대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

1. 태양의 표면 온도가 $6000\ \mathrm{K}$이라고 한다. 태양이 흑체 복사를 한다고 가정할 경우, 복사 스펙트럼이 최대값을 가지는 파장 $\lambda_{\max}$를 구하고 이 결과를 맨눈에 보이는 태양의 색깔과 비교 설명하여라.

$T = 6000\ \mathrm{K}$, 빈의 변위법칙 – 복사량이 최대가 되는 파장 $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K} = Constant$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}}{6000\ \mathrm{K}} = 4.83 \times 10^{-7}\ \mathrm{m} = 0.483\ \mu\mathrm{m}$$

2.

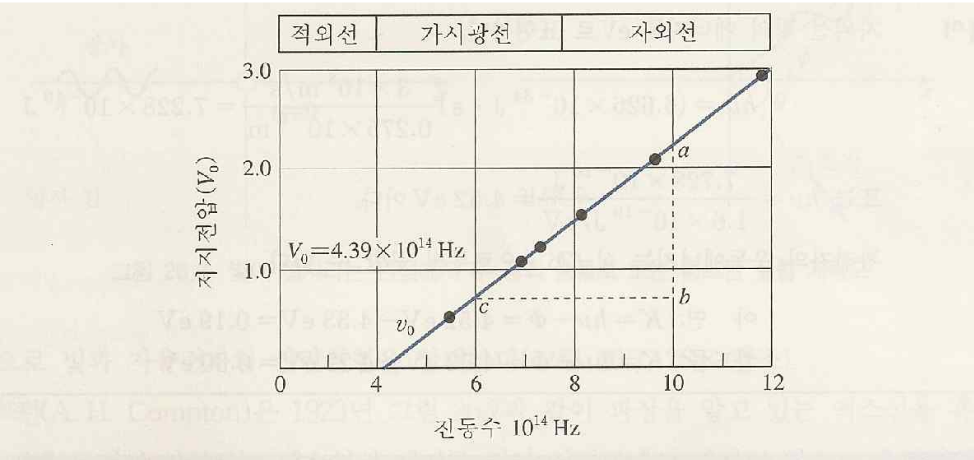

그림 Cs 표면에 대한 저지전압과 빛의 진동수. 그래프의 경사 ($a-b$ 길이)/($c-b$ 길이)로부터 h 값을 확인하고, 임계진동수 ν_0로부터 물질의 일함수 Φ를 얻어낼 수 있다.

(가) 그림에서 일함수와 임계 파장을 구하여라.

$$E = h\nu = K + W_0 \qquad < K = eV >$$

$$E = h\nu = eV + W_0 \quad \Rightarrow \quad W_0 = h\nu - eV = h\nu_0 = (6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (4.39 \times 10^{14}\ /\mathrm{s})$$

$$\approx 2.91 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} = 1.82\ \mathrm{eV}$$

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}{2.91 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

$$\approx 0.683\ \mu\mathrm{m}$$

(나) 파장 $3.00 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$의 빛을 쪼였을 때 방출되는 전자의 운동에너지를 구하여라.

$$\lambda = 3.00 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

$$K = h\nu - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}{3.00 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}} - 2.91 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$= 6.626 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} - 2.91 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$= 3.716 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 2.32\ \mathrm{eV}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

3. 어떤 금속의 일함수가 $0.80\ \mathrm{eV}$ 이다. 이 금속에 파장이 $500\ \mathrm{nm}$ 인 빛을 쪼였을 때 튀어나오는 전자에 대한 저지전압을 구하여라. 이때 튀어나오는 전자의 최대 속력은 얼마인가?

$W_0 = 0.80\ \mathrm{eV}$, $\lambda = 500\ \mathrm{nm} = 500 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$

$E = h\nu = K + W_0 \qquad < K = eV >$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = eV + W_0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e}$$

$$= \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}{(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \times (500 \times 10^{-19}\ \mathrm{m})} - \frac{0.80\ \mathrm{eV}}{e}$$

$$\approx 1.685\ \mathrm{V}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \times (1.685\ \mathrm{V})}{(9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})}}$$

$$= 7.69 \times 10^{5}\ \mathrm{m/s} \approx 2.56 \times 10^{-3} c$$

4. 어떤 샘플에 $6.80 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$ 의 빛을 비추어 방출되는 광전자의 저지 전압이 $1.80\ \mathrm{V}$ 라면, 광전자의 운동에너지와 일함수는 각각 얼마인가?

$\nu = 6.80 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz} = 6.80 \times 10^{14}\ /\mathrm{s}$, $V = 1.80\ \mathrm{V}$

$K = eV = e \times 1.80\ \mathrm{V} = 1.80\ \mathrm{eV}$

$E = h\nu = K + W_0$

$$W_0 = E - K = h\nu - K = (6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (6.80 \times 10^{14}\ /\mathrm{s}) - 1.80\ \mathrm{eV}$$

$$\approx 4.51 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} - 2.88 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$\approx 1.63 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 1.02\ \mathrm{eV}$$

5. 파장이 $1\ \text{Å}$ 인 엑스선이 자유전자에 의해서 산란되었다.
(가) 산란각이 90° 인 경우에 대해서 콤프턴 이동을 구하여라.

$\lambda = 1\ \text{Å} = 1 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$, $\phi = 90^\circ$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\phi) = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos 90^\circ)$$

$$= \frac{h}{m_e c} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{(9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}) \times (3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})} = 0.02424 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

$$= 0.002424\ \mathrm{nm}$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = (1 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}) + (0.02424 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}) = 1.02424 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

(나) 이때 자유전자의 충돌 후 운동량과 운동에너지를 구하여라.

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2$$

$$K = mc^2 - m_0c^2 = h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

$$= (6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})\times(3.00\times10^{8}\ \mathrm{m/s})\times\left(\frac{1}{1\times10^{-10}\ \mathrm{m}} - \frac{1}{1.02424\times10^{-10}\ \mathrm{m}}\right)$$

$$\approx 470.4\times10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 294\,eV$$

$$E = mc^2 = K + m_0c^2 \qquad \Rightarrow \qquad E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{\sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2}}{c}$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{\sqrt{K^2 + 2Km_0c^2 + (m_0c^2)^2 - (m_0c^2)^2}}{c}$$

$$= \frac{\sqrt{K^2 + 2Km_0c^2}}{c}$$

$$\approx \frac{\sqrt{(470.4\times10^{-19}\ \mathrm{J})^2 + 2\times(470.4\times10^{-19}\ \mathrm{J})\times(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(3.00\times10^{8}\ \mathrm{m/s})^2}}{3.00\times10^{8}\ \mathrm{m/s}}$$

$$\approx 9.259\times10^{-8}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$$

6. 그림에서 산란각이 0° 가 아닌 경우, 두 가지 파장에서 엑스선이 강하게 산란됨을 알 수 있다. 이 중 입사한 엑스선과 파장이 다른 엑스선은 자유전자에 의한 콤프턴 산란으로 이해될 수 있음을 보였다. 그러면 파장이 같은 엑스선은 어떻게 이해될 수 있을까? 이에 대한 설명을 제시하여라.

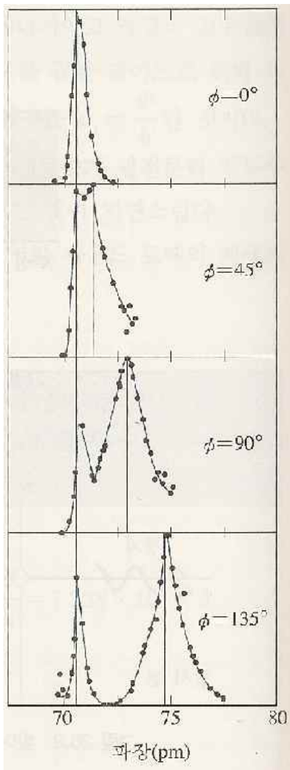

그림 콤프턴 산란 실험 결과

투과

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

7. 콤프턴 산란을 생각하자.

(가) 파장이 $5.70\times10^{-12}\ \mathrm{m}$인 전자기파가 정지해 있는 전자에 입사하여 산란되었다. 산란각이 50°이면, 충돌 후 전자기파의 파장은 얼마가 되는가?

$$\lambda = 5.70\times10^{-12}\ \mathrm{m},\qquad \phi = 50^\circ$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi) = \frac{h}{m_e c}(1-\cos 50^\circ)$$

$$= \frac{6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(3.00\times10^{8}\ \mathrm{m/s})}\times(1-0.643)$$

$$\approx 0.866\times10^{-12}\, m$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda \approx (5.70\times10^{-12}\ \mathrm{m}) + (0.866\times10^{-12}\ \mathrm{m}) \approx 6.566\times10^{-12}\ \mathrm{m}$$

(나) 파장이 $5.70\times10^{-12}\ \mathrm{m}$인 전자기파가 정지해 있는 전자에 입사하여 산란되었다. 산란된 광자가 50°에서 검출되었다면, 이 광자에 의해 산란된 전자의 운동에너지는 얼마인가?

$$K = h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

$$= (6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})\times(3.00\times10^{8}\ \mathrm{m/s})\times\left(\frac{1}{5.7\times10^{-12}\ \mathrm{m}} - \frac{1}{6.566\times10^{-12}\ \mathrm{m}}\right)$$

$$\approx 4.57\times10^{-15}\ \mathrm{J} \approx 28570\ \mathrm{eV} = 28.57\ \mathrm{keV}$$

8. $1.00\times10^{7}\ \mathrm{m/s}$로 움직이는 전자의 드 브로이 파장을 구하여라. 그리고 드 브로이 파장이 $1.00\ \mathrm{cm}$인 전자의 속력을 구하여라. 단, 전자의 질량은 $9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$이다.

$$v = 1.00\times10^{7}\ \mathrm{m/s},\qquad \lambda = 1.00\ \mathrm{cm} = 1.00\times10^{-2}\ \mathrm{m},\qquad m_e = 9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(1.00\times10^{7}\ \mathrm{m/s})} \approx 0.7273\times10^{-10}\, m = 0.07273\ \mathrm{nm}$$

$$= 0.7273\ \mathrm{\AA}$$

$$v = \frac{h}{m_e\lambda} = \frac{6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(1.00\times10^{-2}\ \mathrm{m})} \approx 0.07273\ \mathrm{m/s}$$

9. 우주배경복사는 온도 $3.00\ \mathrm{K}$에서 흑체복사스펙트럼으로 이루어져 있다. 이 복사를 이루고 있는 광자의 운동에너지는 $k_B T$로 주어진다. 이 광자의 파장을 구하여라.

$$E = K = k_B T = (1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J/K})\times(3.00\ \mathrm{K}) = 4.14\times10^{23}\ \mathrm{J}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{k_B T} = \frac{(6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})\times(3\times10^{8}\ \mathrm{m/s})}{(1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J/K})\times(3.00\ \mathrm{K})} \approx 4.80\times10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$= 4.80\, mm$$

10. 미국 제퍼슨 연구소의 가속기는 전자를 $12\ \mathrm{GeV}$까지 가속시킬 수 있다. 이렇게 높은 에너지의 전자는 양성자의 안을 들여다 볼 수 있을 만큼 드 브로이 파장이 짧은 뿐만 아니라 상대론적인 관계식이 근사적으로 $p \approx E/c$를 만족한다.

(가) 이 전자의 드 브로이 파장을 구하여라.

$$E = 12\ \mathrm{GeV} = 12 \times 10^{9}\ \mathrm{eV} = 1.92 \times 10^{-9}\ \mathrm{J}$$

$$E = \sqrt{p^2c^2 + (m_0c^2)^2} \quad \Rightarrow \quad E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2 \quad \Rightarrow \quad p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2c^2} \approx \frac{E}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{E/c} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})}{(1.92 \times 10^{-9}\ \mathrm{eV})/(3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})} \approx 1.0353 \times 10^{-16}\ \mathrm{m} = 0.10353\ \mathrm{fm}$$

(나) 양성자의 반지름은 대략 $1\ \mathrm{fm}$ 정도이다. 이 반지름 r과 드 브로이 파장의 비를 구하라.

$$\frac{0.10353\ \mathrm{fm}}{1\ \mathrm{fm}} = 0.10353$$

11. 질량이 $100\ \mathrm{g}$인 야구공이 시속 $140\ \mathrm{km/h}$로 날아온다. 타자가 속력을 $1.00\,\%$의 정확도로 측정할 경우 그가 측정할 수 있는 거리의 최소 오차를 구하여라. 그리고 이 문제를 플랑크 상수가 $10.0\ \mathrm{J \cdot s}$인 경우에 대해서도 구하고, 이렇게 구한 결과를 토의하라.

$$m = 100\ \mathrm{g} = 0.100\ \mathrm{kg}, \qquad v = 140\ \mathrm{km/h} \approx 38.9\ \mathrm{m/s}$$

$$p = mv \approx (0.100\ \mathrm{kg}) \times (38.9\ \mathrm{m/s}) \approx 3.89\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta p = p \times 0.01 \approx 0.0389\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{4\pi} \times \frac{1}{0.0389\ \mathrm{kg \cdot m/s}} \approx 1.356 \times 10^{-33}\ \mathrm{m}$$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h'}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h'}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p} = \frac{10\ \mathrm{J \cdot s}}{4\pi} \times \frac{1}{0.0389\ \mathrm{kg \cdot m/s}} \approx 20.46\, m$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

12. 질량이 $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$인 전자와 $m_b = 2.00 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg}$인 총알이 $0.100\,\%$의 정확도로 속력이 모두 $1200\,\mathrm{m/s}$로 측정되었다. 전자와 총알의 위치는 어느 정도로 정확히 측정할 수 있는가?

$$p_e = m_e v \approx (9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}) \times (1200\,\mathrm{m/s}) \approx 1.093 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta p_e = p_e \times 0.001 \approx 1.093 \times 10^{-30}\,\mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta x_e \Delta p_e \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_e \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p_e} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{4\pi} \times \frac{1}{1.093 \times 10^{-30}\,\mathrm{kg \cdot m/s}}$$

$$\approx 4.82 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$$

$$p_b = m_b v \approx (2.00 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg}) \times (1200\,\mathrm{m/s}) \approx 2.40 \times 10^{1}\,\mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta p_b = p_b \times 0.001 \approx 2.40 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\Delta x_b \Delta p_b \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_b \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p_b} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{4\pi} \times \frac{1}{2.40 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg \cdot m/s}}$$

$$\approx 2.197 \times 10^{-33}\,\mathrm{m}$$

13. 각각 빨강, 초록, 파랑 단일 파장의 빛을 내는 $60\,\mathrm{W}$ 짜리 세 가지의 색 전구가 있다. 이 중 1초 동안에 광자의 개수를 제일 많이 내보내는 전구는 어느 것인가?

$$P = 60\,\mathrm{W} \qquad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \lambda_{\text{빨강}} > \lambda_{\text{초록}} > \lambda_{\text{파랑}} \\ E_{\text{파랑}} > E_{\text{초록}} > E_{\text{빨강}} \\ W_{\text{파랑}} > W_{\text{초록}} > W_{\text{빨강}} \\ N_{\text{빨강}} > N_{\text{초록}} > N_{\text{파랑}} \end{cases} \quad \text{빨강색 전구}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

14. 보어의 수소원자 모델을 생각하자.

(가) 플랑크 상수 h를 증가시킬 수 있다면, 원자의 반지름은 어떻게 되겠는가?

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2 \qquad \Rightarrow \qquad r \sim h^2 \qquad \text{증가}$$

(나) 수소원자 내부의 전자를 물질파로 기술하고, 이 파동이 정상파를 이룬다는 조건에서 보어의 각운동량 양자화를 유도하라.

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{mv} \\ 2\pi r = n\lambda \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{mv} \quad \Rightarrow \quad rmv = n\frac{h}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad L = n\frac{h}{2\pi}$$

15. 수소원자의 바닥 상태 에너지는 -13.6 eV이다.

(가) 첫 번째 들뜸 상태의 에너지는 얼마인가?

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\text{ eV} \quad \Rightarrow \quad E_1 = -\frac{13.6}{1^2}\text{ eV} = -\frac{13.6}{1}\text{ eV} = -13.6\text{ eV}$$

$$\Rightarrow \quad E_2 = -\frac{13.6}{2^2}\text{ eV} = -\frac{13.6}{4}\text{ eV} = -3.4\text{ eV}$$

(나) 첫 번째 들뜸 상태에 있는 전자의 이온화 에너지는 얼마인가?

$$E = 3.4\text{ eV}$$

16*. 어떤 전자가 궤도 양자수 $l = 3$인 상태에 있다.

(가) 이때 궤도각운동량 L은 $\hbar$의 몇 배인가?

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \quad \text{or} \quad \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi} \qquad (l = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar = \sqrt{3(3+1)}\,\hbar = \sqrt{12}\,\hbar = 2\sqrt{3}\,\hbar = 2\sqrt{3}\,\frac{h}{2\pi} \qquad 2\sqrt{3}\text{ 배}$$

(나) 이 전자의 자기모멘트는 얼마인가?

$$\mu = -\frac{e}{2m}L = -\frac{e}{2m}(2\sqrt{3}\,\hbar) = -\frac{e}{2m}\left(2\sqrt{3}\,\frac{h}{2\pi}\right)$$

$$= -\frac{(-1.6\times10^{-19}\text{ C})}{2\times(9.11\times10^{-31}\text{ kg})}\times 2\sqrt{3}\times\frac{(6.626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})}{2\pi} \approx 3.199\times10^{-23}\text{ C}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

(다) 가능한 L_z의 값은 얼마인가?

$$L_z = m_l \hbar \quad \text{or} \quad m_l \frac{h}{2\pi} \qquad (m_l = -l,\ -l+1,\ \cdots,\ -1,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ l-1,\ l)$$

$$L_z = 0,\ \pm\hbar,\ \pm 2\hbar,\ \pm 3\hbar \quad \text{or} \quad 0,\ \pm\frac{h}{2\pi},\ \pm\frac{2h}{2\pi},\ \pm\frac{3h}{2\pi}$$

17*. 수소원자에서 전자가 $n = 5$인 상태에 있다.

(가) 가능한 궤도양자수 l의 값은 얼마인가?

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\ (n-1) = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

(나) 각각의 l에 대해 가능한 자기양자수 m_e는?

$$m_l = -l,\ -l+1,\ \cdots,\ 0,\ \cdots,\ l-1,\ l$$

$l = 0,\quad m_l = 0$

$l = 1,\quad m_l = -1,\ 0,\ 1$

$l = 2,\quad m_l = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

$l = 3,\quad m_l = -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$l = 4,\quad m_l = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

18*. $Z = 7$인 질소에는 전자가 7개 있다. 각각의 전자의 양자수 n, l, m_l, m_s를 구하라.

$1s^2 2s^2 2p^3$

$n = 1,\quad l = 0,\quad m_l = 0,\quad m_e = \pm 1/2$

$n = 2,\quad l = 0,\quad m_l = 0,\quad m_e = \pm 1/2$

$n = 2,\quad l = 1,\quad m_l = 0,\quad m_e = \pm 1/2$

$n = 2,\quad l = 1,\quad m_l = 1 \ \text{or}\ -1,\quad m_e = +1/2 \ \text{or}\ -1/2$

19. 처음 에너지가 E_0인 광자가 질량이 m_e인, 정지해 있는 전자와 산란각 θ로 컴프턴 산란을 했다. 산란된 광자의 나중 에너지가 다음과 같음을 보여라.

$$E' = \frac{E_0}{1+\left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)(1-\cos\theta)}$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda_0 + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \quad E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda_0 + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)} = \frac{\frac{hc}{\lambda_0}}{1+\frac{1}{m_e c^2}\frac{hc}{\lambda_0}(1-\cos\theta)} = \frac{E_0}{1+\left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)(1-\cos\theta)}$$

20. 수소 원자에서 전자 대신에 뮤온이 양성자와 서로 끌어당겨 원자를 이룬 걸 뮤온 수소 원자라고 부른다. 뮤온의 질량은 전자의 질량 보다 207배 더 무겁다. 뮤온 수소 원자가 바닥상태에 있을 때 에너지와 보어 반지름을 구하여라.

$$E_1 = -\frac{207 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -\frac{207\times(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C})^4}{8\times(8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2})^2\times(6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})^2}$$

$$\approx -4.515\times10^{-16}\ \mathrm{J} = -4.515\times10^{-16}\ \mathrm{J}\times\left(\frac{1\ \mathrm{eV}}{1.602\times10^{-19}\ \mathrm{J}}\right)$$

$$\approx -2.82\times10^{3}\ \mathrm{eV} = -2.82\ \mathrm{keV}$$

$$r_1 = \frac{h^2\epsilon_0}{\pi 207 m_e e^2} = \frac{(6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})^2\times(8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2})}{\pi\times207\times(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C})^2}$$

$$\approx 0.256\times10^{-12}\ \mathrm{m} = 0.256\ \mathrm{pm}$$