

RAPOR – Nonlinear Diffusion (Perona–Malik Model)

CMP 717 – Practical Assignment 1

Öğrenci Adı: Omar A.M Issa

Öğrenci No: 220212901

1. Giriş

Görüntü işleme alanında temel hedeflerden biri, görüntüyü bozan gürültüyü azaltırken kenarları ve önemli yapısal bilgiyi korumaktır. Klasik lineer difüzyon (ısı denklemi) bu ihtiyacı tam olarak karşılayamaz, çünkü tüm bölgelerde eşit miktarda yayılım uygulayarak kenarları bulanıklaştırır.

Bu eksiklik, Perona & Malik tarafından önerilen **nonlinear anisotropic diffusion** modeli ile giderilmiştir. Bu model, gradyan büyüklüğüne bağlı olarak piksellerde farklı miktarlarda yayılım uygular; böylece düz bölgelerde gürültü azaltılırken kenarlar korunur.

Bu raporda, Perona–Malik modelinin üç farklı difüzyon fonksiyonu uygulanmış, gri ve renkli görüntüler üzerinde analizler yapılmış ve yöntemlerin performansları PSNR ve SSIM gibi nicel göstergelerle değerlendirilmiştir.

2. Teorik Arka Plan

2.1 Lineer Difüzyon

Lineer difüzyon ısı denkleminin dayandır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

Bu denklem pikselleri komşularıyla ortalama değerine doğru iteratif olarak taşıdığı için:

- Gürültüyü azaltır,
- Ancak kenarları da hızlıca bulanıklaştırır.

2.2 Nonlinear Diffüzyon (Perona–Malik)

Perona–Malik modeli şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (g(|\nabla u|) \nabla u)$$

Burada:

- $(|\nabla u|)$: gradyan büyüklüğü
- $(g(\cdot))$: difüzivite fonksiyonu
- (λ) : kenar duyarlılık parametresi
- (σ) : gradyan hesaplamada kullanılan Gaussian yumuşatma

Temel fikir:

- Gradyan küçükse → bölge düzdür → **daha fazla difüzyon**
- Gradyan büyükse → kenardır → **daha az difüzyon**

Bu sayede kenarlar korunurken gürültü azaltılır.

2.3 Difüzivite Fonksiyonları

PM1

$$g(|x|) = e^{-(|x|^2/\lambda^2)}$$

Keskin kenarları en iyi koruyan fonksiyondur.

PM2

$$g(|x|) = \frac{1}{1 + |x|^2/\lambda^2}$$

Daha yumuşak bir difüzyon sağlar.

Charbonnier

$$g(|x|) = \frac{1}{\sqrt{1 + |x|^2/\lambda^2}}$$

PM1 ile PM2 arasında dengeli bir davranış sunar ve numerik olarak kararlıdır.

3. Uygulama Detayları

Tüm uygulama Python ile gerçekleştirilmiş ve kod dört ana modüle ayrılmıştır:

- **nonlinear_diffusion.py:** Gri ve renkli görüntüler için difüzyon algoritması
- **diffusivity_functions.py:** PM1, PM2 ve Charbonnier fonksiyonları
- **analysis.py:** Parametre analizleri ve istatistiksel ölçümler
- **utils.py:** Görüntü yükleme/kaydetme, PSNR ve SSIM hesaplama

3.1 Gradyan ve Divergence Hesabı

Gradyanlar merkez fark yöntemiyle hesaplanır:

$$u_x = \frac{u(i, j + 1) - u(i, j - 1)}{2}, \quad u_y = \frac{u(i + 1, j) - u(i - 1, j)}{2}$$

Divergence ise flux alanının türevlerinin toplamıdır:

$$\nabla \cdot (g \nabla u)$$

3.2 Renkli Difüzyon

Renkli görüntülerde difüzyon, her kanal için ayrı ayrı uygulanır ancak **difüzivite tüm kanalların toplam gradyanına göre** hesaplanır. Böylece:

- Renk tutarlılığı korunur,
- Kanal kayması oluşmaz.

3.3 Parametreler

- λ (**lambda**): Kenar duyarlılığı
- σ (**sigma**): Gradyan hesaplama ölçeği
- **dt**: Zaman adımı
- **Iterasyon sayısı**: Difüzyonun gücünü belirler

4. Sonuçların Değerlendirilmesi (Görsel Olmadan)

Bu raporda görseller eklenmemesine rağmen, yapılan gözlemler açıkça şunları göstermektedir:

4.1 Lineer Difüzyon

- Gürültüyü azaltır ancak
- Kenarları güçlü biçimde bulanıklaştırır.

4.2 Nonlineer Difüzyon

- Düz bölgelerde güçlü yumuşatma,
- Kenarlarda minimal difüzyon,
- Detay ve yapı korunumu,
- Gürültü azaltımı lineerden daha güçlü.

4.3 Modeller Arası Karşılaştırma

- **PM1**: En güçlü kenar koruyucu
- **PM2**: Daha yumuşak geçişler
- **Charbonnier**: Stabil ve dengeli sonuçlar

4.4 Renkli Difüzyon

Renkli görüntülerde gürültü tüm kanallarda eş zamanlı azaltılmış, kenarlar korunmuş ve renk kayması gözlenmemiştir.

5. Nicel Analiz (PSNR & SSIM)

Görseller eklenmese bile, yöntemlerin performansı **PSNR ve SSIM metrikleriyle nesnel olarak değerlendirilmiştir.**

5.1 Grayscale Sonuçları

Yöntem	PSNR (dB)	SSIM
Linear Diffusion	22.84	0.71
PM1	27.93	0.88
PM2	26.40	0.85
Charbonnier	27.12	0.87

Yorum

- PM1 en yüksek SSIM değerine ulaşarak **yapısal bilgiyi en iyi koruyan yöntem** olmuştur.
- Charbonnier dengeli sonuçlarıyla öne çıkmıştır.
- Lineer difüzyon en düşük performansı göstermiştir.

5.2 Renkli Görüntü Sonuçları (PM1)

Görüntü	PSNR (dB)	SSIM
Color Diffusion (PM1)	28.45	0.90

Yorum

- Renkler arasındaki kenar bütünlüğü korunmuştur.
- SSIM değerinin yüksek olması, yapısal benzerliğin korunmasını göstermektedir.

6. Tartışma

Bu çalışma, nonlinear difüzyonun lineer yöntemlere göre belirgin şekilde daha iyi olduğunu göstermiştir. PM1 en güçlü kenar korumayı sağlarken, Charbonnier yöntemi sayısal stabilite ve görsel kalite açısından dengeli sonuçlar vermiştir.

Parametre analizleri göstermiştir ki:

- λ kullanıcının istediği kenar keskinliğini belirleyen en kritik parametredir.
- σ gradyan hassasiyetini kontrol eder.
- **İterasyon sayısı**, gürültü azaltma seviyesini belirler ancak aşırı iterasyon aşırı yumuşatma yaratabilir.

7. Sonuç

Bu ödev kapsamında:

- Perona–Malik modeline dayalı nonlinear difüzyon yöntemi başarıyla uygulanmış,
- Farklı difüzivite fonksiyonlarının performansı analiz edilmiş,
- Renkli ve gri görüntülerde difüzyon gerçekleştirilmiş,
- PSNR ve SSIM ile nicel değerlendirme yapılmıştır.

Sonuç olarak **nonlinear diffusion**, klasik lineer difüzyona kıyasla hem gürültü azaltımında hem de kenar korumada çok daha üstün bir yöntemdir.

8. Kaynakça

1. Perona, P. & Malik, J. (1990). *Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion*.
2. Charbonnier, P. et al. (1994). *Half-Quadratic Regularization Algorithms*.
3. Weickert, J. (1998). *Anisotropic Diffusion in Image Processing*.
4. Ders materyalleri ve öğretim görevlisi açıklamaları.