- 1. 다이아몬드의 굴절률은 2.50이다.
 - 이 다이아몬드 내부에서의 빛의 속도는 공기 중과 비교하여 어떻게 되는가?

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{2.50}$$

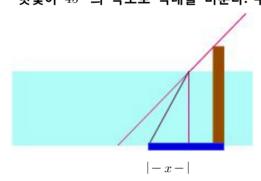
2. 어떤 물질 속에서 빛의 진동수가 $3.50 \times 10^{14} \, \mathrm{Hz}$ 이고 파장이 $0.550 \, \mu \mathrm{m}$ 였다. 이 물질의 굴절률은 얼마인가?

$$f = 3.50 \times 10^{14} \text{ Hz} = 3.50 \times 10^{14} \text{ /s}, \qquad \lambda' = 0.550 \ \mu \text{ m} = 0.550 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$v = f\lambda' = (3.50 \times 10^{14} \text{ Hz}) \times (0.550 \times 10^{-6} \text{ m}) = 1.925 \times 10^{8} \text{ m/s}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{f\lambda'} = \frac{3.00 \times 10^{8} \text{ m/s}}{(3.50 \times 10^{14} \text{ Hz}) \times (0.550 \times 10^{-6} \text{ m})} \approx 1.56$$

3. 수영장의 바닥에 박힌 $2.00 \,\mathrm{m}$ 의 막대가 있다. 막대는 수면 위로 $0.500 \,\mathrm{m}$ 솟아나와 있다. 햇빛이 $45\,^\circ$ 의 각도로 막대를 비춘다. 수영장 바닥에 드리운 막대 그림자의 길이는?



$$n_{>\!\!\!>}$$
 $\sin heta_{>\!\!\!>}$ $= n_{\rm B}$ $\sin heta_{\rm B}$ < 스넬의 법칙 > $< n_{\rm B} = 1.33$ >

$$\Rightarrow \qquad \sin\theta_{\frac{1}{2}} = \frac{n_{\frac{1}{6}7}}{n_{\frac{1}{2}}} \sin\theta_{\frac{1}{6}7} = \frac{1}{1.33} \sin 45^{\circ} = \frac{1}{1.33} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.532$$

$$\Rightarrow$$
 $\theta_{\Xi} = \sin^{-1}(0.532) \approx 32.1^{\circ}$

$$\tan \theta_{\frac{\pi}{6}} = \frac{x}{1.50 \text{ m}} \implies x = \tan \theta_{\frac{\pi}{6}} \times 1.50 \text{ m} \approx 0.628 \times 1.50 \text{ m} \approx 0.942 \text{ m}$$

그림자의 길이 = $x + 0.500 \text{ m} \approx 0.942 \text{ m} + 0.500 \text{ m} \approx 1.442 \text{ m}$

- 4. 공기 중에서 녹색 레이저 포인터에서 나오는 빛의 파장은 533 nm이다.
 - (가) 이 빛의 진동수는 얼마인가?

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{533 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 5.63 \times 10^{14} \text{/s} = 5.63 \times 10^{14} \text{ Hz} = 563 \text{ THz}$$

(나) 이 빛이 굴절률이 1.5인 유리를 지날 때 파장은 얼마인가?

$$\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{c/1.5}{f} = \frac{c}{1.5f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5 \times (5.63 \times 10^{14} \text{/s})} \approx 0.355 \times 10^{-6} \text{ m}$$
$$= 355 \times 10^{-9} \text{ m} = 355 \text{ n m}$$

(다) 유리를 지날 때 이 빛의 속력은 얼마인가?

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{1.5} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5} = 2.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

- 5. 공기 중에서 레이저 광선을 어떤 액체 위에 입사각 $45\,^{\circ}$ 로 쏘아 주었더니 그 광선이 $30\,^{\circ}$ 의 각도로 굴절되었다.
 - (가) 이 액체의 굴절률은 얼마인가?

(나) 이 레이저 광선은 파장이 진공에서 533 nm인 녹색 레이저 광선이었다. 이 액체 속에서 레이저 광선의 진동수를 구하라.

$$f = \frac{v}{\lambda'} = \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{533 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 5.63 \times 10^{14} \text{/s} = 5.63 \times 10^{14} \text{ Hz} = 563 \text{ THz}$$

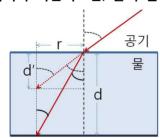
(다) 속력을 구하라.

$$v = f\lambda' = f\frac{\lambda}{n} \approx (5.63 \times 10^{14} \, / \, \text{s}) \times \frac{533 \times 10^{-9} \, \text{m}}{\sqrt{2}} \approx 2.12 \times 10^8 \, \text{m/s}$$

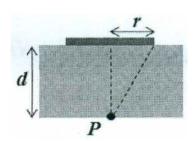
(라) 파장을 구하라.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} = \frac{533 \times 10^{-9} \text{ m}}{\sqrt{2}} = \frac{533}{\sqrt{2}} \times 10^{-9} \text{ m} \approx 377 \times 10^{-9} \text{ m} = 377 \text{ n m}$$

- 6. 물의 굴절률은 n=1.50이고, 유리의 굴절률은 n=1.33이다. 이때 일어날 수 있는 전반사에 대해 옳은 설명은? (d)
 - (a) 유리에서 물로 빛이 진행할 때 항상 발생한다.
 - (b) 물에서 유리로 빛이 진행할 때 항상 발생한다.
 - (c) 유리에서 물로 빛이 진행할 때 입사각에 따라 발생할 수 있다.
 - (d) 물에서 유리로 빛이 진행할 때 입사각에 따라 발생할 수 있다.
 - (e) 이 경우 전반사는 일어날 수 없다.
- 7. 어떤 광원이 수면 아래 d의 깊이에 놓여 있다. 이 광원을 수면 위에서 수직으로 관찰할 때 눈에 보이는 겉보기 깊이는 얼마인가? 이 광원에서 나온 빛이 공기 중으로 빠져 나오 지 못하도록 검은 원판으로 수면을 덮으려고 한다. 이 원판의 반지름은 최소 얼마 이상이되어야 하는가? 단, 물의 굴절률은 n이다.

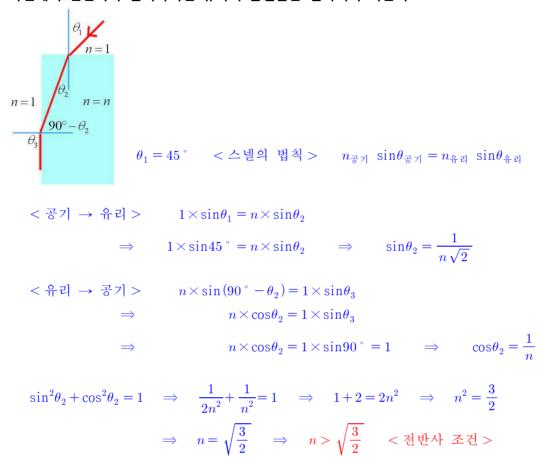


$$\begin{split} \sin\theta_{\, \exists \, 7]} &= \frac{r}{\sqrt{r^2 + d^{\,\prime 2}}} \,, \quad \sin\theta_{\, \exists} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + d^2}} \\ n_{\, \exists \, 7]} \sin\theta_{\, \exists \, 7]} &= n_{\, \exists} \sin\theta_{\, \exists} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta_{\, \exists \, 7]} = n \sin\theta_{\, \exists} \quad \Rightarrow \quad \frac{r}{\sqrt{r^2 + d^{\,\prime 2}}} = \frac{nr}{\sqrt{r^2 + d^{\,\prime 2}}} \\ \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{r^2 + d^{\,\prime 2}}}{\sqrt{r^2 + d^2}} &= \frac{1}{n} \ (\Rightarrow \ \Box \, \supseteq \, \exists \, \ \ \Box \, r = 0) \quad \Rightarrow \quad \frac{d'}{d} = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad d' = \frac{d}{n} \end{split}$$



$$\begin{array}{lll} n_{\frac{m}{2}}\sin\theta_{\frac{m}{2}} \geq n_{\frac{m}{6}7}\sin\theta_{\frac{m}{6}7} & \Rightarrow & n\sin\theta_{\frac{m}{2}} \geq \sin90^{\circ} & \Rightarrow & n \geq \frac{1}{\sin\theta_{\frac{m}{2}}} \\ \\ \Rightarrow & n \geq \frac{\sqrt{r^2+d^2}}{r} & \Rightarrow & r^2n^2 \geq r^2+d^2 & \Rightarrow & r^2(n^2-1) \geq d^2 \\ \\ \Rightarrow & r^2 \geq \frac{d^2}{(n^2-1)} & \Rightarrow & r \geq \frac{d}{\sqrt{n^2-1}} \end{array}$$

8. 정육면체 모양의 유리블록의 윗면에 $45\degree$ 의 각도로 빛이 입사하여 굴절된 후, 유리블록의 측면에서 전반사가 일어나려면 유리의 굴절률은 얼마여야 하는가?



9. 그림과 같이 물 위에 유리판이 놓여 있다. 물속에서 어떤 빛이 θ 의 각도로 유리판으로 입사한다. 이 빛이 유리판을 투과하여 공기 중으로 나오려면 $\sin\theta$ 가 어떤 범위의 값이어 야 하는가? 단, 물의 굴절률이 1.30이고 유리의 굴절률이 1.50이다.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$
 < 스텔의 법칙 >
$$n_{\mathrm{glass}} \sin \theta_{\mathrm{glass}} = n_{\mathrm{air}} \sin 90^\circ \qquad \Rightarrow \qquad \sin \theta_{\mathrm{glass}} = \frac{n_{\mathrm{air}}}{n_{\mathrm{glass}}} = \frac{1.00}{1.50}$$

$$n_{\mathrm{water}} \sin \theta_{\mathrm{water}} = n_{\mathrm{glass}} \sin \theta_{\mathrm{glass}} \qquad \Rightarrow \qquad \sin \theta_{\mathrm{water}} = \frac{n_{\mathrm{glass}}}{n_{\mathrm{water}}} \sin \theta_{\mathrm{glass}} = \frac{1.50}{1.30} \times \frac{1.00}{1.50} = \frac{1.00}{1.30}$$

$$\Rightarrow \qquad \sin \theta < \sin \theta_{\mathrm{water}} = \frac{1.00}{1.30}$$

10. 빛이 물의 표면에 53.0°로 입사하였다. 물의 굴절률이 1.33일 때, 물 내부로 굴절된 빛의 굴절각은 얼마인가? 또 입사각과 굴절각의 합은 얼마인가? 이 경우 물의 표면에서 반사된 빛은 한 방향으로 편광 되어 있음을 보여라.

< 스텔의 법칙>
$$n_{\Im \gamma} \sin \theta_{\Im \gamma} = n_{\Xi} \sin \theta_{\Xi}$$

 $1 \times \sin 53.0^{\circ} = 1.33 \times \sin \theta_{\Xi}$ \Rightarrow $\theta_{\Xi} = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.33} \sin 53.0^{\circ} \right) \approx 37.0^{\circ}$
 $\theta_{\Im \gamma} + \theta_{\Xi} \approx 53.0^{\circ} + 37.0^{\circ} \approx 90.0^{\circ}$
 $\theta_{B} + \theta_{r} = \theta_{i} + \theta_{r} = \theta_{\Im \gamma} + \theta_{\Xi} \approx 53.0^{\circ} + 37.0^{\circ} \approx 90.0^{\circ}$

11. 길이 L의 짧은 물체가 초점거리 f의 오목거울로부터 거리 a 만큼 떨어져 있다. 이 물체의 상의 길이 L'은 얼마인가?

$$\begin{split} &\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \qquad < \text{거 호 국 식} > \\ \\ \Rightarrow & \frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a - f}{fa} \qquad \Rightarrow \quad i = \frac{fa}{a - f} \\ \\ &m = -\frac{L'}{L} = -\frac{i}{o} = -\frac{\left(\frac{fa}{a - f}\right)}{a} = -\frac{f}{a - f} \qquad \Rightarrow \quad L' = \left(\frac{f}{a - f}\right)L \end{split}$$

12. 곡률반지름이 20.0 cm 인 볼록거울의 축 상에서 14.0 cm 앞부분에 점광원이 놓여 있다면 상이 생기는 지점은 어디인가? 이 상은 실상인가 아니면 허상인가?

$$r = 20.0 \text{ cm}, \qquad o = 14.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \qquad < 커울 \overline{\diamond} \rightarrow >$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{i} = \frac{2}{r} - \frac{1}{o}$$

$$\Rightarrow \qquad i = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{o}} = \frac{1}{\frac{2}{r^2 - 20.0 \text{ cm}} - \frac{1}{r + 14.0 \text{ cm}}} = -\frac{35}{6} \text{ cm} < 0 \qquad < 취상 >$$

13. 초점 거리가 10.0 cm 인 오목거울 앞에 물체를 두었더니 스크린의 5배 크기의 실상을 얻었다. 이 물체를 조금 움직였더니 상이 선명하지 않아서 스크린을 30.0 cm 만큼 뒤로 이동하였더니 다시 선명한 상을 얻었다. 이때 상의 배율을 구하여라.

- 14. 다음과 같은 경우의 렌즈의 초점거리를 계산하여라.
 - (가) 한쪽 면이 평평하고 다른 쪽 면이 곡률반지름 40.0 cm 인 얇은 볼록렌즈의 초점거리를 계산하라. 이때 굴절률은 1.50으로 한다.

$$r_1 = \infty$$
, $r_2 = -40.0 \text{ cm}$
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \qquad < 렌즈 제작자의 공식 >$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{f} = (1.50-1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-40.0 \text{ cm}} \right) = \frac{1}{80.0 \text{ cm}} \qquad \Rightarrow \qquad f = +80.0 \text{ cm}$$

(나) 두 면이 모두 곡률반지름 40.0 cm 인 얇은 볼록렌즈의 초점거리를 계산하라.

$$r_1 = +40.0 \text{ cm}, \qquad r_2 = -40.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \qquad < 렌즈 제작자의 공식 >$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{f} = (1.50-1) \left(\frac{1}{+40.0 \text{ cm}} - \frac{1}{-40.0 \text{ cm}} \right) = \frac{1}{40.0 \text{ cm}} \qquad \Rightarrow \qquad f = +40.0 \text{ cm}$$

15. 곡률반지름이 12.0 cm 이고 굴절률이 2인 볼록렌즈로 입사하는 평행광은 어느 점에 모이겠는가?

$$r=12.0 \text{ cm}, \qquad n=2$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \qquad < 렌즈 제작자의 공식 >$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{f} = (2-1) \left(\frac{1}{+12.0 \text{ cm}} - \frac{1}{-12.0 \text{ cm}} \right) = \frac{1}{6.00 \text{ cm}} \qquad \Rightarrow \qquad f = +6.00 \text{ cm}$$

16. 초점 거리가 f인 볼록렌즈의 축 상에서 a만큼 떨어진 곳에 물체가 놓여 있다. 다음 각 경우에서 이 볼록렌즈에 의해 생성되는 상의 종류와 크기는 어떻게 되는가?

(**7**ト)
$$a < f$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{0.5f} = -\frac{1}{f} \qquad \Rightarrow \qquad -i = f > a$$
 물체보다 큰 정립 허상

(나)
$$a=f$$

$$\frac{1}{i}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f}-\frac{1}{f}=0 \qquad \qquad \Rightarrow \qquad i=\infty>a$$
 물체보다 무한히 크고 무한히 먼 곳에 생기는 상

(다)
$$f < a < 2f$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{1.5f} = \frac{1}{3f}$$
 \Rightarrow $i = 3f > a$ 물체보다 큰 도립 실상

(라)
$$a = 2f$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f}$$
 \Rightarrow $i = 2f = a$ 물체와 크기가 같은 도립 실상

(마)
$$a>2f$$

$$\frac{1}{i}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f}-\frac{1}{3f}=\frac{1}{1.5f} \Rightarrow i=1.5f < a$$
 물체보다 작은 도립 실상

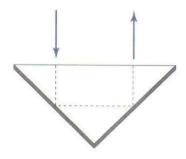
- 17. 어떤 렌즈 앞에 물체를 놓았더니 네 배 크기의 실상이 생겼고, 이 물체를 렌즈에서 $4.00~\mathrm{cm}$ 더 멀리 하였더니 두 배 크기의 실상이 생겼다.
 - 이 렌즈의 초점 거리는 얼마인가?

18. 물체가 초점거리 + 10.0 cm 인 렌즈로부터 20.0 cm 왼쪽에 놓여 있다. 초점거리가 + 12.0 cm 인 두 번째 렌즈가 첫 번째 렌즈로부터 30.0 cm 오른쪽에 있다. 물체와 최종 상까지의 거리는 얼마인가?

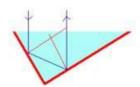
- 19*. 볼록렌즈 하나와 오목렌즈 하나가 서로 붙어 있는 카메라 렌즈가 있다. 볼록렌즈의 초점거리는 10.0 cm이고, 오목렌즈의 초점거리는 15.0 cm이다. 이 둘이 결합된 카메라 렌즈의 초점거리는 얼마인가?
- 20^* . 나는 근시안, 어머니는 원시안, 내 동생은 나보다 시력이 더 떨어진 근시안을 가졌다. 세 사람의 콘텍트 렌즈 보관 통이 뒤섞여 있고, 각 상자에는 +2.25, -2.00, -1.75 디옵 터라고 쓰여 있다. 이 중에 어느 것이 나의 렌즈인가? 이 렌즈를 껴 보지 않고도 광학적 인 근거에 의거하여 나의 것이 맞는지에 대한 이유를 설명해 보라.
- 21*. 초점거리가 15.0 cm 인 확대경으로 작은 물체를 조사하기 위해서는 렌즈를 물체와 어느 정도 사이에 두어야 하는가?
- 22*. 물속에서 맨눈으로 물체를 바라보면 희미하게 보이고 초점이 잘 맞지 않는다. 반면에 물안경을 사용하면 더 맑은 시야를 확보할 수 있는데, 물 및 공기, 각막의 굴절률 값에 각각 1.333, 1.00029, 1.376을 이용하여 그 이유를 설명해 보라.
- 23*. 대물렌즈의 초점거리가 $15.0 \,\mathrm{m}$ 인 망원경으로 달을 관측할 때, 대물렌즈에 의해 만들어 지는 상의 $1.00 \,\mathrm{cm}$ 길이는 달에서는 실제로 얼마의 길이에 해당하는가? 지구와 달 사이의 거리는 $3.80 \times 10^8 \,\mathrm{m}$ 이다.

24. 직각 모서리 프리즘 (corner cube prism)

두 개의 거울을 직각으로 붙여 만든 그릇에 물을 가득 담은 형태를 생각하자. 빛이 수면에 수직으로 입사하는 경우, 빛은 물을 지나 한 개의 거울 면에서 반사하고 다시 다른 거울 면에서 반사하여 물을 빠져 나올 것이다.

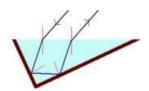


(가) 이때 두 번 반사된 빛은 원래의 입사광과 평행하게 되돌아가게 된다는 것을 보여라.



$$<$$
 반사의 법칙 $>$ $\theta_{\rm QlA} = \theta_{\rm thA}$

(나) 빛이 비스듬하게 입사하는 경우에도 반사된 빛은 항상 입사한 빛에 평행하게 된다는 것을 보여라.

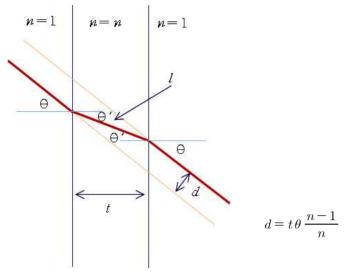


$$<$$
 반사의 법칙 $>$ $heta_{\rm QA} = heta_{
m phA}$

(다) 정육면체 유리 덩어리의 모서리를 45° 각도로 잘라내어 만들어진 피라미드 형태의 유리에 대해서도 위의 관계가 성립되는 것을 보여라. 이때 유리의 굴절률이 1.45라고 가정하고 전반사조건을 고려하라. 실제로, 사고 예방을 위해서 자전거 등에는 밤에 다른 자동차의 불빛에 의해 빛나게 되는 물체를 부착하는데, 이 물체는 이와 같은 작은 피라미드 모양의 플라스틱을 여러 개 붙여 놓은 형태이다. 자동차 양 끝의 방향지시등 커버도 이와 같이 되어 있다.

$$\sin heta_c = rac{n_2}{n_1} = rac{1}{1.45} \quad \Rightarrow \quad heta_c = \sin^{-1}\!\!\left(rac{1}{1.45}
ight) \!\!pprox 43.6\,^\circ \ \Rightarrow \quad heta > heta_c pprox 43.6\,^\circ \quad <$$
 전반사 조건 >

25. 두께가 t이고 굴절률이 n인 평행한 유리판에 빛살이 입사라는 경우, 입사각 θ 가 충분히 작으면 투과된 빛살은 입사된 빛살과 평행하며 아래의 식에 나타낸 간격 d만큼 원래의 경로에서 벗어나 있게 된다는 것을 보여라.



 $<\sin\theta \approx \theta$, $\sin\theta' \approx \theta'$, $\cos\theta' \approx 1 >$

< 스텔의 법칙 >
$$n_{\exists',7} \sin\theta_{\exists',7} = n_{\pitchfork,\theta} \sin\theta_{\pitchfork,\theta}$$

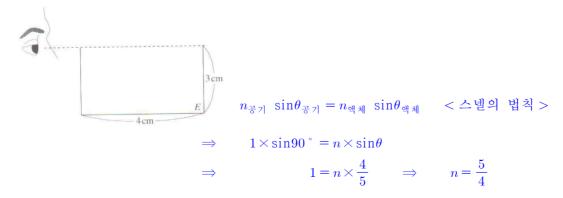
 $\Rightarrow 1 \times \sin\theta = n \times \sin\theta' \Rightarrow \theta' = \frac{\theta}{n}$

$$\begin{cases} \frac{d}{l} = \sin(\theta - \theta') \\ \frac{t}{l} = \cos\theta' \end{cases}$$

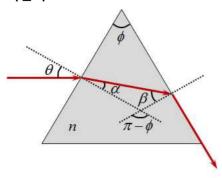
$$\Rightarrow d = \frac{t}{\cos\theta'} \sin(\theta - \theta') \Rightarrow d = t(\theta - \theta')$$

$$\Rightarrow d = t\left(\theta - \frac{\theta}{n}\right) \Rightarrow d = t\theta\left(1 - \frac{1}{n}\right) \Rightarrow d = t\theta\frac{n-1}{n}$$

26. 그림과 같이 직사각형 모양의 용기 안에 알 수 없는 액체가 가득 담겨 있다. 용기에 수평으로 보면 용기의 반대편 모서리 E를 볼 수 있다. 용기에 담겨 있는 액체의 굴절률은 얼마인가?



27. 사잇각이 ϕ 인 정삼각형 모양의 프리즘이 공기 중에 놓여 있다. 이 프리즘의 굴절률은 n이다. 빛이 프리즘을 통과하여 다른 쪽 면으로 나오려면, 입사각이 최소한 얼마가 되어야 하는가?



<스넬의 법칙> $n_{\mathrm{uh}}\sin heta_{\mathrm{uh}}=n_{\mathrm{zg}}\sin heta_{\mathrm{zg}}$

$$\alpha + \beta + (\pi - \phi) = \pi$$
 \Rightarrow $\alpha = \phi - \beta$

< 프리즘 \rightarrow 공기 > 전반사각 $n \sin \beta = 1 \sin 90$ ° = 1

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

< 공기 \rightarrow 프리즘 > $1 \sin \theta = n \sin \alpha$

$$\Rightarrow \qquad \sin \theta = n \sin \alpha$$
$$\Rightarrow \qquad \sin \theta = n \sin (\phi - \beta)$$

$$\Rightarrow \qquad \sin\theta = n [\sin\phi \cos\beta - \cos\phi \sin\beta]$$

$$\Rightarrow \qquad \sin\theta = n \bigg[\sin\phi \ \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} - \cos\phi \ \frac{1}{n} \ \bigg]$$

$$\Rightarrow \qquad \sin\theta = \sqrt{n^2 - 1} \sin\phi - \cos\phi$$

$$\Rightarrow \qquad \theta = \sin^{-1} \left[\sqrt{n^2 - 1} \sin \phi - \cos \phi \right]$$

$$\theta_{\min} > \sin^{-1} \left[\sqrt{n^2 - 1} \sin \phi - \cos \phi \right]$$

 $if \quad n = 1.5, \quad then \quad \theta_{\min} > \sin^{-1} \left[\sqrt{(1.5)^2 - 1} \sin 60^{\circ} - \cos 60^{\circ} \right] \approx 27.92^{\circ}$