제 17 장 기출_연습문제 풀이 (1)

연습문제 풀이 : (2007년 이후 중간고사에 출제된 연습문제 모음) 2, 4, 7, 8, 10, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22

+ 기출문제

17-1 전류

연습 17-2 양성자를 가속해서 그 운동에너지가 20.0 MeV 가 되게 하는 선형가속기가 있다. 이 때 가속기에서 나오는 양성자 빔의 전류는 $1.00~\mu A$ 이다. 1~eV 는 $1.602~x~10^{-19}$ J 이다.

(가) 양성자의 속력을 구하여라.

풀이 │ 양성자의 운동에너지를 통해서 양성자의 속력을 알 수 있다.

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 20.0 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19}}{1.672 \times 10^{-27}}} = 6.19 \times 10^7 (m/s)$$

(나) 양성자 빔에서 양성자와 양성자 사이의 거리는 얼마인가?

양성자의 유동속력과 전류밀도(단위면적 당의 전류)의 식을 이용한다. 여기서 n 은 단위부피당 양성자의 갯수인데 단위부피당 1 개의 양성자가 있게 되므로

$$n = \frac{N}{\text{부피}} = \frac{1}{\text{단위부피}} = \frac{1}{Al}$$
 (l :양성자와양성자 사이의거리)

이 되며, 한편 양성자의 유동속력과 전류밀도(단위면적 당의 전류)의 식을 이용하면 양성자 사이의 거리의 값을 얻을 수 있다.

$$j = nqv$$
 $\Rightarrow \left(\frac{i}{A}\right) = \left(\frac{1}{Al}\right)qv$ 단위부피

$$\therefore l = \frac{qv}{i} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \times 6.19 \times 10^{7}}{1.00 \times 10^{-6}} = 9.92 \times 10^{-6} (m) = 9.92 \mu m$$

17-1 전류

연습 17-4. 어떤 도선을 통해 $0 \le t \le t_0$ 동안 전류가 $I(t) = \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)I_0$ 와 같이 흐르고 있다, 여기서 I_0 와 t_0 는 전류와 시간의 단위를 가진 양의 상수이다. 이 도선을 통해 흘러간 총전하량을 구하시오.

풀이 전류는 단위 면적을 통해 흐르는 시간당 전류의 양이므로 역으로 전류를 시간에 적분하면 흘러간 총 전하량을 구할 수 있다.

$$\frac{dq}{dt} = i \Longrightarrow q = \int i(t)dt$$

$$q = \int i(t)dt = \int_0^{t_0} \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) I_0 dt = I_0 \left[t - \frac{1}{2t_o}t^2\right]_0^{t_0} = \frac{1}{2}I_0 t_0$$

17-2 옥의 법칙

연습 17-7. 반지름이 r 이고 길이가 L 인 원통형 모양 구리 도선이 있다 부피를 일정하게 유지한 채로 이 도선을 늘여 길이가 2 배로 되었다면 저항은 처음의 몇 배가 되었는가?

풀이

저항에 관계식은 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. 구리도선을 부피는 일정하게 유지한 채로 도선을 두 배 늘리면 단면적은 ½ 로 된다. 따라서 저항은 4배로 늘어난다

21

 $R = \rho \frac{l}{A}$

$$V = V' \Rightarrow Al = A'(2l) \Rightarrow \therefore A' = \frac{A}{2}$$

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad \therefore R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{2l}{\left(\frac{A}{2}\right)} = \rho \frac{4l}{A} = 4\left(\rho \frac{l}{A}\right) = 4R$$

2013년 기출 7번

[기출문제] 반지름이 r 이고 길이가 L 인 원통형 모양 구리 도선이 있다 부피를 일정하게 유지한 채로 이 도선을 늘여 길이가 3 배로 되었다면 저항은 처음의 몇 배가 되었는가?

물이 저항에 관계식은 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. 구리도선을 부피는 일정하게 유지한 채로 도선을 3 배 늘리면 단면적은 1/3 배로 된다.

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad \therefore R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{3l}{\left(\frac{A}{3}\right)} = \rho \frac{9l}{A} = 9\left(\rho \frac{l}{A}\right) = 9R$$

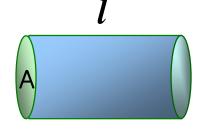
4

17-2 옴의 법칙

연습 17-8. 어떤 도선의 저항은 R 이다, 같은 재질로 만든 다른 도선이 이 도선에 비해 길이가 2 배이고 단면적은 1 배 라 할 때 이 도선의 저항은 얼마인가?

풀이 연습 6 번과 비슷한 유형의 문제이다

저항 $R = \rho \frac{l}{A}$



A' ()

$$V = V' \Rightarrow Al = A'(2l) \Rightarrow \therefore A' = \frac{A}{2}$$

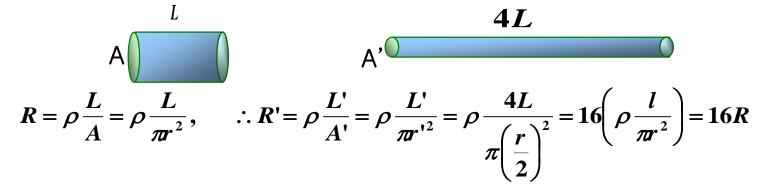
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{2l}{\left(\frac{A}{2}\right)} = \rho \frac{4l}{A} = 4\left(\rho \frac{l}{A}\right) = 4R$$

17-2 옴의 법칙 연습 17-8과 유사 2017년 기출 5번 2016년 기출 7번

[기출문제] 반지름이 r 이고 길이가 L 인 원통형 모양의 구리 도선의 저항이 R 이다, 그렇다면 반지름이 r/2 이고 길이가 4 L 인 원기둥 모양의 구리 도선의 저항은 얼마인가?

풀이 저항은 도선의 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. $R=
horac{l}{A}$



저항은 16 배로 늘어난다.

2012년 기출 5번

[기출문제] 반지름이 r 이고 길이가 L 인 원통형 모양의 구리 도선의 저항이 R 이다, 그렇다면 반지름이 r/2 이고 길이가 3 L 인 원기둥 모양의 구리 도선의 저항은 얼마인가?

풀이 저항은 도선의 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. $R = \rho \frac{l}{A}$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2}, \quad \therefore R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{L'}{\pi r'^2} = \rho \frac{3L}{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2} = 12 \left(\rho \frac{l}{\pi r^2}\right) = 12R$$

17-2 옥의 법칙

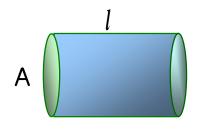
연습 17-10. 저항이 10.0 kΩ 인 도선을 늘여서 원래 길이의 4 배가 되게 만들었다. 늘 어난 도선의 저항을 구하여라. (도선을 늘여도 비저항은 바뀌지 않는다고 가정하자.)

풀이

5번과 같은 유형의 문제이다. 저항의 관계식은 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. 도선의 부피는 일정하게 유지한 채로 도선의 길이를 4 배로 늘리면 단면적은 1 배로 된다.

저항

$$R = \rho \frac{l}{A}$$



$$A'=A/4$$

41



$$V = V' \Rightarrow Al = A'(4l) \Rightarrow \therefore A' = \frac{A}{4}$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = 10.0k\Omega$$

$$R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{4l}{\left(\frac{A}{4}\right)} = 16\left(\rho \frac{l}{A}\right) = 16R = 160k\Omega$$

17-3 전도의 미시이론

연습 17-14. 물질 A 의 전자평균 자유시간이 B 보다 2 배 크다는 것을 제외하면 두 물질 A 와 B 는 동일하다. 만일 두 물질에 존재하는 전기장이 같다면 물질 A 의 전자 유동속도는 물질 B 의 전자 유동속도의 몇 배인가?

$$\mathbf{v}_d = \frac{qE}{m} \tau$$
 [τ : 풀림(평균자유)시간]

물이 유동속도는 전기장과 평균자유시간에 의해 결정된다. 평균 자유 시간이 더 큰 물질이 충돌과 충돌 사이에 가속되는 시간이 크므로 전자의 유동속도는 더 크다

$$\mathbf{v}_{d,A} = \frac{qE}{m} \, \tau_A = \frac{qE}{m} \left(2\tau_B \right) = 2 \left(\frac{qE}{m} \, \tau_B \right) = 2\mathbf{v}_{d,B}$$

17-3 전도의 미시이론 2016년 기출 6번 2011년 기출 4번

[기출문제] 단면적이 A, 길이가 L인 원기둥 모양의 구리 도선의 양단에 전압 V 가 걸려 있다. 구리 도선의 단위 부피당 전자 개수는 n, 전자 1 개의 전하량은 q, 구리의 전기 전도도는 σ이다. 이 때, 이 도선 내 전자들의 유동속도를 주어진 변수들을 이용해 나타내시오.

풀이

유동속도와 전류밀도의 관계식, 저항에 대한 식을 이용한다. 한편 전기전도도는 비저항의 역수이다.

$$v_d = \frac{j}{nq}, \quad R = \rho \frac{L}{A}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$v_{d} = \frac{j}{nq} = \frac{i}{nqA} = \frac{1}{nqA} \left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V}{nqA} \left(\frac{1}{\rho \frac{L}{A}}\right) = \frac{V}{nqL} \left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{V}{nqL} \sigma$$

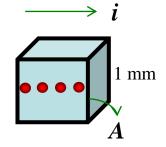
$$\therefore v_d = \frac{\sigma V}{nqL}$$

17-3 전도의 미시이론 2017년 기출 6번

[기출문제] 한 변이 1 mm인 정사각형의 단면적을 갖고 있는 도선에 4 A의 전류가 흐르고 있을 때, 도선 내 전자의 유동속도를 구하라. (단위 포함) 이 때 전류 밀도는 전자의 유동속도 및 단위 부피당 전하량에 비례하며, 도선에는 1 m³ 당 10²⁹ 개의 자유전자가 들어 있다. (전자의 전하량 e=1.6 x 10⁻¹⁹ C, 단위 포함)

풀이

유동속도와 전류밀도의 관계식을 이용한다. $j=nqv_d$



단면적
$$A = (1 \times 10^{-3} m) \times (1 \times 10^{-3} m) = 1 \times 10^{-6} (m^2)$$

구리 내의 자유전자수 밀도
$$n = \frac{N}{V} \approx 10^{29}$$
개 $/m^3$

전자의 유동 속도

$$v_d = \frac{j}{nq} = \frac{i}{nqA} = \frac{4A}{(10^{29} / m^3) \times (1.6 \times 10^{-19} C) \times (10^{-6} C)} = 2.5 \times 10^{-4} m/s$$

[기출문제] 한 변이 1 mm인 정사각형의 단면적을 갖고 있는 도선에 0.2 A의 전류가 흐르고 있을 때, 도선 내 전자들의 유동속도를 고려하여 전자가 1m 를 진행하는데 걸리는 시간을 구하시오. (전류 밀도는 전자의 유동속도 및 단위 부피당 전하량에 비례하며, 도선에는 1 m³ 당 10²⁹ 개의 자유전자가 들어 있다. e =1.6 x 10⁻¹⁹ C, 단위 포함)

풀이 유동속도와 전류밀도의 관계식을 이용한다.

• 유동속도 $v_d = \frac{J}{nq}$

전류밀도
$$j = i/A = (0.2 \text{ A})/(1 \times 10^{-6} \text{ m}^2) = 2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

구리 내의 자유전자수 밀도 $n = \frac{N}{V} \approx 10^{29}$ 개 $/m^3$

$$v_d = \frac{j}{na} = \frac{2 \times 10^5 \text{ A/m}^2}{(10^{29} \text{ FH/m}^3)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})} = \frac{1}{8} \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

1 m의 도선을 지나는데 걸리는 시간: $t = \frac{1}{v_d} = \frac{1}{8} \times 10^{-4} \, \text{m/s} = 8 \times 10^4 \, \left(s\right) = 22(h)$

17-3 전도의 미시이론 2014년 기출 7번

[기출문제] 어떤 회로나 도선에 흐르는 전하량은 전류 i 또는 전류 밀도 j 를 이용하여 기술할 수 있다. 그림과 같이 단위 부피당 n 개의 전자가 있는 면적 A 의 도선에서 전자들이 속도 v_d(유동속도, drift velocity)로 움직이고 있을 때 (ㄱ) 전류 i 와 (ㄴ) 전류밀도 j 를 주어진 변수로 순서대로 나타내시오 (전자의 전하량은 q)

도선의 단위 부피당 전자의 수: n

◉ 유동속도와 전류밀도 관계식

$$j = nqv_d$$

유동속도와 전류의 관계식은 전류밀도와 전류의 관계식을 대입하여 얻는다 $\left(j=i/A
ight)$

$$j = \frac{i}{A} = nqv_d \qquad \Longrightarrow \quad i = nqv_d A$$

17-3 전도의 미시이론

연습 17-15. 자유 전자를 이상 기체로 가정하면 식 (17. 11) 에 나타난 평균 충돌 시간이 온도에 어떻게 의존하는 지 알 수 있다. 이러한 가정하에서 도선의 비저항 ρ 이 온도 T 에 어떻게 의존하는 간단히 설명하시오.

$$\sigma = \frac{nq^2 \tau}{m}$$
 [τ :평균자유시간, σ :전기전도도] (17.11)

풀이

이상기체의 운동에너지는 온도에 비례한다. 이 때 운동에너지의 식의 제곱 평균 제곱근 속력에 평균자유시간을 대입하여 비저항에 대한 식으로 표현한다, 운동에너지는 비저항의 제곱에 비례하며 자유전자를 이상기체로 가정할 경우 비저항은 온도의 제곱근에 바례한다. 그러나 이것은 실제와 차이가 많이 나고 실제 비저항은 온도에 1 치식에 비례하므로 고전적인 모델로 설명할 수 없고 후에 양자역학적인 모델이 필요하게 된다.

$$K = \frac{N}{2} m v_{rms}^{2} \propto T \iff v_{rms} = \frac{l_{av}}{\tau} \qquad \left(\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{nq^{2}\tau}\right)$$

$$K = \frac{N}{2} m \left(\frac{l_{av}}{\tau}\right)^{2} = \frac{N}{2} m \frac{l_{av}^{2}}{\left(\frac{m}{nq^{2}\rho}\right)^{2}} = \left(\frac{Nn^{2}q^{4}l_{av}^{2}}{2m}\right)\rho^{2} \propto T \implies \rho^{2} \propto T$$

$$(\tau = \frac{m}{nq^{2}\rho})$$

$$\therefore \rho \propto \sqrt{T}$$

17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-16. 3.00 V 의 전압을 가진 건전지에 어떤 저항을 연결하였더니 0.500 W의 전력이 소모되었다. 이 저항을 1.5 V 짜리 건전지에 연결하면 전력 소모율은 얼마인가?

풀이

주울의 법칙을 적용하여 구한다

$$P = i V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$P = \frac{V^{2}}{R} \qquad R = \frac{V^{2}}{P} = \frac{(3V)^{2}}{0.5W} = 18\Omega \Rightarrow$$

$$P' = \frac{V'^{2}}{R} = \frac{(1.5V)^{2}}{18\Omega} = 0.125W$$

17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-17. 110 V 에서 500W 로 동작되는 전열기가 있다. 공급 전압이 100V 로 되면 소모 전력은 얼마인가?

풀이

주울의 법칙을 적용하여 구한다

$$P = i V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(110V)^2}{500W} = 24.2\Omega$$

$$P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{(100V)^2}{24.2\Omega} = 413W$$

[기출문제] 한 학생이 3V 의 건전지로 1 W 의 전력을 소모하는 저항을 1.5 V 의 건전지 에 연결하였다. 전력소모율은 얼마인가?

풀이

전력소모율은 단위시간당 전기에너지 소모비율을 말한다. 주울의 법칙(P=iV=V²/R으로 부터 저항을 먼저 구하고 이 저항을 1.5 V에 연결했을 때 소비되는 전력(P')을 구한다.

$$R = \frac{V^{2}}{P} = \frac{(3V)^{2}}{1W} = 9(\Omega)$$

$$P' = \frac{V'^{2}}{R} = \frac{\left(\frac{3}{2}V\right)^{2}}{9\Omega} = \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^{2}(W) = \frac{1}{4}(W) = 0.25(W)$$

2011년 기출 5번 2009년 기출 7번

[기출문제] 2.0 V 전압의 건전지에 어떤 저항을 연결하였더니 1.0 W 의 전력을 소모되었다. 이 저항을 1.0 V 의 건전지에 연결하였다. 소모 전력은 얼마인가?

풀이

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(2.0V)^2}{1.0W} = 4.0(\Omega)$$

$$P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{(1.0V)^2}{4.0\Omega} = \frac{1}{4}(W) = 0.25(W)$$

[기출문제] 어떤 전구에 220 V를 연결하였더니, 44W 의 전력이 소모되었다. 이 전구를 110 V 전압에 연결하였을 때 예상되는 소모 전력을 구하시오.

풀이

소모 전력은 단위시간당 전기에너지가 얼마나 소모되는 가를 묻는 문제이다. 주울의 법칙($P=iV=V^2/R$ 으로 부터 저항을 먼저 구하고 이 저항을 110 V 에 연결했을 때 소모되는 전력(P')을 구한다.

$$P = i V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220V)^2}{44W} = 1100(\Omega)$$

$$P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{(110V)^2}{1100\Omega} = 11(W)$$

17-4 전기회로에서의 에너지 전환 2008년 기출 6번

[기출문제] 원통형 저항 열선을 110 V 의 전압에 연결했을 때의 일률이 1 KW 이었다. 열선의 부피는 변화 없이 길이만 두 배로 늘이고 220 V 의 전압에 연결하면 일 률은 얼마가 되겠는가? (단위를 명시할 것)

풀이

저항은 도선의 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. 도선을 부피는 일정하게 유지한 채로 길이를 2 배 늘리면 단면적은 ½ 로 된다. 따라서 저항은 4배로 늘어난다

저항 $R = \rho \frac{l}{A}$

$$A \bigcirc R = \rho \frac{l}{A}$$

$$R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{2l}{\left(\frac{A}{2}\right)} = \rho \frac{4l}{A} = 4\left(\rho \frac{l}{A}\right) = 4R$$

한편 일률은 주울의 법칙을 적용하여 구한다

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad \left(R = \frac{V^2}{P} \right)$$

$$P' = \frac{V'^2}{R'} = \frac{V'^2}{4R} = \frac{V'^2}{4\left(\frac{V^2}{P}\right)} = \frac{1}{4}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \times P = \frac{1}{4}\left(\frac{220}{110}\right)^2 \times 1kW = 1kW$$

처음 일률과 같다.

17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-18. 60.0 W 전구에 0.500 A 의 전류가 흐른다. 한 시간에 흐르는 총 전하량은 얼마인가?

풀이

전류는 단위시간당 전하량이므로 전류의 양에 시간을 곱하면 일정한 시간에 흐른 전하량을 구할 수 있다. 단 시간의 단위는 초(second) 이다.

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0.500A$$

$$\Delta Q = i \Delta t = (0.500A) \cdot (3600 \text{ sec}) = 1800C$$

[기출문제] 100V 에서 500 W 로 동작하는 전열기가 있다. 이 전열기를 전압이 200 V 인 전원에 연결하여 한 시간 동안 켜 두었을 때 흘러간 전하량은 몇 C인가?

풀이

전열기의 저항을 알아낸 다음 200 V 전원에 연결되었을 때 흐르는 전류의 양을 계산한다. 전류는 단위시간당 전하량 이므로 이로 부터 1 시간에 흐른 전하량을 구할 수 있다. 여 기서 시간의 단위는 초(second) 이다.

$$P = i V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(100V)^2}{500W} = 20(\Omega), \qquad i = \frac{V}{R} = \frac{200V}{20\Omega} = 10(A)$$

$$\therefore \Delta Q = i \Delta t = (10A) \cdot (3600 \text{ sec}) = 36000(C)$$

17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-19. 한 학생이 60.0 W, 120V 스탠드를 오후 2시에서 다음날 오전 2시까지 켜놓았다. 몇 C 의 전하가 스탠드를 흘러 지나갔는가?

풀이

주울의 법칙(P=iV-전력은 전류와 전압을 곱한 값)으로 부터 스탠드에 흐르는 전류의 값을 구할 수 있다. 또한 전류는 단위시간당 전하량이므로 전류의 양에 시간을 곱하여 주어진 시간에 흐른 총 전하량을 구할 수 있다. 단 시간의 단위는 초(second) 이다.

$$P = i V \Rightarrow i = \frac{P}{V} = \frac{60.0W}{120V} = 0.500A$$

$$\Delta Q = i \Delta t = (0.500A) \cdot (12 \times 3600 \text{ sec}) = 2.16 \times 10^4 C$$

17-4 전기회로에서의 에너지 전환 연습 17-17과 유사 2007년 기출 7번

[기출문제] 한 학생이 3 W-9V 짜리 전구를 9 V 건전지에 연결하여 20분 동안 켜놓았다. 몇 C 의 전하가 전구를 흘러 지나갔는가?

풀이

주어진 전력과 전압을 통해 전구에 흐르게 되는 전류를 계산한다. 전류는 단위시간당 전하량이므로 이로 부터 주어진 시간에 흐른 전하량을 구할 수 있다.

$$P = i V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$
 $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

$$i = \frac{P}{V} = \frac{3W}{9V} = \frac{1}{3}(A)$$

$$\therefore \Delta Q = i \Delta t = \left(\frac{1}{3}A\right) \cdot (20 \,\text{min}) \left(\frac{60 \,\text{sec}}{1 \,\text{min}}\right) = 400 (C)$$

발전문제

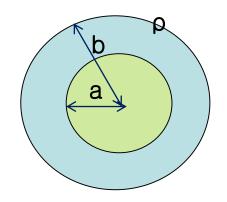
연습 17-22. 반지름이 a 인 도체 공을 중심이 같고 반지름이 b (b>a) 이고 비저항이 ρ 인 물 질로 만들어진 공이 감싸고 있다. 이 두 공 사이의 저항 R 을 구하여라.

풀이

전류가 흐르는 방향은 반지름 방향이라는 사실에 주의한다.

한편, 저항은 단면적에는 반비례하고 길이에 비례한다.

여기서는 전류의 흐르는 방향이 반지름 방향이므로 단면적은 구의 표면적이 되고 전류가 흐르는 거리는 a 에서 부터b 까지 (반지름 방향)의 길이가 된다.



$$R = \int_{r=a}^{r=b} \rho \frac{dr}{A} = \int_{r=a}^{r=b} \rho \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \int_{r=a}^{r=b} \frac{dr}{r^2} = -\frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = \frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}$$