제 16 장 기출_연습문제 풀이 (1)

연습문제 풀이 : (2007년 이후 중간고사에 출제된 연습문제 모음)
1, 4, 5, 9, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 22, 23

+ 기출문제

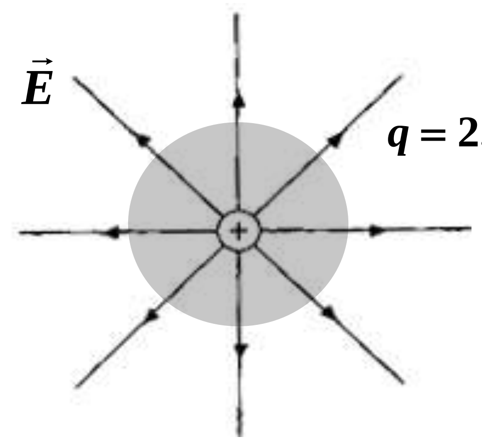
혹시 정답에 잘못된 곳이 발견되면 연락해 주면 좋겠습니다. 혹시 오타가 있을 수 있습니다.
marzini@inha.ac.kr

16-1 가우스 법칙

연습 16-1. 반지름이 1.00 m인 원형공의 중심에 전하량이 2.00 μC 인 점전하가 놓여 있다. 이 원형 공을 지나는 전기 선속을 구하여라. 만약에 반지름이 절반으로 줄어 들었다면 그 때 그 공을 지나는 전기 선속은 얼마인가?

풀이

폐곡면을 통과하는 전체 선속은 가우스 법칙에 의해 내부의 전하량의 크기에 의해 결정된다. 즉 전체 선속은 원형 공 내부에 있는 전하량 2.00 μC 의 $1/\varepsilon_0$ 에 비례한다..



$$\Phi_{total} = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)4\pi q$$

$$= 8.99\times10^9\times4\pi\times2.00\times10^{-6} = 2.26\times10^5\left(N\cdot m^2/C\right)$$

공을 통과하는 전기선속의 크기는 반지름의 크기에 상관없이 일정하다.

기출 2014년 4번

[기출문제] 전하들이 대칭적인 구조를 이룰 때 가우스 법칙을 활용하면 쉽게 전기장 ($\vec{E}$) 을 구할 수 있다. 가우스 법칙에 따르면 폐곡면 (닫힌 곡면)을 지나는 전기선속을 모두 합하면, 곡면 내부에 있는 총전하량(q) 에 상수를 곱한 것과 같다고 한다. 이 가우스 법칙을 벡터 기호 (→) 와 적분기호 ($\oint$) 을 사용하여 나타내시오. (단, 면 벡터소는 $\overrightarrow{da}$ 로, 총전하량은 q 로 표시하시오.)

풀이

전기장의 가우스 법칙을 적용한다.

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

기출 2015년 4번

[기출문제] 전기장에서의 가우스 법칙과 자기장에서의 가우스 법칙을 이용해 다음 값을 구하시오

(ㄱ) 반지름이 R 인 구면의 중심에 전하량이 q 인 점전하가 놓여 있을 때, 이 구면을 지나는 총 전기선속

(ㄴ) 반지름이 R 인 구면의 중심에 전류 I 가 흐르는 반지름이 a (< R) 인 원형 고리가 놓여 있을 때. 이 구면을 지나는 총 자기선속, (단, 전하 및 전류 고리는 진공 중에 있으면 진공의 유전율 및 투과상수는 각각 ε_0, μ_0)

풀이

전기장의 가우스 법칙에 의하면 어떤 폐곡면을 통과하는 전기선속은 폐곡면 내부의 전하량(q) 에 비례하며 비례상수는 진공의 유전율 $1/\varepsilon_0$ 이다.
자기장에 대한 가우스 법칙은 폐곡면 내부에 놓인 원형 전류에 의한 총 자기선속은 0 임을 나타낸다. 전기장의 원천은 전하이지만 자기장의 원천은 자기장을 만드는 자하가 있는 것이 아니고 전류라는 것을 의미한다.

(ㄱ) 중심에 전하 q 가 있는 폐곡면의 전기선속

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(ㄴ) 중심에 원형전류가 놓인 폐곡면의 자기선속

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{a} = 0$$

기출 2008년 3번

[기출문제]

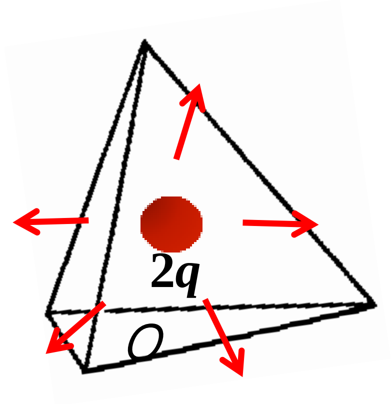
정사면체 내부 중앙에 점전하 2 q 가 있다. 한 면을 통과하는 전기선속을 구하라.

풀이

전기장의 가우스 법칙에 의하면 어떤 폐곡면을 통과하는 전기선속은 폐곡면 내부의 전하량(q)에 비례하며 비례상수는 진공의 유전율 $1/\varepsilon_0$ 이다.

폐곡면 전체의 선속은 가우스 법칙에 따라 $2q/\varepsilon_0$ 이다.

$$\Phi_{\text{전체}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{2q}{\varepsilon_0}$$



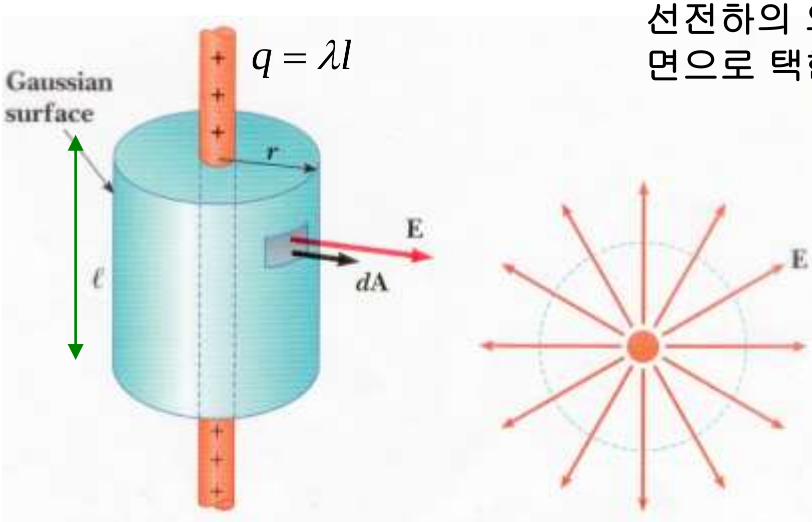
정사면체 한 면을 통과하는 전기선속은 1/4 배가 된다.

$$\therefore\ \Phi_{\text{한면}} = \frac{1}{4}\left(\frac{2q}{\varepsilon_0}\right) = \frac{q}{2\varepsilon_0}$$

선전하에 의한 전기장 2011 기출 3번

[기출문제] 무한히 길고 가는 도선이 선전하 밀도 λ 로 균일하게 대전되어 있다. 이 도선으로 부터 r 만큼 떨어진 곳의 전기장의 크기를 E 라고 하면, 도선으로 부터 2r 만큼 떨어진 곳에서 전기장의 크기는 E 의 몇 배 인가?

풀이 가우스 법칙을 이용한다. $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$



선전하의 의한 전기장은 반지름이 r 이고 높이가 ℓ인 원통을 가우스 면으로 택한 후 가우스 법칙을 이용한다.

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \int_{둥근면} E\, da = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda \ell}{\varepsilon_0}$$

$$2\pi r l \cdot E = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

−도선으로 부터 r 에서의 전기장 : $E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{r}$

S의 둥근 측면: $\vec{E} \,//\, d\vec{a}$ [E 는 일정]

S의 양쪽 단면: $\vec{E} \perp d\vec{a}$

− 도선으로 부터 2r 에서의 전기장 :

$$E' = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{2r} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\right) = \frac{E}{2}$$

∴($\frac{1}{2}$ 배).

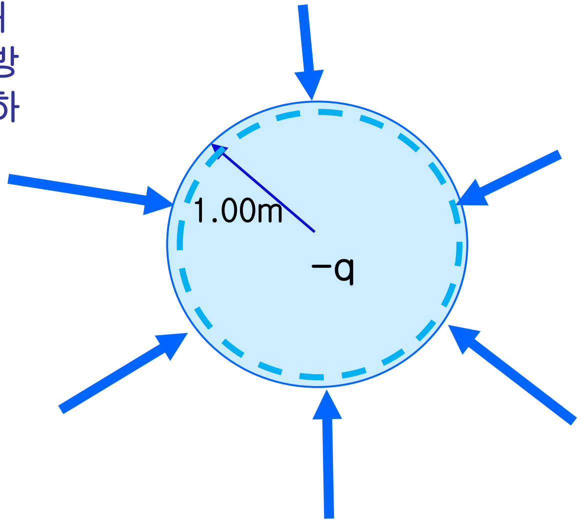
선 전하밀도에 의한 전기장은 거리에 반비례하므로 거리가 2 배가 되면 전기장은 $\frac{1}{2}$ 배로 작아진다.

16-1 가우스 법칙

연습 16-4 원점에 중심이 있고 반지름이 1.00 m 인 구의 표면 모든 지점에서 전기장이 크기는 100 N/C 이고 구의 중심을 향한다. 구 내부의 전하량을 구하고 전하가 어떻게 분포하고 있는지 설명하시오.

풀이

폐곡면을 통과하는 전체 선속은 가우스 법칙에 의해 내부의 전하량에 의해 결정된다. 그런데 전기장의 방향이 구의 중심을 향하게 되므로 내부에는 음의 전하가 존재하게 된다. 구의 표면 안쪽에 가우스 표면을 정하고 가우스 법칙을 적용한다.



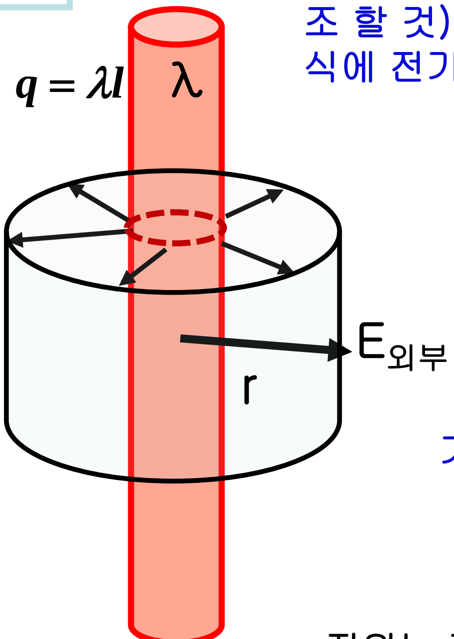
$$\Phi_{total} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = E\oint_S da = E\left(4\pi r^2\right) = -\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore q = -\left(4\pi\varepsilon_0\right) r^2 E\Big|_{\substack{r=1.00m \\ E=100N/C}} = -\frac{1.00(m)\times 100N/C}{8.99\times 10^9 N\cdot m^2/C^2} = -1.11\times 10^{-8}(C)$$

16-2 가우스 법칙의 응용

연습 16-5. 무한히 길면서 속이 빈 반지름이 R 인 원통 모양의 도체가 있다. 이 원통은 λ의 선 전하 밀도로 대전되어 있다. 원통 내부와 외부에서의 전기장을 구하여라. 이 계의 전위도 구할 수 있겠는가? [도움말: 이 계의 전위를 구하려면 무한히 먼 위치를 전위의 기준점으로 취하면 곤란하게 된다.]

풀이

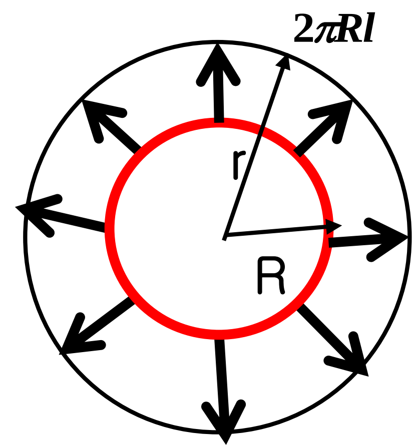


가우스 법칙을 적용하여 우선 전기장을 구한다. (교과서 p342 : 선전하의 전기장을 참조 할 것) 전위는 전기장은 원통의 표면에서 반지름 방향으로 나가게 되므로 전위의 식에 전기장을 대입하여 두 점 사이의 거리에 대해 적분하면 된다.

$i)$ 내부의 전기장 $(r < R)$

$$q = 0 \Rightarrow E = 0$$

$ii)$ 외부의 전기장 $(r > R)$



가우스 법칙 적용

$$2\pi rl \cdot E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

전위는 전기장을 원통표면 R 부터 거리 r 까지 적분하면 된다.

$$\left|V_r - V_R\right| = -\int_R^r \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_R^r \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\Big|_R^r = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r}$$

내부의 전위는 전기장이 0 이므로 일정상수가 되며 r=R 에서 연속이어야 하므로 외부의 전위 식에 대입하여 구하면 내부 전위는 0 이다. 한편 로그 함수는 r 이 무한대로 가면 정의할 수 없으므로 이 계의 전위는 무한대의 점은 기준이 될 수가 없음을 알 수 있다.

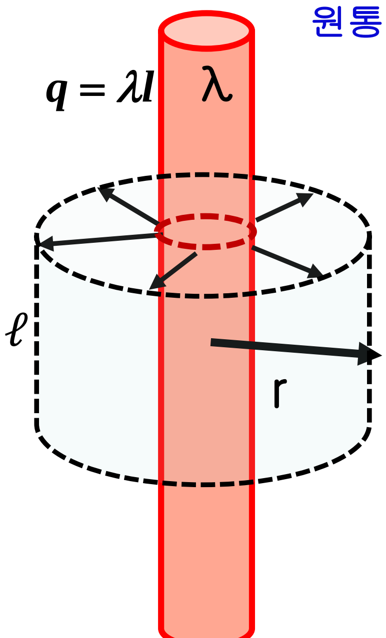
16-2 가우스 법칙의 응용 **연습 16-4와 유사** **2015 기출 주관식 2번** **2009년 기출 5번**

[기출문제] 무한히 길면서 속이 빈 반지름이 R 인 원통 모양의 도체가 있다. 이 원통은 λ의 선 전하 밀도로 대전되어 있다.

(가) 이와 같이 전하들이 대칭적이 구조를 이룰 때 가우스 법칙을 활용하면 쉽게 전기장 ($\vec{E}$) 을 구할 수 있다. 가우스 법칙에 따르면 폐곡면 (닫힌 곡면)을 지나는 전기선속을 모두 합하면, 곡면 내부에 았는 총 전하량(q) 에 상수를 곱한 것과 같다고 한다. 이 가우스 법칙을 벡터 기호 (→) 와 적분기호 ($\oint$) 을 사용하여 나타내시오. (단, 면벡터소는 $\overrightarrow{da}$ 로, 총전하량은 q 로 표시하시오.)

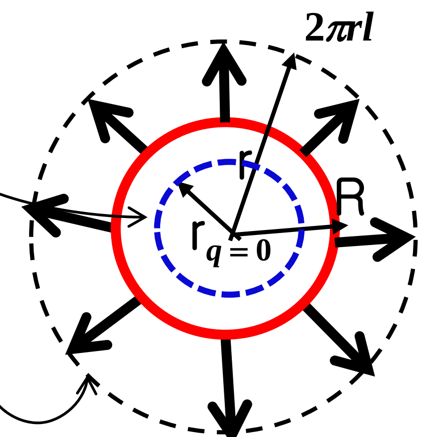
풀이 전기장의 가우스 법칙을 적용한다. $$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(나) 원통 내부에서의 전기장을 구하여라. (관의 중심 축으로 부터의 거리를 r 이라고 한다.)



원통 내부에서는 전하가 존재하지 않으므로 가우스 법칙에 의해

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0 \quad (\because q=0)$$



(다) 원통 외부에서의 전기장을 구하시오.(관의 중심 축으로 부터의 거리를 r 이라고 한다.)

반지름이 r 이고 높이가ℓ인 원통을 가우스 면으로 택한 후 가우스 법칙을 이용한다.

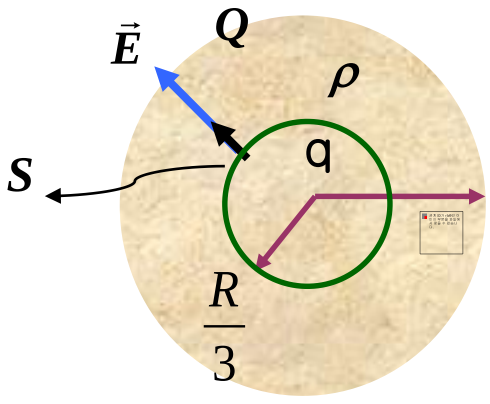
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Longrightarrow 2\pi rl\cdot E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

16-2 가우스 법칙의 응용 예제 16-3 과 유사 기출 2014년 5번

[기출문제] 반지름이 R인 절연된 구에 전하량 Q가 균일하게 분포되어 있다. 구의 내부 위치 r 에서의 전기장의 크기는 얼마인가? (구의 내부, 즉 r< R 인 경우)

풀이 가우스 법칙을 사용하여 전기장을 구한다.



- 구 내부의 전하밀도: $\rho = \dfrac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

- 반지름이 r 인 구면의 가우스 면 내부의 총 전하량: q

$$q = \rho V = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q}{R^3}r^3$$

- 가우스 법칙:

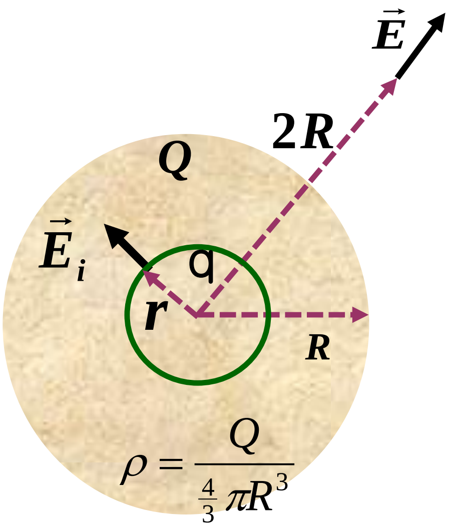
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = E\,4\pi r^2 = q/\varepsilon_0 \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\mathbf{r} \quad \Leftarrow \left(q = \frac{Q}{R^3}r^3\right)$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\mathbf{r}$$

기출 2012년 3번

[기출문제] 반지름이 R인 절연된 구에 전하량 Q가 균일하게 분포되어 있다. 구의 중심으로 부터 2R 만큼 떨어진 곳에서 전기장의 세기가 E 라고 할 때 구의 내부에서 전기장의 세기가 E 가 되는 곳은 구의 중심에서 얼마만큼 떨어져 있는가?

풀이 가우스 법칙을 사용하여 전기장을 구한다.



r= 2R 일 때 외부에서 전기장 : 점 전하에 의한 전기장과 같다.

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(2R)^2} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\right)$$

내부에서 전기장은 가우스 법칙에 의해 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = q/\varepsilon_0$

$$\Rightarrow \quad E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\mathbf{r} \qquad \left(q = \rho V = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q}{R^3}r^3\right)$$

이다, 한편 문제에서 2R 에서 외부 전기장 E 과 내부 전기장이 같다고 하였으므로 R 을 구할 수 있다

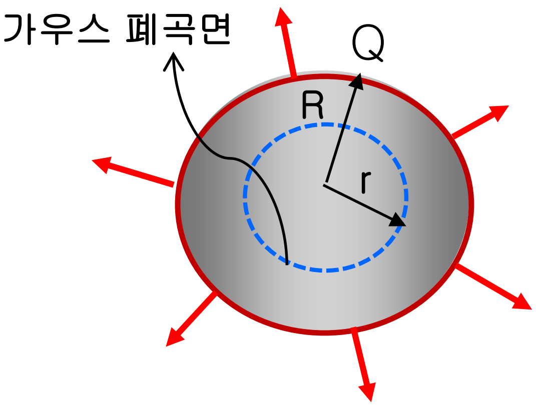
$$\boxed{E_i = E} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\mathbf{r} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\right) \Rightarrow \therefore r = \frac{\mathbf{R}}{4}$$

도체 내부의 전기장 기출 2017년 2번

[기출문제] 반지름이 R인 도체 구에 총 전하량 Q가 분포하고 있다. 구의 내부 위치 r 에서의 전기장의 크기를 구하시오. (구의 내부, 즉 r < R 인 경우)

풀이

도체 구 내부의 전기장(유전체 구가 아님)을 구하는 문제입니다.
도체는 내부에 잉여의 전하량을 두지 않으므로 도체 내부의 전기장은 항상 0입니다. (E=0)



따라서 그림과 같이 도체 내부에 가우스 폐곡면 (파란색 점선)을 임의로 정하고 가우스 법칙을 적용한다. 가우스 폐곡면 안쪽에는 전하량이 0 이므로 도체 내부의 전기장은 0 이다.

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{da} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \; E = 0 \qquad \because (q_{in} = 0)$$

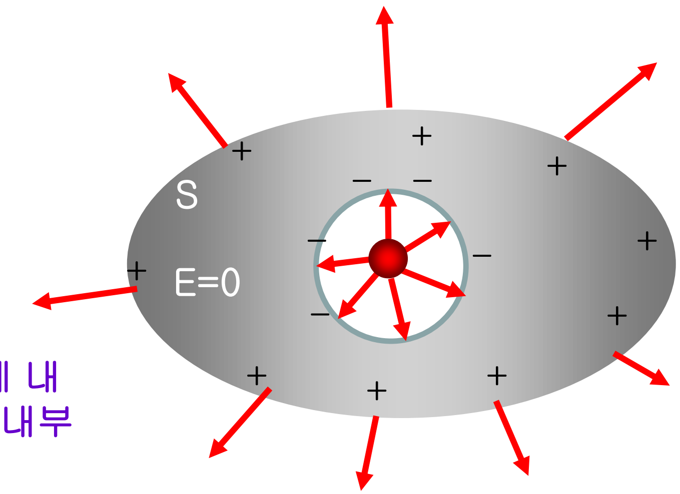
16-2 가우스 법칙의 응용

연습 16-9. 도체의 내부에 반지름이 R 인 공 모양의 빈 공간을 만들고 그 공간의 중심점에 점 전하 q를 두었다.

(가) 점 전하로 부터 거리 R/2 떨어진 점의 전기장의 세기는 얼마인가?

풀이 점 전하에 의한 전기장에 대한 식으로 부터 구한다.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(\frac{R}{2})^2} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$



(나) 이 때 도체의 빈 공간 표면 즉 도체 내부 면에 매우 가까운 점의 전기장의 세기는 얼마인가?

풀이 도체 내부에서는 알짜 전하를 내부에 두지 않으므로 도체 내의 가우스 면을 통과하는 전기 선속은 없다. 따라서 도체 내부의 전기장은 항상 0 이다.

내부 면의 안쪽(도체 물질 내) E=0, 내부 면의 바깥쪽 (빈 공간 쪽) : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$

(다) (나) 로 부터 알 수 있는 도체 내부 면에 유도된 면 전하밀도는 얼마인가?

풀이 도체 내부의 알짜전하가 0 이므로 공간 중심 점에 놓인 양전하와 가까운 쪽은 음전하가 유도되고 바깥 쪽에는 양전하가 유도된다. 면 전하밀도는 전하량을 면적으로 나눈 값이다

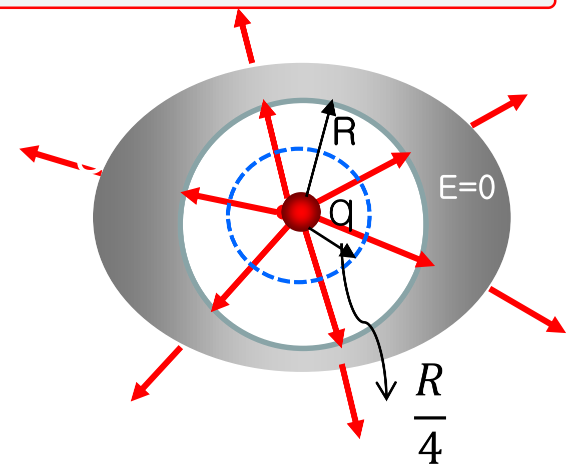
$$\Phi_s = \oint_S \vec{E}_{in} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{total}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \quad q_{total} = q + q_{in} = 0 \Rightarrow q_{in} = -q \qquad \therefore \ \sigma = \frac{-q}{4\pi r^2}$$

16-2 가우스 법칙의 응용 연습 16-8 과 유사 기출 2010년 3번

[기출문제] 매우 큰 도체 덩어리 안에 반지름이 R 인 구 모양의 빈 공간이 있으며 빈 공간의 중심에 점전하 q 가 놓여 있다. 점 전하에서 R/ 4 만큼 떨어진 곳에서 전기장의 세기를 구하여라.

풀이

도체의 내부 전기장은 항상 0 이지만 문제에서 주어진 위치는 도체의 내부가 아니고 도체 내부에 있는 빈 공간의 R/4 의 위치에서 전기장의 세기를 구하는 문제다.



따라서 그림과 같이 도체 내부에 가우스 표면 (파란색 점선)을 정하고 가우스 법칙을 적용하면 된다. 이 것은 점 전하에 의한 전기장의 크기와 같다.

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{da} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{q}}{4\pi\varepsilon_0 \boldsymbol{r}}$$

r= R/4 의 거리에서 전기장 :

$$\therefore \ \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{q}}{4\pi\varepsilon_0 \boldsymbol{r}^2} = \frac{\boldsymbol{q}}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{\boldsymbol{R}}{4}\right)^2} = \frac{4\boldsymbol{q}}{\pi\varepsilon_0 \boldsymbol{R}^2}$$

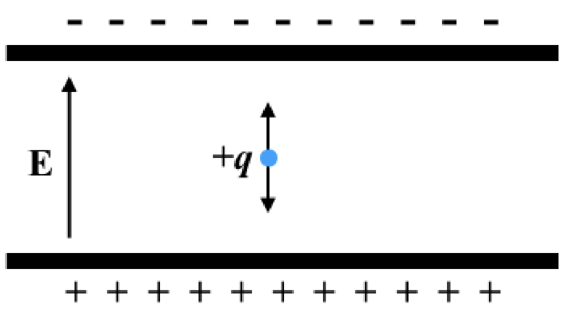
평행 판의 전기장과 전위의 계산 기출 2017년 10번

[기출문제] 아래 그림과 같이 간격 2 cm인 두 무한 도체 판 사이에 존재하는 전기장 내에 질량 m을 가진 점전하 +q가 정지하고 있다. 두 도체 판 사이의 전위차를 구하시오. ($m=4 \times 10^{-13}$ kg, $q=4.9 \times 10^{-18}$ C, 중력가속도 $g=9.8$ m/s^2, 단위포함)

풀이 전기장과 중력이 평형을 이루고 있으므로 이로 부터 도체 판사이의 전기장을 구한다.

$$F = qE = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{\left(4.9\times10^{-18}\right)\times9.8}{4.9\times10^{-18}} = 8.0\times10^{5}(N/C)$$



평행 판의 전위차는 전기장과 판 사이의 간격의 곱이다.

$$\Delta V = Ed = 8.0\times10^{5}(N/C)\times\left(2.0\times10^{-2}m\right) = 1.6\times10^{4}(V)$$

16-4 전위의 계산 기출 2010년 4번

[기출문제] 전압의 단위 인 V 를 기본 물리량인 길이, 질량, 시간, 전류 단위의 조합으로 나타내고자 한다. 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{kg \cdot m}{A \cdot s}$ ② $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s}$ ③ $\frac{kg \cdot m}{A \cdot s^2}$ ④ $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ ⑤ $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$

풀이

전위차(전압)란 단위전하를 공간의 두 점 사이에서 움직이는 데 드는 일이다.

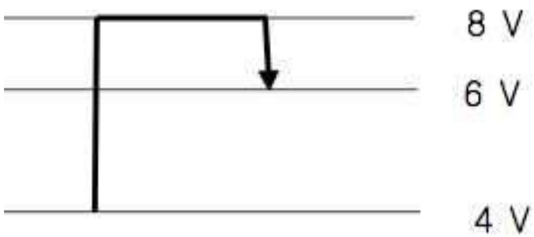
전위차의 정의 $$\Delta V = \frac{W}{q}$$

전압의 단위 : $$\therefore [V] = \frac{J}{C} = \frac{N \cdot m}{A \cdot s} = \left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)\frac{m}{A \cdot s} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

16-4 전위의 계산 기출 2016년 4번 기출 2007년 5번

[기출문제] 등전위 면의 단면이 오른 쪽 그림과 같다. 전하량이 5 C 인 점 전하를 그림과 같이 화살표가 달린 굵은 선을 따라 이동시켰을 때 외부에서 이 전하에 해 준 일은 몇 J 인가?

풀이 전위차란 단위전하를 공간의 두 점 사이에서 움직이는 데 드는 일로 정의 된다. 두 점 사이에서 전하를 이동하는데 외부에서 해준 일은 전위차와 전하량을 곱하면 된다.



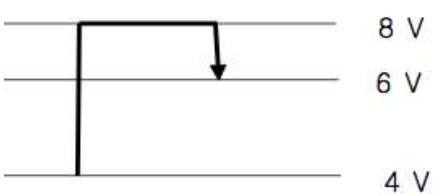
전위차의 정의 $\Delta V = \dfrac{W_{외력}}{q}$

$$\therefore W_{외력} = q\Delta V = q(V_f - V_i) = (5C)\times(6V - 4V) = 10(J)$$

기출 2017년 4번

[기출문제] 등전위 면의 단면이 오른 쪽 그림과 같다. 전하량이 5 C 인 점 전하를 그림과 같이 화살표가 달린 굵은 선을 따라 이동시키는 동안 전기장에 의한 전기력이 전하에 해 준 일은 몇 J 인가?

풀이 보존력이 한 일과 포텐셜 에너지와의 관계식 $W_c = -\Delta U$ 과 단위전하당 포텐셜에너지가 전위(ΔU=qΔV) 이므로 보존력, 또는 전기장이 한 일은 다음과 같이 음이 된다.



$$W_c = -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_f - V_i)$$
$$= -(5C)\times(6V - 4V) = -10(J)$$

즉, 낮은 전위에서 높은 전위로 전하가 움직일 때 전기력은 음의 일을 하고 높은 전위에서 낮은 전위로 움직이면 전기력은 양의 일을 하게 된다.

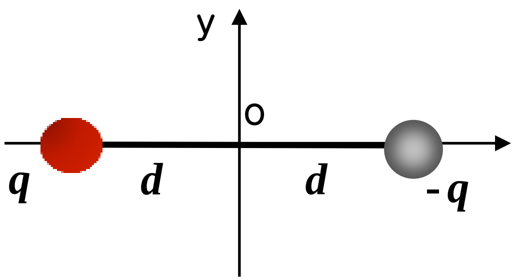
16-4 전위의 계산 기출 2009년 3~4번

[기출문제] 3~4 원점에서 x 축의 음의 방향으로 d 만큼 떨어진 곳에 전하 q 가 놓여 있고 양의 방향으로 같은 거리 떨어진 곳에 전하 −q 가 놓여 있다. 단, 여기서 전위는 전하들로 부터 무한히 떨어진 위치에서의 전위를 0 으로 한다.

3. 원점에서 두 전하에 의한 전위를 구하여라.

풀이

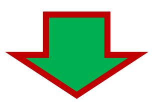
점전하 q 에 의한 전위는 무한대 위치에서 점전하 q 에서 떨어진 거리 r 까지 가져오는 데 드는 일(퍼텐셜에너지)이다. $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$



원점에서의 전위는 +q 에 의한 전위와 −q 에 의한 전위를 더하여 0 이 된다.

$$V_{x=0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d} = 0$$

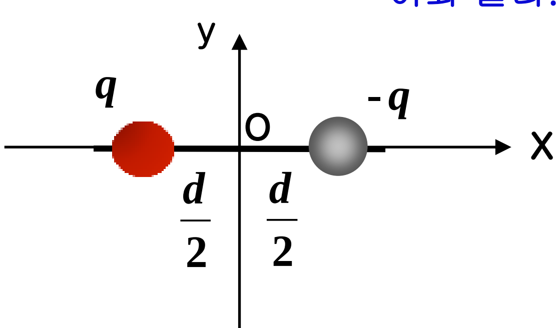
U_1



U_2

4. 두 전하 간격을 반으로 줄이는 데 필요한 외부 일은 얼마인가?

간격이 반으로 줄이는데 드는 외부 일은 처음 과 나중 상태의 퍼텐셜에너지의 차이와 같다.



$$\therefore W = \Delta U = U_2 - U_1$$

$$= \left(-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\right) - \left(\frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2d)}\right) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 d} = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 d}$$

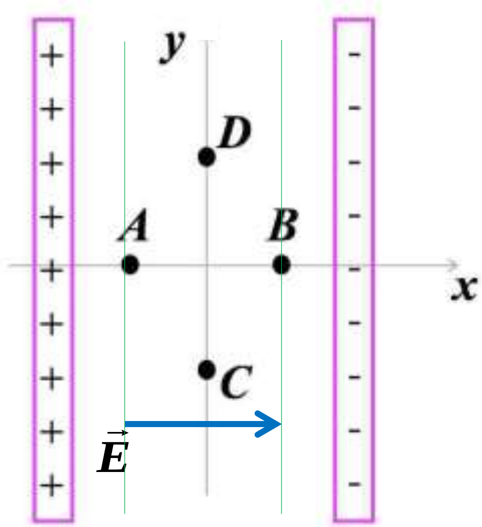
16-4 전위의 계산 기출 2015년 2번

[기출문제] 다음 그림과 같이 두 도체 판이 대전되어 있다. 전하가 한 점에서 다른 점으로 움직일 때, 전하의 전기 위치에너지 변화량의 부호를 +, −, 0 기호를 이용해 순서대로 답하시오. (ㄱ) 점 A 에서 점 B 로 이동, (ㄴ) 점 C 에서 점 D 로 이동, (ㄷ) 점 B 에서 점 D 로 이동. (도체판은 y 축에 평행하게 놓임)

풀이

그림에서 가장 전위가 높은 쪽은 + 판이 가까운 A 이며 − 판에 가까운 B 점의 전위가 가장 낮다. 전위차는 마지막 전위에서 처음 전위 값을 빼게 되므로 높은 전위에서 낮은 전위로 전하가 움직이면 마지막 값이 작으므로 전위차는 음이다. 반대로 낮은 전위에서 최종적으로 높은 전위로 움직이면 나중 전위가 더 크므로 전위차는 양이다. 한편 같은 전위에서 같은 전위로 움직이면 전위차는 0이다.

$$\boxed{\text{전위차} \quad \Delta V = V_f - V_i}$$



(ㄱ) 점 A 에서 점 B 로 이동

$$\Delta V_{BA} = V_B - V_A < 0 \qquad \because V_B < V_A \qquad \text{“}-\text{”}$$

(ㄴ) 점 C 에서 점 D 로 이동

$$\Delta V_{DC} = V_D - V_C = 0 \qquad \because V_C = V_D \qquad \text{“0”}$$

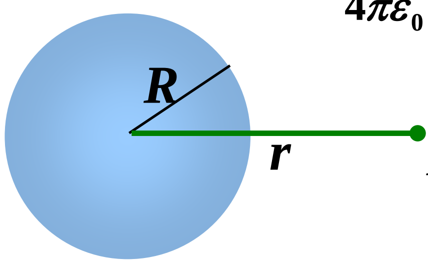
(ㄷ) 점 B 에서 점 D 로 이동

$$\Delta V_{BD} = V_D - V_B > 0 \qquad \because V_D > V_B \qquad \text{“+”}$$

16-4 전위의 계산 기출 2009년 5번

[기출문제] 부도체로 부터 매우 멀리 떨어진 위치에서의 전위를 0 이라고 할 때 구의 표면에서의 전위는 얼마인가?

$$V_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

풀이

무한대를 기준점으로 해서 반경이 R 이고 전하량 q 를 가진 구의 전위는 (r 의 위치에서)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

으로 점 전하에 의한 전위와 같다.따라서 반지름이 R 인 구의 표면에서의 전위는 r = R 이므로

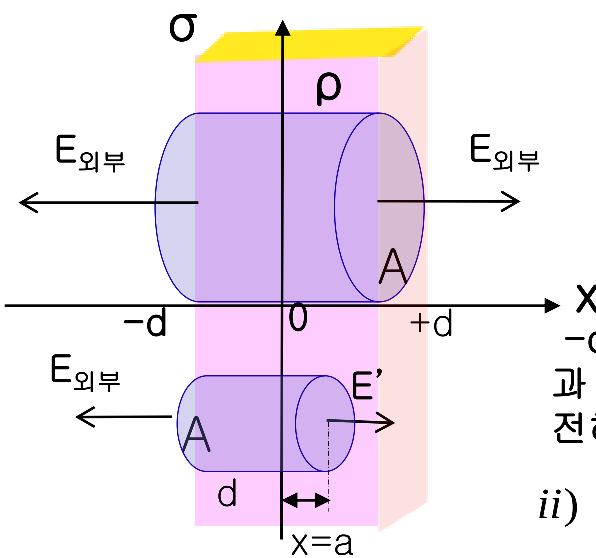
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

이다.

16-2 가우스 법칙의 응용

연습 16-10. y, z 축 방향으로 무한히 크고 두께가 2 d 인 직육면체 형태의 부도체가 −d < x < d 인 영역에 있고 단위 부피당 전하량 ρ 가 대전되어 있다. x =a 에서의 전기장의 세기를 a > d 일 때와 a < d 일 때를 구별하여 구하시오.

풀이 가우스 법칙을 적용한다. 무한 평면을 x 축의 원점으로 하자. x<0, x>d 인 외부에서의 전기장을 구하기 위해 가우스 폐곡면을 그림과 같이 정한다 . 가우스 폐곡면 안에 있는 전하는 거리 2d 에 분포된 부피 전하들 q_{2d} 가 있으므로



$i)$ 외부에서의 전기장 $(x<-d,\ x>d)$

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = 2EA = \frac{q_{2d}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho A(2d)}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_{외부} = \frac{\rho d}{\varepsilon_0}$$ x = a > d 일 때

−d < x < d 의 영역에서 전기장을 구하기 위해 가우스 폐곡면을 왼쪽 그림과 같이 정한다 . 가우스 폐곡면 내부의 전하는 거리 x=a 까지 사이에 있는 전하들 q_{d+a} 가 존재하므로 가우스의 법칙을 적용하면

$ii)$ 내부에서의 전기장 $(x=a<d)$

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = E_{외부}A + E'A = \frac{q_{d+a}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho A(a+d)}{\varepsilon_0}$$

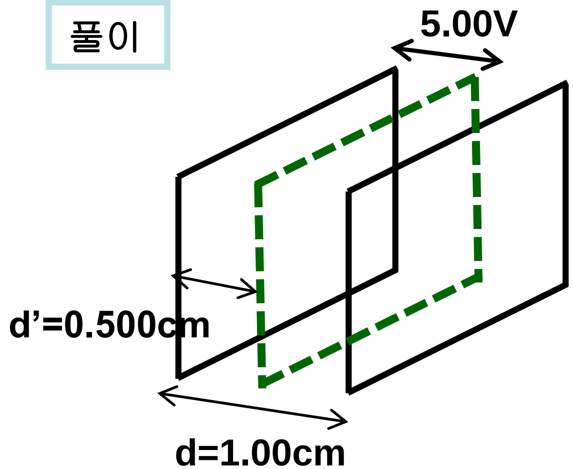
E' :내부전기장

$$E_{외부} + E' = \frac{\rho(a+d)}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E' = \frac{\rho(a+d)}{\varepsilon_0} - \frac{\rho d}{\varepsilon_0} = \frac{\rho a}{\varepsilon_0}$$

16-4 전위의 계산 기출 2015년 12번

연습 16-14. 두 도체 판 사이의 간격은 1.00 cm 이다. 한 도체판을 기준점으로 할 때 두 도체판의 중간 위치의 전위가 5.0 0V 라면 도체 판 내부 전기장 세기는 얼마인가?

풀이



두 도체 판 사이에서의 전기장은 일정하다. 따라서 평행판의 전위는 거리에 따라 비례하므로 중간 지점의 전위는 5.0 V 이면 도체판 사이의 전체 전위차는 10V 이다.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{10.0V}{0.01m} = 1000\ \mathrm{V}/m$$

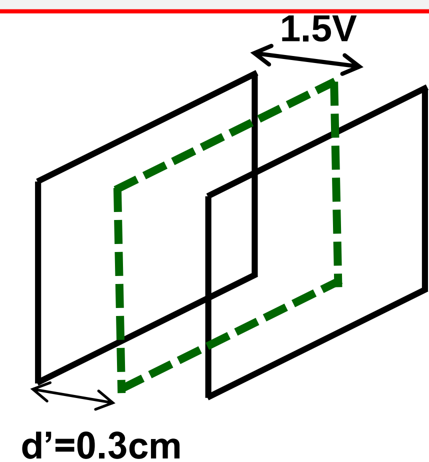
$$\left(\text{또는} \quad E = \frac{V}{d'} = \frac{5.00V}{0.00500m} = 1000\ \mathrm{V}/m \right)$$

연습 16.12와 유사 기출 2013년 4번

[기출문제] 두 개의 평행한 도체 판 사이의 간격이 0.6 cm 이다. 한 도체판을 기준점으로 할 때 두 도체판의 중간 위치의 전위가 1.5V 라면 도체 판 내부 전기장 세기는 얼마인가?

풀이

$$E = \frac{V}{d'} = \frac{1.5V}{3\times 10^{-3}m} = 500\ \mathrm{V}/m$$

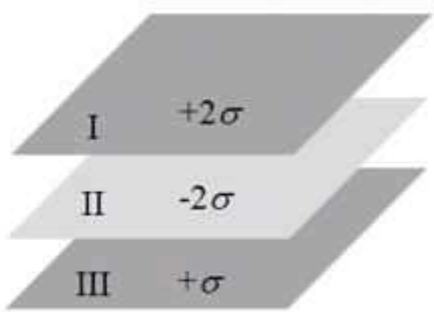


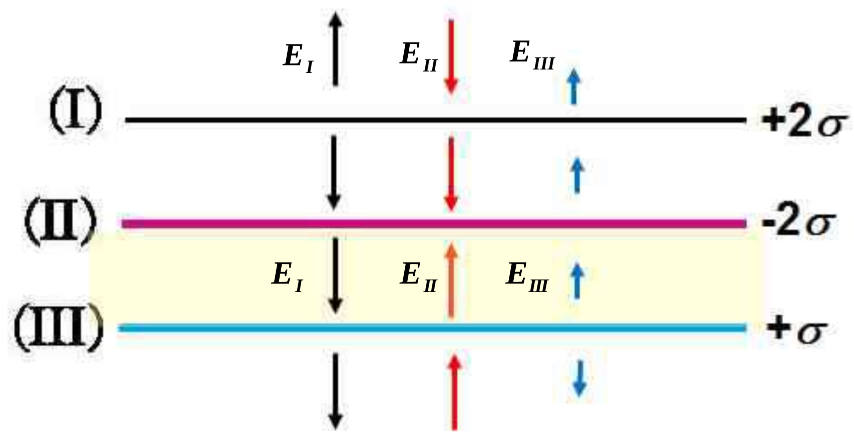
16-4 전위의 계산 기출 2017년 3번 기출 2016년 3번

[기출문제] 오른 쪽 그림과 같이 무한히 넓은 무한 평면 I, II, III 이 평행하게 배치되어 있고, 각각 의 평면은 +2σ, −2σ, + σ 의 균일한 면 전하 밀도로 대전되어 있다. 이 때, 평면 II와 III 사이의 영역에서 전기장의 크기를 구하시오 (단, 평면 사이의 공간은 진공 상태이며 진공의 유전율은 ε_0)

풀이

면 전하밀도 σ 인 무한평면의 전기장은 $\sigma/2\varepsilon_0$ 이다. 따라서 세 평면의 전기장을 각 영역에서 중첩의 원리에 의하여 구할 수 있다.





II 와 III 사이의 영역(노란색 영역)에서는 무한 평면 I, II 에 의한 전기장은 상쇄되고 III 평면에 의한 전기장만 남게 된다. (여기서 윗 방향은 + 아래 방향은 − 로 두었다.)

$$\therefore E = E_I + E_{II} + E_{III} = -\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

16-4 전위의 계산 예제 16.12 기출 2015년 3번 기출 2014년 6번

[기출문제] 한 변의 길이가 d 인 정삼각형의 세 꼭지점에 각각 놓인 점전하 q가 있다. 이 계의 전기 위치에너지를 구하여라. (유전율은 ε_0)

풀이

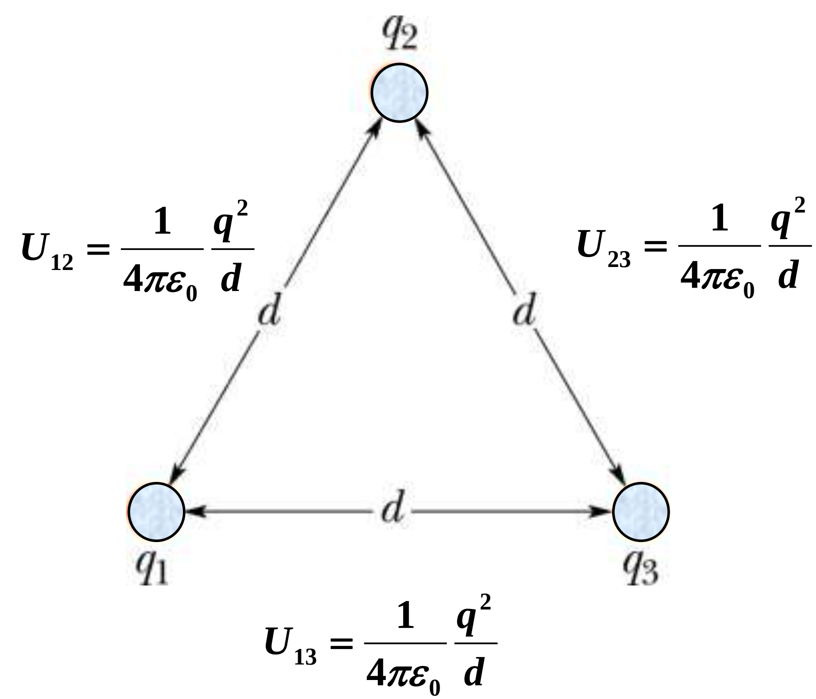
- 전하계의 전기 위치에너지

$$U = \sum_{i \neq j} U_{ij} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i Q_j}{r_{ij}}$$

$$= U_{12} + U_{23} + U_{31}$$

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{d}$$

$$\therefore U = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{d}$$

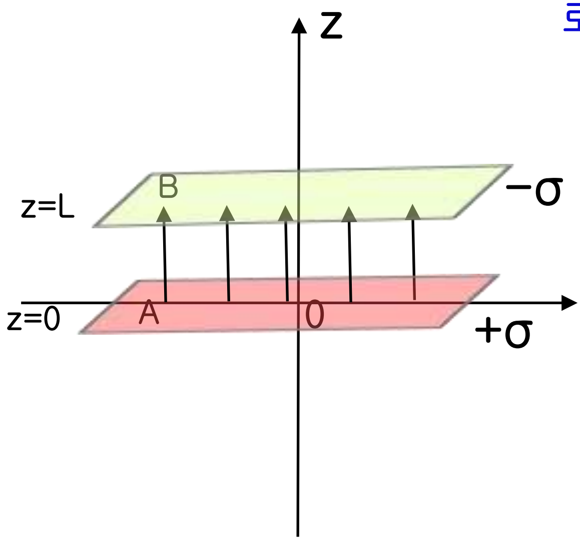


16-4 전위의 계산

연습 16-17. 면전하밀도가 (σ > 0) 와 −σ 로 대전된 두 무한평면 A 와 B 가 x y 평면에 평행하게 z=0 과 z= L 에 각각 놓여 있다. 평면 A 바로 위에 정지해 있던 질량이 m 이고 전하량이 q (> 0) 인 입자는 전기력을 받아 +z 방향으로 운동하게 된다. 0 < z < L 에 있을 때 전하의 속력을 z 의 함수로 구하시오.

풀이

두 판사이의 전기장의 크기는 평행판 사이의 전기장과 같다. $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$



전기장 E 가 + 판에서 − 판으로 + z 방향(윗쪽)으로 작용하므로 정지한 전하 q 는 + z 축으로 등가속도 운동을 하게 된다

$$F = qE = ma_z \qquad \Rightarrow \quad a_z = \frac{qE}{m} = \frac{q\sigma}{m\varepsilon_0}$$

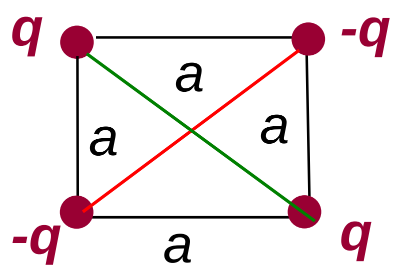
$$v_z^{\,2} - v_0^{\,2} = 2a_z(z-0) \qquad (v_0 = 0)$$

$$\therefore v_z = \sqrt{2a_z z} = \sqrt{\frac{2q\sigma z}{m\varepsilon_0}} \qquad (0 < z < L)$$

16-5 점전하계의 전기 위치에너지

연습 16-18. 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 네 꼭지점에 전하량이 각각 +q, −q, +q, −q 인 네 점전하가 순서대로 배치되어 있다. 이 점전하계를 만드는 데 외부에서 한 일은 얼마인가?

풀이 어떤 계의 전기적 포텐셜 에너지의 정의는 그 계를 만드는데 외부에서 해 준 일을 말한다.



따라서 점 전하계를 만드는 데 외부에서 한 일은 전기적 포텐셜 에너지의 크기와 같으므로

각각 입자 사이의 포텐셜 에너지 $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_i q_j}{r}$ 의 총 합을 구하면 된다.

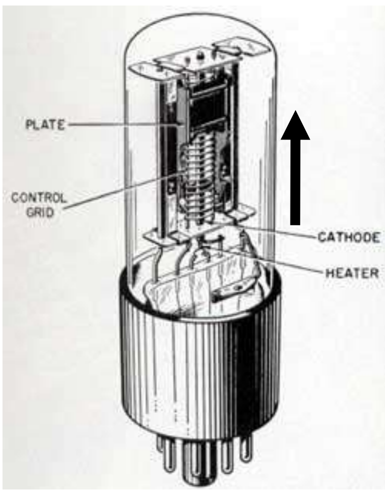
$$W = U = -4\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a} + 2\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\sqrt{2}a}$$

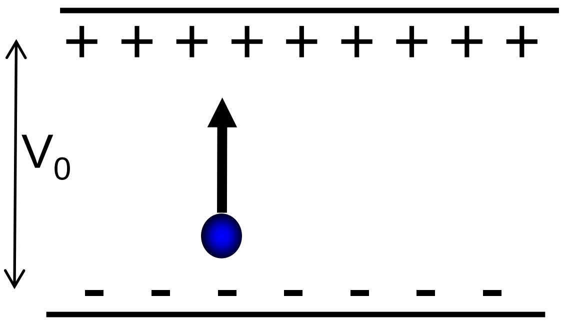
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}(\sqrt{2}-4)$$

발전문제

연습 16-20. 다이오드라 알려진 진공관 내부에는 두 개의 전극이 들어 있다. 음극의 전극은 높은 온도로 유지되어 표면으로 부터 전자들을 방출한다. 양극의 전극은 높은 전위 상태로 되어 있어 음극과 양극 사이에 수백 볼트의 전위차가 유지된다. 어떤 다이오드에서 두 극간의 전위차가 V_0 라 할 때 음극으로 부터 방출된 전자들이 양극에 도달할 때의 속력을 전자의 질량 m 과 전하량 e 로 나타내어라

풀이





$$K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$K_1 + U_1 = 0 + eV_0$$

음극에서 양극 사이의 전위 차이에 의해 전자가 받은 위치에너지는 양극으로 달려가면서 운동에너지로 바뀐다. 에너지 보존 법칙으로 설명하면 처음에 정지한 전자의 운동에너지는 0 이고 전기 위치에너지는 eV_0 이다. 전자가 V_0 의 전위차에 의해 가속되어 양극으로 도달하면 위치에너지는 0 으로 되고 운동에너지는 최대가 된다.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \Rightarrow 0 + eV_0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

발전문제 **기출 2009년 6번**

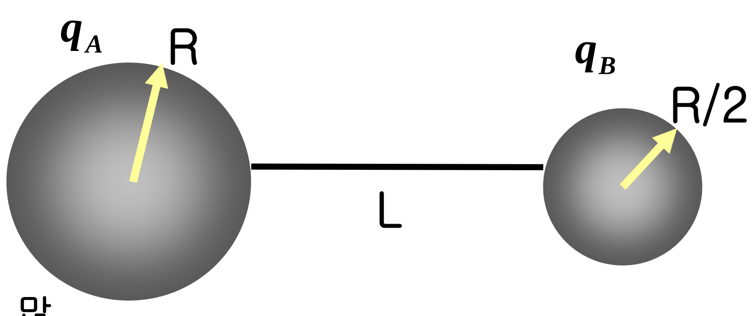
연습 16-21. 반지름이 R, R/2 인 두 도체구가 서로 도선으로 연결된 채로 매우 먼 거리 L 만큼 떨어져 있다. 계의 총 전하량이 Q 라면 각 도체 구의 전하량은 얼마인가? 또 도선에 작용하는 장력은 얼마인가?

풀이 $V_A = V_B$ 도체가 서로 연결되어 있으므로 두 도체의 표면은 등 전위면이다.

반지름이 R 이고 전하량이 q 로 대전된 구의 전위 : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_B}{\left(\frac{R}{2}\right)}$$

$$q_A = 2q_B$$



B 보다 반지름이 두 배 더 큰 A 도체에 전하량이 2 배 더 많이 분포된다.

$$q_A + q_B = Q, \quad q_A = 2q_B \Rightarrow \therefore \; q_A = \frac{2Q}{3}, \quad q_B = \frac{Q}{3}$$

또 도선에 작용하는 장력은 얼마인가?

두 도체에 작용하는 힘은 거리가 L (L>> R) 만큼 떨어진 두 점 전하와 같이 쿨롱력이 작용한다.

$$F' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{(L)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{2Q}{3}\right)\left(\frac{Q}{3}\right)}{L^2} = \frac{1}{18\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(L)^2}$$

15-2 쿨롱의 법칙 연습 16-18 기출 2011년 1번

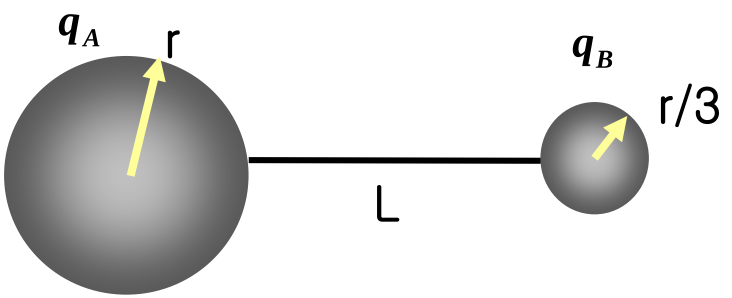
[기출문제] 반지름이 r, r/3 인 두 도체구가 서로 도선으로 연결된 채로 매우 먼 거리 L 만큼 떨어져 있다. 계의 총 전하량이 Q 라면 각 도체 구의 전하량은 얼마인가? 또 도선에 작용하는 장력은 얼마인가?

풀이 $V_A = V_B$ 도체가 서로 연결되어 있으므로 두 도체의 표면은 등전위면이다.

반지름이 r 이고 전하량이 q 로 대전된 구의 전위 : $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{3r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_B}{r}$$

$$q_A = 3q_B$$



B 보다 반지름이 세 배 더 큰 A 도체에 전하량이 3 배 더 많이 분포된다.

$$q_A + q_B = Q, \quad q_A = 3q_B \Rightarrow \therefore \; q_A = \frac{3Q}{4}, \quad q_B = \frac{Q}{4}$$

또 도선에 작용하는 장력은 얼마인가?

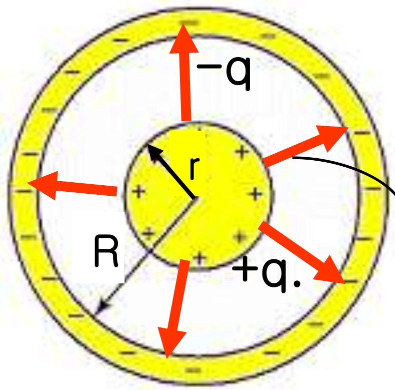
두 도체에 작용하는 힘은 거리가 L (L>> R) 만큼 떨어진 두 점 전하와 같이 쿨롱력이 작용한다.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{(L)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{3Q}{4}\right)\left(\frac{Q}{4}\right)}{L^2} = \frac{3}{64\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{L^2}$$

발전문제

연습 16-22. 반지름이 r 인 도체 구를 더 큰 반지름 R 인 공 껍질 모양 도체가 그림과 같이 감싸고 있다. 두 도체 구의 중심은 같다. 두 도체가 각각 +q. −q 의 전하량으로 대전되어 있다.

풀이



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

전위는 전기장을 적분하여 구할 수 있다.

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

(가) 두 도체가 각각 ±q 의 전하량으로 대전되었다면 두 도체 간의 전위차는 얼마인가?

$$V_r - V_R = -\int_R^r \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}dr' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'}\Bigg|_{r'=R}^{r'=r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(R-r)}{Rr}$$

(나) 작은 도체 구 전하량은 q 이지만 공 껍질 모양 도체의 전하량은 Q라고 하면 그 때의 전위차는 얼마인가?

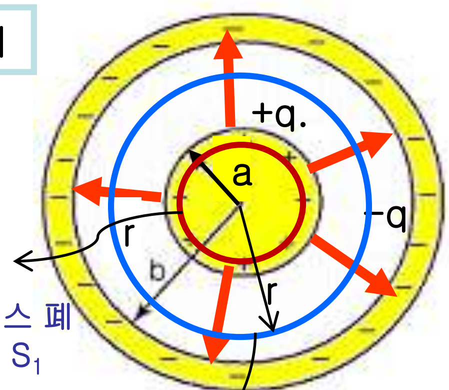
바깥 도체의 껍질의 내부 표면에는 −q 가 유도되고 바깥 도체의 바깥 표면에는 Q+q 전하량이 유도된다. 두 원형 도체 사이의 전기장은 (가)와 같다. (가우스 표면을 정하고 가우스 법칙을 적용하면 가우스 표면 내부에는 여전히 +q 만 존재하게 되므로 내부의 전기장은 +q 에 의한다.) 따라서 전위차는 동일하다.

연습 16-22번과 유사 기출 2007년 주관식 1번

[기출문제] 오른 쪽 그림과 같이 반지름이 a 인 도체 구를 반지름 b 인 공 껍질 모양 도체가 감싸고 있다. 두 도체 구의 중심은 같다. 안쪽의 도체구가 + q , 공껍질 모양의 도체가 – q 의 전하량으로 대전되어 있다.

(1) 안쪽의 도체 구 내부에서 전기장의 세기는 얼마인가? (답만 써도 됨.)

풀이



가우스 폐곡면 S_1

도체 내부에서 전하는 힘을 받지 않는다. 따라서 전기장도 0 이다, 만일 전기장이 0 이 아닐 경우 전기장에 의해 전류가 흐르게 된다. 정전 싱태에서 도체는 전류가 흐르지 않으므로 전기장은 0 이다.

$$\boldsymbol{E} = \mathbf{0}$$

(2) 안쪽의 도체 구에 대전된 전하는 어느 위치에 분포하게 되는가? (가우스 법칙을 이용하여 이유를 간단히 설명할 것.)

안쪽 도체구의 반지름 보다 작은 위치에 (r< a) 에 가우스 폐곡면 S_1을 잡으면 도체 내에서 전기장은 0 이므로 가우스 폐고면 내부의 총 전하량은 0 이고 도체 구의 전하량 q 는 모두 표면에만 분포한다

$$\Phi_{S_1} = \oint_{S_1} E \cdot da = 0 \Rightarrow q_{in} = 0 \qquad \Rightarrow q = q_{in} + q_{out} = 0 + q_{out} \qquad \therefore q_{out} = q$$

가우스 폐곡면 S_2

(3) 안쪽의 도체 구와 바깥 쪽 도체 사이의 공간에서의 전기장의 세기를 중심으로 부터의 거리 r 의 함수로 나타내시오.

(a< r < b) 에 가우스 폐곡면 S_2 을 잡고 가우스 법칙을 적용한다. 가우스 폐곡면 S_2 내부의 총 전하량은 +q 이므로 전기; 장은 점 전하에 의한 전기장과 같다.

$$\boldsymbol{\Phi}_{total} = \oint_S \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{da} = \boldsymbol{q} / \boldsymbol{\varepsilon}_0 \Rightarrow 4\pi r^2 \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} \quad \therefore \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{q}}{4\pi\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{r}^2}$$

(4) 두 도체 간의 전위차를 구하시오.

전위는 전기장을 적분하여 구할 수 있다.

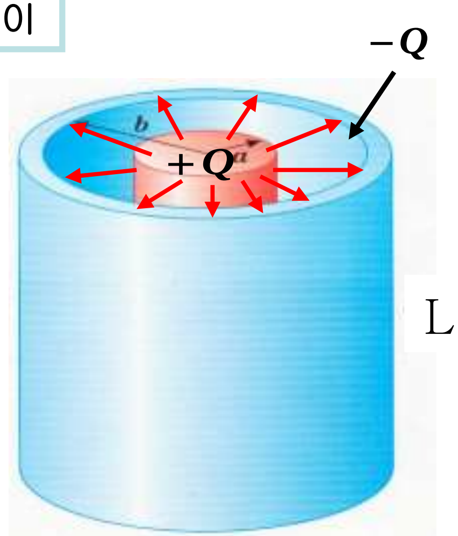
$$\Delta V = V_a - V_b = -\int_b^a \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\bigg|_{r=b}^{r=a} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(b-a)}{ab}$$

발전문제

연습 16-23. 길이가 L 이고 반지름이 a 인 원통 도체가 전하량 Q 로 대전되어 있다. 길이가 같고 반지름이 b (b>a) 인 원통 도체는 전하 -Q 로 대전되어 있고 반지름이 a 인 원통 도체를 감싸고 있다.

(가) 모든 영역에서 전기장을 구하여라.

풀이



각 영역에서 가우스 법칙을 적용한다.

i) $r < a$ 반지름이 a 인 도체 내부에는 전하량이 없으므로 E = 0 이다.

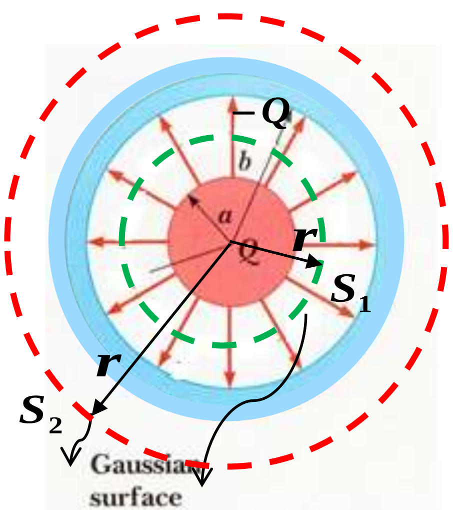
$$q = 0 \Rightarrow E = 0$$

ii) $a < r < b$ 아래 그림과 같이 가우스면 S_1을 정하면 가우스 면 안에 전하량 +Q 가 있으므로

$$2\pi rL \cdot E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}\hat{r}}$$

iii) $r > b$ 반지름이 b 인 원통 외부에 가우스면을 정하고 가우스 법칙을 적용하면 가우스 폐곡면 S_2 안에 있는 전하량이 0 이므로 전기장이 0 이다.

$$2\pi rL \cdot E = \frac{Q-Q}{\varepsilon_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$$



(나) 이 두 원통도체 사이에 걸리는 전위차를 구하여라.

$$\Delta V = V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_b^a E\, dl$$

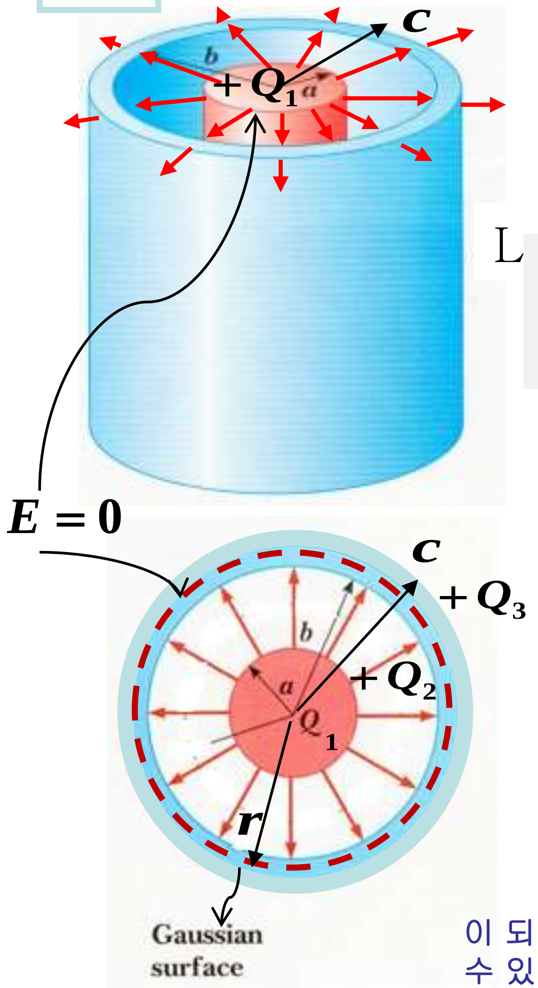
$$= \int_b^a E\,(-dr) = \int_a^b \left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\right)\frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

기출 2008년 주관식 1번

[기출문제] 오른 쪽 그림과 같이 반지름이 a 인 원통형 금속 막대가 있고 그 바깥에 (같은 축을 가지며) 안쪽 반지름이 b 이고 바깥쪽 반지름이 c인 원형 금속관이 있다. 안쪽의 금속 막대가 단위 길이당 λ_1 의 전하로 대전되어 있고 바깥쪽의 금속관이 단위길이당 λ_2 의 전하로 대전되었다. (두 도체의 길이는 무한히 길다고 가정한다.)

풀이

(1) 정전 상태에서 도체 내부의 전기장의 세기는 얼마인가? (이유를 간략히 설명할 것)



도체 내부에서 전하는 힘을 받지 않는다. 따라서 전기장도 0 이다, 만일 전기장이 0 이 아닐 경우 전기장에 의해 전류가 흐르게 된다. 정전 상태에서 도체는 전류가 흐르지 않으므로 전기장은 0 이다.

(2) 도체에 대전된 전하는 도체의 표면에만 분포하게 된다, 오른쪽 도체의 세 표면 (즉, 원통형 금속 막대의 외부 면, 바깥쪽 금속관의 내부 면과 외부 면)에서의 면 전하밀도를 각각 구하라.

(i) 원통형 금속 막대는 전하량을 외부 면에 분포시키게 된다. 이 때의 면 전하밀도는 전하량 Q_1 을 원통의 옆면적으로 나누면 된다.

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{\lambda_1 L}{2\pi a L \varepsilon_0} = \frac{\lambda_1}{2\pi a}$$

(ii) 원통 바깥 쪽 금속관의 전하밀도를 구하려면 b< r 이면서 바로 b 바깥 쪽에 가우스 면을 잡는다. 바깥쪽의 금속 내부에서의 전기장은 0 이므로 가우스 면 내부의 총 전하량은 0 이 되어야 하므로

$$2\pi r L \cdot E = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0} = 0 \qquad \therefore Q_2 = -Q_1 = -\lambda_1 L$$

이 되며 바깥 쪽 금속관 내부의 전하밀도 는 $\sigma_2 = \frac{-Q}{A_2} = \frac{-\lambda_1 L}{2\pi b L} = \frac{-\lambda_1}{2\pi b}$ 임을 알 수 있다.

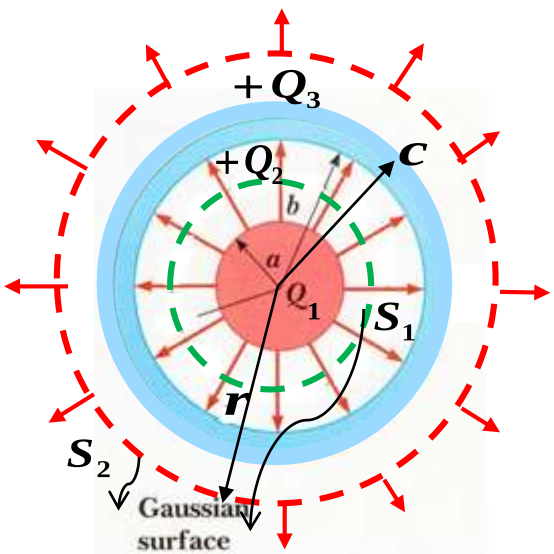
기출 2008년 주관식 1번

[기출문제] 계속

풀이

c< r 인 영역, 바로 c 바깥 쪽에 가우스 면 S_2 을 잡는다. 폐곡면 내부에 있는 총전하량은 Q=(λ_1 +λ_2) L이다. 바깥 쪽 금속관의 표면에 있는 전하량을 Q_3 라고 하자. 가우스 면 내부의 총 전하량을 알고 있으므로 Q_3 를 구할 수 있다.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)L \qquad (Q_1 = -Q_2)$$



$$2\pi rL \cdot E = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)L}{\varepsilon_0} \qquad \therefore Q_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)L$$

따라서 바깥 쪽 금속관 외부의 전하밀도는 $\sigma_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)L}{2\pi cL} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi c}$ 이다.

(3) a < r < b 와 r > c 인 영역에서의 전기장의 세기를 중심으로 부터의 거리 r 의 함수로 각각 나타내어라.

a < r < b 영역의 전기장 : 가우스 법칙에서 폐곡면 S_1 (녹색) 내부의 전하량은 Q_1 이므로 전기장은 다음과 같다.

$$2\pi rL \cdot E = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda_1 L}{\varepsilon_0} \qquad \therefore E = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

c < r 영역의 전기장 : 가우스 법칙에서 폐곡면 S_2 (파란색) 내부의 전하량은 Q 이므로 전기장은 다음과 같다.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)L$$

$$2\pi rL \cdot E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)L}{\varepsilon_0} \qquad \therefore E = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$$