3.1

#19. $c_1(1,-1,0)+c_2(3,2,1)+c_3(0,1,4)=(-1,1,19)$

$$\begin{aligned} c_1+3c_2&=-1 \\ -c_1+2c_2+c_3&=1 \\ c_2+4c_3&=19 \end{aligned} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 19 \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 19 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & -19 & 0 & 19 \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right]$$

$c_1=2,\ c_2=-1,\ c_3=5$

#22. $c_1(1,0,1,0)+c_2(1,0,-2,1)+c_3(2,0,1,2)=(1,-2,2,3)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$ 이다.

$$\begin{aligned} c_1+c_2+2c_3&=1 \\ 0&=-2 \\ c_1-2c_2+c_3&=2 \\ c_2+2c_3&=3 \end{aligned}$$

에서 $0=-2$는 모순이므로 이를 만족하는 c_1, c_2, c_3는 존재하지 않는다.

3.2

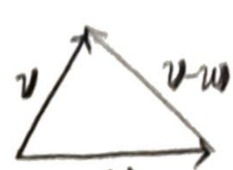
#15 (a) Dot product는 벡터들끼리의 연산이다. $u\cdot(v\cdot w)$에서 $v\cdot w$는 스칼라이므로 Invalid하다. (X)

(b) $u\cdot(v+w)$에서 $v+w$는 벡터들의 합이므로 벡터다. 즉 $u\cdot(v+w)$는 벡터와 벡터의 Dot product이므로 valid하다. (O)

(c) $\|u\cdot v\|$는 norm연산으로 $\|\ \|$안에 있는 벡터의 길이를 구하는 연산이다. 하지만 $u\cdot v$는 스칼라이므로 Invalid하다. (X)

(d) $(u\cdot v)$에서 u와 v는 모두 벡터이므로 valid하고, $\|u\|$ 또한 u가 벡터이므로 valid 하다. $(u\cdot v)$와 $\|u\|$는 모두 스칼라이고, $(u\cdot v)-\|u\|$는 스칼라끼리의 뺄셈이므로 valid하다. (O)

#26.

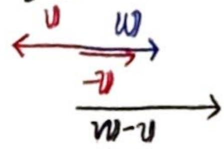


$\|v-w\|$는 w와 v의 방향이 같을 때 최솟값, 정반대일 때 최댓값을 갖는다.

따라서 $\|w\|-\|v\| \le \|v-w\| \le \|w\|+\|v\|$ 이다.

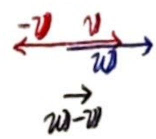
즉, $1 \le \|v-w\| \le 5$이다.

최대일 때)



$\|v-w\|=5$

최소일 때)



$\|v-w\|=1$

#30 triangle Inequality

$\Rightarrow \|u+v\| \le \|u\|+\|v\|$

i) u와 v의 방향이 동일할 때

$v=ku$ 이고 $\|u+v\|=\|u+ku\|=\|(1+k)u\|$
$=(1+k)\|u\|$

$\|u\|+\|v\|=\|u\|+\|ku\|=\|u\|+k\|u\|$
$=(1+k)\|u\|$

따라서 u와 v의 방향이 동일하면 $\|u+v\|=\|u\|+\|v\|$이 성립한다.

ii) u 또는 v가 영벡터일 때

- u가 영벡터이면 $\|u+v\|=\|v\|$이고 $\|u\|+\|v\|=\|0\|+\|v\|=\|v\|$이다.
- v가 영벡터이면 $\|u+v\|=\|u\|$이고 $\|u\|+\|v\|=\|u\|+\|0\|=\|u\|$이다.

따라서 u 또는 v가 하나라도 영벡터라면 $\|u+v\|=\|u\|+\|v\|$이 성립한다.

즉, u와 v가 평행일 때, u 또는 v가 영벡터일 때 성립한다.

3.3

#31. $\overrightarrow{AB} = (-3,-1,2)$
$\overrightarrow{BC} = (-1,-1,-2)$
$\overrightarrow{CA} = (4,2,0)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} = (-3)(-1)+(-1)(-1)+2(-2) = 3+1-4=0$ 이다.

내적이 0이라는 것은 두 벡터가 수직관계에 있다는 것이므로 직각삼각형이 맞다.

#3

$-2(x+1)+(y-3)-(z+2)=0$

#7 $4x-y+2z=5$의 법선벡터는 $n_1=(4,-1,2)$이다.
$7x-3y+4z=8$의 법선벡터는 $n_2=(7,-3,4)$이다.
따라서 $n_1 \neq n_2$이므로 두평면은 평행하지 않다.

#11 $3x-y+z-4=0$의 법선벡터는 $n_1=(3,-1,1)$이고
$x+2z=-1$의 법선벡터는 $n_2=(1,0,2)$이다.
$n_1\cdot n_2=(3,-1,1)\cdot(1,0,2)=3+2=5\neq 0$이므로
두평면은 직각이 아니다.

#13. (a) $\|proj_a u\| = \|u\||\cos\theta|$
$= \dfrac{|u\cdot a|}{\|a\|}$

$\|a\|=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$
$=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5.$

$u\cdot a = (1,-2)\cdot(-4,-3)=-4+6=2$

$\therefore \|proj_a u\| = \dfrac{2}{5}$

(b) $\|proj_a u\| = \dfrac{|u\cdot a|}{\|a\|}$

$\|a\| = \sqrt{4+9+9}=\sqrt{22}$

$a\cdot u = (3,0,4)\cdot(2,3,3) = 6+12=18$

$\therefore \|proj_a u\| = \dfrac{18}{\sqrt{22}}$

#21. $4x+3y+4=0$과 $(-3,1)$사이의 거리는
점과 직선 사이의 거리이므로

$\dfrac{|4(-3)+3+4|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \dfrac{|-12+3+4|}{5} = 1$

#25. $x+2y-2z=4$, $(3,1,-2)$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3+2-2(-2)-4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \dfrac{5+4-4}{3} = \dfrac{5}{3}$

#27.
두평면은 평행하므로 한 평면의 임의의 점에서
다른 평면과의 거리를 구하면 된다.
$2x-y-z=5$는 $(0,0,-5)$를 지나고,
이 점과 $-4x+2y+2z=12$ 사이의 거리는

$\dfrac{|(-4)\cdot 0+2\cdot 0+2(-5)-12|}{\sqrt{(-4)^2+2^2+2^2}} = \dfrac{22}{\underbrace{\sqrt{24}}_{=2\sqrt{6}}} = \dfrac{11}{\sqrt{6}}$

#38. w와 u 사이 각을 ϕ
w와 v 사이 각을 ψ라 하자.

$\cos\phi = \dfrac{w\cdot u}{\|w\|\|u\|} = \dfrac{(lu+kv)\cdot u}{\|u\|\|w\|} = \dfrac{l\|u\|^2+\|u\|(u\cdot v)}{\|u\|\|w\|}$

$= \dfrac{l\|u\|+(u\cdot v)}{\|w\|} = \dfrac{\|u\|\|v\|+(u\cdot v)}{\|w\|}$

$\cos\psi = \dfrac{w\cdot v}{\|w\|\|v\|} = \dfrac{(lu+kv)\cdot v}{\|w\|\|v\|} = \dfrac{\|v\|(u\cdot v)+k\|v\|^2}{\|w\|\|v\|}$

$= \dfrac{(u\cdot v)+k\|v\|}{\|w\|} = \dfrac{(u\cdot v)+\|u\|\|v\|}{\|w\|}$

즉, $\cos\phi = \cos\psi$이므로 $w = lu+kv$이면
w는 u와 v를 이등분한다는 것을 알수있다.

3.4

#1 $(x,y)=(-4,1)+t(0,-8)$

$=(-4,-8t+1)$

$x=-4,\ y=-8t+1$

#5 $X=(3-5t,-6-t)$

$=(3,-6)+t(-5,-1)$ 이므로

점 $(3,-6)$을 지나고 벡터 $(-5,-1)$과 평행하다.

#9. $(x,y,z)=(-3,1,0)+t_1(0,-3,6)+t_2(-5,1,2)$

$=(-3-5t_2,1-3t_1+t_2,6t_1+2t_2)$

$\therefore x=-3-5t_2,\ y=1-3t_1+t_2,\ z=6t_1+2t_2$

#13. $v=(-2,3)$와 수직인 벡터를 $u=(a,b)$라 하면

$v\cdot u=-2a+3b=0$ $a=\frac{3}{2}b$

$u=(a,b)=(\frac{3}{2}b,b)$

$\Rightarrow (3,2)$ $(x,y)=t(3,2)$ 이므로

$\therefore x=3t,\ y=2t$, 수직인 벡터 : $(3,2)$

#15. v와 수직하는 두벡터를 찾으면,

$u_1=(0,1,0)$, $u_2=(5,0,4)$가 있다.

$v\cdot u_1=(4,0,-5)\cdot(0,1,0)=0$

$v\cdot u_2=(4,0,-5)\cdot(5,0,4)=20+0-20=0$

$u_1\neq ku_2$ 이므로 u_1과 u_2는 평행하지 않다.

$(x,y,z)=(0,0,0)+t_1(0,1,0)+t_2(5,0,4)$

$=(5t_2,t_1,4t_2)$

$\therefore x=5t_2,\ y=t_1,\ z=4t_2$ 이다.

#17. $\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&0\\2&2&2&0\\3&3&3&0\end{array}\right]\rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{array}\right]$

$x_1+x_2+x_3=0$ 이므로 $x_1=t,\ x_2=s,\ x_3=-t-s$

$(1,1,1)\cdot(t,s,-t-s)=t+s-t-s=0$

$(2,2,2)\cdot(t,s,-t-s)=2t+2s+2(-t-s)=0$

$(3,3,3)\cdot(t,s,-t-s)=3t+3t+3(-t-s)=0$

#21 (a)

$Ax=b$의 일반해는 $Ax=b$의 특수해와 $Ax=0$의 일반해의 합으로 나타낼 수 있다.

$x+y+z=1$의 특수해로는 $(0,0,1)$이 있고,

$x+y+z=0$의 일반해로는

$x=a,\ y=b,\ z=-a-b$가 있다.

$(a,b,-a-b)$

따라서 $Ax=b$의 일반해는

$(x,y,z)=(0,0,1)+(a,b,-a-b)$

$=(a,b,1-a-b)$ 이다. (a,b는 실수)

(b) (a)의 결과는 $(1,0,-1)$과 $(0,1,-1)$ 두 벡터로 만들어진 벡터이고, $(0,0,1)$을 지나는 평면의 집합이다. (span된)

#23. (a). $\begin{bmatrix}1&1&1\\-2&3&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$

$\therefore x+y+z=0$

$-2x+3y=0$

(b) (a)의 해집합은 $x+y+z=0$와 $-2x+3y=0$을 동시에 만족시키는 해이므로 두 평면이 만나는 부분인 직선에 해당한다. $x+y+z=0$와 $-2x+3y=0$ 모두 원점을 지나므로 두 평면이 만나 생기는 직선은 원점을 지난다. 또 이 직선은 a, b와 수직하다.

#25. (a) $\left[\begin{array}{ccc|c}3&2&-1&0\\6&4&-2&0\\-3&-2&1&0\end{array}\right]\Rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}3&2&-1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{array}\right]$

$3x_1+2x_2-x_3=0$ 이다. 따라서 $Ax=0$의 일반해는 $(t,s,3t+2s)$ 이다.

(b) $\underbrace{\begin{bmatrix}3&2&-1\\6&4&-2\\-3&-2&1\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\cdot1+2\cdot0+(-1)\cdot1\\6\cdot1+4\cdot0+(-2)\cdot1\\-3\cdot1+(-2)\cdot0+1\cdot1\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}2\\4\\-2\end{bmatrix}}_{b}$ 이므로

$x_1=1,\ x_2=0,\ x_3=1$는 $Ax=b$의 특수해이다.

(c) $Ax=b$의 일반해는 $Ax=b$의 특수해와 $Ax=0$의 일반해의 합으로 나타낼 수 있다. 따라서 $(x_1,x_2,x_3)=(t,s,3t+2s)+(1,0,1)$ $=(t+1,s,3t+2s+1)$ 이다.

#25(d) (c)에서 $(x_1, x_2, x_3) = (t+1, s, 3t+2s+1)$ 였다.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 6 & 4 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$ 이므로 $x_1 = t+1,\ x_2 = s,\ x_3 = 3t+2s+1$

을 대입하면 $3(t+1) + 2s - (3t+2s+1) = 2$

$3t+3+2s-3t-2s-1 = 2$ 가 되어 성립한다.

즉 (c)의 답이 올바른 답이라는 것을 알 수 있다.

$\boxed{3.5}$

#1. $v = (0,2,-3)$, $w = (2,6,7)$

$$v \times w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = (14+18)i - (-6)j + (-4)k$$
$$= 32i + 6j - 4k$$

$\therefore v \times w = (32, -6, -4)$

#5. $v \times w$ 는 #1에서 $(32, -6, -4)$ 였다.

$u \times (v \times w) = (3,2,-1) \times (32,-6,-4)$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & -1 \\ 32 & -6 & -4 \end{vmatrix} = (-8-6)i - (-12+32)j + k(-18-64)$$
$$= -14i - 20j - 82k$$

$\therefore u \times (v \times w) = (-14, -20, -82)$ 이다.

3.5.1의 (d)를 이용하면,

$(u \cdot w)v - (u \cdot v)w$ 은 $u \cdot w = (3,2,-1) \cdot (2,6,7)$
$= 6+12-7 = 11$

$u \cdot v = (3,2,-1) \cdot (0,2,-3) = 4+3 = 7$

$\Rightarrow 11v - 7w = 11(0,2,-3) - 7(2,6,7)$
$= (-14, 22-42, -33-49)$
$= (-14, -20, -82)$

즉, $u \times (v \times w) = (u \cdot w)v - (u \cdot v)w$ 라는 것을 통해.
답은 잘 구했음을 알 수 있다.

#6. $(u \times v) \times w$

$u \times v = (3,2,-1) \times (0,2,-3)$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix} = (-6+2)i - (-9)j + (6)k$$
$$= -4i + 9j + 6k$$

$= (-4, 9, 6)$

$(u \times v) \times w = (-4, 9, 6) \times (2, 6, 7)$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = (63-36)i - (-28-12)j + (-24-18)k$$
$$= 27i + 40j - 42k$$

$= (27, 40, -42)$

3.5.1의 (e)를 이용하면.

#5에서 $(u \cdot w)v = (0, 22, -33)$.

$(v \cdot w) = (0,2,-3) \cdot (2,6,7)$
$= 12 - 21 = -9$

$(v \cdot w)u = -9(3,2,-1)$
$= (-27, -18, 9)$

$(u \cdot w)v - (v \cdot w)u$

$= (0, 22, -33) - (-27, -18, -9) = (27, 40, -42)$ 이다.

즉, 답은 잘 구했음을 알 수 있다.

#7. u, v를 cross product를 하면
그 결과는 u와 v에 수직한 벡터이다.

$u \times v = (-6, 4, 2) \times (3, 1, 5)$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -6 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = (20-2)i - (-30-6)j + (-6-12)k$$
$$= 18i + 36j - 18k$$

$= (18, 36, -18)$

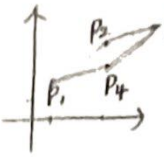
#9. $u \times v = (1, -1, 2) \times (0, 3, 1)$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1-6)i - (1)j + (3)k$$
$$= -7i - j + 3k$$

$= (-7, -1, 3)$

$\|u \times v\| = \sqrt{49+1+9} = \sqrt{59}$

#11 $\overrightarrow{P_1P_2}=(3,2)$, $\overrightarrow{P_1P_4}=(3,1)$



$\overrightarrow{P_1P_2}\times\overrightarrow{P_1P_4}=(3,2,0)\times(3,1,0)$

$$=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (3-6)k = -3k$$

$\|\overrightarrow{P_1P_2}\times\overrightarrow{P_1P_4}\| = 3$ $\quad\therefore 3$

#13. $\overrightarrow{AB}=(1,4)$ $\overrightarrow{AC}=(-3,2)$

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(1,4,0)\times(-3,2,0)$

$=(2+12)k=14k$

$\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\|=\frac{1}{2}\cdot 14=7$ $\quad\therefore 7$

#15. $\overrightarrow{P_1P_2}=(-1,-5,2)$, $\overrightarrow{P_1P_3}=(2,0,3)$

$\overrightarrow{P_1P_2}\times\overrightarrow{P_1P_3}=(-1,-5,2)\times(2,0,3)$

$$=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (-15)i-(-3-4)j+10k = -15i+7j+10k$$

$=(-15,7,10)$

$\frac{1}{2}\|\overrightarrow{P_1P_2}\times\overrightarrow{P_1P_3}\|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(-15)^2+7^2+10^2}=\frac{\sqrt{374}}{2}$

#17. $|u\cdot(v\times w)|$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -6 & 2 \\ 0 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & -4 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 0 & 4 & -2 \\ 2 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 2 & -6 & 0 \end{vmatrix} = -4(-4) = 16 = u\cdot(v\times w).$$

$|u\cdot(v\times w)|=16$

#19. $\|u\cdot(v\times w)\|=0$ 이면 부피가 0인 것이므로

부피가 0이면 세 벡터가 한 평면위에 있는 것이다.

$$v\times w=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 0 & -2 \\ 5 & -4 & 0 \end{vmatrix} = -8i-10j-12k$$

$|u\cdot(v\times w)|=|(-1,-2,1)\cdot(-8,-10,-12)|$

$=|8+20-12|=16\neq 0.$

따라서 세 벡터는 같은 평면에 위치하지 않는다.

#21 $v\times w=(1,-3,1)\times(-5,-1,1)$

$$=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 1 \\ -5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-3+1)i-(1+5)j+(-1-15)k$$

$=-2i-6j-16k$

$u\cdot(v\times w)=(-2,0,6)\cdot(-2,-6,-16)$

$=4-96=-92$

#25. (a) $v\times w$와 $w\times v$는 크기는 같고 부호가 반대이다.

$\therefore u\times(w\times v)=-3.$

(b) $u\cdot(v\times w)=(v\times w)\cdot u$ 이므로

$(v\times w)\cdot u=3$이다.

(c) $$u\cdot(v\times w)=\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}=3.$$

$$w\cdot(u\times v)=\begin{vmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}=3.$$

#33. (a) v와 w를 포함하는 평면의 법선벡터와 $u\times(v\times w)$가 내적해서 0이면 $u\times(v\times w)$는 v와 w로부터 결정되는 평면에 속하는 것이다.

$(v\times w)\cdot(u\times(v\times w))=0$ 이므로 $u\times(v\times w)$는 v와 w로 결정되는 평면에 놓여있다.

(b) $(u\times v)\cdot((u\times v)\times w)=0$이므로 $(u\times v)\times w$는 u와 v로 결정되는 평면에 놓여있다.

#36

$u\cdot v=\|u\|\|v\|\cos\theta$

$\|u\times v\|=\|u\|\|v\|\sin\theta$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\|u\times v\|}{u\cdot v}$ 이다.

#39 (a) 사면체의 부피는 밑면×높이×$\frac{1}{3}$로 구한다.

$\overrightarrow{PQ}=(3,-1,-3)$ $\overrightarrow{PR}=(2,-1,1)$ $\overrightarrow{PS}=(4,-4,3)$

밑면 $=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}\|$, 높이 $=\dfrac{|\overrightarrow{PS}\cdot(\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR})|}{\|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}\|}$

$\Rightarrow$ 부피 $=\frac{1}{6}\cdot|\overrightarrow{PS}\cdot(\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR})|$

$$\overrightarrow{PS}\cdot(\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR})=\begin{vmatrix}4&-4&3\\3&-1&-3\\2&-1&1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-4&-1\\2&-1&-4\\1&-1&0\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}0&-4&-1\\1&0&-4\\1&-1&0\end{vmatrix}=4(4)-(-1)=16+1=17$$

$\therefore$ 부피 $=\underline{\dfrac{17}{6}}$

#39

$\overrightarrow{PQ}=(1,2,-1)$

$\overrightarrow{PR}=(3,4,0)$

$\overrightarrow{PS}=(-1,-3,4)$

$$\overrightarrow{PQ}\cdot(\overrightarrow{PR}\times\overrightarrow{PS})=\begin{vmatrix}1&2&-1\\3&4&0\\-1&-3&4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-1&3\\3&4&0\\-1&-3&4\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}0&-1&3\\3&4&0\\-1&0&-5\end{vmatrix}=(-15)+3(4)=-15+12=-3$$

$\therefore V=\frac{1}{6}|\overrightarrow{PQ}\cdot(\overrightarrow{PR}\times\overrightarrow{PS})|=\frac{1}{6}\cdot3=\underline{\frac{1}{2}}$