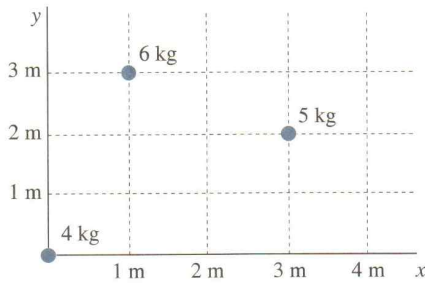


대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

1. 그림과 같이 좌표 상에 놓인 3개 입자의 질량 중심의 좌표 (x, y) 를 구하여라.



$$\left(\frac{7}{5}m, \frac{28}{15}m\right)$$

$$\begin{aligned} x_{\text{cm}} &= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4 \text{ kg} \times 0 \text{ m}) + (6 \text{ kg} \times 1 \text{ m}) + (5 \text{ kg} \times 3 \text{ m})}{4 \text{ kg} + 6 \text{ kg} + 5 \text{ kg}} \\ &= \frac{0 \text{ kg} \cdot \text{m} + 6 \text{ kg} \cdot \text{m} + 15 \text{ kg} \cdot \text{m}}{15 \text{ kg}} = \frac{21 \text{ kg} \cdot \text{m}}{15 \text{ kg}} = \frac{7}{5} \text{ m} \\ y_{\text{cm}} &= \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4 \text{ kg} \times 0 \text{ m}) + (6 \text{ kg} \times 3 \text{ m}) + (5 \text{ kg} \times 2 \text{ m})}{4 \text{ kg} + 6 \text{ kg} + 5 \text{ kg}} \\ &= \frac{0 \text{ kg} \cdot \text{m} + 18 \text{ kg} \cdot \text{m} + 10 \text{ kg} \cdot \text{m}}{15 \text{ kg}} = \frac{28 \text{ kg} \cdot \text{m}}{15 \text{ kg}} = \frac{28}{15} \text{ m} \end{aligned}$$

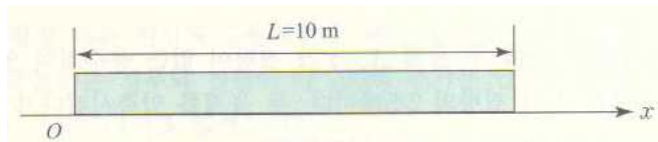
2. 지구와 달 사이의 거리는 각 중심으로부터 $3.84 \times 10^8 \text{ m}$ 이다.

지구의 질량은 $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ 이고 달의 질량은 $7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$ 이다.

지구의 중심을 기준으로 질량 중심이 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

$$\begin{aligned} r_{\text{cm}} &= \frac{m_1r_1 + m_2r_2}{m_1 + m_2} = \frac{(5.98 \times 10^{24} \text{ kg}) \times 0 \text{ m} + (7.36 \times 10^{22} \text{ kg}) \times (3.84 \times 10^8 \text{ m})}{(5.98 \times 10^{24} \text{ kg}) + (7.36 \times 10^{22} \text{ kg})} \\ &= \frac{(5.98 \times 10^{24} \text{ kg}) \times 0 \text{ m} + (7.36 \times 10^{22} \text{ kg}) \times (3.84 \times 10^8 \text{ m})}{(5.98 \times 10^{22} \text{ kg}) + (7.36 \times 10^{22} \text{ kg})} \\ &\approx 4.67 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

3. 단위길이당 막대질량 λ 가 아래와 같이 주어질 때, 길이 $L = 10.0 \text{ m}$ 막대의 총 질량과 질량중심을 구하여라.



$$dm = \lambda dx, \quad M = \lambda L$$

(가) 단위길이당 막대질량 $\lambda = 5.00 \text{ (kg/m)}$

$$\begin{aligned} M &= \int dm = \int_0^L \lambda dx = \lambda \int_0^L dx = \lambda [x]_0^L = \lambda L = 5.00 \text{ kg/m} \times 10.0 \text{ m} = 50.0 \text{ kg} \\ x_{\text{cm}} &= \frac{1}{M} \int_0^L x dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx = \frac{\lambda}{M} \int_0^L x dx = \frac{\lambda}{M} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{M} \left(\frac{1}{2} L^2 \right) = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{2} L^2 \right) = \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \times 10.0 \text{ m} = 5.00 \text{ m} \end{aligned}$$

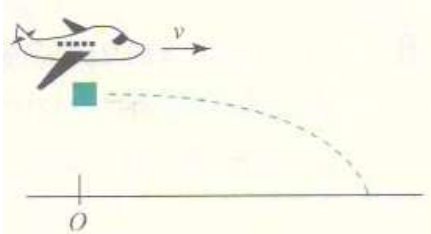
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

(나) 단위길이당 막대질량 $\lambda = x \text{ (kg/m)}$

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda dx = \int_0^L x dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^L = \frac{1}{2} L^2 = \frac{1}{2} \times (10.0)^2 = 50.0 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} x_{cm} &= \frac{1}{M} \int_0^L x dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx = \frac{1}{M} \int_0^L x^2 dx = \frac{1}{M} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^L \\ &= \frac{1}{M} \left(\frac{1}{3} L^3 \right) = \frac{1}{3} \frac{L^3}{M} = \frac{1}{3} \times \frac{(10.0)^3}{50.0} = \frac{20}{3} \text{ m} \end{aligned}$$

4. $h = 80.0 \text{ m}$ 높이를 속력 30.0 m/s 로 수평비행 하면서, 질량 0.50 kg 의 소포를 지표면으로 떨어뜨렸다. 낙하하는 중간에 소포가 풀려서 두 개로 갈라졌다. 그중 질량 0.10 kg 의 소포 조각을 낙하 시작지점으로부터 80.0 m 에서 찾았다면, 나머지 부분은 어디서 찾을 수 있겠는가? (여기서, 중력가속도 $g = 10.0 \text{ m/s}^2$ 을 사용하리라.)



$$y\text{-방향} \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = h + 0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x\text{-방향} \quad x = v_{0x}t = v_{0x} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 30.0 \text{ m/s} \times \sqrt{\frac{2 \times 80.0 \text{ m}}{10.0 \text{ m/s}^2}} = 120 \text{ m} = x_{cm}$$

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.10 \text{ kg} \times 80.0 \text{ m} + 0.40 \text{ kg} \times x_2}{0.10 \text{ kg} + 0.40 \text{ kg}} = 120 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad 0.10 \text{ kg} \times 80.0 \text{ m} + 0.40 \text{ kg} \times x_2 = 120 \text{ m} \times (0.10 \text{ kg} + 0.40 \text{ kg})$$

$$0.40 \text{ kg} \times x_2 = 120 \text{ m} \times (0.10 \text{ kg} + 0.40 \text{ kg}) - 0.10 \text{ kg} \times 80.0 \text{ m}$$

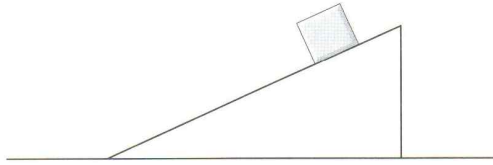
$$x_2 = \frac{120 \text{ m} \times (0.10 \text{ kg} + 0.40 \text{ kg}) - 0.10 \text{ kg} \times 80.0 \text{ m}}{0.40 \text{ kg}}$$

$$= \frac{120 \text{ m} \times 0.50 \text{ kg} - 0.10 \text{ kg} \times 80.0 \text{ m}}{0.40 \text{ kg}}$$

$$= 130 \text{ m}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

5. 그림과 같이 큰 썰기 모양의 나무토막이 마찰이 없는 수평면에 놓여 있다. 작은 벽돌이 나무토막의 거친 경사면 위를 미끄러져 내려오기 시작한다면, 작은 벽돌이 움직이는 동안 벽돌과 나무토막의 질량 중심은 어느 쪽으로 움직이는가?



수직 아래쪽 방향

큰 썰기 모양의 나무토막은 바닥 수평면과의 접촉면 사이에 마찰이 없으므로 자유롭게 움직일 수 있는 상황이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌 사이에 작용하는 힘은 내력이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌로 이루어진 하나의 계에 작용하는 힘은 지구에 의한 중력과 수평면으로부터 큰 썰기모양의 나무토막에 작용하는 수직항력뿐 이다.

큰 썰기 모양의 나무토막과 작은 벽돌로 이루어진 하나의 계에 작용하는 힘인 중력과 수직항력은 모두 수직 방향의 힘 이므로 수평 방향으로의 힘은 없다.

따라서 수평 방향으로의 두 물체의 질량 중심의 이동은 없어야 한다.

6. 3.00 m/s 의 속력으로 움직이는 보도가 있다. 평균적으로 매초 4명의 정지해 있던 사람이 보도 위로 올라서고 4명의 사람이 보도에서 내려온다. 한 사람의 질량이 60.0 kg 일 때, 이 보도를 계속 움직이게 하기 위해서 필요한 평균힘은 얼마인가? (타는 것만 고려)

$$v = 3.00 \text{ m/s}, \quad m = 60.0 \text{ kg}$$

$$\Delta P = \bar{F} \Delta t$$

$$\Rightarrow \quad \bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{4 \Delta p}{\Delta t} = \frac{4 \Delta mv}{\Delta t} = \frac{4 \times 60.0 \text{ kg} \times 3.00 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 720 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 720 \text{ N}$$

7. 두 사람 A와 B는 같은 운동에너지를 가지고 있다. A의 질량이 B의 9배일 때, A와 B의 운동량의 비는 얼마인가?

$$m_A = 9m_B$$

$$K_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2 = K_B \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_A}{p_B} &= \frac{m_A v_A}{m_B v_B} = \frac{m_A}{m_B} \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = \sqrt{\frac{9m_B}{m_B}} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad p_A : p_B = 3 : 1$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

8. 마찰이 없는 수평면 위에 두 물체 X, Y가 질량이 없는 용수철에 매여 정지해 있다.

X의 질량은 Y의 질량의 $\frac{2}{5}$ 배이다. 두 물체를 압축시켰다가 놓을 때, X의 운동에너지는 Y의 운동에너지의 몇 배가 되는가?

$$m_X = \frac{2}{5}m_Y$$

두 물체 X, Y는 동일한 스프링으로 동일한 힘 $F = -kx$ 를 받으므로 운동량의 변화도 동일해야 한다.

$$p_X = p_Y \quad \Rightarrow \quad m_X v_X = m_Y v_Y \quad \Rightarrow \quad \frac{v_X}{v_Y} = \frac{m_Y}{m_X} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2}kx = \begin{cases} \frac{1}{2}m_X v_X^2 = \frac{1}{2} \frac{2}{5}m_Y \left(\frac{5}{2}v_Y\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{5}{2}m_Y v_Y^2 \\ \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 = \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{K_X}{K_Y} = \frac{5}{2}$$

9. 질량 200 g의 찰흙 덩어리를 2 m/s의 속력으로 던져 정지해 있던 질량 100 g인

다른 찰흙 덩어리와 부딪히게 했더니 한 덩어리가 되어 날아간다.

운동량이 보존된다면 이 합쳐진 덩어리의 속력은 몇 m/s인가?

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2)v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(0.2 \text{ kg})(2 \text{ m/s}) + (0.1 \text{ kg})(0 \text{ m/s})}{0.2 \text{ kg} + 0.1 \text{ kg}} \\ &= \frac{0.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.3 \text{ kg}} \\ &= \frac{4}{3} \text{ m/s} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

10. 질량 m 인 유도탄이 속도 v_0 로 진행하다 궤도의 어느 지점에서 각각 질량이 $m/3$ 인 세 파편으로 나뉘어졌다. 이 중 한 개는 $v_0/2$ 의 속도로 진행하고 나머지 두 개의 파편은 같은 속력으로 서로 직각을 이루며 날아간다. 두 조각의 속력을 v_0 를 이용하여 나타내라.

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{i},$$

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = mv_0 \hat{i}$$

$$\vec{v}_1 = \frac{v_0}{2} \hat{i},$$

$$\vec{p}_1 = \frac{m}{3} \vec{v}_1 = \frac{m}{3} \frac{v_0}{2} \hat{i} = \frac{mv_0}{6} \hat{i}$$

$$\vec{v}_2 = v \cos \theta_2 \hat{i} + v \sin \theta_2 \hat{j},$$

$$\vec{p}_2 = \frac{m}{3} \vec{v}_2 = \frac{mv \cos \theta_2}{3} \hat{i} + \frac{mv \sin \theta_2}{3} \hat{j}$$

$$\vec{v}_3 = v \cos \theta_3 \hat{i} - v \sin \theta_3 \hat{j},$$

$$\vec{p}_3 = \frac{m}{3} \vec{v}_3 = \frac{mv \cos \theta_3}{3} \hat{i} - \frac{mv \sin \theta_3}{3} \hat{j}$$

< 여기서 나머지 두 파편이 같은 속력이므로 $v_2 = v_3 = v$ >

$$\text{y성분 : } p_{0y} = p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} \quad \Rightarrow \quad 0 = 0 + \frac{mv \sin \theta_2}{3} - \frac{mv \sin \theta_3}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \sin \theta_3$$

$$\Rightarrow \cos \theta_2 = \cos \theta_3$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \theta_3$$

$\theta_2 + \theta_3 = 90^\circ$ 이면서 $\theta_2 = \theta_3$ 이므로 $\theta_2 = \theta_3 = 45^\circ$ 이라는 것을 알 수 있다.

$$\text{x성분 : } p_{0x} = p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} \quad \Rightarrow \quad mv_0 = \frac{mv_0}{6} + \frac{mv \cos \theta_2}{3} + \frac{mv \cos \theta_3}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{5mv_0}{6} = \frac{2mv \cos \theta}{3} \quad < \theta_2 = \theta_3 = \theta >$$

$$\Rightarrow v = \frac{5}{4 \cos 45^\circ} v_0 = \frac{5}{2\sqrt{2}} v_0$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

11. 200 m/s의 속력으로 운동하는 질량 0.10 kg인 공을 야구 글러브로 받았다. 공이 글러브에 힘을 작용하는 시간이 10.0 ms 였다면, 공이 글러브에 작용한 힘의 크기는 얼마인가? (단, 힘의 크기는 충돌 중 일정하다고 가정하라.)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{(0.10 \text{ kg}) \times (200 \text{ m/s})}{10.0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 2.00 \times 10^3 \text{ N}$$

12. 질량 50.0 g의 테니스공이 60.0 km/h로 날아오고 있다. 어떤 선수가 되받아쳐서 공을 같은 속도로 반대방향으로 보내려면, 이 선수가 공에 가해야 할 충격량은 얼마인가?

$$60.0 \text{ km/h} = 60.0 \times 10^3 \text{ m/h} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \approx 16.7 \text{ m/s}$$

$$J = \Delta p = p_f - p_i = mv_f - mv_i = m(v_f - v_i) = 0.05 \text{ kg} \times (-16.7 \text{ m/s} - 16.7 \text{ m/s}) \\ \approx -1.67 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = -1.67 \text{ N} \cdot \text{s}$$

13. 어떤 탄환 하나의 질량은 5.00 g이며 속력은 200 m/s이다. 이 탄환은 1초에 10발 발사될 수 있다. 이러한 상태로 발사되는 탄환들이 모두 커다란 나무토막에 박히고 있다면 나무토막이 받는 평균 힘은 얼마인가?

$$m = 5.00 \text{ g} = 5.00 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad v = 200 \text{ m/s}$$

$$p_i = mv, \quad p_f = 0$$

$$\Delta p_{\text{탄환}} = p_f - p_i = 0 - mv = -mv$$

$$\Delta t = 1 \text{ s}$$

$$F_{\text{탄환}} = \frac{10 \times \Delta p_{\text{탄환}}}{\Delta t} = \frac{10 \times (-mv)}{1 \text{ s}} = \frac{-10 \times (5.00 \times 10^{-3} \text{ kg}) \times (200 \text{ m/s})}{1 \text{ s}} = -10.0 \text{ N}$$

$$F_{\text{나무}} = -F_{\text{탄환}} = -(-10.0 \text{ N}) = 10.0 \text{ N}$$

14. 수평인 공기 트랙 위에서 속력 v 로 움직이는 질량이 m 인 수레가 정지해 있는 질량 $2m$ 인 수레와 충돌하여 서로 연결된 채 같이 움직인다. 한 수레가 다른 수레에 전달한 충격량은 얼마인가?

$$mv + 0 = 3mv' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{m}{3m}v = \frac{1}{3}v$$

$$J = \Delta p = 2mv' - 0 = 2mv' = 2m \frac{1}{3}v = \frac{2}{3}mv$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

15. 질량 1.00 kg인 물체가 속력 10.0 m/s로 정지해 있던 질량 4.00 kg의 물체와 충돌한 후, 두 물체가 직선운동 하였을 때, 아래 물음에 답하여라.

(가) 두 물체가 한 덩이로 날아가는 경우 (완전 비탄성충돌), 속력을 구하여라.

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) V \\ \Rightarrow V &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{1.00 \text{ kg} \times 10.0 \text{ m/s} + 4.00 \text{ kg} \times 0.00 \text{ m/s}}{1.00 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}} \\ &= \frac{10.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{5.00 \text{ kg}} \\ &= 2.00 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(나) 완전 탄성충돌을 한 경우, 충돌 후 두 물체의 속력을 각각 구하여라.

$$(6.21\text{식}) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$(6.22\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\begin{aligned} (6.23\text{식}) \quad v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \\ &= \frac{1.00 \text{ kg} - 4.00 \text{ kg}}{1.00 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}} \times 10.0 \text{ m/s} + \frac{2 \times 0.00 \text{ kg}}{1.00 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}} \times 0.00 \text{ m/s} \\ &= -\frac{3.00 \text{ kg}}{5.00 \text{ kg}} \times 10.0 \text{ m/s} + \frac{0.00 \text{ kg}}{5.00 \text{ kg}} \times 0.00 \text{ m/s} \\ &= -6.00 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6.24\text{식}) \quad v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \\ &= \frac{2 \times 1.00 \text{ kg}}{1.00 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}} \times 10.0 \text{ m/s} + \frac{4.00 \text{ kg} - 1.00 \text{ kg}}{1.00 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}} \times 0.00 \text{ m/s} \\ &= \frac{2.00 \text{ kg}}{5.00 \text{ kg}} \times 10.0 \text{ m/s} + \frac{3.00 \text{ kg}}{5.00 \text{ kg}} \times 0.00 \text{ m/s} \\ &= 4.00 \text{ m/s} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

16. 원자로 내부에서 많은 양의 빠른 중성자가 발생된다. 이 중성자들의 속력을 감소시키기 위해서 중성자들을 다른 원자에 충돌시킨다. 빠른 중성자가 같은 질량을 가진 수소의 원자핵(양성자)에 충돌하는 경우와 질량이 약 200배 무거운 납 원자핵에 정면충돌할 때, 어느 경우 더 많은 운동에너지를 잃겠는가?

$$(6.21\text{식}) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$(6.22\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$(6.23\text{식}) \quad v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$(6.24\text{식}) \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

수소 $m_1 = m_2 = m, \quad v_1 = v, \quad v_2 = 0$ 이므로

$$v_1' = \frac{m - m}{m + m} v_1 + \frac{2m}{m + m} v_2 = \frac{2m}{m + m} v_2 = v_2 = 0$$

$$v_2' = \frac{2m}{m + m} v_1 + \frac{m - m}{m + m} v_2 = \frac{2m}{m + m} v_1 = v_1 = v$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = 0$$

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} m v^2 = -\frac{1}{2} m v^2$$

100% 손실 (정지한다)

납 $m_1 = m, \quad m_2 = 200m \quad v_1 = v, \quad v_2 = 0$ 이므로

$$v_1' = \frac{m - 200m}{m + 200m} v_1 + \frac{2 \times 200m}{m + 200m} v_2 = -\frac{199m}{201m} v_1 + \frac{400m}{201m} v_2 = -\frac{199}{201} v$$

$$v_2' = \frac{2m}{m + 200m} v_1 + \frac{200m - m}{m + 200m} v_2 = \frac{2m}{201m} v_1 + \frac{199m}{201m} v_2 = \frac{2}{201} v$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} m \left(-\frac{199}{201} v \right)^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{199}{201} \right)^2$$

$$\begin{aligned} \Delta K = K_f - K_i &= \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{199}{201} \right)^2 - \frac{1}{2} m v^2 \\ &= \frac{1}{2} m v^2 \left[\left(\frac{199}{201} \right)^2 - 1 \right] \approx (-0.0198) \times \frac{1}{2} m v^2 \end{aligned}$$

1.98% 손실 (뒤로 되튐다)

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

17. 질량 m 인 물체가 정지하고 있는 같은 질량의 물체와 탄성충돌한 후, 초기 진행방향과 30° 의 각으로 비껴나갔다. 나머지 물체는 어떤 각도로 진행하게 되겠는가?

$$(6.28\text{식}) \quad m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos \theta_1 + m_2 v_2' \cos \theta_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_1' \cos \theta_1 + v_2' \cos \theta_2$$

$$(6.28\text{식}) \quad 0 = m_1 v_1' \sin \theta_1 - m_2 v_2' \sin \theta_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_1' \sin \theta_1 - v_2' \sin \theta_2$$

$$(6.29\text{식}) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad \Rightarrow \quad v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

$$\Rightarrow \quad < \text{피타고라스의 정리} > \quad \Rightarrow \quad \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \theta_2 = 90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

18. 질량이 m 인 공이 v 의 속력으로 지면을 향하여 던져졌다. 이 공이 지면과 45° 의 각으로 부딪힌 후 같은 속력으로 튀어나온다면 공의 운동량 변화량은 얼마인가?

$$\vec{p}_i = mv \cos 45^\circ \hat{i} - mv \sin 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{p}_f = mv \cos 45^\circ \hat{i} + mv \sin 45^\circ \hat{j}$$

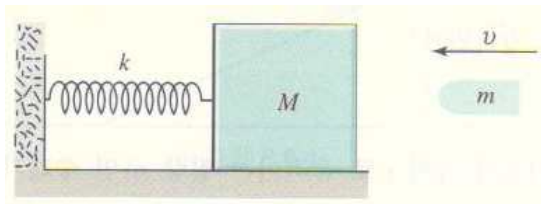
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$= (mv \cos 45^\circ - mv \cos 45^\circ) \hat{i} + (mv \sin 45^\circ - (-mv \sin 45^\circ)) \hat{j}$$

$$= (2mv \sin 45^\circ) \hat{j}$$

$$= (\sqrt{2}mv) \hat{j}$$

19. 그림과 같이 질량 m 인 총알이 용수철에 달려 있는 질량 M 인 나무토막에 속도 v 로 날아와 박혔다. 용수철 상수는 k 이고 용수철 끝은 벽에 고정되어 있으며, 나무토막과 바닥면 사이의 마찰은 무시한다. 이때, 용수철의 최대 압축 거리를 구하여라.



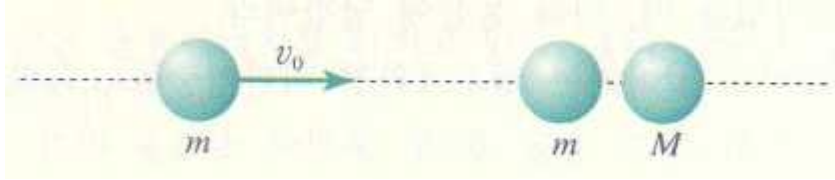
$$mv = (M+m)v' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{mv}{M+m}$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} (M+m)v'^2 = \frac{1}{2} (M+m) \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2} = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{(M+m)}$$

$$kx^2 = \frac{m^2 v^2}{(M+m)} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{k(M+m)}} = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

20. 질량이 m 인 물체가 속력 v_0 로 운동하고 있다. 이 물체의 앞에 질량이 각각 m 과 M 인 두 물체가 서로 떨어진 채 놓여 있다. 이 물체들이 서로 정면 탄성 충돌한다고 할 때, $M > m$ 인 경우 이 상황에서는 3 번의 충돌이 일어남을 보이고, 각 물체의 최종 속도를 구하여라.



1차 충돌

$$m_1 = m_2 = m, \quad v_1 = v_0, \quad v_2 = 0 \quad \text{이므로}$$

$$v_1' = \frac{m-m}{m+m}v_1 + \frac{2m}{m+m}v_2 = \frac{2m}{m+m}v_2 = v_2 = 0$$

$$v_2' = \frac{2m}{m+m}v_1 - \frac{m-m}{m+m}v_2 = \frac{2m}{m+m}v_1 = v_1 = v_0 > 0$$

2차 충돌

$$m_2 = m, \quad m_3 = M, \quad v_2' = v_0, \quad v_3 = 0 \quad \text{이므로}$$

$$v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_2' + \frac{2M}{m+M}v_3 = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0$$

$$v_3' = \frac{2m}{m+M}v_2' - \frac{m-M}{m+M}v_3 = \frac{2m}{m+M}v_0 > 0$$

3차 충돌

$$m_1 = m_2 = m, \quad v_1' = 0, \quad v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 \quad \text{이므로}$$

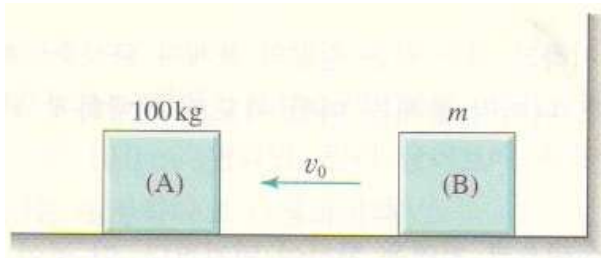
$$v_1'' = \frac{m-m}{m+m}v_1' + \frac{2m}{m+m}v_2'' = \frac{2m}{m+m}v_2'' = v_2'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0$$

$$v_2''' = \frac{2m}{m+m}v_1' - \frac{m-m}{m+m}v_2'' = \frac{2m}{m+m}v_1' = v_1' = 0$$

$$v_1'' = \frac{m-M}{m+M}v_0 < 0, \quad v_2''' = 0, \quad v_3' = \frac{2m}{m+M}v_0 > 0$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

21. 질량 100kg 인 물체 (A)가 마찰이 없는 평면 위에 놓여 있다. 이 물체 한편에는 벽면이 있으며, 그 벽면과 물체 사이에는 질량 m 인 물체 (B)가 어떤 속력 v_0 로 (A)를 향하여 운동하고 있다. 물체 (B)는 (A)와 한 번 충돌한 후 다시 벽과 충돌한 다음 처음의 운동 방향으로 운동한다고 한다. 모든 충돌이 탄성충돌이라 할 때, 충돌이 모두 끝난 후 두 물체의 속도가 같다면 물체 (B)의 질량은 얼마인가?
(벽의 질량은 무한히 크다고 가정하라.)



1차 충돌

$$v_{(A)} = 0, \quad v_{(B)} = v_0 \quad \text{이므로}$$

$$v_{(A)}' = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(A)} + \frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(B)} = \frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 > 0$$

$$\begin{aligned} v_{(B)}' &= \frac{2m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(A)} - \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_{(B)} = -\frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 \\ &= \frac{m_{(B)} - m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 < 0 \end{aligned}$$

2차 충돌 (벽에 충돌)

$$v_{(B)}'' = -v_{(B)}' = -\frac{m_{(B)} - m_{(A)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 > 0$$

$$v_{(A)}' = v_{(B)}''$$

$$\frac{2m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0 = \frac{m_{(A)} - m_{(B)}}{m_{(A)} + m_{(B)}} v_0$$

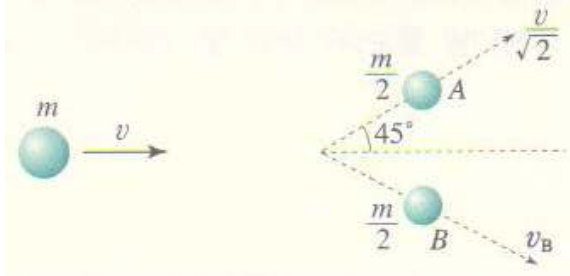
$$2m_{(B)} = m_{(A)} - m_{(B)}$$

$$3m_{(B)} = m_{(A)}$$

$$m_{(B)} = \frac{1}{3} m_{(A)} = \frac{1}{3} \times 100\text{kg} = \frac{100}{3}\text{kg}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

22. 그림과 같이 질량 m , 속도 v 인 물체가 내부 반응에 의해 어느 순간 질량이 $\frac{m}{2}$ 인 둘로 쪼개져서 운동한다. 물체에 작용하는 중력은 무시한다.



(가) 이때 물체의 총 운동량은 쪼개지기 전과 비교해 어떻게 되는가?

불변이다. (보존된다.)

(나) B의 속력은 얼마인가?

< x 방향 >

$$\begin{aligned} mv &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \cos 45^\circ + \frac{m}{2} v_B \cos \theta \\ mv &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{m}{2} v_B \cos \theta \\ v &= \frac{1}{4} v + \frac{1}{2} v_B \cos \theta \\ \frac{1}{2} v_B \cos \theta &= v - \frac{1}{4} v = \frac{3}{4} v \\ v_B \cos \theta &= \frac{3}{2} v \end{aligned}$$

< y 방향 >

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \sin 45^\circ - \frac{m}{2} v_B \sin \theta \\ 0 &= \frac{m}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{m}{2} v_B \sin \theta \\ 0 &= \frac{1}{4} v - \frac{1}{2} v_B \sin \theta \\ \frac{1}{2} v_B \sin \theta &= \frac{1}{4} v \\ v_B \sin \theta &= \frac{1}{2} v \end{aligned}$$

$$v_B = \sqrt{(v_B \cos \theta)^2 + (v_B \sin \theta)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}v\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}v^2 + \frac{1}{4}v^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}v$$

(다) 이때 물체의 총 운동에너지는 쪼개지기 전과 비교해 어떻게 되는가?

폭발 전 운동에너지 $K_i = \frac{1}{2}mv^2$

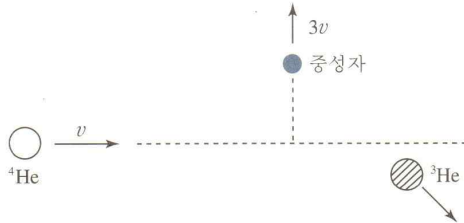
$$\begin{aligned} \text{폭발 후 운동에너지} \quad K_f &= \frac{1}{2} \frac{m}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}v \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{2} \left(\frac{\sqrt{10}}{2}v \right)^2 = \frac{mv^2}{8} + \frac{10mv^2}{16} \\ &= \frac{2mv^2 + 10mv^2}{16} = \frac{12}{16}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2 \end{aligned}$$

폭발 전 · 후 운동에너지 변화량 $\Delta K = K_f - K_i = \frac{3}{4}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4}mv^2$

운동에너지는 $\frac{1}{4}mv^2$ 만큼 증가하였다.

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

23. 속력 v 를 가진 He^4 핵(원자질량=4)은 중성자(원자질량=1)와 He^3 핵(원자질량=3)으로 쪼개진다. 중성자는 He^4 핵이 들어오던 방향에 수직으로 멀어진다. 중성자의 속력이 $3v$ 라면, He^3 핵의 최종 속력은 얼마인가?



$$x \text{ 방향 운동량} \quad m_{\text{He}^4} v_{\text{He}^4} = m_{\text{He}^3} v_{\text{He}^3} \cos \theta$$

$$m_{\text{He}^4} v_{\text{He}^4} = \frac{3}{4} m_{\text{He}^4} v_{\text{He}^3} \cos \theta \quad \Rightarrow \quad v_{\text{He}^4} = \left(\frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \cos \theta \right)$$

$$y \text{ 방향 운동량} \quad 0 = m_{\text{He}^3} v_{\text{He}^3} \sin \theta + m_n v_n$$

$$0 = \frac{3}{4} m_{\text{He}^4} v_{\text{He}^3} \sin \theta + \frac{1}{4} m_{\text{He}^4} v_n$$

$$0 = \frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \sin \theta + \frac{1}{4} v_n$$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{He}^3} = -\frac{4}{3 \sin \theta} \frac{1}{4} v_n = \frac{1}{3 \sin \theta} v_n = \frac{1}{3 \sin \theta} 3 v_{\text{He}^4} = \frac{1}{\sin \theta} v_{\text{He}^3}$$

$$= \frac{1}{3 \sin \theta} 3 \left(\frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \cos \theta \right) = \frac{3 \cos \theta}{4 \sin \theta} v_{\text{He}^3} = \frac{3}{4 \tan \theta} v_{\text{He}^3}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{He}^3} = \frac{3}{4 \tan \theta} v_{\text{He}^3}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{He}^3} \tan \theta = \frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \quad \Rightarrow \quad \tan \theta = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{He}^4} = \frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \cos \theta = \frac{3}{4} v_{\text{He}^3} \frac{4}{5} = \frac{3}{5} v_{\text{He}^3}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{He}^3} = \frac{5}{3} v_{\text{He}^4} = \frac{5}{3} v \quad (v_{\text{He}^4} = v)$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (6장) - by 송현석

24. 질량 M 인 기차가 마찰이 무시되는 선로 위에 동서 방향으로 놓여 있다. 그 기차의 위에 질량이 m 인 사람이 서 있다. 그 사람이 기차 위를 일정한 속력 v 로 동쪽으로 뛰어 간다면 기차의 속도는 얼마인가?

$$mv + MV = 0$$

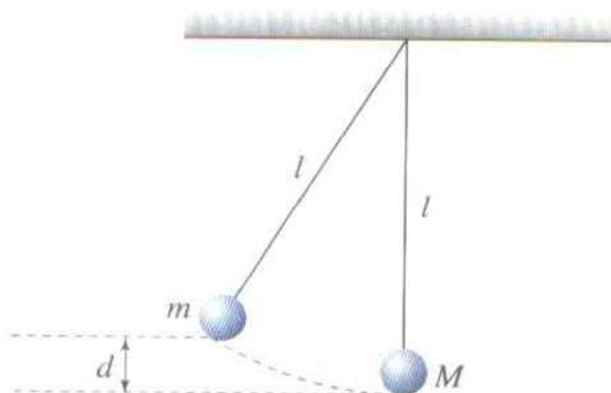
$$V = -\frac{m}{M}v \quad (\text{서쪽으로}) \quad \frac{m}{M}v$$

25. 무거운 원자핵인 우라늄 ^{238}U 동위원소의 원자핵은 알파 붕괴하여 토륨 ^{234}Th 원자핵으로 바뀐다. 알파 붕괴에서는 헬륨이 방출되며 헬륨의 원자량은 4이다. 알파선 입자의 속력이 10^8 m/s 라 할 때 알파 붕괴할 때 반발되는 토륨 원자핵의 속력은 얼마인가?

$$m_\alpha v_\alpha + m_t v_t = 0$$

$$v_t = -\frac{m_\alpha}{m_t}v_\alpha = -\frac{4}{234} \times 10^8 \text{ m/s} \approx -1.7 \times 10^6 \text{ m/s}$$

26. 끈의 길이가 l 로 같은 두 진자의 끝에 질량이 각각 m , M 인 두 공이 달려있다. 질량이 m 인 공이 d 만큼 높은 위치까지 들렸다가 놓여졌을 때, 완전 비탄성충돌이 일어나는 경우 충돌 후의 물체는 얼마나 높이 올라가겠는가? (단, 끈의 질량은 무시한다)



$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gd}$$

$$mv = (m + M)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{m + M}v = \frac{m}{m + M}\sqrt{2gd}$$

$$\begin{aligned} (m + M)gh &= \frac{1}{2}(m + M)V^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2g}V^2 \\ &= \frac{1}{2g}\left(\frac{m}{m + M}\right)^2 2gd \\ &= \left(\frac{m}{m + M}\right)^2 d \end{aligned}$$