 노출을 자제하고 수익률과 위험에 대해 좀더 균형적으로 접근한다. 본 연구에서의 전략적 자산배분은, 위험에 초점을 맞추고 진행하며, 위험의 측정과 분석, 사후관리에 있어서는 Value at Risk(VaR) 모형을 사용하고자 한다.

국민연금 Case study를 통하여 국가기금과 같은 주체의 보수적인 위험접근법에 대해서 연구한다. 주요 연구 주제는 1) 국민연금공단의 과거 공개자료를 이용하여 국민연금의 전략적 자산배분 접근법을 분석하고, 2) 국민연금이 주로 투자하고 있는 자산군(국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자)에서 VaR 측정 및 사후관리 시 리스크 한도 계산을 수행해보기로 한다.

8.1. 리스크 관리 : VaR 방법론

마코위츠(1952)의 mean-variance 방법은 위험관리를 감안한 포트폴리오를 구성하는데 오랜기간 널리 이용되었다. 그러나 위험에 대한 직관적인 이해의 어려움, 위험선호의 변동에 따른 포트폴리오 변화에 제약, 비체계적 위험의 존재 등 실제 구현에 많은 제약이 존재했다. 이러한 단점을 보완하고자 Value at Risk(VaR)이 위험을 관리하고 통제하는 벤치마크로 등장하였다. VaR은 위험을 금액으로 표현하기에, 정보이용자들이 이해하기 쉽다. VaR의 측정을 위해서는 기간에 따른 기대수익률과 분산 자료이다. VaR 측정에서 사용하는 시계열 데이터에서는 두 가지 가정을 하고자 한다. 1) 연속된 기간의 수익률 간 상관관계가 없다. 즉 현재의 자산가격이 그 자산에 관련된 정보를 모두 포함하고 있다는 효율적 시장을 가정하는 것을 의미한다. 2) 수익률이 시간에 흐름에 관계없이 동질적으로 분포하고 있다. 이러한 가정 속에서 월 단위 측정과 연 단위 측정의 변환은 다음과 같다.

VaR은 c%의 확신을 가지고 정상적인 시장여건 하에서 어떠한 개별자산 또는 포트폴리오의 N기간동안 발생할 수 있는 최대손실금액 X로 정의된다. 여기서 X=VaR 이고, N=목표기간(보유기간) 이며, c는 신뢰수준을 나타낸다.

8.1.1. VaR

VaR(Value at Risk)이란 일정한 신뢰 수준 하에서 특정 자산 또는 포트폴리오를 보유했을 때 일정한 기간 동안 입을 수 있는 손실의 최대치를 의미한다. 보통 주가나 금리. 환율 등과 같은 위험요소들의 변동성을 기초로 계산되기에 ‘일정한 기간 동안 발생할 수 있는 금융상품 가치의 최대 변동폭’ 이라고 말하기도 한다. 예를 들어 목표기간이 1년, 신뢰수준이 95%라고 가정했을 때 VaR이 20억원이 나왔다면, 이는 " 1년 동안 발생할 수 있는 손실금액이 20억보다 작을 확률이 95%, 클 확률이 5%" 라는 것을 의미한다. VaR의 지표는 파생상품뿐만 아니라 섞여 있는 여러 상품들 안에서 하나의 위험도를 측정하고, 최근 관찰 데이터를 활용하여 시장 상황을 반영할 수 있기에, 자주 사용된다.

개별자산에서의 VaR은 단일 자산의 위험을 평가하며, 주로 해당 자산의 기대 수익률과 표준편차만을 고려한다. 허나, 포트폴리오 VaR을 계산하는 경우에는 추가적으로 개별 자산들 간의 상관관계 (공분산)를 고려해야 한다. 이는 여러 자산의 결합된 위험을 평가하여, 포트폴리오 내 자산들의 상호작용을 반영하여 포트폴리오 전체에 있어서, 보다 더 정확한 측정을 도와준다.

8.1.2. VaR 측정 방법

가. 역사적 방법

역사적 시뮬레이션 방법은 다른 일반적인 분석방법과 다르게 정규분포를 가정하지 않고, 수익률을 통해 만들어진 실제분포를 활용하는 방법이다. 실제분포란 표본으로 사용되는 기초적 시장가격 관찰치를 크기 순서대로 정렬한 뒤, 각 관찰치에 동일한 확률 값을 주어 추정한 확률분포를 의미한다. 이처럼 역사적 시뮬레이션 방법에서는 실제분포를 활용하기 때문에 상관관계과 변동성 같은 모수들을 추정할 필요가 없으므로 비모수적방법 또는 완전가치평가방법이라고 부르기도 한다.

역사적 시뮬레이션 방법의 장점은 과거의 수익률 변동을 반영하며 동시에 계산될 수 있다는 것과 그로 인하여 초과첨도에 대한 문제도 발생하지 않는다는 것이다. 초과첨도란 확률분포의 첨도(분포의 극단값 발생 빈도)가 정규 분포의 첨도와 비교하여 얼마나 다른지를 나타내는 척도이다. 즉 역사적 시뮬레이션 방법은 정규분포와 같은 특정 가정을 필요로 하지 않고 시장 데이터를 그대로 사용하므로 초과첨도와 같은 분포의 꼬리특성을 모델링하는 복잡한 과정이 필요없다는 뜻이다.

역사적 시뮬레이션 방법의 단점은, 과거의 실제자료를 사용하므로 시간의 변화에 따른 변동을 적절히 반영하지 못하며 현재의 일시적 변동을 구분해낼 수 없다는 점과 자료기간의 선택에 따라 VaR 측정에 대한 신뢰성의 차이가 발생한다는 점, 마지막으로, 분석대상이 되는 과거자료를 초과하는 예측이 발생하지 않고 과거자료기간동안 제한적으로 위험이 발생한다면 VaR 추정이 적절하지 않을 수 있다는 점 등이 있다.

나. 델타-노말 분석법

델타-노말 분석법은 수익률의 분포가 정규분포라고 가정하고, 포지션 가치와 기초적 시장관계가 선형적일 때 적용된다. 이 가정에서 개별자산 및 포트폴리오의 수익률은 정규분포 형태의 확률밀도함수로 나타난다. 일별 수익률은 또한, 포트폴리오의 가치변동, 즉 누적수익률은 다음과 같은 정규분포를 따른다.

위와 같은 분포에서 VaR은 다음과 같이 측정된다.

VaR(T,a) = T 기간 동안 (1-a)의 신뢰수준에서 발생할 수 있는 t일 현재의 VaR

예를 들어, 95%의 신뢰수준에서는 가 된다.

이처럼 델타-노말 분석법은 직관적이고 간단하게 계산이 가능하다는 장점이 있지만, 정규분포를 가정하기 때문에 금융 시계열의 비정규성을 설명할 수가 없고, 분포의 중앙에 비중이 크기 때문에 손실금액에 해당하는 왼쪽 꼬리에 대한 측정이 완전하지 못하다는 단점이 있다.

다. 몬테카를로 방법

몬테카를로 시뮬레이션법은 시장가격에 대한 다양한 시나리오를 만들고, 각각의 시장가격으로부터 포트폴리오 가치를 계산해낸 뒤에 이에 따른 포트폴리오 가치로부터 VaR을 직접 계산하는 방법이다.

이 과정을 살펴보면, 먼저 표준 정규확률변수를 생성한 뒤 수많은 시뮬레이션을 통해 포트폴리오 가치를 구한 다음, 포트폴리오의 현재가치와 신뢰수준 99%에서의 포트폴리오 가치 사이의 차이를 도출한다. 이 도출값을 VaR로 지정하는 것이다. 예를 들어 포트폴리오 현재 가치가 1000원이고, 100000개의 시뮬레이션에서 신뢰수준 99%에 해당하는 값이 900원이라면, 이때 VaR은 100원이 된다.

선형 위험만 측정 가능한 델타노말 분석법과 달리, 몬테카를로 시뮬레이션 방법은 비선형가격을 포함한 다양한 위험을 고려하며, 극단적 상황 또는 두터운 꼬리의 시나리오도 포함 가능하다는 점에서 장점이 있는 반면, 시장가격 변수모형을 잘못 설정한 경우 VaR 계산이 잘못될 수 있는 위험이 큰 편이다.

8.1.3. 국민연금 Case Study

국민연금에서는 5가지 자산군(국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자)에 대해 투자를 지속적으로 시행하고 있으며, 이 5가지 자산군에 대하여 해당하는 위험을 분류하고, 해당 위험에 따라 현재 위험을 측정, 위험 한도와 비교, 소진율을 계산하고 있다. 국민연금은 위험 접근법으로 VaR을 사용하는데, 이는 국민연금의 특성 상 보수적인 운영을 위함이다. 극단적인 경우의 손실을 파악하고 이를 적절히 관리하기 위한 자산배분을 위해 VaR 측정 뿐만 아니라 CVaR 측정 및 관리를 통해 기금 전체의 리스크를 관리한다.

8.1.4. CVaR(Conditional Value at Risk)

국민연금이 가진 위험회피적 성향의 특수성 때문에 불확실성이 손실의 측면으로 작용하는 것에 실무적으로 중요도, 우선순위를 높일 수 밖에 없다. 이러한 환경 속 VaR은 비정규분포 및 비선형 모형에서도 유용한 정보를 제공해주며, 특정 확률에서의 손실발생 가능성이 라는 정보를 주지만 분포극단에 대한 추가적인 정보제공이 없다는 한계로 인해 리만 사태 이후 VaR가 꼬리위험(tail risk)을 올바르게 포착하 지 못한다는 지적이 지속적으로 제기되어왔다.

특히 VaR는 하위 가법성(sub-additivity) 및 볼록성(convexity)의 특성을 충족시키지 못한다는 한계점이 Artzner et al.(1999)에 의해 제기된 이후 대안적 위험지표가 요구되어왔다. 하위가법성(sub-additivity)은 두 자산으로 구성된 포트폴리오의 위험이 개별 자산의 위험합보다 같거나 작아야 함을 의미한다. 따라서 이러한 가법성이 결여될 경우, 혹은 포트폴리오를 구성하는 자산이 3개 이상인 경우 비체계적 위험의 제거를 통한 분산효과를 제대로 측정할 수 없음을 의미한다. 반면 CVaR는 기대극단손실(ETL; expected tail loss)의 의미로 VaR 이상의 시나리오 분포를 평균함으로써 얼마나 심각하게 손실이 발생할 수 있는지 추가적인 정보를 제공한다는 차별성을 갖는다. 즉, 일정한 신뢰수준 하에서 발생가능한 기대손실 또는 VaR를 초과하는 손실 부분의 조건부 기대값으로서 VaR가 갖지 못하는 위험관측치로서의 특성을 충족시킬 수 있다. 따라서 CVaR는 위험측정지표가 갖추어야 할 여러 조건들을 충족시킬 뿐 아니라, VaR가 고려하지 못하는 부분, 즉 신뢰수준을 벗어난 극단적 손실 영역까지에서의 기대손실 값 또한 추가적으로 고려할 수 있다는 장점으로 인해 VaR보다 정보를 많이 포함한 벤치마크 지표로 쓰일 수 있다.

8.2. VaR 측정 모델링

8.2.1. 사용 데이터

2014년 4월부터 현재(2024년 3월말)까지의 월별 수익률 데이터를 사용하였다. 대상 자산군은 국내주식, 해외주식, 국내채권, 해외채권이며 이들 자산군을 추종하는 지수를 사용하였다. 국내주식은 KODEX 200의 수정주가, 해외주식은 S&P500 TR, 국내채권은 MKF index, 해외채권은 U.S, Treasury Bond Index를 사용하여 재투자수익을 반영한 수익률을 계산하였다. 수익률 계산에 있어서 환변동은 고려하지 않았다. 즉 해외주식과 해외채권은 달러기준 수익률을 사용하였고, 환변동에 따른 원화 환산 시 수익률 변동은 아래의 측정에서는 고려하지 않았다.

8.2.2. 분석

과거 데이터를 통해 월별 수익률을 구하고, 해당 자산군 간의 공분산 및 상관관계를 파악하였다. 자산군 별 투자비중은 국내주식 = 0.4, 국내채권 = 0.2, 해외주식 = 0.2, 해외채권 = 0.2(이하 ‘기준포트폴리오’)로 임의 설정하여 분석을 진행하였다. 신뢰수준은 95% 수준에서 진행하였고, 데이터의 기간은 121개월, VaR의 측정 대상 기간은 1개월로 하였다.

텍스트, 스크린샷, 직사각형, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

[그림] 국내주식 = 0.4, 국내채권 = 0.2, 해외주식 = 0.2, 해외채권 = 0.2, 신뢰수준 95%

위의 조건 하에서 공분산, 상관계수, 월별 평균수익률, 포트폴리오 표준편차, VaR은 위과 같이 분석된다. 해당 포트폴리오에서 VaR은 -0.0309로 계산되는데, 이는 1기간(1개월) 95% 신뢰수준에서의 손실율이 3.09% 라는 것을 의미한다.

라인, 도표, 그래프, 텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

[그림] 각 신뢰수준에서의 손실율(%)

신뢰수준에 따른 손실율을 시각화하면 다음과 같은 형태를 나타낸다. 평균-분산 최적화에서는 가중치를 두지 않고 최적화를 수행하지만, VaR을 고려하여 최적화를 할 때는, 위와 같은 손실율의 특성을 반영하여야 한다. 손실율은 신뢰수준이 높아짐에 따라 급격하게 커지므로, 극단적인 상황에서의 큰 손실을 회피하는 자산배분 전략을 사용하기 위해서는 VaR 계산의 중요함을 알 수 있다.

텍스트, 그래프, 라인, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

[그림] 포트폴리오의 1기간 후 수익률 분포

VaR 모형은 수익률의 정규분포를 가정한다. 위 포트폴리오 가정에서의 1기간 후 포트폴리오 수익률의 분포는 위 그림의 형태로 나타난다. VaR 모형에서는 빨간 점선으로 칠해진 특정 신뢰수준 하에서 손실율을 중요한 분석 대상으로 본다.

위 포트폴리오는 국내주식의 비중이 적절히 높은 국내 기금의 포트폴리오를 대표하는 투자비중을 가정하였다. 아래에서는 비교포트폴리오로 1) 안전자산의 비중을 높인 포트폴리오, 2) 위험자산의 비중을 높인 포트폴리오를 각각 구성하여, 위와 동일한 데이터와 분석 과정을 통해 결과를 도출하고, 비교해보기로 한다.

1. 안전자산의 비중을 높인 포트폴리오(이하 ‘안전포트폴리오’)

(국내주식 = 0.2, 해외주식 = 0.1, 국내채권 = 0.467 해외채권 = 0.233)

텍스트, 스크린샷, 도표, 그래프이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명라인, 그래프, 텍스트, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명 텍스트, 그래프, 라인, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

1. 위험자산의 비중을 높인 포트폴리오(이하 ‘위험포트폴리오’)

국내주식 = 0.6, 해외주식 = 0.3, 국내채권 = 0.0667, 해외채권 = 0.0333

텍스트, 스크린샷, 도표, 디자인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트, 라인, 그래프, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명텍스트, 그래프, 라인, 도표이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

위의 분석 결과, 위험자산의 비중이 높을수록 동일한 신뢰수준 하에서의 손실율(%)이 커짐을 알 수 있다. 지난 10년간의 데이터에서, 위험포트폴리오와 안전포트폴리오의 1기간 수익률의 차이는 0.36% 이고, 95%신뢰수준 하에서의 손실율(%)의 차이는 1.49%이다.

임의의 3개 포트폴리오(기준포트폴리오, 위험포트폴리오, 안전포트폴리오)에서 위험자산의 비중이 커짐에 따라 VaR 관점의 손실율(%)이 달라짐을 파악하였다. 사용한 4개의 자산을 위험자산군(국내주식, 해외주식)과 안전자산군(국내채권, 해외채권)으로 나누어 위험자산군 비중 변화에 따른 VaR 관점의 손실율(%)은 다음과 같다.

텍스트, 라인, 그래프, 스크린샷이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

[그림] 위험자산군 비중에 따른 수익률과 VaR손실율

수익률의 변동에 비해 VaR 분석에 의한 손실율의 변동이 더 큼을 알 수 있다. 국민연금과 같은 기금은 손실율 관리와 기금의 전반적인 보수적 운영을 민감하게 다루어야 할 것이다.

VaR 관점에서의 손실율 분석에 있어 신뢰수준도 변경할 수 있다. 이는 해당 포트폴리오가 어느 정도의 확률에서의 극단적인 손실율을 감당할 것인지에 대한 위험회피와 관련된 판단이라 할 수 있다. 포트폴리오 매니저가 원하는 신뢰수준 또한 다를 수 있다. 위의 ‘[그림] 각 신뢰수준의 손실율(%)’ 에서 볼 수 있듯, 목표 신뢰수준이 높을수록, VaR 손실율은 급격히 낮아진다. 목표 신뢰수준 조정과 위험자산군의 비중 조정에 따른 VaR 손실율(%) 변동을 시각화하면 다음과 같다.

텍스트, 스크린샷, 도표, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

[그림] 신뢰수준과 위험자산비중에 따른 VaR손실율(%)

IX. Conclusion

자산배분의 정의는 투자자의 위험선호도에 따라 투자자산을 주식과 채권 등 여러 자산군에 적정 비율로 배분하는 과정이라 할 수 있다.

X. Reference

[1] “2023년도 국민연금기금운용계획(안)”, 국민연금기금운용위원회(2022)

[2] 오세경, 이정우. “국민연금의 전략적자산배분시 Shortfall Risk 척도 및 목표수익률 설정방식의 개선방안 연구”, 한국증권학회(2015)

[3] “2023년도 6월말 국민연금기금 운용현황(잠정)”, 국민연금공단(2023)

[4] 최영민, 김성태, 손경우. “CVaR를 사용한 전략적 자산배분에 관한 연구”, 국민연금연구원(2015)

[5] 권택호, 정재만, 강석훈. “채권 환노출의 특성” 한국 재무학회 (2017)

[6] Philippe Jorion. “The Exchange-Rate Exposure of U.S. Multinationals” The Journal of Business(1990), pp. 331-345

본 자료는 경북대학교 금융 데이터분석학회 DART의 제작물로서 모든 저작권은 작성한 학회의 조사분석담당자 본인에게 있습니다. 본 자료는 학회의 동의 없이 어떠한 경우도 변형, 복제, 배포, 전송, 대여할 수 없습니다. 본 자료에 수록된 내용은 학회 및 조사분석담당자가 신뢰할 만한 분석 및 자료로부터 얻은 것이나, 본 학회는 그 정확성과 완전성을 보장할 수 없습니다.