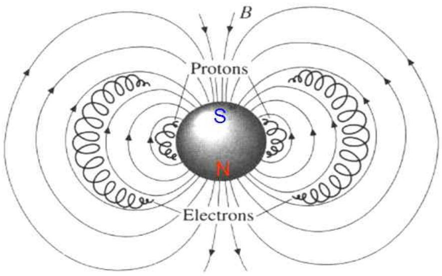
대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

1. 동쪽에서 서쪽으로 큰 전류가 흐르는 도선 아래에 나침반을 갖다 놓았다.
나침반 바늘의 N극은 동서남북 중 어느 방향을 가리키겠는가?



남쪽

(지리적 북극은 자기적 남극이고, 지리적 남극은 자기적 북극이다. 서로 반대임.)

2. 한 사람이 지상으로부터 높이 $5.00\,m$위에 동쪽에서 서쪽으로 수평방향으로 놓인 송전선 아래에서 나침반을 보고 있다. 송전선에 흐르는 전류가 $800A$라 할 때 송전선 바로 아래 땅 위에서의 자기장의 크기와 방향을 구하여라. 만약 송전선에서 $50.0\,m$ 떨어진 곳에서 나침반을 본다고 하면, 지구의 자기장의 크기가 $0.500\times10^{-4}\,T$라고 할 때, 송전선에 의한 자기장이 얼마나 영향을 미치는가?

$$B=k'\frac{2I}{r}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}=(10^{-7}\,T\cdot m/A)\times\frac{2\times800\,A}{5.00\,m}=0.320\times10^{-4}\,T=0.320\,G$$

(전류의 방향이 서쪽이면 자기장의 방향은 남쪽)
(전류의 방향이 동쪽이면 자기장의 방향은 북쪽)

$$B\sim\frac{1}{r}\qquad\Rightarrow\qquad B'=\frac{1}{10}B=0.032\times10^{-4}\,T=0.0320\,G$$

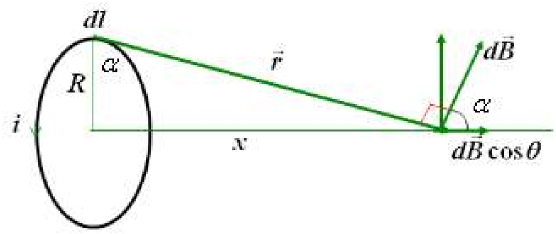
4. 수소 원자의 모형에 따르면 전하량이 e인 전자가 원자핵 주위를 반지름 r과 주기 T로 원운동을 한다. 이때 전자의 운동으로 인해 수소 원자의 중심에 생성되는 자기장의 크기를 구하여라.

$$B=\frac{\mu_0 I}{2r}=\frac{\mu_0}{2r}\frac{e}{T}=\frac{\mu_0 e}{2rT}\qquad\left(\ I=\frac{dq}{dt}=\frac{e}{T}\ \right)$$

5. 두 개의 평행한 도선에 같은 방향으로 전류가 흐르고 있다. 두 도선에 흐르는 전류량이 각각 두 배로 늘어났을 때, 두 도선 사이의 척력에 변화가 없으려면 두 도선 사이의 거리를 몇 배로 늘려야 하는가?

$$\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\qquad\Rightarrow\qquad\frac{F}{l}=\frac{\mu_0(2I_1)(2I_2)}{2\pi(4d)}\qquad 4\text{배}\ (d\to4d)$$

3. 반지름이 R인 원형고리에 전류 I가 흐르고 있다. 고리 중심에서의 자기장의 크기를 구하여라.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}, \qquad dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i dl \sin\theta}{r^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{i dl\sin\theta}{r^2}$$

$$\begin{aligned}
B &= \int dB_x \\
&= \int dB\cos\alpha \\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{i dl\sin\theta}{r^2}cos\alpha \\
&= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{dl\sin\theta}{r^2}cos\alpha
\end{aligned}$$

$$\langle r^2 = R^2 + x^2\rangle \qquad \left\langle \cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}\right\rangle$$

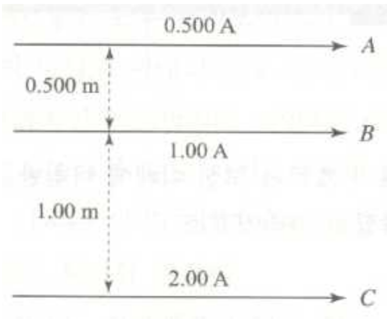
$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{dl\sin 90^\circ}{R^2+x^2}\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \\
&= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}dl \\
&= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}\int dl \\
&= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}2\pi R \\
&= \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}
\end{aligned}$$

〈만일 $x=0$ 이라면〉 $B = \frac{\mu_0 i}{2R}$

〈만일 $x \gg R$ 이라면〉 $B = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i\pi R^2}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{iA}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (20장) - by 송현석

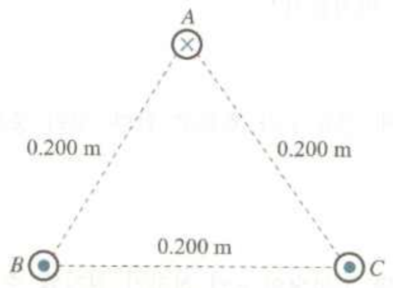
6. 그림과 같이 동일 평면에서 평행하고 무한히 긴 세 개의 직선 도선에 전류가 화살표 방향으로 흐르고 있다. 도선 B에 단위길이당 작용하는 자기력의 크기와 방향은?



$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_B}{l} &= \frac{F_{BA}}{l} - \frac{F_{BC}}{l} \\
&= \frac{\mu_0 I_B I_A}{2\pi d_{BA}} - \frac{\mu_0 I_B I_C}{2\pi d_{BC}} \\
&= \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_B I_A}{d_{BA}} - \frac{I_B I_C}{d_{BC}}\right) \\
&= \frac{(4\pi \times 10^{-7} Tm/A)}{2\pi} \times \left(\frac{(1.0A)\times(0.5A)}{(0.5m)} - \frac{(1.0A)\times(2.0A)}{(1.0m)}\right) \\
&= -2.0\times 10^{-7} T\cdot A \\
&= -2.0\times 10^{-7} N/m \qquad (\text{ 아랫쪽 방향 })
\end{aligned}$$

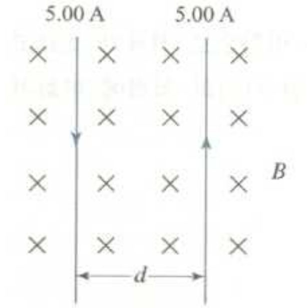
7. 그림처럼 서로 $0.200m$ 떨어져서 정삼각형을 형성하는 세 개의 평행한 도선에 각각 $0.300A$의 전류가 흐르고 있다. 이때 도선 A가 $1.00m$당 받는 힘의 크기와 방향을 구하여라.



$$\begin{aligned}
\frac{F}{l} &= 2\times \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \times \sin 60^\circ \\
&= 2\times \frac{(4\pi\times 10^{-7} T\cdot m/A)\times(0.300\,A)^2}{2\pi\times(0.200\,m)} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
&\approx 1.559\times 10^{-7} T\cdot A \\
&= 1.559\times 10^{-7} N/m
\end{aligned}$$

$F = 1.559\times 10^{-7} N$ 위쪽 방향

8. 그림과 같이 긴 평행 도선에 $5.00\,A$의 전류가 서로 반대 방향으로 흐르고 있다. 균일한 자기장 B가 지면에 들어가는 방향으로 존재하고 있다. 도선에 작용하는 힘이 0이 되려면 두 도선 사이의 거리 d는 얼마가 되어야 하는가? 이때 자기장의 세기는 $0.400\,mT$이다.



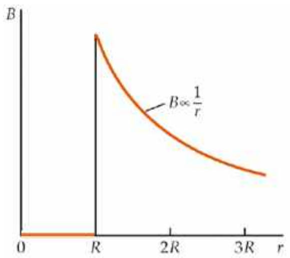
$$\begin{cases} F_B = I\,lB \quad \Rightarrow \quad \dfrac{F_B}{l} = IB \\ \qquad\qquad\qquad\quad \dfrac{F}{l} = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = IB$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,T\cdot m/A) \times (5.00\,A)}{2\pi \times (0.400 \times 10^{-3}\,T)}$$
$$= 2.50 \times 10^{-3}\,m$$
$$= 2.50\,mm$$

9. 일정한 전류 I가 반지름 R인 속이 빈 원통형 관 표면을 따라 균일하게 흐르고 있다. 관 내부에서 자기장의 크기는? 관의 외부에서 자기장의 크기는?
(관의 중심축으로부터의 거리를 r이라고 한다.)

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = 0$$
$$B\ 2\pi r = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0 \qquad < \text{내부에서는 } r\text{에 상관없이 } 0 >$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I$$
$$B\ 2\pi r = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad < \text{외부에서는 } B \sim \frac{1}{r} >$$



10. 반지름이 a인 원통형 금속막대가 있고 그 바깥에 (같은 축을 가지며) 안쪽 반지름이 b이고 바깥쪽 반지름이 c인 원형 금속관이 있다. 가운데 있는 금속막대와 바깥의 관에 크기가 같고 방향이 반대인 전류가 흐르고 있다면

$$< I_{막대} = I_{관} = I >, \qquad J_{막대} = \frac{I_{막대}}{\pi a^2} = \frac{I}{\pi a^2}, \qquad J_{관} = \frac{I_{관}}{\pi(c^2-b^2)} = \frac{I}{\pi(c^2-b^2)}$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} \qquad < 앙페르\ 법칙 >$$

(1) 축으로부터의 거리 r이 $r < a$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 (J_{막대} \times \pi r^2) = \mu_0 \left(\frac{I}{\pi a^2} \times \pi r^2 \right) = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2}$$

$$B\ 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2} \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{r^2}{a^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{a^2} \qquad < B \sim r >$$

(2) 축으로부터의 거리 r이 $a < r < b$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I$$

$$B\ 2\pi r = \mu_0 I \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad < B \sim \frac{1}{r} >$$

(3) 축으로부터의 거리 r이 $r > c$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 (I - I) = 0$$

$$B\ 2\pi r = 0 \qquad \Rightarrow \qquad B = 0$$

(4) 축으로부터의 거리 r이 $b < r < c$인 영역에서의 자기장을 구하여라.

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \mu_0 \left[I - \left\{ J_{관} \times \pi (r^2 - b^2) \right\} \right] = \mu_0 \left[I - \left\{ \frac{I}{\pi(c^2-b^2)} \times \pi (r^2 - b^2) \right\} \right]$$

$$= \mu_0 \left[I \left\{ 1 - \frac{(r^2-b^2)}{(c^2-b^2)} \right\} \right] = \mu_0 I \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)}$$

$$B\ 2\pi r = \mu_0 I \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)} \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{(c^2-r^2)}{(c^2-b^2)}$$

11. 두 개의 솔레노이드 A와 B에는 같은 양의 전류가 흐르고 단위길이 당 감긴 도선의 수도 같다. 하지만 솔레노이드 A의 단면적은 B에 비해 두 배 크다. 솔레노이드 A와 B 안쪽의 자기장의 크기는?

$$B = \mu_0 n I \qquad < 동일하다. >$$

12*. 스핀 자기 모멘트가 $1.40\times 10^{-26} A\cdot m^2$ 인 양성자로부터 스핀축을 따라 $1.00\,\text{Å}$ 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 크기를 구하여라.

13*. 지름이 $2.00\,cm$이고 길이가 $10.0\,cm$인 원통형 막대자석에 균일한 자기화가 $5.00\times 10^3 A/m$ 이다. 이 자석의 자기쌍극자 모멘트의 크기를 구하여라.

$$r = 0.0100\,m$$
$$L = 0.100\,m$$
$$V = \pi r^2 L = \pi \times (0.0100\,m)^2 \times 0.100\,m = \pi \times 10^{-5} m^3$$
$$M = 5.00\times 10^3 A/m$$

$$M = \frac{\mu}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \mu = M\times V = M\times(\pi r^2 L) = (5.00\times 10^3 A/m)\times(\pi\times 10^{-5} m^3)$$
$$= \pi\times 5.00\times 10^{-2} A\cdot m^2$$
$$\approx 1.57\times 10^{-1} A\cdot m^2$$

14*. 각각의 분자의 자기모멘트가 $2.00\times 10^{-23} J/T$ 인 상자성 기체에 $1.00\,T$ 의 자기장을 걸어 주었다. 어떤 온도에서 열에너지와 자기에너지가 같아지겠는가?

15*. 쇠막대에서 철원자 1개가 가지고 있는 자기모멘트는 $2.00 \times 10^{-23} J/T$ 이다. 길이가 $10.0\,cm$, 단면적이 $1.00\,cm^2$인 쇠막대 안에서 모든 원자의 자기쌍극자 모멘트가 축방향으로 일렬로 배열되어 있다고 하자.

(1) 이 쇠막대의 총 자기모멘트는 얼마인가?

(2) 크기가 $2.00\,T$ 인 외부 자기장에 이 자석을 수직하게 유지하려면 얼마의 토크를 작용시켜 주어야 하는가? 철의 밀도는 $7.90\,g/cm^3$이다.

16*. $1.00\,m$에 6000번 감긴 긴 솔레노이드에 $5.00\,A$의 전류가 흐른다. 이 솔레노이드의 내부가 다음과 같을 때 솔레노이드 내부에서의 자기장의 크기를 구하여라.

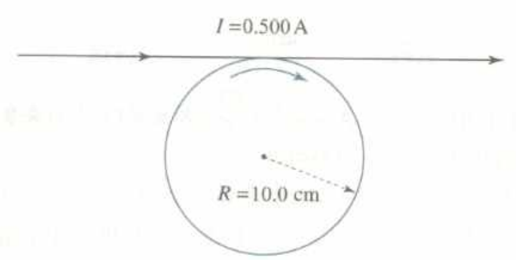
(1) 진공일 때

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I = (4\pi \times 10^{-7} Tm/A) \times \frac{6000}{1.0m} \times 5.0A \approx 3.7699 \times 10^{-2} T$$

(2) 텅스텐으로 채워져 있을 때

(3) 은으로 채워져 있을 때

17. 그림과 같이 $0.500\,A$의 전류가 흐르는 도선이 긴 직선 도선과 반지름 $10.0\,cm$인 원형 도선으로 이루어져 있다. 즉, 직선 도선의 일부가 한 번 꼬여서 원형 고리를 형성한 것이다. 이때, 원형 도선의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라.



(지면 안으로 들어가는 방향)

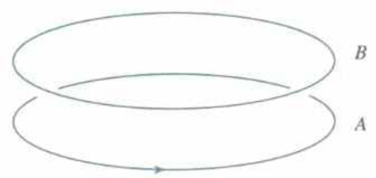
$$B = B_{직선} + B_{원형} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1+\pi)$$
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,Tm/A) \times (0.500\,A)}{2\pi \times (0.100\,m)}(1+\pi)$$
$$\approx 4.142 \times 10^{-6}\,T$$

18. 한 변의 길이가 a인 정사각형의 도선에 전류 I가 흐르고 있다. 이때 정사각형 도선 중심에서 자기장의 크기를 구하여라.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\{\sin\theta_i - \sin\theta_f\}$$ (직선 도선에 의한 자기장 계산과정을 응용)

$$B = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\{\sin(\pi/4) - \sin(-\pi/4)\} = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$$
$$= 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi a}$$

19. 반지름이 $30.0\,cm$인 두 개의 원형 고리 A와 B가 그림과 같이 나란히 놓여 있다. 두 고리 사이의 간격은 $1.50\,mm$이다. 도선 A에는 반시계 방향으로 $10.0\,A$의 전류가 흐르고 있다. 고리 B의 질량이 $4.00\,g$이라고 할 때, 고리 B가 떠 있기 위해 고리 B에 흘려주어야 할 전류의 크기와 방향을 구하여라.

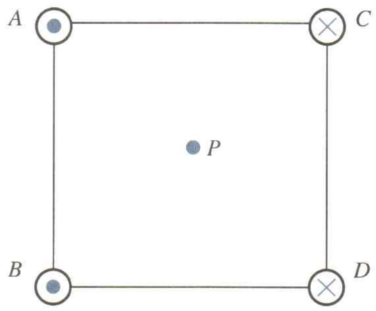


척력이 발생해야 하므로 전류는 서로 반대방향

$$\begin{cases} F_B = I_B l B = I_B\ (2\pi r)\left(\frac{\mu_0 I_A}{2\pi d}\right) = \frac{\mu_0 r I_A I_B}{d} \\ F_g = mg \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\mu_0 r I_A I_B}{d} = mg$$

$$\Rightarrow \quad I_B = \frac{mgd}{\mu_0 r I_A} = \frac{(0.00400\,kg) \times (9.8\,m/s^2) \times (0.00150\,m)}{(4\pi \times 10^{-7}\,Tm/A) \times (0.300\,m) \times (10.0\,A)} \approx 15.6\,A$$

20. 네 개의 평행한 긴 도선 A, B, C, D에 동일한 크기의 전류 I 가 흐르고 있다. 그림은 도선에서 전류가 흘러가는 단면을 나타내는데, 네 개의 도선은 한 변의 길이가 a인 정사각형을 형성한다.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

(1) 정사각형의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라.

$$B = 4 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)} \times \cos 45^\circ = 4 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} \qquad (\text{ 위쪽방향 })$$

(2) 도선 A가 다른 도선들로부터 받는 단위길이당 자기력의 합력을 구하여라.

$$\frac{F_x}{l} = -\frac{F_{AC}}{l} - \frac{F_{AD}}{l} cos 45^\circ = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(\sqrt{2}\,a)}\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} = -\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

$$\frac{F_y}{l} = -\frac{F_{AB}}{l} + \frac{F_{AD}}{l} sin 45^\circ = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(\sqrt{2}\,a)}\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

$$\frac{F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{l}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2 + \left(-\frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}\,\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}\,\mu_0 I^2}{4\pi a}$$