

3-3 음의 임피던스와 후손 오차

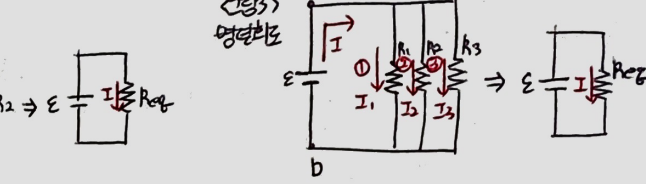
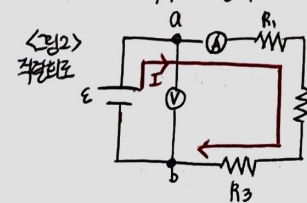
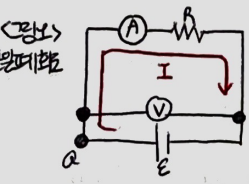
1. 실험목적

저항이 작을 때 연결로 연결된 회로에서 전압, 전류를 측정하여 Ohm의 법칙을 확인하며, 각 회로에서의 등가저항을 실험적으로 측정하고 이를 폐회로 장에 의한 이론적 결과와 비교한다. 이를 다짐의 전기저항을 측정하는 방법으로 후손 오차의 구와 원리를 이해한다.

2. 실험이론

(1) 음(ohm)의 법칙

- 저항이 R인 저항체에 전위차 V를 걸어주었을 때, 전류 I가 흐른다면 이들 사이에는 $V=IR$ 인 관계가 있다. 이때 저항 R이 V또는 I에 무관한 때, 즉 V와 I의 관계가 직선적일 때 Ohm의 법칙이 성립한다고 말한다.
- 저항체들이 직렬, 병렬로 연결되었을 때의 등가저항을 구하기 위하여 폐회로 장을 이용한다. 폐회로 장이란 어떤 자립에서 출발하여 폐회로 장을 앞한 후 다시 그 자립으로 온 경우 전위변화의 대수적합이 0이 된다는 것이다.
- 여러 개의 소정 회로와 같은 폐회로의 A점에서 출발하여 회로를 시계방향으로 일정한 후 다시 A점으로 오는 경로를 생각하자. A점을 출발하여 시계방향으로 저항 R을 만나면 -IR의 전압강하가 일어나며 기전력 장치에서 전압강하 얻어지게 된다. 따라서 전위변화의 합은 $-IR + \mathcal{E} = 0$ 이 되어 회로에 흐르는 전류는 $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ 가 된다.

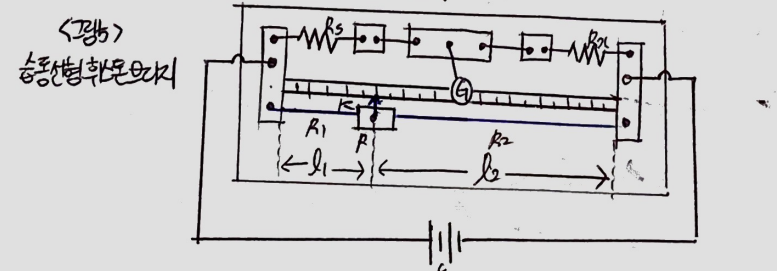
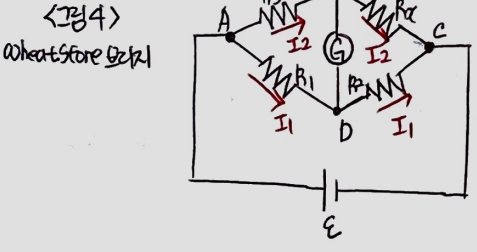


- 이제 세 개의 저항 R_1, R_2, R_3 가 직렬로 연결되어 있을 때의 등가저항 R_{eq} 를 구하기 위해 <필그2>와 같은 회로에 폐회로 장을 이용하기도 한다. 회로에 흐르는 전류를 I라 할 때 A점에서 회로를 출발하여 시계방향으로 일정한 저항 R_1, R_2, R_3 에서 각기 $-IR_1, -IR_2, -IR_3$ 의 전압강하가 일어나며 기전력 장치에서 전압강하 \mathcal{E} 가 얻어진다. 즉, 전위변화의 총합은 $-IR_1 - IR_2 - IR_3 + \mathcal{E} = 0$ 이 된다. 따라서 회로에 흐르는 전류 I는 $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$ 가 되며, 등가저항 R_{eq} 는 $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$ 로부터 $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$ 이 된다. 즉 저항이 직렬로 연결된 회로에서의 등가저항은 개개의 저항체의 저항값을 모두 더하면 된다.

- <필그>에서 각기 ①, ②, ③으로 표시된 회로에 대해 폐회로 장을 적용하면, $-I_1 R_1 + \mathcal{E} = 0$, $-I_2 R_2 + \mathcal{E} = 0$, $-I_3 R_3 + \mathcal{E} = 0$ 이 되어 저항 R_1, R_2, R_3 에 흐르는 전류 I_1, I_2, I_3 는 각각 $\mathcal{E}/R_1, \mathcal{E}/R_2, \mathcal{E}/R_3$ 가 된다. 그런데 회로에 흐르는 전체 전류 I는 결합점 접점에 의해 I_1, I_2, I_3 의 합이 되므로 $I = I_1 + I_2 + I_3$. $I = \mathcal{E}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$ 이 되어 등가저항 R_{eq} 는 $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$ 로부터 $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ 이 된다.

(2) 후손 오차

- 후손오차는 저항 R_1, R_2, R_3, R_4 를 <필그4>와 같이 연결하고 점 A와 점 B 사이에 갈라져 E를 연결하여 두 점 사이의 전위차를 알 수 있게 한 장치이다. R_4 은 무한대 저항인 미지저항. 회로 R_4 은 전위차로 전환된 것을 알고있는 저항이다. <필그4>의 회로에서 저항 R_1 과 R_2 의 값을 적당히 선택하면 점 A와 점 B 사이에 전위차가 되어 전류가 흐르지 않는다. BD사이에 전류가 흐르지 않으므로 R_1 과 R_2 에 같은 전류 I_1 이 흐르며, R_3 과 R_4 에도 같은 전류 I_2 가 흐른다. 이로부터 각 저항 양단의 전위차는 $R_1 : V_{AD} = I_1 R_1$, $R_2 : V_{CD} = I_1 R_2$, $R_3 : V_{AB} = I_2 R_3$, $R_4 : V_{BC} = I_2 R_4$ 이며 $V_{AB} = V_{AD}$, $V_{BC} = V_{CD}$ 로부터 $I_1 R_2 = I_2 R_4$, $I_1 R_1 = I_2 R_3$ 가 성립한다. 앞의 식으로부터 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_2} = \frac{R_3}{R_1}$, $R_4 = \frac{R_2}{R_1} R_3$ 의 관계식을 얻을 수 있다. 따라서 미지저항 R_4 는 R_2 의 값과 두 저항의 비 $\frac{R_3}{R_1}$ 를 알면 구할 수 있다.

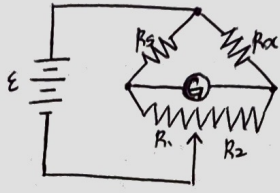


길이가 같은 등축형 후스톤 브릿지에서 R_1 과 R_2 는 단면적 A_1 과 A_2 저항이 (원 규격의 저항의 값이므로 저항 R_1 의 길이가 l_1 , 저항 R_2 의 길이가 l_2 라면 각 저항값은 $R_1 = \rho \frac{l_1}{A_1}$, $R_2 = \rho \frac{l_2}{A_2}$ 이다. 그러므로 두 저항의 비 $\frac{R_2}{R_1}$ 는 $\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho l_2 / A_2}{\rho l_1 / A_1} = \frac{l_2}{l_1}$ 이며, 이 식을 $R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3$ 에 대입하면 미지의 저항 R_x 는 $R_x = \frac{l_2}{l_1} R_3$ 로 주어진다. 따라서 두 저항의 길이 l_1 과 l_2 를 측정하고 표준 저항 R_3 로부터 미지 저항 R_x 를 구할 수 있다.

- <Wheatstone bridge 장치를 이용하는 경우>

저항과 도체선으로 구성된 등축형 Wheatstone bridge 대신 저항과 가변저항으로 구성된 Wheatstone bridge 장치를 사용하는 경우 회로는 그림 6과 같다. 가변 저항의 손잡이를 좌우로 돌려 G 에 흐르는 전류가 0이 되면 미지의 저항 R_x 는 $R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3$ 로 주어진다. 따라서 두 저항의 R_1 과 R_2 를 측정하면 표준 저항 R_3 로부터 미지 저항 R_x 를 구할 수 있다.

<그림 6>
저항으로 구성된
Wheatstone bridge 회로



3. 실험방법 및 실험과정

(1) 실험장비 <옴(ohm)의 법칙>

- 저항 회로상자 (또는 Bread board와 저항)
- 직류전원장치 (0~30V)
- 직류전압계 (0~15V)
- 직류전류계 (0~20mA)
- 멀티미터

<Wheatstone bridge>

- Bread Board
- 정밀한 가변저항 상자 (최대 1Ω, 최대 허용 10kΩ)
- 감도 높은 전류계
- 직류 전원 장치
- 3개의 저항체 (금속저항)
- key switch
- 연결용 도선
- 멀티미터

(2) 실험방법

<옴(ohm)의 법칙>

① Ohm의 법칙을 확인하고 각각의 저항 R_1, R_2, R_3 의 값을 측정하기 위해, 먼저 <그림 1>과 같이 저항 R과 직류전원으로 구성된 단의 회로를 구성한다.

② 직류 전원 장치를 커브 전압계의 음극을 증가하면서 전원의 조절 손잡이를 조정하여 전압에 따라 회로에 흐르는 전류를 전류계로 측정하여 표에 기록한다. 전압은 1.0V, 1.5V, 2.0V, 3.0V, 4.0V, 5.0V, 6.0V까지 증가하면서 흐르는 전류를 측정한다.

③ R_1, R_2 에 대해서도 ①, ②의 과정을 반복한다. 이 결과를 그래프에 그려본다.

④ 표준 전압 V와 그와 직렬한 저항 R, 즉 Ohm의 법칙이 성립하는 것을 확인하고 $V = IR$ 에서 $R = \frac{V}{I}$ 관계를 이용하여 저항 R_1, R_2, R_3 각각의 저항값을 구한다. 그리고 이 저항값의 불확도 ΔR은 대략적으로 $\Delta R/R(\%) = \Delta V/V(\%) + \Delta I/I(\%)$ 의 관계식으로부터 구해진다. 예에서 ΔV와 ΔI은 전압계(또는 멀티미터) 계기 숫자에서의 불확도를 나타낸다. 보통 저항값은 $R \pm \Delta R(\%)$ 으로 나타내어야 하며, 그 대항에 맞추어 R도 MΩ으로 표시한다.

⑤ R_1, R_2, R_3 가 각각도 연결되어 있을 때의 등저항을 구하기 위해 <그림 2>와 같은 회로를 구성한다.

⑥ 전압의 값을 변화시키면서 (1~6V 정도) A, B 양단의 전압과 회로에 흐르는 전류 I를 측정하여 표에 기록한다.

⑦ R_1, R_2, R_3 가 각각도 연결되어 있을 때의 등저항을 구하기 위해 <그림 3>과 같은 회로를 구성한다. 전체 전류 I와 각 저항에 흐르는 전류 I_1, I_2, I_3 를 측정해보고.

⑧ 전압의 값을 변화시키면서 (2.0~8.0V 정도) 회로에 흐르는 전류값과 C, D 양단의 전압을 측정하여 표에 기록한다.

⑨ 0V의 과정을 거쳐 얻은 R_1, R_2, R_3 값으로부터 식 $I = \frac{V}{R_{eq}}$ 에 의해 계산된 직렬회로의 등저항값과 ⑥~⑧의 측정치에 의하여 얻은 실험치를 비교한다.

⑩ 식 $R = \frac{V}{I}$ 에 의하여 계산된 병렬회로의 등저항값과 ⑥~⑧ 측정치에서 얻은 실험치를 비교한다.

<Wheatstone 브리지>

매우저항 장자와 Wheatstone bridge 장치를 <그림6>과 같이 연결하고 가변저항 손잡이의 눈금이 가운데 위치하도록 한다.

- ① 전압을 5V 정도로 조정한다.
- ② 가변저항의 손잡이를 좌우로 조금씩 돌려 감류저기 G의 전류가 0이 되는 R_1, R_2 를 기록한다.
- ③ 식 $R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$ 로부터 미지저항을 계산하고 기록한다.
- ④ 멀티미터로 미지저항을 측정하고 측정값을 기록한다.
- ⑤ 실험치 이론으로부터 얻은 결과값과 멀티미터로 직접 측정된 결과값을 비교하고 상대오차를 구한다.
- ⑥ 미지저항 그에 대하여 위의 실험을 반복한다.

* 실험 시 유의사항

- (1). 전류계(또는 멀티미터의 전류계)는 사용하기 전에 전류를 통과할 전류가 얼마나 될것인지 먼저 보고, 가능한 가장 큰 스케일(15A, 5A 등의 전류 셋팅에 맞추어 전류를 측정해보고 좀더 정밀한 측정이 필요할 때에 mA나 μA 스케일의 눈금 바깥에 측정하도록 한다. 처음부터 스케일보다 더 큰 전류로 너무 과도한 전류를 흘리면 영구적인 손상을 초래하게 되므로, 가능한 최대 패시 전류 이상으로 전류가 흐르지 않게 주의한다.
- (2). 실험에 사용되는 전선이나 접퍼드, 와이어코프 프로브 등 금속 물질일 수 있으니 멀티미터의 저항값 측정으로 도선의 양단을 연결하여 저항이 0이 되지 않도록 점검하여 전선의 상태를 확인한다.
- (3). 전원장치나 감류계 쪽의 연결 상태가 잘 되어있는지도 확인한다.

4. 예비고찰

이 실험은 여러 회로(단일 폐회로, 직렬회로, 병렬회로 등)에서 Ohm의 법칙 $R = \frac{V}{I}$ 가 만족되는지 확인하는 실험이다.
 단일 폐회로에서는 저항 R에서 전압강하가 일어나게 되고 기전력 장치에서 다시 전압이 증가하게 되므로 $-IR + \mathcal{E} = 0$. $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ 이 된다.
 직렬회로에서는 R_1, R_2, R_3 세 저항이 있다고 하면 이때 R_1, R_2, R_3 각각에서의 전류는 동일하게 되고 R_1, R_2, R_3 각각에서 전압강하가 발생하여 $-IR_1 - IR_2 - IR_3 + \mathcal{E} = 0$ 이므로 $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$ 이므로 $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$ 이 된다.
 병렬회로에서는 R_1, R_2, R_3 세 저항이 있다고 하면 이때 R_1, R_2, R_3 각각의 전압이 동일하므로 $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}, I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}, I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_3}$ 이다.
 $I = I_1 + I_2 + I_3$ 이므로 $I = \mathcal{E}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$ 이 되고 $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ 이 된다.
 직렬회로에서의 등가저항은 $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$ 이고, 병렬회로에서의 등가저항은 $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ 이므로 같은 R_1, R_2, R_3 에 대해 등가저항은 항상 직렬회로에서 클 것이다.

직렬회로에서는 전류가 일정하며 $R = \frac{V}{I}$ 에 의해 V가 증가/감소할수록, R이 증가/감소할 것이다. 또 병렬회로에서는 전압이 일정하며 $R = \frac{V}{I}$ 에 의해 I가 증가/감소할수록 R이 감소/증가 할 것이다.
 실험결과를 미리 예상하면, 실험장치에서의 여러 도화음인, 예를들면 저항 자체의 오차, 도선 내부저항의 영향, 전원 내부 저항 등에 의해 V와 I 측정값에 오차가 생겨 $V = IR$ 에 의한 R의 값의 차이가 약간 발생할 것으로 예상된다.

Wheatstone bridge에서 R_3 에서의 전류와 R_x 에서의 전류가 동일하고, R_1 에서의 전류와 R_2 에서의 전류가 동일하면 각 저항에 의해 흐르는 전류의 변화가 없으므로 B와 D 사이에 전류가 흐르지 않는다. 하지만 이 실험을 할 때 B와 D 사이에 전류를 흐르지 않게 하는 저항 R_1, R_2 를 정확히 선택하는 것에는 어려움이 있어 이에 의해 오차가 발생하기도 할 것이다.

5. 참고문헌

- 1) 양대호 공화사 「기초물리실험」, 북원, 2020
- 2) 권인정의 17인, 「다학제과학」, 북원, 제 17장
- 3) Robert A. Millikan and E. S. Bishop (1911), <Elements of Electricity> 54쪽