제 20 장 기출_연습문제 풀이 (1)

연습문제 풀이 : (2007년 이후 중간고사에 출제된 연습문제 모음)
3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 19, 21, 22, 23

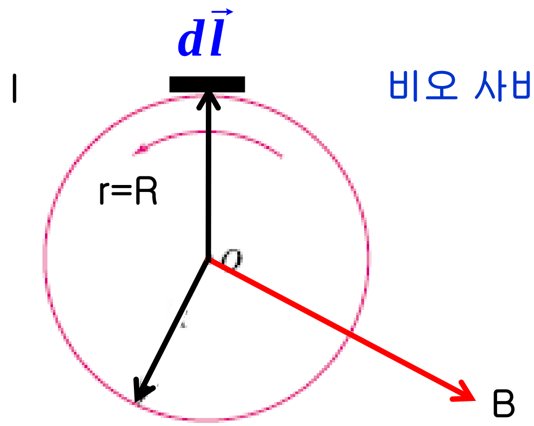
+ 기출문제

20-1 비오 사바르 법칙

연습 20-3. 반지름이 R 인 원형 고리에 전류 I 가 흐르고 있다. 고리 중심에서의 자기장의 크기를 구하여라.

풀이

비오 사바르의 법칙을 이용하여 미소 전류 요소 dl 에 대해 적분한다



비오 사바르 법칙 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

고리의 미소 전류 요소 I dl 에 의한 거리가 R 떨어진 위치에서
자기장은

$$\boldsymbol{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}}$$

이므로 전체 전류에 대해 적분하면 중심점 o 에서의 자기장의 크기는 다음과 같다

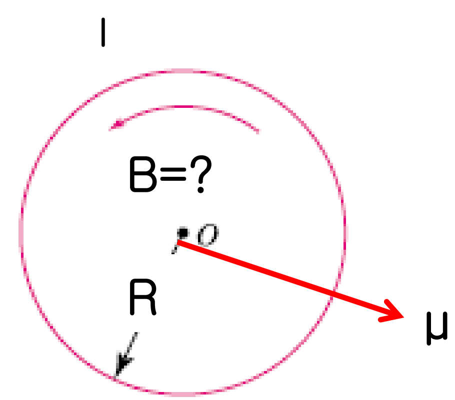
$$\boldsymbol{B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}}$$

20-1 비오 사바르 법칙 예제 20-2와 유사 기출 2012년 11번

[기출문제] 반지름이 R 인 원형 고리에 전류 I 가 흐르고 있다. 이 원형 고리의 자기모멘트가 μ 일 때 고리의 중심에서 자기장의 세기를 R, I, μ 와 투자상수 μ_0 를 이용하여 나타내어라.

풀이

비오 사바르의 법칙 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ 을 이용하여 미소 전류 요소 dl 에 대해 적분하면 전류 I 가 흐르는 원형고리의 중심에서의 다음과 같이 자기장을 얻을 수 있다.



전류 I 가 흐르는 원형고리 중심에서 자기장 : $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

한편 원형 고리의 자기모멘트 $\mu = IA = \pi R^2 I$ 이므로

전류를 자기모멘트에 의해 나타낼 수 있다. $I = \frac{\mu}{\pi R^2}$

따라서 중심에서의 자기장의 세기는 자기모멘트 μ 를 이용하여 다음과 같이 표시된다.

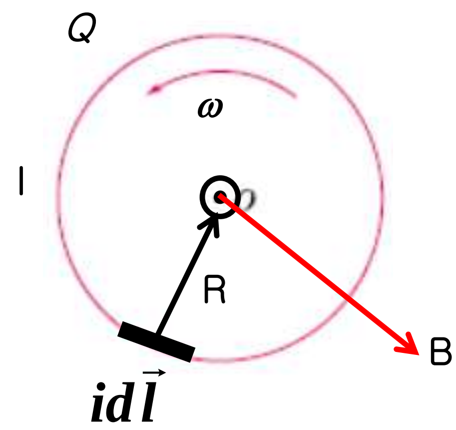
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi R^3}$$

20-1 비오 사바르 법칙 예제 20-3 기출 2016년 11번 기출 2007년 12번

[기출문제] 반지름이 R인 원형 고리가 총 전하량 Q로 대전되어 있다. 이 고리가 중심 O를 회전축으로 각속도 ω로 돌고 있다. 이때 중심 o 위치에서의 자기장의 세기를 주어진 변수로 나타내시오.(힌트 : 비오사바르 공식 $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$ 을 써서 계산하시오)

풀이 비오 사바르의 법칙을 이용하여 미소 전류소 dl 에 대해 적분한다

(운동하는 전하) $$I = \frac{dq}{dt} = \frac{Q}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi}$$



미소 전류에 의한 자기장: $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\hat{r}}{R^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}$$

(자기장의 방향: 지면에서 나오는 방향)

총 자기장의 크기:

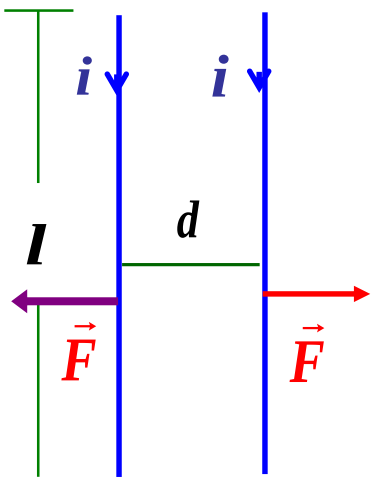
$$\therefore B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q\omega}{R}$$

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 기출 2017년 12번 기출 2016년 12번

연습 20-5. 두 개의 평행한 도선에 같은 양의 전류가 흐르고 있다. 두 선에 흐르는 전류 량이 각각 두 배로 늘어났을 때 두 도선 사이에 작용하는 힘의 변화가 없으려면 두 도선 사이의 거리를 몇 배로 늘려야 하는가?

풀이

두 도선 사이의 거리는 d 이고 각각 전류 i 가 흐르고 있다고 가정하자. 두 도선 사이에 작용하는 힘은



$$F = ilB = il\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\right) = l\,\frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} \qquad \left(B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}\right)$$

이다. 한편 전류의 양이 2 배가 되고 떨어진 거리가 d’ 일 때 힘은

$$F'_{i'=2i} = l\,\frac{\mu_0 \cdot (2i)^2}{2\pi \cdot d'}$$

이다. 그러나 두 도선 사이의 힘은 변화가 없다고 하였으므로 도선 사이의 거리가 늘어나게 된다. 즉, 도선 사이의 거리는

$$4l\,\frac{\mu_0 \cdot i^2}{2\pi \cdot d'} = l\,\frac{\mu_0 \cdot i^2}{2\pi \cdot d} \;\Rightarrow\; d' = 4d$$

이다, 즉 도선 사이의 거리를 4 배로 늘려야 한다.

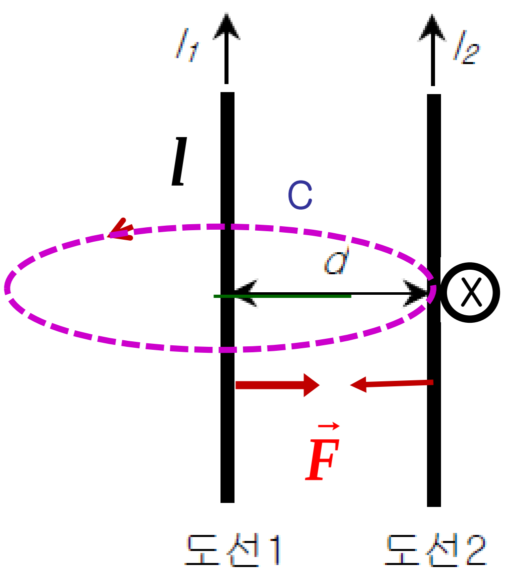
20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 기출 2007년 주관식 2번

[기출문제] 아래 그림과 같이 두 개의 무한히 긴 직선 도선 1 과 도선 2 가 거리 a 만큼 떨어져 평행하게 놓여 있다. 도선 1 과 도선 2 에는 같은 방향의 전류 I_1 과 I_2 가 각각 흐르고 있다. (단 $I_1, I_2 > 0$)

(1) 암페어의 법칙을 이용하여 전류 I_1 에 의해 도선 2 의 위치에 발생되는 자기장의 크기와 방향을 구하시오. (방향은 위, 아래, 좌, 우, 지면으로 들어가는 방향, 지면에서 나오는 방향 등으로 표시할 것.)

풀이

r 의 위치에 반시계 방향의 폐곡선 C 를 정한다. 이 폐곡선 안에는 전류 I_1 가 있으므로 암페어법칙에 의해 자기장은 다음과 같다.



$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I_1 \Rightarrow B(2\pi d) = \mu_0 (I_1) \qquad \therefore B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

자기장의 방향은 지면 안으로 들어가는 방향이다.

(2) 도선 2 의 단위 길이당에 작용하는 힘의 크기와 방향은 ?

도선 2 에 작용하는 힘:

$$\vec{F}_2 = I_2\, \vec{l} \times \vec{B}_1 \Rightarrow F_2 = I_2 l\, B_1 \sin 90^\circ = I_2 l\, B_1$$

한편 B1 의 크기 $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ 를 대입하면

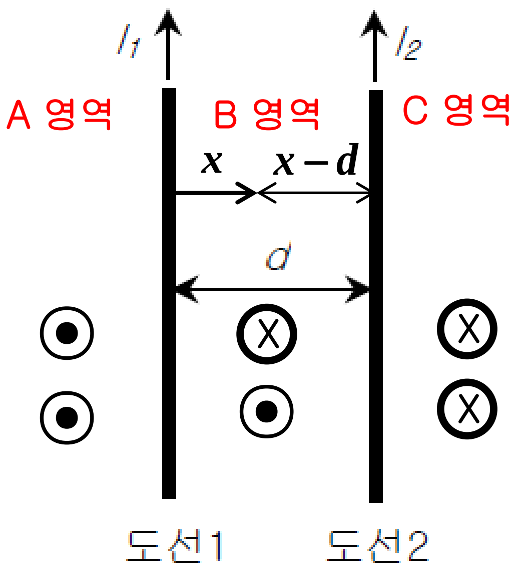
도선 2 의 단위 길이당에 작용하는 힘은 $\dfrac{F}{l} = I_2 B_1 = I_2\left(\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right) = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$ 이다.

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 기출 2007년 주관식 2번

[기출문제] -계속

(3) 자기장의 세기가 0 인 위치가 있는가? 있다면 도선1 으로 부터 자기장의 세기가 0 인 위치까지의 최단 거리를 구하시오.

풀이



A 와 C 영역 : 두 도선의 자기장이 같은 방향이므로 0 이 될 수 없다.

두 도선의 합성 자기장이 0 이 될 수 있는 위치는 B 영역에 존재하며 이 점의 위치를 도선 1 을 기준으로 x 라 하면 이 점에서 합성 자기장은 0 이다.

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(x-d)} \Rightarrow I_1(x-d) = I_2 x$$

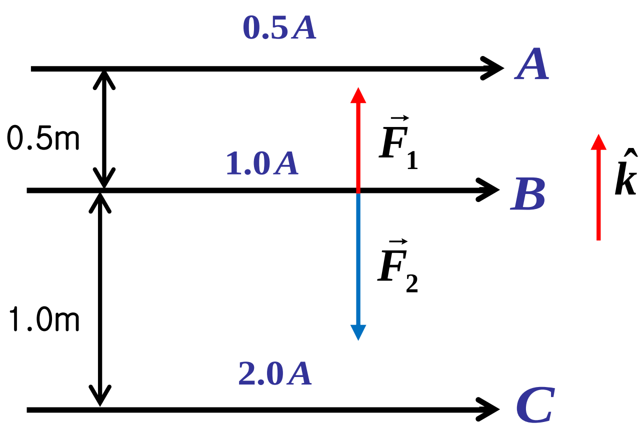
$$\therefore x = \frac{dI_1}{I_1 + I_2}$$

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 기출 2015년 11번 기출 2012년 12번(수치만 바뀜)

연습 20-6. 그림과 같이 동일 평면에서 평행하고 무한히 긴 세 개의 직선 도선에 전류가 화살표 방향으로 흐르고 있다. 도선 B 에 단위 길이당 작용하는 자기력의 크기와 방향은 ?

풀이

두 도선에 같은 방향의 전류가 흐르면 인력이 작용한다. 도선 B 는 도선 A 에 의한 인력으로 위로 작용하는 힘이, 도선 C 에 의한 인력으로 아래 방향의 힘이 작용하므로 그 합력을 구하면 된다.



도선 A 에 의해 도선 B 가 받는 단위길이당 자기력 :

$$\frac{\vec{F}_1}{\ell} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d_1}\hat{k}$$

도선 C 에 의해 도선 B 가 받는 단위길이당의 자기력 :

$$\frac{\vec{F}_2}{\ell} = -\frac{\mu_0 I_C I_B}{2\pi d_2}\hat{k}$$

도선 B 가 단위 길이당 받는 자기력의 위의 도선 A 와 B 에 의한 단위 길이 당 자기력 F_1 과 F_2 의 합이다.

$$\frac{\vec{F}}{\ell} = \left(\frac{F_1}{\ell} - \frac{F_2}{\ell}\right)\hat{k} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi}\left(\frac{I_A}{d_1} - \frac{I_C}{d_2}\right)\hat{k} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\right)}{2\pi}\left(\frac{0.5}{0.5} - \frac{2.0}{1.0}\right)\hat{k} = -2\times10^{-7}\hat{k} \quad (N/m)$$

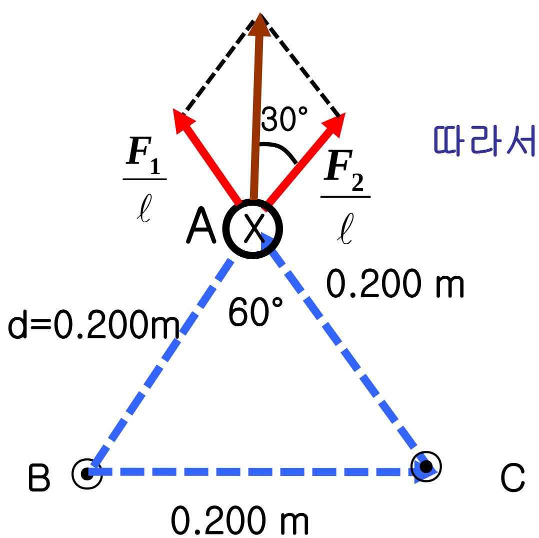
(아래 방향)

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘

연습 20-7. 그림처럼 서로 0.200 m 떨어져서 정삼각형을 형성하는 세 개의 평행한 도선에 각각 0.300 A 의 전류가 흐르고 있다. 이 때 도선 A 가 1.00 m 당 받는 힘의 크기와 방향을 구하여라.

풀이 두 도선에 반대 방향의 전류가 흐르면 척력이 작용한다. 도선 A 는 도선 B 와 도선 C 에 의해 각각 척력이 작용하며 각각의 도선에 의한 단위 길이당 힘은 다음과 같다.

$$\frac{F_1}{\ell} = \frac{F_2}{\ell} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$$



따라서 도선 A 가 단위길이 당의 받는 힘을 성분별로 구하면

x 방향 : $$\frac{F_x}{\ell} = \frac{F_1}{\ell}\sin 30° - \frac{F_2}{\ell}\sin 30° = 0$$

y방향 : $$\frac{F_y}{\ell} = \left|\frac{F_1}{\ell}\right|\cos 30° + \left|\frac{F_2}{\ell}\right|\cos 30° = 2\times\left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\right)\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2\times 4\pi\times 10^{-7}\left(T\cdot m\cdot A^{-1}\right)\times\left(0.300A\right)^2}{2\pi\times\left(0.200m\right)}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1.56\times 10^{-7}\left(N/m\right)$$

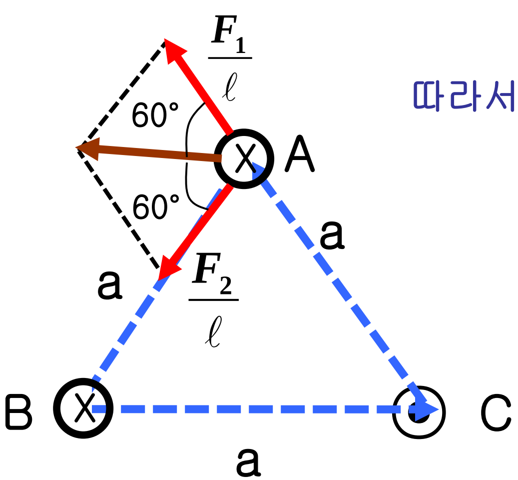
으로 x 성분은 소거되고 + y 방향의 성분만 남게 되어 합력의 방향은 윗 방향이다 .

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 연습 20-7 기출 2013년 12번

[기출문제] 아래 그림과 같이 서로 거리가 a 만큼 떨어져서 정삼각형을 형성하는 세 개의 평행한 도선 A, B, C 에 크기가 I 로 동일한 전류가 흐르고 있다. 도선 A 와 B 의 전류는 지면 안으로 들어가는 방향이고 도선 C 의 전류는 지면 밖으로 나오는 방향이다. 이 때 도선 A 가 단위 길이당 받는 자기력의 크기를 a, I 와 투과 상수 μ_0 를 이용하여 나타내어라.

풀이 두 도선에 반대 방향의 전류가 흐르면 척력이 작용한다. 도선 A 는 도선 B 와 도선 C 에 의해 각각 척력이 작용하며 각각의 도선에 의한 단위 길이 당의 힘은 다음과 같다.

$$\frac{F_1}{\ell} = \frac{F_2}{\ell} = \frac{F_2}{\ell} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}$$



따라서 도선 A 가 단위길이 당의 받는 힘을 성분 별로

y 방향 : $\frac{F_x}{\ell} = \frac{F}{\ell}\sin 60° - \frac{F}{\ell}\sin 60° = 0$

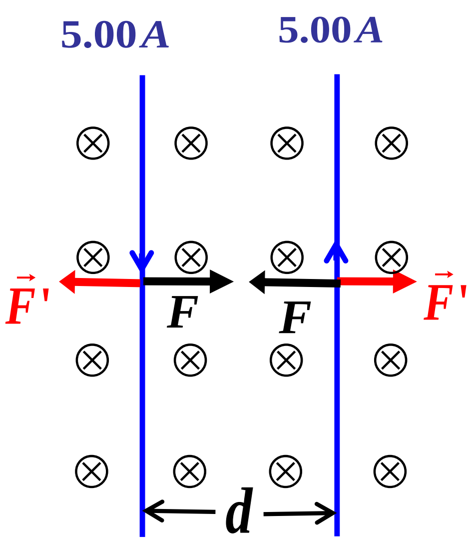
x방향 : $\frac{F_y}{\ell} = \left|\frac{F}{\ell}\right|\cos 60° + \left|\frac{F}{\ell}\right|\cos 60° = 2\times\left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\right)\frac{1}{2} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}$

으로 y 성분은 소거되고 – x 방향의 성분만 남게 되어 합력의 방향은 왼쪽 방향이다 .

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 기출 2011년 11번

연습 20-8. 그림과 같이 긴 평행도선에 5.00 A 의 전류가 서로 반대 방향으로 흐르고 있고 균일한 자기장 B 가 지면에 들어가는 방향으로 존재하고 있다. 도선에 작용하는 힘이 0 이 되려면 두 도선 사이의 거리 d 는 얼마가 되어야 하는가? 이 때 자기장의 세기는 0.400mT 이다.

풀이 균일한 자기장에 의한 자기력 (F) = 두 도선에 흐르는 전류에 의한 자기력 (F')



두 도선이 균일한 자기장에 의해 받는 자기력의 크기는 같고 방향은 반대이다.

$$F = ilB\sin 90^\circ \Rightarrow \frac{F}{l} = iB \qquad (1)$$

또한 두 도선은 서로 반대방향의 전류이므로 서로 척력을 작용하며 그 단위 길이당의 힘을 F' 라고 하면

$$\frac{F'}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} \qquad (2)$$

이다. 도선에 작용하는 힘이 0 이므로 두 힘 F 와 F' 는 같다. 즉, (1)=(2) 이므로

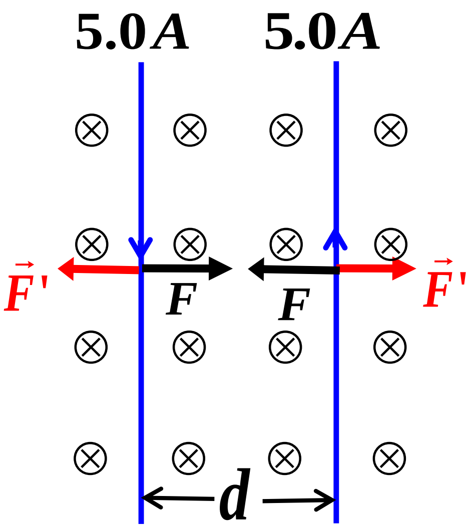
$$\frac{F'}{l} = \frac{F}{l} \Rightarrow \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} = iB$$

$$\Rightarrow \therefore d = \frac{\mu_0 i}{2\pi B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})\cdot(5.00)}{2\pi(4.00 \times 10^{-4})} = 2.50 \times 10^{-3}(m) = 2.50mm$$

20-2 두 평행 도선 사이에 작용하는 힘 연습 20-8 기출 2011년 11번

[기출문제] 그림과 같이 긴 평행도선에 5.0 A 의 전류가 서로 반대 방향으로 흐르고 있고 크기가 2.5 x 10^{-4}T 인 균일한 자기장 B 가 지면에 들어가는 방향으로 존재하고 있다. 도선에 작용하는 힘이 0 이 되려면 두 도선 사이의 거리 d 는 얼마가 되어야 하는가? (투과 상수 μ_0 이다.)

풀이 균일한 자기장에 의한 자기력 (F) = 두 도선에 흐르는 전류에 의한 자기력 (F')



두 도선이 균일한 자기장에 의해 받는 자기력의 크기는 같고 방향은 반대이다.

$$F = ilB\sin 90^\circ \Rightarrow \frac{F}{l} = iB \quad (1)$$

또한 두 도선은 서로 반대방향의 전류이므로 서로 척력을 작용하며 그 단위 길이당의 힘을 F' 라고 하면

$$\frac{F'}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} \quad (2)$$

이다. 도선에 작용하는 힘이 0 이므로 두 힘 F 와 F' 는 같다. 즉, (1)=(2) 이므로

$$\frac{F'}{l} = \frac{F}{l} \Rightarrow \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} = iB$$

$$\Rightarrow \therefore d = \frac{\mu_0 i}{2\pi B} = \frac{(4\pi\times10^{-7})\cdot(5.0)}{2\pi(2.5\times10^{-4})} = 4.0\times10^{-3}(m) = 4.0mm$$

예제 20-4 와 유사　　기출 2013년 10번

[기출문제] 아래 그림과 같이 무한히 긴 직선 도선 두 개가 나란히 있다. 두 도선은 거리 d 만큼 떨어져 있고, 왼쪽 도선과 오른 쪽 도선에는 각각 2I 와 I 의 전류가 서로 반대 방향으로 흐르고 있다. 왼쪽 도선의 x 좌표를 0 으로 둘 때, 두 도선에 의해 형성되는 합성 자기장이 0 이 되는 위치의 x 좌표를 구하여라.

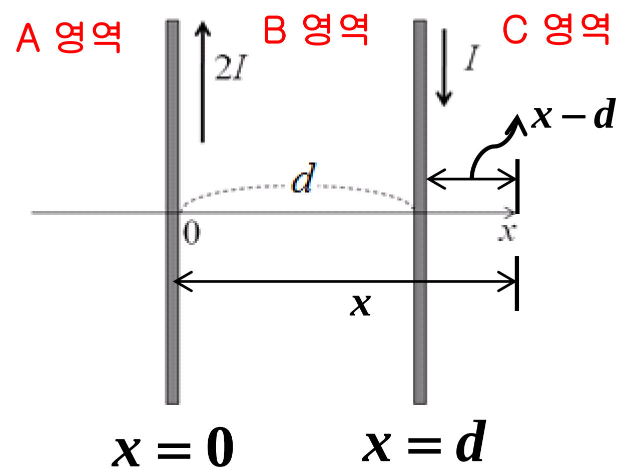
풀이

두 도선에 의한 자기장이 중첩되므로 그림과 같이 합성 자기장이 0 이 될 수 있는 영역의 위치를 먼저 정한다.

A 영역 : 두 도선의 자기장이 반대 방향이지만 항상 $B_{2I} > B_I$ 로 0 이 되지 않는다.

B 영역 : 두 도선의 자기장이 같은 방향이므로 0 이 될 수 없다.

두 도선의 합성 자기장이 0 이 될 수 있는 위치는 C 영역에 존재하며 이 위치를 x 라 하고 합성 자기장은 0 이므로 두 자기장의 크기는 같다.



$$B_{2I} = B_I$$

$$\frac{\mu_0(2I)}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)}$$

$$\therefore x = 2d$$

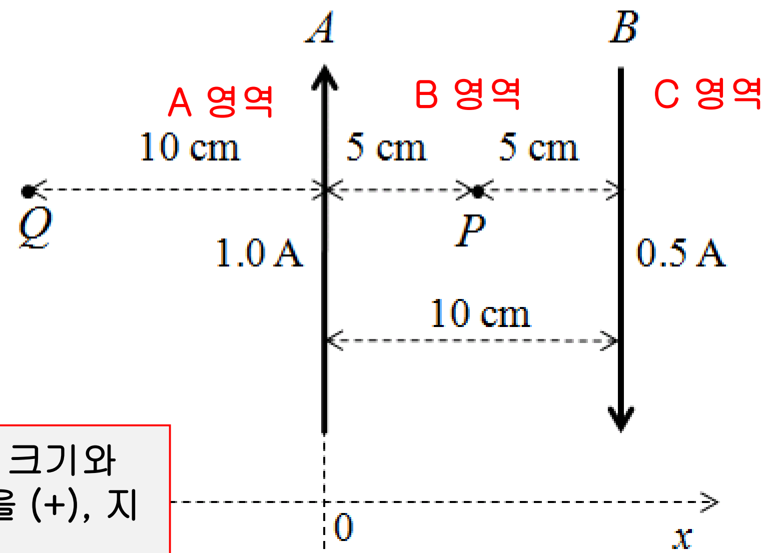
예제 20-4 와 유사   기출 2012년 주관식 3번

[기출문제] 아래 그림과 같이 무한히 긴 직선 도선 A, B 가 평행하게 1cm 떨어져서 화살표 방향으로 각각 1.0 A 와 0.5 A 의 전류가 흐르고 있다. 이 때 다음 질문에 답하여라 (단 투과 상수 μ_0 는 $4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A$ 이다.

(가) 두 도선 사이의 중간 지점 P 에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라. 이 때, 자기장이 지면 밖으로 나오는 방향을 (+), 지면 안으로 들어가는 방향을 (−) 로 표시한다.

풀이 두 도선에 의한 자기장이 중첩되므로 그림과 같이 P 점의 합성 자기장을 더하면 된다.

(한 도선에 의한 자기장은 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 임을 이용한다,)



P 점의 합성 자기장의 크기는 다음과 같고 방향은 (−) 방향이다.:

$$B_A + B_B = -\frac{\mu_0(1.0)}{2\pi(0.05)} - \frac{\mu_0(0.5)}{2\pi(0.05)} = -\frac{(4\pi\times10^{-7})(1.5)}{2\pi(0.05)}$$
$$= -6.0\times10^{-6}(T)$$

(나) 도선 A 의 왼쪽에 10cm 만큼 떨어진 지점 Q 에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라. 이 때 자기장이 지면 밖으로 나오는 방향을 (+), 지면 안으로 들어가는 방향을 (−) 로 표시한다.

풀이 Q 점의 합성 자기장의 크기는 다음과 같고 방향은 (−) 방향이다.

$$B_A + B_B = +\frac{\mu_0(1.0)}{2\pi(0.10)} - \frac{\mu_0(0.5)}{2\pi(0.20)} = 1.5\times10^{-6}(T)$$

$B_A > B_B$ 이므로 Q 점의 자기장 방향은 (+) 이다.

예제 20-4 와 유사　　기출 2012년 주관식 3번

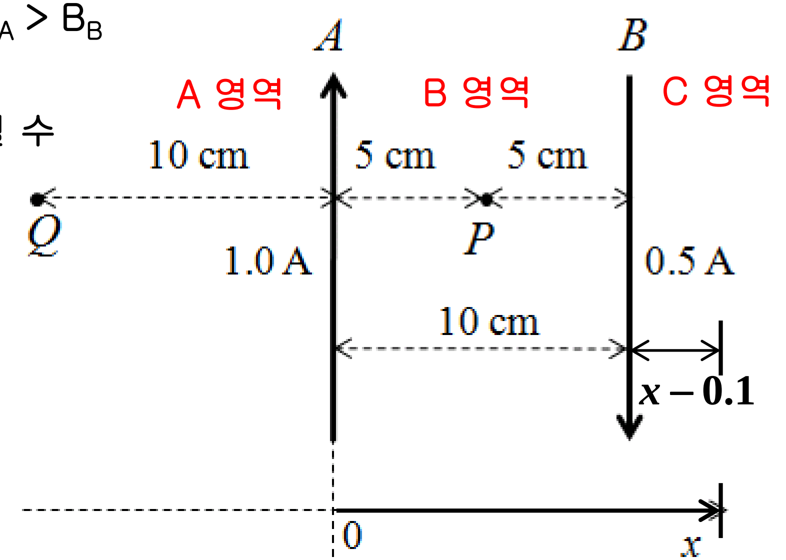
[기출문제] – 계속

(다) 두 도선이 만드는 합성 자기장이 0 이 되는 위치는 도선 A로 부터 얼마나 떨어져 있는가? 즉, 아래 그림에서 도선 A 의 좌표를 0 으로 둘 때, 합성 자기장이 0 이 되는 위치의 x 좌표를 구하여라.

풀이

A 영역 : 두 도선의 자기장이 반대 방향이지만 항상 $B_A > B_B$ 이므로 0 이 되지 않는다.

B 영역 : 두 도선의 자기장이 같은 방향이므로 0 이 될 수 없다.



두 도선의 합성 자기장이 0 이 될 수 있는 위치는 C 영역에 존재하며 이 위치를 x 라 하면 이점의 합성 자기장은 0 이다.

$$\vec{B}_A + \vec{B}_B = 0$$

도선 A 로 부터 C 영역의 어느 점까지를 x 라고 하면 두 자기장의 크기는 같으므로

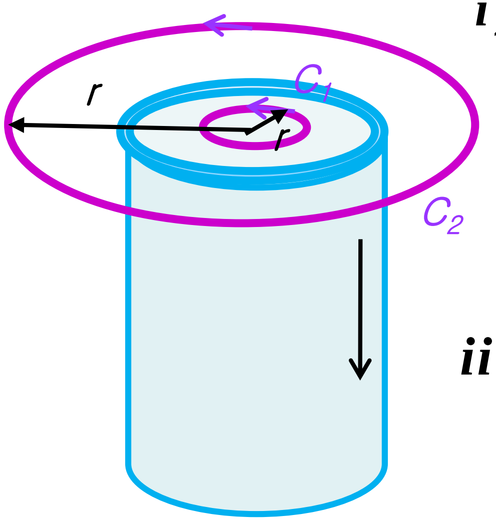
$$(B_A = B_B) \Rightarrow \frac{\mu_0(1.0)}{2\pi x} = \frac{\mu_0(0.5)}{2\pi(x-0.1)}$$

$$\therefore x = 0.2(m)$$

 기출 2017년 11번

연습 20-9. 일정한 전류 I 가 반지름 a 인 속이 빈 원통형 관 아래로 균일하게 흐르고 있다. 관 내부에서 자기장의 크기는? 관의 외부에서의 자기장의 크기는 ? (관의 중심 축으로 부터의 거리를 r 이라 한다.)

풀이 각각 암페어 법칙을 이용하여 자기장을 구한다.



i) $r < a$ 폐곡선 C_1 내부에는 전류가 0 이므로 (속이 빈 원통) 내부의 자기장은 0 이다.

$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I \;\Rightarrow\; B = 0$$

ii) $r > a$ 반지름 r 의 위치에 반시계 방향의 폐곡선 C_2 를 정한다. 이 폐곡선 안에는 원통형 아래 방향으로 흐르는 전류 I 가 있으므로 암페어법칙은 다음과 같다.

$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0(-I) \Rightarrow B = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

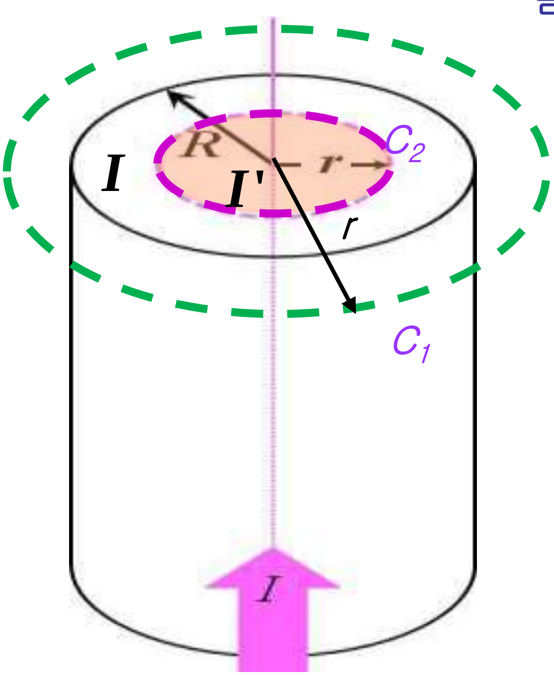
– 부호는 자기장이 반 시계방향이 아니고 시계방향이라는 것을 의미하며 크기는 $\mu_0 I / 2\pi r$ 이다.

20-3 암페어의 법칙 연습 20-9 와 유사 기출 2014년 주관식 1번

[기출문제] 그림과 같이 반지름이 R 인 무한히 긴 직선 도선의 단면적을 통하여 균일한 전류 I 가 흐르고 있을 때, 아래 물음에 답하시오. (단, 투과 상수는 μ_0)

(가) 암페어 법칙을 이용하여 도선의 중심으로 부터 거리 r이 도선의 반지름 R 보다 클 때 (r>R), 자기장의 크기 B(r) 을 구하시오.

풀이



$r > R$ r 의 위치에 반시계 방향의 폐곡선 C_1 를 정한다. 이 폐곡선 안에는 원통형 아래 방향으로 흐르는 전류 I 가 있으므로 암페어법칙에 의해 자기장은 다음과 같다.

$$\oint \vec{B} \cdot dl = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 (I) \qquad \therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(나) 암페어 법칙을 이용하여 도선의 중심으로 부터 거리 r이 도선의 반지름 R 보다 작을 때 (r>R), 자기장의 크기 B(r) 을 구하시오.

$r < R$ 폐곡선 C_2 내부의 전류를 I' 라고 하면 암페어 법칙에 의해

$$\oint \mathbf{B} \cdot dl = B(2\pi\, r) = \mu_0 I'$$

이고 전류밀도는 일정하므로 내부 전류 I' 를 전체 전류 I 로 표시하면

$$I' = \frac{A'}{A} I = \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right) I \qquad \left(\because J = \frac{I}{A} = \frac{I'}{A'}\right)$$

이 된다. I' 를 암페어 법칙에 대입하여 자기장의 크기를 얻는다.

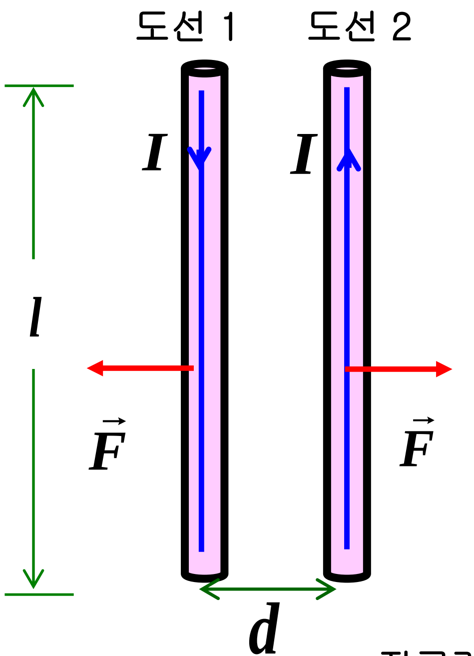
$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r$$

[기출문제] – 계속

(다) 이제 같은 모습의 다른 도선을 거리 d 에 평행하게 두고, 같은 크기의 전류 I 를 반대 방향으로 흘리는 경우, 두 도선 간에 작용하는 단위길이당 힘의 크기와 방향을 구하시오.

풀이

d 만큼 떨어진 위치에서의 도선 1 의 I 에 의한 자기장 : $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$



도선 1 의 자기장에 의해 도선 2 가 받는 자기력

$$\vec{F}_2 = I_2\, \vec{l} \times \vec{B}_1 \qquad (I_1 = I_2 = I)$$

도선 2 의 자기장에 의해 도선 1 이 받는 자기력도 같다.

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_1 = \vec{F}$$

$$\Rightarrow F = I\ell B \sin 90^\circ = I\ell\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\right) = \frac{\mu_0 \ell I^2}{2\pi d}$$

전류가 흐르는 두 도선 사이의 단위 길이당 작용하는 힘: $\therefore \dfrac{F}{\ell} = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$

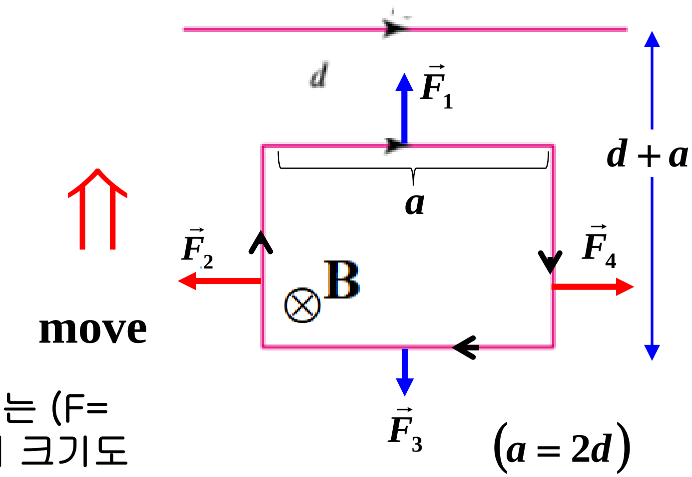
[기출문제] 그림과 같이 긴 직선 도선에 전류 I_1가 흐르고 있으며 d 만큼 떨어진 곳에 한 변이 a인 정사각형 도선에 전류 I_2 가 흐르고 있다. $I_1 = I_2 = I$ 이고 a=2d 일 때 정사각형 도선에 작용하는 자기력의 크기를 μ_0, I, a 를 이용하여 나타내어라.

풀이 전류가 흐르는 두 도선 사이에 작용하는 단위 길이당 힘 $\Rightarrow \dfrac{F}{\ell} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

전류의 방향이 같으면 인력이고 전류의 방향이 반대이면 척력

정사각형 각 변에서 자기력 $(I_1 = I_2 = I, \quad \ell = a)$

$$F_1 = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi d} \quad \text{(윗방향)} \qquad F_3 = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi(d+a)} \quad \text{(윗방향)}$$



긴 도선 주변에 생긴 자기장에 의해 수직인 도선이 받는 힘의 크기는 (F= IaB)인데 전류와 자기장(B= μ_0 I_0 /2πr)의 크기가 같으므로 힘의 크기도 같다, 그러나 방향이 반대이므로 상쇄됨. $\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$

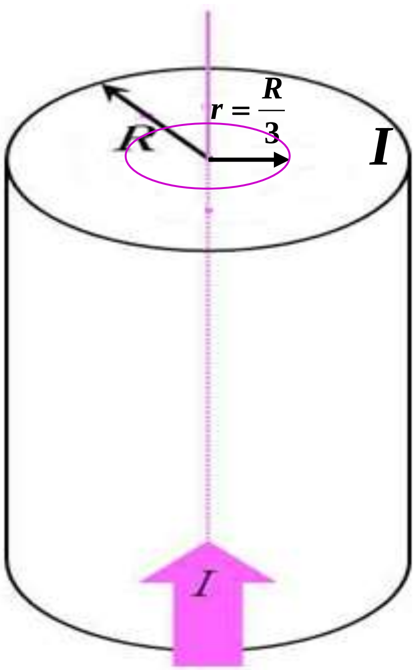
$$\therefore F_{tot} = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right) \xrightarrow{a=2d} \frac{\mu_0 I^2 (2d)}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{3d}\right) = \frac{2\mu_0 I^2}{3\pi}$$

20-3 암페어의 법칙 기출 2010년 9번

[기출문제] 반지름이 R 인 원통형 도선에 전류 I 가 도선의 단면적에 균일하게 분포해서 흐르고 있다. 이 때 도선의 중심으로 부터 거리가 R/3 만큼 떨어진 지점에서 자기장의 크기를 구하여라.

풀이

r = R/3 의 위치에 폐곡선 내부의 전류를 I' 라고 하면 암페어 법칙에 의해



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

이고 내부 전류 I' 를 전체 전류 I 로 표시하면 $I' = \frac{A'}{A} I = \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right) I$

이므로 이를 암페어 법칙에 대입하여 내부의 자기장의 식을 얻는다.

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r$$

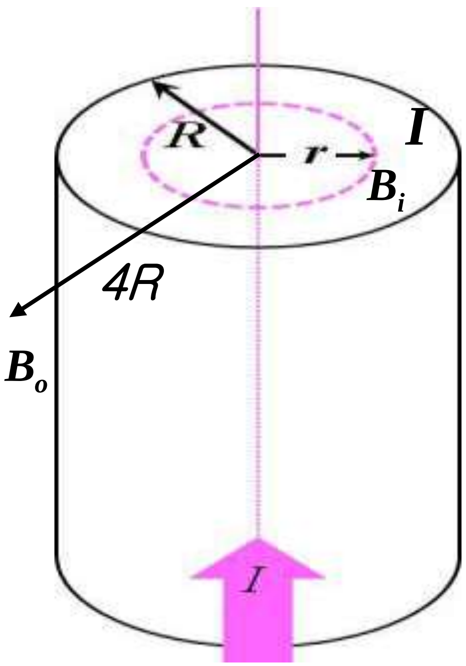
따라서 r = R/3 에서 자기장의 크기는

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \cdot \frac{R}{3} = \frac{\mu_0 I}{6\pi R}$$

20-3 암페어의 법칙 기출 2013년 11번

[기출문제] 반지름이 R 인 긴 원통형 도선의 내부에 전류 I 가 균일하게 흐르고 있다. 도선 외부에 도선의 중심으로 부터 거리가 4 R 인 곳에서 자기장의 크기를 B 라고 하면, 도선의 내부에서 자기장의 크기가 B 가 되는 곳은 도선 중심으로 부터 얼마만큼 떨어져 있는가?

풀이



r > R일 때 4R 의 위치에서 자기장의 크기는 암페어 법칙에 의해 다음과 같다.

$$B_o = \left.\frac{\mu_0 I}{2\pi r'}\right|_{r'=4R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(4R)}$$

r < R 일 때 r 의 위치에서 자기장의 크기는 암페어 법칙에 의해 다음과 같다.

$$B_i = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r$$

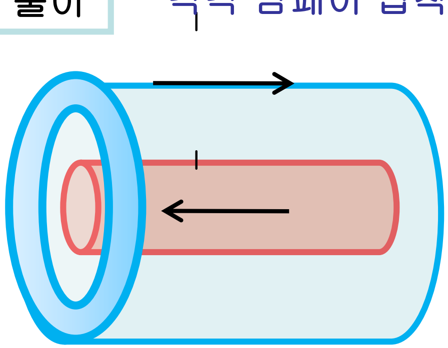
이다. 한편 두 크기가 같은 도선 내부에서 부터 떨어진 거리는 위의 두식을 같다고 하여 구할 수 있다.

$$B_i = B_o \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r = \frac{\mu_0 I}{2\pi(4R)}$$

$$\therefore \quad r = \frac{R}{4}$$

연습 20-10. 반지름이 a 인 원통형 금속 막대가 있고 그 바깥에 (같은 축을 가지며) 안쪽 반지름이 b 이고 바깥쪽 반지름이 c 인 원형금속관이 있다. 가운데 있는 금속막대와 바깥의 관에 크기가 같고 방향이 반대인 전류가 흐르고 있다면 (가) 축으로 부터의 거리 r 이 a 보다 작은 경우, (나) a<r<b 인 경우, (다) r>c 인 경우의 자기장을 각각 구하여라.

풀이 각각 암페어 법칙을 이용하여 자기장을 구한다.

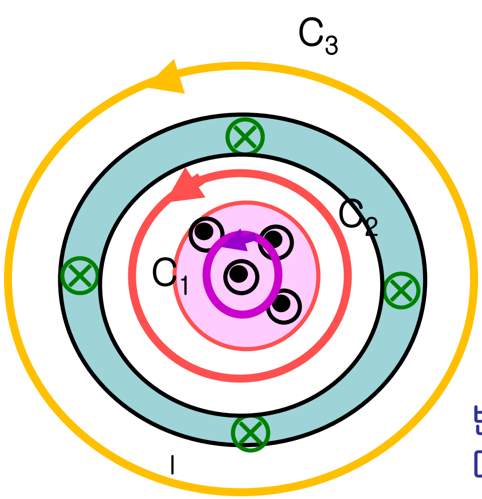


$i)\ r < a$ 반지름이 a 보다 작은 폐곡선 C_1 을 정한다. 내부의 자기장은 반지름이 a 인 원통에 흐르는 전류 I' 에 의해 폐곡선 주위에 형성하므로 자기장은 내부의 전류에 의해 결정된다.

$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I' = \mu_0\left(\frac{\pi r^2}{\pi a^2}\right) I \qquad \therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r$$

여기서 I' 는 전류밀도 (j) 는 일정하므로 비례식으로 I'를 구할 수 있다.

$$\left(j = \frac{I}{\pi a^2} = \frac{I'}{\pi r^2} \right) \Rightarrow I' = \frac{r^2}{a^2} I$$



$ii)\ a < r < b$

a 보다 크고 b 보다 작은 반지름 위치에 폐곡선 C_2 를 정한다. 이 폐곡선 안에는 전류 I 가 존재하므로 암페어 법칙을 적용한다.

$iii)\ r > c$

$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

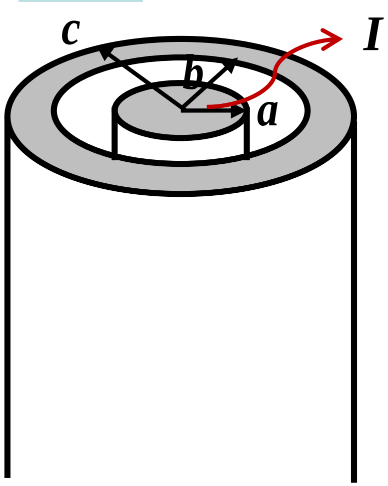
반지름이 c 보다 큰 위치에 폐곡선 C_3 을 정한다. 이 폐곡선 안에는 전류 I 와 반대 전류 (-I)가 있으므로 폐곡선 내부의 전류의 합은 0 이다.

$$\oint \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 (I - I) \Rightarrow B = 0$$

20-3 암페어의 법칙 연습 20-10과 유사 기출 2009년 12번 기출 2008년 10번

[기출문제] 반지름이 a 인 원통형 금속 막대가 있고 그 바깥에 (같은 축을 가지며) 안쪽 반지름이 b 이고 바깥쪽 반지름이 c 인 원형금속관이 있다. 가운데 있는 금속막대와 바깥의 관에 크기가 같고 방향이 반대인 전류가 흐르고 있다면 (가) 축으로 부터의 거리 r 이 a<r<b 인 경우의 자기장을 구하여라.

풀이 암페어 법칙을 이용하여 자기장을 구한다.

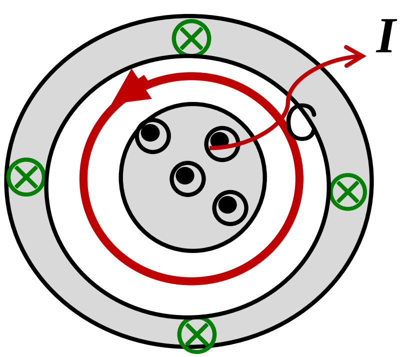


$$a < r < b$$

a 보다 크고 b 보다 작은 반지름 위치에 폐곡선 C 를 정한다. 이 폐곡선 안에는 전류 I 가 존재하므로 암페어 법칙을 적용한다.

$$\oint \vec{B} \cdot dl = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

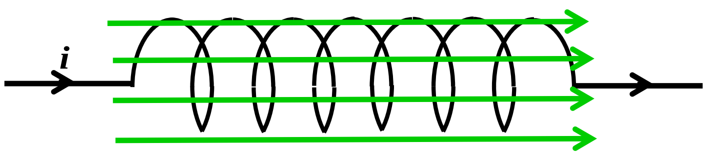


20-4 솔레노이드와 토로이드 기출 2011년 12번

[기출문제] 길이가 20cm 인 솔레노이드가 있다. 이 솔레노이드 전체 길이에 대해 코일을 감은 회수는 100회이다. 솔레노이드의 감은 코일에 전류를 흘려주어 솔레노이드 내부에 $5\pi \times 10^{-6}\ T$ 의 자기장을 생성하려고 한다, 코일에 흘려주어야 할 전류의 크기는 얼마인가? ((단, 투과 상수는 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot \frac{m}{A}$ 이다.)

풀이 솔레노이드의 자기장은 $\boxed{B = \mu_0 n i}$ 이고 n 은 단위길이 당 감은 횟수이다

$\ell = 0.2(m)$



$n = \frac{N}{\ell}$

$$n = \frac{N}{\ell} = \frac{100}{0.2} = 500(m^{-1})$$

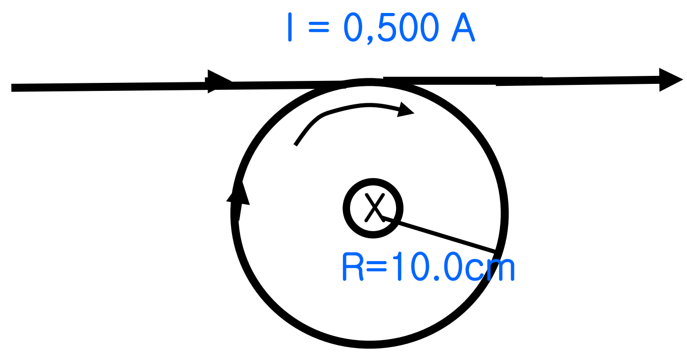
흘려 주어야 할 전류는 자기장의 식으로 부터 얻을 수 있다.

$$B = \mu_0 n i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{5\pi \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7} \times 500} = 2.5 \times 10^{-2}(A)$$

발전문제 **기출 2015년 12번 기출 2012년 10번**

연습 20-19. 그림과 같이 0.500 A 의 전류가 흐르는 도선이 긴 직선 도선과 반지름이 10.0 cm인 원형 도선으로 이루어져 있다. 즉, 직선 도선의 일부가 한 번 꼬여서 원형 고리를 형성한 것이다. 이 때 원형도선의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라.

풀이



직선도선에 의한 자기장(B_1) $$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R},$$

원형도선에 의한 자기장(B_2) $$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

원형 도선의 중심에서의 자기장은 직선도선에 의한 자기장(B_1) 과 원형도선에 의한 자기장(B_2) 이 중첩되어 그 크기는

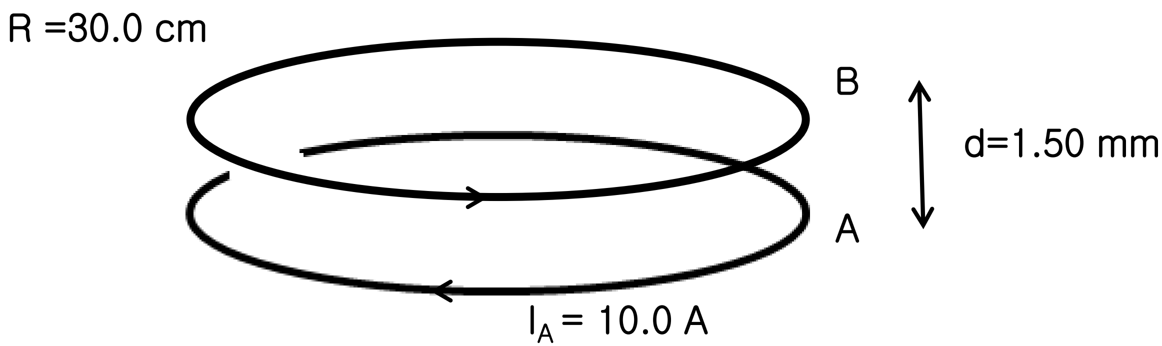
$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{1}{\pi}+1\right) = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\right)\cdot\left(0.500\right)}{2\times0.100}\left(\frac{1}{\pi}+1\right) = 4.14\times10^{-6}\,T$$

이며 방향은 지면 안으로 들어가는 방향이다.

발전문제

20-21. 반지름이 30.0 cm 인 두 개의 원형 고리 A 와 B 가 그림과 같이 나란히 놓여 있다. 두 고리 사이의 간격은 1.50 mm 이다. 도선 A 에는 반시계 방향으로 10.0 A 의 전류가 흐르고 있다. 고리 B 의 질량이 4.00 g 이라고 할 때 고리 B 가 떠 있기 위해 고리 B 에 흘려 주어야 할 전류의 크기와 방향을 구하여라.

풀이



고리 B 가 떠 있으려면 고리 B 에 작용하는 중력의 크기 만큼 고리 A 에 의한 자기력이 윗쪽으로 작용하여야 한다.(척력) 따라서 고리 B 에 흐르는 전류의 방향은 고리 A 와 반대방향이 되어야 하며 단위길이 당의 중력의 크기와 고리A 에 의한 단위길이당의 자기력의 크기가 같다는 조건에서 전류의 크기를 구할 수 있다.

$$\frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d} = \frac{mg}{\ell} = \frac{mg}{2\pi R} \qquad \Leftarrow (\ell = 2\pi R)$$

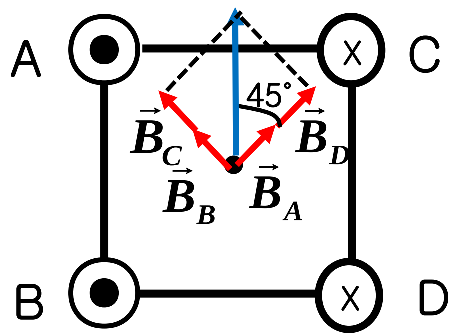
$$\therefore I_B = \frac{2\pi d m g}{2\pi R \mu_0 I_A} = \frac{dmg}{R\mu_0 I_A} = \frac{(1.50\times10^{-3})\cdot(4.00\times10^{-3})\cdot(9.80)}{(0.300)\cdot(4\pi\times10^{-7})\cdot(10.0)} = 15.6\ (\mathrm{A})$$

발전문제

연습 20-22. 네 개의 평행한 긴 직선 도선 A, B, C, D 에 동일한 크기의 전류 I 가 흐르고 있다. 아래 그림은 도선에서 전류가 흘러가는 단면을 나타내는데 네 개의 도선은 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 형성한다.

(가) 정사각형의 중심에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라

풀이



각각의 도선에서 정사각형의 중심 까지 떨어진 위치 $r = \sqrt{2}a/2$ 에서의 자기장의 크기:

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\sqrt{2}a/2\right)} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a} \qquad \left(r = \frac{\sqrt{2}}{2}a\right)$$

정사각형 중심에서의 자기장의 x 성분과 y 성분을 구하면 다음과 같다. (x 성분은 상쇄됨)

$$B_x = 2B_r \sin 45^\circ - 2B_r \sin 45^\circ = 0, \quad B_y = B_r \cos 45^\circ \times 4 = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times 4 = \frac{2\mu_0 I}{\pi a}$$

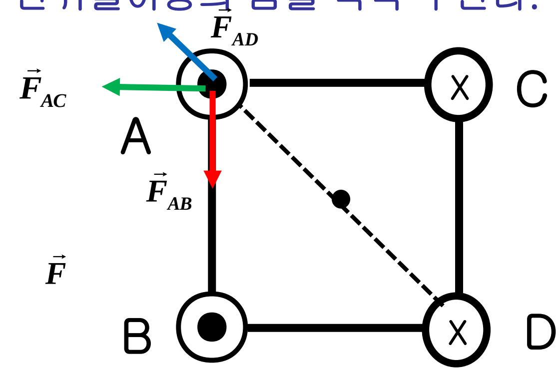
따라서 중심에서의 자기장은 $\vec{B} = \dfrac{2\mu_0 I}{\pi a}\hat{j}$ 이다.

발전문제

연습 20-22. 계속

(나) 도선 A 가 다른 도선들로 부터 받는 단위길이당 자기력의 합력을 구하여라.

풀이 도선 A 가 원점에 있다고 가정하고 다른 도선(B, C, D) 사이의 단위길이당의 힘을 각각 구한다.



$$\frac{\vec{F}_{AC}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{x}$$ (반대 방향의 전류이므로 척력)

$$\frac{\vec{F}_{AB}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{y}$$ (같은 방향의 전류이므로 인력)

$$\frac{\vec{F}_{AD}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\sqrt{2}\pi a}\cos 45^\circ\,\hat{x} + \frac{\mu_0 I^2}{2\sqrt{2}\pi a}\sin 45^\circ\,\hat{y}$$

도선 A 에 작용하는 단위길이 당 힘의 합력은 다음과 같다.:

$$\frac{\vec{F}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 45^\circ + 1\right)\hat{x} + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 45^\circ - 1\right)\hat{y} = -\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}\hat{x} - \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}\hat{y}$$

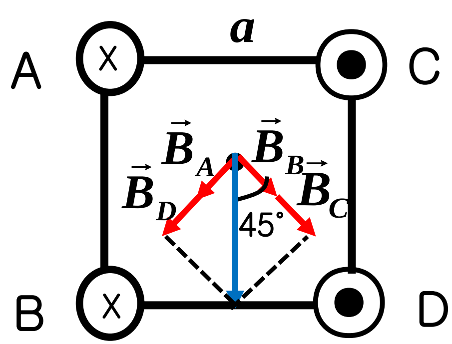
따라서 단위길이당 합력의 크기는 $\left|\frac{\vec{F}}{\ell}\right| = \sqrt{\left(\frac{3\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}\mu_0 I^2}{4\pi a}$ 이다.

발전문제 **연습 20-22과 유사 기출 2010년 10번**

[기출문제] 네 개의 평행한 긴 직선 도선 A, B, C, D 에 동일한 크기의 전류 I 가 흐르고 있다. 아래 그림은 도선에서 전류가 흘러가는 단면을 나타내는데 네 개의 도선은 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 형성한다. 도선 A, B에서는 전류가 지면 안으로 들어가는 방향이고 (x로 표시됨) , 도선 C 와 D 에서는 전류가 지면에서 나오는 방향이다. (점으로 표시됨). 이 때 다음 물음에 답하여라.

(가) 정사각형의 중심의 점 P 에서 자기장의 크기와 방향을 구하여라

풀이



각각의 도선에서 정사각형의 중심 까지 떨어진 위치 $r = \sqrt{2}a/2$ 에서의 자기장의 크기:

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\sqrt{2}a/2\right)} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a} \qquad \left(r = \frac{\sqrt{2}a}{2}\right)$$

정사각형 중심에서의 자기장의 x 성분과 y 성분을 구하면 다음과 같다. (x 성분은 상쇄됨)

$$B_x = 2B_r \sin 45^\circ - 2B_r \sin 45^\circ = 0, \quad B_y = B_r \cos 45^\circ \times 4 = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times 4 = \frac{2\mu_0 I}{\pi a}$$

따라서 중심에서의 자기장은 $\vec{B} = \dfrac{2\mu_0 I}{\pi a}$ 이고 방향은 아래 방향이다.

발전문제 **연습 20-22과 유사 기출 2010년 10번**

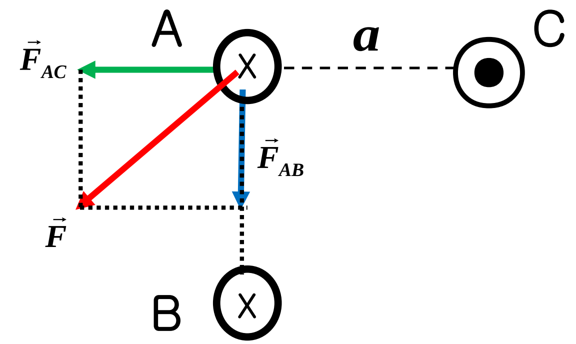
[기출문제] 계속

(나) 아래 그림에서 도선 D 를 제거하여 도선 A, B, C 가 남아 있는 상태에 있다. 이 때, 도선 B 와 C 가 도선 A 의 단위길이당 작용하는 자기력의 합력의 크기를 구하여라.

풀이 도선 A 가 원점에 있다고 가정하고 다른 도선(B, C) 사이의 단위길이당의 힘을 각각 구한다.

$$\frac{\vec{F}_{AC}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{x}$$ (반대 방향의 전류이므로 척력)

$$\frac{\vec{F}_{AB}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{y}$$ (같은 방향의 전류이므로 인력)



도선 A 에 작용하는 단위길이 당 힘의 합력은 다음과 같다.: $$\frac{\vec{F}}{\ell} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{x} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\hat{y}$$

따라서 단위길이당 합력의 크기는

$$\left|\frac{\vec{F}}{\ell}\right| = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\right)^2} = \sqrt{2\left(\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I^2}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I^2}{\sqrt{2}\pi a}$$

이다.

연습 20-23. 반지름이 R 인 원형 단면을 가진 직선 도선에 전류 I 가 흐른다. 도선 내부에서의 전류 밀도 가 원형 단면의 단면의 중심으로 버터의 걸거리 R 에 대핫여 ㅓ = ㄱ 과 같이 변한다고 가정하자, 알 파지는 상중장지흔리 R ds dnusgud 단면을 가진 직선 도ㅗ

가) r > R : 도선 외부에서 자기장 크기

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C B\,dl = B\oint_C dl = B\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad B \propto \frac{1}{r}$$

나) r < R : 도선 내부에서 자기장 크기

– 암페어의 법칙을 적용 $\left(\because J = \frac{I}{A} = \frac{I'}{A'}\right)$

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I' \quad I' = \frac{A'}{A} I = \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right) I$$

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r \qquad B \propto r$$

- 균일한 전류 I가 흐르는 반지름 R인 긴도선
  - 전류밀도(J) = 일정
  - 반지름 r의 원형경로를 지나는 전류 I'

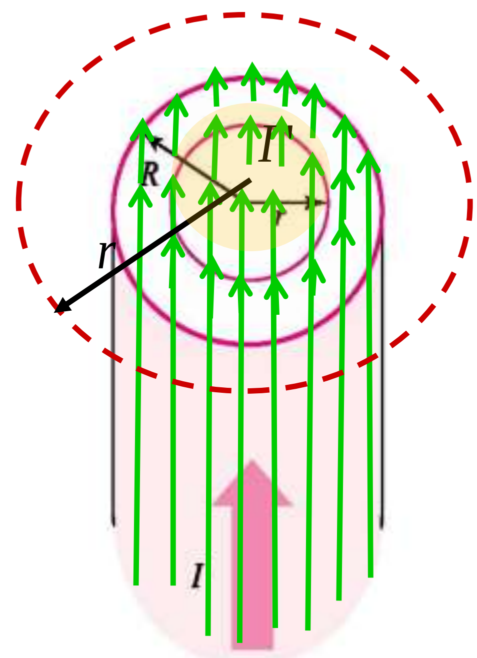


그림 20.7 균일한 전류 I가 흐르는 반지름 R의 긴 직선 도선