대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (10장) - by 송현석

1. 길이가 $5.00\,m$이고 단면적이 $0.100\,m^2$인 금속막대에 $5000N$의 장력이 작용하여 이 막대기가 $0.100\,cm$ 늘어났다. 이 금속의 영률은 얼마인가?

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L} \qquad \Rightarrow \qquad Y = \frac{F}{A}\frac{L}{\Delta L} = \frac{5000N}{0.100\,m^2} \times \frac{5.00\,m}{0.001\,m} = 2.50\times 10^8 N/m^2$$

2. 용수철상수가 k이고 길이가 L, 단면적이 A인 용수철의 영률은 얼마인가?

$$F = k\Delta L \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{F}{\Delta L}$$

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L} \qquad \Rightarrow \qquad Y = \frac{F}{A}\frac{L}{\Delta L} = \left(\frac{F}{\Delta L}\right)\frac{L}{A} = k\frac{L}{A}$$

3. 단면적이 $100cm^2$이고 길이 $5.00\,m$인 구리막대가 두 수직벽 사이에 $0.0500\,mm$ 압축되어 수평 으로 고정되어 있다. 구리의 밀도는 $8.96\,g/cm^3$이고 영률은 $1.10\times 10^{11} N/m^2$이다. 구리막대가 미끄러지지 않으려면 구리 면과 벽 사이의 정지마찰계수는 얼마 이상이어야 하는가?

$$A = 100\ cm^2 = 1.00\times 10^{-2}\ m^2, \qquad L = 5.00\ m, \qquad \Delta L = 0.0500\ mm = 5.00\times 10^{-5}\ m$$

$$V = AL = (1.00\times 10^{-2}\ m^2)\times(5.00\ m) = 5.00\times 10^{-2}\ m^3$$

$$\rho = 8.96\ \frac{g}{cm^3}\times\frac{1\ kg}{10^3\ g}\times\frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3} = 8.96\times 10^3\ kg/m^3$$

$$m = \rho V = (8.96\times 10^3\ kg/m^3)\times(5.00\times 10^{-2}\ m^3) = 4.48\times 10^2\ kg$$

$$Y = 1.10\times 10^{11}\ N/m^2$$

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L}$$

$$\Rightarrow \qquad F = Y\frac{\Delta L}{L}A = (1.10\times 10^{11}\ N/m^2)\times\frac{(5.00\times 10^{-5}\ m)}{(5.00\ m)}\times(1.00\times 10^{-2}\ m^2)$$

$$= 1.10\times 10^4\ N$$

$$f = \mu F \geq \frac{1}{2}mg \qquad \left(\text{양쪽으로 분산되므로 } \frac{1}{2}\times\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \mu \geq \frac{1}{2}\frac{mg}{F} = \frac{1}{2}\frac{(4.48\times 10^2\ kg)\times(9.8\ m/s^2)}{(1.10\times 10^4\ N)} \approx 0.1996$$

4. 길이가 $90.0\,cm$이고 평균면적이 $6.00\,cm^2$인 다리뼈가 압축될 때의 영률이 $1.00\times10^{10} N/m^2$이고 다리뼈가 부러지지 않고 견딜 수 있는 최대 변형력은 $1.00\times10^{8} N/m^2$라고 하자. 다리뼈가 부러질 때까지는 탄성을 유지한다고 가정한다. 높은 곳에서 뛰어내릴 때 압축에 의해 다리뼈가 부러진다면 그때 다리뼈에 저장된 탄성 에너지는 최소 얼마인가?

$$L = 90.0\ cm = 9.00\times10^{-1}\ m, \qquad A = 6.00\ cm^2 = 6.00\times10^{-4}\ m^2$$
$$Y = 1.00\times10^{10}\ N/m^2, \qquad F = 1.00\times10^{8}\ N$$

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L} \quad\Rightarrow\quad \Delta L = \frac{F}{A}\frac{L}{Y} = \frac{(1.00\times10^{8} N)}{(6.00\times10^{-4}\ m^2)}\frac{(9.00\times10^{-1}\ m)}{(1.00\times10^{10}\ N/m^2)} = 15.0\ m$$

$$U = \frac{1}{2}F\Delta L = \frac{1}{2}\times(1.00\times10^{8}\ N)\times(15.0\ m) = 7.5\times10^{8}\ N\cdot m = 7.50\times10^{8}\ J$$

문제가 좀 잘못된 듯~?

만일 $F = 1.00\times10^{8}\ N$ 이 아니고 문제대로 $\frac{F}{A} = 1.00\times10^{8}\ N/m^2$ 이라면

$$\Rightarrow \qquad \Delta L = \frac{F}{A}\frac{L}{Y} = (1.00\times10^{8}\ N/m^2)\times\frac{(9.00\times10^{-1}\ m)}{(1.00\times10^{10}\ N/m^2)} = 9.00\times10^{-3}\ m$$

$$\frac{F}{A} = 1.00\times10^{8}\ N/m^2 \quad\Rightarrow\quad F = (1.00\times10^{8}\ N/m^2)A$$
$$= (1.00\times10^{8}\ N/m^2)\times(6.00\times10^{-4}\ m^2)$$
$$= 6.00\times10^{4}\ N$$

$$U = \frac{1}{2}F\Delta L = \frac{1}{2}\times(6.00\times10^{4}\ N)\times(9.00\times10^{-3}\ m) = 2.70\times10^{2}\ N\cdot m = 2.70\times10^{2}\ J$$

5. 반지름이 $50cm$인 구모양의 알루미늄이 있다. 이 구의 반지름을 $48cm$로 줄이려면 얼마의 압력이 필요한가?

$$r_i = 50\ \ cm = 5.0 \times 10^{-1}\ \ m \qquad \to \qquad r_f = 48\ \ cm = 4.8 \times 10^{-1}\ \ m$$
$$\Delta r = r_f - r_i = (4.8 \times 10^{-1}\ \ m) - (5.0 \times 10^{-1}\ \ m) = -2 \times 10^{-2}\ \ m$$

$$V_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 = \frac{4}{3}\pi (5.0 \times 10^{-1}\ \ m)^3 \qquad \to \qquad V_f = \frac{4}{3}\pi r_f^3 = \frac{4}{3}\pi (4.8 \times 10^{-1}\ \ m)^3$$
$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{4}{3}\pi r_f^3 - \frac{4}{3}\pi r_i^3 = \frac{4}{3}\pi \{(4.8 \times 10^{-1}\ \ m)^3 - (5.0 \times 10^{-1}\ \ m)^3\}$$
$$= \frac{4}{3}\pi \{(1.10592 \times 10^{-1}\ \ m^3) - (1.25 \times 10^{-1}\ \ m^3)\}$$
$$= -\frac{4}{3}\pi (1.4408 \times 10^{-2}\ \ m^3)$$
$$= -6.0352 \times 10^{-2}\ \ m^3$$

(표 10.1 참고)

$$P = \frac{F}{A} = -B\frac{\Delta V}{V} = -(7.0 \times 10^{10}\ \ N/m^2) \times \frac{-\frac{4}{3}\pi (1.4408 \times 10^{-2}\ \ m^3)}{\frac{4}{3}\pi (1.25 \times 10^{-1}\ \ m^3)}$$
$$= (7.0 \times 10^{10}\ \ N/m^2) \times \frac{(1.4408 \times 10^{-2}\ \ m^3)}{(1.25 \times 10^{-1}\ \ m^3)}$$
$$= 8.06848 \times 10^{9}\ \ N/m^2$$
$$= 8.06848 \times 10^{9}\ \ Pa$$

6. 팔에서 측정한 혈압이 $100\,mmHg$이다. 팔보다 $0.500\,m$아래에 있는 발에서 혈압을 측정한다면 얼마이겠는가? 혈액의 밀도는 $1.00 \times 10^3\,kg/m^3$이라고 하자.

$$\Delta P = \rho g \Delta h = (1.00 \times 10^3\,kg/m^3) \times 9.8\,m/s^2 \times (0.500\,m)$$
$$= 5.1 \times 10^3\,kg/ms^2$$
$$= 5.1 \times 10^3\,N/m^2$$
$$= 5.1 \times 10^3\,Pa$$
$$= 5.1 \times 10^3\,Pa \times \frac{760\,mmHg}{1.013 \times 10^5\,Pa} \qquad < 1.013 \times 10^5\,Pa = 760\,mmHg >$$
$$\approx 38.26\,mmHg$$

$$P_{발} = P_{팔} + \Delta P = 100\,mmHg + 38.26\,mmHg = 138.26\,mmHg$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (10장) - by 송현석

7. 스쿠버다이버가 $10m$ 깊이로 잠수했다. 다이버의 물안경의 지름이 $20cm$이면, 이 물안경에 작용하는 힘은 얼마인가?

$$P = \rho g h = 10^3 kg/m^3 \times 9.8 m/s^2 \times 10m = 9.8 \times 10^4 kg/ms^2 = 9.8 \times 10^4 N/m^2$$

$$P = \frac{F}{A} \quad \Rightarrow \quad F = AP = A \times \rho g h = (0.01 \times \pi \ m^2) \times 10^3 kg/m^3 \times 9.8 m/s^2 \times 10m$$
$$= (0.01 \times \pi \ m^2) \times (9.8 \times 10^4 N/m^2)$$
$$\approx 3.079 \times 10^3 N$$

8. 물이 가득 차 있는 큰 통에 질량이 $10\,kg$인 물체를 완전히 집어넣었더니 밀려난 물의 질량이 $20\,kg$이었다. 이제 물체를 밀어 넣었던 힘을 제거하면 물체의 일부만 물속에 잠기게 된다. 물속에 잠긴 부분의 부피는 물체 전체 부피의 몇 배인가?

$$V_{물체} = \frac{m_{물체}}{\rho_{물체}} = \frac{m_{유체}}{\rho_{유체}} = V_{유체} \quad \Rightarrow \quad \rho_{물체} = \frac{m_{물체}}{m_{유체}} \rho_{유체} = \frac{10\,kg}{20kg} \rho_{유체} = \frac{1}{2} \rho_{유체}$$

$$F_{중력} = m_{물체} g = \rho_{물체} V_{물체} g = \frac{1}{2} \rho_{유체} V_{물체} g$$
$$F_{부력} = m_{유체} g = \rho_{유체} V_{유체} g$$
$$\Rightarrow \quad F_{중력} = F_{부력} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \rho_{유체} V_{물체} g = \rho_{유체} V_{유체} g \quad \Rightarrow \quad V_{유체} = \frac{1}{2} V_{물체}$$

9. 물에 떠 있는 나무토막의 2/3가 물에 잠겨 있다. 이 나무토막을 기름에 담그면 나무토막의 90%가 기름에 잠긴다.

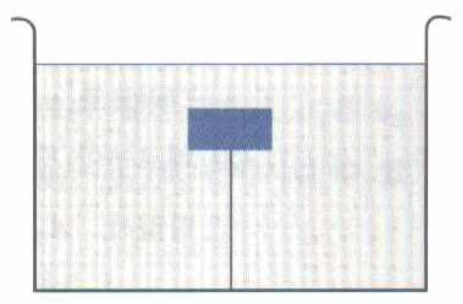
(1) 나무토막의 밀도를 구하여라.

$$\rho_{나무} V_{나무} g = \rho_{물} V_{물} g = \rho_{물} \frac{2}{3} V_{나무} g$$
$$\Rightarrow \quad \rho_{나무} = \frac{2}{3} \rho_{물} = \frac{2}{3} \times (1.000 \times 10^3\,kg/m^3) \approx 0.667 \times 10^3\,kg/m^2$$

(2) 기름의 밀도를 구하여라.

$$\rho_{나무} V_{나무} g = \rho_{기름} V_{기름} g = \rho_{기름} \frac{9}{10} V_{나무} g$$
$$\Rightarrow \quad \rho_{기름} = \frac{10}{9} \rho_{나무} = \frac{10}{9} \frac{2}{3} \rho_{물} = \frac{20}{27} \rho_{물} = \frac{20}{27} \times (1.000 \times 10^3\,kg/m^3)$$
$$\approx 0.741 \times 10^3\,kg/m^2$$

10. 그릇에 물이 담겨 있다. 나무토막의 아래 끝을 실에 매고, 그 실의 다른 쪽 끝을 그릇 밑바닥에 고정시켜 나무토막이 물 중간에 떠 있게 하였다. 이때 실의 장력은 얼마인가?



$$T + W - B = ma = 0 \qquad (a = 0)$$

$$T + m_{나무} g - m_{물} g = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T = m_{물} g - m_{나무} g$$

$$\begin{aligned} &= (m_{물} - m_{나무})g \\ &= (\rho_{물} V_{물} - \rho_{나무} V_{나무})g \qquad (V_{물} = V_{나무} = V) \\ &= (\rho_{물} - \rho_{나무}) Vg \end{aligned}$$

11. 부산에서 서울까지 잇는 경부고속도로에서 자동차들의 밀도는 어느 곳에서나 일정하며 교통 정체는 없다고 하자. 4차선으로 되어 있는 부분에서 자동차들이 $60\,km/h$로 달린다면 3차선으로 되어 있는 부분에서는 자동차의 속도가 얼마이어야 하는가?

$$A_{4차선} v_{4차선} = A_{3차선} v_{3차선}$$

$$\Rightarrow \qquad v_{3차선} = \frac{A_{4차선}}{A_{3차선}} v_{4차선} = \frac{4}{3} \times 60\,km/h = 80\,km/h$$

12. 관을 통해 $2.00\,m^3$의 물이 흘러나가는데 관의 양끝의 압력이 각각 $2.00\,Pa$과 $1.00\,Pa$이다. 흘러나간 물에 한 일은 얼마인가?

$$\begin{aligned} W = W_1 + W_2 &= (P_1 - P_2)\Delta V \\ &= (2.00\,Pa - 1.00\,Pa) \times 2.00\,m^3 \\ &= 1.00\,Pa \times 2.00\,m^3 \\ &= 2.00\,J \end{aligned}$$

13. 물이 반쯤 차 있는 U자형 관의 한쪽 관 윗면에서 $20.0\,m/s$의 속력으로 공기를 입으로 불었다. 관 안의 물의 높이 차이를 구하여라.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho_{물} v_{물1}^2 + \rho_{물} g h_{물1} = P_{물2} + \frac{1}{2}\rho_{물} v_{물2}^2 + \rho_{물} g h_{물2}$$

$$(v_{물1} = v_{물2} = 0)$$

$$(P_2 = P_0 - \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{공기}^2)$$

$$P_0 + \rho_{물} g h_{물1} = (P_0 - \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{공기}^2) + \rho_{물} g h_{물2}$$

$$\rho_{물} g h_{물1} = -\frac{1}{2}\rho_{공기} v_{공기}^2 + \rho_{물} g h_{물2}$$

$$\rho_{물} g h_{물2} - \rho_{물} g h_{물1} = \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{공기}^2$$

$$h_{물2} - h_{물1} = \frac{\frac{1}{2}\rho_{공기} v_{공기}^2}{\rho_{물} g} = \frac{\rho_{공기} v_{공기}^2}{2\rho_{물} g} = \frac{1.2kg/m^3 \times (20.0\,m/s)^2}{2 \times 10^3 kg/m^3 \times 9.8m/s^2} \approx 2.45 \times 10^{-2} m$$

14. 태풍이 불 때 어떤 집의 지붕 위에서 바람(공기의 밀도 $1.20\,kg/m^3$)의 속력은 $100km/h$였다.

(1) 지붕의 안과 밖의 압력차는 얼마인가?

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$(h_1 \approx h_2) \qquad (v_{안} = 0m/s)$$

$$P_{안} + \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{안}^2 = P_{밖} + \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{밖}^2 \quad \Rightarrow \quad P_{안} = P_{밖} + \frac{1}{2}\rho_{공기} v_{밖}^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta P = P_{밖} - P_{안} = -\frac{1}{2}\rho_{공기} v_{밖}^2$$

$$\approx -\frac{1}{2} \times 1.20\,kg/m^3 \times (27.77m/s)^2 \qquad (100km/h \approx 27.77m/s)$$

$$= -462kg/ms^2 = -462N/m^2 = -462Pa$$

(-부호는 지붕위의 압력이 더 낮다는 의미)

(2) 지붕의 면적이 $100m^2$일 때, 바람이 지붕을 들어올리는 힘은 얼마인가?

$$P = \frac{F}{A} \quad \Rightarrow \quad F = AP = 100m^2 \times (-462N/m^2) = -46200\ N$$

(-부호는 힘의 방향이 윗방향이라는 의미)

15. 파이프에 조그만 구멍이 생겨서 물이 분수처럼 높이 $1.20\,m$까지 솟아올랐다. 파이프 안의 물이 정지해 있다고 가정하고, 파이프 안에서의 물의 압력을 구하여라.

$$\begin{aligned} P_2 = P_1 + \rho g(y_1 - y_2) = P_1 + \rho g h \\ &= (1.0315 \times 10^5 N/m^2) + (10^3 kg/m^3 \times 9.8 m/s^2 \times 1.20\,m) \\ &= (1.0315 \times 10^5 N/m^2) + (1.176 \times 10^4 kg/ms^2) \\ &= (10.315 \times 10^4 N/m^2) + (1.176 \times 10^4 N/m^2) \\ &= 11.491 \times 10^4 N/m^2 \\ &= 11.491 \times 10^4 Pa \end{aligned}$$

16. 직육면체 모양의 질량이 $100kg$인 윗면이 열려 있는 통이 있다. 통의 크기는 길이가 $1.20\,m$, 폭이 $1.00\,m$, 높이가 $0.500\,m$이다. 이 통을 물에 띄운 후, 질량이 각각 $60.0\,kg$과 $40.0\,kg$인 두 사람이 통에 탄다면 이 통은 얼마나 물에 잠기겠는가?

$$(M + m_1 + m_2)g = \rho_{물} V g = \rho_{물} A h g$$

$$\Rightarrow \qquad h = \frac{M + m_1 + m_2}{\rho_{물} A} = \frac{100\,kg + 60.0\,kg + 40.0\,kg}{1000\,kg/m^3 \times (1.20\,m \times 1.00\,m)} = \frac{200.0\,kg}{1200\,kg/m} = \frac{1}{6} m$$

17. 수면으로부터 $1.00\,m$ 깊이에 공을 가만히 놓았다. 공의 밀도가 물의 밀도의 0.500배라면 공은 수면 위로 얼마나 높이 튀어 오르겠는가?
물의 저항력이나 물에 전달되는 에너지는 무시하라.

$$d = 1\ m \qquad\qquad \rho_{공} = \frac{1}{2}\rho_{물}$$

공의 밀도가 물의 밀도의 반이므로 평형상태에서는 공의 절반이 물에 잠겨 있다.

$$\begin{cases} B_{평형} = m_{물}g = \rho_{물}\dfrac{1}{2}Vg \\ W = m_{공}g = \rho_{공}Vg = \dfrac{1}{2}\rho_{물}Vg \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \Sigma F = B_{평형} - W = 0$$

공을 $d = 1\ m$ 깊이에 밀어 넣었을 경우 공 전체가 물에 잠겨 있다.

$$\begin{cases} B = m_{물}g = \rho_{물}Vg \\ W = m_{공}g = \rho_{공}Vg = \dfrac{1}{2}\rho_{물}Vg \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \Sigma F = B - W = \frac{1}{2}\rho_{물}Vg = \rho_{공}Vg = m_{공}g$$

$$\Rightarrow \qquad \Sigma F = m_{공}g = m_{공}a \qquad \Rightarrow \qquad a = g$$

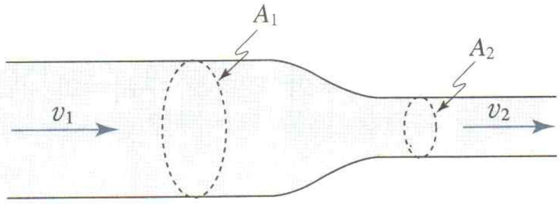
공이 $d = 1\ m$ 깊이에서 정지한 상태로부터 수면까지 가속 운동 한 후 공의 나중 속력

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \qquad\qquad \left(v_0 = 0, \quad a = g, \quad y - y_0 = d = 1\ m \right)$$
$$\Rightarrow \qquad v^2 = 0 + 2gd = 2gd \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2gd}$$

공이 수면에서 부터 초기속력 $v_0 = \sqrt{2gd}$ 로 감속 운동한 후 정지할 때 까지의 높이

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \qquad\qquad \left(v^2 = 0, \quad v_0^2 = 2gd, \quad a = -g, \quad y - y_0 = h \right)$$
$$\Rightarrow \qquad 0 = 2gd - 2gh$$
$$\Rightarrow \qquad 2gh = 2gd \qquad \Rightarrow \qquad h = d = 1.00\ m$$

18. 예제 10.8의 그림과 같은 파이프에서 원모양의 왼쪽 단면 A_1의 반지름은 $8.00\,cm$이고 오른쪽 단면 A_2의 반지름은 $4.00\,cm$이다. 왼쪽 단면으로부터 오른쪽 단면으로 1초에 부피 $6.40\times10^{-3}m^3$의 물이 흘러간다면 1초 동안 압력이 이 물에 한 일은 얼마인가?



$$\begin{cases} r_1 = 8.00\ cm = 8.00\times10^{-2}\ m \\ r_2 = 4.00\ cm = 4.00\times10^{-2}\ m \end{cases} \Rightarrow \quad r_1 = 2\ r_2$$

$$\begin{cases} A_1 = \pi r_1^2 = \pi\times(8.00\times10^{-2}\ m)^2 \\ A_2 = \pi r_2^2 = \pi\times(4.00\times10^{-2}\ m)^2 \end{cases} \Rightarrow \quad A_1 = 4\ A_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1}v_2 = \frac{1}{4}v_2$$

$$\Delta V = 6.40\times10^{-3}\ m^3$$

$$\Delta V = A_1 x_1 = A_2 x_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{\Delta V}{A_2} = \frac{(6.40\times10^{-3}\ m^3)}{\pi\times(4.00\times10^{-2}\ m)^2} \approx 1.273\ m$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = \frac{x_2}{\Delta t} \approx \frac{1.273\ m}{1\ s} = 1.273\ m/s$$

$$W = W_1 + W_2 = (P_1 - P_2)\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1 \qquad (\ y_1 = y_2\ )$$

$$= \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\Delta m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V\left(v_2^2 - \frac{1}{16}v_2^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V\left(\frac{15}{16}v_2^2\right)$$

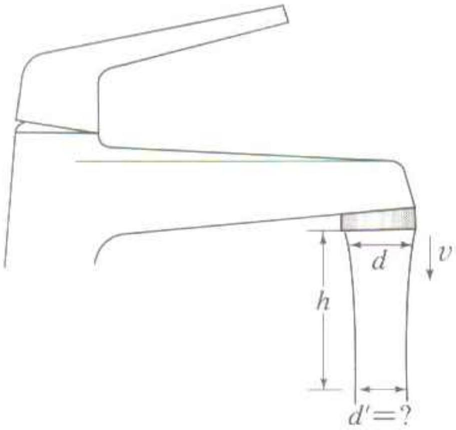
$$= \frac{1}{2}\times(10^3\ kg/m^3)\times(6.40\times10^{-3}\ m^3)\times\left\{\frac{15}{16}(1.273\ m/s)^2\right\}$$

$$= 4.86\ kgm^2/s^2$$

$$= 4.86\ J$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{4.86\ J}{1\ s} = 4.86\ W$$

19. 관의 지름이 d인 수도꼭지에서 물이 초기 속도 v로 끊임없이 흘러나와서 아래로 떨어지고 있다(즉, 수도꼭지에서 나오는 물줄기의 지름이 d이고, 수도꼭지는 아래 방향을 향하고 있다). 수도꼭지에서 h만큼 떨어진 곳에서 물줄기의 지름은 얼마인가? 단, 공기의 저항은 무시하고, 물줄기는 끊어지거나 물방울로 되지 않는다고 가정한다.



$$A_1 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2, \qquad v_1 = v$$

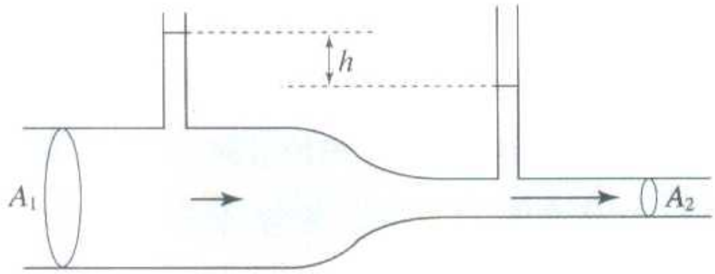
$$A_2 = \pi\left(\frac{d'}{2}\right)^2, \qquad v_2 = \sqrt{v^2 + 2gh} \qquad \text{(자유낙하로 가정)}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \Rightarrow \qquad \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 v = \pi\left(\frac{d'}{2}\right)^2 \sqrt{v^2 + 2gh}$$

$$\Rightarrow \qquad d'^2 = \frac{d^2 v}{\sqrt{v^2 + 2gh}} = \frac{d^2}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}}} = d^2\left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \qquad d' = d\left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right)^{-\frac{1}{4}}$$

20. 그림과 같이 단면적이 각각 A_1, A_2이고 두 수직관에서 액체의 높이 차이가 h일 때, 유속 v_1을 A_1, A_2, h로 나타내어라.



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) v_1$$

$$P_1 = P_0 + \rho g h_1, \qquad P_2 = P_0 + \rho g h_2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \qquad \Delta P = P_1 - P_2 &= (P_0 + \rho g h_1) - (P_0 + \rho g h_2) \\ &= \rho g h_1 - \rho g h_2 \\ &= \rho g h\end{aligned}$$

(수직관의 높이 차가 주는 압력 차)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g H_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g H_2$$

$$(H_1 = H_2)$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Rightarrow \qquad \Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 \qquad (\Delta P = P_1 - P_2 = \rho g h) \qquad \left(v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) v_1\right)$$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho \left\{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right\} v_1^2$$

$$\Rightarrow \qquad v_1^2 = \frac{2\rho g h}{\rho} \frac{1}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1} = \frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}}$$