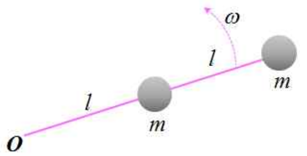
<< 문제지를 프린트하여 풀이과정과 답을 작성한 후 제출하십시오. >>

0000 년 00 학기 00 고사		과목명	물리학 9장 기출문제 답안지	학 과		학 년		감 독 교 수 확 인	
출 제	공동 출제			학 번					
편 집	송 현 석			성 명					
		○		○				점 수	
시험일시	0000. 00. 00								

[주의 사항] 1. 계산기는 사용할 수 없습니다.
2. 단위가 필요한 답에는 반드시 SI 체계로 단위를 표기하시오.

[2014년 1학기 기말고사 2번] - 예제 8.2, 9.6, 9.7, 9.8 연습문제 9.4 참고

1. 그림과 같이 동일한 질량 m인 두 입자가 회전축 O로부터 각각 l, $2l$ 씩 떨어져서 회전축을 중심으로 일정한 각속도 ω로 돌고 있다.
이 계의 총 각운동량을 구하여라.



$$I=\sum_{i=1}^{2} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = ml^2 + m(2l)^2 = ml^2 + 4ml^2 = 5ml^2$$

$$L = I\omega = (5ml^2)\omega = 5ml^2\omega$$

($L = 5ml^2\omega$)

[2011년 1학기 기말고사 3번] - 예제 9.3 참고

2. 질량중심에 대한 회전관성이 I인 어떤 원판을 정지 상태에서 일정한 돌림 힘 τ를 작용시켜 시간 T 동안 돌렸을 때, 시간 T에서 원판의 각속도의 크기를 l, τ, T를 이용하여 나타내어라.

$$\alpha = \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega = \alpha T = \left(\frac{\tau}{I}\right)T = \frac{\tau T}{I} \qquad \langle\ \tau = I\alpha\ \rangle$$

($\omega = \dfrac{\tau T}{I}$)

[2007년 1학기 기말고사 1번] - 예제 9.3 참고

3. 질량중심에 대한 회전관성이 I인 원판이 있다. 이 원판을 정지 상태에서 일정한 돌림힘을 작용시켜 시간 T동안 돌려서 각속력 ω를 얻었다. 이때, 이 원판에 작용한 돌림힘의 크기는 얼마인가?

$$\alpha = \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega}{T} \quad \Rightarrow \quad \tau = I\alpha = I\left(\frac{\omega}{T}\right) = \frac{I\omega}{T}$$

($\tau = \dfrac{I\omega}{T}$)

[2014년 1학기 기말고사 4번] - 예제 9.9 참고

4. 경사각이 θ, 높이가 H인 경사면에서 정지상태의 고무공이 미끄러짐 없이 굴러 내려간다. 경사면 끝에서의 고무공의 병진 속력을 주어진 변수로 구하시오.
(고무공의 반지름은 R, 질량은 M, 회전관성은 $\frac{2}{5}MR^2$, 그리고 중력가속도의 크기는 g이다.)

$$MgH = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(M + \frac{I_{cm}}{R^2}\right)v_{cm}^2$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2MgH}{\left(M+\frac{I_{cm}}{R^2}\right)}} = \sqrt{\frac{2MgH}{\left(M+\frac{\frac{2}{5}MR^2}{R^2}\right)}} = \sqrt{\frac{2MgH}{\frac{7}{5}M}} = \sqrt{\frac{10}{7}gH}$$

($v_{cm} = \sqrt{\dfrac{10}{7}gH}$)

[2012년 1학기 기말고사 3번] - 예제 9.9 참고
[2007년 1학기 기말고사 2번]

5. 바닥면에서부터 높이가 H인 경사면의 꼭대기에 질량이 M이고 반지름이 R인 균일한 원판이 놓여 있다. 이 바퀴를 정지 상태로부터 가만히 놓았을 때 원판은 경사면을 따라 미끄러지지 않고 굴러 내려갔다. 원판이 바닥면에 도착할 때의 병진속력을 h와 중력가속도의 크기 g를 이용하여 나타내어라.
(단, 원판의 회전관성은 $MR^2/2$이고, 마찰에 의한 에너지 손실은 무시한다.)

$$MgH = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(M + \frac{I_{cm}}{R^2}\right)v_{cm}^2$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2MgH}{\left(M+\frac{I_{cm}}{R^2}\right)}} = \sqrt{\frac{2MgH}{\left(M+\frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2}\right)}} = \sqrt{\frac{2MgH}{\frac{3}{2}M}} = \sqrt{\frac{4}{3}gH}$$

($v_{cm} = \sqrt{\dfrac{4}{3}gH}$)

[2013년 1학기 기말고사 3번 & 2011년 1학기 기말고사 4번] - 예제 9.9 참고

6. 질량이 m이고 반경이 R인 공이 미끄럼 없이 일정한 속력 v로 수평 방향으로 굴러가다가 경사진 비탈길로 올라갔다. 이때, 이 공이 올라갈 수 있는 최대 수직 높이를 v와 중력가속도의 크기 g를 이용하여 나타내어라.
(단, 공의 회전관성은 $\frac{2}{3}mR^2$ 이다.)

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I_{cm}}{R^2}\right)v_{cm}^2$$

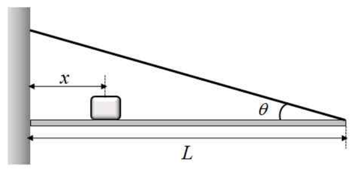
$$\Rightarrow \quad h = \frac{1}{2mg}\left(m + \frac{I_{cm}}{R^2}\right)v^2 = \frac{1}{2mg}\left(m + \frac{\left(\frac{2}{3}mR^2\right)}{R^2}\right)v^2 \qquad \langle\ v_{cm} = v\ \rangle$$

$$= \frac{1}{2mg}\left(m + \frac{2}{3}m\right)v^2 = \frac{1}{2mg}\left(\frac{5}{3}m\right)v^2 = \frac{5v^2}{6g}$$

($h = \dfrac{5v^2}{6g}$)

[2010년 1학기 기말고사 4번] - 예제 9.10, 연습문제 9.15 참고

7. 아래 그림에서와 같이 길이 L인 얇은 판의 한쪽 끝은 벽에 고정되어 있고 다른 쪽 끝은 실에 매여 있다. 실과 판 사이의 각도는 θ이고 실의 다른 쪽 끝은 벽에 고정되어 있다. 또한, 어떤 물체가 벽으로부터 x만큼 떨어져서 판 위에 놓여 있다. 실의 장력이 T이상 되면 끊어진다고 할 때, 실이 끊어지지 않을 물체의 최대 무게를 구하여라. (이때, 판과 실의 질량은 무시한다.)



$$\Sigma\tau = LT\sin\theta - mgx = I\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad LT\sin\theta \geq mgx = Wx$$

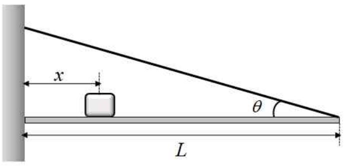
$$\Rightarrow \quad W = mg \leq \frac{LT\sin\theta}{x}$$

($W_{\max} = \dfrac{LT\sin\theta}{x}$)

<뒷 면에 단답형 문제 더 있음.>

[2013년 1학기 기말고사 4번] - 예제 9.10, 연습문제 9.15 참고

8. 길이가 L이고 질량이 M인 밀도가 균일한 판이 있다. 아래 그림에서와 같이 이 판의 한쪽 끝은 벽에 고정되어 있고 다른 쪽 끝은 질량을 무시할 수 있는 실에 매여 있다. 실과 판 사이의 각도는 θ이고 실의 다른 쪽 끝은 벽에 고정되어 있다. 또한 질량이 m인 어떤 물체가 벽으로부터 x만큼 떨어져서 판위에 놓여 있다. $M=2m$이고 $L=4x$라고 할 때, 실의 장력을 구하여라.
(단, 중력가속도의 크기는 g이다.)



$$\Sigma\tau = LT\sin\theta - Mg\frac{L}{2} - mgx = I\alpha = 0$$

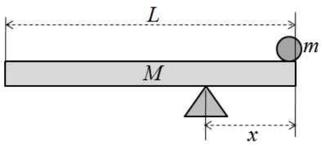
$$\Rightarrow \quad T = \frac{\frac{1}{2}MgL + mgx}{L\sin\theta} = \frac{\frac{1}{2}(2m)g(4x) + mgx}{(4x)\sin\theta} = \frac{4mgx + mgx}{4x\sin\theta}$$

$$= \frac{5mg}{4\sin\theta}$$

($T = \frac{5mg}{4\sin\theta}$)

[2012년 1학기 기말고사 5번] - 예제 9.10, 연습문제 9.12 참고

9. 질량이 M이고 길이가 L인 균일한 막대의 오른쪽 끝 지점에 질량이 m인 물체가 올려져있다. 아래 그림과 같이 막대의 아래쪽에 받침대를 두어 막대와 물체의 균형을 유지하였다. $M=500g$, $m=300g$, $L=1.6m$가고 할 때, 받침대의 위치 x는 얼마인가? (이때, 물체의 크기는 무시할 수 있다고 가정.)



$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{M\left(\frac{1}{2}L\right) + mx}{M+m} = \frac{\frac{1}{2}ML + mx}{M+m}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}ML + mx}{M+m} = \frac{\frac{1}{2}\times(0.5\,kg)\times(1.6\,m) + (0.3\,kg)\times(0.0\,m)}{(0.5\,kg)+(0.3\,kg)}$$

$$= \frac{0.4\,kg\cdot m + 0.0\,kg\cdot m}{0.8\,kg} = 0.5\,m$$

($x_{cm} = 0.5m$)

[2012년 1학기 기말고사 4번] - 예제 9.6, 연습문제 9.5, 9.6 참고

10. 일정한 각속도로 회전하던 별이 붕괴하면서 각속도가 2배가 되었다. 붕괴 과정에서 질량 변화는 없었다면, 붕괴 후에 별의 반경은 붕괴 전 별의 반경의 몇 배가 되는가? (단, 별의 밀도는 균일하며 별의 회전관성은 $2MR^2/5$이다. 여기서, M은 별의 질량이고 R은 별의 반경이다.)

$$I = \frac{2}{5}MR^2 \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{\frac{5I}{2M}} \quad \langle\ M = 상수\ \rangle \Rightarrow \quad R \sim \sqrt{I}$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = I'\vec{\omega}' = 상수 \quad \Rightarrow \quad I' = \frac{\omega}{\omega'}I = \frac{\omega}{(2\omega)}I = \frac{1}{2}I$$

$$R' = \sqrt{\frac{5I'}{2M}} = \sqrt{\frac{5\left(\frac{1}{2}I\right)}{2M}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{5I}{2M}} = \frac{1}{\sqrt{2}}R$$

($R' = \frac{1}{\sqrt{2}}R$)

[2010년 1학기 기말고사 3번] - 예제 9.6, 연습문제 9.5, 9.6 참고

[2009년 1학기 기말고사 5번]

11. 일정한 각속도로 회전하던 별이 수축하여 질량의 변화 없이 반지름이 $1/2$로 줄어들었다. 수축 전의 회전운동에너지를 K_1, 수축 후의 회전운동에너지를 K_2라고 할 때, 수축 전·후의 회전운동에너지의 비 K_2/K_1은 얼마인가? (단, 별의 회전관성은 $I=\frac{2}{5}MR^2$ 이다.)

$$I' = \frac{2}{5}M\left(\frac{1}{2}R\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}MR^2\right) = \frac{1}{4}I \qquad \left\langle\ M = 상수,\quad R' = \frac{1}{2}R\ \right\rangle$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = I'\vec{\omega}' = 상수 \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{I}{I'}\omega = \frac{I}{\left(\frac{1}{4}I\right)}\omega = 4\omega$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}I'\omega'^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} = \frac{\left(\frac{1}{4}I\right)(4\omega)^2}{I\omega^2} = 4$$

($\frac{K_2}{K_1} = 4$)

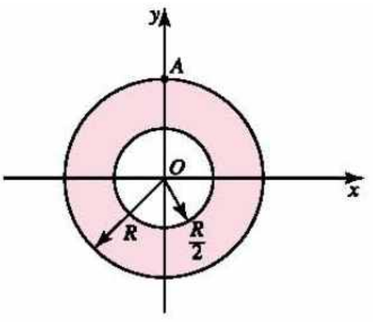
<뒷 면에 주관식 문제 있음.>

[주의 사항] 주관식 문제는 상세한 풀이과정이 없으면 영점처리 됩니다.

[2007년 1학기 기말고사 주관식 1번] - 예제 9.2 참고

[주관식 1] [25점]

반지름 R, 질량 M을 갖는 속이 꽉 찬 원판에서 그림과 같이 반지름이 $R/2$인 원판을 잘라내었을 때를 생각하자.



(1) 이 물체의 질량은 얼마인가? [5점]

< 전체 질량 $= M$, 남은 질량 $= M_1$, 도려낸 질량 $= M_2$ >

$$\sigma = \frac{M}{\pi R^2} = \frac{M_1}{\pi R^2 - \pi (R/2)^2} = \frac{M_2}{\pi (R/2)^2}$$

$$\Rightarrow \quad M_2 = \frac{\pi (R/2)^2}{\pi R^2} M = \frac{1}{4} M$$

$$\Rightarrow \quad M_1 = M - M_2 = M - \frac{1}{4} M = \frac{3}{4} M$$

(2) 지면에서 수직 방향으로 원판의 중심 O를 지나는 축에 대한 회전관성을 구하여라. (힌트: 적분을 이용하여 자세한 계산을 할 수도 있고, 아니면 간단하게 반지름 R과 질량 M을 갖는 속이 꽉 찬 원판의 경우, 중심축 O에 대한 회전관성이 $\frac{1}{2}MR^2$ 임을 이용할 수도 있다.) [10점]

회전관성은 스칼라량이므로 더하고 뺄 수 있다.

$$I_{M_1} = I_M - I_{M_2} = \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{M}{4}\right)\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{32} MR^2 = \frac{15}{32} MR^2$$

(3) 그림의 y축 좌표상의 $A = (0, R)$ 지점을 수직으로 통과하는 축을 회전축으로 중력에 의하여 x, y평면에서 단진자 운동을 시킬 수 있다. 진동 각도가 충분히 작을 때, 진동 주기를 구하여라. [10점]

$$I_A = I_{cm} + M_1 h^2 = I_{M_1} + M_1 R^2 \qquad < \text{ 평행축 정리 } >$$

$$= \frac{15}{32} MR^2 + \left(\frac{3}{4} M\right) R^2$$

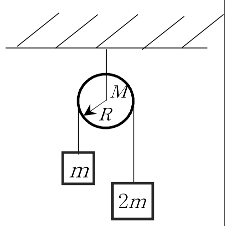
$$= \frac{15}{32} MR^2 + \frac{24}{32} MR^2 = \frac{39}{32} MR^2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{M_1 gh}} = 2\pi \sqrt{\frac{\left(\frac{39}{32} MR^2\right)}{\left(\frac{3}{4} M\right) gR}} = 2\pi \sqrt{\frac{13R}{8g}}$$

[2009년 1학기 기말고사 주관식 2번] - 예제 9.5, 연습문제 9.3, 9.10 참고

[주관식 2] [20점]

우측 그림과 같이 질량이 m과 $2m$인 두 물체가 질량이 M이고 반경이 R인 원반형 도르래에 매달려 초기의 정지 상태로부터 움직인다. 단, 줄은 도르래와 미끄러짐 없이 움직인다고 가정하고, 도르래와 회전축 사이 마찰 및 실의 질량은 무시한다. (중력가속도의 크기는 g이고 도르래의 회전관성은 $\frac{1}{2}MR^2$ 이다.)



(1) 질량 $2m$인 물체의 가속도를 a라 하고 도르래의 회전 각가속도를 α라 할 때, 가속도 a와 각가속도 α 사이의 관계식을 구하시오. [4점]

< 미끄러지지 않을 조건 > $a = R\alpha$

(2) 질량 m에 연결된 줄과 질량 $2m$에 연결된 줄에 걸리는 장력을 각각 T_1과 T_2라 할 때, 세 물체(질량 m인 물체, 질량 $2m$인 물체, 질량 M인 도르래)의 운동방정식을 각각 구하시오. [12점]

$$\Sigma F_m = T_1 - mg = ma_1 = ma$$

$$\Sigma F_{2m} = 2mg - T_2 = 2ma_2 = 2ma$$

$$\Sigma \tau_M = RT_2 - RT_1 = R(T_2 - T_1) = I\alpha$$

(3) 질량 $2m$인 물체의 가속도 a를 구하시오. (m, M, g를 이용하여 나타낼 것) [4점]

$$\Sigma F_m = T_1 - mg = ma_1 = ma \quad \Rightarrow \quad T_1 = mg + ma$$

$$\Sigma F_{2m} = 2mg - T_2 = 2ma_2 = 2ma \quad \Rightarrow \quad T_2 = 2mg - 2ma$$

$$\Sigma \tau_M = RT_2 - RT_1 = R(T_2 - T_1) = I\alpha = \left(\frac{1}{2} MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \quad T_2 - T_1 = \frac{1}{2} Ma \quad \Rightarrow \quad (2mg - 2ma) - (mg + ma) = \frac{1}{2} Ma$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2} M + 3m\right) a = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m}{\frac{1}{2} M + 3m} g$$

<생각해 보기> < M이 0이라면 >

$$T_1 = mg + ma = mg + m \frac{m}{\frac{1}{2} M + 3m} g \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{4}{3} mg = T_2 = T$$

$$T_2 = 2mg - 2ma = 2mg - 2m \frac{m}{\frac{1}{2} M + 3m} g \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{4}{3} mg = T_1 = T$$

$$a = \frac{m}{\frac{1}{2} M + 3m} g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3} g$$

$$\Sigma F_m = T_1 - mg = ma_1 \quad \Rightarrow \quad T - mg = ma \quad \cdots\cdots \text{(1)식}$$

$$\Sigma F_{2m} = 2mg - T_2 = 2ma_2 \quad \Rightarrow \quad 2mg - T = 2ma \quad \cdots\cdots \text{(2)식}$$

$$\text{(1)식} + \text{(2)식} \qquad mg = 3ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3} g$$

도르래를 무시하고 풀었던 예전의 결과와 같아진다.

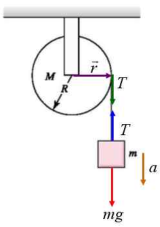
<뒷 면에 주관식 문제 더 있음.>

[주의 사항] 주관식 문제는 상세한 풀이과정이 없으면 영점처리 됩니다.

[2013년 & 2010년 1학기 기말고사 주관식 1번] - 예제 9.5, 연습문제 9.3 참고

[2015년 1학기 기말고사 3번] [2008년 1학기 기말고사 3번 & 4번]

[주관식 3] [15점]



우측 그림과 같이 질량이 M이고 반지름이 R인 원반형 도르래에 줄이 감겨 있고, 이 줄에 질량이 m인 물체가 매달려서 내려가고 있다. $M=2m$이라고 할 때, 다음의 질문들에 답하여라. (단, 도르래의 회전관성은 $\frac{1}{2}MR^2$ 이고, 중력가속도의 크기는 g이다. 도르래와 고정 축 사이의 마찰과 줄의 질량은 무시한다.)

(1) 줄에 작용하는 장력의 크기를 구하여라. [8점]

$\tau = \vec{r}\times\vec{F} = RT\sin 90^\circ = RT$

도르래 : $\Sigma\tau = RT = I\alpha \qquad \left\langle I=\frac{1}{2}MR^2, \quad a=R\alpha, \quad M=2m \right\rangle$

$$\Rightarrow \quad T = I\frac{\alpha}{R} = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{\left(\frac{a}{R}\right)}{R} = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2}(2m)a = ma$$

물체 : $\Sigma F = mg - T = ma$

$$\Rightarrow \quad mg - ma = ma \quad \Rightarrow \quad 2ma = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}g$$

따라서 $T = ma = m\left(\frac{1}{2}g\right) = \frac{1}{2}mg$

(2) 물체가 초기 정지 상태로부터 거리 h만큼 낙하하였을 때, 물체의 속력을 구하여라. [2점]

$v^2 = v_0^2 + 2a(y-y_0) \quad \Rightarrow \quad v^2 = 0 + 2\left(\frac{1}{2}g\right)h \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{gh}$

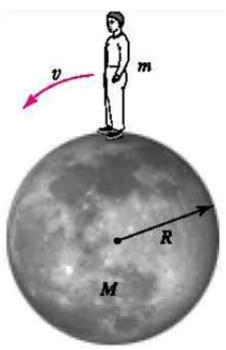
(3) 물체가 초기 정지 상태로부터 거리 h만큼 낙하하였을 때, 도르래의 회전운동 에너지를 구하여라. [5점]

$U = K_m + K_M \quad \Rightarrow \quad K_M = U - K_m$

$$\Rightarrow \quad K_M = U - K_m = mgh - \frac{1}{2}mv^2 = mgh - \frac{1}{2}m(gh) = \frac{1}{2}mgh$$

[2007년 1학기 기말고사 주관식 1번] - 예제 9.7 참고

[주관식 4] [20점]



우측 그림과 같이 반지름이 R이고 질량이 M인 구형의 소행성에 질량이 m인 어린왕자가 서있다. 소행성과 어린왕자는 모두 정지해 있다. 이제, 어린왕자가 소행성 위에서 특정 방향으로 일정한 속력 v로 이동하여 소행성을 한 바퀴 도는 원운동을 한다. (단, 이 경우 어린왕자의 속력 v는 외부에 정지한 관측자가 본 속력이다.)

(1) 소행성의 중심을 지나는 원운동의 회전축에 대해 어린왕자가 회전하는 각속도의 크기와 어린왕자의 회전관성을 구하라. (단, 소행성의 반지름에 비해 어린왕자의 키는 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정한다.) [4점]

$v = R\omega_m \quad \Rightarrow \quad \omega_m = \frac{v}{R}, \qquad I_m = mR^2$

(2) 어린왕자가 속력 v로 움직일 때 위의 회전축에 대한 어린왕자의 각운동량의 크기를 구하라 [3점]

$L_m = I_m\omega_m = (mR^2)\left(\frac{v}{R}\right) = Rmv$

<다른 풀이>

$L = |\vec{r}\times\vec{p}| = Rp\sin 90^\circ = Rp = Rmv$

(3) 초기에 정지해 있던 어린왕자가 속력 v로 움직일 때 어린왕자와 소행성을 합한 전체의 각운동량은 얼마인가? [3점]

$L_i = L_{mi} + L_{Mi} = 0 + 0 = 0$

< 각운동량 보존법칙 >

$L_f = L_i = \text{상수} = 0$

(4) 어린왕자가 속력 v로 움직이는 동안 소행성도 회전한다면 소행성의 회전 각속도의 크기는 얼마인가? (단, 소행성도 그 중심을 지나는 축으로 회전한다고 가정하고, 이 경우 소행성의 회전관성은 $\frac{2}{5}MR^2$ 이다.) [5점]

$$L_f = L_{mf} + L_{Mf} = I_m\omega_m + I_M\omega_M = (mR^2)\left(\frac{v}{R}\right) + \left(\frac{2}{5}MR^2\right)\omega_M$$

$$= Rmv + \frac{2}{5}MR^2\omega_M = 0$$

$$\Rightarrow \quad \omega_M = -\frac{5Rmv}{2MR^2} = -\frac{5mv}{2MR} \quad \Rightarrow \quad |\omega_M| = \left|-\frac{5mv}{2MR}\right| = \frac{5mv}{2MR}$$

(5) 어린왕자가 소행성을 한 바퀴 돌아 처음 출발했던 소행성 위의 지점(예를 들어 처음 출발했던 소행성의 분화구 위치)까지 왔을 때 소행성이 회전한 각도는 얼마인가? [5점]

$\Delta\theta_m - \Delta\theta_M = 2\pi \qquad$ < $\Delta\theta_M$ 은 음수 >

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\Delta\theta_m}{\Delta T} - \frac{\Delta\theta_M}{\Delta T}\right)\Delta T = 2\pi$$

$$\Rightarrow \quad (\omega_m - \omega_M)\Delta T = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{2\pi}{\omega_m - \omega_M}$$

$$\omega_M = \frac{\Delta\theta_M}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\theta_M = \omega_M\Delta T = \omega_M\left(\frac{2\pi}{\omega_m - \omega_M}\right)$$

$$= \left(-\frac{5mv}{2MR}\right)\left(\frac{2\pi}{\left(\frac{v}{R}\right) - \left(-\frac{5mv}{2MR}\right)}\right)$$

$$= \left(-\frac{5mv}{2MR}\right)\left(\frac{2\pi}{\left(\frac{2Mv}{2MR}\right) - \left(-\frac{5mv}{2MR}\right)}\right)$$

$$= \frac{2\pi}{-\frac{2MR}{5mv}\left\{\frac{2Mv+5mv}{2MR}\right\}}$$

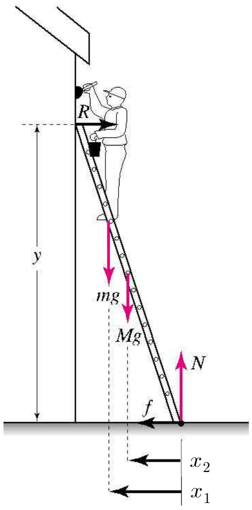
$$= \frac{2\pi}{-\frac{2Mv+5mv}{5mv}} = -\frac{2\pi m}{\frac{2}{5}M + m} \text{ or } -\frac{5\pi m}{M + \frac{5}{2}m}$$

<뒷 면에 주관식 문제 더 있음.>

[주의 사항] 주관식 문제는 상세한 풀이과정이 없으면 영점처리 됩니다.

[2011년 & 2008년 1학기 기말고사 주관식 1번] - 예제 9.10 참고

[주관식 5] [15점]



오른쪽 그림과 같이 질량이 M인 사다리를 마찰을 무시할 수 있는 벽에 기대놓고 그 위에 질량이 m인 사람이 서 있다. 사다리가 지면과 닿는 지점을 원점으로 사다리의 질량 중심의 수평 위치는 x_2, 사람의 수평 위치는 x_1, 그리고 사다리가 벽에 닿는 지점의 수직 위치는 y이다. 벽이 사다리에 가하는 수직력을 R, 사다리와 지면 사이에 작용하는 정지마찰력을 f_s, 그리고 지면이 사다리에 가하는 수직항력을 N이라 하자. 또한 중력가속도의 크기는 g이다. 사다리와 벽 사이에 작용하는 마찰력은 무시할 수 있다고 가정한다. 다음 질문들에 답하여라.

(1) R을 m, M, x_1, x_2, y, g를 이용하여 나타내어라. [5점]

사다리의 길이를 L, 지면으로부터 사다리의 각도를 θ라고 하자.

〈 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \Rightarrow \quad \tau = rF\sin(\text{사잇각})$ 〉

$\tau_R = +LR\sin\theta = +Ry$ 시계방향

$\tau_m = -l_1 mg\sin(90^\circ + \theta) = -l_1 mg\cos\theta = -mgx_1$ 반시계방향

$\tau_M = -l_2 Mg\sin(90^\circ + \theta) = -l_2 Mg\cos\theta = -Mgx_2$ 반시계방향

$$\Sigma\tau = Ry - mgx_1 - Mgx_2 = I\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{(mx_1 + Mx_2)g}{y}$$

(2) 사다리와 지면 사이의 최대 정지마찰계수를 μ_s라고 할 때, 사람이 최대로 올라갈 수 있는 수평 거리 x_1을 m, M, x_2, y, μ_s를 이용하여 나타내어라. [5점]

$\Sigma F_y = N - mg - Mg = ma_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg + Mg = (m+M)g$

$\Sigma F_x = R - f_s = ma_x = 0 \quad \Rightarrow \quad R = f_s = \mu_s N = \mu_s(m+M)g$

(1) 번의 결과 이용

$$R = \frac{(mx_1 + Mx_2)g}{y} = \mu_s(m+M)g \quad \Rightarrow \quad (mx_1 + Mx_2) = \mu_s(m+M)y$$

$$\Rightarrow \quad mx_1 + Mx_2 = \mu_s(m+M)y \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{\mu_s(m+M)y - Mx_2}{m}$$

(3) 사다리가 지면에서 미끄러지지 않기 위해 사다리와 지면 사이에 작용하는 마찰력을 m, M, g, x_1, x_2, y를 이용하여 나타내어라 [5점]

$$\Sigma F_x = R - f_s = ma_x = 0 \quad \Rightarrow \quad f_s = R = \frac{(mx_1 + Mx_2)g}{y}$$

<수고하셨습니다.>