2020학년도 2학기 기말고사				점수
과 목 명	일반수학2	학 과	정보통신공학과	
제 출 일 시	2020.12.8.	학 번	12201856	

나는 정직하게 시험을 응할 것을 확인합니다. 성 명 : 김다영 (김다영)

1. (풀이) $F(x,y,z)$

$$= (e^{xy}, e^{y}\cos(yz), e^{z}\sin(xz))$$

$\nabla \times F$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ e^{xy} & e^{y}\cos(yz) & e^{z}\sin(xz) \end{vmatrix}$$

$$= (ye^{y}\sin(yz), -ze^{z}\cos(xz), -xe^{xy})$$

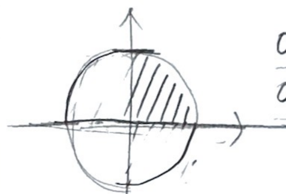
답: $\langle ye^{y}\sin(yz), -ze^{z}\cos(xz), -xe^{xy} \rangle$

2. (풀이)

$x^2 \le (\ln 2)^2 - y^2$

$0 \le x \le \sqrt{(\ln 2)^2 - y^2}$ $\quad x^2+y^2 \le (\ln 2)^2$

$0 \le y \le \ln 2$ $\quad x^2+y^2 = r^2$



$0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

$0 \le r \le \ln 2$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\ln 2} e^{r} \cdot r \, dr \, d\theta$$

지금안함.

$(r\cos\theta, r\sin\theta)$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix} = r$$

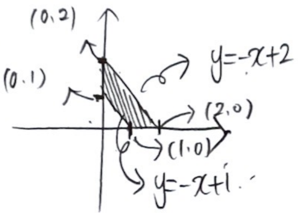
$x^2+y^2 = r^2$

답:

2020학년도 2학기 기말고사				점수
과 목 명	일반수학2	학 과	정보통신공학과	
제 출 일 시	2020.12.8.	학 번	12201856	

나는 정직하게 시험을 응할 것을 확인합니다. 성 명 : 김다영 (김다영)

3. (풀이)



$x>0$. $1 \le x+y \le 2$

$y>0$. $\quad \overset{\shortparallel}{u}$

$1 \le u \le 2$.

$y-x$

cos(

$\cos\left(\frac{v}{u}\right)$

$u=x+y$.

$v=y-x$

$\iint \cos\left(\frac{v}{u}\right)$

답:

4. (풀이) $z=4-x^2-y^2$

$-1=4-x^2-y^2$.

$x^2+y^2=5$. $\quad D: x^2+y^2 \le 5$

$\iint_D$

$X(x,y)=(x, y, 4-x^2-y^2)$

$dS=\sqrt{1+4x^2+4y^2}\,dxdy$.

$\iint_D \sqrt{1+4x^2+4y^2}\,dxdy$.

$=\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt5} r\sqrt{1+4r^2}\,drd\theta$

$=2\pi\left[\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3}\cdot(1+4r^2)^{\frac32}\right]_0^{\sqrt5}$

$\frac{1}{\cancel{8}}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{2}{3}\cdot 8r(1+4r^2)^{\frac12}$

$=\frac{\pi}{6}(21\sqrt{21}-1)$.

$\frac{4}{24}$ $\quad 4\cdot5$

답: $\frac{\pi}{6}(21\sqrt{21}-1)$

2020학년도 2학기 기말고사				점수
과 목 명	일반수학2	학 과	정보통신공학과	
제 출 일 시	2020.12.8.	학 번	12201656	

나는 정직하게 시험을 응할 것을 확인합니다. 성 명 : 김다영 김다영

5. (풀이) $x^2+y^2+z^2 \le 1$

$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{1} e^{\rho^3}\cdot \rho^2 \sin\phi \; d\rho\, d\phi\, d\theta$

$x^2+y^2+z^2=\rho^2$

$=\left(\int_0^{2\pi} 1 \; d\theta\right)\left(\int_0^{\pi} \sin\phi \, d\phi\right)\left(\int_0^1 e^{\rho^3}\rho^2 \, d\rho\right)$

$=2\pi\left(\left[-\cos\phi\right]_0^{\pi}\right)\left(\left[\frac{1}{3}e^{\rho^3}\right]_0^1\right)$

$=2\pi \times 2 \times \frac{1}{3}(e-1)$

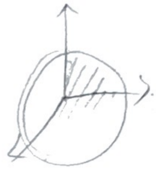
$\frac{1}{3}\cdot 3\rho^2 e^{\rho^3}$

$=\frac{4}{3}(e-1)\pi$

답: $\frac{4}{3}(e-1)\pi$

6. (풀이) $S: \; x^2+y^2+z^2=9$

$0 \le \phi \le \frac{\pi}{2} \qquad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$



$\rho=3$

$X(\theta,\phi)=(3\sin\phi\cos\theta,\; 3\sin\phi\sin\theta,\; 3\cos\phi)$

$2z^2=2(3\cos\phi)^2=2\cdot 9\cos^2\phi=18\cos^2\phi$

$dS=9\sin\phi \; d\phi\, d\theta$

$\iint_S 2z^2 \, dS$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 18\cos^2\phi\cdot 9\sin\phi \; d\phi\, d\theta$

$=\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 \; d\theta\right)\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} 18\cdot 9\cos^2\phi\sin\phi \; d\phi\right)$

$=\frac{\pi}{2}\cdot 18\cdot 9\left(\left[-\frac{1}{3}\cos^3\phi\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\right)$

$=\frac{\pi}{\cancel{2}}\cdot \cancel{18}^{\,\cancel{9}\,3}\cdot 9\cdot\frac{1}{\cancel{3}}$

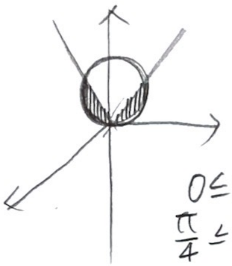
$=27\pi$

답: 27π

2020학년도 2학기 기말고사				점수
과 목 명	일반수학2	학 과	정보통신공학과	
제 출 일 시	2020.12.8.	학 번	12201856	

나는 정직하게 시험을 응할 것을 확인합니다. 성 명 : 김다영 김다영

7. (풀이) $\rho = 2\cos\phi$. $z = \sqrt{x^2+y^2}$



$0 \le \theta \le 2\pi$

$\frac{\pi}{4} \le \phi \le \frac{\pi}{2}$

$\rho = 2\cos\phi$ $0 \le \rho \le 2\cos\phi$

$\Rightarrow x^2+y^2+(z-1)^2 = 1$

$\int_0^{2\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\cos\phi} \rho^2 \sin\phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta$

$= \int_0^{2\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\phi \left[\frac{1}{3}\rho^3\right]_0^{2\cos\phi} d\phi \, d\theta$

$= \int_0^{2\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\phi \cdot \frac{1}{3} \cdot 8\cos^3\phi \, d\phi \, d\theta$

$= 2\pi \cdot \frac{8}{3}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\phi \sin\phi \, d\phi$

$= \frac{16}{3}\pi \left[-\frac{1}{4}\cos^4\phi\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

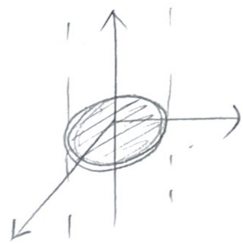
$\frac{1}{4}$

$= \frac{16}{3}\pi \cdot \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{\pi}{3}$

답: $\frac{\pi}{3}$

8. (풀이)



$X(\theta, z) = (\cos\theta, \sin\theta, z)$

$X_\theta(\theta, z) = (-\sin\theta, \cos\theta, 0)$

$X_z(\theta, z) = (0, 0, 1)$

$(X_\theta \times X_z)(\theta, z) = (\cos\theta, \sin\theta, 0)$

$\|X_\theta \times X_z\| = 1$

$dS = 1 \, d\theta dz$

$0 \le \theta \le 2\pi$

$0 \le z \le 2x+3$

$= 2\cos\theta + 3$

$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\cos\theta+3} \sin\theta \cdot z \, dz \, d\theta$

$= \int_0^{2\pi}\left(\sin\theta \cdot \int_0^{2\cos\theta+3} z \, dz\right) d\theta$

$= \int_0^{2\pi} \sin\theta\left(\left[\frac{1}{2}z^2\right]_0^{2\cos\theta+3}\right) d\theta$

$= \int_0^{2\pi} \sin\theta \cdot \frac{1}{2}(2\cos\theta+3)^2 \, d\theta$

$= \int_0^{2\pi} \sin\theta \cdot \frac{1}{2}(4\cos^2\theta + 12\cos\theta + 9) \, d\theta$

$= \sin\theta(2\cos^2\theta + 6\cos\theta + \frac{9}{2})$.

$\int_0^{2\pi} 2\cos^2\theta\sin\theta + 6\cos\theta\sin\theta + \frac{9}{2}\sin\theta \, d\theta$

$= 0$.

답: 0

2020학년도 2학기 기말고사				점수
과 목 명	일반수학2	학 과	정보통신공학과	
제 출 일 시	2020.12.8.	학 번	D201856	

나는 정직하게 시험을 응할 것을 확인합니다. 성 명 : 김다영 김다영

9. (풀이) $F(x,y,z) = (e^x \sin y,\ yz,\ x^2)$

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 2 \\ z = 4 - y^2 \end{cases}$$

$X(x,y) = (x,\ y,\ 4-y^2)$.

$X_x = (1,0,0)$

$X_y = (0,1,-2y)$

$X_x \times X_y = (0,\ 2y,\ 1)$.

$n = (0,\ 2y,\ 1)$.

$n\,dS = (0,\ 2y,\ 1)\ dxdy$.

$\int_0^1 \int_0^2 (e^x \sin y,\ y(4-y^2),\ x^2) \cdot (0,2y,1)\ dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^2 2y^2(4-y^2) + x^2\ dydx$

$= \int_0^1 \int_0^2 8y^2 - 2y^4 + x^2\ dydx$

$= \int_0^1 \left[\frac{8}{3}y^3 - \frac{2}{5}y^5 + x^2 y \right]_0^2 dx$

$= \int_0^1 \frac{64}{3} - \frac{64}{5} + 2x^2\ dx$

$= \left(\frac{64}{3} - \frac{64}{5}\right)x + \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^1$

$= \frac{64}{3} - \frac{64}{5} + \frac{2}{3} = \frac{66}{3} - \frac{64}{5} = 22 - \frac{64}{5}$

$= \frac{110-64}{5} = \frac{46}{5}$

답: $\frac{46}{5}$

10. (풀이) $F(x,y) = (3+2xy,\ x^2-3y^2)$.

$C(t) = (e^t \sin t,\ e^t \cos t)$

$(0 \le t \le \pi)$

(1). $f = 3x + x^2 y + g(y)$

$f_y = x^2 + g'(y)$.

$g'(y) = -3y^2$, $g(y) = -y^3 + c$.

$f = 3x + x^2 y - y^3 + c$ 으로

$F = \nabla f$를 만족하는 퍼텐셜함수 $\phi(=f)$가 존재하므로 F는 보존적이다.

또 $\frac{\partial(3+2xy)}{\partial y} = 2x$, $\frac{\partial(x^2-3y^2)}{\partial x} = 2x$로

보존적임을 알 수 있다.

(2) 1에서와 같이 퍼텐셜함수는

$\phi(x,y) = 3x + x^2 y - y^3 + C$ 가 된다.

$\phi(x,y) = \int 3 + 2xy\ dx + \psi(y) = 3x + x^2 y + \psi(y)$.

$\phi_y = \psi'(y) + x^2 = x^2 - 3y^2$. $\psi'(y) = -3y^2$, $\psi(y) = -y^3 + c$.

즉, $\phi(x,y) = 3x + x^2 y - y^3 + C$

(3). F는 보존적이므로.

$W = \int_C F \cdot T\ ds = \phi(C(\pi)) - \phi(C(0))$ 과 동일하다.

$= \phi(0, -e^{\pi}) - \phi(0, 1)$.

$= -(-e^{3\pi}) - (-1) = e^{3\pi} + 1$

답: (1) 보존적이다 (풀이참조).
(2) $\phi(x,y) = 3x + x^2 y - y^3 + C$
(3) $e^{3\pi} + 1$