대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (12장) - by 송현석

1. 다음의 식들이 모두 같은 것임을 보여라.

$$y = A\cos(kx - \omega t)$$

$$y = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right) \qquad f = \frac{1}{T}$$

$$y = A\cos k(x - vt) \qquad v = \frac{\omega}{k}$$

$$y = A\cos\omega\left(\frac{x}{v} - t\right) \qquad \omega = kv$$

$$y = A\cos\left(kx - \frac{2\pi t}{T}\right) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

2. 시각 $t = 0$에 파동의 변위가 $y = A\sin(kx + \pi/4)$와 같이 주어졌다. 이 파동의 파수는 $k = \pi/m$이고 진폭은 $A = 1.00\,m$이다. 파동이 $+x$ 쪽으로 $2.00\,m/s$의 속력으로 이동한다면 파동의 주기는 얼마인가?

$$v = \frac{\omega}{k} \qquad \Rightarrow \qquad \omega = kv = \pi/m \times 2.00\,m/s = 2.00\pi/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2.00\pi/s} = 1.00\,s$$

3. 선질량밀도가 $1.60 \times 10^{-4}\,kg/m$인 줄을 따라 전파되고 있는 횡파의 식이 다음 같이 주어졌으며, x와 y의 단위는 m이고, t의 단위는 s이다.

$$y(x,t) = 0.0200\sin(2.00\,x + 30.0\,t) \qquad y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

(1) 파동의 속력을 구하여라.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{30.0/s}{2.00/m} = 15.0\,m/s$$

(2) 줄의 장력을 구하여라.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \Rightarrow \qquad T = \mu v^2 = (1.60 \times 10^{-4}\,kg/m) \times (15.0\,m/s)^2 = 0.0360\,N$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (12장) - by 송현석

4. 두 벽 사이에 질량이 $200\,g$이고 장력이 $50.0\,N$이며 길이가 $10.0\,m$의 줄이 매어져 있다. 시각 $t=0.00$초에 왼쪽 끝점에서 펄스를 오른쪽으로 보내고 시각 $t=0.100$초에 오른쪽 끝점에서 펄스를 왼쪽으로 보내면 두 펄스는 언제 만나는지 시간을 구하여라.

$$m = 200\ g = 0.200\ kg, \qquad T = 50.0\ N, \qquad L = 10.0\ m, \qquad \Delta t = 0.100\ s$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{m/L}} = \sqrt{\frac{50.0\ N}{0.200\ kg/10.0\ m}} = 50.0\ m/s$$

$$\begin{cases} x_1 = vt \\ x_2 = L - v(t-\Delta t) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2 \quad \Rightarrow \quad vt = L - v(t - \Delta t)$$

$$\Rightarrow \quad vt = L - vt + v\Delta t \quad \Rightarrow \quad 2vt = L + v\Delta t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{L}{2v} + \frac{v\Delta t}{2v} = \frac{L}{2v} + \frac{\Delta t}{2} = \frac{10.0\ m}{2\times(50.0\ m/s)} + \frac{0.100\ s}{2} = 0.100\ s + 0.050\ s$$

$$= 0.150\ s$$

5. 진폭, 파장, 주기는 같고 초기 위상 상수가 $\Delta\phi$만큼 다른 두 진행파동이 만드는 간섭 파동을 생각하자. 간섭파동의 진폭이 두 진행파동 각각의 진폭과 같다면 $\cos\Delta\phi$는 얼마인가?

$$\begin{cases} y_1 = A\sin(kx - \omega t) \\ y_2 = A\sin(kx - \omega t - \Delta\phi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad y = y_1 + y_2 = \left(2A\cos\frac{\Delta\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t - \frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left(2A\cos\frac{\Delta\phi}{2}\right) = A \quad \Rightarrow \quad \cos\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\phi = 2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \pm\frac{2\pi}{3} \quad \text{or} \quad \pm\frac{4\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \cos\Delta\phi = -\frac{1}{2}$$

6. $x \ge 0$인 영역에 존재하는 무한히 긴 줄의 끝이 $x=0$ 지점에 고정되어 있다. 이 줄에 왼쪽으로 진행하고 변위가 $y(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$로 주어지는 진행파가 존재한다면 $x=0$ 지점에서 반사되어 생성된 반사파의 변위는 어떻게 주어지겠는가? 만약 $x=0$ 지점에서 줄이 고정되어 있지 않고 자유롭게 위아래로 움직일 수 있다면 반사파의 변위는 어떻게 달라지겠는가?

(고정단 반사) $y_r(x,t) = -A\sin(kx - \omega t)$

(자유단 반사) $y_r(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$

7. 줄의 한쪽 끝을 벽에 고정시키고 다른 쪽 끝은 손으로 잡고 위아래로 흔들면 진행파를 만들어 보낼 수 있다. 그렇게 생성된 파동의 파장을 늘리려면 어떻게 해야 할까?

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \qquad \Rightarrow$$ 진동수 f 를 느리게 (주기 T 를 길게)한다.

8. 반대방향으로 진행하며 진폭이 다른 두 파동은 정상파를 만들어 낼 수 있는가?
$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$와 $y_2(x,t) = B\sin(kx + \omega t)$

진폭이 다르면 정상파가 만들어지지 않을 것 같은데......

진동수 뿐 아니라 진폭도 같은 두 파동이 반대방향으로 진행해야
정상파가 만들어지는 것 아닌가......?

9. 진동하는 줄의 정상파가 $y(x,t) = 0.500\,\sin(\frac{\pi}{3}x)\cos(\frac{\pi}{2}t)$로 주어졌으며,
x와 y의 단위는 cm이고, t의 단위는 s이다.
(1) 이 정상파를 만들기 위한 두 진행 파동의 식을 구하여라.

$$\begin{cases} y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t) \\ y_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ &= 2A\sin(kx)\cos(\omega t) \\ y(x,t) &= 0.500\,\sin(\frac{\pi}{3}x)\cos(\frac{\pi}{2}t) \end{aligned}$$

$$A = 0.250\,cm, \qquad k = \frac{\pi}{3}/cm, \qquad \omega = \frac{\pi}{2}/s$$

$$\begin{cases} y_1(x,t) = 0.250\,\sin(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{2}t) \\ y_2(x,t) = 0.250\,\sin(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{2}t) \end{cases}$$

(2) 각 파동의 진폭, 파수, 속력, 주파수, 주기를 구하여라.

$$A = 0.250\,cm, \qquad k = \frac{\pi}{3}/cm, \qquad \omega = \frac{\pi}{2}/s, \qquad v = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{\pi}{2}/s}{\frac{\pi}{3}/cm} = \frac{3}{2}\,cm/s,$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{2}/s}{2\pi} = \frac{1}{4}/s = \frac{1}{4}Hz, \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{1}{4}/s} = 4\,s, \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}/s} = 4\,s,$$

(3) 정상파의 마디 사이의 거리는 얼마인가?

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}/cm} = 6\,cm, \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{\frac{3}{2}cm/s}{\frac{1}{4}/s} = 6\,cm, \quad \lambda = Tv = 4s \times \frac{3}{2}cm/s = 6\,cm,$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{6cm}{4s} = \frac{3}{2}cm/s, \quad v = \lambda f = 6cm \times \frac{1}{4}/s = \frac{3}{2}cm/s, \quad \frac{\lambda}{2} = \frac{6\,cm}{2} = 3\,cm$$

(4) $x = 2.0\,cm$인 곳에서 $t = 3.0\,s$일 때 매질의 이동 속력은 얼마인가?

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

$$\begin{aligned} v(x,t) = \frac{d\{y(x,t)\}}{dt} &= -2\omega A\sin(kx)\sin(\omega t) \\ &= -2\left(\frac{\pi}{2}/s\right)(0.25cm)\sin\left\{\left(\frac{\pi}{3}/cm\right)(2.0cm)\right\}\sin\left\{\left(\frac{\pi}{2}/s\right)(3.0s)\right\} \\ &= -(0.25\pi\ \ cm/s)\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) \\ &= -(0.25\pi\ \ cm/s) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-1) \\ &\approx +0.68cm/s \end{aligned}$$

10. x축을 따라 $y = 0.100\cos(0.790x - 13.0t)$로 표현되는 진행파가 있다. 여기서 길이의 단위는 m이고 시간의 단위는 초이다.

(1) 정상파를 만들기 위해서는 어떤 파동을 더해야 하는가?

$$y = 0.100\cos(0.790x + 13.0t)$$

(정상파를 만들기 위해서는 진폭, 진동수, 위상이 같은 두 파동이 반대로 움직여야 한다.)

(2) 정상파가 생겼을 때 줄의 움직임이 가장 큰 x의 위치를 구하여라.

$$A = 0.100, \qquad k = 0.790, \qquad \omega = 13.0$$

$$\begin{cases} y_1 = 0.100\cos(0.790x - 13.0t) \\ y_2 = 0.100\cos(0.790x + 13.0t) \end{cases} \Rightarrow \quad y = y_1 + y_2 = 2(0.100)\cos(0.790x)\cos(13.0t)$$

$$\begin{cases} y_1 = A\cos(kx - \omega t) \\ y_2 = A\cos(kx + \omega t) \end{cases} \Rightarrow \quad y = y_1 + y_2 = 2A\cos(kx)\cos(\omega t)$$

$$\cos(kx) = \pm 1$$

$$kx = n\pi \qquad (n\text{은 정수})$$

$$x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi}{0.790} \approx (3.9767 \times n)\,m \qquad (n\text{은 정수})$$

11. 진동수 $500Hz$를 내는 작은 스피커 A, B가 관측자와 일직선상에 놓여 있다. 관측자가 두 스피커에서 나오는 소리를 듣지 못했다면 두 스피커 사이의 거리는 얼마여야 하는가? 공기의 온도는 $25^\circ C$ 이다.

$$v = (331 + 0.6T)m/s = (331 + 0.6 \times 25)m/s = 346m/s$$
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{346m/s}{500/s} \approx 0.692m$$

$$d = (2n-1)\frac{\lambda}{2} = (2n-1) \times \frac{0.692m}{2} = (2n-1) \times 0.346m$$
(소멸 간섭이 일어나려면 두 스피커 사이의 거리는 반파장의 홀수 배 이어야 한다.)

12. 사람이 들을 수 있는 음파의 주파수는 약 $20Hz$에서 $20kHz$까지이다. 음파의 파장은 얼마나 변하는가?

$$\lambda_{\max} = \frac{v}{f_{\min}} = \frac{346m/s}{20Hz} = \frac{346m/s}{20/s} = 17.3m$$
$$\lambda_{\min} = \frac{v}{f_{\max}} = \frac{346m/s}{20000Hz} = \frac{346m/s}{20000/s} = 0.0173m = 1.73cm$$

13. 진행하는 음파의 압력 식이 $\Delta p = 1.50\sin\pi(2.00x - 330t)$로 주어졌으며, 압력의 단위는 Pa, t의 단위는 s이다. $\Delta p = \Delta P_{\max}\sin(kx - \omega t)$

(1) 압력파의 진폭을 구하여라.

$$\Delta P_{\max} = 1.50Pa$$

(2) 주파수를 구하여라.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{330\pi/s}{2\pi} = 165/s = 165Hz$$

(3) 파장을 구하여라.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi/m} = 1.00m$$

(4) 속력을 구하여라.

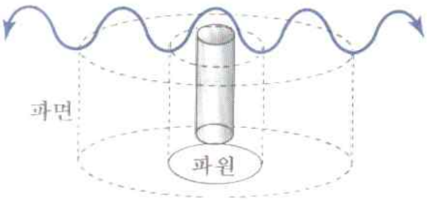
$$v = \lambda f = 1m \times 165/s = 165m/s$$

14. 두 소리의 세기가 $40.0dB$ 차이가 난다면 두 소리 중 큰 소리의 진폭은 작은 소리의 진폭의 몇 배인가?

$$I' = 10^4 I = 10000I, \qquad I \sim \text{진폭}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{진폭} = \sqrt{I}$$

$$\Rightarrow \quad \text{진폭}' = \sqrt{I'} = \sqrt{10^4 I} = 10^2\sqrt{I} = 10^2 \times \text{진폭} = 100 \times \text{진폭} \qquad 100\text{배}$$

15. 선형 파원이 원통형으로 퍼져 가는 파를 생성하고 있다.



$I \sim$ 진폭^2 　　 진폭 $= \sqrt{I}$

점파원 　 $A = 4\pi r^2$ 　　 $A \sim r^2$ 　　 $I \sim \dfrac{1}{A} \sim \dfrac{1}{r^2}$

선파원 　 $A = 2\pi r L$ 　　 $A \sim r$ 　　 $I \sim \dfrac{1}{A} \sim \dfrac{1}{r}$

(1) 진폭은 파원으로부터의 거리에 어떻게 의존하는가?

진폭 $\sim \sqrt{I} \sim \dfrac{1}{\sqrt{A}} \sim \dfrac{1}{\sqrt{r}}$

(2) 세기는 파원으로부터의 거리에 어떻게 의존하는가?

$I \sim \dfrac{1}{A} \sim \dfrac{1}{r}$

16. 고정된 관측자를 향해 음원이 움직일 경우, 관측자가 느끼는 음파의 (속도가, 파장이) (증가하며, 감소하며) 관측자가 고정된 음원을 향해 움직일 경우, 관측자가 느끼는 음파의 (속도가, 파장이) (증가한다, 감소한다). 각 괄호 안에서 올바른 것을 선택하여라.

17. 소방차가 $100\,km/h$의 속도로 $1.00\,kHz$의 사이렌을 울리며 다가오고 있다. $60.0\,km/h$의 속도로 소방차를 향해 달리는 자동차에 타고 있는 관측자가 듣는 진동수는 얼마인가? 공기의 온도는 $25^\circ C$ 이다.

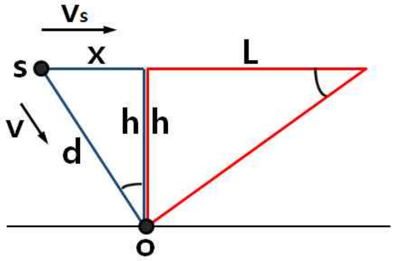
$f = 1.00\,kHz = 1000Hz = 1000/s$

$v = 346\,m/s, \qquad v_s = 100\,km/h \approx 27.8\,m/s, \qquad v_o = 60.0\,km/h \approx 16.7\,m/s$

(음원과 관측자 모두 서로에게 다가가고 있으므로)

$$f' = f\frac{v+v_o}{v-v_s} = 1000Hz \times \frac{346m/s + 16.7m/s}{346m/s - 27.8m/s} \approx 1139Hz = 1.139kHz$$

18. 지상에서 $6.00\times10^3 m$ 높이에서 음속의 1.50배로 비행기가 지나갔다면 몇 초 뒤에 충격 음파를 들을 수 있겠는가?



$$\begin{cases} h = 6.00\times10^3\ m \\ v = 346\, m/s \\ v_s = 1.50\ v = \dfrac{3}{2}v = \dfrac{3}{2}\times(346\, m/s) = 519\, m/s \end{cases}$$

$< method\ 1 >$

$$\Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{v\ t}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{v}{1.50\ v} = \frac{v}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{h}{L} = \frac{h}{v_s t_L} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \quad t_L = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{h}{v_s} = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{h}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \frac{\sqrt{5}}{3}\frac{h}{v} = \frac{\sqrt{5}}{3}\frac{(6.00\times10^3 m)}{(346\, m/s)} \approx 12.9\, s$$

$< method\ 2 >$

$$\Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{v\ t}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{v}{1.50\ v} = \frac{v}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \frac{2}{3} = \frac{x}{d}$$

$$\Rightarrow \quad h = \sqrt{d^2 - x^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \quad d : x : h = 3 : 2 : \sqrt{5} \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{2}{\sqrt{5}}h\,, \quad d = \frac{3}{\sqrt{5}}h$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} t_d = \dfrac{d}{v} = \dfrac{\frac{3}{\sqrt{5}}h}{v} = \dfrac{3}{\sqrt{5}}\dfrac{h}{v} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}\dfrac{h}{v} = \dfrac{9\sqrt{5}}{15}\dfrac{h}{v} \\ t_x = \dfrac{x}{v_s} = \dfrac{\frac{2}{\sqrt{5}}h}{\frac{3}{2}v} = \dfrac{4}{3\sqrt{5}}\dfrac{h}{v} = \dfrac{4\sqrt{5}}{15}\dfrac{h}{v} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad t_d = t_x + t_L \quad \Rightarrow \quad t_L = t_d - t_x = \left(\frac{9\sqrt{5}}{15}\frac{h}{v}\right) - \left(\frac{4\sqrt{5}}{15}\frac{h}{v}\right)$$

$$= \frac{(9-4)\sqrt{5}}{15}\frac{h}{v} = \frac{5\sqrt{5}}{15}\frac{h}{v} = \frac{\sqrt{5}}{3}\frac{h}{v}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3}\left(\frac{6.00\times10^3 m}{346\, m/s}\right) \approx 12.9\ s$$

19. 두 대의 기차가 서로 마주보고 각각 지면에 대해서 $40.0\,m/s$의 속력으로 움직이고 있다. 한 기차에서 진동수가 $500Hz$인 소리를 내고 있다.

(1) 다른 기차에서 들리는 소리의 진동수는 얼마인가?

$$f' = f\frac{v+v_s}{v-v_o} = 500Hz \times \frac{346\,m/s + 40.0\,m/s}{346\,m/s - 40.0\,m/s} \approx 631Hz$$

(2) 만일 관측하는 기차에서 소리를 내는 기차 쪽으로 바람이 $40.0\,m/s$의 속력으로 불고 있다면, 다른 기차에서 들리는 소리의 진동수는?

$$v' = 346\,m/s - 40.0\,m/s = 306\,m/s$$
$$f'' = f\frac{v'+v_s}{v'-v_o} = 500Hz \times \frac{306\,m/s + 40.0\,m/s}{306\,m/s - 40.0\,m/s} \approx 650Hz$$

(3) (2)의 경우 바람의 방향이 반대라면, 다른 기차에서 들리는 소리의 진동수는?

$$v'' = 346\,m/s + 40.0\,m/s = 386\,m/s$$
$$f''' = f\frac{v''+v_s}{v''-v_o} = 500Hz \times \frac{386\,m/s + 40.0\,m/s}{386\,m/s - 40.0\,m/s} \approx 616Hz$$

20. 음파발생장치를 장착한 자동차가 $2.00 \times 10\,m/s$의 속력으로 벽면을 향해 등속도운동을 하면서 진동수 $1.00 \times 10^5 Hz$의 음파를 발생시킨다. 이 음파가 벽에 의해 반사된 후 원래의 음파와 간섭하여 만드는 맥놀이 진동수는 얼마인가?

$$v = 346\ m/s, \qquad v_s = 2.00 \times 10\ m/s, \qquad v_0 = 2.00 \times 10\ m/s, \qquad f = 1.00 \times 10^5\ Hz$$

$$\begin{aligned} f' = f\frac{v+v_s}{v-v_o} &= 1.00 \times 10^5 Hz \times \frac{346\ m/s + (2.00 \times 10\ m/s)}{346\ m/s - (2.00 \times 10\ m/s)} \\ &= 1.00 \times 10^5 Hz \times \frac{366\ m/s}{326\ m/s} \\ &\approx 1.1227 \times 10^5 Hz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |f_{beat}| = |f' - f| = |(1.1227 \times 10^5\ Hz) - (1.0 \times 10^5\ Hz)| &= 0.1227 \times 10^5\ Hz \\ &= 1.227 \times 10^4\ Hz \end{aligned}$$