대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

1. (가) 등속도운동과 (나) 등가속도운동에 대해서, 시간이 흐름에 따라 어떤 물리량이 일정한지, 무엇이 어떻게 변하는지 설명하여라.

2. $100\ \mathrm{km/h}$**로 등속직선운동 하는 물체의 속도를 단위** $\mathrm{m/s}$**로 나타내고, 이 물체가** 5**초 동안 이동한 거리를 구하여라.**

$$100\ \mathrm{km/h} \times \frac{1\ \mathrm{h}}{3600\ \mathrm{s}} \approx 27.8\ \mathrm{m/s}$$

$$x = x_0 + vt \quad \Rightarrow \quad \Delta x = x - x_0 = vt \approx 27.8\ \mathrm{m/s} \times 5\ \mathrm{s} \approx 139\ \mathrm{m}$$

3. 속도 $10.0\ \mathrm{m/s}$**로 운동하던 물체를** 100**초 동안 등가속시켜, 진행하던 방향으로 속도가** $50.0\ \mathrm{m/s}$**가 되었다. 이 시간 동안 물체의 평균속도와 평균가속도를 구하여라.**

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{50.0\ \mathrm{m/s} - 10.0\ \mathrm{m/s}}{100\ \mathrm{s}} = \frac{40.0\ \mathrm{m/s}}{100\ \mathrm{s}} = 0.4\ \mathrm{m/s^2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(50.0\ \mathrm{m/s})^2 - (10.0\ \mathrm{m/s})^2}{2 \times (0.4\ \mathrm{m/s^2})} = 3000\ \mathrm{m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t} = \frac{3000\ \mathrm{m} - 0\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{s}} = \frac{3000\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{s}} = 30.0\ \mathrm{m/s}$$

4. 일직선으로 나 있는 고속도로를 주행하는 자동차를 생각하자. 운전자가 무리 없이 자동차를 세우기 위한 최대 감속도는 $50{,}000\ \mathrm{km/h^2}$ **라고 가정하자. 운전자가** $100\ \mathrm{km/h}$ **로 달리다가 앞의 장애물을 발견하고 자동차를 세울 때, 감속을 시작한 후 자동차의 최소 주행거리는 얼마인가? 이 거리가 고속도로 주행 시 앞서 가는 차와의 차간거리가 되어야 하는가?**

$$a = -50{,}000\ \mathrm{km/h^2}\ , \qquad v_0 = 100\ \mathrm{km/h}\ , \qquad v = 0\ \mathrm{km/h}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-(100\ \mathrm{km/h})^2}{2 \times (-50{,}000\ \mathrm{km/h^2})} = 0.1\,\mathrm{km} = 100\ \mathrm{m}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

5. 고층 아파트에 사는 영희와 순희는 창문을 통하여 영철이가 지면에 던진 공이 올라가는 것과 다시 내려가는 것을 보았다. 영희는 2.00초 간격으로, 순희는 4.00초 간격으로 공이 올라갔다 내려가는 것을 보았다. 영희와 순희의 집은 수직으로 얼마나 떨어져 있는가?

$T_{영희} = 2.00\ \mathrm{s} \qquad T_{순희} = 4.00\ \mathrm{s}$

올라갈 때와 내려올 때 걸리는 시간은 동일하므로, 최고점으로부터

영희는 $t_{영희} = \frac{1}{2}T_{영희} = \frac{1}{2}\times 2.00\ \mathrm{s} = 1.00\ \mathrm{s}$

순희는 $t_{순희} = \frac{1}{2}T_{순희} = \frac{1}{2}\times 4.00\ \mathrm{s} = 2.00\ \mathrm{s}$

동안 공이 자유 낙하한 높이에 살고 있다고 판단할 수 있다.

자유 낙하시 최고점의 높이 $y_0 = 0$ 으로 하고, y 방향의 초기속도 $v_{0y} = 0$ 이므로

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \Rightarrow \qquad y = 0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2$

영희의 경우 $t = 1.00\ \mathrm{s}$ 이므로 $y_{영희} = -\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\times(9.8\ \mathrm{m/s^2})\times(1.00\ \mathrm{s})^2 = -4.9\ \mathrm{m}$

순희의 경우 $t = 2.00\ \mathrm{s}$ 이므로 $y_{순희} = -\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\times(9.8\ \mathrm{m/s^2})\times(2.00\ \mathrm{s})^2 = -19.6\ \mathrm{m}$

$y_{영희} - y_{순희} = -4.9\ \mathrm{m} - (-19.6\ \mathrm{m}) = 14.7\ \mathrm{m}$

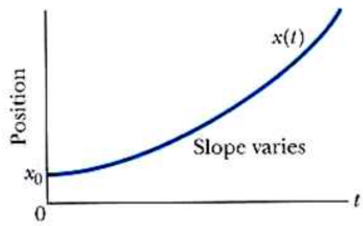
영희는 순희 보다 $14.7\ \mathrm{m}$ 더 높은 곳에 산다.

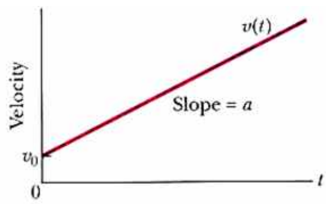
6. 초기에 정지하고 있던 자동차를 일정한 가속도 $2a$로 속도를 증가시키고 있다. 이때 아래 관계식을 구하고, 그래프로 나타내어라.

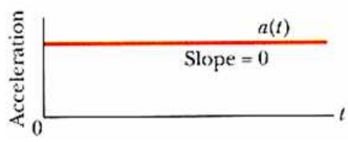
(가) 이동거리와 시간 $\quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}(2a)t^2 = \alpha t^2 \quad < t^2$에 비례 $>$

(나) 속도와 시간 $\quad v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad v = (2a)t = 2\alpha t \quad < t$에 비례 $>$

(다) 가속도와 시간 $\quad a = constant \quad \Rightarrow \quad a = 2a = constant \quad < t$와 무관 $>$







대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

7. 자유 낙하하는 물체가 처음 1초 동안 거리 H 만큼 떨어졌다고 할 때, 다음 1초 동안 떨어지는 거리는 얼마인가?

$y_o = 0\ \mathrm{m}, \qquad v_{0y} = 0\ \mathrm{m/s}$

$y-$방향 : 등가속도운동(자유낙하)

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$

$y = 0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \Rightarrow \qquad H = \frac{1}{2} \times g \times (1\ \mathrm{s})^2$

$\Rightarrow \qquad 4H = \frac{1}{2} \times g \times (2\ \mathrm{s})^2$

$\Delta H = 4H - H = 3H$

8. 어떤 스마트폰의 스크롤 기능은 등가속도 $-5.00\ \mathrm{cm/s^2}$로 감속운동을 하도록 프로그래밍 되어 있다. 웹페이지의 길이가 충분히 길다고 할 때, 초기에 $20.0\ \mathrm{cm/s}$ 속력으로 스크롤 다운하였다면 몇 초 후에 웹페이지가 멈추게 되는가? 이때 스크롤된 총 길이는 얼마인가?

$a = -5.00\ \mathrm{cm/s^2}\ , \qquad v_0 = 20.0\ \mathrm{cm/s}\ , \qquad v = 0\ \mathrm{cm/s}$

$v = v_0 + at$

$\Rightarrow \qquad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0\ \mathrm{cm/s} - 20.0\ \mathrm{cm/s}}{-5.00\ \mathrm{cm/s^2}} = 4.00\ \mathrm{s}$

$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow \qquad \Delta x = x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 20.0\ \mathrm{cm/s} \times 4.00\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \times (-5.00\ \mathrm{cm/s}) \times (4.00\ \mathrm{s})^2$

$= 80.0\ \mathrm{cm} - 40.0\ \mathrm{cm} = 40.0\ \mathrm{cm} = 0.400\ \mathrm{m}$

또는

$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

$\Rightarrow \qquad \Delta x = x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(0\ \mathrm{cm/s})^2 - (20.0\ \mathrm{cm/s^2}}{2 \times (-5.00\ \mathrm{cm/s^2})} = 40.0\ \mathrm{cm} = 0.400\ \mathrm{m}$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

9. 운동하는 물체의 위치가 $x = t^3 - 5t^2 + 8t + 12\ \mathrm{m}$로 주어질 때 (가) 속도와 (나) 가속도가 0이 되는 시간을 구하여라.

(가) 속도 $v = \dfrac{dx}{dt} = 3t^2 - 10t + 8\ \mathrm{m/s} = 0 \quad \Rightarrow \quad (3t-4)(t-2) = 0$

$\Rightarrow \quad t = \dfrac{4}{3}\ \mathrm{s}$ or $t = 2\ \mathrm{s}$

(나) 가속도 $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = 6t - 10\ \mathrm{m/s^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{10}{6}\ \mathrm{s}$

**10. 두 열차 A와 B가 일직선의 철로를 따라 이동한다고 가정해보자.
열차 A의 위치는 $x = 2t^3 + 2t^2 + 10t + 5\ \mathrm{m}$로 주어진다.
열차 B의 가속도는 $a = 12t - 3\ \mathrm{m/s^2}$으로 표현되고 초기속도는 $v_0 = 24\ \mathrm{m/s}$로 주어진다.
두 열차의 속도가 같을 때의 시간과 그때의 속도를 구하여라.**

열차 A의 속도 $v_A = \dfrac{dx}{dt} = 6t^2 + 4t + 10\ \mathrm{m/s}$

열차 B의 속도 $v_B = \Delta v + v_0 = \displaystyle\int_0^t a\,dt + v_0 = \int_0^t (12t - 3\ \mathrm{m/s^2})\,dt + v_0$

$= [6t^2 - 3t]_0^t + v_0 = 6t^2 - 3t + 24\ \mathrm{m/s}$

두 열차의 속도가 같을 때 $v_A = 6t^2 + 4t + 10\ \mathrm{m/s} = 6t^2 - 3t + 24\ \mathrm{m/s} = v_B$

$\Rightarrow \quad 7t = 24\ \mathrm{m/s} - 10\ \mathrm{m/s} = 14\ \mathrm{m/s}$

$\Rightarrow \quad t = 2\ \mathrm{s}$

$\Rightarrow \quad v_A = v_B = 42\ \mathrm{m/s}$

11. 평면 위를 운동하는 물체의 속도가 $\vec{v} = (-\hat{i} + \hat{j})\ \mathrm{m/s}$ 에서 2.00초 후에 $\vec{v} = (\hat{i} + 3\hat{j})\ \mathrm{m/s}$로 바뀌었다. 이 동안의 평균가속도는 얼마인가?

$$\bar{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{(2\hat{i} + 2\hat{j})\ \mathrm{m/s}}{2.00\ \mathrm{s}} = (\hat{i} + \hat{j})\ \mathrm{m/s^2}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

12. 평면 위에서 운동하는 어떤 물체의 시간에 따른 위치 변화가 $\vec{r} = (3t^2 - 2t + 1,\ t^3 + t^2)$ **으로 표현된다.**

(가) $t = 1\ \mathrm{s}$ **와** $t = 2\ \mathrm{s}$ **사이의 평균속도와 평균가속도를 구하여라.**

$$\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(9,\ 12) - (2,\ 2)}{2-1} = \frac{(7,\ 10)}{1} = (7,\ 10)$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(10,\ 16) - (4,\ 5)}{2-1} = \frac{(6,\ 11)}{1} = (6,\ 11)$$

(나) $t = 2\ \mathrm{s}$ **일 때의 속도와 가속도를 구하여라.**

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (6t - 2,\ 3t^2 + 2t) = (10,\ 16)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (6,\ 6t + 2) = (6,\ 14)$$

13. 비행기가 xyz **좌표공간에서** $\vec{a} = (-6\hat{i} + 2\hat{k})\ \mathrm{m/s^2}$**로 가속된다고 가정해보자. 비행기의 초기 위치가** $\vec{r}_0 = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})\ \mathrm{m}$**이고 초기 속도는** $\vec{v}_0 = (5\hat{i} - 4\hat{j})\ \mathrm{m/s}$**이다.** $t = 2\ \mathrm{s}$ **일 때 비행기의 (가) 속도와 (나) 위치를 구하여라.**

(가) 속도 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t$

$$= (5\hat{i} - 4\hat{j})\ \mathrm{m/s} + (-6\hat{i} + 2\hat{k}) \times (2\ \mathrm{s})\ \mathrm{m/s^2}$$
$$= (5\hat{i} - 4\hat{j})\ \mathrm{m/s} + (-12\hat{i} + 4\hat{k})\ \mathrm{m/s}$$
$$= ((5-12)\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})\ \mathrm{m}$$
$$= (-7\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})\ \mathrm{m}$$

(나) 위치 $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$$= (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})\ \mathrm{m} + (5\hat{i} - 4\hat{j}) \times (2\ \mathrm{s})\ \mathrm{m/s} + \frac{1}{2} \times (-6\hat{i} + 2\hat{k}) \times (2\ \mathrm{s})^2\ \mathrm{m/s^2}$$
$$= (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})\ \mathrm{m} + (10\hat{i} - 8\hat{j})\ \mathrm{m} + (-12\hat{i} + 4\hat{k})\ \mathrm{m}$$
$$= ((3 + 10 - 12)\hat{i} + (2-8)\hat{j} + (-4+4)\hat{k})\ \mathrm{m}$$
$$= (\hat{i} - 6\hat{j})\ \mathrm{m}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

14. 높이가 h인 빌딩 옥상에서 공을 같은 초속력으로 수평과 θ의 각도로 던졌다. 지면에 닿는 순간 공의 속력이 가장 커지는 θ의 값은 얼마인가?

$$\vec{v}_0 = (v_{0x},\ v_{0y}) = (v_0\cos\theta,\ v_0\sin\theta)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a(y - y_0)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(0 - h) = v_0^2\sin^2\theta + 2gh \quad \Rightarrow \quad v_y = \sqrt{v_0^2\sin^2\theta + 2gh}$$

$$\Rightarrow \quad v_x = v_{0x} = v_0\cos\theta$$

$$\vec{v} = (v_x,\ v_y) = (v_0\cos\theta,\ \sqrt{v_0^2\sin^2\theta + 2gh})$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2\cos^2\theta + v_0^2\sin^2\theta + 2gh}$$

$$= \sqrt{v_0^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + 2gh} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

θ와 무관하게 지면에 닿는 순간 공의 속력은 항상 같다.

다른 풀이 (역학적 에너지 보존 - 5장)

$$K_f + U_f = K_i + U_i \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

15. $10.0\ \mathrm{m}$ 높이의 건물 옥상에서 공을 수평으로 던지니, 공이 건물로부터 수평으로 $50.0\ \mathrm{m}$ 떨어진 곳의 바닥에 떨어졌다.
(가) 공이 손에서 떨어지는 순간의 초기속도는 얼마인가?

$$y_0 = 10.0\ \mathrm{m}, \qquad x = 50.0\ \mathrm{m}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = y_0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

$$v_x = \frac{x}{t} = \frac{x}{\sqrt{\frac{2y_0}{g}}} = \frac{50.0\ \mathrm{m}}{\sqrt{\frac{2\times 10.0\ \mathrm{m}}{9.8\ \mathrm{m/s^2}}}} = 35.0\ \mathrm{m/s} \quad \text{(x방향)}$$

(나) 공이 땅에 닿기 직전의 속도는 얼마인가?

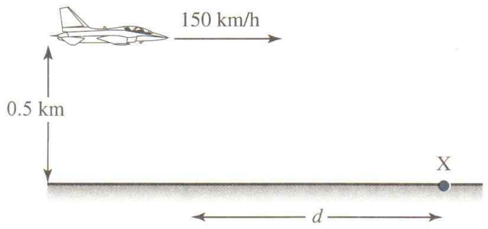
$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a(y - y_0) \quad \Rightarrow \quad v_y^2 = 0 - 2g(0 - y_0)$$

$$v_y = -\sqrt{2gy_0} = -14.0\ \mathrm{m/s} = -14.0\ \mathrm{m/s} \quad \text{(-y방향)}$$

$$\vec{v} = (v_x,\ v_y) = (35.0\ \mathrm{m/s},\ -14.0\ \mathrm{m/s})$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

16. 그림과 같이 고도가 $0.50\ \mathrm{km}$ 이며 $150\ km/h$의 속력으로 수평으로 날고 있는 비행기에서 폭탄을 떨어뜨렸을 때 폭탄이 날아간 수평거리는 얼마인가?



$$y_0 = 0.50\ \mathrm{km} = 500\ \mathrm{m}, \qquad v_x = 150\ \mathrm{km/h} \times \left(\frac{1000\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{km}}\right) \times \left(\frac{1\ \mathrm{h}}{3600\ \mathrm{s}}\right) \approx 41.7 m/s$$

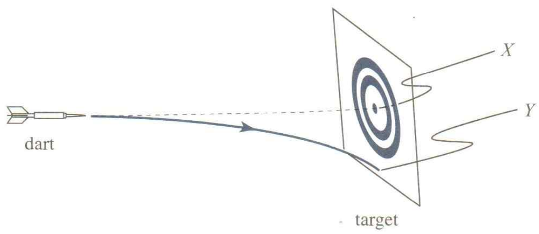
$y-$ 방향 : 등가속도운동

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = y_0 + 0 - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

$x-$ 방향 : 등속도운동

$$x = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 41.7\ \mathrm{m/s} \times \sqrt{\frac{2 \times 500\ \mathrm{m}}{9.8\ \mathrm{m/s^2}}} \approx 41.7\ \mathrm{m/s} \times 10.1\ \mathrm{s} \approx 421\ \mathrm{m}$$

17. 아래 그림과 같이 다트가 $20.0\ \mathrm{m/s}$의 속력으로 수평 방향으로 던져졌다. 0.1초 후에 표적에 맞았다면 표적의 정중앙에서 빗겨난 거리 $\overline{XY}$는 얼마인가?



$$v_x = 20.0\ \mathrm{m/s}, \qquad t = 0.1\ \mathrm{s}$$

$x-$ 방향 : 등속도운동 $\quad x = v_x t = 20.0\ \mathrm{m/s} \times 0.1\ \mathrm{s} = 2.0\ \mathrm{m}$

$y-$ 방향 : 등가속도운동 $\quad y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2$

$$\overline{XY} = y = 0 + 0 - \frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} \times (9.8\ \mathrm{m/s^2}) \times (0.1\ \mathrm{s})^2 = -0.049\ \mathrm{m}$$

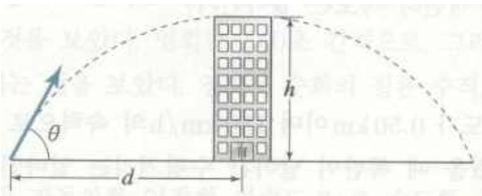
18. 갑은 지면에 서 있고 을은 지면에 대해 일정한 속도 $\vec{v}$로 뛰고 있다. 수평 방향으로 일정한 속도 $\vec{u}$로 나는 새의 속도와 가속도를 갑과 을이 측정한다. 갑과 을이 측정하는 새의 속도와 가속도를 구하여라.

갑이 측정한 새의 속도: $\vec{u}$ 갑이 측정한 새의 가속도: 0

을이 측정한 새의 속도: $\vec{u} - \vec{v}$ 을이 측정한 새의 가속도: 0

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

19. 그림과 같이 높이가 h인 건물로부터 d만큼 떨어진 거리에서 공을 초속력 v로 던져 건물 꼭대기를 간신히 넘어가게 하려면 수평과 얼마의 각도(θ)로 던져야 하는가?



$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a(y - y_0)$ <포물선 운동의 처음 절반만 고려하면>

$$0 = v_{0y}^2 - 2g(h-0) \quad \Rightarrow \quad v_{0y} = \sqrt{2gh}$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2}(v_{iy} + v_{fy})t$$

$$h = 0 + \frac{1}{2}(v_{0y} + 0)t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2h}{v_{0y}} = \frac{2h}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_{0x} = v_x = \frac{x}{t} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \sqrt{\frac{gd^2}{2h}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{gd^2}{2h}}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2h}{d}\right)$$

20. 두 물체가 지면의 동일한 지점에서 동시에 같은 초기 속력 v_0로 던져졌다. 한 물체는 지면과 수직으로, 다른 물체는 지면과 θ의 각도로 던져졌을 때, 시간 t 후에 두 물체 사이의 거리는 얼마인가? (단 시간 t 후의 두 물체 모두 아직 지면에 떨어지지 않았다.)

$$v_{1y0} = v_0, \qquad v_{2y0} = v_0 \sin\theta, \qquad v_{2x0} = v_0 \cos\theta$$

$y-$방향 : 등가속도운동

$$y_1 = y_{10} + v_{10y}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad y_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_2 = y_{20} + v_{20y}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad y_2 = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$x-$방향 : 등속도운동

$$x_2 = v_{20x}t \quad \Rightarrow \quad x_2 = (v_0 \cos\theta)t$$

$$D = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + x_2^2} = \sqrt{\left\{\left((v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2\right) - \left(v_0 t - \frac{1}{2}gt^2\right)\right\} + ((v_0 \cos\theta)t)^2}$$

$$= \sqrt{\{(v_0 \sin\theta)t - v_0\ t\}^2 + \{(v_0 \cos\theta)t\}^2} = \sqrt{v_0^2 \sin^2\theta\ t^2 - 2v_0^2 \sin\theta\ t^2 + v_0^2 t^2 + v_0^2 \cos^2\theta\ t^2}$$

$$= \sqrt{v_0^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)\ t^2 - 2v_0^2 \sin\theta\ t^2 + v_0^2\ t^2} = \sqrt{v_0^2\ t^2 - 2v_0^2 \sin\theta\ t^2 + v_0^2\ t^2}$$

$$= v_0 t\sqrt{1 - 2\sin\theta + 1} = v_0 t\sqrt{2 - 2\sin\theta} = v_0 t\sqrt{2(1 - \sin\theta)}$$

21. 높이가 H인 나무 꼭대기에 있는 원숭이가 있다. 나무 밑으로부터 거리 R 떨어진 점에 있는 사냥꾼이 원숭이를 조준하여(즉, 수평 방향과 $\tan\theta = \frac{H}{R}$ 방향으로) 쏘는 순간 원숭이가 기절하여 떨어지기 시작한다고 한다.
(단, 총알의 초기 속도의 크기는 v_0이고 중력 가속도의 크기는 g이다)

(가) 총알 초기 속도의 수평 방향 성분과 수직 방향 성분을 v_0, θ를 이용하여 나타내어라.

$$\vec{v}_0 = (v_{0x},\ v_{0y}) = (v_0\cos\theta,\ v_0\sin\theta)$$

(나) 총알 초기 속도의 수평 방향 성분을 이용하여 총알이 나무 위치에 도달할 때까지의 시간을 v_0, θ, R로 나타내어라.

$$x - 방향 : 등속도운동 \qquad R = v_{0x}t = (v_0\cos\theta)\ t \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{R}{v_0\cos\theta}$$

(다) 총알 초기 속도의 수직 방향 성분을 이용하여 총알이 나무 위치에 도달했을 때 총알의 높이를 g, v_0, R, H로 나타내어라.

$$y - 방향 : 등가속도운동 \qquad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$h = 0 + (v_0\sin\theta)\left(\frac{R}{v_0\cos\theta}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{R}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

$$= R\tan\theta - \frac{gR^2}{2v_0^2\cos^2\theta} \qquad \left[\tan\theta = \frac{H}{R},\ \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+H^2}}\right]$$

$$= H - \frac{gR^2}{2v_0^2}\left(\frac{R^2+H^2}{R^2}\right) = H - \frac{g(R^2+H^2)}{2v_0^2}$$

(라) 총알이 나무 위치에 도달했을 때 원숭이 높이를 g, v_0, R, H로 나타내어라. 원숭이는 총알에 맞는가?

$$y - 방향 : 등가속도운동(자유낙하) \qquad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$h = H + 0 - \frac{1}{2}g\left(\frac{R}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

$$= H - \frac{gR^2}{2v_0^2}\left(\frac{1}{\cos^2\theta}\right) \qquad \left[\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+H^2}}\right]$$

$$= H - \frac{gR^2}{2v_0^2}\left(\frac{R^2+H^2}{R^2}\right) = H - \frac{g(R^2+H^2)}{2v_0^2}$$

(3)의 결과와 (4)의 결과가 같은 것으로 볼 때, 원숭이는 총알에 맞는다.

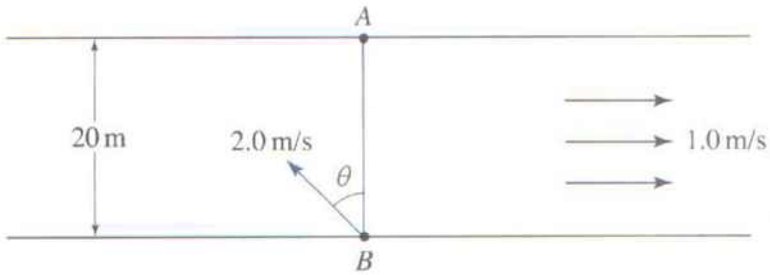
대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (3장) - by 송현석

22. 야구 선수가 수평과 60° 의 각도로 공을 던져 공이 지표면에 닿는 지점을 확인하고, 같은 속력으로 같은 지점에 공을 보내는 또 다른 각도를 구하여라.

포물체의 도달 거리는 $R=\dfrac{v_0^2}{g}sin2\theta$ 이므로 45° 를 기준으로 대칭적이다.

$R_{60^\circ}=R_{30^\circ}$ $\qquad 30^\circ$

23. 그림과 같이 강의 폭이 $20.0\ \mathrm{m}$ 이고, 강물이 $1.00\ \mathrm{m/s}$의 속력으로 흐르고 있다. $2.00\ \mathrm{m/s}$의 속력으로 수영할 수 있는 사람이 이 강을 헤엄쳐서 건너려고 한다.



(가) 이 사람이 B점을 출발하여 강 건너 A점에 도달하려고 한다. 이 사람은 실제로 어느 쪽으로 헤엄쳐야 하는가? 이 때 A점에 대한 사람의 속력은 얼마인가?

$\vec{v}_p=-v_p\sin\theta\,\hat{i}+v_p\cos\theta\,\hat{j}=2.00\ \mathrm{m/s}$

$\vec{v}_r=1.00\ \mathrm{m/s}$

$\vec{v}_t=(v_r-v_p\sin\theta)\,\hat{i}+v_p\cos\theta\,\hat{j}$

$v_r-v_p\sin\theta=0$ 이어야 하므로 $\sin\theta=\dfrac{v_r}{v_p}=\dfrac{1\ \mathrm{m/s}}{2\ \mathrm{m/s}}=\dfrac{1}{2}\qquad\Rightarrow\qquad\theta=30^\circ$

A점에 대한 사람의 속력 $=v_p\cos\theta=2.00\ \mathrm{m/s}\times\cos30^\circ=2.00\ \mathrm{m/s}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$

(나) 이 사람이 강을 제일 짧은 시간에 건너려고 하면 어느 쪽으로 헤엄쳐야 하는가? 이때 강을 건너는데 걸리는 시간은 얼마인가? 도착지점은 어디인가?

$\theta=0^\circ$

$t=\dfrac{y}{v_p}=\dfrac{20.0\ \mathrm{m}}{2.00\ \mathrm{m/s}}=10.0\ \mathrm{s}$

$x=v_r\times t=1\ \mathrm{m/s}\times10.0\ \mathrm{s}=10.0\ \mathrm{m}$