

제 18 장 기출_연습문제 풀이 (1)

연습문제 풀이 : (2007년 이후 중간고사에 출제된 연습문제 모음)
1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 20

+ 기출문제

18-1 기전력과 전류회로

연습 18-1. 아래 그림과 같은 회로에서 전체 등가 저항을 계산하고 각 저항에 흐르는 전류를 구하여라

풀이

3.00 Ω 과 6.00 Ω 이 병렬로 연결된 저항 R_A 와 12.00 Ω 과 6.00 Ω 이 병렬로 연결된 저항 R_B 가 직렬로 연결되어 있으므로 두 저항을 더하여 전체 저항을 얻는다

(가) 전체 등가 저항

$$R_A = \frac{3.0 \times 6.00}{3.0 + 6.00} = 2.00\Omega, R_B = \frac{12.0 \times 4.00}{12.0 + 4.00} = 3.00\Omega$$

$$R_{total} = R_A + R_B = 2.00 + 3.00 = 5.00(\Omega)$$

(나) 각 저항에 흐르는 전류

$$\text{전체 전류 } i_{total} = \frac{\varepsilon}{R_{total}} = \frac{60.0V}{5.00\Omega} = 12.0A$$

직렬인 V_A 와 V_B 를 구한다. $V_A = iR_A = (12.0A)(2.00\Omega) = 24.0V$

$$V_B = iR_B = (12.0A)(3.00\Omega) = 36.0V$$

3.00 Ω 과 6.00 Ω 은 병렬연결 - 전압이 24.0V 이므로 전류는 다음과 같다.

$$i_{3\Omega} = \frac{V_A}{3.00\Omega} = \frac{24.0V}{3.00\Omega} = 8.00A, i_{6\Omega} = \frac{V_A}{6.00\Omega} = \frac{24.0V}{6.00\Omega} = 4.00A$$

12.0 Ω 과 4.00 Ω 도 병렬연결- 전압이 36.0V 이므로 전류는 다음과 같다.

$$i_{12\Omega} = \frac{V_B}{12.0\Omega} = \frac{36.0V}{12.0\Omega} = 3.00A, i_{4\Omega} = \frac{V_B}{4.0\Omega} = \frac{36.0V}{4.0\Omega} = 9.00A$$

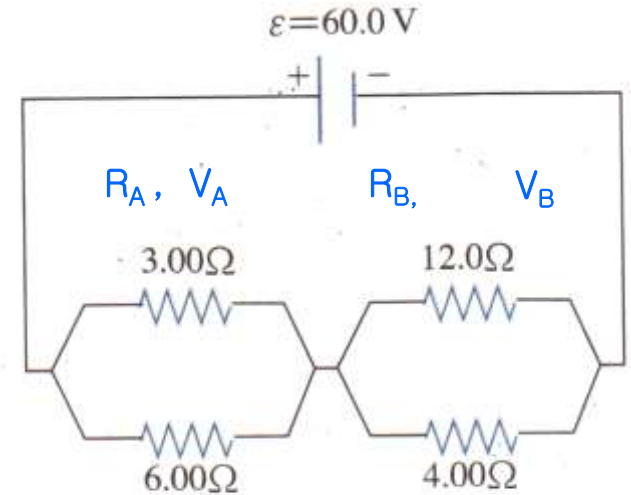


그림 P.18.1

18-1 기전력과 전류회로 기출 2011년 주관식 2번

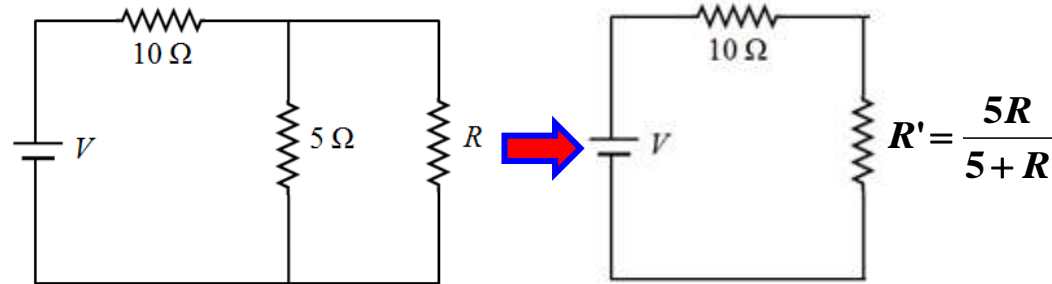
[기출문제] 아래 그림과 같은 저항회로가 있다, 이 회로는 저항이 각각 10Ω , 5Ω 인 두 개의 저항을 전압이 V 인 전지에 직렬로 연결한 후 저항 R 을 5Ω 의 저항에 병렬로 연결한 것이다. 이 때, 저항 R 의 단위는 Ω 이다.

(가) 그림의 회로에서 저항 R 에 걸리는 전압을 R 과 V 의 함수로 나타내어라.

풀이 병렬 연결된 5Ω , R 의 합성 저항은 이다.

$$R' = \frac{5R}{5+R}$$

이다. 직렬에서 R' 걸리는 전압은 저항에 비례하므로



$$V_{R'} = \frac{R'}{10 + R'} V = \frac{R'}{10 + \left(\frac{5R}{5+R}\right)} V = \frac{\left(\frac{5R}{5+R}\right)}{10 + \left(\frac{5R}{5+R}\right)} V = \frac{\left(\frac{5R}{5+R}\right)}{\left(\frac{50 + 15R}{5+R}\right)} V = \left(\frac{R}{10 + 3R}\right) V$$

인데 이 전압은 R 과 동일한 전압이 된다. $V_R = V_{R'} = \left(\frac{R}{10 + 3R}\right) V$

(나) 저항 R 에서 소비되는 전력을 R 과 V 의 함수로 나타내어라.

소비전력은 $P = i^2 R = V^2 / R$ 의 식을 이용한다.

$$P_R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{\left(\frac{R}{10 + 3R}\right)^2 V^2}{R} = \frac{R}{(10 + 3R)^2} V^2$$

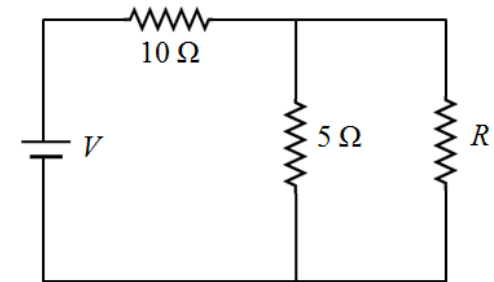
18-1 기전력과 전류회로 기출 2011년 주관식 2번

[기출문제]- 계속 아래 그림과 같은 저항회로가 있다, 이 회로는 저항이 각각 10Ω , 5Ω 인 두 개의 저항을 전압이 V 인 전지에 직렬로 연결한 후 저항 R 을 5Ω 의 저항에 병렬로 연결한 것이다. 이 때, 저항 R 의 단위는 Ω 이다.

(다) 저항 R 에 소비되는 전력이 최대가 되기 위한 R 의 값과 그 때의 소비 전력을 구하여라.

풀이

저항 R 에서 전력 P 가 최대가 되는 R 의 값을 구하려면 P 를 R 에 대하여 미분하고 0 이 되는 R 의 값을 구하면 된다.



$$P_R = \frac{RV^2}{(10+3R)^2}$$

$$\frac{dP_R}{dR} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dP_R}{dR} = \frac{d}{dR} \left(\frac{RV^2}{(10+3R)^2} \right) = V^2 \left[\frac{(10+3R)^2 - 6R(10+3R)}{(10+3R)^4} \right] = 0$$

최대가 될 때 R 의 값은 $10+3R=6R \Rightarrow R = \frac{10}{3}(\Omega)$ 이고

이 때의 소비전력은 $P_R = \frac{RV^2}{(10+3R)^2} \Big|_{R=\frac{10}{3}} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)V^2}{400} = \frac{V^2}{120}$ 이 된다.

18-2 키르히호프의 법칙 기출 2013년 6번

[기출문제] 키르히호프의 법칙 중 접합점 법칙은 (A)에 근거하고 고리법칙은 (B)에 근거한다. 여기서 A 와 B 에 각각 들어갈 적절한 법칙을 아래 보기에서 골라라.

- ① 가우스 법칙 ② 전하량 보존 법칙 ③ 옴의 법칙
- ④ 에너지 보존 법칙 ⑤ 암페어 법칙

풀이

접합점 법칙

어떤 접합점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존) A - ② 전하량 보존 법칙

고리 법칙

고리 방향으로 폐회로를 한 바퀴 돌아 전위의 합을 계산하면 항상 0 이어야 한다. 이것은 입력 에너지와 출력 에너지는 같아야 한다는 의미이다. (에너지 보존)

B - ④ 에너지 보존 법칙

기출 2008년 7번

[기출문제] 접합점 법칙과 고리법칙은 다음 중 어느 법칙의 결과인지 순서대로 쓰라.

- ① 뉴턴의 제 2법칙 ② 에너지 보존 법칙 ③ 운동량 보존의 법칙
- ④ 전하량 보존 법칙 ⑤ 옴의 법칙

풀이

접합점 법칙

④ 전하량 보존 법칙

고리 법칙

(폐회로에 대한 법칙) ② 에너지 보존 법칙

18-1 기전력과 전류회로

연습 18-3. 저항값이 $20.0\ \Omega$ 인 저항과 저항 값이 $30.0\ \Omega$ 인 저항을 병렬로 연결하고 그 조합을 $60.0\ \text{V}$ 의 전원에 직렬로 연결하였다.

(가) 이 병렬 조합의 저항 값은 얼마인가?

(나) 병렬 조합을 통과하는 전체 전류는 얼마인가?

(다) 각 저항에 흐르는 전류는 얼마인가?

풀이

(가) 병렬 등가 저항 $\left(\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

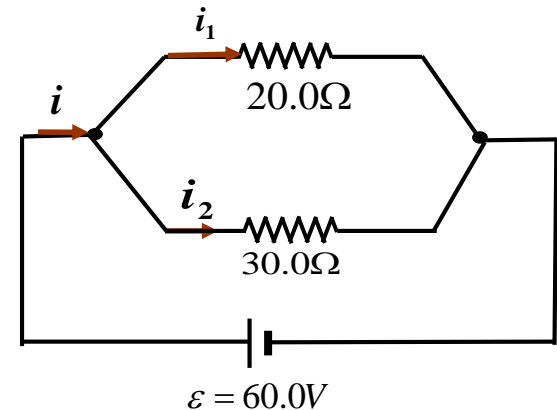
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20.0 \times 30.0}{20.0 + 30.0} = 12.0(\Omega)$$

(나) 전체 전류 $i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{60.0\text{V}}{12.0\Omega} = 5.00(\text{A})$

(다) 각 저항의 전류

$$i_1 = \frac{30.0}{20.0 + 30.0} \times 5.00(\text{A}) = 3.00(\text{A}),$$

$$i_2 = \frac{20.0}{20.0 + 30.0} \times 5.00(\text{A}) = 2.00(\text{A})$$



연습 18-4. 그림의 회로에서 다음을 구하여라

풀이

키르히호프 법칙을 이용한다.
각 폐회로에 고리규칙과 접
합점 사이의 관계식을 연립
하여 미지수를 얻어낸다

(가) 전류 I

A 점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존)

접합점 법칙

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0 \Rightarrow 3.0 + 5.0 - i_3 = 0 \therefore i_3 = 8.00A$$

(나) 미지의 기전력 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

고리 법칙

$$C_1: -e_1 + 3i_3 + 3.00 \times 4.00 = 0$$

$$\Rightarrow e_1 = 3i_3 + 12.0 = 3 \times 8.0 + 12.0 = 36.0(V)$$

$$C_2: +e_2 - 6.00 \times 5.00 - 3.0i_3 = 0$$

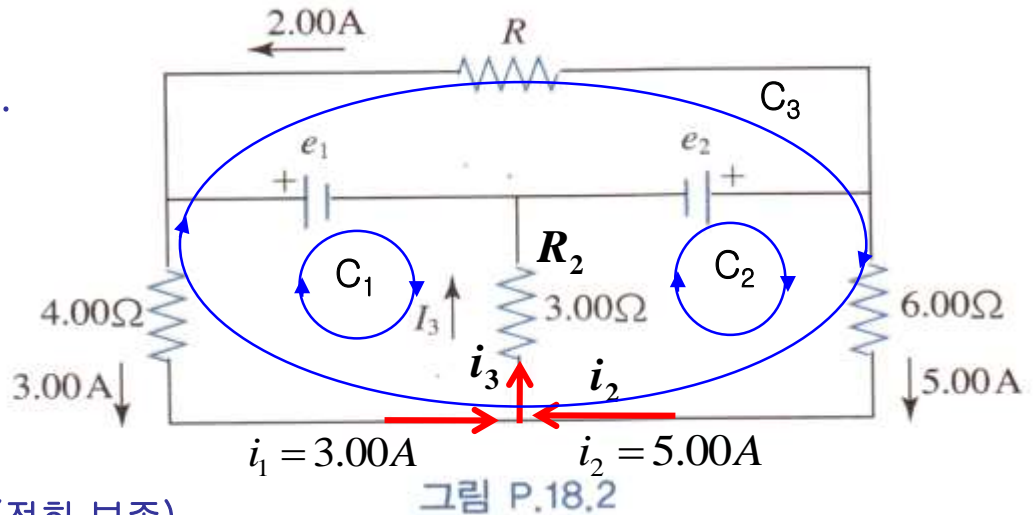
$$\Rightarrow e_2 = 6.00 \times 5.00 + 3.0i_3 = 6.00 \times 5.00 + 3.00 \times 8.00 = 54.0(V)$$

(다) 저항 R 의 저항값

$$C_3: 2.00 \times R - 6.00 \times 5.00 + 4.00 \times 3.00 = 0$$

$$\Rightarrow R = 9.00(\Omega)$$

(C_3 대신 R, e_1, e_2 가
연결된 폐회로를 이용해
도 된다)



18-2 키르히호프의 법칙 기출 2012년 주관식 2번

[기출문제] 아래 그림과 같은 회로에서 다음 질문에 답하여라

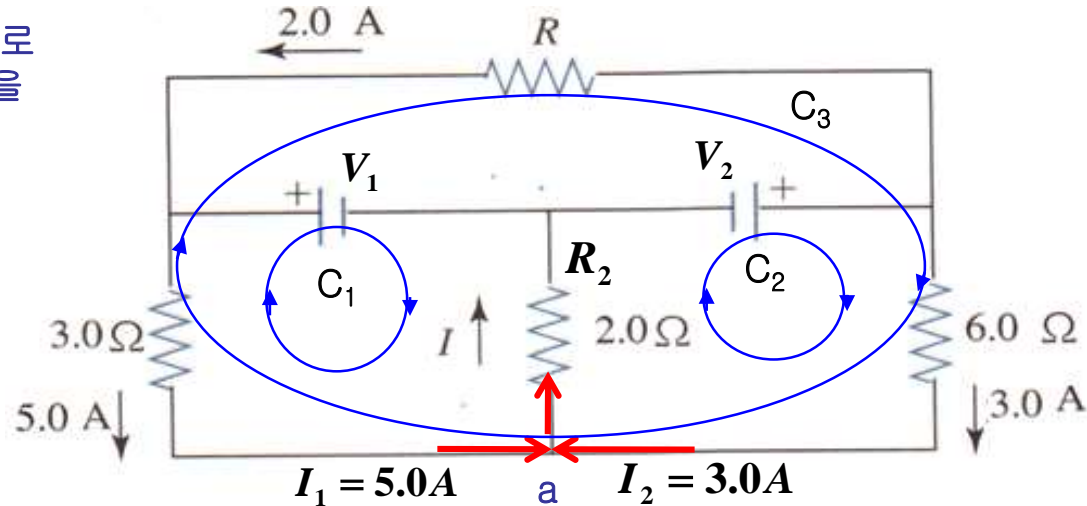
풀이

키르히호프 법칙을 이용한다. 각 폐회로에 고리규칙과 접합점 사이의 관계식을 연립하여 미지수를 얻어낸다

(가) $2.0\ \Omega$ 의 저항에 흐르는 전류 I 를 구하여라.

a 점에서 전류의 총합은 0이어야 한다.(전하 보존)

접합점 법칙



$$I_1 + I_2 - I = 0 \Rightarrow 5.0 + 3.0 - I = 0 \quad \therefore I = 8.00\text{A}$$

(나) 두 전원 장치의 전압 V_1 , V_2 를 구하여라.

고리 법칙

$$\begin{aligned} \text{고리 } C_1: -V_1 + (2.0)I + 5.0 \times 3.0 &= 0 \\ \Rightarrow V_1 &= (2.0)I + 15 = 2.0 \times 8.0 + 15.0 = 31(\text{V}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{고리 } C_2: +V_2 - 6.0 \times 3.0 - 2.0I &= 0 \\ \Rightarrow V_2 &= 6.0 \times 3.0 + 2.0I = 6.0 \times 3.0 + 2.0 \times 8.0 = 34(\text{V}) \end{aligned}$$

(다) 저항 R 의 크기를 구하여라.

$$\text{고리 } C_3: 2.0 \times R - 6.0 \times 3.0 + 3.0 \times 5.0 = 0 \quad \therefore \Rightarrow R = 1.5(\Omega)$$

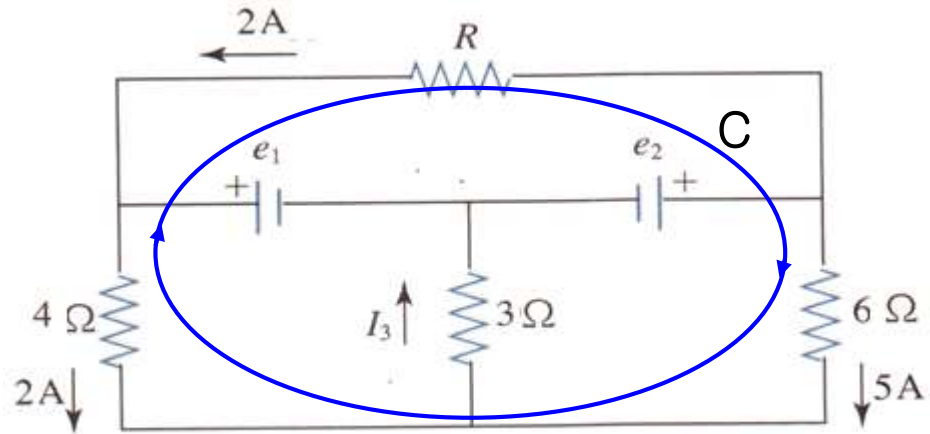
18-2 키르히호프의 법칙 연습 18-3 과 유사 기출 2016년 7번

[기출문제] 다음 그림의 회로에서 저항 R 의 값을 구하시오(단위 포함)

풀이 키르히호프 법칙을 이용한다.
가장 큰 폐회로 C 에 고리규칙을 적용한다.

$$2R - 6 \times 5 + 4 \times 2 = 0$$

$$\Rightarrow R = 11(\Omega)$$



18-2 키르히호프의 법칙 연습 18-3 과 유사 기출 2015년 7번

[기출문제] 다음 그림의 회로에서 저항 R 의 값을 구하시오(단위 포함)

풀이 고리 방향으로 키르히호프 법칙 폐회로 C 에 고리규칙을 적용한다.

$$2.00R - 6.00 \times 5.00 + 4.00 \times 3.00 = 0$$

$$\Rightarrow R = 9.00(\Omega)$$

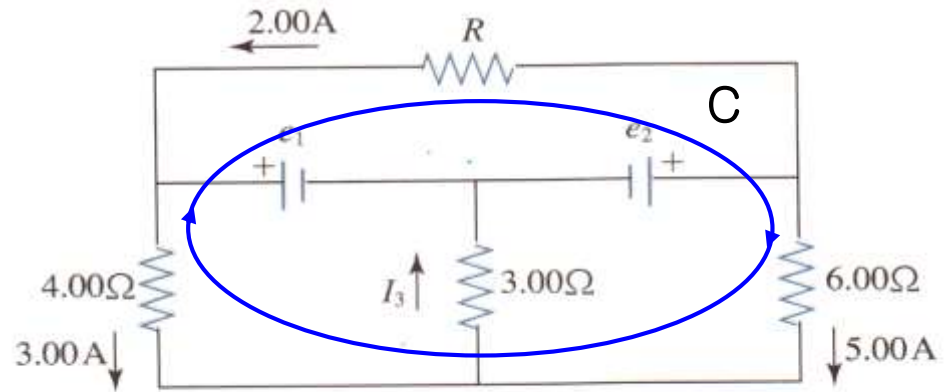


그림 P.18.2

18-2 키르히호프의 법칙 기출 2017년 7번 기출 2014년 7번

[기출문제] 다음 그림의 회로에서 저항 R_2 , R_3 에 흐르는 전류를 구하시오.

풀이 키르히호프 법칙 접합적 법칙과 고리 법칙을 이용하여 미지수를 얻어낸다

접합점 법칙

a 점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

고리 법칙

고리 방향으로 키르히호프 법칙 폐회로 C 에 고리규칙을 적용한다.

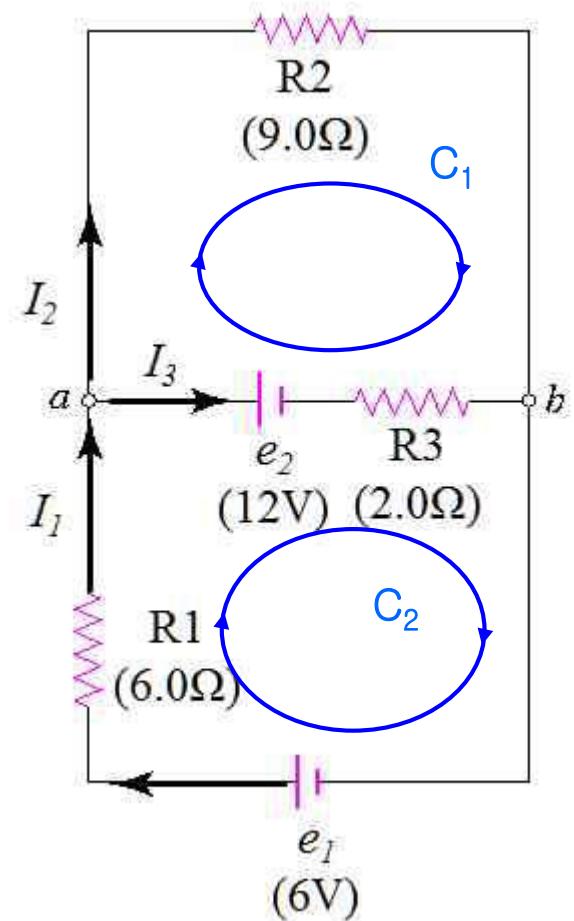
$$C_1: -9I_2 + 2I_3 + 12 = 0 \quad (2)$$

$$C_2: -12 - 2I_3 + 6 - 6I_1 = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow -3 - I_3 - 3I_1 = 0 \quad (3')$$

(1), (2), (3)' 을 연립하면

$$I_1 = -0.50 \text{ (A)} \quad I_2 = 1.0 \text{ (A)} \quad I_3 = -1.5 \text{ (A)}$$



18-2 키르히호프의 법칙 기출 2013년 8번

[기출문제] 다음 그림의 회로에서 6Ω 의 저항에 흐르는 전류를 구하시오.

풀이 키르히호프 법칙 접합적 법칙과 고리 법칙을 이용하여 미지수를 얻어낸다.

접합점 법칙

임의의 a 점에서 전류의 방향을 임의대로 표시한다. 이 점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존)

$$I_1 - I_2 - I = 0 \quad (1)$$

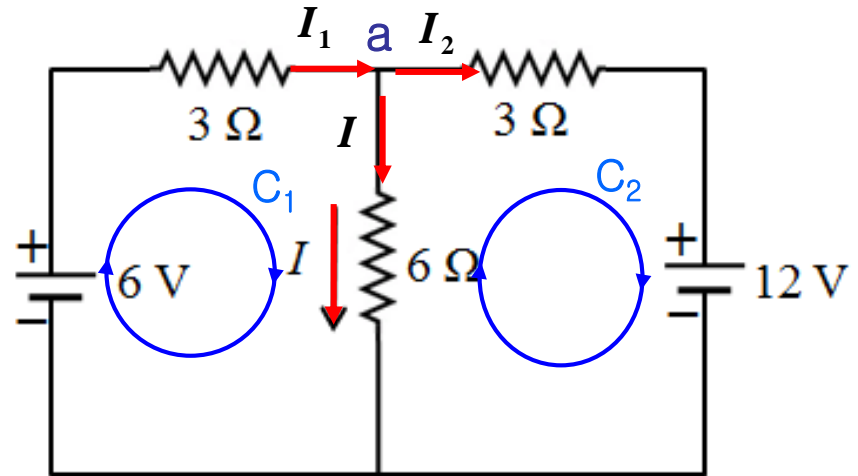
고리 법칙

고리 방향으로 키르히호프 법칙 폐회로 C_1 , C_2 에 고리규칙을 적용한다.

$$C_1: \quad 6 - 3I_1 - 6I = 0 \quad (2)$$

$$C_2: \quad 6I - 3I_2 - 12 = 0 \quad (3)$$

(1), (2), (3) 을 연립하면 I 가 얻어진다.
$$I = \frac{6}{5} = 1.2 \text{ (A)}$$



18-2 키르히호프의 법칙 기출 2013년 8번

[기출문제] 다음 그림의 회로에서 6Ω 의 저항에 흐르는 전류를 구하시오.

풀이 키르히호프 법칙 접합점 법칙과 고리 법칙을 이용하여 미지수를 얻어낸다.

접합점 법칙

임의의 a 점에서 전류의 방향을 임의대로 표시한다. 이 점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

고리 법칙

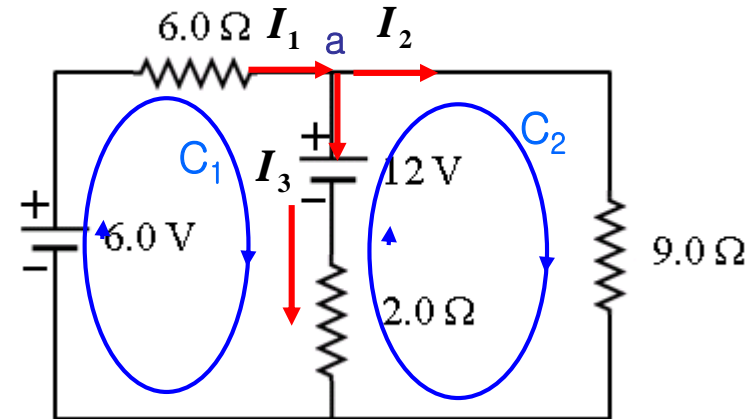
고리 방향으로 키르히호프 법칙 폐회로 C_1 , C_2 에 고리규칙을 적용한다.

$$C_1: \quad 6 - 6I_1 - 12 - 2I_3 = 0 \Rightarrow -6I_1 - 6 - 2I_3 = 0 \quad (2)$$

$$C_2: \quad -9I_2 + 2I_3 + 12 = 0 \quad (3)$$

(1), (2), (3) 을 연립하면 I 가 얻어진다.

$$\therefore I_1 = 0.5 \text{ (A)}, \quad I_2 = 1.5 \text{ (A)}, \quad I_3 = -1.0 \text{ (A)}$$



18-2 키르히호프의 법칙 기출 2010년 6번

[기출문제] 아래 그림과 같이 저항 R_1, R_2, R_3 와 기전력 이 V_1, V_2 , 인 전지가 연결된 회로가 있다. R_3 에 흐르는 전류를 구하여라.

풀이 키르히호프 법칙 접합점 법칙과 고리 법칙을 이용하여 미지수를 얻어낸다.

접합점 법칙

임의의 a 점에서 전류의 방향을 임의대로 표시한다. 이 점에서 전류의 총합은 0 이어야 한다.(전하 보존)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

고리 법칙

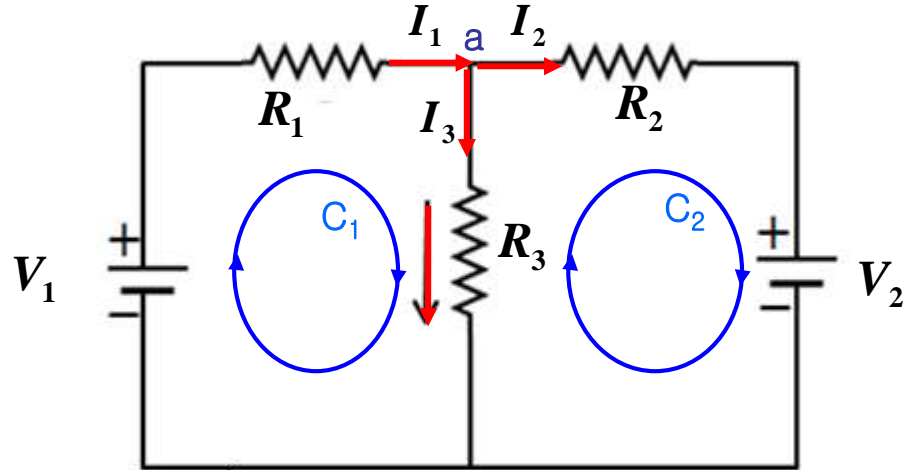
고리 방향으로 키르히호프 법칙 폐회로 C 에 고리규칙을 적용한다.

$$C_1: V_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0 \quad (2)$$

$$C_2: -I_2 R_2 - V_2 + I_3 R_3 = 0 \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3 \text{ 을 (2) 에 대입 } \Rightarrow V_1 - I_2 R_1 - I_3 (R_1 + R_3) = 0 \quad (2)'$$

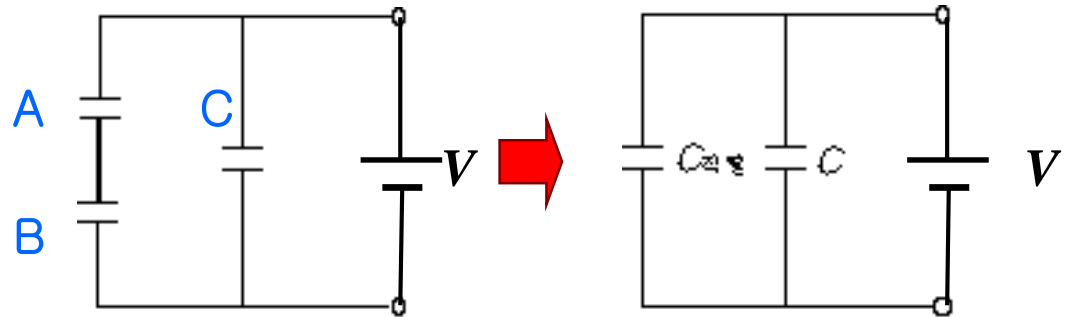
$$(2)', (3) \text{ 을 연립하여 } I_2 \text{ 를 소거하면 } I_3 \text{ 가 얻어진다. } \therefore I_3 = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$



18-3 축전기와 전기용량

연습 18-5. 예제 18.5의 왼쪽 그림과 같이 동일한 축전기들이 연결된 회로에 3V의 전위차를 가해주었다. 각 축전기에 축적된 전하를 구하여라. 각 축전기의 전기용량은 $10\mu\text{F}$ 이다.

축전기의 병렬연결에서는 전압이 같고 직렬연결의 경우는 전하가 일정한 값으로 보존됨을 이용한다. 직렬연결된 전기용량 A와 B는 같은 전하량이 축전된다.



풀이 A와 B는 직렬이므로 등가 전기용량 $C_{\text{직렬}}$ 은

$$\frac{1}{C_{\text{직렬}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{직렬}} = C/2 = 5\mu\text{F}$$

$C_{\text{직렬}}$ 과 C는 병렬 연결이므로 동일한 전압 3V가 걸리게 된다. 따라서 $C_{\text{직렬}}$ 과 C 축전기에 축전된 전하량은 각각

$$Q_c = CV = 10\mu\text{F} \times 3\text{V} = 30\mu\text{C}$$

$$Q_{\text{직렬}} = C_{\text{직렬}}V = 5\mu\text{F} \times 3\text{V} = 15\mu\text{C}$$

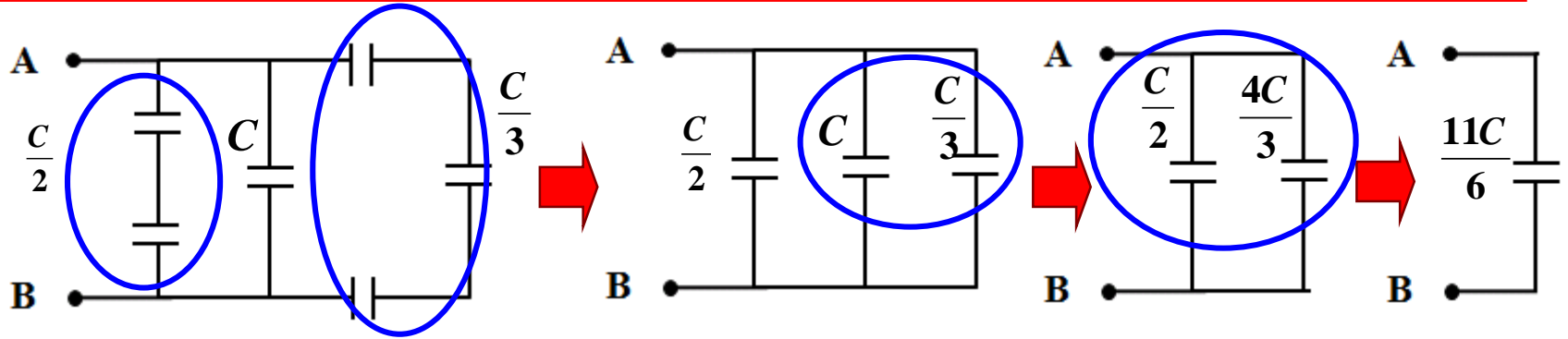
이고 한편 A와 B는 직렬연결이므로 두 전기용량은 크기에 관계없이 같은 전하량이 축전된다.

$$Q_{\text{직렬}} = Q_A = Q_B = 15\mu\text{C}$$

따라서 A, B, C 축전기에 축전된 전하량은 각각 $Q_A = Q_B = 15\mu\text{C}$, $Q_C = 30\mu\text{C}$ 이다.

18-3 축전기와 전기용량 연습 18-4 과 유사 기출 2012년 7번

[기출문제] 오른쪽 그림과 같이 축전기만으로 구성된 회로가 있다. 모든 축전기의 전기용량이 $1.2\mu\text{F}$ 로 동일할 때, 단자 A, B 사이의 등가 전기용량은 얼마인가?



풀이

같은 축전기가 2 개로 직렬로 연결되면 전기용량은 $\frac{1}{2}$ 로 작아지고 (3개가 직렬로 연결된 합성 전기용량은 $C/3$ 이다) 또한 같은 축전기 2개가 병렬로 연결되면 등가전기용량은 2 배로 커진다.

$$\frac{1}{C_{\text{직렬}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{직렬}} = \frac{C}{2} \qquad C_{\text{병렬}} = C + C = 2C$$

따라서 위와 같이 직렬과 병렬의 전기용량을 합성하면 등가 전기용량은 다음과 같다.

$$C_{eq} = \frac{C}{2} + \frac{4C}{3} = \frac{11C}{6}$$

이 식에 $C = 1.2\mu\text{F}$ 을 대입하면 합성 전기 등가용량을 얻게 된다.

$$C_{eq} = \frac{11C}{6} = \frac{11}{6} \times 1.2(\mu\text{F}) = 2.2(\mu\text{F})$$

18-3 축전기와 전기용량

연습 18-6. 두 개의 축전기의 전기용량이 각각 $3.00\mu\text{F}$ 와 $6.00\mu\text{F}$ 이다. 두 축전기를 직렬 또는 병렬로 연결한 후 그 조합을 12.0V 의 기전력 장치에 연결하려고 한다.

(가) 직렬조합의 경우 각각의 축전기에 축적되는 전하량을 구하라.

(나) 병렬조합의 경우 각각의 축전기에 축적되는 전하량을 구하라.

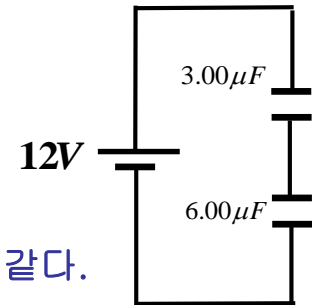
풀이 (가) 직렬의 경우 등가 전기용량:

$$\frac{1}{C_{\text{직렬}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{\text{직렬}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3.00 \times 6.00}{3.00 + 6.00} = 2.00(\mu\text{F})$$

등가 저항에 걸리는 전압은 12.0V 이고 두 전기용량에 축적되는 전하량은 같다.

$$Q_{\text{직렬}} = C_{\text{직렬}} V = 2.00\mu\text{F} \times 12.0\text{V} = 24.0\mu\text{C}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{직렬}} = Q_{3.00\mu\text{F}} = Q_{6.00\mu\text{F}} = 24.0\mu\text{C}$$

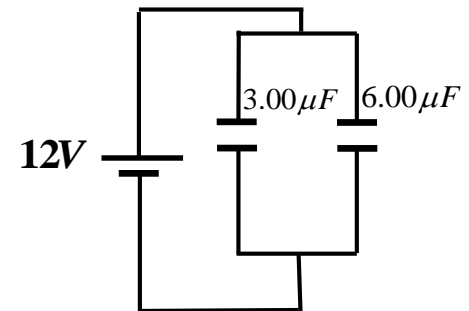


(나) 병렬의 경우 등가 전기용량: $C_{\text{병렬}} = C_1 + C_2 = 3.00 + 6.00 = 9.00(\mu\text{F})$

각각의 축전기에 걸리는 전압은 12.0V 이다.

$$\text{각 축전기에 축전된 전하량} \quad Q_1 = C_1 V = 3.00\mu\text{F} \times 12.0\text{V} = 36.0\mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 V = 6.00\mu\text{F} \times 12.0\text{V} = 72.0\mu\text{C}$$



18-4 축전기와 전기장

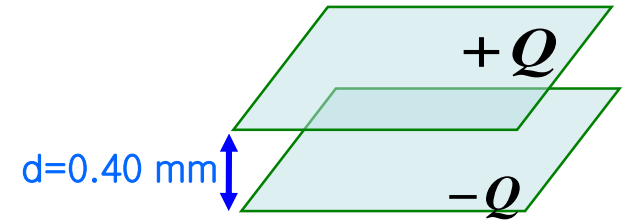
연습 18-7. 금속 평행판 축전기의 전기용량이 $C=250\text{pF}$ 이고 평행판 사이의 거리는 0.400 mm 이다. 여기에 $Q=0.200\text{ }\mu\text{C}$ 의 전하를 축적하였다.

풀이 평행판의 전기용량에 관한 식을 이용한다.

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad E = \frac{V}{d}, \quad \sigma = \frac{Q}{A}$$

(가) 축전기 양단의 전위차는 얼마인가?

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{2.00 \times 10^{-7}}{2.50 \times 10^{-10}} = 8.00 \times 10^2 (\text{V}) = 800 (\text{V})$$



(나) 평행판의 면적은 얼마인가?

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{4\pi \times (2.50 \times 10^{-10}) \times (4.00 \times 10^{-4})}{4\pi \epsilon_0} = 0.0113 (\text{m}^2)$$

(다) 축전기 내부의 전기장의 세기는 얼마인가?

$$E = \frac{V}{d} = \frac{8.0 \times 10^2}{4.0 \times 10^{-4}} = 2.00 \times 10^6 (\text{V/m})$$

(라) 표면 전하 밀도는 얼마인가?

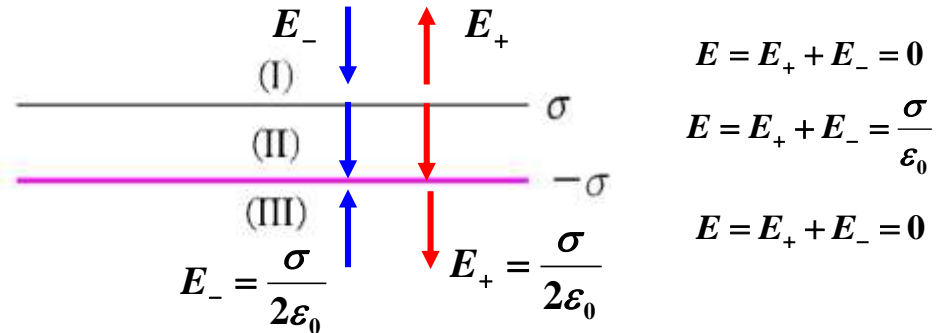
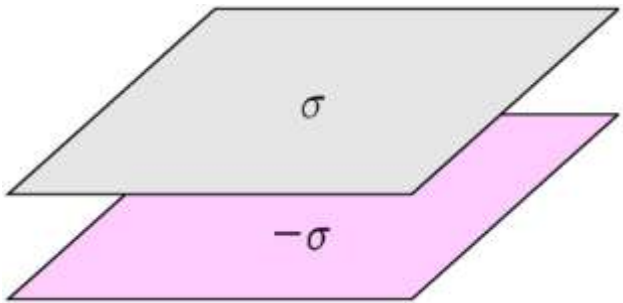
$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{2.00 \times 10^{-7} \text{ C}}{0.0113 \text{ m}^2} = 1.77 \times 10^{-7} (\text{C/m}^2)$$

18-4 축전기와 전기장 연습 18-5 과 유사 기출 2014년 주관식 2번

[기출문제] 면적이 A 인 두 평면에 균일한 면 전하밀도 σ 와 $-\sigma$ 로 각각 대전되어 나란히 놓여 있는 평행판 축전기가 있다. 아래 물음에 답하시오. (단, 유전율은 ϵ_0)

(가) 영역 I, II, III 에서 각각 전기장의 세기를 구하시오 (단, 두 평면의 면적은 충분히 넓고 평면 사이의 간격은 좁아서 가장자리 효과는 무시한다.)

풀이 무한 전하에 의한 한 개의 판의 전기장을 구한 다음 중첩의 원리를 이용하여 전기장을 구한다.



$+\sigma$ 판에 의한 전기장은 가우스 법칙을 이용하면 $E_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 이고 판에서 나가는 방향이다.

$-\sigma$ 판에 의한 전기장은 가우스 법칙을 이용하면 $E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 이고 판에서 나가는 방향이다.

(I 영역) 두 판의 전기장의 방향이 반대이고 크기가 같으므로 상쇄된다. $E=0$

(II 영역) 두 판의 전기장의 방향이 같은 방향이고 크기가 같으므로 2 배가 된다. $E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

(III 영역) 두 판의 전기장의 방향이 반대이고 크기가 같으므로 상쇄된다. $E=0$

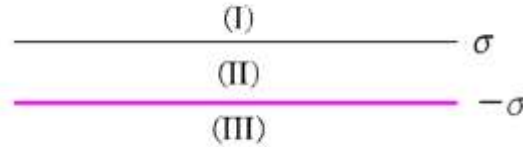
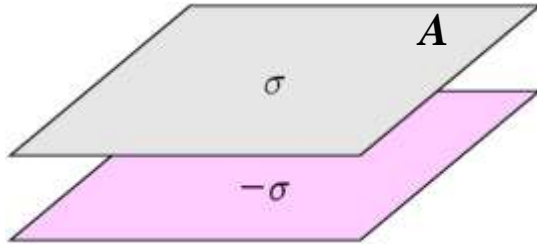
18-4 축전기와 전기장 연습 18-5 과 유사 기출 2014년 주관식 2번

[기출문제] 계속- 면적이 A 인 두 평면에 균일한 면 전하밀도 σ 와 $-\sigma$ 로 각각 대전되어 나란히 놓여 있는 평행판 축전기가 있다. 아래 물음에 답하시오. (단, 유전율은 ϵ_0)

풀이 평행판의 전기용량에 관한 식을 이용한다.

$$V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



(나) 이 때 축전기에 저장된 에너지와 에너지 밀도를 주어진 변수들(ϵ_0 , σ , A)로 나타내시오.

풀이 축전기에 저장된 에너지 : $U = \frac{1}{2}CV^2$ 축전기의 전기용량: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ 전위차 : $V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\sigma d}{\epsilon_0} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} (Ad)$$

에너지 밀도는 단위 부피당의 에너지 이므로 $u = \frac{U}{\text{부피}} = \frac{U}{Ad} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ 이다.

(다) 축전기에서 두 평행판 간 서로 잡아 당기는 힘을 구하시오.

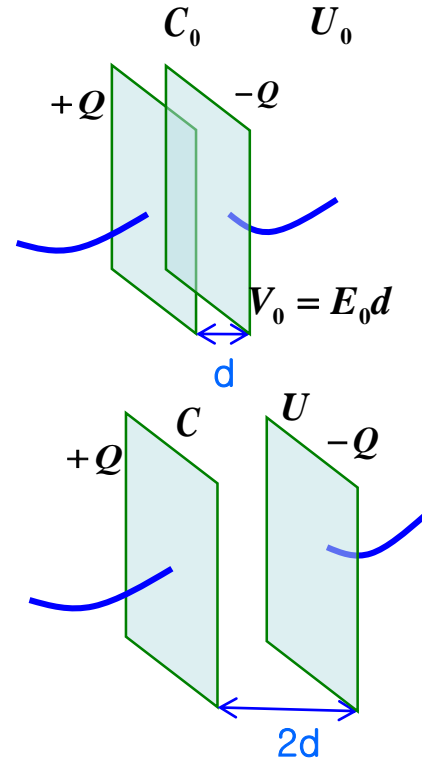
힘은 퍼텐셜 에너지의 거리에 대한 미분이다. 즉 , $F = \frac{dU}{dx} \Big|_{x=d} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0} x \right) \Big|_{x=d} = \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_0} = \text{일정}$

18-4 축전기와 전기장

연습 18-8. 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력 장치를 제거하였다. 이제 평행판 축전기의 간격을 두 배로 늘리면 전기용량, 두 판의 표면의 전하밀도, 저장된 에너지, 두 판 사이의 전기장, 판의 전하는 각각 몇 배가 되는가?

풀이

간격을 늘리면 $-Q$ 판에 대해 $+Q$ 판의 전위값이 높아지게 되므로 상대적으로 단위전하가 갖는 위치에너지가 증가한다. 따라서 저장된 에너지는 커지게 된다. 그리고 전위차가 증가하므로 전기용량은 감소한다. 한편 전하량은 변함이 없으므로 전하밀도와 전기장은 변하지 않는다.



전기용량 : $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed'} = \frac{Q}{E_0(2d)} = \frac{1}{2} \frac{Q}{E_0 d} = \frac{1}{2} C_0$ (1/2)로 감소

판의 표면의 전하밀도 : $\sigma = \frac{Q}{A}$ (전하량과 판의 크기는 같으므로 변화 없음)

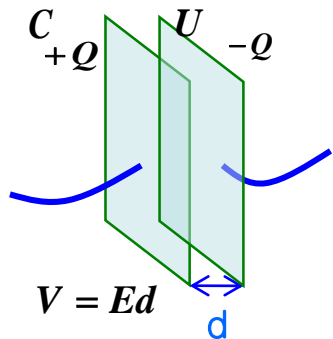
저장된 에너지 : $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2(\frac{C_0}{2})} = 2 \left(\frac{Q^2}{2C_0} \right) = 2U_0$ (2배 증가)

두 판 사이의 전기장 : $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (판의 전하밀도가 변화되지 않으므로 전기장도 변화 없음)
 $V = E d = 2E_0 d$

판의 전하량은 변화되지 않는다.

[기출문제] 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력 장치를 제거하였다. 이제 축전기에서 평행판의 간격을 2 배로 늘리면 저장된 에너지는 몇 배가 되는가?

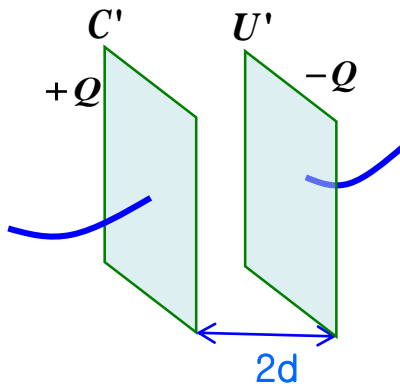
풀이 간격을 늘리면 $-Q$ 판에 대해 $+Q$ 판의 전위 값이 높아지게 되므로 상대적으로 단위전하가 갖는 위치에너지가 증가한다. 따라서 저장된 에너지는 커지게 된다.



평행판 사이의 전위차: $V = E'd' = E(2d) = 3(Ed) = 2V$ 2배로 증가한다.

전기용량 : $C' = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{E'd'} = \frac{1}{2} \frac{Q}{Ed} = \frac{1}{2} C$ (1/2)로 감소

저장된 에너지 :



$$U' = \frac{Q'^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2(\frac{C}{2})} = 2 \left(\frac{Q^2}{2C} \right) = 2U \quad (2\text{배 증가})$$

저장된 에너지는 전기용량이 감소함에도 불구하고 전압차의 제곱에 비례하기 때문에 전압차에 따라 커지게 된다.

$$V = E'd' = 2Ed$$

[기출문제] 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력 장치를 제거하였다. 이제 축전기에서 평행판의 간격을 2 배로 늘렸을 때 다음 중 변하지 않는 양을 모두 골라라.

(1) 전기용량

(2) 평행판의 전하밀도

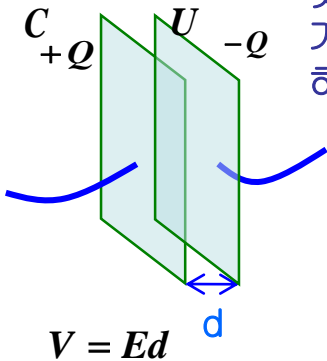
(3) 축전기에 저장된 에너지

(4) 축전기 내부의 전기장

(5) 평행판 사이의 전위차

풀이

간격을 늘리면 $-Q$ 판에 대해 $+Q$ 판의 전위값이 높아지게 되므로 상대적으로 단위전하가 갖는 위치에너지가 증가한다. 따라서 저장된 에너지는 커지게 된다. 그리고 전위차가 증가하므로 전기용량은 감소한다. 한편 전하량은 변함이 없으므로 전하밀도와 전기장은 변하지 않는다.

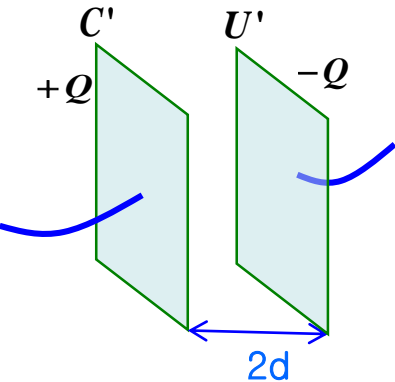


전기용량 : $C' = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{E'd'} = \frac{1}{2} \frac{Q}{Ed} = \frac{1}{2} C$ (1/2)로 감소

평행판의 전하밀도 : $\sigma = \frac{Q}{A}$ (전하량과 판의 크기는 같으므로 변화 없음)

저장된 에너지 : $U' = \frac{Q'^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2(\frac{C}{2})} = 2 \left(\frac{Q^2}{2C} \right) = 2U$ (2배 증가)

두 판 사이의 전기장 : $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (전하밀도가 변화가 없으므로 전기장도 변화 없음)



$V = E'd' = 2Ed$

평행판 사이의 전위차는 2배로 증가한다. $V = E'd' = E(2d) = 2(Ed) = 2V$

기출 2014년 9번 연습 18-6 과 유사

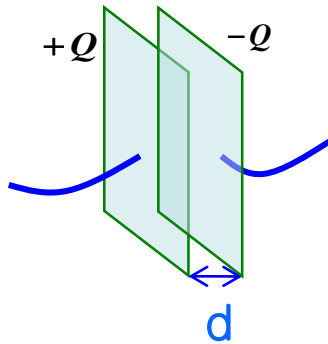
[기출문제] 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력 장치를 제거하였다. 이제 평행판 축전기의 간격을 3 배로 늘리면 전기용량, 두 표면의 전하밀도, 전위차는 각각 몇 배가 되는가? 순서대로 쓰시오.

풀이

간격을 늘리면 $-Q$ 판에 대해 $+Q$ 판의 전위값이 커진다. 전하량은 변함이 없으므로 전기장은 변함이 없다. 전기용량은 감소하게 된다.

$d \rightarrow 3d$ 의 경우

(1/3 배, 1, 3 배)



전기용량 : (1/3 배)로 감소

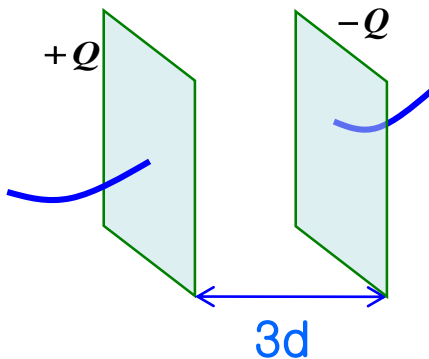
$$C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{E'(3d)} = \frac{1}{3} \left(\frac{Q}{Ed} \right) = \frac{1}{3} C \quad \Leftarrow \left(C = \frac{Q}{Ed}, E = E' \right)$$

전하밀도 : 전하량과 판의 면적은 변함이 없으므로 전하밀도도 변화없음)

$$\sigma' = \sigma = \frac{Q}{A} \quad (1 \text{ 배})$$

두 판 사이의 전위차 : (3 배)

$$V' = E' d' = \left(\frac{\sigma'}{\epsilon_0} \right) (3d) = 3 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right) (d) = 3 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right) = 3V \quad \Leftarrow \left(V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right)$$



연습 18-6 과 유사 기출 2017년 8번 기출 2016년 8번

[기출문제] 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력 장치를 제거하였다. 이제 평행판 축전기의 간격을 4 배로 늘리면 전기용량, 전위차, 두 표면의 전하밀도, 저장된 에너지는 각각 몇 배가 되는가? 순서대로 쓰시오.

풀이 간격을 늘리면 $-Q$ 판에 대해 $+Q$ 판의 전위 값이 커지고 저장된 에너지도 증가한다. 전하량은 변함이 없으므로 표면의 전하밀도도 변하지 않는다. 한편 전위차는 증가하고 전하량은 변함이 없으므로 전기용량은 감소한다.

$d \rightarrow 4d$ 의 경우

전기용량 : (1/4 배)로 감소

$$C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{E(4d)} = \frac{1}{4} \left(\frac{Q}{Ed} \right) = \frac{1}{4} C \quad \leftarrow \left(C = \frac{Q}{Ed} \right)$$

두 판 사이의 전위차 : (4 배)

$$V' = E'd' = \left(\frac{\sigma'}{\epsilon_0} \right) (4d) = 4 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right) = 4V \quad \leftarrow \left(V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right)$$

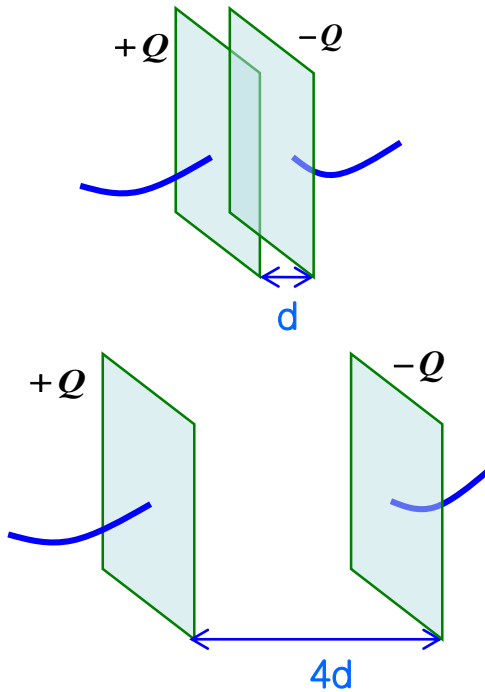
두 표면의 전하밀도 : 전하량과 판의 면적은 변함이 없으므로 전하밀도도 변화 없음)

$$\sigma' = \sigma = \frac{Q}{A} \quad (1 \text{ 배})$$

저장된 에너지 : 전기용량은 1/4 로 작아지지만 전위차는 4V 로 늘기 때문에 저장에너지는 4배 커진다.

$$U' = \frac{1}{2} C' V'^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{C}{4} \right) (4V)^2 = 4 \left(\frac{1}{2} C V^2 \right) = 4U \quad (4 \text{ 배})$$

$\left(\frac{1}{4}, 4, 1, 4 \right)$

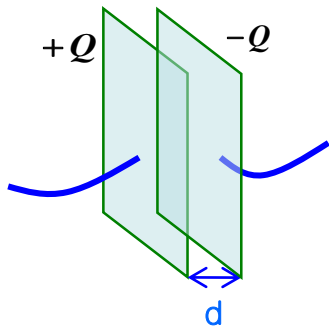


18-4 축전기와 전기장 기출 2011년 7번

[기출문제] 전기용량이 C 인 평행판 축전기를 전압이 V 인 전원에 연결하여 충분히 충전한 후 전원을 끊었다. 그 후 축전기에서 평행판의 간격이 3 배가 되도록 끌어 당겼는데, 끌어 당기는 데 필요한 일을 C 와 V 를 이용하여 나타내어라.

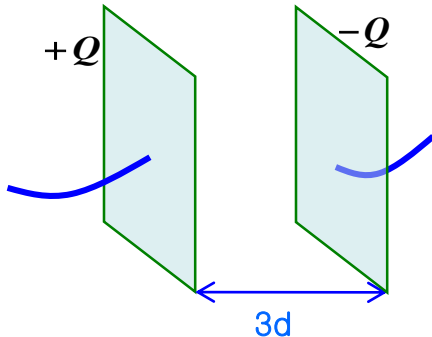
풀이 일은 처음과 나중 상태의 위치에너지의 차이는 일(W)이다. 다시 말하면 d 만큼 간격 상태에 있던 축전기를 $3d$ 로 간격을 증가시키는 일은 두 상태의 위치에너지의 차이를 구하면 된다.

d 간격일 때 축전기의 위치에너지(축전기의 전기 에너지)



$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

3배의 간격일 때의 ($3d$ 간격) 축전기의 위치에너지:
전기용량은 $1/3$ 로 작아지지만 전위차는 $3V$ 로 늘기 때문에 위치에너지는 3배 커진다.



$$C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{3V} = \frac{1}{3} C, \quad V' = Ed' = \frac{\sigma(3d)}{\epsilon_0} = 3 \left(\frac{\sigma d}{\epsilon_0} \right) = 3V$$

$$U' = \frac{1}{2} C' V'^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{C}{3} \right) (3V)^2 = 3 \left(\frac{1}{2} CV^2 \right)$$

3 배 ($3d$) 되도록 끌어 당기는데 필요한 일 : $W = U' - U = 3U - U = 2U = 2 \left(\frac{1}{2} CV^2 \right) = CV^2$

18-5 유전체와 전기용량 **예제 18-6** 과 유사 기말 2017 주관식 2번 기말 2013 주관식 2번

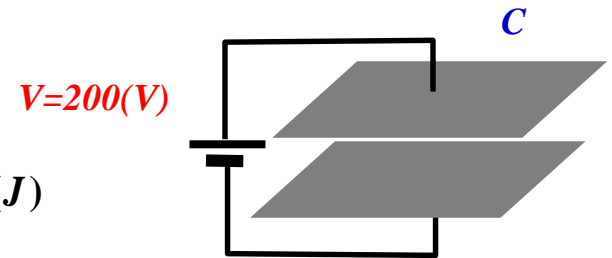
[기출문제]. 전기용량이 $10\ \mu\text{F}$ 인 평행판 축전기가 $200\ \text{V}$ 의 전압으로 충전되었다. 충전 후 전원을 분리시키고 이 축전기에 유전상수가 2.5 인 유전체를 평행판 사이에 삽입하였다. 이 때, 다음 질문에 답하여라.

(가) 유전체를 삽입하기 전, 커패시터(축전기)에 저장된 에너지를 구하여라.

풀이 축전기에 저장된 에너지 : $U = \frac{1}{2}CV^2$

축전기에 저장된 에너지:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(10\ \mu\text{F}) \times (200\text{V})^2 = \frac{1}{2}(10^{-5}\text{F}) \times (200\text{V})^2 = 0.2(\text{J})$$



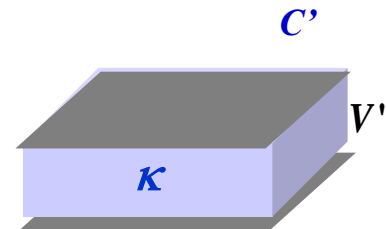
(나) 유전체를 삽입한 후, 커패시터(축전기)에 저장된 에너지를 구하여라.

풀이 유전체를 삽입하면 전압이 유전상수 (κ) 배 만큼 작아지고 전기용량은 유전상수(κ)배 만큼 커진다.

전위차 : $V' = V / \kappa$ 축전기의 전기용량: $C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{(V / \kappa)} = \kappa \frac{Q}{V} = \kappa C$

유전체가 삽입된 후의 축전기에 저장된 에너지:

$$U' = \frac{1}{2}C'V'^2 = \frac{1}{2}(\kappa C) \left(\frac{V}{\kappa} \right)^2 = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{2}CV^2 \right) = \frac{U}{\kappa} \Big|_{\substack{\kappa=2.5 \\ U=0.2}} = \frac{0.2}{2.5} = \frac{0.4}{5} = 0.08(\text{J})$$



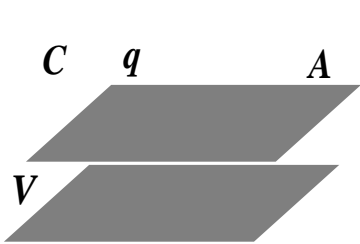
즉 유전체가 삽입되기 전 보다 에너지가 $1/(2.5)$ 배 작아진다.

기출 2009년 8번 예제 18-6 과 유사

[기출문제] 단면적 A , 간격 d 인 평행판 축전기의 두 극 판을 $+q$, $-q$ 로 대전시킨 후 기전력 장치를 제거하고 축전기 사이에 유전상수 ($\kappa > 1$) 인 유전체를 (면적 A , 두께 d)를 삽입하였다. 다음 물리량 중 증가하는 것은 어떤 것인가?

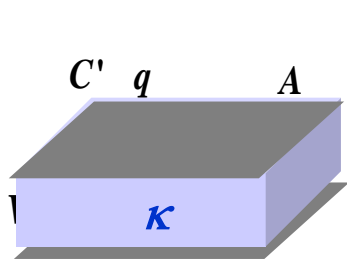
- (1) 극 판 간의 전위차 (2) 전기용량 (3) 내부 전기장
(4) 극 판의 전하밀도 (5) 인덕턴스

풀이 판 사이에 유전체를 넣으면 전위차와 전기장이 감소하게 되므로 전기용량은 증가한다. 판 위의 전하량은 변함이 없다.



극판 간의 전위차 : $V' = \frac{V}{\kappa}$ (κ 배 감소)

전기용량 : $C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{\left(\frac{V}{\kappa}\right)} = \kappa \frac{Q}{V} = \kappa C$ (κ 배 증가)



내부 전기장 : $E' = \frac{V}{\kappa}$ (κ 배 감소)

극 판의 전하밀도 : $\sigma' = \sigma = \frac{q}{A}$ (전하량과 판의 크기는 같으므로 변화 없음)

인덕턴스는 코일에 전류가 흐를 때 자기장에 관계되는 값이다.

18-4 축전기와 전기장

연습 18-9. 전기용량이 $C=2.50 \times 10^{-10} \text{ F}$ 인 축전기에 기전력 장치를 연결하여 $V_0=10.0 \text{ V}$ 의 전위를 가해 전하를 축적시켰다.

(가) 축적된 전하량의 값을 계산하라.

(나) 이렇게 대전된 축전기에서 기전력 장치를 떼어내고 미지의 전기용량 C_x 를 갖는 축전기를 병렬로 연결하였다. 새롭게 형성된 축전기 양단의 전위차 V_0 와의 관계식을 구하여라

(다) 만약 나중의 전위차 V 가 8.00 V 라면 전기용량 C_x 얼마인가?

풀이

(가) 축적된 전하량

$$Q = CV_0 = 2.50 \times 10^{-10} \text{ F} \times 10.0 \text{ V} = 2.50 \times 10^{-9} \text{ C}$$

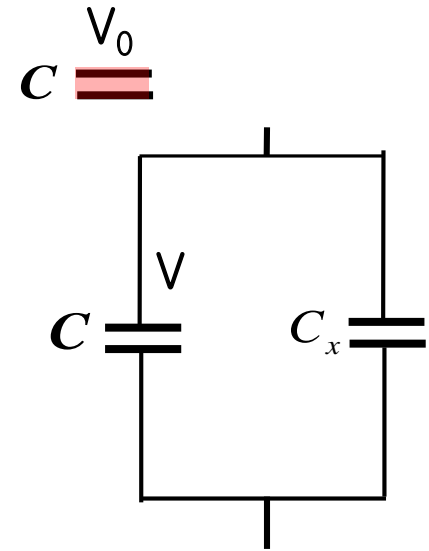
(나) C 와 병렬로 연결하였으므로 두 축전기의 전하량의 합은 처음과 같아야 하고 (전하량 보존) 양쪽의 전압은 같아야 한다.

$$Q = (C + C_x)V = CV_0 \quad (\text{전하량 보존})$$

$$V = \frac{C}{C + C_x} V_0 \quad \left(V = \frac{C}{C + C_x} V_0 \right)_0$$

(다) 위 식을 C_x 에 대해 정리하여 값을 대입하면 다음과 같다

$$\therefore C_x = C \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right) = (2.50 \times 10^{-10}) \left(\frac{10.0}{8.00} - 1 \right) = 6.25 \times 10^{-11} \text{ F}$$



[기출문제] 전기용량이 C 인 축전기에 V_0 의 기전력 장치를 연결하여 충분히 충전시켰다. 이 때, 한 쪽 도체에 축전된 전하량은 Q_0 이다. 이제 기전력 장치를 떼어내고 미지의 전기용량 C_x 를 갖는 축전기를 병렬로 연결하였다.

(가) 전하량 Q_0 을 계산하라.

(나) 전기용량 C_x 를 갖는 축전기의 한 쪽 도체에 저장된 전하량 Q 는 Q_0 의 몇 배인가?

(다) 전기용량 C 를 갖는 축전기의 양단의 전위차 V 는 원래의 전위차 V_0 의 몇 배인가?

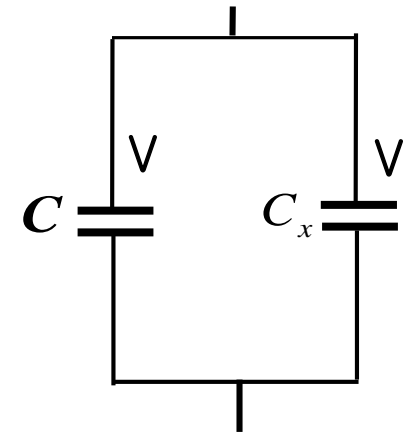
풀이

(가) 축적된 전하량 $Q_0 = CV_0$

$$C = \frac{Q_0}{V_0}$$

(나) C 와 C_x 를 병렬로 연결하였으므로 두 축전기의 전하량의 합은 처음과 같아야 하고 (전하량 보존) 양쪽의 전압은 같아야 한다.

$$\begin{aligned} Q_0 &= Q_1 + Q_2 \quad (\text{전하량 보존}) \\ &= (C + C_x)V \Rightarrow V = \frac{Q_0}{C + C_x} \\ \therefore Q_2 &= C_x V = \frac{C_x Q_0}{C + C_x} \end{aligned}$$



(다) 윗 식에서 V 는 $Q_0 = CV_0$ 를 대입하여 다음과 같이 얻어진다.

$$Q_0 = (C + C_x)V \Rightarrow \therefore V = \frac{Q_0}{C + C_x} = \frac{CV_0}{C + C_x}$$

18-5 유전체와 전기용량 기출 2007년 8번

연습 18-10. 아래 그림과 같이 유전상수가 서로 다른 두 물질로 채워진 평행판 축전기의 전기용량이 다음과 같다는 것을 보여라.(힌트: 병렬 연결된 축전기로 생각하라)

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right)$$

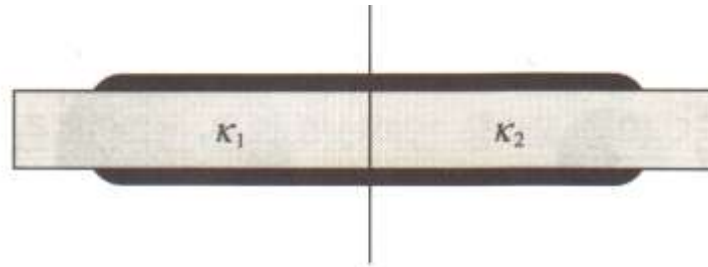


그림 P.18.3

풀이

판의 면적 $A/2$ 이고 간격은 d 인 두 축전기를 병렬로 연결된 축전기와 같으므로 합성된 축전기의 전기용량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{total} &= C_1 + C_2 \\ &= \epsilon_0 \kappa_1 \frac{A/2}{d} + \epsilon_0 \kappa_2 \frac{A/2}{d} \\ &= \epsilon_0 \frac{A}{2d} (\kappa_1 + \kappa_2) = \epsilon_0 \frac{A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) \end{aligned}$$

18-5 유전체와 전기용량

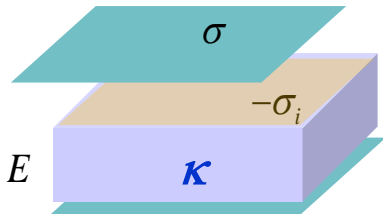
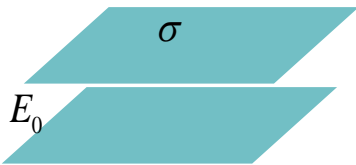
연습 18-11. 크기가 같고 부호가 반대인 전하를 가지는 두 평행판이 있다. 두 판 사이의 공간이 진공이었을 때 전기장은 $3.60 \times 10^5 \text{ V/m}$ 이었고 공간을 유전체로 채웠을 때의 전기장은 $1.20 \times 10^5 \text{ V/m}$ 이었다.

(가) 유전 상수는 얼마인가?

(나) 유전체 표면 위에 전하밀도는 얼마인가?

풀이

(가) 유전체가 삽입되면 전기장은 유전상수 비율만큼 작아진다.



$$E = \frac{E_0}{\kappa} \Rightarrow \therefore \kappa = \frac{E_0}{E} = \frac{3.60 \times 10^5}{1.20 \times 10^5} = 3.00$$

(나) 평행판 표면 위의 전하밀도

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \therefore \sigma = E \epsilon_0 = (3.60 \times 10^5) \cdot (8.854 \times 10^{-12}) = 3.19 \times 10^{-6} \text{ (C / m}^2\text{)}$$

유전체 표면에서는 평행판 위의 전하와 반대 부호의 전하들이 유도된다. 전하량의 크기는 다음과 같다.

$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)$$

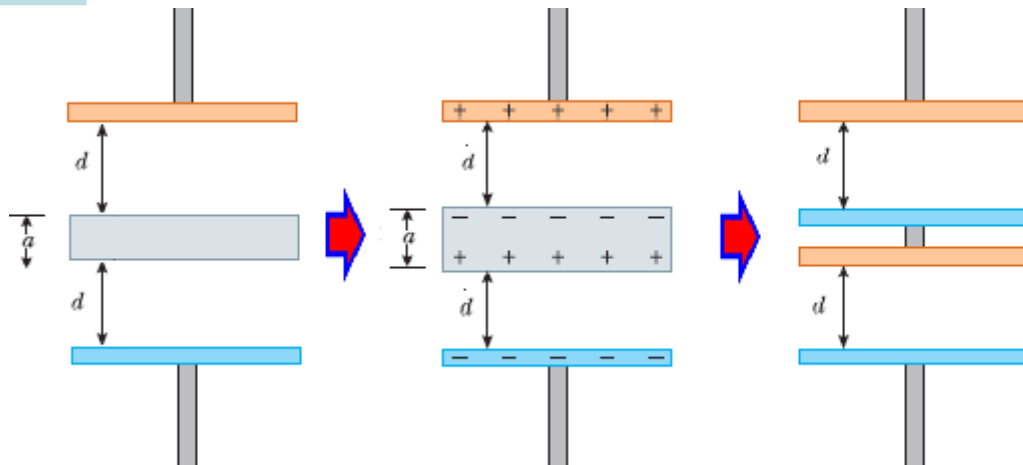
$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) = (3.19 \times 10^{-6} \text{ C / m}^2) \left(1 - \frac{1}{3.00} \right) = 2.12 \times 10^{-6} \text{ C / m}^2 = 2.12 \mu\text{C / m}^2$$

18-5 유전체와 전기용량

연습 18-12. 그림과 같이 평행판 축전기 안에 금속판을 넣으면 이 금속판 표면에는 양전하와 음전하가 대전되게 된다.(금속판의 두께 a 가 d 보다 매우 작은 경우로 생각하자.)

(가) 대전된 전하의 전하밀도가 평행판 축전기의 표면전하밀도와 크기가 같음을 증명하여라.

풀이 금속판의 위와 아래를 두 개의 도체판이라 생각하고 금속판의 내부는 전선이라 생각해도 된다.



평행판 축전기의 윗판이 전하량 Q 로 대전되어 있을 때 윗판과 가까운 금속판의 윗면에는 같은 크기의 음전하 $-Q$ 가 유도되고 먼 쪽인 금속판의 아랫면에는 같은 크기의 양전하 Q 가 유도된다. 즉, 금속판의 면적은 모두 같으므로 표면전하밀도는 (부호만 다를 뿐) 모두 같은 크기가 된다.

(나) 이 때 축전기의 전기용량이 두 개의 축전기를 직렬연결한 것과 같음을 보여라.

면적 A 이고 간격이 $2d$ 인 축전기의 전기용량은 (여기서 금속판의 두께 a 는 d 보다 매우 작다고 가정하자) 다음과 같다.

$$C = \lim_{a \rightarrow 0} \left(\frac{\epsilon_0 A}{2d + a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right)$$

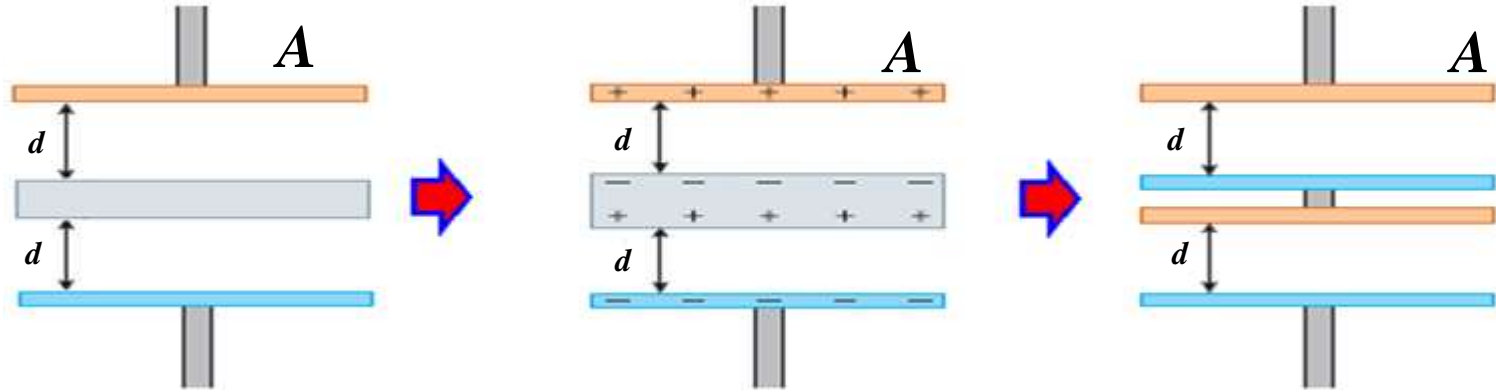
한편 면적 A 이고 간격은 d 인 두 축전기를 직렬 연결된 합성 전기용량의 값도 같은 결과가 됨을 알 수 있다.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\left| \frac{\epsilon_0 A}{d} \right|} + \frac{1}{\left| \frac{\epsilon_0 A}{d} \right|} \Rightarrow C = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right)$$

18-5 유전체와 전기용량 연습 18-5 과 유사 기출 2015년 6번

[기출문제]. 그림과 같이 면적이 A 인 두 도체 판으로 이루어진 평행판 축전기 안에 면적이 A 인 금속판을 삽입하였다. 축전기의 총 전기용량을 ϵ_0, A, d 를 이용해 표현하시오.

풀이 왼쪽 그림은 같은 전기용량을 갖는 축전기 2 개가 직렬로 연결된 경우와 같다.



한편 면적 A 이고 간격은 d 인 두 축전기를 직렬 연결된 합성 전기용량의 값을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right)$$

18-6 RC 회로

연습 18-13. 그림 18.12 와 같은 RC 회로에서 저항이 12 Ω 이고 축전기의 전기용량은 4.0 F 이라고 한다. 기전력으로는 1.5 V 의 건전지를 사용한다.

(가) 스위치를 a 에 연결한 후 오랜 시간이 지났을 때에 축전기의 전하량은 얼마인가?

(나) 이제 스위치를 b 에 연결하여 축전기를 방전시킨다, 전하량의 95 % 가 방전되는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

풀이

(가) 충전되는 회로에서 시간을 오래 두면 축전기의 전압은 기전력의 전압과 같아질 때 까지 전하량이 축적 된다.

$$q(t) = C\varepsilon \left[1 - e^{-t/RC} \right]$$

$$t \rightarrow \infty, q = C\varepsilon = (4.0 \times 10^{-6} F) \times (1.5V) = 6.0 \times 10^{-6} C$$

(나) 방전될 때는 전하량이 시간에 대해 지수함수적으로 감소하게 되는데 처음 전하량의 95 % 가 방전되면 남는 양은 전체 전하량의 5/100 의 비율만 남게 된다. 양변에 로그를 취하여 걸리는 시간을 얻을 수 있다.

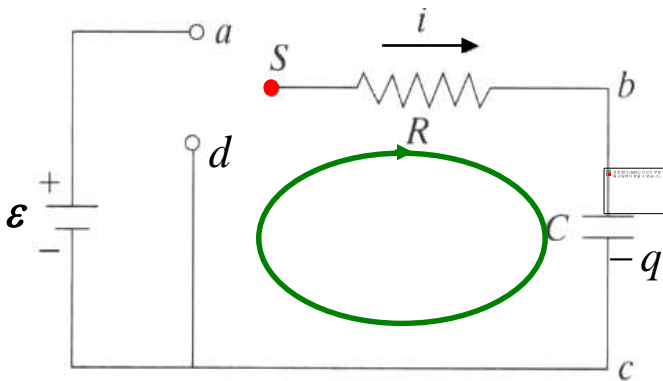


그림 18.12

$$q = q_0 e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \Rightarrow \frac{5}{100} q_0 = q_0 e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \Rightarrow \ln(0.05) = -\left(\frac{t}{RC}\right)$$

즉, 95%가 방전되는 데 걸린 시간은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \therefore t &= -RC \ln(0.05) = 12\Omega \times 4.0 \times 10^{-6} F \times (-2.99) \\ &= 1.44 \times 10^{-4} \text{ sec} \end{aligned}$$

18-6 RC 회로 연습 18-10 과 유사 기출 2012년 8번

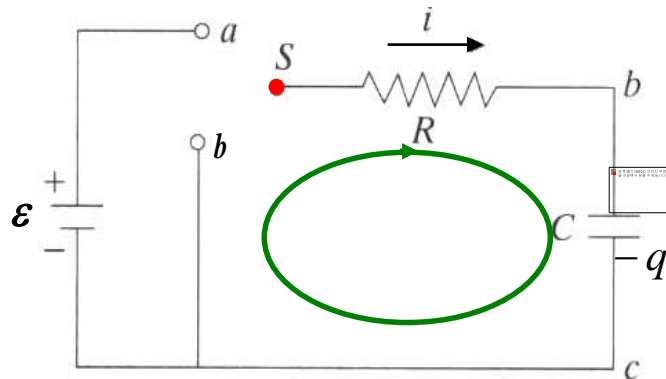
[기출문제] 오른쪽 그림과 같은 회로에서 저항 R 은 $5.0\ \Omega$ 이고 축전기의 전기용량은 $3.0\ \mu\text{F}$ 이다. 기전력 장치로는 $\mathcal{E}=6.0\ \text{V}$ 인 전지를 사용한다. 스위치 S 를 a 에 연결한 후 오랜 시간이 지났을 때에 축전기의 전하량은 얼마인가?

풀이

충전되는 회로에서 시간을 오래 두면 축전기의 전압은 기전력의 전압과 같아질 때까지 전하량이 축적된다.

$$q(t) = C\mathcal{E} \left[1 - e^{-t/RC} \right]$$

$$t \rightarrow \infty, q = C\mathcal{E} = (3.0 \times 10^{-6} \text{ F}) \times (6.0 \text{ V}) = 1.8 \times 10^{-5} \text{ C}$$



발전문제

연습 18-17. 그림과 같은 회로에서 (가) 스위치 S 가 열렸을 때 a 점에 대한 b점의 전위는 얼마인가?
 (나) 스위치 S 가 닫혔을 때 접지에 대한 a 점의 최종 전위는 얼마인가? (다) 스위치가 닫힌 이
 후 스위치를 통해 얼마나 많은 전하량이 흐르는가?

풀이

(가) 스위치 S 가 열렸을 때

스위치 S 가 열렸을 때는 직렬의 축전기 2개와 직렬의 저항 2 개가 병렬연결된 회로이므로 저항을 지나는 전류와 6.00 Ω 을 지난 후의 저하된 전압을 구하면

$$R_{total} = 6.00\Omega + 3.00 = 9.00(\Omega)(\text{직렬})$$

$$i_A = \frac{V}{R_{total}} = \frac{18.0V}{9.00\Omega} = 2.0A$$

$$V_a = 18.0V - (6.00\Omega \times 2.0A) = 6.0V$$

오른쪽의 축전기에 축전되는 전하량을 구하면 b 점에서의 저하된 전압을 구할 수 있다.

$$C_{total} = \frac{(6.00\mu F) \times (6.00\mu F)}{6.00\mu F + 3.00\mu F} = 2.00\mu F(\text{직렬})$$

$$Q = C_{total}V = (2.00\mu F)(18.0V) = 36.0\mu C$$

$$V_b = 18.0V - \frac{36.0\mu C}{6.00\mu F} = 12.0V$$

b 점은 접지에 대해 12.0 V , a 점은 6.0 V 의 전위에 해당한다. b 점이 a 점보다 6.0 V 의 높은 전위값이다.

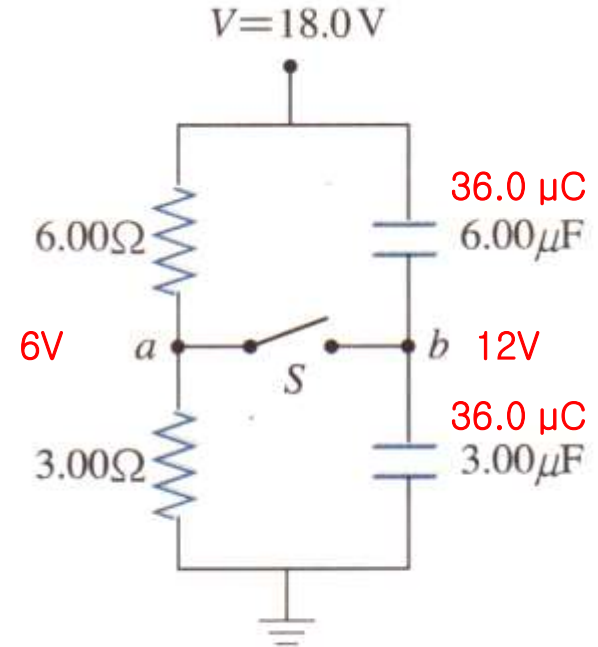


그림 P.18.4

연습 18-17. (계속) 그림과 같은 회로에서 (나) 스위치 S 가 닫혔을 때 접지에 대한 a 점의 최종 전위는 얼마인가? (다) 스위치가 닫힌 이후 스위치를 통해 얼마나 많은 전하량이 흐르는가?

풀이

(나) 스위치 S 가 닫혔을 때 접지에 대한 a 점의 전위 : $V_a = 6.0 \text{ V}$

(다) 스위치가 닫힌 이후 스위치를 통해 얼마나 많은 전하량이 흐르는가?

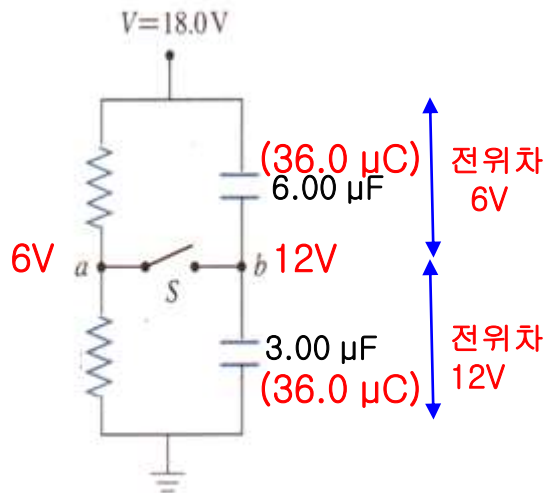


그림 P.18.4

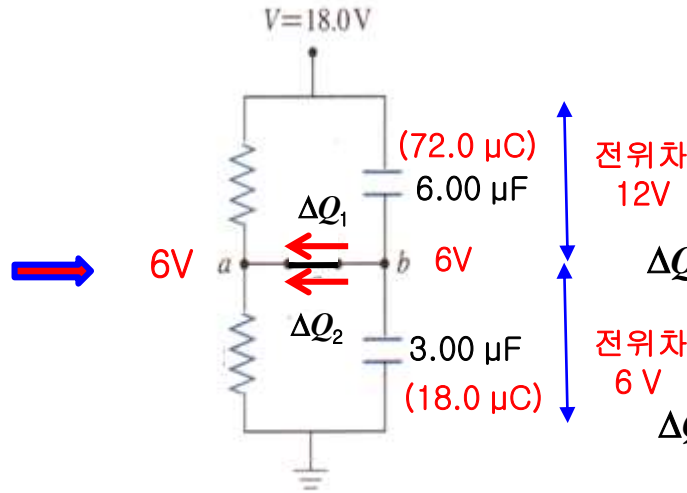


그림 P.18.4

$$\Delta Q_1 = 6 \mu\text{F} * (12\text{V} - 6\text{V}) = 36.0(\mu\text{C})$$

$$\Delta Q_2 = 3 \mu\text{F} * (6\text{V} - 12\text{V}) = -18.0(\mu\text{C})$$

(음의 부호는 반대방향)

직렬연결에서 축전기 양단의 전위차는 축전기의 전기용량에 반비례하므로 b 점의 전위가 a 점 보다 더 높으며 두 축전기는 각각 같은 전하량($36.0 \mu\text{C}$)을 갖는다. (왼쪽 그림)

스위치 S 가 닫히면 전위가 높은 b 점에서 낮은 a 점으로 전류가 흘러 등전위(6V)가 될 때 까지 $6.00 \mu\text{F}$ 의 축전기는 더 많은 전하량($36.0 \mu\text{C} \rightarrow 72.0 \mu\text{C}$)이 축전된다. 반면에 아래 폐회로의 $3.00 \mu\text{F}$ 축전기에서는 6V에 해당하는 만큼의 전하량만 허용되므로 일부 전하량이 반대방향으로 흘러 방출 된다. ($36.0 \mu\text{C} \rightarrow 18.0 \mu\text{C}$) (오른쪽 그림)

$$\text{스위치를 통해 흐른 총 전하량 : } |\Delta Q_1| + |\Delta Q_2| = 36 \mu\text{C} + 18 \mu\text{C} = 54.0(\mu\text{C})$$

18-2 키르히호프의 법칙 기출 2016년 주관식 2번 기출 2010년 주관식 1번

[기출문제] 아래 그림과 같이 저항과 축전기로 구성된 회로가 있다, 이 회로에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(가) 스위치 S가 열려 있을 때 (시간이 충분히 흐른 후), a 점과 b 점의 전위는 각각 얼마인가? (단위 포함)

풀이 스위치 S가 열렸을 때 저항은 병렬인 3.0Ω , 6.0Ω 의 합성저항을 구하고 직렬연결된 전체 합성 저항을 구한다.

$$R_{\text{병렬}} = \frac{6.0 \times 3.0}{6.0 + 3.0} = \frac{18}{9.0} = 2.0(\Omega), \quad R_{\text{total}} = 6.0 + 2.0 = 8.0(\Omega)$$

저항의 직렬연결에서 전압은 저항에 비례하므로 a점에서 전위는

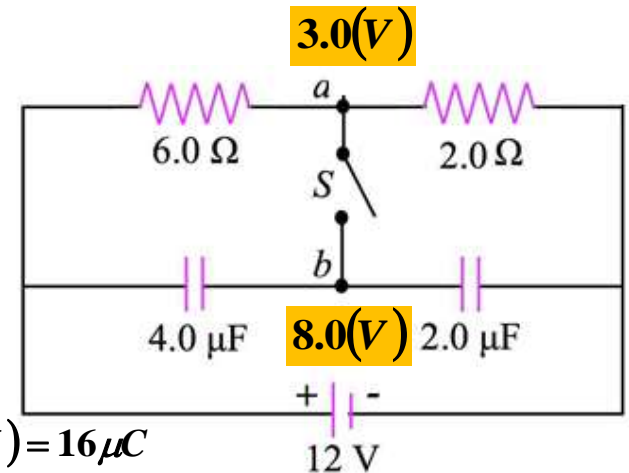
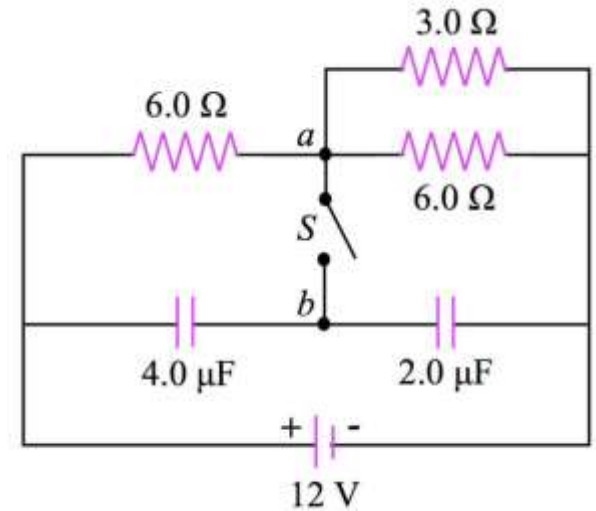
$$V_a = 12V \times \frac{(8.0 - 6.0)}{8.0} = 3.0(V)$$

이고 축전기의 직렬연결에서 전압은 축전기의 전기용량에 반비례하므로 b점에서 전위는 $8.0V$ 이다.
또는 전체 등가용량을 구하여 b점의 전위를 구해도 된다.

$$\left(V_b = 12V \times \frac{4.0}{6.0} = 8.0(V) \right)$$

$$C_{\text{total}} = \frac{4.0\mu F \times 2.0\mu F}{4.0\mu F + 2.0\mu F} = \frac{4.0}{3.0}\mu F \text{ (직렬)} \Rightarrow Q = C_{\text{total}}V = \left(\frac{4.0}{3.0}\mu F \right)(12V) = 16\mu C$$

$$\therefore V_b = 12V - \frac{16\mu C}{4.0\mu F} = 8.0V$$



[기출문제] 계속 -

(나) 스위치 S 를 닫고 충분한 시간이 흐른 후, 두 축전기에 충전된 전하량은 각각 얼마인가? (단위포함)

풀이 스위치 S 를 닫히면 b 점과 a 점은 등전위가 되므로 3 V 가 된다.

즉, 스위치 S 가 닫히면 전위가 높은 b 점에서 낮은 a 점으로 전류가 흘러 등전위 (3V)가 될 때 까지 4.0 μ F 의 축전기는 더 많은 전하량이 흐르게 된다 4.0 μ F 의 축전기에서 변화되는 전하량은

$$\Delta Q_{4.0\mu F} = 4.0\mu F * (8.0V - 3.0V) = 20(\mu C)$$

이고 8V 상태에서 3V 가 될 때 까지 4.0 μ F 의 축전기에 충전되는 총전하량은 (최종적으로 4.0 μ F 의 축전기에서 저장되는 전압은 9.0V 이다)

$$\therefore Q_{4.0\mu F} = 16\mu C + \Delta Q_{4.0\mu F} = 16\mu C + 20\mu C = 36(\mu C) \quad (\text{또는 } Q_{4.0\mu F} = 4.0\mu F \times 9.0V = 36(\mu C))$$

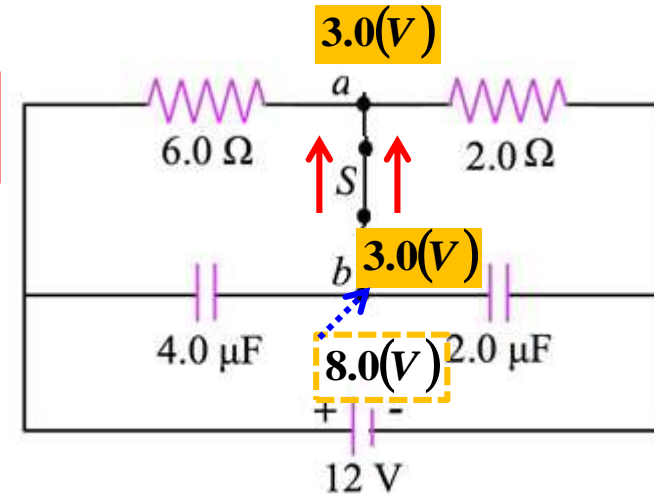
이다. 반면에 옆의 폐회로의 2.0 μ F 축전기에서는 8V 상태에서 3V 에 해당하는 만큼의 전하량만 허용되므로 변화된 전하량은

$$\Delta Q_{2.0\mu F} = 2.0\mu F * (3.0V - 8.0V) = -10(\mu C)$$

이며 10 μ C 전하량이 반대방향으로 흘러 방출 된다. 따라서 2.0 μ F 의 축전기에 최종 전하량은

$$\therefore Q_{2.0\mu F} = 16\mu C + \Delta Q_{2.0\mu F} = 16\mu C - 10\mu C = 6.0(\mu C)$$

이 된다. (2.0 μ F 의 축전기에서 저장되는 전압은 3.0 V 이다.) (또는 $Q_{4.0\mu F} = 2.0\mu F \times 3.0V = 6.0(\mu C)$)



[기출문제] 계속

(다) 스위치를 닫기 전과 후에 두 축전기에 저장된 총 에너지는 각각 얼마인가? (단위포함)

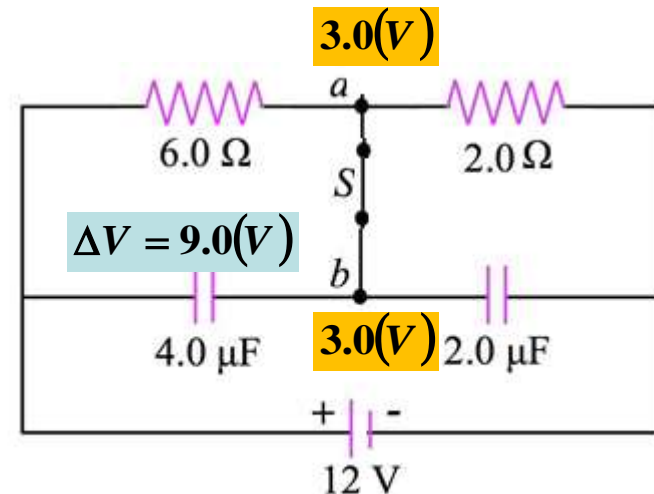
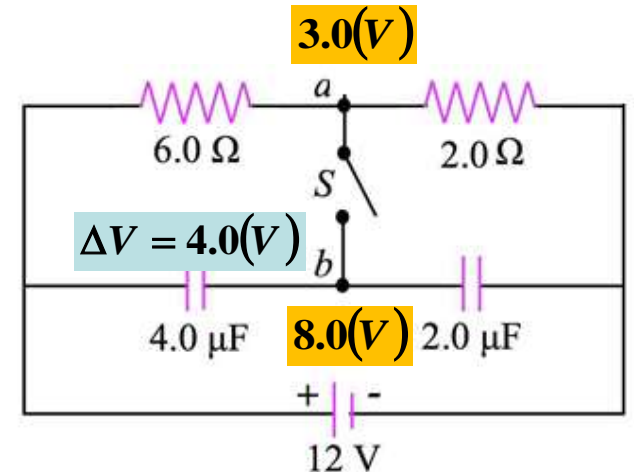
풀이

스위치 S 를 열려있을 때 축전기에 저장된 에너지

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{1}{2} C_{4.0\mu F} V_{4.0\mu F}^2 + \frac{1}{2} C_{2.0\mu F} V_{2.0\mu F}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 4.0\mu F \times (4.0V)^2 + \frac{1}{2} \times 2.0\mu F \times (8.0V)^2 = 96(\mu J)
 \end{aligned}$$

스위치 S 를 닫혀있을 때 축전기에 저장된 에너지

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{1}{2} C_{4.0\mu F} V_{4.0\mu F}^2 + \frac{1}{2} C_{2.0\mu F} V_{2.0\mu F}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 4.0\mu F \times (9.0V)^2 + \frac{1}{2} \times 2.0\mu F \times (3.0V)^2 = 171(\mu J)
 \end{aligned}$$



18-2 키르히호프의 법칙 기출 2011년 8번

[기출문제] 아래 그림과 같은 회로에서 B 점에 대한 A 점의 전위는 몇 V 인가?

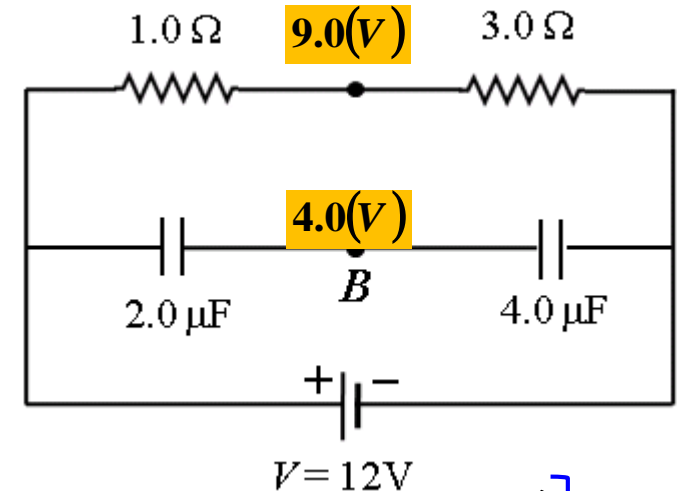
풀이 직렬연결된 1.0Ω , 3.0Ω 의 합성저항은 4.0Ω 이다.

$$R_{total} = 1.0 + 3.0 = 4.0(\Omega)$$

저항의 직렬연결에서 전압은 저항에 비례하므로 a점에서 전위는 다음과 같다.

$$V_a = 12V \times \frac{(4.0 - 1.0)}{4.0} = 9.0(V)$$

또는 아래와 같이 구해도 된다. $\left(i = \frac{12V}{4.0\Omega} = 3(A) \Rightarrow V_b = 12V - 1.0\Omega \times 3A = 9.0V \right)$



이고 축전기의 직렬연결에서 전압은 축전기의 전기용량에 반비례하므로 b 점에서 전위는 $8.0V$ 이다 . 또는 전체 등가용량을 구하여 b 점의 전위를 구해도 된다.

$$\left(V_b = 12V \times \frac{2.0}{6.0} = 4.0(V) \right)$$

또는 아래의 방식으로 구해도 된다.

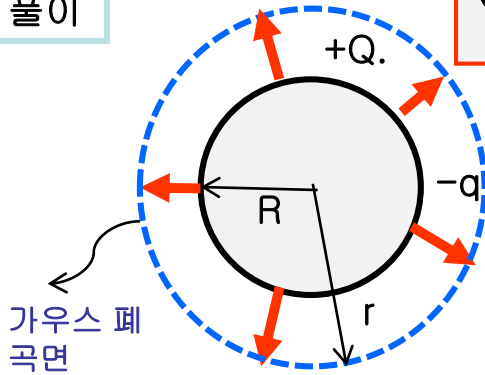
$$C_{total} = \frac{2.0\mu F \times 4.0\mu F}{2.0\mu F + 4.0\mu F} = \frac{4.0}{3.0}\mu F \text{ (직렬)} \Rightarrow Q = C_{total}V = \left(\frac{4.0}{3.0}\mu F \right)(12V) = 16\mu C$$

$$\therefore V_b = 12V - \frac{16\mu C}{2.0\mu F} = 4.0V$$

기출 2013년 주관식 1번

[기출문제] 오른 쪽 그림과 같이 반지름이 R 인 도체구가 있다. 이 도체 구가 총 전하량 Q 로 대전되어 있다고 할 때, 다음 질문 들에 답하여라. 단, 도체 구 외부의 공간은 진공 상태이며 진공에서의 유전율은 ϵ_0 이다 .

풀이



(가) 도체 구 중심에서 부터 거리를 r 이라고 할 때 $r < R$ 인 영역과 $r > R$ 인 영역에서 전기장을 각각 구하여라.

$r < R$ 인 영역의 도체 내부에서 전하는 힘을 받지 않는다. 따라서 전기장도 0 이다,

$$E = 0$$

$r > R$ 영역의 전기장을 구하려면 R 보다 큰 구의 가우스 폐곡면을 을 잡고 가우스 법칙을 적용한다. 가우스 폐곡면 내부의 총 전하량은 $+Q$ 이므로 전기장은 점전하에 의한 전기장과 같다.

$$\Phi_{total} = \oint_S E \cdot da = 0 \Rightarrow 4\pi r^2 \cdot E = \frac{Q}{\epsilon_0} \therefore E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(나) 도체 구 중심에서 부터 거리를 r 이라고 할 때 $r < R$ 인 영역과 $r > R$ 인 영역에서 전기장을 각각 구하여라.이 때 무한 위치에서 전위를 0 으로 둔다.

$r > R$ 인 영역의 전위는 전기장을 적분하여 구할 수 있다. 무한대를 기준으로 거리 r 에서의 전위를 구한다.

$$\Delta V = V_r - V_\infty = -\int_\infty^r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{r=\infty}^{r'=r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (r > R)$$

$r < R$ 인 영역의 전위는 전기장이 0 이므로 일정한 상수 값이다.

따라서 도체 내부의 전위는 도체 표면의 전위와 같게 된다. 따라서 $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ ($r \leq R$) 이다,

(다) 이 도체 구의 전기용량을 구하여라.

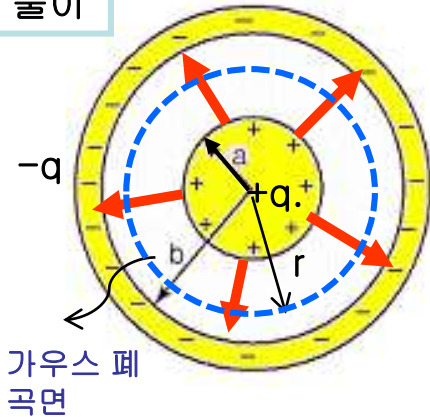
반지름 R 인 도체의 전기용량 :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \right)} = 4\pi\epsilon_0 R$$

기출 2016년 주관식 1번

[기출문제] 아래 그림과 같이 반지름이 a 인 도체 구를 반지름 b 인 공 껍질 모양의 도체가 감싸고 있다. 두 도체구의 중심은 같다. 안쪽 도체구가 $+q$, 공 껍질 모양의 바깥쪽 도체가 $-q$ 의 전하량으로 대전되어 있다.

풀이



(가) 안쪽 도체 구와 바깥쪽 도체 사이 공간에서의 전기장 세기를 중심에서의 거리 r 의 함수로 나타내시오. (단 $a < r < b$)

$a < r < b$ 영역의 전기장을 구하려면 a 보다 큰 구의 가우스 폐곡면을 잡아 가우스 법칙을 적용한다. 가우스 폐곡면 내부의 총 전하량은 $+q$ 이므로 전기장은 점전하에 의한 전기장과 같다.

$$\Phi_{total} = \oint_S E \cdot da = q / \epsilon_0 \quad \Rightarrow \quad 4\pi r^2 \cdot E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \therefore E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(나) 두 도체 구 사이의 전위차를 구하시오.

전위는 전기장을 적분하여 구할 수 있다.

$$\Delta V = V_a - V_b = -\int_b^a E dr = -\int_b^a \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{r=b}^{r=a} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(b-a)}{ab}$$

(다) 두 도체 구를 축전기로 사용할 때 전기용량을 구하시오.

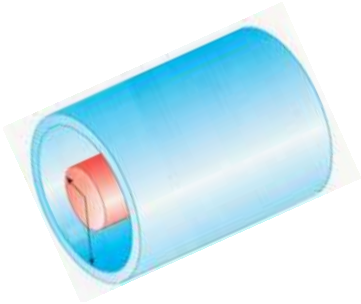
전기용량 :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{b-a}{ab} \right)} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} \right)$$

발전문제

연습 18-20. 반지름이 a 인 도체 원통을 이보다 더 큰 반지름 b 인 원통 모양의 도체가 있고 그 중심은 같다. 이 두 원통 사이에는 유전율이 ϵ 인 유전물질로 채워져 있다, 이 원통형 축전기의 전기용량을 구하여라.

풀이

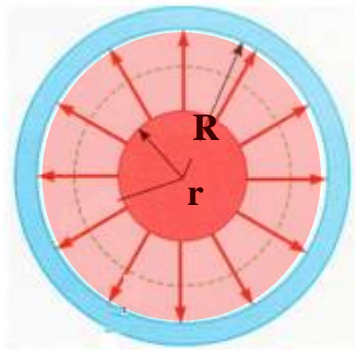


유전물질이 없을 때 각각의 원통에 $+Q$ 와 $-Q$ 의 전하량이 대전되었다고 가정하자
두 원통도체 사이 전위차 V_0 는 (연습문제 16-20 참조)

$$V_0 = V_r - V_R = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

이고 유전물질로 채워져 있으면 이 사이의 전위차는 그 유전체의 유전상수 κ 만큼 전위차가 줄어들게 된다.

$$V = \frac{V_0}{\kappa} = \frac{Q}{2\pi\kappa\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (\epsilon = \kappa\epsilon_0) \quad \text{유전체의 유전율}$$



그러므로 전기용량은 다음 식으로 주어진다.

$$\therefore C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$