Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная работа №6

Серегин Денис Алексеевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

При помощи Julia и Openmodelica построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. А также рассмотреть разные случаи протекания эпидемии.

2 Задание

Вариант 6

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 212$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 12$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0)\leqslant I^*$
2) если $I(0)> I^*$

3 Теоретическое введение

3.1 Формулировка модели

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

3.2 Скорости изменения $S(t), I(t), R(t)$

Скорость изменения числа $S(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} -\alpha S,\ I(t) > I^* \\ 0,\ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа $I(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \ I(t) > I^* \\ -\beta I, \ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа $R(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \beta I$$

Подробнее в [1]

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Выполнение в Julia

4.1.1 Описание системы уравнений

На языке Julia я описал систему дифференциальных уравнений, по которой затем построил графики изменения $S(t), I(t), R(t)$. (рис. 4.1) (рис. 4.2)

Рассмотрим первый случай в которм $I(0) \leq I^*$

```
"""Правая часть нашей системы, p, t не используются
u[1] -- S, u[2] -- I, u[3] -- R
"""
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = -0.02 * u[2]
    du[3] = 0.02 * u[2]
end
```

Рис. 4.1: Описание системы уравнений на языке Julia

```
begin
    u₀ = [12000 - 212 - 12, 212, 12]
    T = (0.0, 45.0)
    prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
end
```

Рис. 4.2: Начальные условия

4.1.2 Полученные графики

В результате работы программы получились следующие графики.

(рис. 4.3)

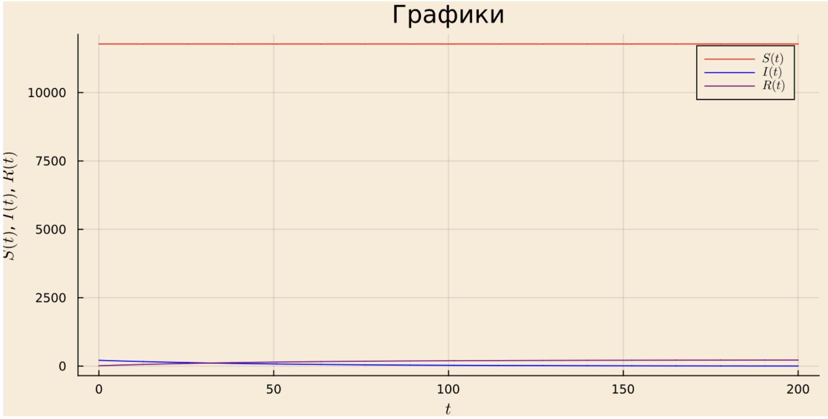

Рис. 4.3: Графики

4.1.3 Второй случай

Теперь рассмотрим второй случай, где $I(0) > I^*$ при тех же начальных условиях:

(рис. 4.4)

```julia
"""Правая часть нашей системы, p, t не используются
u[1] -- S, u[2] -- I, u[3] -- R
"""
function F!(du, u, p, t)
    # du[1] = 0
    # du[2] = -0.02 * u[2]
    # du[3] = 0.02 * u[2]
    du[1] = -0.01 * u[1]
    du[2] = 0.01 * u[1] - 0.02 * u[2]
    du[3] = 0.02 * u[2]
end
```

Рис. 4.4: Описание системы уравнений на языке Julia

4.1.4 Полученные графики

В результате работы программы получились следующие графики.
(рис. 4.5)

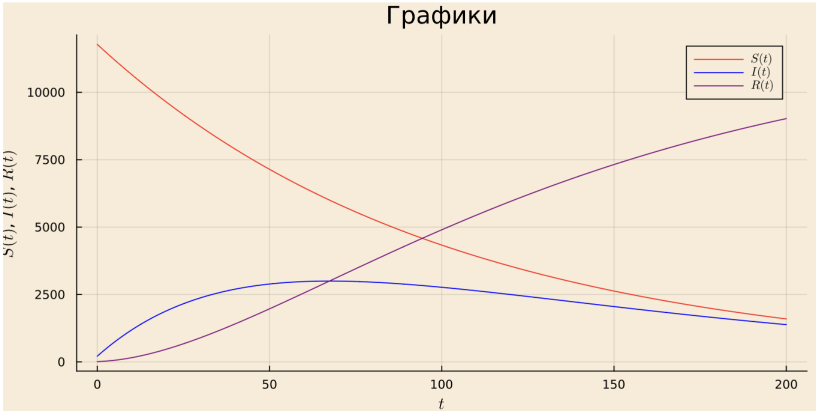

Рис. 4.5: Графики

4.2 Выполнение в Openmodelica

4.2.1 Описание модели

Написал код для модели первого случая, где $I(0) \leq I^*$, в программе OMEdit.
(рис. 4.6)

```
model d

Real a = 0.01;
Real b = 0.02;
Real s;
Real i;
Real r;
Real t = time;
initial equation
i = 212;
r = 12;
s = 12000 - 212-12;
equation
der(s) = 0;
der(i) = - b * i;
der(r) = b  *i;

end d;
```

Рис. 4.6: Листинг модели

Далее запустил симуляцию.

4.2.2 Полученные графики

После симуляции получаем графики. (рис. 4.7)

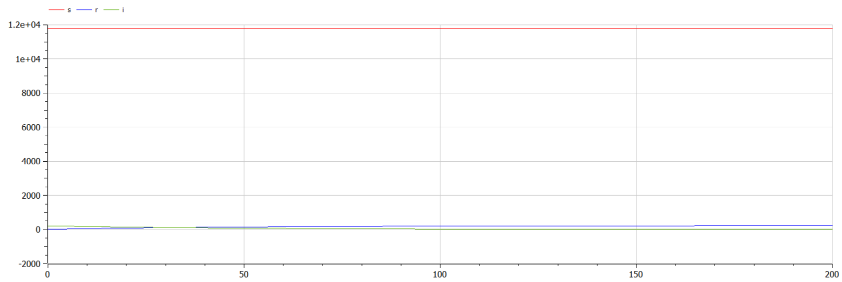

Рис. 4.7: Графики

4.2.3 Второй случай

Теперь рассмотрим второй случай, где $I(0) > I^*$ при тех же начальных условиях:

(рис. 4.8)

```
model d

Real a = 0.01;
Real b = 0.02;
Real s;
Real i;
Real r;
Real t = time;
initial equation
i = 212;
r = 12;
s = 12000 - 212-12;
equation
der(s) = - a * s;
der(i) = a * s - b * i;
der(r) = b  *i;

end d;
```

Рис. 4.8: Листинг модели

4.2.4 Полученные графики

В результате работы программы получились следующие графики. (рис. 4.9)

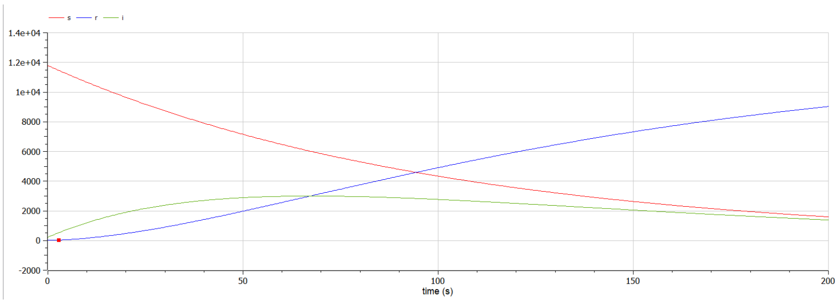

Рис. 4.9: Графики

5 Выводы

В результате работы мне удалось изучить модель эпидемии, построить графики здоровых, инфицированных и обладающих иммунитетом особей.

Список литературы

1. Кулябов Д.С. Задача об эпидемии [Электронный ресурс]. RUDN, 2022. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971664/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%205.pdf.