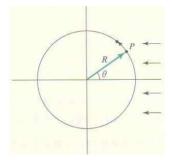
1. 반지름이 5.00 cm인 워기듯 표면에 줄이 감겨 있다. 워기듯이 축을 중심으로 자유롭게 회전한다면 줄을 원기둥 위에서 미끄러짐 없이 $10.0~\mathrm{cm/s}$ 의 일정한 속력으로 잡아당길 때 원기둥의 각속도는 얼마인가?

$$r = 5.00 \text{ cm} = 0.05 \text{ m},$$
 $v = 10.0 \text{ cm/s} = 0.10 \text{ m/s}$
 $v = r\omega$ $\Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{0.10 \text{ m/s}}{0.05 \text{ m}} = 2.00 \text{ rad/s}$

2. 반지름이 R인 원 위를 등각속도 ω 로 원운동 하는 물체가 있다. 이제 아래 그림과 같이 빛을 쪼여 스크린 상에 맺는 상의 운동을 생각하자. 상의 위치, 속도, 가속도를 구하여라.



$$v = \frac{s}{t}, \qquad \omega = \frac{\theta}{t}$$

$$y = R\sin\theta = R\sin\omega t$$
, $v_y = \omega R\cos\omega t$, $a_y = -\omega^2 R\sin\omega t$

$$v_u = \omega R \cos \omega t$$

$$a_y = -\omega^2 R \sin \omega t$$

- 3. 컴퓨터의 하드디스크 안에는 '플래터'라 불리는 자성체를 입힌 원판이 들어 있다. 지름이 3.5인치인 플래터가 7200rpm(분당 회전수) 의 각속력으로 회전한다고 하자.
 - (가) 플래터가 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

$$T = \frac{1 \text{ min}}{7200} = \frac{60 \text{ s}}{7200} = \frac{1}{120} \text{ s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{r\omega} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{(7200 \times 2\pi)/60 \text{ s}} = \frac{1}{7200/60 \text{ s}} = \frac{1}{120} \text{ s}$$

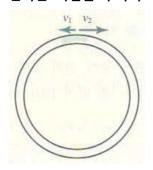
(나) 플래터의 각속력을 rad/s로 나타내어라.

$$\omega = \frac{2\pi \, \text{rad}}{T} = \frac{2\pi \, \text{rad}}{\frac{1}{120} \, \text{s}} = \frac{240\pi \, \text{rad/s}}{\text{s}}$$
 or $\omega = \frac{7200 \times 2\pi \, \text{rad}}{60 \, \text{s}} = \frac{240\pi \, \text{rad/s}}{\text{s}}$

(다) 플래터 가장자리 한 점의 순간속력은 얼마인가?

$$D=3.5 \text{ inch}=3.5 \text{ inch} \times \left(\frac{0.0254 \text{ m}}{1 \text{ inch}}\right) \approx 0.089 \text{ m}$$
 \Rightarrow $r\approx 0.0445 \text{ m}$
 $v=r\omega=0.0445 \text{ m} \times 240\pi/\text{s} \approx 33.5 \text{ m/s}$

4. 원형 튜브 내부에 정지해 있던 물체가 내부압력으로 두 개로 쪼개지면서 서로 반대방향으로 운동하였다. 질량비 3:1로 두 물체가 갈라질 때, 두 물체의 각속도비와 다시 처음만나는 지점을 구하시오. 튜브 내부의 마찰력을 무시한다.



$$m_1v_1=m_2v_2$$
 \Rightarrow $m_1r\omega_1=m_2r\omega_2$ \Rightarrow $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{\omega_2}{\omega_1}$ \Rightarrow $m\sim\dfrac{1}{\omega}$ $m_1:m_2=3:1$ \Rightarrow $\omega_1:\omega_2=1:3$ $+x축으로부터 $\dfrac{3}{2}\pi$ 지점(시계의 9시지점)에서 만난다.$

- 5. 경주용 차가 $4\pi \text{ km}$ 의 원형트랙 다섯 바퀴를 도는 데 10.0분이 걸렸다. 이때 다음을 구하여라.
 - (1) 주기와 각속도

$$2\pi r = 4\pi \text{ km} \implies r = 2 \text{ km} = 2 \times 10^3 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{5 \times 2\pi r}{t} = \frac{5 \times 2\pi \times (2 \times 10^3 \text{ m})}{600 \text{ s}} \approx 105 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{s/t} = \frac{2\pi r}{(5 \times 2\pi r)/t} = \frac{2\pi r}{10\pi r/t} = \frac{1}{5}t = \frac{1}{5} \times (10.0 \times 60 \text{ s}) = \frac{1}{5} \times 600 \text{ s} = 120 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{120 \text{ s}} = \frac{1}{60}\pi \text{ rad/s} \qquad \text{or} \qquad \omega = \frac{5 \times 2\pi \text{ rad}}{(10.0 \times 60 \text{ s})} = \frac{1}{60}\pi \text{ rad/s}$$

(2) 접선속력과 구심가속도

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{100}{3}\pi \text{ m/s}\right)^2}{2 \times 10^3 \text{ m}} = \frac{5}{9}\pi^2 \text{ m/s}^2 \approx 5.48 \text{ m/s}^2$$

$$a_c = r\omega^2 = (2 \times 10^3 \text{ m}) \times \left(\frac{1}{60}\pi / \text{s}\right)^2 = \frac{5}{9}\pi^2 \text{ m/s}^2 \approx 5.48 \text{ m/s}^2$$

$$a_c = v\omega = \frac{100}{3}\pi \text{ m/s} \times \frac{1}{60}\pi / \text{s} = \frac{5}{9}\pi^2 \text{ m/s}^2 \approx 5.48 \text{ m/s}^2$$

 $v = r\omega = (2 \times 10^3 \text{ m}) \times \frac{1}{60} \pi / \text{s} = \frac{100}{3} \pi \text{ m/s} \approx 105 \text{ m/s}$

6. 반지름이 50.0 cm 인 자전거 타이어가 매분 100회의 비율로 회전하고 있다. 자전거 타이어의 홈에 압정이 박혀 있을 때 이 압정의 접선속도 및 구심가속도를 구하라.

$$r = 50.0 \text{ cm} = 0.500 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{100 \times 2\pi r}{t} = \frac{200\pi \times 0.500 \text{ m}}{60 \text{ s}} \approx 5.24 \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \approx \frac{(5.24 \text{ m/s})^2}{0.500 \text{ m}} \approx 54.8 \text{ m/s}^2$$

7. 질량 0.50 kg의 물체를 반지름이 1.00 m인 줄에 매달아 각속도 $4\pi \text{ rad/s}$ 로 돌리고 있을 때 줄에 걸리는 장력을 구하여라. 줄의 질량은 무시할 수 있을 정도로 가볍다.

$$\begin{split} F_c &= ma_c = mr\omega^2 = 0.50 \text{ kg} \times 1.00 \text{ m} \times (4\pi \text{ rad/s})^2 \\ &= 8.00\pi^2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \\ &= 8.00\pi^2 \text{ N} \\ &\approx 79.0 \text{ N} \end{split}$$

8. 질량 m인 공이 반지름 r로 등속원운동하고 있다고 하자. 이때 손 대신 질량 M인 추를 바꿔 달았을 때 이 추가 움직이지 않게 될 물체의 접선속력 v는 얼마인가?

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r} = Mg = F_g \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}$$

9. 동일한 두 개의 바퀴 A, B가 있다. 바퀴 B는 A보다 2배 큰 각속도로 회전한다. 바퀴 A의 테두리 위 한 점에서의 구심가속도는 바퀴 B의 테두리 위 한 점에서의 구심가속도 의 몇 배인가?

$$\begin{split} \omega_{\rm B} &= 2\omega_{\rm A} \\ a_c &= \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \\ & \Rightarrow \begin{cases} a_{c_{\rm A}} = \frac{v_{\rm A}^2}{r_{\rm A}} = r_{\rm A}\omega_{\rm A}^2 = r\omega_{\rm A}^2 \\ a_{c_{\rm B}} = \frac{v_{\rm B}^2}{r_{\rm B}} = r_{\rm B}\omega_{\rm B}^2 = r(2\omega_{\rm A})^2 = 4r\omega_{\rm A}^2 = 4a_{c_{\rm A}} \end{cases} \qquad (r_{\rm A} = r, \quad \omega_{\rm B} = 2\omega_{\rm A}) \\ & \Rightarrow \quad \frac{a_{c_{\rm A}}}{a_{c_{\rm B}}} = \frac{a_{c_{\rm A}}}{4a_{c_{\rm A}}} = \frac{1}{4} \end{split}$$

10. (가) 지구 위도 $30\degree$ 지점과 적도(위도 $0\degree$) 지점의 각속도를 각각 구하고 비교하여라.

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \times 60 \times 60 \text{ s}} \approx 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

위도 30°지점과 적도 지점의 각속도는 동일하다.

(나) 적도에 정지한 물체를 위도 $30\degree$ 지점으로 즉시 옮겨 놓으면 어떤 운동을 하겠는가? (단, 적도에서 지구의 반지름은 $6.4\times10^6\,\mathrm{m}$ 이고 지구는 완전한 구로 간주한다.)

적도 지점에서
$$v = r\omega \approx (6.4 \times 10^6 \text{ m}) \times (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}) \approx 465 \text{ m/s}$$

위도
$$30$$
 ° 지점에서 $v'=r'\omega=r\cos 30$ ° ω
$$\approx (6.4\times 10^6~{\rm m})\times \frac{\sqrt{3}}{2}\times (7.27\times 10^{-5}~{\rm rad/s})$$
 $\approx 403~{\rm m/s}$

465 m/s - 403 m/s = 62 m/s 속력으로 동쪽으로 운동

11. 지구 표면에 있는 물체는 지구의 자전에 의한 원운동을 하게 된다. 지구의 적도상에 정지해 있는 물체의 구심가속도는 얼마인가? (단, 적도에서 지구의 반지름은 $6.4 \times 10^6 \, \mathrm{m}$ 이다.)

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}, \qquad 1 \text{ day} = 1 \text{ day} \times \frac{24 \text{ hour}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hour}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 86400 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{\varDelta \theta}{\varDelta t} = \frac{2\pi}{86400 \text{ s}} \approx 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s})^2 = 3.38 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$$

12. (가) 어떤 사람이 인천(위도 약 37도)에 서 있다고 하자. 지구 자전에 의한 이 사람의 선속력은 몇 ${\rm km/h}$ 인가? 또 구심가속도의 크기는 g(중력가속도의 크기)의 몇 배 인가? (단, 지구 반지름은 대략 $6.4 \times 10^6 \, {\rm m}$ 이다.)

$$r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

 $r' = r \cos 37^\circ \approx 5.11 \times 10^6 \text{ m}$
 $v' = r'\omega = 5110 \text{ km} \times \frac{2\pi}{24 \text{ h}} \approx 1338 \text{ km/h} = 372 \text{ m/s}$
 $a'_c = \frac{v'^2}{r'} = \frac{(372 \text{ m/s})^2}{5.11 \times 10^6 \text{ m}} \approx 0.027 \text{ m/s}^2 \approx 0.00276 \text{ g}$

(나) 지구 공전운동에 의한 지구의 선속력과 구심가속도의 크기를 구하여라. (단, 지구와 태양의 질량 중심점 사이 거리는 약 $1.5 \times 10^{11} \, \mathrm{m}$ 이다.)

$$r = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$v'' = r'' \omega = (1.5 \times 10^8 \text{ km}) \times \frac{2\pi}{365 \times 24 \text{ h}} \approx 1.075 \times 10^5 \text{ km/h} = 2.99 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$a''_c = \frac{v''^2}{r''} = \frac{(2.99 \times 10^4 \text{ m/s})^2}{(1.5 \times 10^{11} \text{ m})} \approx 0.0060 \text{ m/s}^2 \approx 0.000608 g$$

13. 경사각이 θ 인 원형 경주용 도로에서 자동차가 미끄러지지 않고 안전하게 달릴 수 있는 최대 속력은 얼마인가? 단, 이 원형 도로의 반지름은 r이다. (마찰은 없다고 가정하라.)

$$\begin{split} F_y &= N {\cos \theta} - mg = ma_y & \Rightarrow \qquad N {\cos \theta} - mg = 0 & \Rightarrow \qquad N = \frac{mg}{{\cos \theta}} \\ F_x &= N {\sin \theta} = ma_x = ma_c = m\frac{v^2}{r} & \Rightarrow \qquad \frac{mg}{{\cos \theta}} {\sin \theta} = m\frac{v^2}{r} \\ & \Rightarrow \qquad v^2 = rgtan\theta \\ & \Rightarrow \qquad v = \sqrt{rgtan\theta} \end{split}$$

14. 처음에 정지해 있던 팽이를 돌려 5.00초 후에는 300 rpm이 되었다. 처음 5.00초 동안 평균 각가속도와 회전횟수를 구하여라.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{s/t}{r} = \frac{(300\, \color{log}) \times 2\pi r)/60\, s}{r} = \frac{(300\, \color{log}) \times 2\pi \, rad}{60\, s} = \frac{600\pi \, rad}{60\, s} = 10\pi \, rad/s$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{10\pi \, rad/s - 0\, rad/s}{5\, s} = \frac{10\pi \, rad/s}{5\, s} = 2\pi \, rad/s^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0) \quad \Rightarrow \quad \Delta \theta = \theta - \theta_0 = \frac{\omega - \omega_0}{2\alpha} = \frac{(10\pi \, rad/s)^2 - (0\, rad/s)^2}{2 \times (2\pi \, rad/s^2)}$$

$$= \frac{100\pi^2 \, rad^2/s^2}{4\pi \, rad/s^2}$$

$$= 25\pi \, rad$$

$$\color{log} \ \ensuremath{\mathbb{Q}} \ \ \ensuremath{\mathbb{Q}} \ \ensuremathbb{\mathbb{Q}} \ \ensuremathbb{\mathbb{\mathbb{Q}} \ \ensuremathbb{\ma$$

- 15. 질량을 무시할 수 있는 길이 L인 실 끝에 매달린 질량 m인 추가 수직축에 대해서 각이 θ_0 일 때 속력이 v_0 였다. 이때 이 추의 구심가속도와 접선가속도의 성분을 구하여라. 구심가속도가 최대가 될 때의 각과 구심가속도를 구하여라.
 - ◎ -v축을 기준으로 풀 경우 (x축이 h=0)

$$\begin{split} F_c &= T - mgcos\theta_0 = ma_c = m\frac{v_0^2}{L} & \Rightarrow \qquad a_c = \frac{T - mgcos\theta_0}{m} = \frac{v_0^2}{L} \\ F_t &= mgsin\theta_0 = ma_t & \Rightarrow \qquad a_t = gsin\theta_0 \\ \\ \frac{1}{2}mv_0^2 - mgLcos\theta_0 = \frac{1}{2}mv^2 - mgLcos\theta \\ & \Rightarrow \qquad v^2 = v_0^2 + 2gL(cos\theta - cos\theta_0) \\ \\ \Rightarrow \qquad a_c(\theta) = \frac{v^2}{L} = \frac{v_0^2}{L} + 2g(cos\theta - cos\theta_0) \end{split}$$

 $\cos \theta = 1$ 즉 $\theta = 0$ ° 일때 최대값을 갖는다.

$$a_{c \text{ max}}(\theta = 0^{\circ}) = \frac{v^2}{L} = \frac{v_0^2}{L} + 2g(1 - \cos\theta_0)$$

16. 세탁기는 세탁조가 회전운동을 하여 탈수 및 세탁을 한다. 한 세탁기의 세탁조가 정지 상태에서 출발하여 8 s 후에 5 rev/s에 도달하고 이때 세탁하는 사람이 뚜껑을 열면 안전 스위치가 세탁기를 끄게 된다고 하자. 그리고 세탁조는 12 s 만에 다시 정지한다. 세탁조가 정지하기 까지 몇 번 회전하는가?

$$\omega_0 = 0 \text{ rad/s}, \qquad \omega = 5 \text{ rev/s} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 10\pi \text{ rad/s}, \qquad t = 8 \text{ s}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - 0} = \frac{10\pi \text{ rad/s} - 0 \text{ rad/s}}{8 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{5}{4}\pi \text{ rad/s}^2$$

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (10\pi \text{ rad/s}) \times (8 \text{ s}) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{5}{4}\pi \text{ rad/s}^2\right) \times (8 \text{ s})^2$$
$$= 80\pi \text{ rad} - 40\pi \text{ rad} = 40\pi \text{ rad}$$

$$\frac{40\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 20 \text{ 바퀴}$$

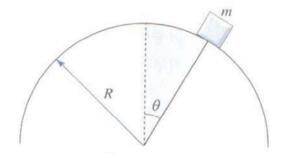
$$\omega_0 = 5 \text{ rev/s} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 10\pi \text{ rad/s}, \qquad \omega = 0 \text{ rad/s}, \qquad t = 12 \text{ s}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - 0} = \frac{0 \operatorname{rad/s} - 10\pi \operatorname{rad/s}}{12 \operatorname{s} - 0 \operatorname{s}} = -\frac{5}{6}\pi \operatorname{rad/s}^2$$

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (10\pi \text{ rad/s}) \times (12 \text{ s}) + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{5}{6}\pi \text{ rad/s}^2\right) \times (12 \text{ s})^2$$
$$= 120\pi \text{ rad} - 60\pi \text{ rad} = 60\pi \text{ rad}$$

$$\frac{60\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 30$$
 바퀴

17. 그림과 같이 반구 꼭대기 점에서 질량이 m인 물체가 정지해 있다가 미끄러져 내려오기 시작한다. 면과 물체 사이 마찰은 없고, 물체는 결국 반구로부터 분리되어 떨어지게 된다.



(r) 꼭대기 점에서 각 θ 만큼 미끄러져 내려왔을 때, 물체의 속력을 구하여라.

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = \left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + \left(mgR\cos\theta - mgR\right) = 0$$

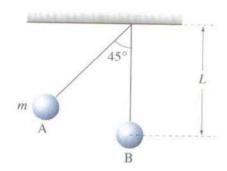
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgR(\cos\theta - 1) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)}$$

(나) 이 물체가 반구로부터 분리되려고 하는 점에서는 수직항력이 0이다. 이때의 각을 θ_0 라 하면 $\cos\theta_0$ 는 얼마인가?

$$\begin{split} F_t &= mgsin\theta = ma_t & \Rightarrow & a_t = gsin\theta \\ \\ F_c &= mgcos\theta - N = ma_c = m\frac{v^2}{R} = m\frac{2gR(1-\cos\theta)}{R} = 2mg(1-\cos\theta) \\ \\ mgcos\theta - N &= 2mg(1-\cos\theta) \\ \\ N &= mgcos\theta - 2mg(1-\cos\theta) = 3mgcos\theta - 2mg = mg(3\cos\theta - 2) \end{split}$$

 $mg(3\cos\theta_0 - 2) = 0$ \Rightarrow $\cos\theta_0 = \frac{2}{3}$

18. 길이 L인(질량을 무시할 수 있는) 실 끝에 질량 m인 추가 매달려 진동한다. 수직축에 대해서 최대각이 $45\,^\circ$ (A점)이고 제일 밑(B점)에서 속력은 v_0 이다.



$$F_t = mgsin\theta = ma_t$$
 $\Rightarrow a_t = gsin\theta$
 $F_c = T - mgcos\theta = ma_c = m\frac{v^2}{L} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{L}$

(가) $45\degree$ 위치(A점)에서 가속도의 방향은?

$$heta=45\,^\circ$$
 \Rightarrow $v=0$ \Rightarrow $a_c=rac{v^2}{L}=0$ \Rightarrow $a=\sqrt{a_c^2+a_t^2}=a_t$ 전설반향

(나) 제일 밑(B점)에서 가속도의 방향은?

$$\theta=0$$
 \Rightarrow $\sin\theta=0$ \Rightarrow $a_t=g\sin\theta=0$ \Rightarrow $a=\sqrt{a_c^2+a_t^2}=a_c$ 구심방향(윗방향)

(다) 제일 밑(B점)에서 실의 장력의 크기는?

$$\begin{split} \Delta E &= \Delta K + \Delta U = \left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + \left[0 - mgL(1 - \cos 45^\circ)\right] = 0 \\ &\frac{1}{2}mv^2 - mgL(1 - \cos 45^\circ) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad v^2 = 2gL(1 - \cos 45^\circ) = gL(2 - \sqrt{2}) \\ T - mg\cos\theta &= ma_c = m\frac{v^2}{L} \\ T - mg\cos0^\circ &= m\frac{v_0^2}{L} \qquad \Rightarrow \qquad T = mg\cos0^\circ + m\frac{v_0^2}{L} \\ &= mg + m\frac{v_0^2}{L} \\ &= mg + mg(2 - \sqrt{2}) \\ &= mg(3 - \sqrt{2}) \end{split}$$