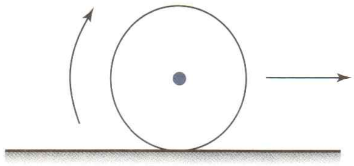
대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (9장) - by 송현석

1. 회전하며 움직이는 반지름이 $0.500\,m$인 바퀴의 중심부분의 병진속도의 크기는 $v_{cm} = 2.00\,m/s$이고 회전각속도의 크기는 $\omega = 3.00/s$이다. 바닥과 접촉하는 바퀴의 가장 아랫부분의 속력은 얼마인가?

$$v_{접촉점} = v_{cm} - v_{회전} = v_{cm} - (r\omega) = 2.00\,m/s - (0.500\,m \times 3.00/s)$$
$$= 2.00\,m/s - 1.50\,m/s$$
$$= 0.500\,m/s$$

2. 아래 그림과 같이 반지름이 $0.500\,m$인 바퀴가 수평면 위에서 미끄러짐 없이 굴러간다. 정지해 있다가 출발한 바퀴는 일정한 각가속도 $6.00\ rad/s^2$을 가지고 움직인다. $t=0$초에서 $t=3$초까지 바퀴가 움직인 거리는 얼마인가?



$r = 0.500\,m, \qquad v_0 = 0\ m/s, \qquad \omega_0 = 0\ rad/s, \qquad \alpha = 6.00\ rad/s^2, \qquad \Delta t = 3\ s$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \qquad (\ \omega_0 = 0\ rad/s, \quad \theta_0 = 0\ rad\ )$$

$$\omega^2 = 2\alpha\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\omega^2}{2\alpha} \qquad (\ \omega = \omega_0 + \alpha\Delta t = \alpha\Delta t\ )$$

$$= \frac{(\alpha\Delta t)^2}{2\alpha} = \frac{\alpha^2\Delta t^2}{2\alpha} = \frac{\alpha\Delta t^2}{2} = \frac{6.00\ rad/s^2 \times (3\ s)^2}{2} = 27.0\ rad$$

$$x = r\theta = 0.500\,m \times 27.0\ rad = 13.5\,m$$

3. 질량이 M이고, 반지름이 R인 원반 모양의 도르래에 질량이 m인 물체가 매달려 있다. 실의 질량은 무시할 수 있고, 도르래와 고정 축 사이의 마찰은 무시할 수 있다. 물체의 가속도를 구하여라.

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = RT\sin\theta = RT = I\alpha = (\frac{1}{2}MR^2)(\frac{a}{R}) = \frac{1}{2}MRa \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{2}Ma$$

$$mg - T = ma \quad \Rightarrow \quad mg - \frac{1}{2}Ma = ma$$

$$(\frac{1}{2}M + m)a = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{mg}{\frac{1}{2}M + m} = \frac{2mg}{M + 2m}$$

$$T = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2}M\frac{2mg}{M+2m} = \frac{Mmg}{M+2m}$$

4. 어떤 벽시계의 분침은 질량이 $60.0\,g$이고 길이가 $10.0\,cm$이다.
이 분침의 각운동량은 얼마인가?

$$L = I\omega = \left(\frac{1}{3}ML^2\right)\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) = \left(\frac{1}{3}\times 0.06\,kg \times (0.10\,m)^2\right)\left(\frac{2\pi\ rad}{3600s}\right)$$
$$\approx 3.49\times 10^{-7}\,kg\cdot m^2/s$$

5. 피겨 스케이팅 선수는 제자리에서 빨리 회전하기 위해서 팔을 오무린다. 그 이유를 설명하여라.

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}(t)}{dt} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{L} = I\vec{\omega} = I'\vec{\omega}' = constant \qquad \text{각운동량 보존}$$

6. 일정한 각속도 ω로 회전하던 별이 붕괴하여 회전관성이 $1/3$로 줄어들었다. 붕괴된 후의 별의 각속도를 구하여라.

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{L} = I\vec{\omega} = I'\vec{\omega}' = constant \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{I}{I'}\omega = \frac{I}{\frac{1}{3}I}\omega = 3\omega$$

7. 지구와 달 사이의 중력이 변화하여 둘 사이의 거리가 현재의 $1/2$로 줄어들었다면
달의 공전주기는 현재의 몇 배가 되겠는가?

$$F_c = m_m a_c = m_m \frac{v^2}{r_{em}} = G\frac{m_e m_m}{r_{em}^2} = F_g \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{G\frac{m_e}{r_{em}}}$$

$$T = \frac{2\pi r_{em}}{v} = \frac{2\pi r_{em}}{\sqrt{G\frac{m_e}{r_{em}}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_{em}^3}{Gm_e}} \qquad \Rightarrow \qquad T \sim \sqrt{r_{em}^3}$$

$$\Rightarrow \qquad T' \sim \sqrt{r'^3_{em}} \sim \sqrt{\left(\frac{1}{2}r_{em}\right)^3} \sim \sqrt{\frac{1}{8}r_{em}^3} \sim \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{r_{em}^3} \sim \frac{1}{2\sqrt{2}}T$$

8. 반지름이 r이고 회전관성이 I인 회전 놀이기구가 정지해 있다. 이때, 질량 m인 아이가 가장자리에서 접선을 따라 v의 속력으로 달려와 놀이기구에 올라탔다. 회전 놀이기구의 각속도는 얼마인가?

$$L = rp\sin\theta = rmv\sin\theta = rmv \qquad (\ \theta = 90^\circ\ ), \qquad I_t = I + mr^2$$

$$L = I_t\,\omega \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \frac{L}{I_t} = \frac{L}{I+mr^2} = \frac{mrv}{I+mr^2}$$

9. 구르고 있는 균일한 밀도의 고체구의 병진운동에너지는 질량중심에 대한 회전운동에너지의 몇 배인가?

$$K_{병진} = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2$$

$$K_{회전} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 = \frac{1}{5}Mv_{cm}^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{K_{병진}}{K_{회전}} = \frac{\frac{1}{2}Mv_{cm}^2}{\frac{1}{5}Mv_{cm}^2} = \frac{5}{2}$$

10. 회전관성이 $4.5\times10^{-3}kg\cdot m^2$이고 반지름이 $3.0cm$인 도르래가 천장에 매달려 있다. 도르래에 걸쳐져 있는 줄은 양쪽 끝에 각각 $2.0kg$, $4.0kg$인 나무토막을 매달고 도르래 위에서 미끄러짐 없이 움직인다. 무거운 나무토막의 속도가 $2.0m/s$일 때, 도르래와 두 나무토막의 전체 운동에너지는 얼마인가?

$$I = 4.5\times10^{-3}\ kg\cdot m^2, \qquad r = 3.0cm = 0.03m$$
$$m_1 = 2.0\,kg, \qquad m_2 = 4.0\,kg, \qquad v = v_1 = v_2 = 2.0\,m/s$$

$$\begin{aligned} K_{병진} = K_{병진1} + K_{병진2} &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad (\ v = v_1 = v_2\ ) \\ &= \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 \\ &= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\ v^2 \\ &= \frac{1}{2}(\ 2.0\ \ kg + 4.0\ \ kg\ )\ (2.0\ \ m/s)^2 = 12\ \ kg\cdot m^2/s^2 = 12\ \ J \end{aligned}$$

$$K_{회전} = \frac{1}{2}I\ \omega^2 \qquad \left(\ \omega = \frac{v}{r}\ \right)$$
$$= \frac{1}{2}I\left(\ \frac{v}{r}\ \right)^2 = \frac{1}{2}\times(4.5\times10^{-3}\ \ kg\cdot m^2)\times\left(\frac{2.0\ \ m/s}{0.03\ \ m}\right)^2 \approx 10\ \ kg\cdot m^2/s^2 = 10\ \ J$$

$$K_{총} = K_{병진} + K_{회전} = 12\ \ J + 10\ \ J = 22\ \ J$$

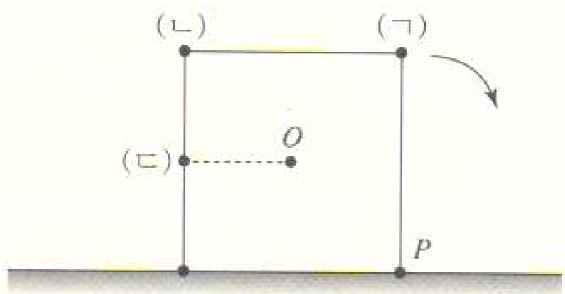
11. 오른손에 무거운 가방을 들고 갈 때 몸을 어느 쪽으로 기울이는가?
그 이유를 평형조건을 이용해서 설명하여라.

12. 질량이 $200g$인 균일한 $100cm$ 길이의 자가 있다. 자의 오른쪽 끝 지점에 질량이 $200g$인 지우개가 올려져 있을 때 균형을 유지하려면 받침대는 어느 위치에 있어야 하는가?

$m_1 = 200g = 0.2kg, \qquad m_2 = 200g = 0.2kg$

$$\begin{aligned} x_{cm} &= \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(0.2kg \times 0.5m) + (0.2kg \times 1.0m)}{0.2kg + 0.2kg} \\ &= \frac{0.1\ kg \cdot m + 0.2kg \cdot m}{0.4\ kg} \\ &= \frac{0.3\ kg \cdot m}{0.4\ kg} \\ &= \frac{3}{4}m = 75.0\ cm \end{aligned}$$

13. 그림과 같이 질량중심이 O에 위치한 상자가 일정한 최대 정지마찰계수를 갖는 지면에 놓여 있다. 들거나 밀어서 움직이기에는 상자가 너무 무거우므로, 이제 이 상자에 F의 크기를 갖는 힘을 가하여 점 P를 중심으로 하여 오른쪽으로 굴려(회전시켜) 움직이려고 움직이려고 한다.



(1) 힘의 크기 F를 최소로 하려면, 상자의 어느 곳에 힘을 작용하여야 하는가?

P점에서 가장 먼 (ㄴ)지점

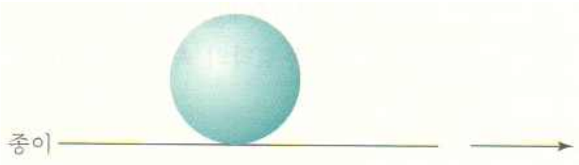
(2) 만일 (ㄷ)에 힘을 작용한다면, 가장 효과적인 힘의 방향은?

P점과 (ㄷ)지점을 연결하는 직선과 수직 윗방향으로

(3) 상자를 굴려 움직이는 데 기여하지 않는 힘은 중력, 마찰력, 힘 F 중 어느 것인가?

작용선이 회전축(P점)을 지나는 힘인 마찰력

14. 그림과 같이 종이 위에 원통형의 물체가 정지하여 있다. 이제 종이를 오른쪽으로 잡아 당긴다. 물체와 종이 사이에는 마찰력이 작용하여 물체는 미끄러지지 않는다.



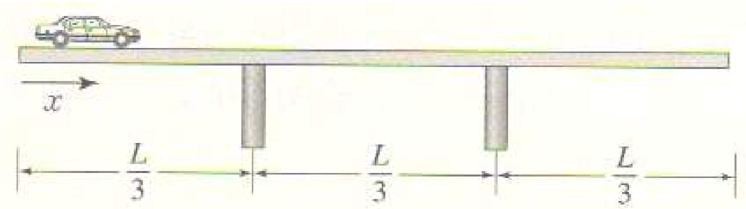
(1) 원통형 물체의 질량중심은 어느 방향으로 움직이는가?

질량중심은 움직이지 않는다.

(2) 원통형 물체는 질량중심에 대해 어느 방향으로 회전하는가?

시계 반대방향

15. 그림 같이 두 개의 동일한 기둥 위에 균일한 밀도를 갖는 콘크리트판을 얹어 놓은 다리가 있다. 이 다리 위를 자동차가 지나갈 때 왼쪽과 오른쪽 기둥이 받게 되는 힘은 다리에 수직하다. 그 세기를 각각 N_1과 N_2라 하자. 다리의 무게는 W_B, 자동차의 무게는 W_C, 자동차의 위치는 x로 표시한다. $0 \le x \le L/3$일 때, N_1, N_2를 구하여라.



$\sum \vec{F} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad N_1 + N_2 = W_C + W_B$

$\sum \vec{\tau} = 0$

첫 번째 기둥 주위의 돌림힘

$$(\frac{L}{3} - x)W_C + \frac{L}{3}N_2 - (\frac{L}{2} - \frac{L}{3})W_B = 0 \qquad \Rightarrow \qquad N_2 = \frac{W_B}{2} + (\frac{3x}{L} - 1)W_C$$

두 번째 기둥 주위의 돌림힘

$$(\frac{2L}{3} - x)W_C - \frac{L}{3}N_1 + (\frac{L}{2} - \frac{L}{3})W_B = 0 \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = \frac{W_B}{2} + (2 - \frac{3x}{L})W_C$$