대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

1. 어떤 물체에 힘 $\vec{F} = (3.0x^2 + 2.0x)\hat{i} + (2.0y - 3.0)\hat{j}\ \mathrm{N}$이 작용하여 물체를 $\vec{r}_1 = (1.0\,\hat{i} - 2.0\,\hat{j}\,)\ \mathrm{m}$로부터 $\vec{r}_2 = (-2.0\,\hat{i} + 5.0\,\hat{j}\,)\ \mathrm{m}$까지 이동시켰다. 이때 한 일을 구하여라.

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y\,dy$$

$$= \int_{1.0}^{-2.0} (3.0x^2 + 2.0x)\,dx + \int_{-2.0}^{5.0} (2.0y - 3.0)\,dy$$

$$= [x^3 + x^2]_{1.0}^{-2.0} + [y^2 - 3y]_{-2.0}^{5.0}$$

$$= [\{(-2.0)^3 + (-2.0)^2\} - \{(1.0)^3 + (1.0)^2\}]$$
$$+ [\{(5.0)^2 - 3(5.0)\} - \{(-2.0)^2 - 3(-2.0)\}]$$

$$= [\{(-8.0) + (4.0)\} - \{(1.0) + (1.0)\}]$$
$$+ [\{(25) - (15)\} - \{(4.0) - (-6.0)\}]$$

$$= (-4.0 - 2.0) + (10 - 10)$$

$$= -6.0\ \mathrm{J}$$

2. 인수와 하영 두 사람이 힘을 가해, 물체를 운동시키고 있다. 다음 각각의 경우 한 일을 구하여라. (단, 마찰력은 무시한다.)

(가) 인수는 오른쪽으로 $50.0\ \mathrm{N}$, 하영은 왼쪽으로 $30.0\ \mathrm{N}$의 힘을 가했을 때, 물체가 오른쪽으로 $3\ \mathrm{m}$ 진행한 경우

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x} = Fx\cos\theta = (50.0\ \mathrm{N} - 30.0\ \mathrm{N}) \times 3\ \mathrm{m} \times \cos 0^\circ$$
$$= 20.0\ \mathrm{N} \times 3\ \mathrm{m} \times 1$$
$$= 60.0\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$
$$= 60.0\ \mathrm{J}$$

(나) 인수는 오른쪽으로 $50.0\ \mathrm{N}$, 하영은 수직 위로 $30.0\ \mathrm{N}$의 힘을 가했을 때, 물체가 오른쪽으로 $3\ \mathrm{m}$ 진행한 경우

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x} = Fx\cos\theta = 50.0\ \mathrm{N} \times 3\ \mathrm{m} \times \cos 0^\circ$$
$$= 50.0\ \mathrm{N} \times 3\ \mathrm{m} \times 1$$
$$= 150.0\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$
$$= 150.0\ \mathrm{J}$$

(다) 위 두 경우 모두 일이 끝난 후에 물체는 어떤 운동 상태인지 설명하여라.

각각의 경우에 해당하는 에너지를 갖고 오른쪽으로 운동 중

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

3. 높은 빌딩에서 질량 m의 고무풍선을 자유낙하 시켰더니, 공기 저항력으로 인해 일정한 속도 v로 떨어졌다.

(가) 중력과 공기 저항력의 크기와 방향을 구하여라.

일정한 속력으로 떨어지므로 가속도는 0이고 알짜 힘도 0이다.
따라서, 두 힘은 크기는 mg로 같고 방향은 서로 반대 방향이다.

$\vec{F}_g = -mg$ <아랫방향> $\vec{F}_d = +mg$ <윗방향>

(나) 중력이 한 일률과 공기 저항력이 한 일률을 구하고 비교하여라.

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\theta$$

$\Rightarrow \quad P_g = \vec{F}_g \cdot \vec{v} = F_g v\cos 0^\circ = mgv$ <중력은 일을 한다.>

$\Rightarrow \quad P_d = \vec{F}_d \cdot \vec{v} = F_d v\cos 180^\circ = -mgv$ <저항력은 일을 당한다.>

4. 긴 줄에 매달린 질량이 $100\ \mathrm{kg}$인 물체가 등가속도 $a = g/2$로 올라가고 있다. 초기 지면에서의 속력을 $0.00\ \mathrm{m/s}$라 하자. (단, 중력가속도는 $g = 10.0\ \mathrm{m/s^2}$이다.)

(가) 지면에서 출발하여 $h = 10.0\ \mathrm{m}$ 지점까지 물체가 이동하는 동안 장력에 의한 평균 일률은 얼마인가?

$$F = T - mg = ma = m\left(\frac{1}{2}g\right)$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{3}{2}mg = \frac{3}{2} \times 100\ \mathrm{kg} \times 10.0\ \mathrm{m/s^2} = 1500\ \mathrm{kg \cdot m/s^2} = 1500\ \mathrm{N}$$

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \vec{x} = \vec{T} \cdot \vec{h} = Th\cos 0^\circ = 1500\ \mathrm{N} \times 10.0\ \mathrm{m} \times 1 = 15000\ \mathrm{N \cdot m} = 15000\ \mathrm{J}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$h = 0 + 0 + \frac{1}{2}\frac{g}{2}t^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = t = \sqrt{\frac{4h}{g}} = \sqrt{\frac{4 \times 10.0\ \mathrm{m}}{10.0\ \mathrm{m/s^2}}} = 2.00\ \mathrm{s}$$

$$< P > = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{15000\ \mathrm{J}}{2.00\ \mathrm{s}} = 7500\ \mathrm{J/s} = 7500\ \mathrm{W}$$

(나) $h = 10.0\ \mathrm{m}$ 지점을 통과할 때 장력에 의한 순간 일률은 얼마인가?

$$v = v_0 + at \qquad \left(v_0 = 0, \quad a = \frac{g}{2} \right)$$

$$v = at = \frac{g}{2}t = \frac{10.0\ \mathrm{m/s^2}}{2} \times 2.00\ \mathrm{s} = 10.0\ \mathrm{m/s}$$

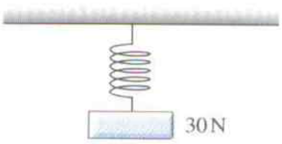
$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{T} \cdot \vec{v} = Tv\cos 0^\circ = 1500\ \mathrm{N} \times 10.0\ \mathrm{m/s} = 15000\ \mathrm{N \cdot m/s} = 15000\ \mathrm{W}$$

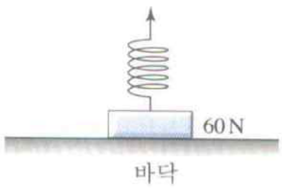
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

5. 어떤 순간에 한 입자의 속도가 $\vec{v} = (-4.00\ \mathrm{m/s})\hat{i} + (3.00\ \mathrm{m/s})\hat{k}$ 이고 이 입자에 힘 $\vec{F} = (2.00\ \mathrm{N})\hat{i} - (5.00\ \mathrm{N})\hat{j} + (3.00\ \mathrm{N})\hat{k}$ 가 작용하고 있다. 이 힘이 입자에 한 순간 일률은 얼마인가?

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$
$$= \{(2.00\ \mathrm{N})\hat{i} - (5.00\ \mathrm{N})\hat{j} + (3.00\ \mathrm{N})\hat{k}\} \cdot \{-(4.00\ \mathrm{m/s})\hat{i} + (0.00\ \mathrm{m/s})\hat{j} + (3.00\ \mathrm{m/s})\hat{k}\}$$
$$= \{(2.00 \times (-4.00))\ \mathrm{N \cdot m/s} + ((-5.00) \times 0.00)\ \mathrm{N \cdot m/s} + (3.00 \times 3.00)\ \mathrm{N \cdot m/s}\}$$
$$= -8.00\ \mathrm{N \cdot m/s} + 0.00\ \mathrm{N \cdot m/s} + 9.00\ \mathrm{N \cdot m/s}$$
$$= 1.00\ \mathrm{N \cdot m/s}$$
$$= 1.00\ \mathrm{W}$$

6. 어떤 용수철에 무게가 $30.0\ \mathrm{N}$인 물체를 매달았더니 용수철의 길이가 $10.0\ \mathrm{cm}$ 늘어났다. 이 용수철을 바닥에 놓여 있는 무게가 $60.0\ \mathrm{N}$인 물체 위에 연결하고 위로 잡아당겨 용수철의 길이가 $10.0\ \mathrm{cm}$가 되었을 때 바닥이 물체에 작용하는 수직항력은 얼마인가?





$W_1 = 30.0\ \mathrm{N}$ $\qquad x_1 = 0.1\ \mathrm{m}$

$W_2 = 60.0\ \mathrm{N}$

$$F_1 = kx_1 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F_1}{x_1} = \frac{W_1}{x_1} = \frac{30.0\ \mathrm{N}}{0.1\ \mathrm{m}} = 300\ \mathrm{kg/s^2}$$
$$F_2 = kx_2 = 300\ \mathrm{kg/s^2} \times 0.1\ \mathrm{m} = 30.0\ \mathrm{N}$$

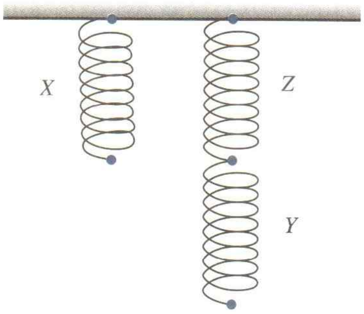
$$N + F_2 - W_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W_2 - F_2 = 60.0\ \mathrm{N} - 30.0\ \mathrm{N} = 30.0\ \mathrm{N}$$

7. 용수철 상수 k인 용수철을 같은 길이가 되도록 두 개로 잘랐다. 잘라진 반 쪽 용수철의 용수철 상수는 얼마인가?

$$F = kx \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F}{x} \qquad\qquad k' = \frac{F}{x/2} = 2\frac{F}{x} = 2k$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

8. 동일한 스프링 X, Y, Z가 그림과 같이 매달려 있다. $3.00\,\mathrm{kg}$의 물체를 스프링 X에 매달면 물체는 $4.00\,\mathrm{cm}$만큼 내려온다. 스프링 Y에 $6.00\,\mathrm{kg}$의 물체를 매달면 물체가 내려오는 길이는 얼마가 되겠는가?



$$\left(F' = 2F, \quad k' = \frac{k}{2} \right)$$

$$F = kx \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{F}{k}$$

$$F' = k'x' \qquad \Rightarrow \qquad x' = \frac{F'}{k'} = \frac{2F}{k/2} = 4\frac{F}{k} = 4x = 4 \times 4.00\ \mathrm{cm} = 16.0\ \mathrm{cm}$$

9. 기계식으로 된 컴퓨터 자판을 입력하고 있다. 각 자판 키 내부에는 용수철상수 k의 스프링이 설치되어 있고, 자판 키는 길이 L만큼 눌러지게 설계되어 있다.
(단, 자판 키의 질량은 무시하며, 용수철은 평형상태로 설치되어 있다고 하자.)
(가) 손가락으로 자판 키 하나를 눌렀을 때, 한 일은 얼마인가?

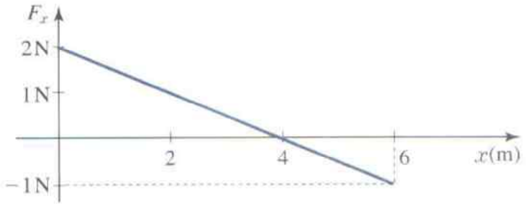
$$W = -W_s = \Delta U = \frac{1}{2}kL^2$$

(나) 10.0초 동안 키를 300번 눌렀다. 이때 평균일률을 구하여라.

$$< P > = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}kL^2 \times 300}{10.0\,s} = 15.0\,kL^2$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

10. **다음 그래프는 일직선상을 운동하는 질량이** $1.00\ \mathrm{kg}$**인 물체에 가해진 힘** F_x**를 물체의 위치** x**의 함수로 나타낸 것이다.**



(가) 물체가 $x=0$**에서** $x=6.00\ \mathrm{m}$**까지 움직였을 때, 힘** F_x**가 한 일은?**

$$F_x(x) = -\frac{1}{2}x+2$$

$$\begin{aligned} W = \int F_x(x)dx &= \int\left(-\frac{1}{2}x+2\right)dx \\ &= \left[-\frac{1}{4}x^2+2x\right]_0^{6.00} \\ &= (-9.00+12.00)-0 \\ &= 3.00\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \\ &= 3.00\ J \end{aligned}$$

(나) $x=0$**에서 물체가 정지해 있었다면,** $x=6.00\ \mathrm{m}$**에서 물체의 속도** v_x**는?**

$$W = K = \frac{1}{2}mv^2 = 3.00\ \mathrm{J}$$

$$\Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2\times 3.00\ \mathrm{J}}{m}} = \sqrt{\frac{6.00\ \mathrm{J}}{1.00\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{6.00\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{1.00\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{6}\ \mathrm{m/s}$$

11. $3.00\ \mathrm{kg}$**의 물체에 어떤 힘을 가했더니 시간에 따른 위치의 변화가** $x=3t-4t^2+t^3$ **으로 주어졌다. 여기서** x**의 단위는** m**이고,** t**의 단위는** s**이다. 처음** 4.00**초 동안에(즉,** $t=0\ \mathrm{s}$ **에서** $t=4\ \mathrm{s}$**까지) 그 힘이 한 일을 구하여라.**

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = 3-8t+3t^2$$

$t=0\ \mathrm{s}$ 일 때, $v_{x0} = v_x(t=0\ \mathrm{s}) = 3\ \mathrm{m/s}$

$t=4\ \mathrm{s}$ 일 때, $v_x = v_x(t=4\ \mathrm{s}) = 3-8\times 4+3\times(4)^2 = 19\ \mathrm{m/s}$

$$\begin{aligned} W = \Delta K = K-K_0 &= \frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_{x0}^2 \\ &= \frac{1}{2}\times 3.00\ \mathrm{kg}\times(19\ \mathrm{m/s})^2 - \frac{1}{2}\times 3.00\ \mathrm{kg}\times(3\ \mathrm{m/s})^2 \\ &= 541.5\ \mathrm{J} - 13.5\ \mathrm{J} \\ &= 528\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = -8 + 6t \qquad \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^2$$

$$W = \int_0^4 F_x dx = \int_0^4 m a_x dx = m\int_0^4 (-8+6t)dx = m\int_0^4 (-8+6t)(3-8t+3t^2)dt$$

$$= m\int_0^4 (-24+82t-72t^2+18t^3)dt$$

$$= (3.00\ \mathrm{kg}) \times \left[-24t+41t^2-24t^3+\frac{9}{2}t^4\right]_0^4$$

$$= (3.00\ \mathrm{kg}) \times (-96+656-1536+1152)$$

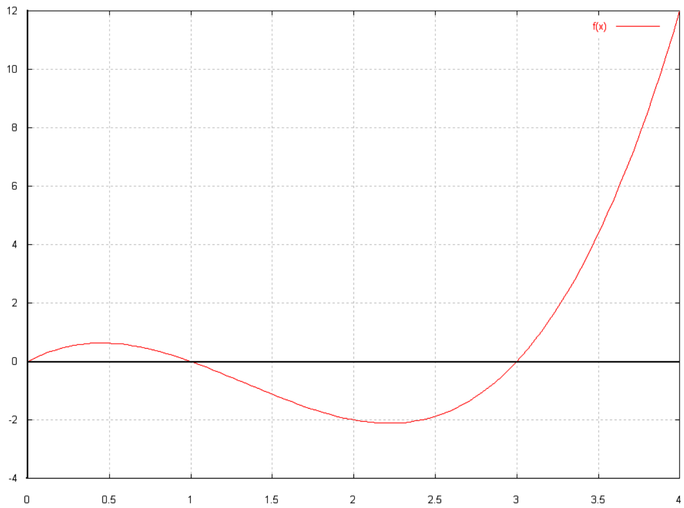
$$= (3.00\ \mathrm{kg}) \times 176\ \mathrm{m^2/s^2}$$

$$= 528\ \mathrm{kg \cdot m^2/s^2}$$

$$= 528\ \mathrm{J}$$

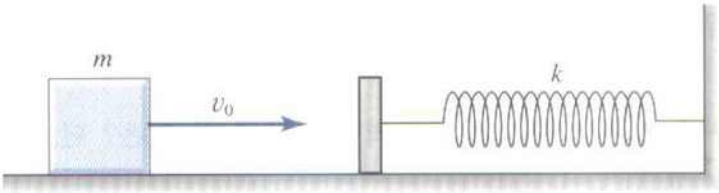
$$\overline{F}_x = m\overline{a}_x = m\frac{\Delta v_x}{\Delta t} = 3\ \mathrm{kg} \times \frac{19\ \mathrm{m/s} - 3\ \mathrm{m/s}}{4\ \mathrm{s}} = 3\ \mathrm{kg} \times 4\ \mathrm{m/s^2} = 12\ \mathrm{N}$$

$$W = \overline{F}_x \cdot d = \overline{F}_x d\cos 0^\circ = \overline{F}_x d = 12\ \mathrm{N} \times d = 528\ \mathrm{J} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{528\ \mathrm{J}}{12\ \mathrm{N}} = 44\ \mathrm{m}$$



대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

12. 질량이 m이며 속력이 v_0인 물체가 마찰이 없는 표면에서 미끄러지다가 용수철 상수가 k인 용수철에 부딪쳤다. 운동하던 물체에 의한 용수철의 최대 수축거리를 구하여라.



$$\Delta K = -\frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \Delta U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad x = \sqrt{\frac{mv_0^2}{k}} = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v_0$$

13. 코르크를 발사하는 장난감 총의 용수철이 $5.00\ \mathrm{cm}$ 압축되었다가 균형점을 지나 $1.00\ \mathrm{cm}$ 가 더 늘어났을 때 코르크는 용수철에서 이탈하였다. 발사된 코르크의 속력은? (단, 코르크의 질량은 $1.00\ \mathrm{g}$, 용수철 상수는 $10.0\ \mathrm{N/m}$이고 용수철의 질량은 무시한다.)

$$m = 1.00\ \mathrm{g} = 0.001\ \mathrm{kg}, \qquad k = 10.0\ \mathrm{N/m}$$

$$\Delta U_s = -\int_{-0.05\ \mathrm{m}}^{+0.01\ \mathrm{m}} F dx = -\int_{-0.05\ \mathrm{m}}^{+0.01\ \mathrm{m}} (-kx)\,dx = k\int_{-0.05\ \mathrm{m}}^{+0.01\ \mathrm{m}} x\,dx = \frac{1}{2}k[x^2]_{-0.05\ \mathrm{m}}^{+0.01\ \mathrm{m}}$$

$$= \frac{1}{2}k(+0.01\ \mathrm{m})^2 - \frac{1}{2}k(-0.05\ \mathrm{m})^2$$

$$= \frac{1}{2}\times 10.0\ \mathrm{N/m}\times(+0.01\ \mathrm{m})^2 - \frac{1}{2}\times 10.0\ \mathrm{N/m}\times(-0.05\ \mathrm{m})^2$$

$$= 0.0005\ \mathrm{N\cdot m} - 0.0125\ \mathrm{N\cdot m}$$

$$= 0.0005\ \mathrm{J} - 0.0125\ \mathrm{J}$$

$$= -0.012\ \mathrm{J}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta K = -\Delta U = -(-0.012\ \mathrm{J}) = 0.012\ \mathrm{J}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0.012\ \mathrm{J} \qquad (\ v_0 = 0\ )$$

$$\Rightarrow \qquad \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 = 0.012\ \mathrm{J}$$

$$\Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2\times 0.012\ \mathrm{J}}{0.001\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{24}\ \mathrm{m/s} = 2\sqrt{6}\ \mathrm{m/s}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

14. x축을 따라 움직이는 질량이 m인 물체에 거리에 따라 변하는 힘 $F = -ax^2$이 x축 방향으로 작용할 때 다음을 구하여라.

(가) 물체의 위치 $x = x_1$에서의 속도가 v_1일 때 $x = x_2$에서의 속도를 주어진 변수들로 나타내어라.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot \vec{dx} = \int_{x_1}^{x_2} F\ dx\ \cos 0^\circ = \int_{x_1}^{x_2} F\ dx = \int_{x_1}^{x_2} (-ax^2) dx = -a \int_{x_1}^{x_2} x^2\ dx$$

$$= -a\left[\frac{1}{3}x^3\right]_{x_1}^{x_2} = -\frac{a}{3}\left(x_2^3 - x_1^3\right)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = W$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = -\frac{a}{3}\left(x_2^3 - x_1^3\right) \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2a}{3m}\left(x_2^3 - x_1^3\right)}$$

(나) 물체의 위치 $x = 0\ \mathrm{m}$에서의 운동에너지가 $22.3\ \mathrm{J}$이고 $x = 3\ \mathrm{m}$에서의 운동에너지가 $5\ \mathrm{J}$일 때 a를 구하여라.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = -\frac{a}{3}\left(x_2^3 - x_1^3\right)$$

$$\Rightarrow \quad -17.3\ \mathrm{J} = 5\ \mathrm{J} - 22.3\ \mathrm{J} = -\frac{a}{3}\left((3\ \mathrm{m})^3 - (0\ \mathrm{m})^3\right) = -9a$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{17.3}{9}\ \mathrm{N/m^2} \approx 1.92\ \mathrm{N/m^2}$$

15. 고무줄 총을 만들어 발사한다. 고무줄의 용수철상수는 $k = 50.0\ \mathrm{N/m}$이고, 질량은 $1.00\ \mathrm{g}$ $(= 0.001\ \mathrm{kg})$이다. 고무줄을 $10.0\ \mathrm{cm}$ 늘린 후, 수직 위로 발사할 경우 얼마나 높이 올라가겠는가?

$$U_g = mgh = \frac{1}{2}kx^2 = U_s \quad \Rightarrow \quad h = \frac{kx^2}{2gm} = \frac{50.0\ \mathrm{N/m} \times (0.1\ \mathrm{m})^2}{2 \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times 0.001\ \mathrm{kg}} \approx 25.51\ \mathrm{m}$$

16. 질량이 $3.00\ \mathrm{kg}$인 물체를 $t = 0$초일 때 건물 꼭대기에서 떨어뜨릴 때 초기속도가 $\vec{v}_0 = 21.0\hat{i} + 14.0\hat{j}\ \mathrm{m/s}$이다. $t = 0$초와 $t = 4$초 사이에서의 위치에너지 변화량을 구하여라. (단, 공기저항은 무시하고 중력가속도는 $g = 10.0\ \mathrm{m/s^2}$로 가정하라.)

$$\Delta U_g = mg\Delta y = mg(y - y_0) = mg\left(v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2\right) \qquad v_{y0} = 14.0\ \mathrm{m/s}$$

$$= (3.00\ \mathrm{kg}) \times (10.0\ \mathrm{m/s^2}) \times \left\{(14.0\ \mathrm{m/s^2}) \times (4\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2} \times (10.0\ \mathrm{m/s^2}) \times (4\ \mathrm{s})^2\right\}$$

$$= -7.20 \times 10^2\ \mathrm{J}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

17. 높은 곳에서 떨어지는 물체는 가속도운동을 하므로 매우 위험하다.
아래 물음에 답하여라. (공기저항은 무시한다.)
(가) 물풍선 $1.00\ \mathrm{kg}$이 높이 $40.0\ \mathrm{m}$에서 떨어질 때, 지면에 닿기 전에 운동에너지와 속도를 구하여라.

$$U_g = mgh = 1.00\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times 40.0\ \mathrm{m} = 392\ \mathrm{J}$$

$$U_g = K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2U_g}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 392\ \mathrm{J}}{1.00\ \mathrm{kg}}} = 28.0\ \mathrm{m/s}$$

(나) 물풍선 $2.00\ \mathrm{kg}$이 (가)과 같은 높이에서 떨어졌을 때, 운동에너지와 속도를 구하여 비교하여라.

$$U_g = mgh = 2.00\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times 40.0\ \mathrm{m} = 784\ \mathrm{J}$$

$$U_g = K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2U_g}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 784\ \mathrm{J}}{2.00\ \mathrm{kg}}} = 28.0\ \mathrm{m/s}$$

(다) 위에서 구한 물풍선의 속도와 $100\ \mathrm{km/h}$를 비교하여라.

$$100\ \mathrm{km/h} = 100000\ \mathrm{m/h} \times \left(\frac{1\ \mathrm{h}}{3600\ \mathrm{s}}\right) \approx 27.8\ \mathrm{m/s} \quad < \quad 28.0\ \mathrm{m/s}$$

18. 지면과 30° 각을 이룬 경사면 위에 질량이 무시되는 용수철이 놓여 있다. 이 용수철의 용수철 상수는 $1{,}960\ \mathrm{N/m}$이다. 이 용수철은 $0.20\ \mathrm{m}$압축된 상태에 있으며, 그 끝에는 질량 $2.00\,kg$인 물체가 놓여 있다. 압축된 용수철을 놓으면 물체는 경사면을 따라 얼마나 높이 올라가겠는가? (물체와 경사면 사이의 마찰은 무시한다.)

$$\Delta U_s = -\int_x^0 F\ dx = -\int_x^0 (-kx)\ dx = k\int_x^0 x\,dx = \frac{1}{2}k[x^2]_x^0 = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$\Delta U_g = -\int_0^h F dy = -\int_0^h (-mg)\,dy = mg\int_0^h dy = mg[y]_0^h = mgh$$

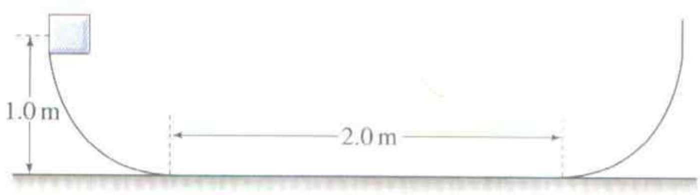
$$\begin{aligned}
\Delta K = -\Delta U_s - \Delta U_g &= 0 \\
\frac{1}{2}kx^2 - mgh &= 0 \\
mgh &= \frac{1}{2}kx^2
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{1{,}960\ \mathrm{N/m} \times (0.20\ \mathrm{m})^2}{2 \times 2.00\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2}} = 2.00\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{h}{\sin\theta} = \frac{2.00\ \mathrm{m}}{1/2} = 4.00\ \mathrm{m}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

19. 양 끝에 경사진 부분을 가진 그릇이 있다. 이 그릇의 한쪽 면 높이 $1.00\ \mathrm{m}$인 곳에 물체가 하나 있다. 그릇의 바닥면의 길이는 $2.00\ \mathrm{m}$이고 마찰계수가 0.20이며, 경사면에서는 마찰이 없다. 이 물체를 놓으면, 미끄러진 물체는 결국 어디에서 멈추겠는가?



$$\Delta U_g = -\int_h^0 F dy = -\int_h^0 (-mg)\, dy = mg\int_h^0 dy = mg[y]_h^0 = -mgh$$

$$W_f = \int_0^d (-f_k)\, ds = \int_0^d (-\mu_k mg)\, ds = -\mu_k mg[s]_0^d = -\mu_k mgd \qquad (f_k = \mu_k N = \mu_k mg)$$

$$\Delta K = -\Delta U_g + W_f = 0$$
$$mgh - \mu_k mgd = 0$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{mgh}{\mu_k mg} = \frac{h}{\mu_k} = \frac{1.00\ \mathrm{m}}{0.20} = 5.00\ \mathrm{m}$$
$$= 2.00\ \mathrm{m} + 2.00\ \mathrm{m} + 1.00\ \mathrm{m}$$

바닥면의 중앙에서 멈춘다.

20. 높이가 H인 곳에서 자유낙하 시킨 질량이 m인 물체가 있다. 임의의 높이 h인 곳에서 이 물체의 속도를 구하고 그 결과를 이용하여 그 높이에서의 운동에너지를 구하여라. 이 경우 역학적 에너지는 높이 h에 상관없이 항상 일정함을 보여라.

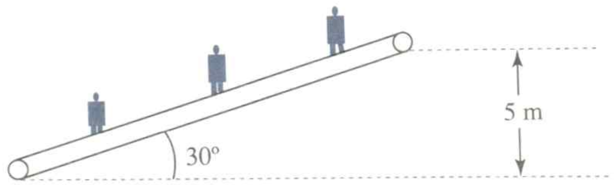
$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$$
$$v^2 = 0 - 2g(h - H)$$
$$v^2 = 2g(H - h) \qquad \Rightarrow \qquad v = -\sqrt{2g(H-h)} \quad (\text{아랫방향})$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m2g(H-h) = mg(H-h)$$

$$mgH + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$
$$mgH + 0 = mgh + mg(H-h)$$
$$mgH = mgh + mgH - mgh$$
$$mgH = mgH$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

21. 아래 그림 같이 1분 동안 체중이 $60.0\ \mathrm{kg}$인 사람 20명이 에스컬레이터를 타고 1층에서 2층으로 올라간다. 에스컬레이터가 설치된 각도는 30° 이고 1층에서 2층까지의 높이가 $5.00\ \mathrm{m}$라면 에스컬레이터가 한 일률은 얼마인가? (단, 중력가속도는 $g = 10.0\ \mathrm{m/s^2}$이다.)



$\Delta t = 1\ \mathrm{min} = 60\ \mathrm{s}, \quad \theta = 30^\circ, \quad h = 5\ \mathrm{m}$

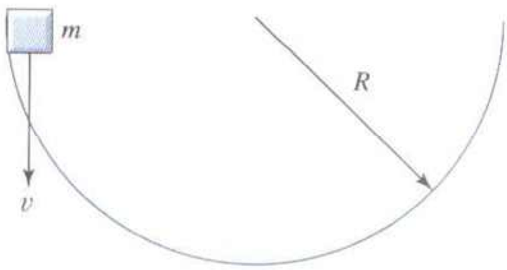
$m = 60.0\ \mathrm{kg}, \quad M = 20 \times m = 20 \times 60.0\ \mathrm{kg} = 1200\ \mathrm{kg}$

$$\Delta W = \overrightarrow{F_d} \cdot \vec{d} = F_d\ d\cos\phi = (Mg\sin\theta)\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)\cos\phi = Mgh\cos 0^\circ = Mgh$$
$$= 1200\ \mathrm{kg} \times 10.0\ \mathrm{m/s^2} \times 5\ \mathrm{m} = 60000\ \mathrm{kg \cdot m/s^2} = 60000\ \mathrm{J}$$

$$< P > = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{60000\ \mathrm{J}}{60\ \mathrm{s}} = 1000\ \mathrm{J/s} = 1000\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{kW}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (5장) - by 송현석

22. 그림과 같이 반지름이 R인 반구 모양의 그릇에 질량이 m인 물체가 그릇의 한쪽 면 끝쪽에서 v의 속력으로 입사하여, 그릇의 안쪽 면을 따라 미끄러진다.



(가) 물체와 그릇 면 사이에 마찰이 없을 때, 그릇 바닥에서 물체의 속력은?

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgR = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \Rightarrow \quad v' = \sqrt{v^2 + 2gR}$$

(나) 물체와 그릇 면 사이에 마찰이 있는 경우, 물체는 그릇 바닥을 중심으로 진동하다가 정지한다. 정지할 때 까지 중력이 물체에 한 일은?

$$W_g = -\Delta U = -(-mgR) = mgR$$

(다) (나)의 경우에, 정지할 때 까지 그릇 면이 물체에 미치는 수직항력(법선력)이 물체에 한 일은?

수직항력은 어느 지점에서나 물체의 이동방향과 항상 수직이므로 $W_N = 0$

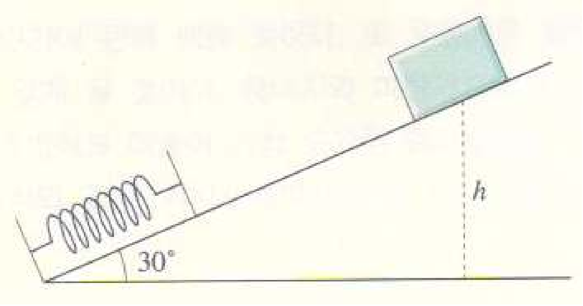
(라) (나)의 경우에, 정지할 때 까지 마찰력이 물체에 한 일은? 단, 물체와 그릇 면 사이의 마찰계수는 μ_k이다.

$$W = W_g + W_N + W_f = \Delta K$$

$$mgR + 0 + W_f = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad W_f = -\frac{1}{2}mv^2 - mgR$$

23. 그림과 같이 지면과 30° 각도를 갖는 비탈면의 바닥에 용수철 상수 k인 용수철이 놓여 있다. 이제 지면으로부터 수직거리 h인 비탈면상의 지점에서 벽돌을 가만히 놓는다. 비탈면과 벽돌 사이의 마찰계수는 μ_k이고, 용수철의 길이는 매우 작으며, k는 충분히 크다고 가정하자.



(가) 벽돌이 제일 아래에 도달할 때 까지 수직항력이 한 일은 얼마인가?

수직항력은 어느 지점에서나 물체의 이동방향과 항상 수직이므로 $W_N = 0$

(나) 벽돌이 용수철과 부딪친 후 다시 오르는 최고 수직거리는 얼마인가?

$$N = mg\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

$$f_k = \mu_k N = \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_k mg$$

$$D = d + d' = \frac{h}{\sin 30^\circ} + \frac{h'}{\sin 30^\circ} = \frac{h}{1/2} + \frac{h'}{1/2} = 2(h + h')$$

$$W_f = -f_k D = -\frac{\sqrt{3}}{2}\mu_k mg \times 2(h+h') = -\sqrt{3}\mu_k mg(h+h')$$

$$W_g = -\Delta U = -(mgh' - mgh) = mg(h - h')$$

$$W_N = 0$$

$$\Delta K = K' - K = 0$$

$$\Delta K = W = W_f + W_g + W_N = -\Delta U + W_{nc} = 0$$

$$-\Delta U + W_f + W_N = 0$$

$$mg(h-h') - \sqrt{3}\mu_k mg(h+h') + 0 = 0$$

$$mg(h-h') - \sqrt{3}\mu_k mg(h+h') = 0$$

$$(h-h') - \sqrt{3}\mu_k(h+h') = 0$$

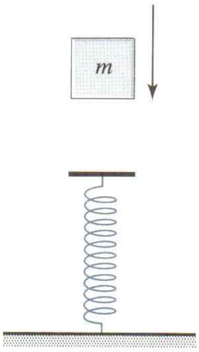
$$h - h' - \sqrt{3}\mu_k h - \sqrt{3}\mu_k h' = 0$$

$$-(1+\sqrt{3}\mu_k)h' + (1-\sqrt{3}\mu_k)h = 0$$

$$(1+\sqrt{3}\mu_k)h' = (1-\sqrt{3}\mu_k)h$$

$$h' = \frac{(1-\sqrt{3}\mu_k)}{(1+\sqrt{3}\mu_k)}h$$

24. 그림과 같이 질량이 m인 물체가 용수철 상수가 k인 용수철에 수직으로 떨어진다. 이 물체가 순간적으로 정지할 때까지 용수철은 길이 x만큼 수축하였다. 이 물체가 용수철을 치기 직전 물체의 속력은 얼마이겠는가? (단, 중력가속도는 g이고 용수철의 질량은 무시한다.)



압축되지 않은 용수철의 위쪽 받침의 높이를 기준으로 삼아 $h = 0m$라고 하자.
처음 질량이 m인 물체의 높이를 h라고 하면 물체의 에너지는 $U_g = mgh$이다.

물체가 떨어져 용수철의 위쪽 받침과 접촉하는 순간 물체의 속력을 v라 하자.
물체가 떨어져 용수철의 위쪽 받침과 접촉하는 순간 물체의 에너지는 $K = \frac{1}{2}mv^2$이다.

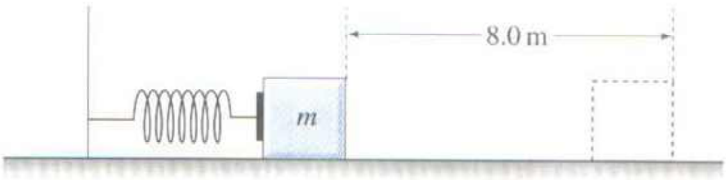
용수철이 길이 x만큼 수축하여 순간적으로 정지하는 순간 물체의 에너지는
$U_s + U_g{}' = \frac{1}{2}kx^2 - mgx$이다.

역학적 에너지 보존 법칙에 따라 다음이 성립한다.

$$U_g = K = U_s + U_g{}' \quad \Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 - mgx$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2gx}$$

25. 용수철 상수가 $120\ \mathrm{N/m}$인 압축된 용수철의 끝에 질량이 $3.0\ \mathrm{kg}$인 물체가 놓여 있다. 용수철을 압축하던 힘을 없애자 물체는 $8.0\ \mathrm{m}$ 미끄러진 후 정지하였다. 물체는 용수철과 분리되었고, 물체와 바닥면의 마찰계수는 0.2 이라 한다. 용수철이 압축되었던 길이는 얼마인가?



$\Delta K = 0 - 0 = 0$ 처음과 나중 둘 다 정지상태

$$\Delta U_s = -\int_x^0 F\,dx = -\int_x^0 (-kx)\,dx = k\int_x^0 x\,dx = \frac{1}{2}k[x^2]_x^0 = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W_f = \int(-f_k)\,ds = \int(-\mu_k mg)\,ds = -\mu_k mg[s]_0^d = -\mu_k mgd \qquad (f_k = \mu_k N = \mu_k mg)$$

$$\Delta K = -\Delta U_s + W_f$$

$$0 = \frac{1}{2}kx^2 - \mu_k mgd \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{2\mu_k mgd}{k}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times 0.2\times 3.0\ \mathrm{kg}\times 9.8\ \mathrm{m/s^2}\times 8.0\ \mathrm{m}}{120\ \mathrm{N/m}}} \approx 0.885\ \mathrm{m}$$