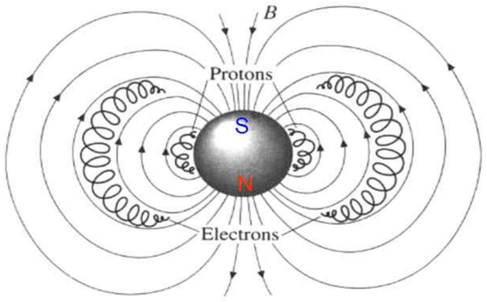
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

1. 동쪽에서 서쪽으로 큰 전류가 흐르는 도선 아래에 나침반을 갖다 놓았다.
   나침반 바늘의 N 극은 동서남북 중 어느 방향을 가리키겠는가?



남쪽
(지리적 북극은 자기적 남극이고, 지리적 남극은 자기적 북극이다. 서로 반대임.)

2. 한 사람이 지상으로부터 높이 $5.00\ \mathrm{m}$ 위에 동쪽에서 서쪽으로 수평방향으로 놓인 송전선 아래에서 나침반을 보고 있다. 송전선에 흐르는 전류가 $800\ \mathrm{A}$ 라 할 때 송전선 바로 아래 땅 위에서의 자기장의 크기와 방향을 구하여라. 만약 송전선에서 $50.0\ \mathrm{m}$ 떨어진 곳에서 나침반을 본다고 하면, 지구의 자기장의 크기가 $0.500\times10^{-4}\ \mathrm{T}$ 라고 할 때, 송전선에 의한 자기장이 얼마나 영향을 미치는가?

$$B = k'\frac{2I}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} = (10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times\frac{2\times800\ \mathrm{A}}{5.00\ \mathrm{m}} = 0.320\times10^{-4}\ \mathrm{T} = 0.320\ \mathrm{G}$$

(전류의 방향이 서쪽이면 자기장의 방향은 남쪽)
(전류의 방향이 동쪽이면 자기장의 방향은 북쪽)

$$B \sim \frac{1}{r} \qquad \Rightarrow \qquad B' = \frac{1}{10}B = \frac{1}{10}\times(0.32\times10^{-4}\ \mathrm{T}) = 0.032\times10^{-4}\ \mathrm{T} = 0.0320\ \mathrm{G}$$

4. 수소 원자의 모형에 따르면 전하량이 e 인 전자가 원자핵 주위를 반지름 r 과 주기 T 로 원운동을 한다. 이때 전자의 운동으로 인해 수소 원자의 중심에 생성되는 자기장의 크기를 구하여라.

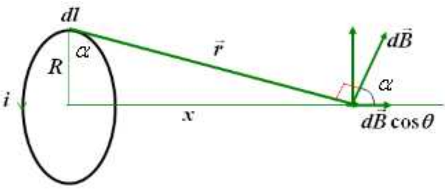
$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0}{2r}\frac{e}{T} = \frac{\mu_0 e}{2rT} \qquad \left\langle\ I = \frac{dq}{dt} = \frac{e}{T}\ \right\rangle$$

5. 두 개의 평행한 도선에 같은 방향으로 전류가 흐르고 있다. 두 도선에 흐르는 전류량이 각각 두 배로 늘어났을 때, 두 도선 사이의 척력에 변화가 없으려면 두 도선 사이의 거리를 몇 배로 늘려야 하는가?

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0(2I_1)(2I_2)}{2\pi d'} = \frac{F'}{l} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{d} = \frac{4}{d'} \qquad \Rightarrow \qquad d' = 4d \qquad 4배$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

3. 반지름이 R인 원형 고리에 전류 I가 흐르고 있다.
고리 중심에서의 자기장의 크기를 구하여라.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,dl\,\sin\theta}{r^2} \qquad B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{i\,dl\,\sin\theta}{r^2}$$

< y성분은 서로 상쇄되고 x성분만 남는다. >

$$B = \int dB_x = \int dB\cos\alpha$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{i\,dl\,\sin\theta}{r^2}\cos\alpha \qquad \langle \theta = 90^\circ \rangle \ \langle r^2 = R^2 + x^2 \rangle$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{dl\,\sin 90^\circ}{R^2+x^2}\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \qquad \left\langle \cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \right\rangle$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}dl$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}\int dl \qquad \left\langle \int dl = 2\pi R \right\rangle$$

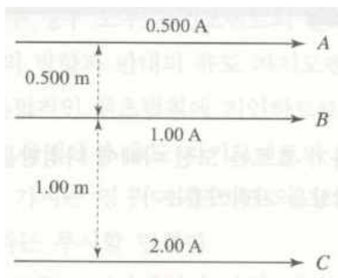
$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

〈만일 $x = 0$ 이라면〉 $B = \dfrac{\mu_0 i}{2R}$

〈만일 $x \gg R$ 이라면〉 $B = \dfrac{\mu_0 i}{2}\dfrac{R^2}{x^3} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{i\pi R^2}{x^3} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{iA}{x^3} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\mu}{x^3}$

6. 그림과 같이 동일 평면에서 평행하고 무한히 긴 세 개의
직선 도선에 전류가 화살표 방향으로 흐르고 있다.
도선 B에 단위길이 당 작용하는 자기력의 크기와 방향은?



$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

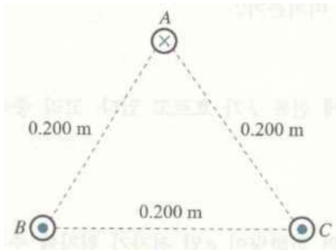
$$\frac{F_B}{l} = \frac{F_{BA}}{l} - \frac{F_{BC}}{l} = \frac{\mu_0 I_B I_A}{2\pi d_{BA}} - \frac{\mu_0 I_B I_C}{2\pi d_{BC}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_B I_A}{d_{BA}} - \frac{I_B I_C}{d_{BC}}\right)$$

$$= \frac{(4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})}{2\pi}\times\left(\frac{(1.00\ \mathrm{A})\times(0.500\ \mathrm{A})}{(0.500\ \mathrm{m})} - \frac{(1.00\ \mathrm{A})\times(2.00\ \mathrm{A})}{(1.00\ \mathrm{m})}\right)$$

$$= -2.00\times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot A} = -2.0\times 10^{-7}\ \mathrm{N/m}$$ (−: 아래쪽 방향)

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

7. 그림처럼 서로 $0.200\ \mathrm{m}$ 떨어져서 정삼각형을 형성하는 세 개의 평행한 도선에 각각 $0.300\ \mathrm{A}$의 전류가 흐르고 있다. 이때 도선 A가 $1.00\ \mathrm{m}$당 받는 힘의 크기와 방향을 구하여라.



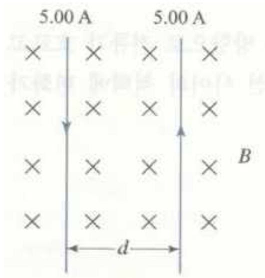
$$\frac{F}{l} = 2\times\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\times\sin 60^\circ$$

$$= 2\times\frac{(4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times(0.300\ \mathrm{A})^2}{2\pi\times(0.200\ \mathrm{m})}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\approx 1.56\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot A} = 1.56\times10^{-7}\ \mathrm{N/m}$$

$F = 1.56\times10^{-7}\ \mathrm{N}$ 위쪽 방향

8. 그림과 같이 긴 평행 도선에 $5.00\ \mathrm{A}$의 전류가 서로 반대 방향으로 흐르고 있다. 균일한 자기장 B가 지면에 들어가는 방향으로 존재하고 있다. 도선에 작용하는 힘이 0이 되려면 두 도선 사이의 거리 d는 얼마가 되어야 하는가? 이때 자기장의 세기는 $0.400\ \mathrm{mT}$이다.



$$\left\{\begin{array}{l} F_B = I\,lB \quad\Rightarrow\quad \dfrac{F_B}{l} = IB \\ \qquad\qquad\qquad\quad \dfrac{F}{l} = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \end{array}\right. \quad\Rightarrow\quad \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = IB$$

$$\Rightarrow\quad d = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{(4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times(5.00\ \mathrm{A})}{2\pi\times(0.400\times10^{-3}\ \mathrm{T})} = 2.50\times10^{-3}\ \mathrm{m} = 2.50\ \mathrm{mm}$$

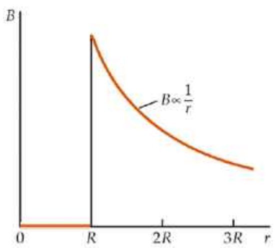
9. 일정한 전류 I가 반지름 R인 속이 빈 원통형 관을 따라 축 방향으로 균일하게 흐르고 있다. 관 내부에서 자기장의 크기는? 관의 외부에서 자기장의 크기는? (관의 중심축으로부터의 거리를 r이라고 한다.)

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = 0 \quad\Rightarrow\quad B\ 2\pi r = 0 \quad\Rightarrow\quad B = 0$$

$\langle$ 내부에서는 r에 상관없이 0 $\rangle$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I \quad\Rightarrow\quad B\ 2\pi r = \mu_0 I \quad\Rightarrow\quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}$$

$\left\langle\right.$ 외부에서는 $B\sim\dfrac{1}{r}$ $\left.\right\rangle$



대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

10. 반지름이 a인 원통형 금속막대가 있고 그 바깥에 (같은 축을 가지며) 안쪽 반지름이 b이고 바깥쪽 반지름이 c인 원형 금속관이 있다. 가운데 있는 금속막대와 바깥의 관에 크기가 같고 방향이 반대인 전류가 흐르고 있다면

$$< \ I_{\text{막대}} = I_{\text{관}} = I \ >, \qquad J_{\text{막대}} = \frac{I_{\text{막대}}}{\pi a^2} = \frac{I}{\pi a^2}, \qquad J_{\text{관}} = \frac{I_{\text{관}}}{\pi(c^2-b^2)} = \frac{I}{\pi(c^2-b^2)}$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} \qquad < \text{앙페르 법칙} >$$

(가) 축으로부터의 거리 r이 $r<a$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 (J_{\text{막대}} \times \pi r^2) = \mu_0 \left(\frac{I}{\pi a^2} \times \pi r^2 \right) = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2}$$

$$B \ 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2} \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{r^2}{a^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r \qquad < B \sim r >$$

(나) 축으로부터의 거리 r이 $a<r<b$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I$$

$$B \ 2\pi r = \mu_0 I \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} \qquad \left\langle B \sim \frac{1}{r} \right\rangle$$

(다) 축으로부터의 거리 r이 $r>c$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 (I - I) = 0$$

$$B \ 2\pi r = 0 \qquad \Rightarrow \qquad B = 0$$

(라) 축으로부터의 거리 r이 $b<r<c$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 \left[I - \left\{ J_{\text{관}} \times \pi (r^2-b^2) \right\} \right] = \mu_0 \left[I - \left\{ \frac{I}{\pi(c^2-b^2)} \times \pi(r^2-b^2) \right\} \right]$$

$$= \mu_0 \left[I \left\{ 1 - \frac{(r^2-b^2)}{(c^2-b^2)} \right\} \right] = \mu_0 I \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)}$$

$$B \ 2\pi r = \mu_0 I \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)} \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

11. 구름과 땅 사이에 수직으로 벼락이 칠 때 순간적으로 $1.00\times10^4\ \mathrm{A}$의 전류가 흐른다고 한다. 벼락으로부터 $100.0\ \mathrm{m}$ 떨어진 산위에서 벼락에 의해 순간적으로 형성되는 자기장의 크기를 계산하라.

$$B = k'\frac{2I}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} = (10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times\frac{2\times(1.00\times10^4\ \mathrm{A})}{100.0\ \mathrm{m}} = 2.00\times10^{-5}\ \mathrm{T} = 0.200\ \mathrm{G}$$

12. 두 개의 솔레노이드 A와 B에는 같은 양의 전류가 흐르고 단위길이 당 감긴 도선의 수도 같다. 하지만 솔레노이드 A의 단면적은 B에 비해 두 배 크다. 솔레노이드 A와 B 안쪽의 자기장의 크기는?

$$B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{l}I$$ 솔레노이드 내부의 자기장은 단면적과 무관하므로 동일하다.

13. 솔레노이드의 중심에서 자기장의 크기가 $0.150\ \mathrm{T}$가 되도록 솔레노이드를 제작하려고 한다. 반지름이 $3.00\ \mathrm{cm}$이고 길이가 $50.0\ \mathrm{cm}$인 원형 튜브에 전선을 감아 만든다고 하고, 전선에 흐를 수 있는 최대 전류가 $10.0\ \mathrm{A}$라고 한다면 단위 길이 당 감긴 수가 최소 얼마여야 하는가? 또 전선의 길이는 최소 얼마여야 하는가?

$$B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{l}I \quad\Rightarrow\quad \frac{N}{l} \geq \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{0.150\ \mathrm{T}}{(4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times(10.0\ \mathrm{A})}$$

$$\approx 1.1937\times10^4\ /\mathrm{m}$$

$$= 11937\ /\mathrm{m}$$

$$L \geq 2\pi rN = 2\pi rnl = 2\pi\times(0.03\ \mathrm{m})\times(11937\ /\mathrm{m})\times0.500\ \mathrm{m} \approx 1125\ \mathrm{m}$$

14*. 스핀 자기 모멘트가 $1.40\times10^{-26}\ \mathrm{A\cdot m^2}$ 인 양성자로부터 스핀축을 따라 $1.00\ \mathrm{\mathring{A}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 크기를 구하여라.

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

15*. 지름이 $2.00\ \mathrm{cm}$이고 길이가 $10.0\ \mathrm{cm}$인 원통형 막대자석에 균일한 자기화가 $5.00 \times 10^3\ \mathrm{A/m}$ 이다. 이 자석의 자기쌍극자 모멘트의 크기를 구하여라.

16*. 각각의 분자의 자기모멘트가 $2.00 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/T}$인 상자성 기체에 $1.00\ \mathrm{T}$의 자기장을 걸어 주었다. 어떤 온도에서 열에너지와 자기에너지가 같아지겠는가?

17*. 쇠막대에서 철원자 1개가 가지고 있는 자기모멘트는 $2.00 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/T}$이다. 길이가 $10.0\ \mathrm{cm}$, 단면적이 $1.00\ \mathrm{cm}^2$인 쇠막대 안에서 모든 원자의 자기쌍극자 모멘트가 축방향으로 일렬로 배열되어 있다고 하자.

(가) 이 쇠막대의 총 자기모멘트는 얼마인가?

(나) 크기가 $2.00\ \mathrm{T}$인 외부 자기장에 이 자석을 수직하게 유지하려면 얼마의 토크를 작용시켜 주어야 하는가? 철의 밀도는 $7.90\ \mathrm{g/cm}^3$이며 철 원자 질량수는 56이다.

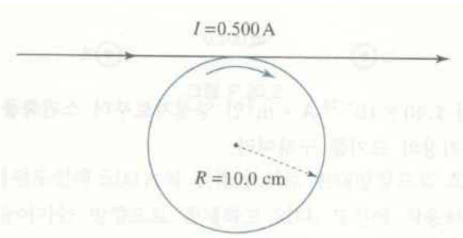
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

18*. $1.00\ \mathrm{m}$**에** 6000**번 감긴 긴 솔레노이드에** $5.00\ \mathrm{A}$**의 전류가 흐른다. 이 솔레노이드의 내부가 다음과 같을 때 솔레노이드 내부에서의 자기장의 크기를 구하여라.**
텅스텐의 상대투자율은 1.00008**이고 은의 상태투자율은** 0.99998**이다.**
(가) 진공일 때

(나) 텅스텐으로 채워져 있을 때

(다) 은으로 채워져 있을 때

19. 그림과 같이 $0.500\ \mathrm{A}$**의 전류가 흐르는 긴 도선이 긴 직선 도선과 반지름** $10.0\ \mathrm{cm}$**인 원형 도선으로 이루어져 있다. 즉, 긴 직선 도선의 일부가 한 번 꼬여 원형 고리를 형성한 것이다. 이때, 원형 도선의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라.**



$$B = B_{직선} + B_{원형} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1+\pi)$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}) \times (0.500\ \mathrm{A})}{2\pi \times (0.100\ \mathrm{m})}(1+\pi)$$

$$\approx 4.14 \times 10^{-6}\ \mathrm{T}$$ (지면 안으로 들어가는 방향)

20. 한 변의 길이가 a**인 정사각형의 도선에 전류** I**가 흐르고 있다. 이때 정사각형 도선 중심에서 자기장의 크기를 구하여라.**

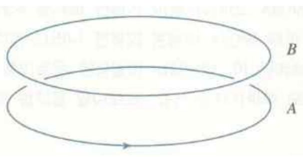
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\{\sin\theta_i - \sin\theta_f\}$$ (직선 도선에 의한 자기장 계산과정을 응용)

$$B = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\{\sin(\pi/4) - \sin(-\pi/4)\} = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$$

$$= 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi a}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

21. 반지름이 $30.0\ \mathrm{cm}$인 두 개의 원형 고리 A와 B가 그림과 같이 나란히 놓여 있다. 두 고리 사이의 간격은 $1.50\ \mathrm{mm}$이다. 도선 A에는 반시계 방향으로 $10.0\ \mathrm{A}$의 전류가 흐르고 있다. 고리 B의 질량이 $4.00\ \mathrm{g}$이라고 할 때, 고리 B가 떠 있기 위해 고리 B에 흘려주어야 할 전류의 크기와 방향을 구하여라.

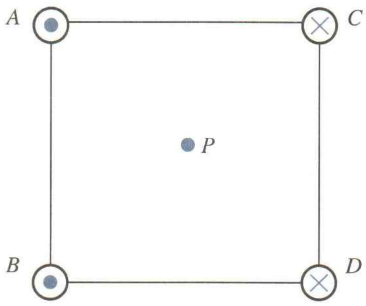


척력이 발생해야 하므로 전류는 서로 반대방향

$$\begin{cases} F_B = I_B lB = I_B(2\pi r)\left(\dfrac{\mu_0 I_A}{2\pi d}\right) = \dfrac{\mu_0 r I_A I_B}{d} \\ F_g = mg \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\mu_0 r I_A I_B}{d} = mg$$

$$\Rightarrow \qquad I_B = \frac{mgd}{\mu_0 r I_A} = \frac{(0.00400\ \mathrm{kg})\times(9.8\ \mathrm{m/s^2})\times(0.00150\ \mathrm{m})}{(4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})\times(0.300\ \mathrm{m})\times(10.0\ \mathrm{A})} \approx 15.6\ \mathrm{A}$$

22. 네 개의 평행한 긴 도선 A, B, C, D에 동일한 크기의 전류 I가 흐르고 있다. 그림은 도선에서 전류가 흘러가는 단면을 나타내는데, 네 개의 도선은 한 변의 길이가 a인 정사각형을 형성한다.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad\qquad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

(가) 정사각형의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라.

$$B = 4\times\frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)}\times\cos45^\circ = 4\times\frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} \qquad \text{(위쪽 방향)}$$

(나) 도선 A가 다른 도선들로부터 받는 단위길이당 자기력의 합력을 구하여라.

$$\frac{F_x}{l} = -\frac{F_{AC}}{l} - \frac{F_{AD}}{l}\cos45^\circ = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(\sqrt{2}a)}\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} = -\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

$$\frac{F_y}{l} = -\frac{F_{AB}}{l} + \frac{F_{AD}}{l}\sin45^\circ = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(\sqrt{2}a)}\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

$$\frac{F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{l}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2 + \left(-\frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}\,\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}\,\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

23. 반지름이 R인 원형 단면을 가진 직선 도선에 전류 I가흐른다. 도선 내부에서의 전류 밀도가 원형 단면의 중심으로부터의 거리 r에 대해 $J=\alpha r$과 같이 변한다고 가정하자. 여기서 α는 상수이다. α를 I와 R을 이용해 나타내고, 도선 내부와 외부에서 자기장의 크기를 계산하여라.

$$A=\pi r^2 \qquad \Rightarrow \qquad dA = 2\pi r\, dr$$

$$\vec{J}=\frac{\vec{I}}{A} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{I}=\vec{J}A=\int \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

$$\Rightarrow \qquad I=JA=\int J\, dA=\int_0^R (\alpha r)(2\pi r\, dr)=2\pi\alpha\int_0^R r^2\, dr=2\pi\alpha\left[\frac{1}{3}r^3\right]_0^R$$

$$=2\pi\alpha\left(\frac{1}{3}R^3-0\right)=\frac{2}{3}\pi\alpha R^3$$

$$\Rightarrow \qquad \alpha=\frac{3I}{2\pi R^3}$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{in} \qquad <\text{앙페르 법칙}>$$

내부 :

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{in}=\mu_0\int J\, dA=\mu_0\int_0^r(\alpha r)(2\pi r\, dr)=2\pi\mu_0\alpha\int_0^r r^2\, dr=2\pi\mu_0\alpha\left[\frac{1}{3}r^3\right]_0^r$$

$$=2\pi\mu_0\alpha\left(\frac{1}{3}r^3-0\right)=\frac{2}{3}\pi\mu_0\alpha r^3=\frac{2}{3}\pi\mu_0\left(\frac{3I}{2\pi R^3}\right)r^3=\frac{\mu_0 I}{R^3}r^3$$

$$B\ 2\pi r=\frac{\mu_0 I}{R^3}r^3 \qquad \Rightarrow \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^3}r^2 \qquad < B\sim r^2 >$$

외부 :

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{in}=\mu_0 I$$

$$B\ 2\pi r=\mu_0 I \qquad \Rightarrow \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r} \qquad \left\langle B\sim\frac{1}{r}\right\rangle$$