

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

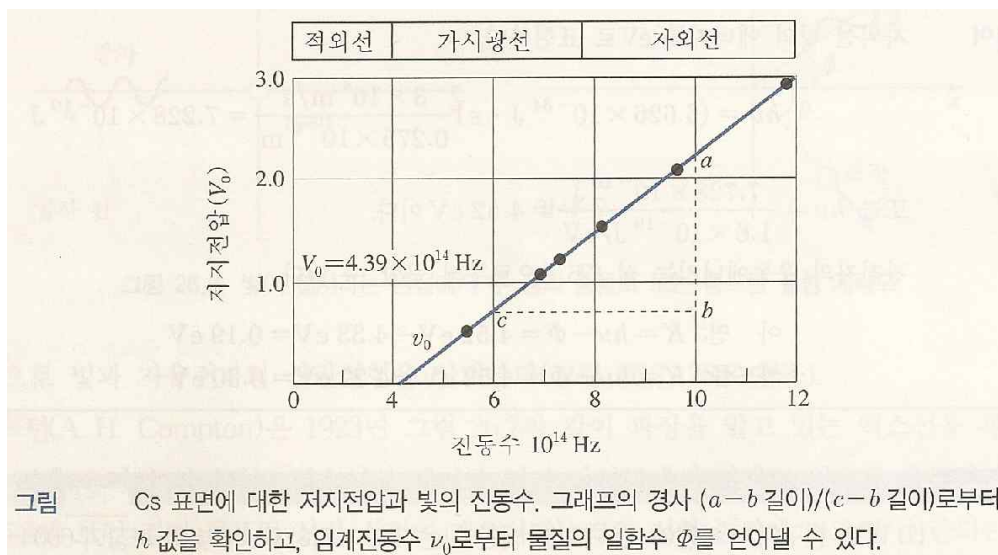
1. 태양의 표면 온도가 6,000K 이라고 한다. 태양이 흑체 복사를 한다고 가정할 경우, 복사 스펙트럼이 최대값을 가지는 파장  $\lambda_{\max}$  를 구하고 이 결과를 맨눈에 보이는 태양의 색깔과 비교 설명하여라.

$T = 6000K$ , 빈의 변위법칙 - 복사량이 최대가 되는 파장  $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} mK = \text{constant}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2.898 \times 10^{-3} mK}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3} mK}{6000K} = 4.83 \times 10^{-7} m = 0.483 \mu m$$

2.



- (1) 그림에서 일함수와 임계 파장을 구하여라.

$$E = h\nu = K + W_0 \quad < K = eV >$$

$$E = h\nu = eV + W_0 \Rightarrow W_0 = h\nu - eV = h\nu_0 = (6.626 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (4.39 \times 10^{14} / s) \\ \approx 2.91 \times 10^{-19} J = 1.82 eV$$

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (3.00 \times 10^8 m/s)}{2.91 \times 10^{-19} J} \\ \approx 0.683 \mu m$$

- (2) 파장  $3.00 \times 10^{-7} m$ 의 빛을 쏘았을 때 방출되는 전자의 운동에너지를 구하여라.

$$\lambda = 3.00 \times 10^{-7} m$$

$$K = h\nu - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (3.00 \times 10^8 m/s)}{3.00 \times 10^{-7} m} - 2.91 \times 10^{-19} J \\ = 6.626 \times 10^{-19} J - 2.91 \times 10^{-19} J \\ = 3.716 \times 10^{-19} J \approx 2.32 eV$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

3. 어떤 금속의 일함수가  $0.80\text{ eV}$ 이다. 이 금속에 파장이  $500\text{ nm}$ 인 빛을 쏘았을 때 튀어나오는 전자에 대한 저지전압을 구하여라. 이때 튀어나오는 전자의 최대 속력은 얼마인가?

$$W_0 = 0.80\text{ eV}, \quad \lambda = 500\text{ nm} = 500 \times 10^{-9}\text{ m}$$

$$E = h\nu = K + W_0 \quad < K = eV >$$

$$\begin{aligned} E = \frac{hc}{\lambda} = eV + W_0 \quad \Rightarrow \quad V &= \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e} \\ &= \frac{(6.626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}) \times (3.00 \times 10^8\text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19}\text{ C}) \times (500 \times 10^{-9}\text{ m})} - \frac{0.80\text{ eV}}{e} \\ &\approx 1.685\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K = \frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \Rightarrow \quad v &= \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (1.6 \times 10^{-19}\text{ C}) \times (1.685\text{ V})}{(9.11 \times 10^{-31}\text{ kg})}} \\ &= 7.69 \times 10^5\text{ m/s} \approx 2.56 \times 10^{-3}c \end{aligned}$$

4. 어떤 샘플에  $6.80 \times 10^{14}\text{ Hz}$ 의 빛을 비추어 방출되는 광전자의 저지 전압이  $1.80\text{ V}$ 라면, 광전자의 운동에너지와 일함수는 각각 얼마인가?

$$\nu = 6.80 \times 10^{14}\text{ Hz} = 6.80 \times 10^{14}/\text{s}, \quad V = 1.80\text{ V}$$

$$K = eV = e \times 1.80\text{ V} = 1.80\text{ eV}$$

$$E = h\nu = K + W_0$$

$$\begin{aligned} W_0 = E - K = h\nu - K &= (6.626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}) \times (6.80 \times 10^{14}/\text{s}) - 1.80\text{ eV} \\ &\approx 4.51 \times 10^{-19}\text{ J} - 2.88 \times 10^{-19}\text{ J} \\ &\approx 1.63 \times 10^{-19}\text{ J} \approx 1.019\text{ eV} \end{aligned}$$

5. 파장이  $1\text{ \AA}$ 인 엑스선이 자유전자에 의해서 산란되었다.

- (1) 산란각이  $90^\circ$ 인 경우에 대해서 콤프턴 이동을 구하여라.

$$\lambda = 1\text{ \AA} = 1 \times 10^{-10}\text{ m}, \quad \phi = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda = \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\phi) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 90^\circ) \\ &= \frac{h}{m_e c} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{(9.11 \times 10^{-31}\text{ kg}) \times (3.00 \times 10^8\text{ m/s})} = 0.02424 \times 10^{-10}\text{ m} \\ &= 0.002424\text{ nm} \end{aligned}$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = (1 \times 10^{-10}\text{ m}) + (0.02424 \times 10^{-10}\text{ m}) = 1.02424 \times 10^{-10}\text{ m}$$

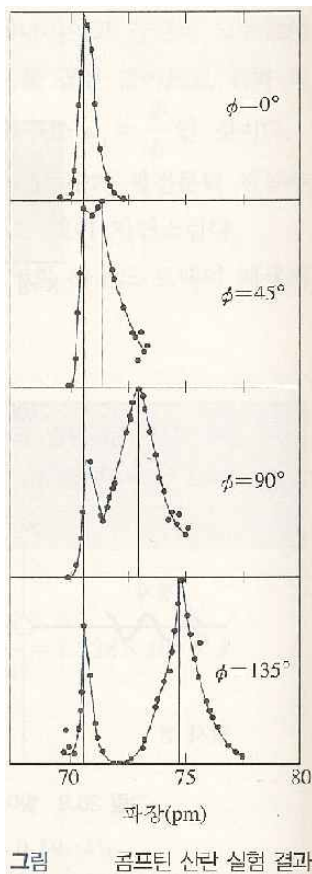
(2) 이때 자유전자의 충돌 후 운동량과 운동에너지를 구하여라.

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2$$

$$\begin{aligned} K = mc^2 - m_0c^2 &= h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \\ &= (6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (3.00 \times 10^8 \text{ m/s}) \times \left( \frac{1}{1 \times 10^{-10} \text{ m}} - \frac{1}{1.02424 \times 10^{-10} \text{ m}} \right) \\ &\approx 470.4 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 294 \text{ eV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E = mc^2 &= K + m_0c^2 \Rightarrow E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2 \\ \Rightarrow p &= \frac{\sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2}}{c} = \frac{\sqrt{K^2 + 2Km_0c^2 + (m_0c^2)^2 - (m_0c^2)^2}}{c} = \frac{\sqrt{K^2 + 2Km_0c^2}}{c} \\ &\approx \frac{\sqrt{(470.4 \times 10^{-19} \text{ J})^2 + 2 \times (470.4 \times 10^{-19} \text{ J}) \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} \\ &\approx 9.259 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

6. 그림에서 산란각이  $0^\circ$ 가 아닌 경우, 두 가지 파장에서 엑스선이 강하게 산란됨을 알 수 있다. 이 중 입사한 엑스선과 파장이 다른 엑스선은 자유전자에 의한 콤프턴 산란으로 이해될 수 있음을 보였다. 그러면 파장이 같은 엑스선은 어떻게 이해될 수 있을까? 이에 대한 설명을 제시하여라.



투과

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

7. 콤프턴 산란을 생각하자.

- (1) 파장이  $5.70 \times 10^{-12} m$ 인 전자기파가 정지해 있는 전자에 입사하여 산란되었다. 산란각이  $50^\circ$  이면, 충돌 후 전자기파의 파장은 얼마가 되는가?

$$\begin{aligned}\lambda &= 5.70 \times 10^{-12} m, & \phi &= 50^\circ \\ \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\phi) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 50^\circ) \\ &= \frac{6.626 \times 10^{-34} J \cdot s}{(9.11 \times 10^{-31} kg) \times (3.00 \times 10^8 m/s)} \times (1 - 0.643) \\ &\approx 0.866 \times 10^{-12} m \\ \lambda' &= \lambda + \Delta\lambda \approx (5.70 \times 10^{-12} m) + (0.866 \times 10^{-12} m) \approx 6.566 \times 10^{-12} m\end{aligned}$$

- (2) 파장이  $5.70 \times 10^{-12} m$ 인 전자기파가 정지해 있는 전자에 입사하여 산란되었다. 산란된 광자가  $50^\circ$  에서 검출되었다면, 이 광자에 의해 산란된 전자의 운동에너지는 얼마인가?

$$\begin{aligned}K &= h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \\ &= (6.626 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (3.00 \times 10^8 m/s) \times \left( \frac{1}{5.7 \times 10^{-12} m} - \frac{1}{6.566 \times 10^{-12} m} \right) \\ &\approx 4.57 \times 10^{-15} J = 28570 eV = 28.57 keV\end{aligned}$$

8.  $1.00 \times 10^7 m/s$ 로 움직이는 전자의 드 브로이 파장을 구하여라. 그리고 드 브로이 파장이  $1.00 cm$ 인 전자의 속력을 구하여라. 단, 전자의 질량은  $9.11 \times 10^{-31} kg$ 이다.

$$\begin{aligned}v &= 1.00 \times 10^7 m/s, & \lambda &= 1.00 cm = 1.00 \times 10^{-2} m, & m_e &= 9.11 \times 10^{-31} kg \\ \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{6.626 \times 10^{-34} J \cdot s}{(9.11 \times 10^{-31} kg) \times (1.00 \times 10^7 m/s)} \approx 0.7273 \times 10^{-10} m = 0.07273 nm \\ &= 0.7273 \text{ \AA} \\ v &= \frac{h}{m_e \lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} J \cdot s}{(9.11 \times 10^{-31} kg) \times (1.00 \times 10^{-2} m)} \approx 0.07273 m/s\end{aligned}$$

9. 우주배경복사는 온도  $3.00 K$ 에서 흑체복사스펙트럼으로 이루어져 있다. 이 복사를 이루고 있는 광자의 운동에너지는  $k_B T$ 로 주어진다. 이 광자의 파장을 구하여라.

$$\begin{aligned}E &= K = k_B T = (1.38 \times 10^{-23} J/K) \times (3.00 K) = 4.14 \times 10^{-23} J \\ E &= \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{k_B T} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (3 \times 10^8 m/s)}{(1.38 \times 10^{-23} J/K) \times (3.00 K)} \approx 4.80 \times 10^{-3} m \\ &= 4.80 mm\end{aligned}$$

10. 미국 제퍼슨 연구소의 가속기는 전자를  $12\text{ GeV}$  까지 가속시킬 수 있다. 이렇게 높은 에너지의 전자는 양성자의 안을 들여다 볼 수 있을 만큼 드 브로이 파장이 짧은 뿐만 아니라 상대론적인 관계식  $p \approx E/c$ 를 근사적으로 만족한다.

(1) 이 전자의 드 브로이 파장을 구하여라.

$$E = 12\text{ GeV} = 12 \times 10^9\text{ eV} = 1.92 \times 10^{-9}\text{ J}$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} \Rightarrow E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2 \Rightarrow p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2 c^2} \approx \frac{E}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{E/c} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s})}{(1.92 \times 10^{-9}\text{ eV}) / (3.00 \times 10^8\text{ m/s})} \approx 1.0353 \times 10^{-16}\text{ m} = 0.10353\text{ fm}$$

(2) 양성자의 반지름은 대략  $1\text{ fm}$  정도이다. 이 반지름  $r$ 과 드 브로이 파장의 비를 구하라.

$$\frac{0.10353\text{ fm}}{1\text{ fm}} = 0.10353$$

11. 질량이  $100\text{ g}$ 인 야구공이 시속  $140\text{ km/h}$ 로 날아온다. 타자가 속력을  $1.00\%$ 의 정확도로 측정할 경우 그가 측정할 수 있는 거리의 최소 오차를 구하여라. 그리고 이 문제를 플랑크 상수가  $10.0\text{ J} \cdot \text{s}$ 인 경우에 대해서도 구하고, 이렇게 구한 결과를 토의하라.

$$m = 100\text{ g} = 0.100\text{ kg}, \quad v = 140\text{ km/h} \approx 38.9\text{ m/s}$$

$$p = mv \approx (0.100\text{ kg}) \times (38.9\text{ m/s}) \approx 3.89\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p = p \times 0.01 \approx 0.0389\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi} \times \frac{1}{0.0389\text{ kg} \cdot \text{m/s}} \approx 1.356 \times 10^{-33}\text{ m}$$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h'}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geq \frac{h'}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p} = \frac{10\text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi} \times \frac{1}{0.0389\text{ kg} \cdot \text{m/s}} \approx 20.46\text{ m}$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

12. 질량이  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$  인 전자와  $m_b = 2.00 \times 10^{-2} \text{ kg}$  인 총알이 0.100%의 정확도로 속력이 모두  $1200 \text{ m/s}$ 로 측정되었다. 전자와 총알의 위치는 어느 정도로 정확히 측정할 수 있는가?

$$p_e = m_e v \approx (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1200 \text{ m/s}) \approx 1.093 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p_e = p_e \times 0.001 \approx 1.093 \times 10^{-30} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta x_e \Delta p_e \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \Delta x_e \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p_e} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi} \times \frac{1}{1.093 \times 10^{-30} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} \approx 4.823 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$p_b = m_b v \approx (2.00 \times 10^{-2} \text{ kg}) \times (1200 \text{ m/s}) \approx 2.40 \times 10^1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p_b = p_b \times 0.001 \approx 2.40 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta x_b \Delta p_b \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \Delta x_b \geq \frac{h}{4\pi} \times \frac{1}{\Delta p_b} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi} \times \frac{1}{2.40 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} \approx 2.197 \times 10^{-33} \text{ m}$$

13. 각각 빨강, 초록, 파랑 단일 파장의 빛을 내는  $60 \text{ W}$  짜리 세 가지의 색 전구가 있다. 이 중 1초 동안에 광자의 개수를 제일 많이 내보내는 전구는 어느 것인가?

$$P = 60 \text{ W} \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \lambda_{\text{빨강}} > \lambda_{\text{초록}} > \lambda_{\text{파랑}} \\ E_{\text{파랑}} > E_{\text{초록}} > E_{\text{빨강}} \\ W_{\text{파랑}} > W_{\text{초록}} > W_{\text{빨강}} \\ N_{\text{빨강}} > N_{\text{초록}} > N_{\text{파랑}} \end{cases} \quad \text{빨강색 전구}$$

대학물리학 (제4판) 연습문제 풀이 (26장) - by 송현석

14. 보어의 수소원자 모델을 생각하자.

(1) 플랑크 상수  $h$ 를 증가시킬 수 있다면, 원자의 반지름은 어떻게 되겠는가?

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2 \quad \Rightarrow \quad r \sim h^2 \quad \text{증가}$$

(2) 수소원자 내부의 전자를 물질파로 기술하고, 이 파동이 정상파를 이룬다는 조건에서 보어의 각운동량 양자화를 유도하라.

$$\begin{cases} \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \\ 2\pi r = n\lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{mv} \Rightarrow rmv = n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow L = n \frac{h}{2\pi}$$

15. 수소원자의 바닥 상태 에너지는  $-13.6 \text{ eV}$ 이다.

(1) 첫 번째 들뜸 상태의 에너지는 얼마인가?

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \Rightarrow E_1 = -\frac{13.6}{1^2} \text{ eV} = -\frac{13.6}{1} \text{ eV} = -13.6 \text{ eV} \\ &\Rightarrow E_2 = -\frac{13.6}{2^2} \text{ eV} = -\frac{13.6}{4} \text{ eV} = -3.4 \text{ eV} \end{aligned}$$

(2) 첫 번째 들뜸 상태에 있는 전자의 이온화 에너지는 얼마인가?

$$E = 3.4 \text{ eV}$$

16\*. 어떤 전자가 궤도 양자수  $l=3$ 인 상태에 있다.

(1) 이때 궤도각운동량  $L$ 은  $\hbar$ 의 몇 배인가?

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \text{or} \quad \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (l=0, 1, 2, \dots, n-1) \\ L &= \sqrt{l(l+1)} \hbar = \sqrt{3(3+1)} \hbar = \sqrt{12} \hbar = 2\sqrt{3} \hbar = 2\sqrt{3} \frac{h}{2\pi} \quad 2\sqrt{3} \text{ 배} \end{aligned}$$

(2) 이 전자의 자기모멘트는 얼마인가?

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{e}{2m} L = -\frac{e}{2m} (2\sqrt{3} \hbar) = -\frac{e}{2m} \left( 2\sqrt{3} \frac{h}{2\pi} \right) \\ &= -\frac{(-1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{2 \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})} \times 2\sqrt{3} \times \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})}{2\pi} \approx 3.2 \times 10^{-23} \text{ C} \cdot \text{m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

(3) 가능한  $L_z$ 의 값은 얼마인가?

$$L_z = m_l \hbar \quad \text{or} \quad m_l \frac{h}{2\pi} \quad (m_l = -l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l)$$

$$L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \pm 3\hbar \quad \text{or} \quad 0, \pm \frac{h}{2\pi}, \pm \frac{2h}{2\pi}, \pm \frac{3h}{2\pi}$$

17\*. 수소원자에서 전자가  $n = 5$ 인 상태에 있다.

(1) 가능한 궤도양자수  $l$ 의 값은 얼마인가?

$$l = 0, 1, 2, \dots \quad (n-1) = 0, 1, 2, 3, 4$$

(2) 각각의  $l$ 에 대해 가능한 자기양자수  $m_l$ 는?

$$m_l = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$$

$$l = 0, \quad m_l = 0$$

$$l = 1, \quad m_l = -1, 0, 1$$

$$l = 2, \quad m_l = -2, -1, 0, 1, 2$$

$$l = 3, \quad m_l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$l = 4, \quad m_l = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

18\*.  $Z = 7$ 인 질소에는 전자가 7개 있다. 각각의 전자의 양자수  $n, l, m_l, m_s$ 를 구하라.

$$1s^2 2s^2 2p^3$$

$$n = 1, \quad l = 0, \quad m_l = 0, \quad m_s = \pm 1/2$$

$$n = 2, \quad l = 0, \quad m_l = 0, \quad m_s = \pm 1/2$$

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m_l = 0, \quad m_s = \pm 1/2$$

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m_l = 1 \quad \text{or} \quad -1, \quad m_s = +1/2 \quad \text{or} \quad -1/2$$