대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (17장) - by 송현석

1. 보통 사람은 심장 근처로 약 $50.0\ \mathrm{mA}$의 전류만 흘러도 감전사할 수 있다. 사람 몸의 저항이 $2000\ \Omega$이라고 할 때, 전기기능공이 양손에 잡은 두 전극의 전위차가 치명적이 될 수 있는 상태의 전압은 얼마인가?

$$V = IR = (50.0\ \mathrm{mA}) \times (2000\ \Omega) = (50.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}) \times (2.000 \times 10^{3}\ \Omega) = 100\ \mathrm{V}$$

2. 양성자를 가속해서 그 운동에너지가 $20.0\ \mathrm{MeV}$가 되게 하는 선형가속기가 있다. 이때 가속기에서 나오는 양성자 빔의 전류는 $1.00\ \mu\mathrm{A}$이다. $1\ \mathrm{eV}$는 $1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$ 이다.

(가) 양성자의 속력을 구하여라.

$$20.0 \times 10^{6}\ \mathrm{eV} \times \frac{1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{eV}} = 3.204 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

$$K = \frac{1}{2} m_p v^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times (3.204 \times 10^{-14}\ \mathrm{J})}{1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}}} \approx 6.19 \times 10^{7}\ \mathrm{m/s}$$

(나) 양성자 빔에서 양성자와 양성자 사이의 거리는 얼마인가?

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta q = I \times \Delta t = (1.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{A}) \times (1.00\ \mathrm{s}) = 1.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}$$

$$\Rightarrow \qquad n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{(1.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})} \approx 6.24 \times 10^{12}\ \text{개}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x = v \times \Delta t \approx (6.19 \times 10^{7}\ \mathrm{m/s}) \times (1.00\ \mathrm{s}) \approx 6.19 \times 10^{7}\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \qquad d = \frac{\Delta x}{n} \approx \frac{(6.19 \times 10^{7}\ \mathrm{m})}{(6.24 \times 10^{12}\ \text{개})} \approx 9.92 \times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 9.92\ \mu\mathrm{m}$$

$$d = \frac{\Delta x}{n} = \frac{v\,\Delta t}{n} = \frac{v\,\Delta t}{(\Delta q / e)} = \frac{e\,v\,\Delta t}{\Delta q} = \frac{e\,v\,\Delta t}{I \Delta t} = \frac{e\,v}{I}$$
$$= \frac{(1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \times (6.19 \times 10^{7}\ \mathrm{m/s})}{(1.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{A})} \approx 9.92 \times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 9.92\ \mu\mathrm{m}$$

3. $\vec{J}$는 전류밀도, $d\vec{A}$는 면적소 벡터일 때, 면적에 대한 적분 $\int \vec{J} \cdot d\vec{A}$가 나타내는 양은 무엇인가?

$$\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{I} = \vec{J} A = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \qquad \text{전류}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (17장) - by 송현석

4. 어떤 도선을 통해 $0 \le t \le t_0$ 동안 전류가 $I(t) = \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) I_0$ 와 같이 흐르고 있다.
여기서 I_0와 t_0는 각각 전류와 시간의 단위를 가진 양의 상수이다.
이 도선을 통해 흘러간 총 전하량을 구하시오.

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad q = \int dq = \int_0^{t_0} I\,dt = \int_0^{t_0} \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) I_0\,dt = I_0 \int_0^{t_0} \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) dt$$

$$= I_0 \left[t - \frac{1}{2}\frac{t^2}{t_0} \right]_0^{t_0} = I_0 \left\{ \left(t_0 - \frac{1}{2} t_0 \right) - (0) \right\} = I_0 t_0 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} I_0 t_0$$

5. 안쪽 반지름이 a, 바깥쪽 반지름이 b이고 길이가 L인 원통 사이에 탄소가 가득 채워져 있다. 원통의 안쪽에서 바깥쪽까지 지름 방향의 저항을 구하여라.
$a = 1.00\ \mathrm{cm}$, $b = 2.00\ \mathrm{cm}$ 이고 길이가 $L = 50.0\ \mathrm{cm}$일 때 저항값을 구하여라.
(표 17.1에 나오는 탄소의 비저항을 참고하여라.)

$$R = \int dR = \int \rho \frac{dr}{A} = \int_{r=a}^{r=b} \rho \frac{dr}{2\pi r L} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{r=a}^{r=b} \frac{1}{r}\,dr = \frac{\rho}{2\pi L} \left[\ln r \right]_{r=a}^{r=b}$$

$$= \frac{\rho}{2\pi L} (\ln b - \ln a)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi L} ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$= \frac{(3.5 \times 10^{-5}\ \Omega \cdot \mathrm{m})}{2\pi \times 0.500\ \mathrm{m}} \times \ln\left(\frac{2.00 \times 10^{-2}\ \mathrm{cm}}{1.00 \times 10^{-2}\ \mathrm{cm}} \right)$$

$$= \frac{(3.5 \times 10^{-5}\ \Omega \cdot \mathrm{m})}{2\pi \times 0.500\ \mathrm{m}} \times \ln(2)$$

$$\approx 0.772 \times 10^{-5}\ \Omega$$

$$= 7.72 \times 10^{-6}\ \Omega = 7.72\ \mu\Omega$$

6. 구리와 텅스텐으로 만든 두 도선이 있는데, 두 도선의 길이가 같고 저항도 같다.
두 도선의 반지름의 비를 구하여라. (표 17.1에 나오는 탄소의 비저항을 참고하여라.)

$$\rho_{구리} = 1.72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}, \qquad \rho_{텅스텐} = 5.51 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} \qquad \Rightarrow \qquad r = \sqrt{\rho \frac{L}{\pi R}} \qquad \Rightarrow \qquad r \sim \sqrt{\rho}$$

$$\frac{r_{구리}}{r_{텅스텐}} = \sqrt{\frac{\rho_{구리}}{\rho_{텅스텐}}} = \sqrt{\frac{1.72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}}{5.51 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{1.72}{5.51}} \approx 0.559$$

7. 반지름이 r이고 길이가 L인 원통형 모양 구리 도선이 있다. 부피를 일정하게 유지한 채로 이 도선을 늘여 길이가 2배로 되었다면, 저항은 처음의 몇 배가 되었는가?

$$\begin{array}{l} V = \pi r^2 L \\ V' = \pi (r')^2 (2L) \end{array} \quad \Rightarrow \quad V' = V \quad \Rightarrow \quad \pi (r')^2 (2L) = \pi r^2 L \quad \Rightarrow \quad (r')^2 = \frac{r^2}{2}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{2L}{\pi (r')^2} = \rho \frac{2L}{\pi (r^2/2)} = 4\rho \frac{L}{\pi r^2} = 4R \qquad \text{(4배)}$$

8. 어떤 도선의 저항은 R이다. 같은 재질로 만든 다른 도선이 이 도선에 비해 길이가 2배이고 단면적은 $1/2$배라 할 때 이 도선의 저항은 얼마인가?

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \Rightarrow \quad R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{2L}{A/2} = 4\rho \frac{L}{A} = 4R$$

9. 반지름이 $R = 5.00\ \mathrm{mm}$인 전선에 전류가 흐르고 있다. 전류밀도가 전선의 중심에서부터 반지름 방향으로 $J = J_0 (1 - r^2/R^2)$과 같이 주어지고 $J_0 = 6.4 \times 10^4\ \mathrm{A/m^2}$이다. 이 전선에 흐르는 전류는 얼마인가?

$$A = \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad dA = 2\pi r\, dr$$

$$\begin{aligned} I = JA = \int J\, dA &= \int_{r=0}^{r=R} J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) 2\pi r\, dr \\ &= 2\pi J_0 \left\{ \int_{r=0}^{r=R} r\, dr - \frac{1}{R^2} \int_{r=0}^{r=R} r^3\, dr \right\} \\ &= 2\pi J_0 \left\{ \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r=0}^{r=R} - \frac{1}{R^2} \left[\frac{r^4}{4} \right]_{r=0}^{r=R} \right\} \\ &= 2\pi J_0 \left\{ \frac{R^2}{2} - \frac{1}{R^2} \frac{R^4}{4} \right\} \\ &= 2\pi J_0 \left\{ \frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{4} \right\} \\ &= 2\pi J_0 \frac{R^2}{4} \\ &= \frac{1}{2} \pi J_0 R^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi \times (6.4 \times 10^4\ \mathrm{A/m^2}) \times (5.00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})^2 \approx 2.513\ \mathrm{A} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (17장) - by 송현석

10. 저항이 $10.0\,\mathrm{k}\Omega$인 도선을 늘여서 원래 길이의 4배가 되게 만들었다.
늘어난 도선의 저항을 구하여라. (도선을 늘여도 비저항은 바뀌지 않는다고 가정하자.)

$$V' = V \quad \Rightarrow \quad AL = A'L' \quad \Rightarrow \quad A' = A\frac{L}{L'} = A\frac{L}{4L} = \frac{1}{4}A$$

$$R = \rho\frac{L}{A} \quad \Rightarrow \quad R' = \rho\frac{L'}{A'} = \rho\frac{4L}{\left(\frac{1}{4}A\right)} = 16\times\rho\frac{L}{A} = 16\times R = 16\times(10.0\,\mathrm{k}\Omega) = 160\,\mathrm{k}\Omega$$

11. 식 (17.8)에 나오는 저항의 온도상수 α는 일반적으로 $\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}$와 같이 주어진다.
α를 상수라고 가정할 때 $\rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$가 됨을 보여라.
$T-T_0$가 작을 때 지수함수의 근사식$(e^x \approx 1+x)$을 이용하여 식 (17.8)이 됨을 보여라.
$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] = \rho_0 + \alpha\rho_0(T-T_0) \quad \cdots\cdots \quad$ (식 17.8)

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} \quad \Rightarrow \quad \alpha\, dT = \frac{1}{\rho}d\rho \quad \Rightarrow \quad \int_{T_0}^{T}\alpha\, dT = \int_{\rho_0}^{\rho}\frac{1}{\rho}d\rho \quad \Rightarrow \quad \alpha[T]_{T_0}^{T} = [\ln\rho]_{\rho_0}^{\rho}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha(T-T_0) = (\ln\rho - \ln\rho_0) = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \quad \Rightarrow \quad e^{\alpha(T-T_0)} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] = \rho_0 + \alpha\rho_0(T-T_0) \qquad (\text{ for } \quad T-T_0 \ll 1\ )$$

12. 남극탐사대 대원이 $20.0\,℃$에서 $220\,\mathrm{V}$ 의 전위차를 가했을 때 $1.00\,\mathrm{A}$의 전류가 흐르는 도선을 남극으로 가져갔다. 남극에서 온도가 영하 $76.0\,℃$인 어느 날 이 대원은 이 도선을 이용하여 실험을 하였다. 똑같이 $220\,\mathrm{V}$의 전압을 가했을 때 이 도선에 흐르는 전류의 양은 얼마인가? 구리의 온도계수는 $20\,℃$에서 $\alpha = 3.90\times10^{-3}/℃$이다.

$$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] = \rho_0[1+(3.90\times10^{-3}/℃)\times(-76.0\,℃ - 20\,℃)]$$
$$= \rho_0[1+(3.90\times10^{-3}/℃)\times(-96.0\,℃)] = \rho_0[1-0.3744] = \rho_0\times0.6256$$

$$R = \rho_0\frac{L}{A} \quad \Rightarrow \quad R' = \rho\frac{L}{A} = (0.6256\times\rho_0)\frac{L}{A} = 0.6256\times\rho_0\frac{L}{R} = 0.6256\times R$$

$$I = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad I' = \frac{V}{R'} = \frac{V}{0.6256\times R} = \frac{1}{0.6256}\times\frac{V}{R} = \frac{1}{0.6256}\times I \approx 1.60\,A$$

13. 고압 송전선의 재료로 구리와 알루미늄 도선 중 하나를 택하려 한다. 이 송전선의 최대 전류는 $60.0\ \mathrm{A}$, 단위길이당 저항은 $0.150\ \Omega/\mathrm{km}$ 가 되도록 하려고 한다. 구리와 알루미늄의 밀도가 각각 $8.96\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^{3}}$과 $2.70\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^{3}}$일 때 다음을 구하여라.

(가) 각 재료를 사용할 때 각 도선의 전류밀도는 얼마인가?

$$R=\rho\frac{L}{A}\quad\Rightarrow\quad A=\rho\frac{L}{R}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}A_{구리}=\rho_{구리}\times\dfrac{1}{0.150\ \Omega/\mathrm{km}}\\ \qquad=(1.72\times10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m})\times\dfrac{1}{0.150\times10^{-3}\ \Omega/\mathrm{m}}\\ \qquad\approx1.147\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2}\\ A_{알루미늄}=\rho_{알루미늄}\times\dfrac{1}{0.150\ \Omega/\mathrm{km}}\\ \qquad=(2.63\times10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m})\times\dfrac{1}{0.150\times10^{-3}\ \Omega/\mathrm{m}}\\ \qquad\approx1.753\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2}\end{cases}$$

$$J=\frac{I}{A}\quad\Rightarrow\quad J_{구리}=\frac{I}{A_{구리}}=\frac{60.0\ \mathrm{A}}{1.147\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2}}\approx5.231\times10^{5}\ \mathrm{A/m^{2}}$$

$$J=\frac{I}{A}\quad\Rightarrow\quad J_{알루미늄}=\frac{I}{A_{알루미늄}}=\frac{60.0\ \mathrm{A}}{1.753\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2}}\approx3.423\times10^{5}\ \mathrm{A/m^{2}}$$

(나) 단위길이당 질량은 각각 얼마인가?

$$\frac{m}{L}=\rho\times A\quad\Rightarrow\quad\rho_{구리}\times A_{구리}=(8.96\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^{3}})\times(1.147\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2})\approx1.0277\ \mathrm{kg/m}$$

$$\frac{m}{L}=\rho\times A\quad\Rightarrow\quad\rho_{알루미늄}\times A_{알루미늄}=(2.70\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^{3}})\times(1.753\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{2})\approx0.4733\ \mathrm{kg/m}$$

14. 물질 A의 전자 평균 자유시간이 B보다 2배 크다는 것을 제외하면, 두 물질 A와 B는 동일하다. 만일 두 물질에 존재하는 전기장이 같다면, 물질 A의 전자 유동 속도는 물질 B의 전자 유동 속도의 몇 배인가?

$$v_d=\frac{q\tau}{m}E\quad\Rightarrow\quad v_d\sim\tau\qquad \text{2배}$$

15. 자유 전자를 이상 기체로 가정하면 식 $\sigma = \dfrac{nq^2\tau}{m}$ 에 나타난 평균 충돌 시간이 온도에 어떻게 의존하는지 알 수 있다. 이러한 가정 하에서 도선의 비저항 ρ가 온도 T에 어떻게 의존하는지 간단히 설명하시오.

$$K = \frac{1}{2}Nmv_{rms}^2 = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}Nk_BT = \frac{3}{2}nRT \quad \Rightarrow \quad v_{rms} \sim \sqrt{T}$$

$$v_{rms} = \frac{\lambda}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{\lambda}{v_{rms}} \quad \Rightarrow \quad \tau \sim \frac{1}{v_{rms}} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$$

$$\rho \sim \frac{1}{\sigma} \sim \frac{1}{\tau} \sim v_{rms} \sim \sqrt{T}$$

16. $3.00\ \mathrm{V}$ 전압을 가진 건전지에 어떤 저항을 연결하였더니 $0.500\ \mathrm{W}$의 전력이 소모되었다. 이 저항을 $1.50\ V$ 짜리 건전지에 연결하면 전력 소모율은 얼마인가?

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{(3.00\ \mathrm{V})^2}{0.500\ \mathrm{W}} = 18.0\ \Omega$$

$$P' = I'V' = I'^2R = \frac{V'^2}{R} = \frac{(1.50\ \mathrm{V})^2}{18.0\ \Omega} = 0.125\ \mathrm{W}$$

17. $110\ \mathrm{V}$ 에서 $500\ \mathrm{W}$ 로 동작되는 전열기가 있다. 공급 전압이 $100\ \mathrm{V}$ 로 되면 소모 전력은 얼마인가?

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{(110\ \mathrm{V})^2}{500\ \mathrm{W}} = 24.2\ \Omega$$

$$P' = I'V' = I'^2R = \frac{V'^2}{R} = \frac{(100\ \mathrm{V})^2}{24.2\ \Omega} \approx 413.2\ \mathrm{W}$$

18. $60.0\ \mathrm{W}$ 전구에 $0.500\ \mathrm{A}$의 전류가 흐른다. 한 시간에 흐르는 총 전하량은 얼마인가?

$$I = \frac{dQ}{dt} = 0.500\ \mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad dQ = I\,dt = (0.500\ \mathrm{A})\,dt$$

$$\Rightarrow \quad Q = \int dQ = \int I\,dt = I\int dt = I \times T$$

$$= (0.500\ \mathrm{A}) \times (3600\ \mathrm{s}) = 1800\ \mathrm{A \cdot s}$$

$$= 1800\ \mathrm{C}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (17장) - by 송현석

19. 한 학생이 $60.0\ \mathrm{W}$, $120\ \mathrm{V}$용 스탠드를 오후 2시에서 다음날 오전 2시까지 켜 놓았다. 몇 C 의 전하가 스탠드를 흘러 지나갔는가?

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{V} = \frac{60.0\ \mathrm{W}}{120\ \mathrm{V}} = 0.500\ \mathrm{A}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = 0.5\ \mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad dQ = I\ dt = (0.50\ \mathrm{A})\ dt$$

$$\Rightarrow \quad Q = \int dQ = \int I\,dt = I\int dt = I \times T = (0.500\ \mathrm{A}) \times (12 \times 3600\ \mathrm{s})$$

$$= 21600\ \mathrm{A \cdot s}$$

$$= 21600\ \mathrm{C}$$

20. $10.0\ \mathrm{A}$의 전류가 흐르고 $220\ \mathrm{V}$의 전위차가 걸리는 전열기를 이용해서 곰탕용 소뼈를 끓인다고 가정하자. 이때 $1\ \mathrm{kWh}$의 전기를 사용하는데 단순히 60원 정도 든다고 하자. 5시간 동안 소뼈 국물을 우려내는 데 드는 전기료를 구하여라.
($1\ \mathrm{kWh}$는 1시간 동안 $1\ \mathrm{kW}$의 일률을 사용한 것을 나타내는 단위이다.)

$$P = IV = (10.0\ \mathrm{A}) \times (220\ \mathrm{V}) = 2200\ \mathrm{W} = 2.20\ \mathrm{kW}$$

$$P = \frac{E}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad E = P\Delta t = 2.20\ \mathrm{kW} \times 5\ \mathrm{h} = 11.0\ \mathrm{kWh}$$

$$\frac{11.0\ \mathrm{kWh}}{1\ \mathrm{kWh}} \times 60\text{원} = 11.0 \times 60\text{원} = 660\text{원}$$

21. $220\ \mathrm{V}$의 전압이 걸려 있는 가로등의 일률은 $250\ \mathrm{W}$이다. 이 가로등은 30일 동안 오후 6시부터 다음날 오전 6시까지 켜져 있다.
(가) 이 가로등에 흐르는 전류는 얼마인가?

$$P = IV \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{V} = \frac{250\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} \approx 1.136\ \mathrm{A}$$

(나) 이 가로등의 저항은 얼마인가?

$$I = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V}{I} \approx \frac{220\ \mathrm{V}}{1.136\ \mathrm{A}} \approx 193.6\ \Omega$$

(다) 30일 동안 가로등이 소비한 일률을 kWh 단위를 이용하여 나타내어라.

$$12\ \mathrm{h} \times 30 = 360\ \mathrm{h} \qquad 250\ \mathrm{W} \times 360\ \mathrm{h} = 90000\ \mathrm{Wh} = 90\ \mathrm{kWh}$$

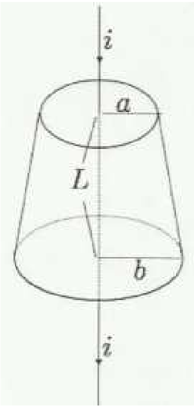
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (17장) - by 송현석

22. 반지름이 a인 도체공을 중심이 같고 반지름이 b $(b > a)$이고 비저항이 ρ인 물질로 만들어진 공이 감싸고 있다. 이 두 공 사이의 저항 R을 구하여라.

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{r}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi}\frac{1}{r} \qquad \Rightarrow \qquad dR = -\frac{\rho}{4\pi}\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$\begin{aligned} R = \int_{r=b}^{r=a} dR = \int_{r=b}^{r=a}\left(-\frac{\rho}{4\pi}\frac{1}{r^2}\right)dr &= -\frac{\rho}{4\pi}\int_{r=b}^{r=a}\frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{\rho}{4\pi}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r=b}^{r=a} \\ &= \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) \\ &= \frac{\rho}{4\pi}\frac{b-a}{ab} \end{aligned}$$

23. 비저항이 ρ이고, 윗면의 반지름이 a이고 밑면의 반지름이 b이며 높이가 L인 원뿔대에 그림과 같이 전류가 흐를 때 저항 R을 구하여라.



전류가 흐르는 방향인 아랫방향을 $+y$ 방향으로 선택하자.

$$\text{원뿔 옆면의 기울기} = \frac{L-0}{b-a} = \frac{L}{b-a}$$

$$\Rightarrow \qquad y = \frac{L}{b-a}(r-a)$$

$$\Rightarrow \qquad dy = \frac{L}{b-a}\,dr$$

$$R = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{y}{\pi r^2} = \frac{\rho}{\pi r^2}\,y \qquad \Rightarrow \qquad dR = \frac{\rho}{\pi r^2}\,dy \qquad \Rightarrow \qquad dR = \frac{\rho}{\pi r^2}\frac{L}{b-a}\,dr$$

$$\begin{aligned} R = \int dR = \int_{y=0}^{y=L}\rho\frac{dy}{A} = \int_{r=a}^{r=b}\rho\frac{\left(\frac{L}{b-a}dr\right)}{(\pi r^2)} &= \int_{r=a}^{r=b}\frac{\rho}{\pi r^2}\frac{L}{b-a}\,dr \\ &= \rho\frac{L}{\pi(b-a)}\int_{r=a}^{r=b}\frac{1}{r^2}\,dr \\ &= \rho\frac{L}{\pi(b-a)}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r=a}^{r=b} \\ &= \rho\frac{L}{\pi(b-a)}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) \\ &= \rho\frac{L}{\pi(b-a)}\frac{b-a}{ab} \\ &= \rho\frac{L}{\pi ab} \end{aligned}$$