

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

1. 핵물질(nuclear matter)은 크기가 무한하고 핵으로 가득 찬 이상적인 물질이다.

보통 핵물질의 밀도는 $2.30 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$ 정도로 납 핵의 중앙에서의 밀도와 같게 둔다. 지구의 질량은 $5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ 이고, 반지름은 $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ 이다. 만약에 지구를 압축해서 밀도가 보통 핵물질의 밀도와 같게 만든다면, 줄어든 반지름은 얼마인가?

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3(5.97 \times 10^{24} \text{ kg})}{4\pi(2.30 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3)}} \approx 184 \text{ m}$$

2. 대기 중의 이산화탄소에는 안정한 원소인 C_6^{12} 와 방사성 원소인 C_6^{14} (반감기=5730년)가 일정한 비율로 들어 있다. 이 비율을 존재비라고 한다. 1990년 고대 이집트의 미라에서 나온 봉대에 포함되어 있는 두 탄소의 비율을 측정해 보니 C_6^{14} 의 존재비가 대기 중 존재비의 반임을 알아냈다. 고대 대기 중 탄소의 존재비가 현재와 동일하다는 가정 하에 이 미라의 연대를 계산하여라.

존재비가 반 이므로 반감기가 한 번 지난 것이다. 5730 년

3. 반감기의 두 배의 시간이 경과한 후에 남아 있는 방사성 원소의 비는 처음의 얼마인가?

$$\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

4. 다음 각 경우에 대하여, 두 동위원소 Co^{60} 과 Co^{59} 에 들어 있는 양성자와 중성자와 전자의 개수를 각각 구하여라.

(가) 중성인 원자 상태로 있을 때

$${}_Z^A \text{X} \quad A = N + Z \quad A: \text{질량수}, \quad N: \text{중성자수}, \quad Z: \text{양성자수}$$

$$\text{Co}_{27}^{60} \Rightarrow \begin{cases} A = 60 \\ Z = 27 \\ N = 33 \\ e = 27 \end{cases} \quad \text{Co}_{27}^{59} \Rightarrow \begin{cases} A = 59 \\ Z = 27 \\ N = 32 \\ e = 27 \end{cases}$$

(나) -2인 이온 상태로 있을 때

$$\text{Co}_{27}^{60} \Rightarrow \begin{cases} A = 60 \\ Z = 27 \\ N = 33 \\ e = 29 \end{cases} \quad \text{Co}_{27}^{59} \Rightarrow \begin{cases} A = 59 \\ Z = 27 \\ N = 32 \\ e = 29 \end{cases}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

5. 코발트 Co_{27}^{60} 의 반감기는 5.27년이다. 이 Co_{27}^{60} 는 방사선검출기 검사를 하기 위한 선원으로 많이 쓰인다. 이 Co_{27}^{60} 의 처음 방사능이 $4 \times 10^{11} \text{ Bq}$ 이라고 하면 1년 후의 방사능은 얼마가 되는가?

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{\tau} = \frac{0.693}{5.27 \text{ y}} \approx 0.132$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = (4 \times 10^{11} \text{ Bq}) \times e^{-\frac{\ln 2}{5.27 \text{ y}} \times (1 \text{ y})} \approx 3.51 \times 10^{11} \text{ Bq}$$

6. 우유 1 L에는 칼륨이 대략 2.00 g 정도 들어 있는데 대부분은 안정적인 K^{39} 이고 0.017%가 반감기가 1.227×10^9 년인 방사성 동위원소 K^{40} 이다. 우유 한 잔 (0.25 L)를 마셨을 때 (가) 섭취한 칼륨 핵의 개수는 얼마인가?

$$\begin{aligned} N_K &= N_{\text{K}^{39}} + N_{\text{K}^{40}} \\ &= \left(\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ 개}}{39 \text{ g}} \times 0.500 \text{ g} \times 0.99983 \right) + \left(\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ 개}}{40 \text{ g}} \times 0.500 \text{ g} \times 0.00017 \right) \\ &\approx 7.7166 \times 10^{21} \text{ 개} + 0.00127925 \times 10^{21} \text{ 개} \\ &\approx 7.7179 \times 10^{21} \text{ 개} \end{aligned}$$

(나) 우유를 마신 직후 칼륨의 방사능은 얼마인가?

$$\text{K}^{40} \text{의 반감기 } t_{1/2} = (1.227 \times 10^9 \text{ y}) \times \frac{365 \text{ d}}{1 \text{ y}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \times \frac{60 \text{ m}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ m}} \approx 3.869 \times 10^{16} \text{ s}$$

$$\text{K}^{40} \text{의 반감기 } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 3.869 \times 10^{16} \text{ s}$$

$$\text{K}^{40} \text{의 붕괴율 } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{(3.869 \times 10^{16} \text{ s})} \approx 1.791 \times 10^{-17} / \text{s}$$

$$N_{\text{K}^{40}} = \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ 개}}{40 \text{ g}} \times 0.500 \text{ g} \times 0.00017 \approx 1.27925 \times 10^{18} \text{ 개}$$

$$\begin{aligned} R_{\text{K}^{40}} &= \lambda N_{\text{K}^{40}} \approx (1.791 \times 10^{-17} / \text{s}) \times (1.27925 \times 10^{18} \text{ 개}) \\ &\approx 22.91 \text{ 개/s} \end{aligned}$$

$$\approx 22.91 \text{ Bq} \quad \left\langle 1 \text{ Bq} = \frac{1 \text{ 개}}{1 \text{ s}} \right\rangle$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

7. He_2^4 , Fe_{26}^{56} , I_{53}^{131} , U_{92}^{238} 의 결합에너지를 구하여라.

(각각의 원자량은 4.0026 u, 55.9349375 u, 130.9061246 u, 238.05 u이다.)

$$m_p = 1.007825 \text{ u}$$

$$m_n = 1.008665 \text{ u}$$

$$\begin{aligned} \text{He}_2^4 \quad \Rightarrow \quad E_b &= [m_{\text{He}_2^4} - (2m_p + 2m_n)] \times c^2 \\ &= [4.0026 - (2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665)] \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} \\ &= -28.29897 \text{ MeV} = -4.5278352 \times 10^{-12} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fe}_{26}^{56} \quad \Rightarrow \quad E_b &= [m_{\text{Fe}_{26}^{56}} - (26m_p + 30m_n)] \times c^2 \\ &= [55.9349375 - (26 \times 1.007825 + 30 \times 1.008665)] \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} \\ &= -492.2628188 \text{ MeV} = -7.8762051 \times 10^{-11} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I}_{53}^{131} \quad \Rightarrow \quad E_b &= [m_{\text{I}_{53}^{131}} - (53m_p + 78m_n)] \times c^2 \\ &= [130.9061246 - (53 \times 1.007825 + 78 \times 1.008665)] \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} \\ &= -1103.334178 \text{ MeV} = -1.765334684 \times 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{U}_{92}^{238} \quad \Rightarrow \quad E_b &= [m_{\text{U}_{92}^{238}} - (92m_p + 146m_n)] \times c^2 \\ &= [238.05 - (92 \times 1.007825 + 146 \times 1.008665)] \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} \\ &= -1802.443185 \text{ MeV} = -2.883909096 \times 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

8. Al_{13}^{27} 핵에서 알파입자를 강제로 제거하면 Na_{11}^{23} 핵이 된다. 이때 얼마의 에너지가 필요할까? 또, 이 사실로 미루어 어느 핵이 더 안정한지를 결정하라. 단, Al_{13}^{27} 핵의 질량은 26.981541 u이고 Na_{11}^{23} 핵의 질량은 22.989770 u이다.

$$\text{Al}_{13}^{27} \quad \Rightarrow \quad \text{Na}_{11}^{23} + \text{He}_2^4$$

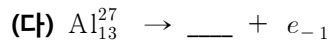
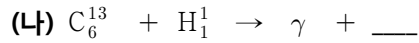
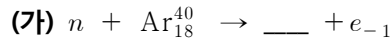
$$\left\{ \begin{aligned} &(\text{Na}_{11}^{23} + \text{He}_2^4) - \text{Al}_{13}^{27} \\ &(22.989770 \text{ u} + 4.001508 \text{ u}) - 26.981541 \text{ u} = 0.009737 \text{ u} \times \left(\frac{931.5 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} \right) = 9.07 \text{ MeV} \end{aligned} \right.$$

Al_{13}^{27} 의 질량 에너지가 $\text{Na}_{11}^{23} + \text{He}_2^4$ 의 질량 에너지 보다 작으므로

Al_{13}^{27} 이 $\text{Na}_{11}^{23} + \text{He}_2^4$ 보다 안정한 핵이다.

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

9. 다음 핵 반응식을 완성하여라.



10. 중수소 10.0 kg이 He_2^3 이 되는 핵융합을 통해서 얻을 수 있는 에너지는 얼마인가?

중수소 10 kg에 포함된 중수소 D_1^2 의 갯수 $N_{\text{D}_1^2}$ 개수

$$N_{\text{D}_1^2} = 10.0 \text{ kg} \times \left(\frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ mole}}{2 \text{ g}} \right) \times \left(\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ 개}}{1 \text{ mole}} \right) = 3.01 \times 10^{27} \text{ 개}$$



중수소-중수소 핵융합반응을 통해 발생하는 에너지 $Q = 3.27 \text{ MeV}$

중수소 두 개가 만나 중수소-중수소 핵융합반응이 일어나므로

중수소 D_1^2 의 갯수 $N_{\text{D}_1^2}$ 의 $\frac{1}{2}$ 에 해당하는 횟수의 핵융합반응이 일어난다.

$$Q_{\text{total}} = \frac{N_{\text{D}_1^2}}{2} \times Q = \left(\frac{3.01 \times 10^{27} \text{ 개}}{2} \right) \times \left(\frac{3.27 \text{ MeV}}{1 \text{ 개}} \right)$$

$$= 4.92135 \times 10^{27} \text{ MeV}$$

$$= 4.92135 \times 10^{27} \text{ MeV} \times \left(\frac{4.45 \times 10^{-20} \text{ kWh}}{1 \text{ MeV}} \right)$$

$$\approx 2.19 \times 10^8 \text{ kWh}$$

$$\left\langle \begin{aligned} 1 \text{ MeV} &= 1 \times 10^6 \times (1.602 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (1 \text{ V}) \\ &= 1.602 \times 10^{-13} \text{ J} \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) \\ &= 4.45 \times 10^{-17} \frac{\text{J}}{\text{s}} \text{ h} \\ &= 4.45 \times 10^{-17} \text{ Wh} \\ &= 4.45 \times 10^{-20} \text{ kWh} \end{aligned} \right\rangle$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

11. 세슘 Cs^{137} 의 평균수명은 44년이다. 반감기는 얼마인가? 우라늄 U^{235} 가 핵분열할 때 나오는 핵종 중에서 5.9%가 Cs^{137} 이다. U^{235} 가 핵분열할 때 나오는 에너지는 약 200 MeV 이다. 연간 1 GW 출력의 핵발전소에서 나오는 Cs^{137} 의 방사능을 구하여라.

$$\text{Cs}^{137} \text{의 평균수명} = 44 \text{년}$$

$$\text{Cs}^{137} \text{의 붕괴율 } \lambda = \frac{1}{\text{평균수명}} = \frac{1}{44 \text{년}}$$

$$\text{Cs}^{137} \text{의 반감기 } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1/44 \text{년}} \approx 30.498 \text{년}$$

$$\begin{aligned} \text{U}^{235} \text{가 핵분열 할 때 나오는 에너지 } Q &\approx 200 \text{ MeV} \times \left(\frac{4.45 \times 10^{-17} \text{ Wh}}{1 \text{ MeV}} \right) \\ &\approx 8.90 \times 10^{-15} \text{ Wh} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1년 동안 핵분열 하는 U}^{235} \text{의 갯수 } N_{\text{U}^{235}} &= \frac{(1 \times 10^9 \text{ W y}) \times \left(\frac{8760 \text{ h}}{1 \text{ y}} \right)}{(8.90 \times 10^{-15} \text{ Wh})} \\ &= \frac{(8.76 \times 10^{12} \text{ Wh})}{(8.90 \times 10^{-15} \text{ Wh})} \\ &\approx 9.843 \times 10^{26} \text{개} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1년 동안 방출되는 Cs}^{137} \text{의 갯수 } N_{\text{Cs}^{137}} &= N_{\text{U}^{235}} \times 0.059 \\ &= (9.843 \times 10^{26} \text{개}) \times 0.059 \\ &\approx 5.807 \times 10^{25} \text{개} \end{aligned}$$

$$\text{1년 동안 핵발전소에서 나오는 Cs}^{137} \text{의 방사능 } R_{\text{Cs}^{137}} = \lambda N_{\text{Cs}^{137}}$$

$$\begin{aligned} R_{\text{Cs}^{137}} &= \lambda N_{\text{Cs}^{137}} \\ &\approx \frac{1}{44 \text{년}} \times 5.807 \times 10^{25} \text{회} \\ &\approx \frac{1}{1.388 \times 10^9 \text{ s}} \times 5.807 \times 10^{25} \text{회} \\ &\approx 4.184 \times 10^{16} \text{회/s} \approx 4.184 \times 10^{16} \text{ Bq} \quad \left\langle 1 \text{ Bq} = \frac{1 \text{회}}{1 \text{ s}} \right\rangle \end{aligned}$$

< 방사능 = 단 위시간 당 방사성 붕괴의 수 >

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (27장) - by 송현석

12. 핵력의 범위가 1.00 fm ($1.00 \times 10^{-15} \text{ m}$)라고 가정하고, 불확정성 원리에 의거하여 중간자의 질량을 계산해 보아라.

$$\begin{aligned}\Delta x \Delta p_x &\geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \cdot m \Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi} \\ \Rightarrow \quad m &\geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta x \Delta v_x} = \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{r_B \times c} \\ &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi} \times \frac{1}{(1.00 \times 10^{-15} \text{ m}) \times (3.00 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &\approx 1.758 \times 10^{-28} \text{ kg} \approx 1.929 \times 10^2 m_e\end{aligned}$$

13. 쿼크 세 개로 이루어져 있는 Δ^{++} 입자는 전하량이 +2이고 질량은 대략 $1232 \text{ MeV}/c^2$ 이다. 이 입자는 무슨 쿼크들로 이루어져 있는가?

Δ^{++} 입자 - Δ 입자(쿼크 3개로 구성)의 일종

$$\Delta \text{ 입자} - \text{바리온의 일종} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Delta^- : ddd (\text{전하량} : -1) \\ \Delta^0 : udd (\text{전하량} : 0) \\ \Delta^+ : uud (\text{전하량} : +1) \\ \Delta^{++} : uuu (\text{전하량} : +2) \end{cases}$$

바리온 - 하드론의 일종

하드론 - 쿼크로 구성된 입자

< 쿼크의 종류 >

이름	영명	기호	전하량	정지 질량 (MeV/c^2)
위	up 업 ^[*]	u	$+\frac{2}{3}$	1.5 - 5
아래	down 다운 ^[*]	d	$-\frac{1}{3}$	17 - 25
맵시	charm 참 ^[*]	c	$+\frac{2}{3}$	1100 - 1400
기묘	strange 스트레인지 ^[*]	s	$-\frac{1}{3}$	60 - 170
꼭대기	top 톱 ^[*]	t	$+\frac{2}{3}$	165000 - 180000
바닥	bottom 보텀 ^[*]	b	$-\frac{1}{3}$	4100 - 4400

쿼크 3개로 구성된 Δ^{++} 입자의 전하량은 +2이므로

Δ^{++} 입자의 전하량 $+\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = +2$ 가 가능하다.

질량을 고려하면 3개의 쿼크는 *up*, *up*, *charm* 이어야 할 것 같지만,

3개의 쿼크의 결합에너지까지 고려하면 *up*, *up*, *up* 이 맞다.