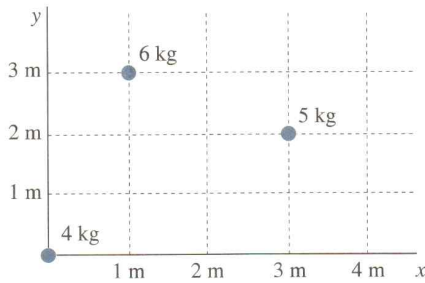


대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) – by 송현석

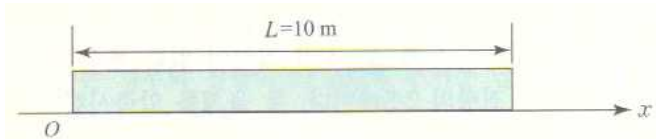
1. 아래 그림과 같이 좌표 상에 놓인 세 개 입자의 질량 중심의 좌표  $(x, y)$ 는?



$$\left(\frac{7}{5}m, \frac{28}{15}m\right)$$

$$\begin{aligned}x_{cm} &= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4kg \times 0m) + (6kg \times 1m) + (5kg \times 3m)}{4kg + 6kg + 5kg} \\&= \frac{0kg \cdot m + 6kg \cdot m + 15kg \cdot m}{15kg} = \frac{21kg \cdot m}{15kg} = \frac{7}{5}m \\y_{cm} &= \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4kg \times 0m) + (6kg \times 3m) + (5kg \times 2m)}{4kg + 6kg + 5kg} \\&= \frac{0kg \cdot m + 18kg \cdot m + 10kg \cdot m}{15kg} = \frac{28kg \cdot m}{15kg} = \frac{28}{15}m\end{aligned}$$

2. 단위길이당 막대질량  $\lambda$ 가 아래와 같이 주어질 때, 길이  $L = 10.0\text{ m}$  막대의 총 질량과 질량중심을 구하여라.



$$dm = \lambda dx$$

(1) 단위길이당 막대질량  $\lambda = 5.00\text{ (kg/m)}$

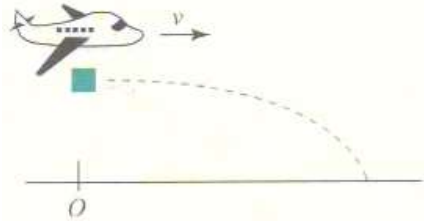
$$\begin{aligned}M &= \int dm = \int_0^L \lambda dx = \lambda \int_0^L dx = \lambda [x]_0^L = \lambda L = 5.00\text{ kg/m} \times 10.0\text{ m} = 50.0\text{ kg} \\x_{cm} &= \frac{1}{M} \int_0^L x dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx = \frac{\lambda}{M} \int_0^L x dx = \frac{\lambda}{M} \left[ \frac{1}{2} x^2 \right]_0^L \\&= \frac{\lambda}{M} \left( \frac{1}{2} L^2 \right) = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{2} L^2 \right) = \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \times 10.0\text{ m} = 5.00\text{ m}\end{aligned}$$

(2) 단위길이당 막대질량  $\lambda = x\text{ (kg/m)}$

$$\begin{aligned}M &= \int dm = \int_0^L \lambda dx = \int_0^L x dx = \left[ \frac{1}{2} x^2 \right]_0^L = \frac{1}{2} L^2 = \frac{1}{2} \times (10.0)^2 = 50.0\text{ kg} \\x_{cm} &= \frac{1}{M} \int_0^L x dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx = \frac{1}{M} \int_0^L x^2 dx = \frac{1}{M} \left[ \frac{1}{3} x^3 \right]_0^L \\&= \frac{1}{M} \left( \frac{1}{3} L^3 \right) = \frac{1}{3} \frac{L^3}{M} = \frac{1}{3} \times \frac{(10.0)^3}{50.0} = \frac{20}{3}\text{ m}\end{aligned}$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

3.  $h = 80.0\text{ m}$  높이를 속력  $30.0\text{ m/s}$ 로 수평비행 하면서, 질량  $0.50\text{ kg}$ 의 소포를 지표면으로 떨어뜨렸다. 낙하하는 중간에 소포가 풀려서 두 개로 갈라졌다. 그중 질량  $0.10\text{ kg}$ 의 소포 조각을 낙하 시작지점으로부터  $80.0\text{ m}$ 에서 찾았다면, 나머지 부분은 어디서 찾을 수 있겠는가? (여기서, 중력가속도  $g = 10.0\text{ m/s}^2$ 을 사용하라.)



$$y\text{-방향} \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 0 = h + 0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x\text{-방향} \quad x = v_{0x}t = v_{0x}\sqrt{\frac{2h}{g}} = 30.0\text{ m/s} \times \sqrt{\frac{2 \times 80.0\text{ m}}{10.0\text{ m/s}^2}} = 120\text{ m} = x_{cm}$$

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.10\text{ kg} \times 80.0\text{ m} + 0.40\text{ kg} \times x_2}{0.10\text{ kg} + 0.40\text{ kg}} = 120\text{ m}$$

$$\Rightarrow 0.10\text{ kg} \times 80.0\text{ m} + 0.40\text{ kg} \times x_2 = 120\text{ m} \times (0.10\text{ kg} + 0.40\text{ kg})$$

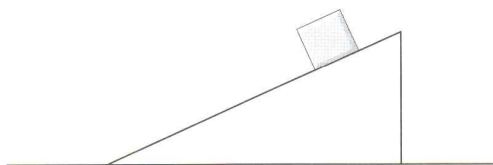
$$0.40\text{ kg} \times x_2 = 120\text{ m} \times (0.10\text{ kg} + 0.40\text{ kg}) - 0.10\text{ kg} \times 80.0\text{ m}$$

$$x_2 = \frac{120\text{ m} \times (0.10\text{ kg} + 0.40\text{ kg}) - 0.10\text{ kg} \times 80.0\text{ m}}{0.40\text{ kg}}$$

$$= \frac{120\text{ m} \times 0.50\text{ kg} - 0.10\text{ kg} \times 80.0\text{ m}}{0.40\text{ kg}}$$

$$= 130\text{ m}$$

4. 그림과 같이 큰 썰기 모양의 나무토막이 마찰이 없는 수평면에 놓여 있다. 작은 벽돌이 나무토막의 거친 경사면 위를 미끄러져 내려오기 시작한다면, 작은 벽돌이 움직이는 동안 벽돌과 나무토막의 질량 중심은 어느 쪽으로 움직이는가?



수직 아래쪽 방향

큰 썰기 모양의 나무토막은 바닥 수평면과의 접촉면 사이에 마찰이 없으므로 자유롭게 움직일 수 있는 상황이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌 사이에 작용하는 힘은 내력이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌로 이루어진 하나의 계에 작용하는 힘은 지구에 의한 중력과 수평면으로부터 큰 썰기모양의 나무토막에 작용하는 수직항력뿐이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌로 이루어진 하나의 계에 작용하는 힘인 중력과 수직항력은 모두 수직 방향의 힘 이므로 수평 방향으로의 힘은 없다.

따라서 수평 방향으로의 두 물체의 질량 중심의 이동은 없어야 한다.

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

5.  $3.00\text{ m/s}$ 의 속력으로 움직이는 보도가 있다. 평균적으로 매초 4명의 정지해 있던 사람이 보도 위로 올라서고 4명의 사람이 보도에서 내려온다. 한 사람의 질량이  $60.0\text{ kg}$ 일 때, 이 보도를 계속 움직이게 하기 위해서 필요한 평균힘은 얼마인가? (타는 것만 고려)

$$v = 3.00\text{ m/s}, \quad m = 60.0\text{ kg}$$

$$\Delta P = \bar{F} \Delta t$$

$$\Rightarrow \quad \bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{4\Delta p}{\Delta t} = \frac{4\Delta mv}{\Delta t} = \frac{4 \times 60.0\text{ kg} \times 3.00\text{ m/s}}{1\text{ s}} = 720\text{ kg} \cdot \text{m/s} = 720\text{ N}$$

6. 두 사람 A와 B는 같은 운동에너지를 가지고 있다. A의 질량이 B의 9배일 때, A와 B의 운동량의 비는 얼마인가?

$$m_A = 9m_B$$

$$K_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2 = K_B \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_A}{p_B} &= \frac{m_A v_A}{m_B v_B} = \frac{m_A}{m_B} \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = \sqrt{\frac{9m_B}{m_B}} = \sqrt{9} = 3 \\ \Rightarrow \quad p_A : p_B &= 3 : 1 \end{aligned}$$

7. 마찰이 없는 수평면 위에 두 물체 X, Y가 질량이 없는 용수철에 매여 정지해 있다. X의 질량은 Y의 질량의  $2/5$ 배이다. 두 물체를 압축시켰다가 놓을 때, X의 운동에너지는 Y의 운동에너지의 몇 배가 되는가?

$$m_X = \frac{2}{5} m_Y$$

두 물체 X, Y는 동일한 스프링으로 동일한 힘  $F = -kx$ 를 받으므로 운동량의 변화도 동일해야 한다.

$$p_X = p_Y \quad \Rightarrow \quad m_X v_X = m_Y v_Y \quad \Rightarrow \quad \frac{v_X}{v_Y} = \frac{m_Y}{m_X} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2} kx = \begin{cases} \frac{1}{2} m_X v_X^2 = \frac{1}{2} \frac{2}{5} m_Y \left( \frac{5}{2} v_Y \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{5}{2} m_Y v_Y^2 \\ \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 = \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{K_X}{K_Y} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \quad K_X = \frac{5}{2} K_Y$$

## 대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) – by 송현석

8.  $200\text{m/s}$ 의 속력으로 운동하는 질량  $0.10\text{kg}$ 인 공을 야구 글러브로 받았다. 공이 글러브에 힘을 작용하는 시간이  $10.0\text{ms}$  였다면, 공이 글러브에 작용한 힘의 크기는 얼마인가? (단, 힘의 크기는 충돌 중 일정하다고 가정하라.)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{(0.10\text{kg}) \times (200\text{m/s})}{10.0 \times 10^{-3}\text{s}} = 2.00 \times 10^3\text{N}$$

9. 질량  $50.0\text{g}$ 의 테니스공이  $60.0\text{km/h}$ 로 날아오고 있다. 어떤 선수가 되받아쳐서 공을 같은 속도로 반대방향으로 보내려면, 이 선수가 공에 가해야 할 충격량은 얼마인가?

$$60.0\text{km/h} = 60.0 \times 10^3\text{m/h} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \approx 16.7\text{m/s}$$

$$J = \Delta p = p_f - p_i = mv_f - mv_i = m(v_f - v_i) = 0.05\text{kg} \times (-16.7\text{m/s} - 16.7\text{m/s}) \\ \approx -1.67\text{kg} \cdot \text{m/s} = -1.67\text{N} \cdot \text{s}$$

10. 어떤 탄환 하나의 질량은  $5.00\text{g}$ 이며 속력은  $200\text{m/s}$ 이다. 이 탄환은 1초에 10발 발사될 수 있다. 이러한 상태로 발사되는 탄환들이 모두 커다란 나무토막에 박히고 있다면 나무토막이 받는 평균 힘은 얼마인가?

$$m = 5.00\text{g} = 5.00 \times 10^{-3}\text{kg} \quad v = 200\text{m/s}$$

$$p_i = mv, \quad p_f = 0$$

$$\Delta p_{\text{탄환}} = p_f - p_i = 0 - mv = -mv$$

$$\Delta t = 1\text{s}$$

$$F_{\text{탄환}} = \frac{10 \times \Delta p_{\text{탄환}}}{\Delta t} = \frac{10 \times (-mv)}{1\text{s}} = \frac{-10 \times (5.00 \times 10^{-3}\text{kg}) \times (200\text{m/s})}{1\text{s}} = -10.0\text{N}$$

$$F_{\text{나무}} = -F_{\text{탄환}} = -(-10.0\text{N}) = 10.0\text{N}$$

11. 수평인 공기 트랙 위에서 속력  $v$ 로 움직이는 질량이  $m$ 인 수레가 정지해 있는 질량  $2m$ 인 수레와 충돌하여 서로 연결된 채 같이 움직인다. 한 수레가 다른 수레에 전달한 충격량은 얼마인가?

$$mv + 0 = 3mv' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{m}{3m}v = \frac{1}{3}v$$

$$J = \Delta p = 2mv' - 0 = 2mv' = 2m \frac{1}{3}v = \frac{2}{3}mv$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) – by 송현석

12. 질량  $1.00\text{ kg}$  인 물체가 속력  $10.0\text{ m/s}$  로 정지해 있던 질량  $4.00\text{ kg}$  의 물체와 충돌한 후, 두 물체가 직선운동 하였을 때, 아래 물음에 답하여라.

(1) 두 물체가 한 덩이로 날아가는 경우 (완전 비탄성충돌), 속력을 구하여라.

$$\begin{aligned}
 m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) V \\
 \Rightarrow V &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\
 &= \frac{1.00\text{ kg} \times 10.0\text{ m/s} + 4.00\text{ kg} \times 0.00\text{ m/s}}{1.00\text{ kg} + 4.00\text{ kg}} \\
 &= \frac{10.0\text{ kg} \cdot \text{m/s}}{5.00\text{ kg}} = 2.00\text{ m/s} \\
 &= 2.00\text{ m/s}
 \end{aligned}$$

(2) 완전 탄성충돌을 한 경우, 충돌 후 두 물체의 속력을 각각 구하여라.

$$(6.21\text{식}) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$(6.22\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\begin{aligned}
 (6.23\text{식}) \quad v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \\
 &= \frac{1.00\text{ kg} - 4.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg} + 4.00\text{ kg}} \times 10.0\text{ m/s} + \frac{2 \times 0.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg} + 4.00\text{ kg}} \times 0.00\text{ m/s} \\
 &= -\frac{3.00\text{ kg}}{5.00\text{ kg}} \times 10.0\text{ m/s} + \frac{0.00\text{ kg}}{5.00\text{ kg}} \times 0.00\text{ m/s} \\
 &= -6.00\text{ m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6.24\text{식}) \quad v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \\
 &= \frac{2 \times 1.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg} + 4.00\text{ kg}} \times 10.0\text{ m/s} + \frac{4.00\text{ kg} - 1.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg} + 4.00\text{ kg}} \times 0.00\text{ kg} \\
 &= \frac{2.00\text{ kg}}{5.00\text{ kg}} \times 10.0\text{ m/s} + \frac{3.00\text{ kg}}{5.00\text{ kg}} \times 0.00\text{ kg} \\
 &= 4.00\text{ m/s}
 \end{aligned}$$

13. 원자로 내부에서 많은 양의 빠른 중성자가 발생된다. 이 중성자들의 속력을 감소시키기 위해서 중성자들을 다른 원자에 충돌시킨다. 빠른 중성자가 같은 질량을 가진 수소의 원자핵(양성자)에 충돌하는 경우와 질량이 약 200배 무거운 납 원자핵에 정면충돌할 때, 어느 경우 더 많은 운동에너지를 잃겠는가?

$$(6.21\text{식}) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$(6.22\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$(6.23\text{식}) \quad v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$(6.24\text{식}) \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

수소  $m_1 = m_2 = m, \quad v_1 = v, \quad v_2 = 0 \quad \text{이므로}$

$$v_1' = \frac{m - m}{m + m} v_1 + \frac{2m}{m + m} v_2 = \frac{2m}{m + m} v_2 = v_2 = 0$$

$$v_2' = \frac{2m}{m + m} v_1 + \frac{m - m}{m + m} v_2 = \frac{2m}{m + m} v_1 = v_1 = v$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = 0$$

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} m v^2 = -\frac{1}{2} m v^2$$

100% 손실 (정지한다)

납  $m_1 = m, \quad m_2 = 200m \quad v_1 = v, \quad v_2 = 0 \quad \text{이므로}$

$$v_1' = \frac{m - 200m}{m + 200m} v_1 + \frac{2 \times 200m}{m + 200m} v_2 = -\frac{199m}{201m} v_1 + \frac{400m}{201m} v_2 = -\frac{199}{201} v$$

$$v_2' = \frac{2m}{m + 200m} v_1 + \frac{200m - m}{m + 200m} v_2 = \frac{2m}{201m} v_1 + \frac{199m}{201m} v_2 = \frac{2}{201} v$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} m \left(-\frac{199}{201} v\right)^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{199}{201}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \Delta K = K_f - K_i &= \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{199}{201}\right)^2 - \frac{1}{2} m v^2 \\ &= \frac{1}{2} m v^2 \left[ \left(\frac{199}{201}\right)^2 - 1 \right] \approx (-0.0198) \times \frac{1}{2} m v^2 \end{aligned}$$

1.98% 손실 (뒤로 되튕다)

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) – by 송현석

14. 질량  $m$ 인 물체가 정지하고 있는 같은 질량의 물체와 탄성충돌한 후, 초기 진행방향과  $30^\circ$ 의 각으로 비껴나갔다. 나머지 물체는 어떤 각도로 진행하게 되겠는가?

$$(6.28\text{식}) \quad m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos \theta_1 + m_2 v_2' \cos \theta_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_1' \cos \theta_1 + v_2' \cos \theta_2$$

$$(6.28\text{식}) \quad 0 = m_1 v_1' \sin \theta_1 - m_2 v_2' \sin \theta_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_1' \sin \theta_1 - v_2' \sin \theta_2$$

$$(6.29\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad \Rightarrow \quad v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

$$\Rightarrow \quad < \text{피타고라스의 정리} > \quad \Rightarrow \quad \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \theta_2 = 90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

15. 질량이  $m$ 인 공이  $v$ 의 속력으로 지면을 향하여 던져졌다. 이 공이 지면과  $45^\circ$ 의 각으로 부딪힌 후 같은 속력으로 튀어나온다면 공의 운동량 변화량은 얼마인가?

$$\vec{p}_i = mv \cos 45^\circ \hat{i} - mv \sin 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{p}_f = mv \cos 45^\circ \hat{i} + mv \sin 45^\circ \hat{j}$$

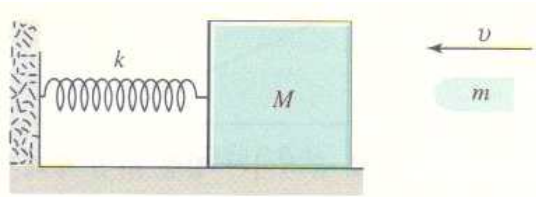
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$= (mv \cos 45^\circ - mv \cos 45^\circ) \hat{i} + (mv \sin 45^\circ - (-mv \sin 45^\circ)) \hat{j}$$

$$= (2mv \sin 45^\circ) \hat{j}$$

$$= (\sqrt{2}mv) \hat{j}$$

16. 그림과 같이 질량  $m$ 인 총알이 용수철에 달려 있는 질량  $M$ 인 나무토막에 속도  $v$ 로 날아와 박혔다. 용수철 상수는  $k$ 이고 용수철 끝은 벽에 고정되어 있으며, 나무토막과 바닥면 사이의 마찰은 무시한다. 이때, 용수철의 최대 압축 거리를 구하여라.



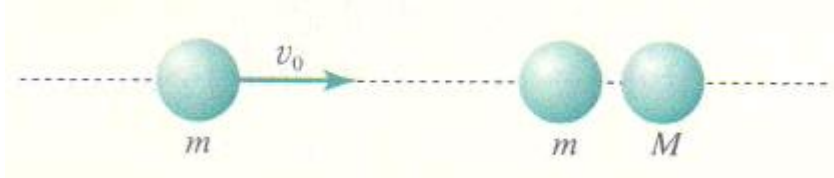
$$mv = (M+m)v' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{mv}{M+m}$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} (M+m)v'^2 = \frac{1}{2} (M+m) \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2} = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{(M+m)}$$

$$kx^2 = \frac{m^2 v^2}{(M+m)} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{k(M+m)}} = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

17. 질량이  $m$ 인 물체가 속력  $v_0$ 로 운동하고 있다. 이 물체의 앞에 질량이 각각  $m$ 과  $M$ 인 두 물체가 서로 떨어진 채 놓여 있다. 이 물체들이 서로 정면 탄성 충돌한다고 할 때,  $M > m$ 인 경우 이 상황에서는 3번의 충돌이 일어남을 보이고, 각 물체의 최종 속도를 구하여라.



1차 충돌

$$m_1 = m_2 = m, \quad v_1 = v_0, \quad v_2 = 0 \quad \text{이므로}$$

$$v_1' = \frac{m-m}{m+m}v_1 + \frac{2m}{m+m}v_2 = \frac{2m}{m+m}v_2 = v_2 = 0$$

$$v_2' = \frac{2m}{m+m}v_1 - \frac{m-m}{m+m}v_2 = \frac{2m}{m+m}v_1 = v_1 = v_0 > 0$$

2차 충돌

$$m_2 = m, \quad m_3 = M, \quad v_2' = v_0, \quad v_3 = 0 \quad \text{이므로}$$

$$v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_2' + \frac{2M}{m+M}v_3 = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0$$

$$v_3' = \frac{2m}{m+M}v_2' - \frac{m-M}{m+M}v_3 = \frac{2m}{m+M}v_0 > 0$$

3차 충돌

$$m_1 = m_2 = m, \quad v_1' = 0, \quad v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 \quad \text{이므로}$$

$$v_1'' = \frac{m-m}{m+m}v_1' + \frac{2m}{m+m}v_2'' = \frac{2m}{m+m}v_2'' = v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0$$

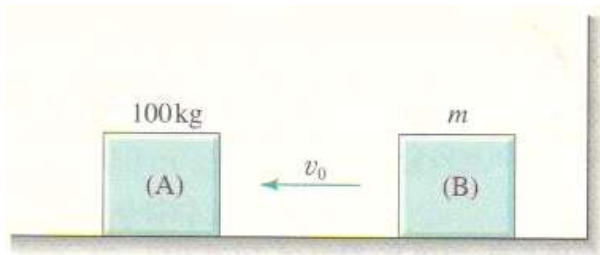
$$v_2''' = \frac{2m}{m+m}v_1' - \frac{m-m}{m+m}v_2'' = \frac{2m}{m+m}v_1' = v_1' = 0$$

$$v_1'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0, \quad v_2''' = 0, \quad v_3' = \frac{2m}{m+M}v_0 > 0$$



대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (6장) – by 송현석

18. 질량  $100\text{kg}$ 인 물체 (A)가 마찰이 없는 평면 위에 놓여 있다. 이 물체 한편에는 벽면이 있으며, 그 벽면과 물체 사이에는 질량  $m$ 인 물체 (B)가 어떤 속력  $v_0$ 로 (A)를 향하여 운동하고 있다. 물체 (B)는 (A)와 한 번 충돌한 후 다시 벽과 충돌한 다음 처음의 운동 방향으로 운동한다고 한다. 모든 충돌이 탄성충돌이라 할 때, 충돌이 모두 끝난 후 두 물체의 속도가 같다면 물체 (B)의 질량은 얼마인가?  
(벽의 질량은 무한히 크다고 가정하라.)



1차 충돌

$$v_{(A)} = 0, \quad v_{(B)} = v_0 \quad \text{이므로}$$

$$v_{(A)}' = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(A)} + \frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(B)} = \frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 > 0$$

$$\begin{aligned} v_{(B)}' &= \frac{2m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(A)} - \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(B)} = -\frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 \\ &= \frac{m_{(B)} - m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 < 0 \end{aligned}$$

2차 충돌 (벽에 충돌)

$$v_{(B)}'' = -v_{(B)}' = -\frac{m_{(B)} - m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 > 0$$

$$v_{(A)}' = v_{(B)}''$$

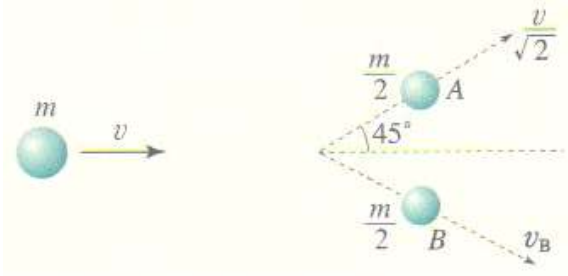
$$\frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0$$

$$2m_{(B)} = m_{(A)} - m_{(B)}$$

$$3m_{(B)} = m_{(A)}$$

$$m_{(B)} = \frac{1}{3} m_{(A)} = \frac{1}{3} \times 100\text{kg} = \frac{100}{3}\text{kg}$$

19. 그림과 같이 질량  $m$ , 속도  $v$ 인 물체가 내부 반응에 의해 어느 순간 질량이  $\frac{m}{2}$ 인 둘로 쪼개져서 운동한다. 물체에 작용하는 중력은 무시한다.



- (1) 이때 물체의 총 운동량은 쪼개지기 전과 비교해 어떻게 되는가?

불변이다. (보존된다.)

- (2) B의 속력은 얼마인가?

< x 방향 >

$$\begin{aligned} mv &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \cos 45^\circ + \frac{m}{2} v_B \cos \theta \\ mv &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{m}{2} v_B \cos \theta \\ v &= \frac{1}{4} v + \frac{1}{2} v_B \cos \theta \\ \frac{1}{2} v_B \cos \theta &= v - \frac{1}{4} v = \frac{3}{4} v \\ v_B \cos \theta &= \frac{3}{2} v \end{aligned}$$

< y 방향 >

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \sin 45^\circ - \frac{m}{2} v_B \sin \theta \\ 0 &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{m}{2} v_B \sin \theta \\ 0 &= \frac{1}{4} v - \frac{1}{2} v_B \sin \theta \\ \frac{1}{2} v_B \sin \theta &= \frac{1}{4} v \\ v_B \sin \theta &= \frac{1}{2} v \end{aligned}$$

$$v_B = \sqrt{(v_B \cos \theta)^2 + (v_B \sin \theta)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}v\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}v^2 + \frac{1}{4}v^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}v$$

- (3) 이때 물체의 총 운동에너지는 쪼개지기 전과 비교해 어떻게 되는가?

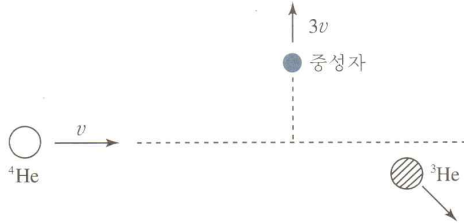
폭발 전 운동에너지  $K_i = \frac{1}{2}mv^2$

폭발 후 운동에너지 
$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2} \frac{m}{2} \left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{2} \left(\frac{\sqrt{10}}{2}v\right)^2 = \frac{mv^2}{8} + \frac{10mv^2}{16} \\ &= \frac{2mv^2 + 10mv^2}{16} = \frac{12}{16}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2 \end{aligned}$$

폭발 전 • 후 운동에너지 변화량  $\Delta K = K_f - K_i = \frac{3}{4}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4}mv^2$

운동에너지는  $\frac{1}{4}mv^2$  만큼 증가하였다.

20. 속력  $v$ 를 가진  $He^4$ 핵(원자질량=4)은 중성자(원자질량=1)와  $He^3$ 핵(원자질량=3)으로 쪼개진다. 중성자는  $He^4$ 핵이 들어오던 방향에 수직으로 멀어진다. 중성자의 속력이  $3v$ 라면,  $He^3$ 핵의 최종 속력은 얼마인가?



$$x \text{ 방향 운동량} \quad m_{{}^4\text{He}}v_{{}^4\text{He}} = m_{{}^3\text{He}}v_{{}^3\text{He}} \cos\theta$$

$$m_{{}^4\text{He}}v_{{}^4\text{He}} = \frac{3}{4}m_{{}^4\text{He}}v_{{}^3\text{He}} \cos\theta \quad \Rightarrow \quad v_{{}^4\text{He}} = \left(\frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \cos\theta\right)$$

$$y \text{ 방향 운동량} \quad 0 = m_{{}^3\text{He}}v_{{}^3\text{He}} \sin\theta + m_n v_n$$

$$0 = \frac{3}{4}m_{{}^4\text{He}}v_{{}^3\text{He}} \sin\theta + \frac{1}{4}m_{{}^4\text{He}}v_n$$

$$0 = \frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \sin\theta + \frac{1}{4}v_n$$

$$\Rightarrow \quad v_{{}^3\text{He}} = -\frac{4}{3 \sin\theta} \frac{1}{4}v_n = \frac{1}{3 \sin\theta}v_n = \frac{1}{3 \sin\theta}3v_{{}^4\text{He}} = \frac{1}{\sin\theta}v_{{}^4\text{He}}$$

$$= \frac{1}{3 \sin\theta}3\left(\frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \cos\theta\right) = \frac{3 \cos\theta}{4 \sin\theta}v_{{}^3\text{He}} = \frac{3}{4} \frac{1}{\tan\theta}v_{{}^3\text{He}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{{}^3\text{He}} = \frac{3}{4} \frac{1}{\tan\theta}v_{{}^3\text{He}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{{}^3\text{He}} \tan\theta = \frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \quad v_{{}^4\text{He}} = \frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \cos\theta = \frac{3}{4}v_{{}^3\text{He}} \frac{4}{5} = \frac{3}{5}v_{{}^3\text{He}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{{}^3\text{He}} = \frac{5}{3}v_{{}^4\text{He}} = \frac{5}{3}v \quad (v_{{}^4\text{He}} = v)$$

21. 질량  $M$ 인 기차가 마찰이 무시되는 선로 위에 동서 방향으로 놓여 있다. 그 기차의 위에 질량이  $m$ 인 사람이 서 있다. 그 사람이 기차 위를 일정한 속력  $v$ 로 동쪽으로 뛰어 간다면 기차의 속도는 얼마인가?

$$mv + MV = 0$$

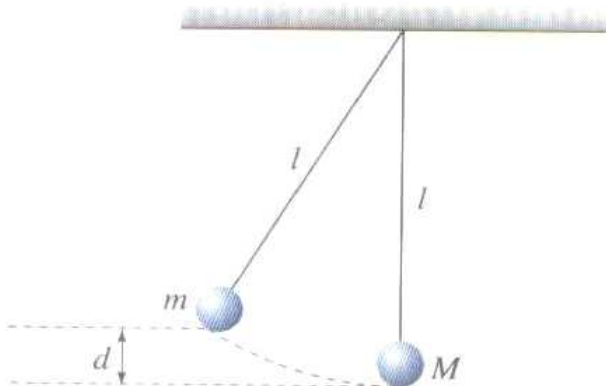
$$V = -\frac{m}{M}v \quad (\text{서쪽으로}) \quad \frac{m}{M}v$$

22. 무거운 원자핵인 우라늄 238 동위원소의 원자핵은 알파 붕괴하여 토륨 234 원자핵으로 바뀐다. 알파 붕괴에서는 헬륨이 방출되며 헬륨의 원자량은 4이다. 알파선 입자의 속력이  $10^8 \text{ m/s}$ 라 할 때 알파 붕괴할 때 반발되는 토륨 원자핵의 속력은 얼마인가?

$$m_\alpha v_\alpha + m_t v_t = 0$$

$$v_t = -\frac{m_\alpha}{m_t} v_\alpha = -\frac{4}{234} \times 10^8 \text{ m/s} \approx -1.7 \times 10^6 \text{ m/s}$$

23. 끈의 길이가  $l$ 로 같은 두 진자의 끝에 질량이 각각  $m$ ,  $M$ 인 두 공이 달려있다. 질량이  $m$ 인 공이  $d$ 만큼 높은 위치까지 들렸다가 놓여졌을 때, 완전 비탄성충돌이 일어나는 경우 충돌 후의 물체는 얼마나 높이 올라가겠는가? (단, 끈의 질량은 무시한다)



$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gd}$$

$$mv = (m + M)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{m + M}v = \frac{m}{m + M}\sqrt{2gd}$$

$$\begin{aligned} (m + M)gh &= \frac{1}{2}(m + M)V^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2g}V^2 \\ &= \frac{1}{2g}\left(\frac{m}{m + M}\right)^2 2gd \\ &= \left(\frac{m}{m + M}\right)^2 d \end{aligned}$$