제 20 장 연습 문제 풀이 (2)

1, 2, 4, 11, 12, 13, 20

(5*,6*)절 심화과정 해당문제 14, 15, 16, 17, 18 의 풀이는 생략)

혹시 풀이에 잘못된 곳이 발견되면 카톡이나 문자 메일로 연락해 주면 좋겠습니다.

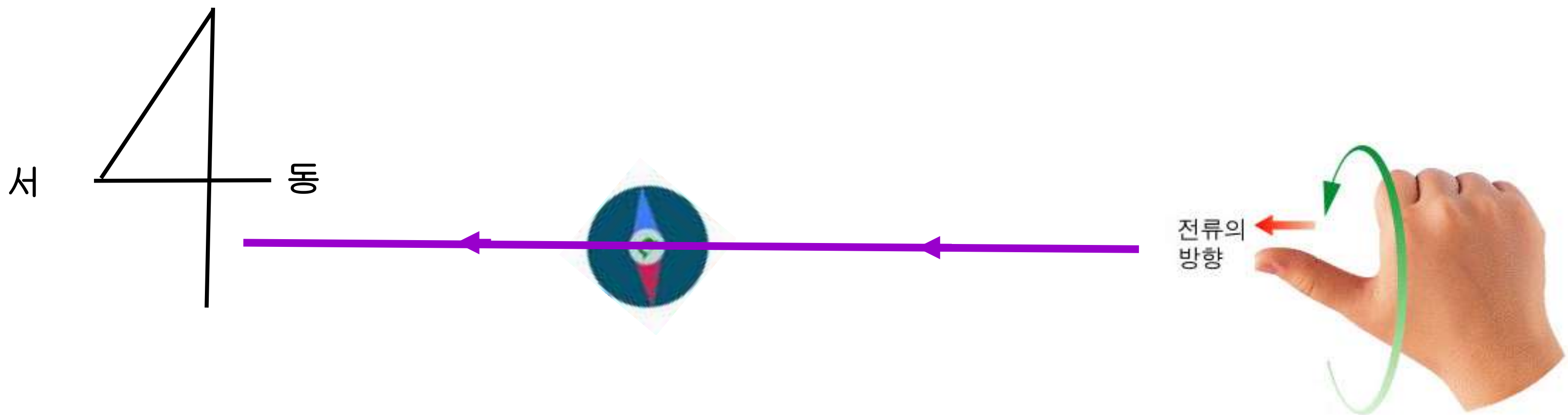
010-3188-2909 marzini@inha.ac.kr

20-1 비오 사바르 법칙

연습 20-1. 동쪽에서 서쪽으로 큰 전류가 흐르는 도선 아래에 나침반을 갖다 놓았다. 나침반 바늘의 N 극은 동서 남북 중 어느 방향을 가리키겠는가?

풀이

오른손 법칙으로 자기장의 방향을 구한다,

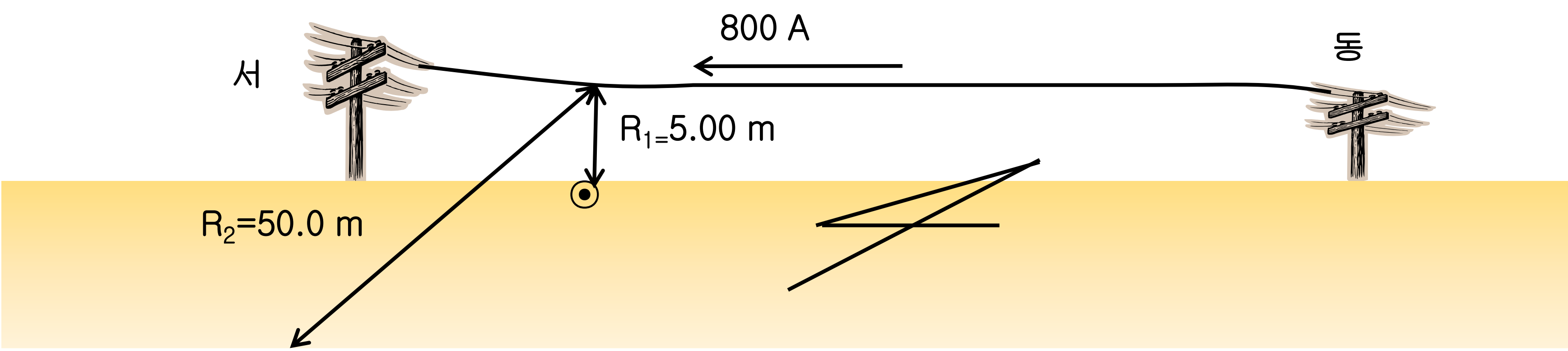


직선 도선에 전류 I 가 흐르면 그 주위로 자기장이 생긴다. 그림과 같이 오른손의 엄지 손가락이 전류의 방향이라면 나머지 손가락이 감는 방향이 자기장의 방향이다. 따라서 도선 아래에 놓인 나침반은 직각 방향인 남쪽을 가리키게 된다.

20-1 비오 사바르 법칙

연습 20-2. 한 사람이 지상으로 부터 높이 5.00 m 위에 동쪽에서 서쪽으로 수평방향으로 놓인 송전선 아래에서 나침반을 보고 있다. 송전선에 흐르는 전류가 800A 라고 할 때 송전선의 바로 아래 땅 위에서의 자기장의 크기와 방향을 구하여라. 만약 송전선에서 50.0 m 떨어진 곳에서 나침반을 본다고 하고, 지구의 자기장의 크기가 0.500 x 10^{-4} T 라고 할 때 송전선에 의한 자기장이 얼마나 영향을 미치는가?

풀이 직선도선에 전류가 흐를 때 도선에 수직한 방향의 거리 R 위치에서 자기장의 크기는 $\boxed{B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R}}$ $\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} wb/A \cdot m\right)$ 임을 이용한다.



송전선의 바로 아래 (5m) $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R} = \dfrac{4\pi \times 10^{-7} wb/A \cdot m \times 800A}{2\pi (5.00m)} = 0.32 \times 10^{-4} T$(방향:남쪽)

송전선에서 50m 떨어진 지점 $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R} = \dfrac{4\pi \times 10^{-7} wb/A \cdot m \times 800A}{2\pi (50.0m)} = 0.32 \times 10^{-5} T$(방향:남쪽)

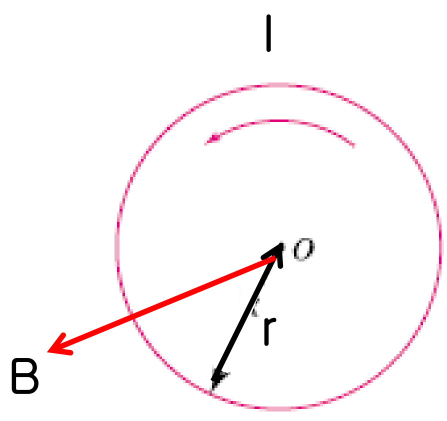
송전선으로 부터 50m 떨어진 지점의 송전선에 의한 자기장은 5.0 m 위치에 비해 1/10 배로 작아진다. 또한 50m 위치에서 송전선의 자기장의 크기는 지구 자기장의 크기에 비해 0.064 배이므로 송전선에 의한 자기장 영향은 무시할 수 있다. 따라서 송전선에서 50m 떨어진 위치의 지구 자기장은 송전선에 의한 자기장의 영향을 거의 받지 않는다.

20-1 비오 사바르 법칙

연습 20-4. 수소 원자의 모형에 따르면 전하량이 e 인 전자가 원자핵 주위를 반지름 r 과 주기 T 로 원운동을 한다. 이 때 전자의 운동으로 인해 수소 원자의 중심에 생성되는 자기장의 크기를 구하여라.

풀이

전자가 한 주기당 원자핵 주위를 반지름 r 만큼 떨어져서 회전하므로 전자에 의해 형성된 전류(단위시간당 전하량)는



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e}{T}$$

이 되고 중심에서의 자기장은

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0}{2r}\left(\frac{e}{T}\right) = \frac{\mu_0 e}{2rT}$$

이다.

20-3 암페어의 법칙

연습 20-11. 구름과 땅 사이에 수직으로 벼락이 칠 때 순간적으로 1.00 X 10^4 A 의 전류가 흐른다고 한다. 벼락으로 부터 100.0 m 떨어진 산 위에서 벼락에 의해 순간적으로 형성된 자기장의 크기를 계산하라.

풀이

직선도선에 전류가 흐를 때 도선에 수직한 방향의 거리 R 위치에서 자기장의 크기는 $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$ $\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} wb/A\cdot m\right)$ 임을 이용한다.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} wb/A\cdot m \times 1.00 \times 10^4 A}{2\pi(100.0m)} = 2.00 \times 10^{-5} T$$

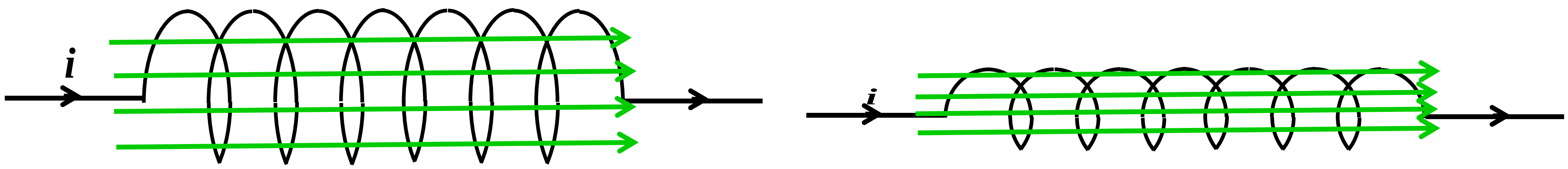
20-4 솔레노이드와 토로이드

연습 20-12. 두 개의 솔레노이드 A 와 B에는 같은 양의 전류가 흐르고 단위길이당 감긴 도선의 수도 같다. 하지만 솔레노이드 A 의 단면적은 B 에 비해 두 배 크다. 솔레노이드 A 와 B 안쪽의 자기장의 크기는?

풀이

솔레노이드의 자기장은 단위길이당 감은 횟수에는 비례하지만 단면적의 크기에는 무관하다.

솔레노이드의 자기장 : $\boxed{B = \mu_0 n i}$



$$B_A = B_B = \mu_0 n i$$

따라서 전류와 단위길이당 감긴 횟수가 같은 두 솔레노이드의 안쪽 자기장의 크기는 같다.

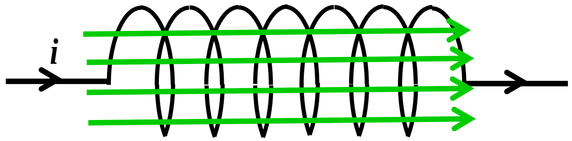
20-4 솔레노이드와 토로이드

연습 20-13. 솔레노이드의 중심에서 자기장의 크기가 0.150 T 가 되도록 제작하려 한다. 반지름이 3.00 cm 이고 길이가 50.0 cm 인 원형 튜브에 전선을 감아 만든다고 하고, 전선에 흐를 수 있는 최대 전류가 10.0 A 라고 한다면 단위 길이당 감긴 수가 최소 얼마여야 하는가? 전선의 길이는 최소 얼마여야 하는가?

풀이

솔레노이드의 자기장은 단위길이당 감은 횟수에는 비례하지만 단면적의 크기에는 무관하다.

솔레노이드의 자기장 : $\boxed{B = \mu_0 n i}$



(a) 단위길이당 감긴 최소 횟수:

$$B = \mu_0 n i \Rightarrow n_{\min} = \frac{B}{\mu_0 i_{\max}} = \frac{0.150T}{\left(4\pi \times 10^{-7} Tm/A\right)\left(10.0A\right)} = 11900/m$$

(b) 전선의 길이: $N = nL = \left(11900/m\right) \times 0.500(m) = 5950(turns)$

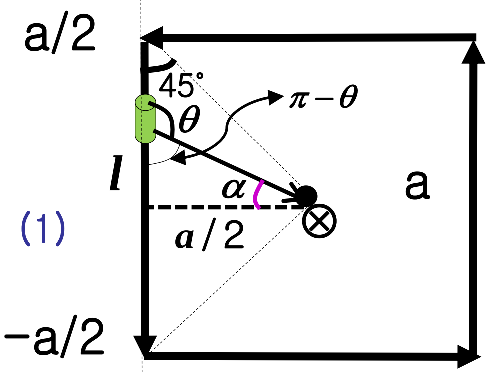
$$L = 2\pi RN = 2\pi\left(3.00 \times 10^{-2} m\right)\left(5950\right) = 1121(m)$$

발전문제

연습 20-20. 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 도선에 전류 I 가 흐르고 있다. 이 때 정사각형 도선 중심에서 자기장의 크기를 구하여라.

풀이 한 변에 해당하는 유한한 길이의 (1) 도선에서 수직으로 a/2 위치 떨어진 곳에서의 자기장은 Bio -Savart 의 법칙에 의하여 구할 수 있다. (교과서 식(20. 8) 참조) 여기서는 무한 도선이 아닌 a 길이만큼 적분하면 된다. 이 때 θ 는 −45° ≤ α ≤ 45° 가 된다.)

$$dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\,dl\sin(180^\circ-\theta)}{r^2} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\,dl\sin\theta}{r^2} \qquad B_1 = \int dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\frac{i\,dl\sin\theta}{r^2} \quad \left(\sin\theta = \frac{a}{2r}\right)$$



$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-a/2}^{+a/2}\frac{l\,dl}{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+l^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\cos\alpha\,d\alpha = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi a}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{\mu_0 i}{\sqrt{2}\pi a}$$

(적분을 풀때 $l = \left(\frac{a}{2}\right)\tan\alpha,\quad dl = \left(\frac{a}{2}\right)\sec^2\alpha\ d\alpha$ 로 치환하여 푼다.) $\begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow l = \frac{a}{2} \\ \alpha = -\frac{\pi}{4} \rightarrow l = -\frac{a}{2} \end{cases}$

이다.

정사각형 중심에서의 자기장은 4 개의 도선에 의해 중첩되므로 그 크기는

$$B = 4B_1 = \frac{\mu_0 i}{\sqrt{2}\pi a}\times 4 = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}$$

이며 자기장의 방향은 지면에서 나오는 방향이다.