# 제 17 장  연습 문제 풀이 (2)

연습문제 풀이 : 1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 13, 20, 21, 23

참고 : 물리학과 홈페이지 예제 풀이
**17- 3, 17- 4, 17- 6, 17- 11**

## 17-1 전류

연습 17-1. 보통 사람은 심장 근처로 약 50.0 mA 의 전류만 흘러도 감전사 할 수 있다. 사람 몸의 저항이 2,000 Ω이라고 할 때 전기기능공이 양손에 잡은 두 전극의 전위차가 치명적이 될 수 있는 상태의 전압은 얼마인가?

풀이

오옴의 법칙을 적용한다. 사람에 흐를 수 있는 치명적인 전류의 양과 사람 몸의 저항을 대입하면 치명적인 전압의 값을 구할 수 있다

$$V = iR = (50.0 mA)(2000\Omega) = (5.00 \times 10^{-2} A)(2.00 \times 10^{3} \Omega) = 100V$$

연습 17-3. J 는 전류밀도 dA 는 면적소 벡터일 때 면적에 대한 적분 $\int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$ 가 나타내는 양은 무엇인가?

풀이

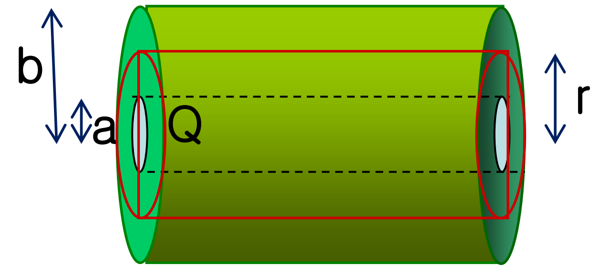
전류밀도의 정의는 단위면적당의 전류이므로 역으로 전류밀도에 면적을 곱하면 당연히 전류가 된다

$$\int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = i \ \ (\text{전 류})$$

연습 17-5. 안쪽 반지름이 a, 바깥쪽 반지름이 b 이고 길이가 L 인 원통 사이에 탄소가 가득 채워져 있다. 원통의 안쪽에서 바깥쪽 까지 지름 방향의 저항을 구하여라. a=1.00 cm, b= 2.00 cm 이고 길이 L=50.0 cm 일 때 저항 값을 구하여라 (표 17.1 에 나오는 탄소의 비저항을 참고하라)

풀이

지름 방향의 저항은 면적에는 반비례하고 길이에 비례한다. 면적은 원통의 옆면적에 해당하고 길이는 지름방향의 a 에서 b 까지의 거리에 해당한다.




a=1.00cm
b=2.00cm

$$R = \int_{r=a}^{r=b} \rho \frac{dr}{A} = \int_{r=a}^{r=b} \rho \frac{dr}{2\pi r L} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{r=a}^{r=b} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

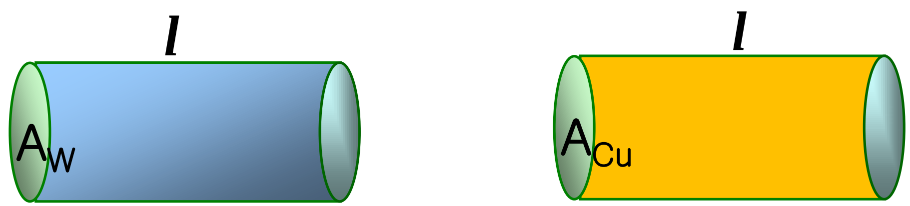
$$\Rightarrow \quad R = \frac{\left(3.50\times10^{-5}\,\Omega\cdot m\right)}{2\pi(5.00\times10^{-1}\,m)} \times \ln(2) = 7.72\times10^{-6}\,\Omega = 7.72\,\mu\Omega$$

연습 17-6. 구리와 텅스텐으로 만든 두 도선이 있는데 두 도선의 길이가 같고 저항도 같다. 두 도선의 반지름의 비를 구하여라 표 17.1 에 나오는 탄소의 비저항을 참고하여라.

풀이

저항의 관계식은 비저항이 클수록 크며 또한 도선의 단면적에 반비례하고 길이에 비례한다. 같은 길이의 두 도선이 비저항이 다른 값인데도 저항이 같으면 두 도선의 단면적이 다른 경우가 된다. 이 두 도선의 단면적이 원형이라 가정하고 반지름의 비를 구하면 다음과 같다.

저항 $\boxed{R = \rho \dfrac{l}{A}}$




$$\rho_{Cu} = 1.72\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$$

$$\rho_W = 5.51\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$$

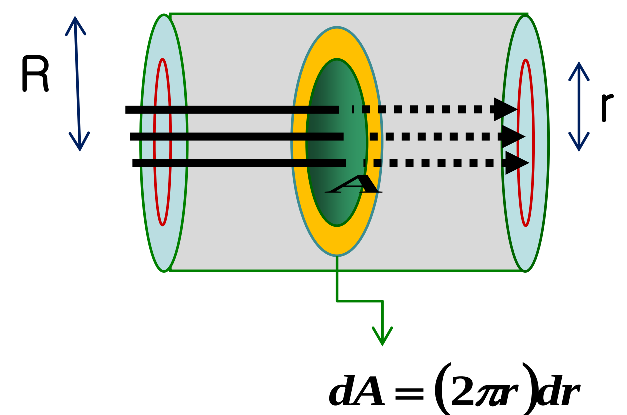
$l = l'$ $\quad$ $R_{cu} = R_W$

$$\boxed{\begin{aligned} R_{cu} &= \rho_{cu}\frac{l}{A} = \rho_{cu}\frac{l}{\pi r^2} \\ R_W &= \rho_W\frac{l'}{A'} = \rho_W\frac{l}{\pi r'^2} \end{aligned}} \Rightarrow \frac{r^2}{r'^2} = \frac{\rho_{cu}}{\rho_W} \Rightarrow \boxed{\frac{r}{r'} = \sqrt{\frac{\rho_{cu}}{\rho_W}} = \sqrt{\frac{1.72\times10^{-8}}{5.51\times10^{-8}}} = 0.559}$$

연습 17-9. 반지름이 R=5.00 mm인 전선에 전류가 흐르고 있다. 전류밀도가 전선의 중심에서 부터 반지름 방향으로 $J=J_0(1-r^2/R^2)$ 과 $J_0= 6.40\times10^4$ A/m$^2$ 이다. 이 전선에 흐르는 전류는 얼마인가?

풀이

여기서 전류는 도선의 길이방향으로 흐르므로 원통 단면에 흐르는 총 전류를 구하면 된다. 그런데 원통의 단면적에 대해 전류밀도가 일정하지 않고 반지름에 따라 중심에서 바깥쪽으로 점점 작아지므로 먼저 미소 면적에 흐르는 미소 전류의 식을 구한 다음 이것을 적분하면 된다. 미소 전류가 통과하는 단면적은 원둘레에 dr을 곱하면 된다 $dA=(2\pi r)dr$




$$i=\int\vec{J}\cdot d\vec{A}=\int_0^R J_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)(2\pi r)dr=2\pi J_0\int_0^R\left(r-\frac{r^3}{R^2}\right)dr=\frac{\pi J_0 R^2}{2}$$

$$\Rightarrow\quad i=\frac{\pi\left(6.40\times10^4\,A/m^2\right)\left(5.00\times10^{-3}\,m\right)^2}{2}=2.51A$$

연습 17-11. 식 (17.8) 에 나오는 저항의 온도상수 a 는 일반적으로

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}$$

와 같이 주어진다. α 를 상수라고 가정할 때 $\rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$ 가 됨을 보여라, $T-T_0$ 가 작을 때 지수함수의 근사식 $\left(e^x \approx 1+x\right)$ 을 이용하여 식 (17. 8) 이 됨을 보여라.

**풀이** 주어진 식을 변수 분리하여 양변을 적분한다.

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} \Longrightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \alpha\, dT$$

양변을 적분하면 $$\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{d\rho}{\rho} = \int_{T_0}^{T}\alpha\, dT \Rightarrow \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \alpha\left(T - T_0\right)$$

양변에 로그를 걸어주면 $$\rho = \rho_0 e^{\alpha\left(T-T_0\right)}$$

($x= T-T_0$) 가 작다면 윗 식은 근사식 $\left(e^x \approx 1+x\right)$ 을 이용하여 정리할 수 있다.

$$\rho = \rho_0\left[1+\alpha\left(T-T_0\right)\right] = \rho_0[1+\alpha\cdot\Delta T]$$ 식 (17. 8)

연습 17-12. 남극 탐사대 대원이 20.0 °C 에서 220V 의 전위차를 가했을 때 1.00A 의 전류가 흐르는 도선을 남극으로 가져갔다. 남극에서 온도가 영하 76.0 °C 인 어느 날 이 대원은 이 도선을 이용하여 실험을 하였다. 똑 같이 220V 의 전압을 가했을 때 이 도선에 흐르는 전류의 양은 얼마인가? 구리의 온도계수는 20 °C 에서 α = 3.90 x $10^{-3}$ / °C 이다.

풀이

온도가 낮아지면 비저항도 작아진다. 비저항에 대한 식 (17.8 ) 식을 이용하면 저항의 관계식은 다음과 같다.

$$R = R_0\left[1+\alpha\,(T\text{-}T_0)\right]$$

온도가 20.0 °C 에서 도선의 저항은 오옴의 법칙에 의해 $R_{20.0} = \dfrac{V}{I_{20.0}} = \dfrac{220(V)}{1.00(A)} = 220(\Omega)$

이고 20.0 °C 와 남극과의 온도 차는 ΔT = −76.7 − 20.0= −96.0 (°C)

이므로 영하 76.0 °C 에서의 저항은

$$R_{-76.0} = R_{20.0}\left[1+\alpha\,\Delta\mathrm{T}\right] = 220\left[1-\left(3.90\times10^{-3}\right)\times(96.0)\right] = 137.6(\Omega)$$

이다. 따라서 오옴의 법칙에 의해 영하 76.0 °C 에서의 전류를 구하면 다음과 같다.

$$I_{-76.0} = \frac{V}{R_{-76.0}} = \frac{220(V)}{137.6(\Omega)} = 1.60(A)$$

## 17-2 옴의 법칙

연습 17-13. 고압 송전선의 재료로 구리와 알루미늄 도선 중 하나를 택하려고 한다. 이 송전선의 최대 전류는 60.0 A 이고 단위길이당 저항은 0.150 Ω/km 가 되도록 하려고 한다. 구리와 알루미늄의 밀도가 각각 $8.96 \times 10^3$ 과kg/m³ 과 $2.70 \times 10^3$ kg/m³ 일 때 다음을 구하여라

(가) 각 재료를 사용할 때 각 도선의 전류밀도는 얼마인가?

$$\rho_{Cu} = 1.72\times10^{-8}\Omega\cdot m$$

풀이

전류밀도를 알려면 도선의 단면적을 알아야 한다. 여기서 저항에 대한 식을 이용하여 단면적은 단위길이당 저항 값과 비저항으로 대체하여 구할 수 있다.

$$\boxed{R = \rho\frac{l}{A}} \Rightarrow \frac{R}{l} = \frac{\rho}{A} = 0.15\times10^{-3}\Omega/m \Rightarrow A = \frac{\rho}{0.15\times10^{-3}\Omega/m}$$

구리의 전류밀도 $$j_{Cu} = \frac{i}{A} = \frac{60.0A\times0.150\times10^{-3}\Omega/m}{1.72\times10^{-8}\Omega\cdot m} = 5.23\times10^{5}A/m^2$$

알루미늄의 전류밀도 $$j_{Al} = \frac{i}{A} = \frac{60.0A\times0.150\times10^{-3}\Omega/m}{2.63\times10^{-8}\Omega\cdot m} = 3.42\times10^{5}A/m^2$$

(나) 단위 길이당 질량은 얼마인가?

밀도는 단위부피당의 질량이다. 여기서 부피는 단면적과 길이이므로 단면적을 안다면 단위길이당의 질량을 얻어낼 수 있다. 단면적은 이미 (가)에서 구한 식을 대입하면 단위질량당의 식은

$$\boxed{m = \rho_m V = \rho_m A l \quad\Rightarrow\quad \frac{m}{l} = \rho_m A = \rho_m\frac{\rho}{0.150\times10^{-3}\Omega\cdot m}}$$

단위길이당 질량

구리 $$\left(\frac{m}{l}\right)_{Cu} = \frac{\rho_m\rho}{0.150\times10^{-3}\Omega\cdot m} = \frac{8.96\times10^{3}kg/m^3\times1.72\times10^{-8}\Omega\cdot m}{0.150\times10^{-3}\Omega\cdot m} = 1.027kg/m$$

알루미늄 $$\left(\frac{m}{l}\right)_{Al} = \frac{\rho_m\rho}{0.150\times10^{-3}\Omega\cdot m} = \frac{2.70\times10^{3}kg/m^3\times2.63\times10^{-8}\Omega\cdot m}{0.150\times10^{-3}\Omega\cdot m} = 0.473kg/m$$

## 17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-20. 10.0 A 의 전류가 흐르고 220 V 전위차가 걸리는 전열기를 이용해서 곰탕용 소 뼈를 끓인다고 가정하자. 이 때 1 kWh 의 전기를 사용하는데 단순히 60원 정도가 든다고 하자 5 시간 동안 소 뼈 국물을 우려내는 데 드는 전기료를 구하여라. (1kwh 는 1시간 동안 1 kW 의 일률을 사용한 것을 나타내는 단위이다.)

풀이

전력이란 단위시간당 소모되는 전기에너지이다. 따라서 전기에너지는 전력에 시간을 곱하여 얻어진다. 예를 들어 1kwh 란 1000W 의 전력으로 1 시간 동안 쓴 전기에너지를 말한다.

전열기의 소모전력 $$P=(10.0A)\cdot(220V)=2200W=2.20KW$$

전기에너지 $$\Delta U=P\Delta t=(2.20KW)\cdot(5h)=11.0kWh$$

$$\text{요금}=11.0kWh\cdot\left(\frac{60\text{원}}{1kWh}\right)=660\text{원}$$

## 17-4 전기회로에서의 에너지 전환

연습 17-21 220V 의 전압이 걸려 있는 가로등의 일률은 250W 이다. 이 가로등은 30일 동안 오후 6시 부터 다음 날 오전 6 시 까지 켜져 있다.

풀이 주울의 법칙을 적용하여 구한다.

$$P = i\,V = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

또한 전기에너지는 전력과 사용한 시간을 곱하면 얻어진다.

(가) 이 가로등에 흐르는 전류는 얼마인가?

$$P = i\,V \Rightarrow i = \frac{P}{V} = \frac{250W}{220V} = 1.14(A)$$

(나) 이 가로등의 저항은 얼마인가?

$$R = \frac{V^2}{p} = \frac{(220V)^2}{250W} = 194(\Omega)$$

(다) 30일 동안 가로등이 소비한 전기 에너지를 kWh 단위를 이용하여 나타내어라.

$$U = p\,\Delta t = (250W)\cdot(30\times 12h) = 9.00\times 10^4 Wh = 90kWh$$

## 발전문제

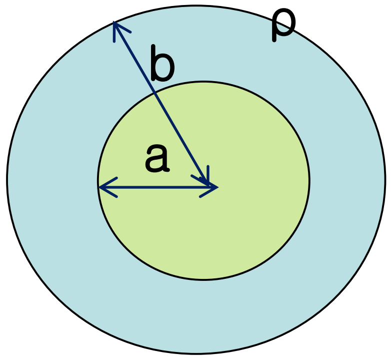
연습 17-22. 반지름이 a 인 도체 공을 중심이 같고 반지름이 b (b>a) 이고 비저항이 ρ 인 물질로 만들어진 공이 감싸고 있다. 이 두 공 사이의 저항 R 을 구하여라.

풀이

전류가 흐르는 방향은 반지름 방향이라는 사실에 주의한다.

한편, 저항은 단면적에는 반비례하고 길이에 비례한다.

여기서는 전류의 흐르는 방향이 반지름 방향이므로 단면적은 구의 표면적이 되고 전류가 흐르는 거리는 a 에서 부터 b 까지 (반지름 방향)의 길이가 된다.



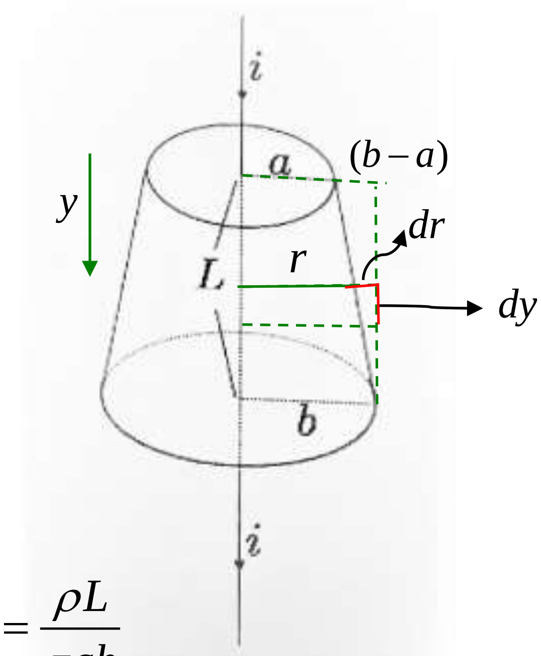

$$R=\int_{r=a}^{r=b}\rho\frac{dr}{A}=\int_{r=a}^{r=b}\rho\frac{dr}{4\pi r^2}=\frac{\rho}{4\pi}\int_{r=a}^{r=b}\frac{dr}{r^2}=-\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=\frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}$$

연습 17-23. 비저항이 ρ 이고 윗면의 반지름이 a 이고 밑면의 반지름이 b 이며 높이가 L 인 원뿔대에 그림과 같이 전류가 흐를 때 저항 R 을 구하여라..

풀이

전류가 흐르는 방향은 y 방향이다.
여기서 원뿔의 단면적은 y 방향(아래)으로 갈수록 반지름이 r 이 비례해서 커지게 되므로 아래과 같이 dy 의 증가 비율을 비례식으로 표시할 수 있다.

$$\frac{dy}{dr} = \frac{L}{b-a} \longrightarrow dy = \frac{L}{b-a} dr$$




저항은 단면적에는 반비례하고 길이에 비례하므로 dy 를 dr 로 치환하여 적분한다.

$$R = \int_{y=0}^{r=L} \rho \frac{dy}{\pi r^2} = \int_{r=a}^{r=b} \frac{\rho L dr}{(b-a)\pi r^2} = -\frac{\rho L}{(b-a)\pi}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{\rho L}{\pi ab}$$