대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

1. 두 개의 백열전구로부터 나오는 빛의 세기가 각각 I라면, 두 빛이 결합되었을 때 표면을 비추는 빛의 세기는 얼마인가?

$I+I=2I$

< 백열전구로부터 나오는 빛은 결맞음이 좋지 않아 간섭효과를 일으키지 않음 >

2. 이중 슬릿의 간격이 $0.100\ \mathrm{cm}$이고, 슬릿과 스크린 사이의 거리가 $60.0\ \mathrm{cm}$이다. 스크린 상에 밝은 무늬가 중심점에서 $0.0480\ \mathrm{cm}$ 떨어진 곳에 생겼다면, 투과한 빛의 파장은?

$d=0.100\ \mathrm{cm}=0.100\times10^{-2}\ \mathrm{m},\qquad L=60.0\ \mathrm{cm}=0.600\ \mathrm{m}$

$x_1=0.0480\ \mathrm{cm}=4.80\times10^{-4}\ \mathrm{m}$

$$\begin{cases} d\sin\theta\approx\dfrac{dx}{L}=m\lambda & (m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)\quad \text{보강} \\ d\sin\theta\approx\dfrac{dx}{L}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)\quad \text{상쇄} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad \lambda\approx\frac{dx_1}{L}\qquad (m=1)\quad \text{보강}$$

$$=\frac{(0.100\times10^{-2}\ \mathrm{m})\times(4.80\times10^{-4}\ \mathrm{m})}{(0.600\ \mathrm{m})}=0.8\times10^{-6}\ \mathrm{m}=800\times10^{-9}\ \mathrm{m}=800\ \mathrm{nm}$$

3. 이중 슬릿 실험에서 파장이 $546\ \mathrm{nm}$이고 슬릿 간격이 $0.100\ \mathrm{mm}$, 스크린까지의 거리가 $20.0\ \mathrm{cm}$인 경우, 3번째의 밝은 무늬(최대점)에서 5번째의 어두운 무늬(최소점)까지의 거리를 구하여라.

$\lambda=546\ \mathrm{nm}=546\times10^{-9}\ \mathrm{m},\ d=0.100\ \mathrm{mm}=0.100\times10^{-3}\ \mathrm{m},\ L=20.0\ \mathrm{cm}=0.200\ \mathrm{m}$

$$\begin{cases} d\sin\theta\approx\dfrac{dx}{L}=m\lambda & (m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)\quad \text{보강} \\ d\sin\theta\approx\dfrac{dx}{L}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)\quad \text{상쇄} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{보강}\quad x_{n=3}=\dfrac{L}{d}\times3\lambda=\dfrac{0.200\ \mathrm{m}}{0.100\times10^{-3}\ \mathrm{m}}\times3\times(546\times10^{-9}\ \mathrm{m})=3.276\times10^{-3}\ \mathrm{m} \\ \qquad\qquad =3.276\ \mathrm{mm} \\ \text{상쇄}\quad x_{n=4}=\dfrac{L}{d}\times\dfrac{9}{2}\lambda=\dfrac{0.200\ \mathrm{m}}{0.100\times10^{-3}\ \mathrm{m}}\times\dfrac{9}{2}\times(546\times10^{-9}\ \mathrm{m})=4.914\times10^{-3}\ \mathrm{m} \\ \qquad\qquad =4.914\ \mathrm{mm} \end{cases}$$

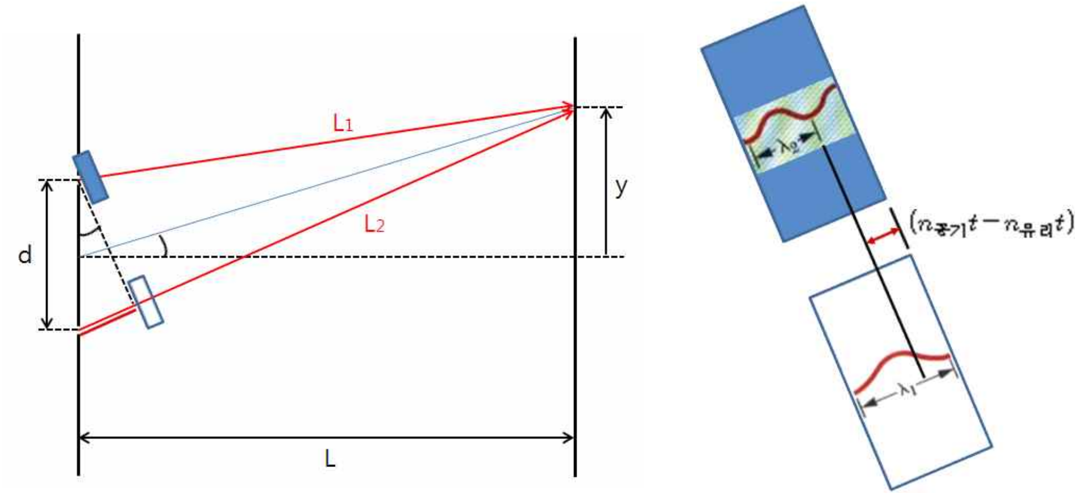
$$\Delta x=x_{n=4\ \text{상쇄}}-x_{n=3\ \text{보강}}=4.914\ \mathrm{mm}-3.276\ \mathrm{mm}=1.638\ \mathrm{mm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

4. Young의 이중 슬릿 실험에서 슬릿 간격은 d이고 슬릿과 스크린 사이 거리는 D이다. 이 이중 슬릿에 파장이 λ인 빛이 입사하는 경우, 단위 길이 당 간섭무늬 수는?

$$d\sin\theta \approx \frac{dx}{L} = m\lambda \qquad \Rightarrow \qquad \frac{m}{x} = \frac{d}{\lambda L}$$

5. 이중 슬릿에서 한 슬릿을 두께가 $0.300\ \mathrm{mm}$이고 굴절률이 1.50인 얇은 유리판으로 덮었다. 이때, 유리판을 덮기 전 중앙 극대였던 지점은 스크린에서 얼마만큼 이동하겠는가? 단, 슬릿에서 스크린까지의 거리는 $2.00\ \mathrm{m}$이고 슬릿 사이의 간격은 $0.400\ \mathrm{mm}$이다.



$t = 0.300\ \mathrm{mm} = 0.300\times 10^{-3}\ \mathrm{m}, \qquad n = 1.50, \qquad L = 2.00\ \mathrm{m}$

$d = 0.400\ \mathrm{mm} = 0.400\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$

$$경로차 = L_2 - L_1 = d\sin\theta + (n_{공기}t - n_{유리}t) = m\lambda$$

$$\Rightarrow \quad d\sin\theta + (n_{공기} - n_{유리})t = m\lambda$$

$$\Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{m\lambda + (n_{유리} - n_{공기})t}{d}$$

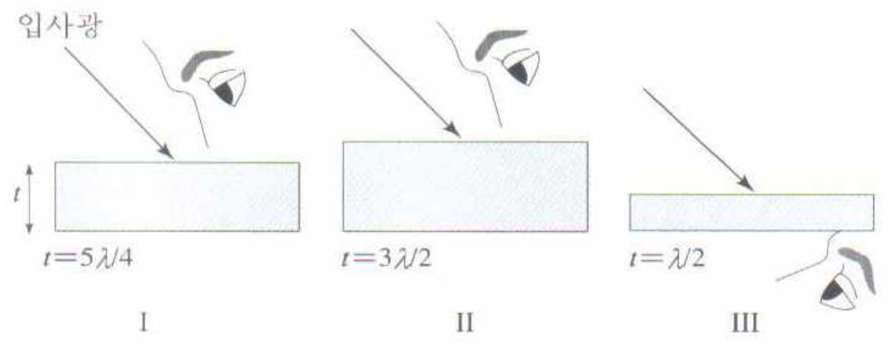
$$\left\langle \tan\theta \approx \sin\theta \approx \frac{y}{L} \right\rangle \quad \Rightarrow \quad y = L\sin\theta = L\frac{m\lambda + (n_{유리} - n_{공기})t}{d}$$

$$< 중앙극대\ \ m = 0 > \quad \Rightarrow \quad y = L\frac{(n_{유리} - n_{공기})t}{d}$$

$$= 2.00\ \mathrm{m} \times \frac{(1.50 - 1.00)\times(0.300\times 10^{-3}\ \mathrm{m})}{(0.400\times 10^{-3}\ \mathrm{m})}$$

$$= 0.750\ \mathrm{m}$$

6. 그림은 세 가지 박막 실험을 보여 준다. t는 박막의 두께이고 λ는 박막 내에서의 빛의 파장이다. 세 실험 중에서 보강간섭무늬를 볼 수 있는 것을 모두 골라 보아라.



$<\pi>$ $<\pi>$ $<0>$ 반사에 의한 위상 변화

$$\begin{cases} 2t=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda \\ 2t=m\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I & 2t=2\times\dfrac{5}{4}\lambda=\dfrac{5}{2}\lambda=\left(2+\dfrac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{보강} \\ II & 2t=2\times\dfrac{3}{2}\lambda=3\lambda \quad \text{상쇄} \\ III & 2t=2\times\dfrac{1}{2}\lambda=1\lambda \quad \text{보강} \end{cases}$$

보강간섭무늬를 볼 수 있는 것은 I 과 III

7. 유리 표면에 MgF_2로 된 박막을 입혀서 반사를 줄이고자 한다(유리의 굴절률은 1.60, MgF_2의 굴절률은 1.38이다). 파장이 $500\,\text{nm}$인 빛이 수직으로 입사할 때, 반사를 최소화 시키는 데 필요한 박막의 최소두께는 얼마인가?

$$\begin{cases} 2nt=m\lambda & (m=\ \ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \\ 2nt=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 2nt=\left(0+\frac{1}{2}\right)\lambda=\frac{1}{2}\lambda \qquad (m=0) \quad \text{소멸}$$

$$\Rightarrow \quad t=\frac{\lambda}{4n}=\frac{(500\text{ nm})}{4\times1.38}\approx 90.58\text{ nm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

8. 굴절률이 3.50인 기판 위에 굴절률이 2.50인 물질로 박막을 만들었다. 이 박막에 수직으로 빛을 비추었을 때, 반사된 빛의 파장이 $6000\,\text{Å}$ 일 때 소멸간섭이 일어나고 $7000\,\text{Å}$ 일 때 보강간섭이 일어났다. 이 박막의 최소 두께를 구하여라.

$$\begin{cases} 2nt = m\lambda & (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \\ 2nt = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{m\lambda}{2n} = \dfrac{m \times (7000\,\text{Å})}{2 \times (2.50)} & (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \\ t = \left(\dfrac{m}{2n} + \dfrac{1}{4n}\right)\lambda = \left(\dfrac{m}{2 \times (2.50)} + \dfrac{1}{4 \times (2.50)}\right) \times (6000\,\text{Å}) & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \end{cases}$$

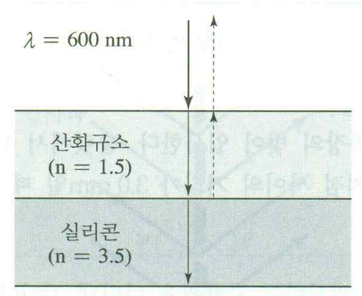
$$\Rightarrow \quad \frac{m \times (7000\,\text{Å})}{2 \times (2.50)} = \left(\frac{m}{2 \times (2.50)} + \frac{1}{4 \times (2.50)}\right) \times (6000\,\text{Å})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{7000\,\text{Å}}{5.00} \times m = \frac{6000\,\text{Å}}{5.00} \times m + \frac{6000\,\text{Å}}{10.0} \quad \Rightarrow \quad \frac{1000\,\text{Å}}{5.00} \times m = \frac{3000\,\text{Å}}{5.00} \quad \Rightarrow \quad m = 3$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{m\lambda}{2n} = \dfrac{3 \times (7000\,\text{Å})}{2 \times (2.5)} = 4200\,\text{Å} & (m = 3) \quad \text{보강} \\ t = \left(\dfrac{m}{2n} + \dfrac{1}{4n}\right)\lambda = \left(\dfrac{3}{2 \times (2.5)} + \dfrac{1}{4 \times (2.5)}\right) \times (6000\,\text{Å}) = 4200\,\text{Å} & (m = 3) \quad \text{소멸} \end{cases}$$

박막의 최소 두께 = $4200\,\text{Å}$

9. 아래 그림과 같이 실리콘 태양전지 표면에서 빛의 반사를 줄이기 위해 산화규소와 같은 투명한 박막을 코팅한다. 이 태양전지에 파장이 $600\,\text{nm}$인 빛을 수직으로 입사시켰을 때 반사를 최소화하기 위한 박막의 최소 두께는 얼마인가? (실리콘과 산화규소의 굴절률은 각각 3.50와 1.50이다.)



$$\begin{cases} 2nt = m\lambda & (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \\ 2nt = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \end{cases}$$

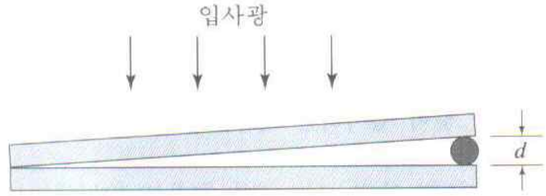
$$\Rightarrow \quad t = \left(\frac{m}{2n} + \frac{1}{4n}\right)\lambda \quad (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{1}{4n}\lambda \quad (m = 0)$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{1}{4n}\lambda = \frac{1}{4 \times (1.50)} \times 600\,\text{nm} = \frac{1}{6.00} \times 600\,\text{nm} = 100\,\text{nm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

10. 길이가 $20.0\,\mathrm{mm}$ 인 두 개의 슬라이드글라스(현미경에서 쓰이는 평평하고 얇은 유리판)를 겹쳐 놓고 한쪽 끝에는 두 유리 사이에 지름 $0.0500\,\mathrm{mm}$ 인 머리카락을 끼워 놓았다. 파장이 $630\,\mathrm{nm}$ 인 빛이 유리판에 수직으로 입사하면 윗면에 간섭에 의해 간섭무늬가 생긴다. 간섭무늬 사이의 간격을 구하여라.



$x = 20.0\ \mathrm{mm} = 20.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$

$d = 0.0500\ \mathrm{mm} = 0.0500 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$

$\lambda = 630\ \mathrm{nm} = 630 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$

$$2d = m\lambda \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{2d}{\lambda}$$

$$\text{간격} = \frac{x}{m} = \frac{\lambda x}{2d} = \frac{(630 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}) \times (20.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})}{2 \times (0.0500 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})} = 0.126 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 0.126\ \mathrm{mm}$$

11. 라디오파가 건물 모서리에서 가시광선에 비해 잘 회절되는 이유는 무엇인가?

가시광선 보다 라디오파의 파장이 더 크기 때문에

12. 단일 슬릿에서 $600\,\mathrm{nm}$ 파장의 빛이 입사한다. 슬릿에서 $1.00\,\mathrm{m}$ 떨어져 있는 스크린에 첫 번째와 세 번째 어두운 지점 사이의 거리가 $3.00\,\mathrm{mm}$ 일 때 슬릿의 폭은 얼마인가?

$\lambda = 600\ \mathrm{nm}, \qquad L = 1.00\ \mathrm{m}$

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{y}{L} = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots) \quad \text{상쇄}$$

$$\Rightarrow \qquad y = \frac{m\lambda L}{a} \qquad (m = \ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots) \quad \text{상쇄}$$

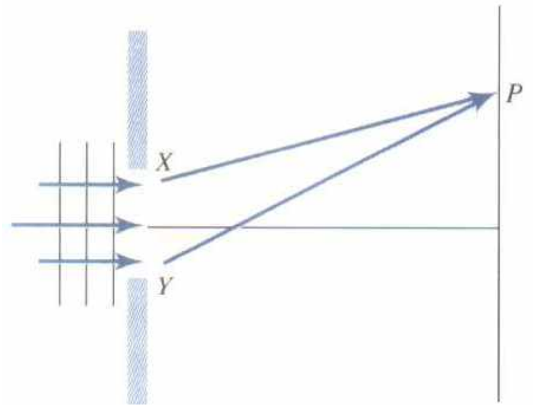
$$\Rightarrow \qquad \Delta y = \frac{(3-1)\lambda L}{a} = 3.00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} \qquad (m = 1 \quad \text{and} \quad 3)$$

$$\Rightarrow \qquad a = \frac{(3-1)\lambda L}{\Delta y} = \frac{(3-1) \times (600 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}) \times (1.00\ \mathrm{m})}{3.00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

$$= 0.400 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 0.400\ \mathrm{mm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

13. 아래 그림은 단일 슬릿에 입사하는 평행광을 나타낸 것이다. 점 P에서 두 번째 극소가 나타났다면 두 광의 경로차 $PX-PY$는 파장의 몇 배인가?



2배

$$경로차 = PX - PY = a\sin\theta \approx \frac{ay}{L} = m\lambda \quad (m = \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots)$$

14. 슬릿 크기가 $0.0200\ \mathrm{mm}$이고 슬릿 간 간격이 $0.0500\ \mathrm{mm}$인 이중 슬릿에 단일 파장의 빛이 입사하는 경우, 중앙 회절무늬 안에 들어가는 간섭무늬 수는?

$$a = 0.0200\ \mathrm{mm} = 0.0200 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}, \qquad d = 0.0500\ \mathrm{mm} = 0.0500 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$\begin{cases} d\sin\theta \approx \dfrac{dx}{L} = m\lambda & \Rightarrow \quad x = \dfrac{L}{d}\lambda \\ a\sin\theta \approx \dfrac{ay}{L} = m\lambda & \Rightarrow \quad y = \dfrac{L}{a}\lambda \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{2y}{x} = \frac{2\dfrac{L}{a}\lambda}{\dfrac{L}{d}\lambda} = \frac{2d}{a} = \frac{2 \times 0.0500\ \mathrm{mm}}{0.0200\ \mathrm{mm}} = 5개$$

15. 파장이 $480\ \mathrm{nm}$인 빛을 슬릿의 폭이 $0.0200\ \mathrm{mm}$이고 슬릿 사이의 간격이 $0.100\ \mathrm{mm}$인 이중슬릿을 통해 회절 시켰을 때 $50\ \mathrm{cm}$ 떨어진 곳에 있는 스크린에 나타나는 회절무늬에서 간섭무늬의 간격을 구하고, 또 회절에 의한 싸개선(envelope)의 최대점에서 첫 번째 최소점까지의 거리를 구하여라.

$$\lambda = 480\ \mathrm{nm} = 480 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}, \qquad a = 0.0200\ \mathrm{mm} = 0.0200 \times 10^{-3}\ \mathrm{m},$$
$$d = 0.100\ \mathrm{mm} = 0.100 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}, \qquad L = 50\ \mathrm{cm} = 0.50\ \mathrm{m}$$

$$d\sin\theta \approx \frac{dx}{L} = m\lambda \quad \Rightarrow \quad x = \frac{L}{d}\lambda = \frac{0.50\ \mathrm{m}}{(0.100 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})} \times (480 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}) = 2.40\ \mathrm{mm}$$

$$a\sin\theta \approx \frac{ay}{L} = m\lambda \quad \Rightarrow \quad y = \frac{L}{a}\lambda = \frac{0.50\ \mathrm{m}}{(0.0200 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})} \times (480 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}) = 12.0\ \mathrm{mm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

16. 폭이 a인 단일슬릿에서부터 L 만큼 떨어진 곳에 스크린을 두었다. 단일슬릿 앞에서 파장이 λ인 빛을 쪼였다. 여기서 $a \ll \lambda$이라고 하자. 만약에 회절 무늬에서 어두운 부분을 나타내는 두 최소점 $m = m_1$과 $m = m_2$ 사이의 거리를 Δy라고 둔다면, 이 슬릿의 폭 a는 얼마인가?

$$[\ \ if \quad a \ll \lambda, \quad then \quad \sin\theta \approx \tan\theta\ \ ]$$

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{y_m}{L} = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots\cdots\ )$$

$$\Rightarrow \qquad y_m = \frac{m\lambda L}{a} \qquad (m = \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots\cdots\ )$$

$$\Rightarrow \qquad \begin{cases} y_{m_2} = \dfrac{m_2\lambda L}{a} \\ y_{m_1} = \dfrac{m_1\lambda L}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \qquad \Delta y = \left| y_{m_2} - y_{m_1} \right| = \left| \frac{m_2\lambda L}{a} - \frac{m_1\lambda L}{a} \right| = \frac{\lambda L \left| m_2 - m_1 \right|}{a}$$

$$\Rightarrow \qquad a = \frac{\lambda L \left| m_2 - m_1 \right|}{\Delta y}$$

17. 길이가 $8\ \mathrm{m}$, 폭이 $4\ \mathrm{m}$인 방이 있다. 이 방의 한쪽 벽에는 벽의 중심에서부터 각각 $50\ \mathrm{cm}$ 떨어져 있는 스피커가 두 대 놓여 있다. 이 두 스피커에서는 주기가 서로 같고 일정한 소리가 흘러나오고 있다. 앞쪽 벽에서부터 $8\ \mathrm{m}$ 떨어진 뒤쪽 벽 중심에서 소리의 크기가 최대로 들렸다. 뒤쪽 벽에서 중심 외에는 최대 크기의 소리가 들리는 곳이 없다고 하자. 이 경우에 뒤쪽 벽 중심에서 듣는 소리의 가능한 최대 진동수는 얼마인가? (소리의 속력은 $342\ \mathrm{m/s}$라고 하자.)

$$\Delta r = \left| r_2 - r_1 \right| = \sqrt{(8\ \mathrm{m})^2 + (2.5\ \mathrm{m})^2} - \sqrt{(8\ \mathrm{m})^2 + (1.5\ \mathrm{m})^2} \approx 0.242\ \mathrm{m}\ < \lambda$$

$$v = f\lambda \qquad \Rightarrow \qquad f = \frac{v}{\lambda} \qquad \Rightarrow \qquad f < \frac{v}{\lambda} \approx \frac{342\ \mathrm{m/s}}{0.242\ \mathrm{m}} \approx 1.41 \times 10^3\ \mathrm{Hz} = 1.41\ \mathrm{kHz}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

18*. 파장이 $650\ \mathrm{nm}$ 인 레이저를 회절격자에 수직으로 입사하였다. 회절격자에는 $1.00\ \mathrm{cm}$ 당 6000 개의 선이 그어져 있다. 밝은 무늬가 관찰되는 각 차수에 대한 각도를 구하여라. 몇 차의 밝은 무늬까지 관찰되는가?

$$\lambda = 650\ \mathrm{nm} = 650 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}, \qquad d = \frac{0.0100\ \mathrm{m}}{6000} = \frac{1.00 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}}{6 \times 10^{3}} = \frac{1}{6} \times 10^{-5}\ \mathrm{m}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \qquad (m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots) \quad \text{보강}$$

$$\begin{cases} 0\text{차} & \sin\theta_0 = \dfrac{0 \times \lambda}{d} = \dfrac{0 \times 650 \times 10^{-9} m}{\frac{1}{6} \times 10^{-5} m} = 0 & \Rightarrow & \theta_0 \approx 0^\circ & \text{가능} \\ 1\text{차} & \sin\theta_1 = \dfrac{1 \times \lambda}{d} = \dfrac{1 \times 650 \times 10^{-9} m}{\frac{1}{6} \times 10^{-5} m} = 0.39 & \Rightarrow & \theta_1 \approx 22.95^\circ & \text{가능} \\ 2\text{차} & \sin\theta_2 = \dfrac{2 \times \lambda}{d} = \dfrac{2 \times 650 \times 10^{-9} m}{\frac{1}{6} \times 10^{-5} m} = 0.78 & \Rightarrow & \theta_2 \approx 51.26^\circ & \text{가능} \\ 3\text{차} & \sin\theta_3 = \dfrac{3 \times \lambda}{d} = \dfrac{3 \times 650 \times 10^{-9} m}{\frac{1}{6} \times 10^{-5} m} = 1.17 & \Rightarrow & \theta_3 > 90^\circ & \text{불가능} \end{cases}$$

$0\text{차}:\ \theta_0 \approx 0^\circ$ 가능, $1\text{차}:\ \theta_1 \approx 22.95^\circ$ 가능, $2\text{차}:\ \theta_2 \approx 51.26^\circ$ 가능

$3\text{차}:\ \theta_3 > 90^\circ$ 불가능

19*. 격자층 간격이 $0.282\ \mathrm{nm}$ 인 결정에 의해 회절될 수 있는 X-선의 최대파장은 얼마인가?

$$d = 0.282\ \mathrm{nm}$$

$$2d\sin\theta = m\lambda$$

$$\Rightarrow \qquad \lambda = \frac{2d\sin\theta}{m} = \frac{2 \times (0.282\ \mathrm{nm}) \times \sin 90^\circ}{1} = \frac{2 \times (0.282\ \mathrm{nm}) \times 1}{1} = 0.564\ \mathrm{nm}$$

20*. 단일 파장의 X-선이 소금결정(격자 상수$= 0.300\ \mathrm{nm}$)에 입사한다. X-선이 소금결정면의 수직 방향에서 60° 돌아간 경우 첫 번째의 브래그 반사가 관측되었다. X-선의 파장은 얼마인가?

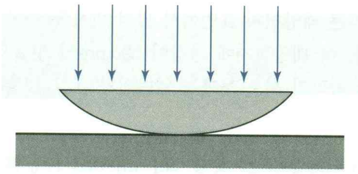
$$d = 0.300\ \mathrm{nm}, \qquad \theta = 60^\circ, \qquad m = 1$$

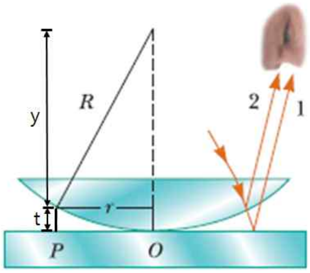
$$2d\sin\theta = m\lambda$$

$$\Rightarrow \qquad \lambda = 2d\sin\theta = 2 \times (0.300\ \mathrm{nm}) \times \sin 60^\circ = 2 \times (0.300\ \mathrm{nm}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.5196\ \mathrm{nm}$$

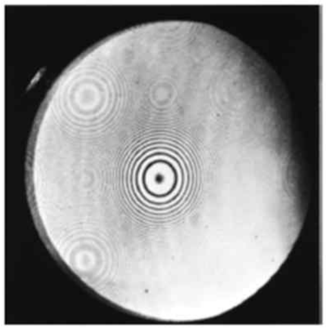
$$= 5.196\ \text{Å}$$

21. 그림과 같이 뉴턴의 원 무늬 장치에 파장이 $600\ \mathrm{nm}$인 단색광을 수직하게 위에서 입사시켰더니 동심원의 간섭무늬가 관측되었다. 렌즈의 구면 반지름이 $10.0\ \mathrm{m}$일 때, 중심에서 두 번째 밝은 무늬의 반지름은 얼마인가?





(a)


(b)

$$y = \sqrt{R^2 - r^2} = (R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$t = R - y \quad \Rightarrow \quad t = R - (R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}} = R - R\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx R - R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2} \cdots\cdots\right)$$

$$= R - R + \frac{1}{2}\frac{r^2}{R} \cdots\cdots = \frac{1}{2}\frac{r^2}{R} \cdots\cdots$$

$$\Rightarrow \quad r^2 \approx 2Rt \quad \Rightarrow \quad r \approx \sqrt{2Rt}$$

$$\lambda = 600\ \mathrm{nm}, \qquad R = 10.0\ \mathrm{m}, \qquad n = 1$$

$$\begin{cases} 2nt = m\lambda & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{m\lambda}{2n} \\ 2nt = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2n} \end{cases}$$

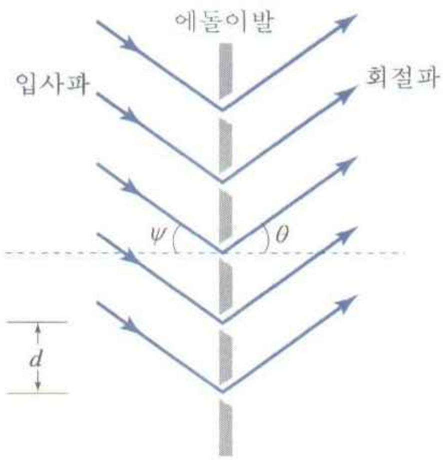
$$\begin{cases} r \approx \sqrt{2R\ t} = \sqrt{\dfrac{m\lambda R}{n}} & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{소멸} \\ r \approx \sqrt{2R\ t} = \sqrt{\dfrac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda R}{n}} & (m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \text{보강} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda R}{n}} = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times (600 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}) \times (10.0\ \mathrm{m})}{1}} \quad (m = 1) \quad \text{보강}$$

$$= 3.00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 3.00\ \mathrm{mm}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (24장) - by 송현석

22. 회절격자에 대한 일반적인 조건 - 그림에서처럼 회절격자에 빛이 입사하는 경우 밝은 무늬가 나타나는 조건은 아래 식과 같이 결정됨을 증명하라.
$d(\sin\psi + \sin\theta) = m\lambda \quad (m = 0,\ 1,\ 2, \cdots)$ **본문에서는 $\psi = 0$인 경우만 다룬 것이다.**



$$경로차 = d(\sin\psi + \sin\theta) = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

23. 파장이 λ, $\lambda + \Delta\lambda$ ($\Delta\lambda \ll \lambda$)인 두 빛을 회절격자에 수직으로 비췄다. 이때 m차 스펙트럼에서 스펙트럼 선 사이의 분리각이 다음과 같음을 보여라.
$\Delta\theta = \dfrac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}$ **여기서 d는 슬릿 사이의 간격이다.**

$$[\ \psi = 0^\circ\ ]$$

$$경로차 = d(\sin\psi + \sin\theta) = d(\sin 0^\circ + \sin\theta) = d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

$$\Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

$[\ if \quad \theta \ll 1, \quad then \quad \sin\theta \approx \tan\theta\ ]$

$$경로차 = d\sin\theta \approx d\tan\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \approx \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

$[\ if \quad \theta \ll 1, \quad then \quad \sin\theta \approx \theta\ ]$

$$경로차 = d\sin\theta \approx d\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \theta \approx \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\theta \approx \frac{m\Delta\lambda}{d} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{m\lambda}{d} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\tan\theta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$$

$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{(1/\sin^2\theta) - 1}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{(d/m\lambda)^2 - 1}} = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}$$