

## 제 26 장 기출\_연습문제 풀이 (1)

연습문제 풀이 : (2007년 이후 중간고사에 출제된 연습문제 모음)  
13, 15

+ 기출문제

## 26-1 흑체 복사 2011년 기출 10번

[기출문제] 태양의 표면 온도가 6,000 K 이고 태양 복사 스펙트럼에서 복사도가 최대가 되는 파장은 500nm 로 알려져 있다. 그렇다면 광원의 온도가 3000 K 인 램프의 복사 스펙트럼에서 복사도가 최대가 되는 파장은 얼마가 되겠는가?

풀이

복사 스펙트럼의 최대 세기의 파장과 온도는 빈의 변위 법칙에 의해 서로 반비례하므로 우선 상수값을 구한다.

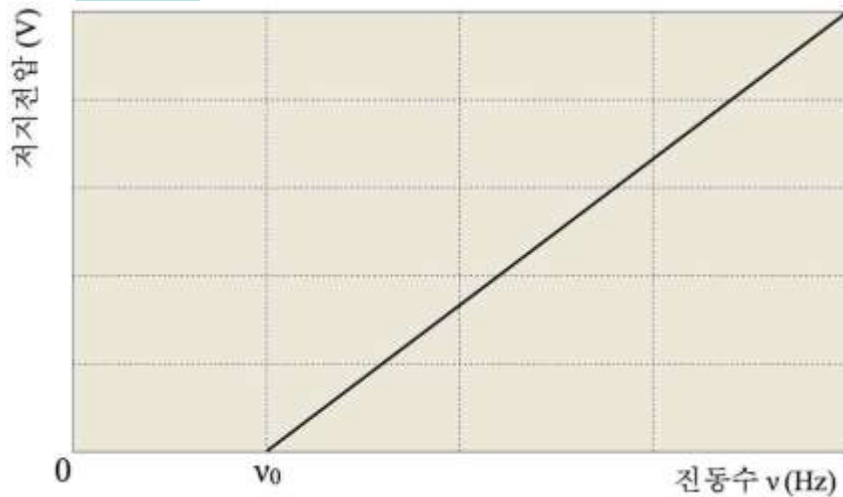
$$\lambda_{\max} T = \text{상수} = (5 \times 10^{-7}) \cdot (6 \times 10^3) = 3 \times 10^{-3}$$

그러므로 3000 K 에서 나오는 최대 파장은 빈의 변위 법칙에 따라 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\lambda_{\max} &= \frac{3 \times 10^{-3} \text{ m.K}}{T} \\ &= \frac{3 \times 10^{-3} \text{ m.K}}{3000 \text{ K}} = 1 \times 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m} = 1000 \text{ nm}\end{aligned}$$

[기출문제] 일함수가  $\Phi$ 인 금속에 진동수  $\nu$ 의 빛을 비추었을 때 전자가 튀어나오는 현상을 광전효과라고 한다. 아래 그림은 이와 같은 전자가 튀어나오지 못하게 전압을 걸어서 측정하는 장치이다. 이 저지 전압의 크기  $V_0$ 를 주어진  $\Phi, \lambda, e, h$ 를 이용하여 나타내시오 (여기서  $h$ 는 플랑크 상수,  $e$ 는 전자의 전하량의 크기이다.)

풀이



금속에 빛을 비추면 입사된 광자의 에너지에 의해 금속의 전자가 튀어나오게 되어 전류가 흐르게 되는데 그림에서 전류가 흐르기 시작하는 순간의 광자 에너지는 금속의 일함수와 같게 되며 이 때의 진동수는 임계 진동수 ( $\nu_0$ )이다.

$$\text{일함수: } \Phi = h\nu_0$$

한편 더 큰 광자의 에너지가 입사되면 금속 내의 전자가 운동에너지( $K$ )를 얻게 되어 금속에서 튀어나오게 되므로 이 전자들을 튀어나오지 않게 하려면 저지 전압( $V$ )가 커지게 된다.

$$h\nu = \Phi + K$$

전자의 운동을 저지하려면 전자의 운동에너지의 크기와 같은 포텐셜에너지 (eV)를 주어야 한다. 여기서  $V$ 는 저지전압이다.

$$K = eV = h\nu - \Phi = h(\nu - \nu_0)$$

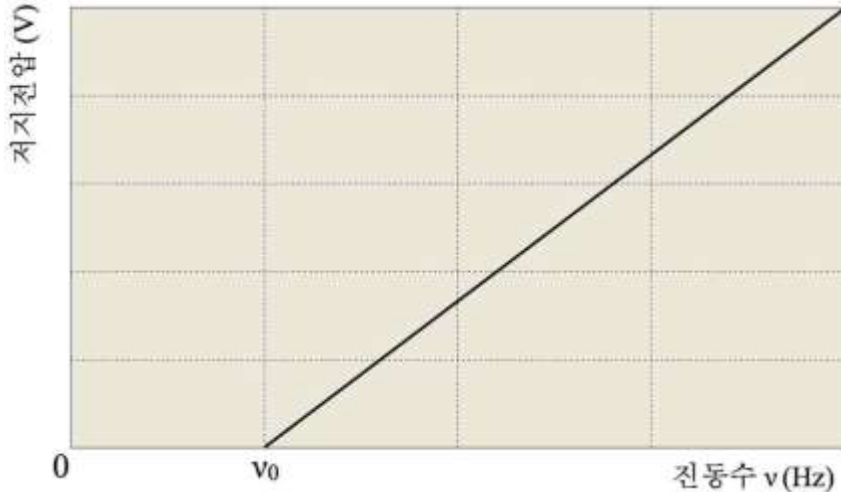
$$\text{저지 전압: } \therefore V = \frac{h\nu - \Phi}{e} = \frac{h(\nu - \nu_0)}{e}$$

## 26-2 광전 효과 2015 기출 주관식 2번

[기출문제] 일함수가  $\Phi$ 인 금속에 진동수  $\nu$ 의 빛을 비추었을 때 전자가 튀어나오는 현상을 광전효과라고 한다. 아래 그림은 광전 효과를 보이는 실험 장치를 통해 얻은 저지 전압  $V$ 와 빛의 진동수  $\nu$  사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 그래프의  $x$  절편은  $\nu_0$ 이다.

아래 질문에 대한 답을 주어진 변수  $\nu, \nu_0, e, h$ 를 이용하여 나타내시오 (여기서  $h$ 는 플랑크 상수,  $e$ 는 전자의 전하량의 크기이다.)

진동수  $\nu_0 (> \nu_0)$ 의 빛을 비추었을 때



(가) 일함수와 전자의 운동에너지를 구하여라.

풀이 일함수:  $\Phi = h\nu_0$

에너지 보존에 의해 전자의 운동에너지는

$$h\nu = \Phi + K \Rightarrow$$

$$K = h\nu - \Phi = h(\nu - \nu_0) \text{ 이다.}$$

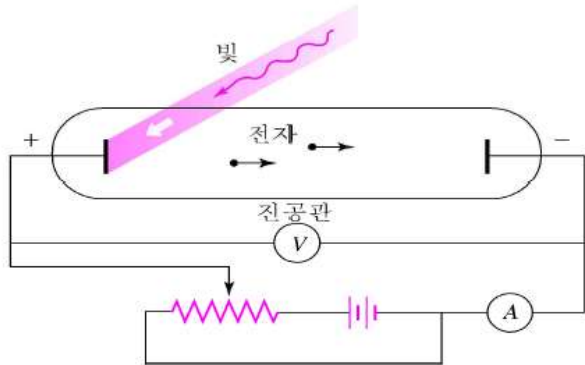
(나) 이 그래프의 기울기와 저지 전압의 크기를 구하여라.

전자의 운동을 저지하려면 전자의 운동에너지의 크기와 같은 포텐셜에너지 (eV)를 주어야 한다. 여기서  $V$ 는 저지전압이다.

$$K = eV = h(\nu - \nu_0) \Rightarrow \text{저지 전압: } V = \frac{h(\nu - \nu_0)}{e}$$

그래프의 식이  $V = \frac{h}{e}\nu - \frac{h\nu_0}{e}$  이므로 기울기  $= \frac{h}{e}$  이다.

[기출문제] 일함수가  $\Phi$ 인 금속에 진동수  $\nu$ 의 빛을 비추었을 때 전자가 튀어나오는 현상을 광전효과라고 한다. 아래 그림은 이와 같은 전자가 튀어나오지 못하게 전압을 걸어서 측정하는 장치이다. 이 저지 전압의 크기  $V_0$ 를 주어진  $\Phi, \lambda, e, h$ 를 이용하여 나타내시오 (여기서  $h$ 는 플랑크 상수,  $e$ 는 전자의 전하량의 크기이다.)



풀이

전자의 운동에너지=전압V에서의 전기 퍼텐셜에너지 :

$$K = eV = h\nu - \Phi = \frac{hc}{\lambda} - \Phi$$

$$\Rightarrow \text{저지 전압: } V = \frac{\frac{hc}{\lambda} - \Phi}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{\Phi}{e}$$

2012 기출 8번 2009 기출 10번

[기출문제] 어떤 금속에 파장이  $\lambda$ 인 빛을 비추어 광전자의 저지 전압이  $V$ 일 때 이 금속의 일함수를  $\lambda, V$ , 플랑크 상수  $h$ , 기본 전하량  $e$ , 광속  $c$ 를 이용하여 나타내어라.

풀이

광전효과의 식:

$$h\nu = \Phi + eV \quad \Leftrightarrow \quad \Phi = h\nu - eV$$

일함수 :

$$\Phi = \frac{hc}{\lambda} - eV \quad \Leftarrow \left( \nu = \frac{c}{\lambda} \right)$$

2008 기출 9번

[기출문제] 어떤 금속에 진동수  $\nu$ 의 빛을 비추어 광전자의 저지 전압이  $V$ 라면 광전자의 운동에너지와 일함수는 각각 얼마인가? (플랑크 상수는  $h$ , 전자의 전하는  $e$ 이다.)

풀이

광전효과의 식:  $h\nu = \Phi + K$ 운동에너지:  $K = eV$ 일함수:  $\Phi = h\nu - eV$

## 26-2 광전 효과 2010 기출 9번

[기출문제] 광전 문턱 진동수가  $f_0$  인 어떤 물질에 진동수가  $f$  인 빛을 입사시켰더니 광전자가 방출하였다. 이 때 방출된 광전자의 속력을 구하여라. 단 전자의 질량과 플랑크 상수는 각각  $m$  과  $h$  이고 상대론적 효과는 무시한다.

풀이

일함수 :  $\Phi = hf_0$

전자의 운동에너지 :  $K = hf - \Phi = hf - hf_0$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = hf - hf_0 \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2(hf - hf_0)}{m}}$$

## 2008 기출 10번

[기출문제] 빛의 입자성과 전자의 파동성을 잘 보여주는 실험을 아래 보기에서 각각 하나씩 순서대로 쓰라.

- ① 영의 이중 슬릿 실험      ② 톰슨의 알루미늄 박막에 의한 전자의 산란 실험
- ③ 러더퍼드의 금속 박막에 의한 알파 입자의 산란 실험      ④ 콤프턴 산란
- ⑤ 마이컬슨-몰리 실험

풀이

- ① 빛의 파동성을 나타내는 실험으로는 이중 슬릿 간섭실험과 회절실험이 있다.
- ② 전자를 알루미늄 박막에 산란시키면 회절무늬가 나타나는 톰슨(또는 데이비슨 저머 실험) 실험 전자의 파동성을 보여준다. ④ 빛의 입자성을 나타내는 실험은 광전효과, 흑체복사, 콤프턴 산란 실험이다.

[기출문제] 아래는 파장이  $\lambda$  인 엑스선이 정지 상태의 자유전자와 충돌하여  $\lambda'$  로 변화되어 튀어나오는 콤프턴 산란 실험이다. 아래 물음에 답하시오.

(가) 플랑크 상수  $h$  를 이용하여 입사하는 엑스선의 에너지를 구하시오.

(나) 충돌 전 후의 에너지 보존 식을 완성하시오. 전자의 정지질량  $m_0$ , 광속  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda'$ , 충돌 후 전자 속도  $v$  로 나타내시오 (단, 전자의 경우 상대론적 물리량을 이용하시오)

풀이 가) 입사하는 엑스선의 에너지  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

나) 충돌 전 후 에너지 보존 식  $\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \gamma m_0c^2$

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \leftarrow \left( m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \right)$$

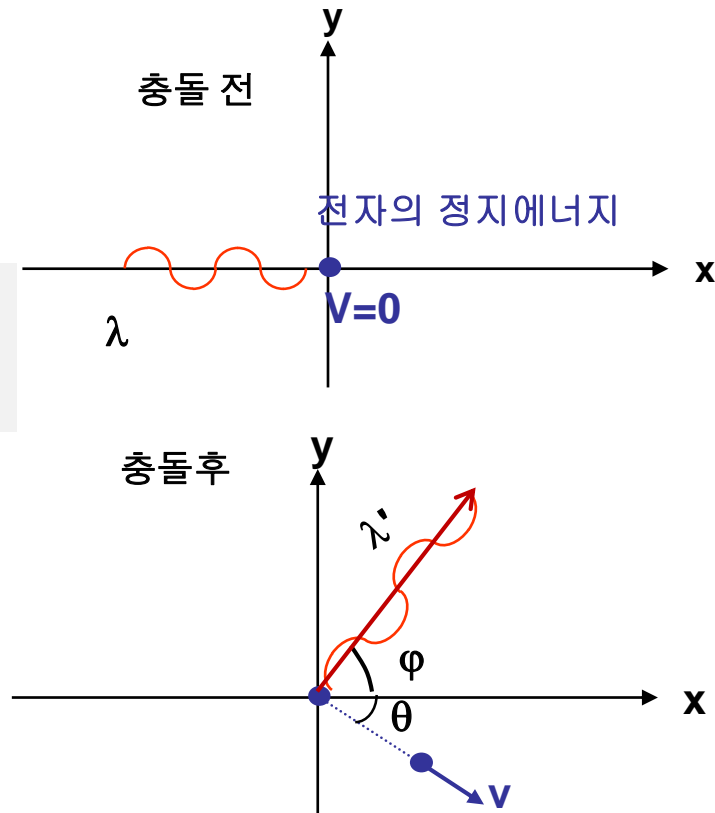
다) 충돌로 전, 후의 운동량 보존 식을 각 축에 따라 완성하시오.

전자의 정지질량  $m_0$ , 광속  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda'$ , 충돌 후 전자 속도  $v$  로 나타내시오 (단, 전자의 경우 상대론적 물리량을 이용하시오)

광자의 운동량 :  $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$  전자의 운동량 :  $p = \gamma m_0 v$

풀이 x 축 :  $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi + \frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \cos \theta$

y 축 :  $0 = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi - \frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \sin \theta$



26-3 콤프턴 산란 연습 26-3 과 유사 기출 2009 주관식 2번

[기출문제] 아래 그림과 같이 파장이  $\lambda$  인 엑스선이 정지 상태의 자유전자에 의해서 산란되어 길어진 파장  $\lambda'$  을 가진 엑스선으로 산란 각이  $90^\circ$  가 되었다. 단, 플랑크 상수는  $h$ , 전자의 정지질량은  $m_0$ , 전자의 충돌 후 속력은  $v$ , 전자의 산란 각은  $\theta$  로 나타낼 것.

(가) 충돌 전 후의 에너지 보존 식을 완성하시오.

풀이 충돌 전 후 에너지 보존식  $\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \gamma m_0c^2$

(나) 충돌 전 후의 운동량 보존 식을 완성하시오.

광자의 운동량 :  $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$

전자의 운동량 :  $p = \gamma m_0 v$

(x축)  $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi + p \cos \theta \xrightarrow{\varphi=90^\circ} p \cos \theta = \frac{h}{\lambda}$  (1)

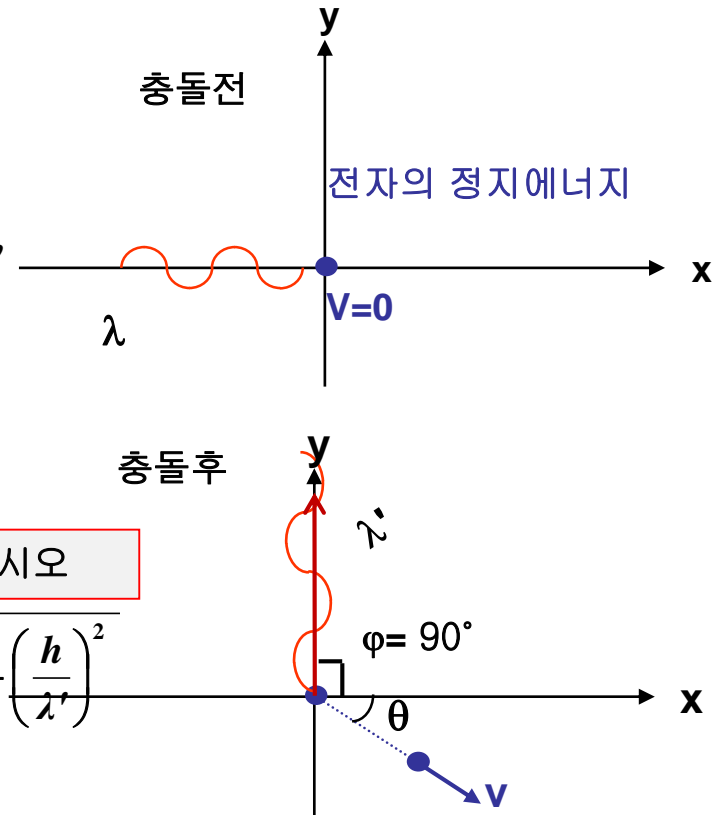
(y축)  $0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \varphi - p \sin \theta \xrightarrow{\varphi=90^\circ} p \sin \theta = \frac{h}{\lambda'}$  (2)

(다) 충돌 후 전자의 운동량의 크기를  $h$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda'$  을 이용하여 나타내시오

풀이  $(1)^2 + (2)^2 = p^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 \Rightarrow p = \gamma m_0 v = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2}$

(라) 충돌 후 전자의 산란 각을  $\lambda$ ,  $\lambda'$  을 이용하여 나타내시오

풀이  $\frac{(2)}{(1)} = \tan \theta = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)$





## 26-3 콤프턴 산란    2013년 기출 11번

[기출문제] 파장이  $\lambda$  인 광자가 정지해 있는 전자와 충돌한 후 산란되었다. 산란 후 광자의 파장이  $4\lambda/3$  로 증가하였다면 충돌 후 전자의 운동에너지를  $\lambda$  와 플랑크 상수  $h$ , 빛의 속력  $c$  를 이용하여 나타내어라.

풀이

에너지 보존 식

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \gamma m_0c^2$$

전자의 운동에너지 :  $K = (\gamma - 1)m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \left( \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} \right)$

위 식에  $\lambda' = 4\lambda/3$  이므로  $\lambda' - \lambda = \frac{3}{4}\lambda - \frac{1}{4}\lambda = \frac{\lambda}{2}$  이 된다.

따라서 이를 대입하여 전자의 운동에너지를 얻는다.

$$K = hc \left( \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} \right) = \frac{hc}{4\lambda}$$

26-3 콤프턴 산란 2017년 기출 10번 2012년 기출 10번

[기출문제] 파장이  $\lambda$  인 광자가 정지해 있는 전자와 정면 충돌한 후 정반대 방향으로 튕겨져 나왔다.  
충돌 후 광자의 파장이  $5\lambda/4$  로 증가하였다면 충돌 후 전자의 운동량을  $\lambda$  와 플랑크 상수  $h$  를  
이용하여 나타내어라.

**풀이** 운동량 보존 식을 이용한다. 정반대로 광자가 튕게 되므로  $\varphi=180^\circ$  이다.

광자의 운동량 :  $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$  전자의 운동량 :  $p = \gamma m_0 v$

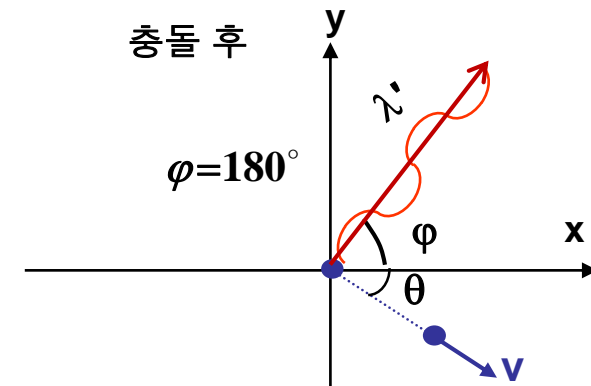
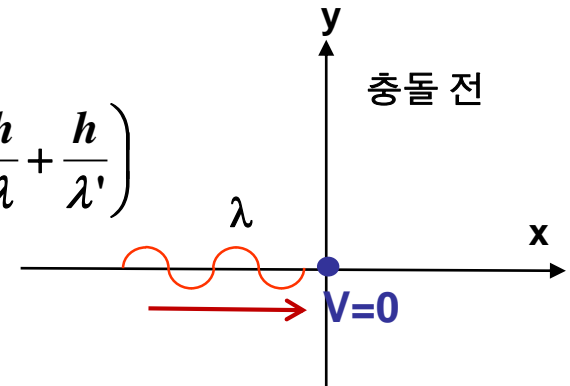
(x축- 운동량의 식)  $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi + p \cos \theta \xrightarrow{\varphi=180^\circ} p \cos \theta = \left( \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} \right)$

(y축- 운동량의 식)  $0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \varphi - p \sin \theta \xrightarrow{\varphi=180^\circ} p \sin \theta = 0$

(위에 주어진 운동량의 식에  $\lambda' = \frac{5\lambda}{4}$  을 대입하여 정리한다.)

$$p \cos \theta = \frac{9h}{5\lambda}, \quad p \sin \theta = 0 \quad \left( \because \lambda' = \frac{5\lambda}{4} \right)$$

$$\therefore p = \sqrt{(p \cos \theta)^2 + (p \sin \theta)^2} = \sqrt{\left( \frac{9h}{5\lambda} \right)^2 + 0} = \frac{9h}{5\lambda}$$



## 2017년 기출 11번 2016년 기출 11번

[기출문제] 다음 중 빛의 입자적 성질로 설명할 수 있는 실험적 사실들을 모두 고르시오.

- ① 같은 파장의 전자와 엑스선을 알루미늄 박막에 충돌시키면 회절무늬가 나타난다.
- ② 원자에 입사한 엑스선은 원자 안의 전자와 상호작용하여 산란된다. 이 때 산란된 엑스선의 파장은 산란 전보다 길어진다.
- ③ 흑체에서 나오는 복사선의 진동수가 충분히 커지면 오히려 복사량이 줄어든다.
- ④ 빛은 에테르라는 매질을 통해 에너지가 전달된다.
- ⑤ 광전 문턱 진동수 보다 작은 진동수를 갖는 빛을 금속 표면에 비추면 그 세기가 아무리 강해도 전자가 방출되지 않는다.
- ⑥ 보어 모형에 따르면 수소의 속박된 전자의 원궤도 길이는 파장의 정수 배이다.

풀이

② 는 콤프턴 산란 실험 ③ 은 흑체 복사 ⑤ 광전 효과 실험은 모두 빛이 운동량과 에너지를 갖는 입자로 설명하여야 가능하다. 한편 ① 번은 전자의 파동성을 나타내는 실험이고 ④ 번은 옳바르지 않은 설명으로 마이컬슨 몰리 실험 등에 의해 빛은 에테르란 매질 없이도 전달된다는 것이 증명되었다. ⑥ 보어 모형은 전자가 물질파라는 가정 하에 만들어진 수소 원자 모형이다.

## 2015년 기출 11번

[기출문제] 다음 중 빛의 입자적 성질로 설명할 수 있는 실험적 사실들을 모두 고르시오.

- ① 빛을 금속 표면에 비추면 전자가 금속 표면에서 튀어나온다.
- ② 빛이 전자로 부터 산란될 때 산란된 빛의 파장은 길어진다.
- ③ 흑체에서 나오는 복사선의 진동수가 충분히 커지면 오히려 복사량이 줄어든다.
- ④ 빛의 속력은 관찰자의 운동 상태와 관계없이 항상 일정하다.
- ⑤ 같은 파장의 전자와 엑스선을 알루미늄 박막에 충돌시키면 회절 무늬가 나타난다.

풀이

① 광전효과 ② 콤프턴 산란 실험 ③ 흑체 복사 실험은 모두 빛이 운동량과 에너지를 갖는 입자로 설명하여야 가능하다. 한편 ④ 번은 아인슈타인의 특수 상대론의 가정에 해당한다. ⑤ 번은 전자와 같은 물질도 파동성을 갖는다는 물질파에 대한 설명이다. 따라서 답은 ① 광전효과 ② 콤프턴 산란 실험 ③ 흑체 복사이 빛의 입자성을 나타낸다.

## 2013년 기출 10번

[기출문제] 다음 중 빛의 성질에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

- ① 광전효과는 빛의 파동성을 잘 설명한다.
- ② 빛은 에테르라는 매질을 통해 에너지가 전달된다..
- ③ 콤프턴 산란 실험은 빛의 입자적 성질을 잘 보여준다.
- ④ 빛이 파동의 성질을 보일 때 그 빛을 드브로이 파라고 한다.
- ⑤ 마이켈슨의 간섭계 실험을 통해 빛의 속력이 관찰자의 운동 상태와 관계없이 일정함을 알 수 있다.

### 풀이

- ① 광전효과는 빛의 입자성을 설명한다.
- ② 마이켈슨 물리 실험 등에 의해 빛은 더 이상 에테르란 매질 없이도 전달된다는 것이 증명되었다.
- ③ 콤프턴 산란 실험은 모두 빛이 운동량과 에너지를 갖는 입자로 설명하여야 가능하다.
- ④ 빛은 파동성과 입자성의 이중성이 있으며, 드브로이 파는 물질의 파동성을 나타내며 물질파를 말한다.
- ⑤ 이것은 아인슈타인 특수상대론의 제 1 가정에 해당한다.

## 불확정성 원리 2017년 기출 12번

[기출문제] 전자의 속력을 측정한 결과 1 % 의 측정 오차 안에서 속력이  $2 \times 10^6 \text{ m/s}$  라면 동시에 측정할 수 있는 전자의 위치에 대한 오차 범위를 구하여라. 단,  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $\pi = 3$  으로 계산하라.(단위 포함)

풀이

불확정성 원리에 의하면 운동량과 위치는 동시에 정확하게 측정할 수 없고 다음과 같은 오차 범위 안에서만 측정이 가능하다.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

전자의 속력이 1 % 의 오차범위이므로  $\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{100}$

운동량의 오차 범위는

$$\Rightarrow \Delta p = 0.01p = 0.0100 \times m_e v = 0.0100 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 2 \times 10^6 = 2 \times 10^{-26} (\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s})$$

이고 불확정성 원리에 의해 전자의 위치에 대한 오차 범위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta x_{\text{전자}} &\geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4 \times 3 \times (0.01 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 2 \times 10^6 \text{ m/s})} \\ &= 2.75 \times 10^{-9} \text{ m} = 2.75 (\text{nm}) \end{aligned}$$

## 26-5 보어의 수소원자 모형

연습 26-13. 각각 빨강, 초록, 파랑, 단일파장의 빛을 내는 60 W 짜리 세 가지의 색 전구가 있다. 이 들 전구 가운데 1초 동안에 광자를 제일 많이 내 보내는 전구는 어느 것인가?

**풀이** 빛은 광자로 이루어져 있으며 진동수가 클수록 광자의 에너지는 크다.

$$E = nh\nu \quad (n : \text{정수})$$

$$p = \frac{\text{Energy}}{t} = \frac{nh\nu}{t}$$

한편 일률(p)은 단위시간당의 나오는 광자의 에너지이므로 시간당 배출되는 광자 수 (n)는 파장에 비례한다.

$$\left( p = \frac{nh\nu}{t} \right) \Rightarrow \frac{n}{t} = \frac{p}{h\nu} = \frac{p}{hc/\lambda} = \frac{p \cdot \lambda}{hc} = \frac{60 \cdot \lambda}{hc} \propto \lambda \quad \therefore \quad \frac{n}{t} \propto \lambda$$

즉 시간당 배출되는 광자 수 (n) 은 파장이 클수록 많이 배출된다. 그러므로 **빨간색 전구**에서 단위 시간당 제일 많은 광자를 내 보내게 된다

### 2012년 기출 9번

[기출문제] 어떤 전등에서 파장이 600nm 이고 출력이 6.6 W 인 빛이 방출되고 있다. 이 전등에서 나오는 광자는 초당 몇 개인가? (위의 풀이와 같다.)

**풀이**

$$\frac{n}{t} = \frac{p}{h\nu} = \frac{p}{hc/\lambda} = \frac{p \cdot \lambda}{hc} = \frac{6.6 \cdot (6.0 \times 10^{-7})}{(6.6 \times 10^{-34}) \cdot (3.0 \times 10^8)} = 2.0 \times 10^{19}(\text{개})$$

### 2007년 기출 12번

[기출문제] 각각 빨강 초록 파랑의 단일 파장의 빛을 내는 색 전구가 있다. 색 전구의 일률이 모두 같다면 단위시간 동안 방출하는 광자 수의 비는? (단 빨강 색의 파장은 700 Å, 초록색은 550 Å, 파랑 색은 450 Å 이다)

**풀이**

$$\frac{n}{t} = \left( \frac{p}{hc} \right) \lambda \propto \lambda$$

단위시간 당 광자수는 파장에 비례한다.

$$700:550:450 \Rightarrow \therefore 14:11:9$$

[기출문제] 보어의 수소 원자 모형에 의하면 전자의 각운동량은  $L = \frac{nh}{2\pi}$  로 양자화 되어 있다. 여기서 h는 플랑크 상수, n은 1 이상의 정수이다. 이 때 다음 질문들에 답하여라.:

(가) 전자의 궤도 반지름을 n, h, m, e,  $\epsilon_0$  를 이용하여 나타내어라. 여기서 m은 전자의 질량, e는 기본 전하량,  $\epsilon_0$ 는 진공의 유전율이다.)

풀이 (전자기력=구심력)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad L = pr = mvr = \frac{2\pi r}{n} = n = 1, 2, 3, \dots$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = \frac{(mvr)^2}{mr^3} = \frac{L^2}{mr^3} = \frac{1}{mr^3} \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \quad \therefore r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2$$

(나) 전자의 물질 파의 파장을 n, h, m, e,  $\epsilon_0$  를 이용하여 나타내어라

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\left(\frac{nh}{2\pi r}\right)} = \frac{2\pi r}{n} = \frac{2nh^2 \epsilon_0}{me^2}$$

(다) 전자의 총 에너지를 n, h, m, e,  $\epsilon_0$  를 이용하여 나타내어라.

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\therefore E = K + U = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

(라) 전자를 바닥 상태에서 n=2인 상태로 여기 시키기 위해 필요한 에너지는 얼마인가? 단, 전자의 바닥 상태 에너지는 -13.6 eV이다.

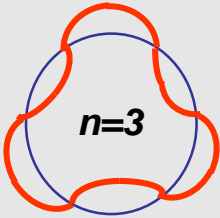
$$\text{에너지 준위: } E_n = -13.6 \frac{1}{n^2} \quad \therefore \Delta E = E_2 - E_1 = -13.6 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 13.6 \left( \frac{3}{4} \right) = 10.2 \text{ (eV)}$$



[기출문제] 보어는 다음과 같은 가정으로 수소 원자 모형을 제안하였다. 보어의 가정 : 전자의 각운동량은 아래 식과 같이 주어진 값만을 가질 수 있다.

각운동량 :  $L = pr = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots$

전자의 물질파 파장 :  $n\lambda = 2\pi r \quad n = 1, 2, 3, \dots$



(가) 전자가 전자기력을 구심력으로 원 운동 할 때 뉴턴의 2 법칙 즉 힘의 방정식을 쓰시오 (여기서 전자의 질량은  $m$  , 속도는  $v$  를 사용하시오)

**풀이** (전자기력=구심력)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$

(나) (가) 를 이용하여 원 운동하는 전자의 총 에너지는  $E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$  임을 보이시오.

**풀이**  $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}\right) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$   
 $\therefore E = K + U = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

(다) 보어의 가정을 이용하여 전자 원운동 반지름  $r$  이 양자화( $r_n$ ) 됨을 보이시오.

**풀이**  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = \frac{(mvr)^2}{mr^3} = \frac{L^2}{mr^3} = \frac{1}{mr^3} \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \quad \therefore r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi n e^2} n^2 \Rightarrow r \propto n^2$

(라) (가), (나), (다)의 결과로 총 에너지  $E$  가 양자화됨을( $E_n$ ) 보이시오.

**풀이**  $E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$

## 26-5 보어의 수소원자 모형 2007년 기출 11번

[기출문제] 보어의 수소 원자 모형 이론에서 전자의 궤도 반경과 에너지는 양의 정수  $n$  에 어떻게 의존하는가?

풀이

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2 \Rightarrow r \propto n^2$$

$$E_n = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -13.6 \frac{1}{n^2} \quad E_n \propto \frac{1}{n^2}$$

## 2010년 기출 10번

[기출문제] 수소 원자의 발머 계열에서 방출되는 광자에 에너지 중에서 가장 높은 에너지는 몇 eV 인가? 단, 전자의 바닥 상태에너지는  $-13.6$  eV 이다.

풀이 발머 계열은  $n=2$  의 준위로 떨어지는 빛의 복사선  $\Delta E = E_m - E_2$  인데 가장 높은 에너지 차이는 큰 에너지 준위 ( $m \rightarrow \infty$ )에서  $n=2$  로 떨어지는 경우가 된다.

$$\Delta E_{\max} = E_{\infty} - E_2 = -13.6 \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{2^2} \right) = 13.6 \left( \frac{1}{4} \right) = 3.4(eV)$$

## 26-5 보어의 수소원자 모형 2009년 기출 9번

연습 26-15. 수소 원자의 바닥상태 에너지는  $-13.6 \text{ eV}$  이다.

(가) 첫 번째 들뜸 상태의 에너지는 얼마인가?

(나) 첫 번째 들뜸 상태에 있는 전자의 이온화 에너지는 얼마인가?

**풀이** 수소 원자의 궤도 에너지 식은 양자 수  $n^2$  에 반비례한다.

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

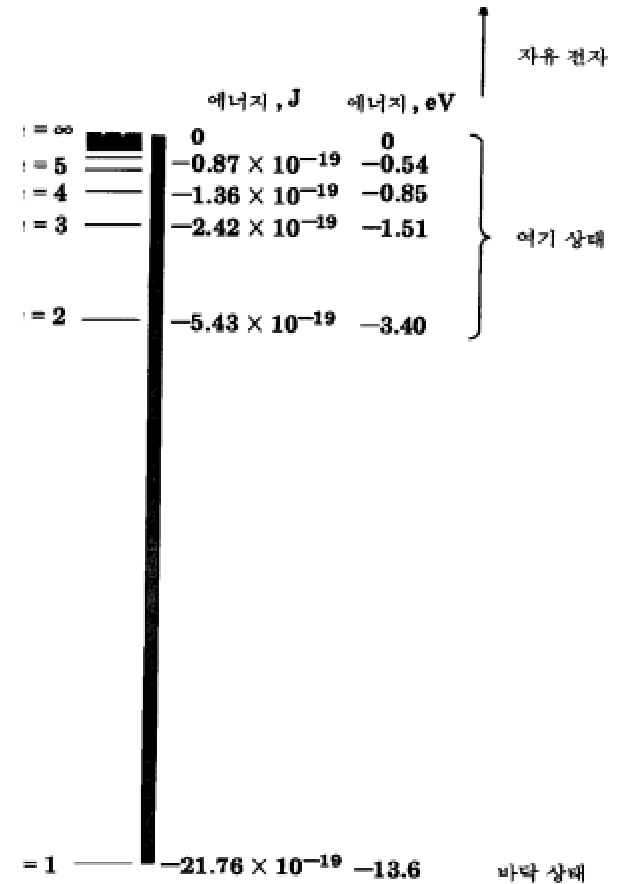
(가) 첫 번째 들뜸 상태의 에너지는  $n=2$  일 때이다

$$E_2 = \frac{-13.6 \text{ eV}}{2^2} = -3.4 \text{ eV}$$

(나) 수소원자의 첫 번째 들뜸 상태에 있는 전자를 궤도에서 떼어내서 수소원자를 양이온으로 만들려면  $+3.4 \text{ eV}$  의 에너지를 주어야 한다. 그러므로 이온화 에너지는

$$+3.4 \text{ eV}$$

이다.



[기출문제] 보어의 수소 원자 모형에서 수소 원자가 첫 번째 들뜬 상태에 있을 때 전자의 물질파의 파장은 궤도 반지름의 몇 배인가?

풀이

전자의 물질파 파장 :  $n\lambda = 2\pi r$        $n = 1, 2, 3, \dots$

첫 번째 들뜬 상태 이면  $n = 2$  이므로 ( $n=1$  은 기저상태임)

$$\lambda = \frac{2\pi r}{n} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi r}{2} = \pi r \quad \text{반지름의 } \pi \text{ 배 이다.}$$

[기출문제] 다음 그림은 수소 원자의 전자 에너지 준위를 나타내고 화살표는 전자의 전이를 나타낸다. 가장 큰 에너지를 갖는 광자를 방출하는 전이과정은 무엇인가? (주의: 그림의 에너지 스케일은 실제 값의 크기와 일치하지 않음)

풀이

화살표가 위로 올라가면 흡수이므로 아래로 내려가는 방출과정의 에너지 차를 구하면 다음과 같다

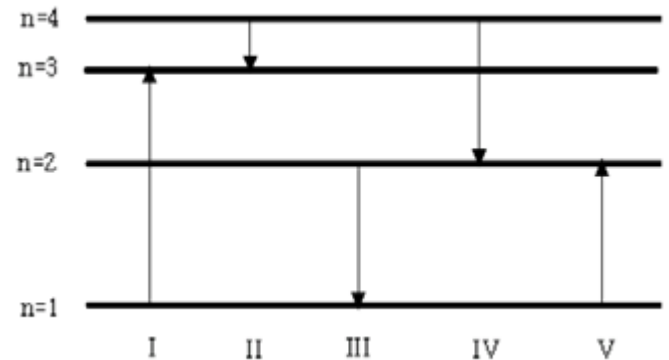
$$\text{에너지 준위 } E_n = -13.6 \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta E_{II} = E_2 - E_1 = -13.6 \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 13.6 \left( \frac{7}{144} \right)$$

$$\Delta E_{III} = E_2 - E_1 = -13.6 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 13.6 \left( \frac{3}{4} \right)$$

$$\Delta E_{IV} = E_2 - E_1 = -13.6 \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 13.6 \left( \frac{3}{16} \right)$$

$$\therefore \Delta E_{III} > \Delta E_{IV} > \Delta E_{II} \quad (\text{III 에서 가장 큰 에너지를 방출한다.})$$



## 26-5 보어의 수소원자 모형 2015년 기출 10번

[기출문제]. 수소 원자의 라이만 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지를 가진 빛의 파장을  $\lambda_1$  이라고 하고, 발머 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지를 가진 빛의 파장을  $\lambda_2$  라고 할 때  $\lambda_2 / \lambda_1$  를 구하시오.

풀이 높은 에너지에서 낮은 에너지로 전이될 때 빛으로 방출된다.

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E_n - E_m = (-13.6 \text{ eV}) \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

라이만 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지를 가진 파장  $\lambda_1$  :  $\lambda_1 = \frac{hc}{E_2 - E_1}$

발머 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지를 가진 파장  $\lambda_2$  :  $\lambda_2 = \frac{hc}{E_3 - E_2}$

$$\therefore \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_2} = \frac{(-13.6) \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right)}{(-13.6) \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = \frac{27}{5}$$

[기출문제]. 수소 원자의 라이만 계열에서 방출되는 광자의 에너지 중에서 가장 작은 에너지를  $E_1$  이라 하고, 발머 계열에서 방출되는 가장 작은 에너지를  $E_2$  라고 할 때  $E_2/E_1$  를 구하시오.

풀이 높은 에너지에서 낮은 에너지로 전이될 때 빛으로 방출된다.

$$h\nu = E'_n - E'_m = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (E_0 = -13.6 \text{ eV})$$

$$\text{라이만 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지 } E_1 : E'_1 - E'_1 = E_0 \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{5}{4} E_0$$

$$\text{발머 계열에서 방출되는 가장 낮은 에너지 } E_2 : E'_3 - E'_2 = E_0 \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{5}{36} E_0$$

$$\therefore \frac{E_2}{E_1} = \frac{\left( \frac{5}{36} \right) E_0}{\left( \frac{5}{4} \right) E_0} = \frac{1}{9}$$

2006년 기출 10번

[기출문제]. 빛 A 에너지가 빛 B 에너지의 2 배이다 이 때 두 빛의 파장의 비  $\lambda_A/\lambda_B$  는 얼마인가?

풀이 광자의 에너지와 진동수는 파장의 역수임을 이용하여 계산한다.

$$\frac{h\nu_A}{h\nu_B} = 2 \Rightarrow \frac{\nu_A}{\nu_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2 \quad \therefore \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{1}{2}$$