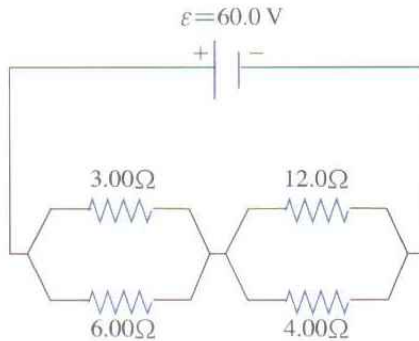


대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

1. 그림과 같은 회로에서 전체 등가 저항을 계산하고, 각 저항에 흐르는 전류를 구하여라.



$$R_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{\frac{1}{3.00 \, \Omega} + \frac{1}{6.00 \, \Omega}} \right) + \left(\frac{1}{\frac{1}{12.0 \, \Omega} + \frac{1}{4.00 \, \Omega}} \right) = 2.00 \, \Omega + 3.00 \, \Omega = 5.00 \, \Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{60.0 \, \text{V}}{5.00 \, \Omega} = 12.0 \, \text{V} / \Omega = 12.0 \, \text{A}$$

$$I \propto \frac{1}{R}$$

$$I_{3.00 \, \Omega} = 8.00 \, \text{A}, \quad I_{6.00 \, \Omega} = 4.00 \, \text{A}, \quad I_{12.0 \, \Omega} = 3.00 \, \text{A}, \quad I_{4.00 \, \Omega} = 9.00 \, \text{A}$$

2. $1 \, \text{k}\Omega$ 의 동일한 저항 4개가 직렬로 연결되어 있는 곳에 기전력 장치를 통해 $12 \, \text{V}$ 의 전위차를 가해주었다.

(가) 각 저항에 흐르는 전류는 얼마인가?

$$R_{\text{eq}} = R + R + R + R = 4R = 4 \times (1 \, \text{k}\Omega) = 4 \, \text{k}\Omega = 4 \times 10^3 \, \Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{12 \, \text{V}}{4 \times 10^3 \, \Omega} = 3 \times 10^{-3} \, \text{V} / \Omega = 3 \times 10^{-3} \, \text{A} = 3 \, \text{mA}$$

(나) 처음 두 개의 저항 전체에 걸리는 전위차는 얼마인가?

$$V = I(2R) = 2IR = 2 \times (3 \times 10^{-3} \, \text{A}) \times (1 \times 10^3 \, \Omega) = 6 \, \text{A} \cdot \Omega = 6 \, \text{V}$$

(다) 이 회로를 이용해서 $3 \, \text{V}$, $9 \, \text{V}$ 의 전위차를 얻어낼 수 있는 방법은 무엇인가?

저항 1개, 3개의 양단 전압을 이용한다.

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

3. 저항 값이 $20.0\ \Omega$ 인 저항과 저항 값이 $30.0\ \Omega$ 인 저항을 병렬로 연결하고 그 조합을 $60.0\ \text{V}$ 전원에 직렬로 연결하였다.

(가) 이 병렬 조합의 저항 값은 얼마인가?

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{20.0\ \Omega} + \frac{1}{30.0\ \Omega}} = 12.0\ \Omega$$

(나) 이 병렬 조합을 통과하는 전체 전류는 얼마인가?

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{60.0\ \text{V}}{12.0\ \Omega} = 5.00\ \text{V}/\Omega = 5.00\ \text{A}$$

(다) 각 저항에 흐르는 전류는 얼마인가?

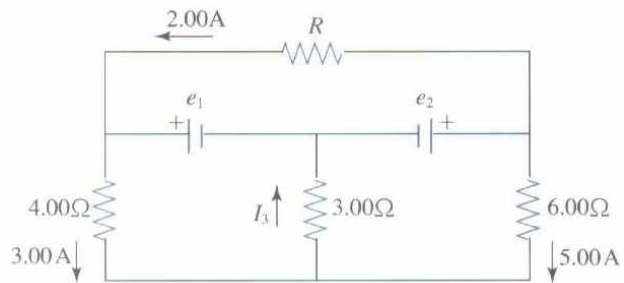
$$I \propto \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad I_{20.0\ \Omega} = 3.00\ \text{A}, \quad I_{30.0\ \Omega} = 2.00\ \text{A}$$

4. 그림의 회로에서 다음을 구하여라.

(가) 전류 I_3

$$I_3 = 3.00\ \text{A} + 5.00\ \text{A} = 8.00\ \text{A}$$

(나) 미지의 기전력 ϵ_1, ϵ_2



$$\text{위쪽 고리(반시계 방향)} : -\epsilon_1 + \epsilon_2 - 2.00\ \text{A} \times R = 0$$

$$\begin{aligned} \text{좌측 고리(반시계 방향)} : & +\epsilon_1 - 3.00\ \text{A} \times 4.00\ \Omega - I_3 \times 3.00\ \Omega = 0 \\ \Rightarrow & \epsilon_1 = 3.00\ \text{A} \times 4.00\ \Omega + 8.00\ \text{A} \times 3.00\ \Omega = 36.0\ \text{V} \end{aligned}$$

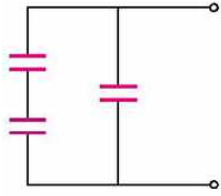
$$\begin{aligned} \text{우측 고리(시계 방향)} : & +\epsilon_2 - 5.00\ \text{A} \times 6.00\ \Omega - I_3 \times 3.00\ \Omega = 0 \\ \Rightarrow & \epsilon_2 = 5.00\ \text{A} \times 6.00\ \Omega + 8.00\ \text{A} \times 3.00\ \Omega = 54.0\ \text{V} \end{aligned}$$

(다) 저항 R 의 저항값

$$\begin{aligned} \text{위쪽 고리(반시계 방향)} : & -\epsilon_1 + \epsilon_2 - 2.00\ \text{A} \times R = 0 \\ \Rightarrow & -36.0\ \text{V} + 54.0\ \text{V} - 2.00\ \text{A} \times R = 0 \\ \Rightarrow & R = \frac{54.0\ \text{V} - 36.0\ \text{V}}{2.00\ \text{A}} = 9.00\ \Omega \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

5. 그림과 같이 동일한 축전기들이 연결된 회로에 3 V의 전위차를 가해주었다.
각 축전기에 축적된 전하를 구하여라. 각 축전기의 전기용량은 $10\ \mu\text{F}$ 이다.



우측 축전기 : $Q = CV = (10 \times 10^{-6}\text{ F}) \times (3\text{ V}) = 30 \times 10^{-6}\text{ F} \cdot \text{V} = 30 \times 10^{-6}\text{ C} = 30\ \mu\text{C}$

좌측 두 축전기 : $C_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = \frac{1}{2}C$

각각 :

$$Q = C_{\text{eq}}V = \frac{1}{2}CV = \frac{1}{2} \times (10 \times 10^{-6}\text{ F}) \times (3\text{ V}) = 15 \times 10^{-6}\text{ F} \cdot \text{V} = 15 \times 10^{-6}\text{ C} = 15\ \mu\text{C}$$

6. 두 개의 축전기의 전기용량이 각각 $C_1 = 3.00\ \mu\text{F}$ 과 $C_2 = 6.00\ \mu\text{F}$ 이다. 두 축전기를 직렬 또는 병렬로 연결한 후 그 조합을 12.0 V의 기전력 장치에 연결하려고 한다.
(가) 직렬 조합의 경우 각각의 축전기에 축적되는 전하량을 구하라.

$$C_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3.00\ \mu\text{F}} + \frac{1}{6.00\ \mu\text{F}}} = 2.00\ \mu\text{F}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q = C_{\text{eq}}V = (2.00\ \mu\text{F}) \times (12.0\text{ V}) = 24.0\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 24.0\ \mu\text{C}$$

$$Q_1 = C_1V = (3.00\ \mu\text{F}) \times (8.00\text{ V}) = 24.0\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 24.0\ \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2V = (6.00\ \mu\text{F}) \times (4.00\text{ V}) = 24.0\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 24.0\ \mu\text{C}$$

- (나) 병렬 조합의 경우 각각의 축전기에 축적되는 전하량을 구하라.

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 3.00\ \mu\text{F} + 6.00\ \mu\text{F} = 9.00\ \mu\text{F}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q = C_{\text{eq}}V = (9.00\ \mu\text{F}) \times (12.0\text{ V}) = 108\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 108\ \mu\text{C}$$

$$Q_1 = C_1V = (3.00\ \mu\text{F}) \times (12.0\text{ V}) = 36.0\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 36.0\ \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2V = (6.00\ \mu\text{F}) \times (12.0\text{ V}) = 72.0\ \mu\text{F} \cdot \text{V} = 72.0\ \mu\text{C}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

7. 금속 평행판 축전기의 전기용량이 $C = 250 \text{ pF}$ 이고 평행판 사이의 거리는 0.40 mm 이다.

여기에 $Q = 0.20 \text{ } \mu\text{C}$ 의 전하를 축적하였다.

(가) 축전기 양단의 전위차는 얼마인가?

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{(0.20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(250 \times 10^{-12} \text{ F})} = 800 \text{ C/F} = 800 \text{ V}$$

(나) 평행판의 면적은 얼마인가?

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{d}{\epsilon_0} C = \frac{(0.40 \times 10^{-3} \text{ m})}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})} \times (250 \times 10^{-12} \text{ F}) \approx 0.0113 \text{ m}^2$$

(다) 축전기 내부의 전기장의 세기는 얼마인가?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{(0.20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (0.0113 \text{ m}^2)} \approx 2.00 \times 10^6 \text{ V/m} = 2.00 \times 10^6 \text{ N/C}$$

(라) 표면전하밀도는 얼마인가?

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{(0.20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.0113 \text{ m}^2)} \approx 17.7 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \epsilon_0 E = (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (2.00 \times 10^6 \text{ V/m}) \\ &\approx 17.7 \times 10^{-6} \text{ F} \cdot \text{V/m}^2 = 17.7 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

8. 평행판 축전기를 충분히 충전한 후 기전력장치를 제거하였다. 이제 평행판 축전기의 간격을 두 배로 늘리면 전기용량, 두 판의 표면의 전하밀도, 저장된 에너지, 두 판 사이의 전기장, 판의 전하는 각각 몇 배가 되는가?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \Rightarrow d \rightarrow 2d \Rightarrow E: \text{불변}, \quad \sigma: \text{불변}, \quad Q: \text{불변}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 A} d} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C \sim \frac{1}{d} \Rightarrow d \rightarrow 2d \Rightarrow C \rightarrow \frac{1}{2} C$$

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V \Rightarrow d \rightarrow 2d \Rightarrow C \rightarrow \frac{1}{2} C, \quad V \rightarrow 2V \\ &\Rightarrow U \rightarrow 2U \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

9. 전기용량이 $C = 2.50 \times 10^{-10} \text{ F}$ 인 축전기에 기전력장치를 연결해 $V_0 = 10.0 \text{ V}$ 의 전위차를 가해 전하를 축적시켰다.

(가) 축적된 전하량의 값을 계산하여라.

$$Q_0 = CV_0 = (2.50 \times 10^{-10} \text{ F}) \times (10.0 \text{ V}) = 2.50 \times 10^{-9} \text{ F} \cdot \text{V} = 2.50 \times 10^{-9} \text{ C}$$

(나) 이렇게 대전된 축전기에서 기전력장치를 떼어 내고 미지의 전기용량 C_x 를 갖는 축전기를 병렬로 연결하였다. 새롭게 형성된 축전기 양단의 전위차 V 와 원래의 전위차 V_0 와의 관계식을 구하여라.

$$Q + Q_x = Q_0 \quad \Rightarrow \quad Q + Q_x = CV_0 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q + Q_x}{V_0}$$

$$\begin{cases} V = \frac{Q}{C} \\ V = \frac{Q_x}{C_x} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q_x}{C_x} \Rightarrow \frac{C_x}{C} = \frac{Q_x}{Q}$$

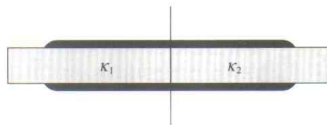
$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{Q + Q_x} V_0 = \frac{1}{\frac{Q + Q_x}{Q}} V_0 = \frac{1}{1 + \frac{Q_x}{Q}} V_0 = \frac{1}{1 + \frac{C_x}{C}} V_0 = \frac{C}{C + C_x} V_0$$

(다) 만약 나중의 전위차 V 가 8.00 V 라면 전기용량 C_x 는 얼마인가?

$$V = \frac{C}{C + C_x} V_0 \Rightarrow V(C + C_x) = CV_0 \Rightarrow CV + C_x V = CV_0$$

$$\Rightarrow C_x = \frac{CV_0 - CV}{V} = C \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right) = (2.50 \times 10^{-10} \text{ F}) \left(\frac{10.0 \text{ V}}{8.00 \text{ V}} - 1 \right) = 6.25 \times 10^{-11} \text{ F}$$

10. 그림과 같이 유전 상수가 서로 다른 두 물질로 채워진 평행판 축전기의 전기용량이 다음과 같다는 것을 보여라. (힌트: 병렬 연결된 축전기로 생각하여라.)



$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right)$$

$$C = \kappa C_0 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d}$$

$$\begin{cases} C_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A_1}{d} \\ C_2 = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A_2}{d} \end{cases} \Rightarrow \text{병렬} \quad C = C_1 + C_2 = (\kappa_1 A_1 + \kappa_2 A_2) \frac{\epsilon_0}{d} = (\kappa_1 + \kappa_2) \frac{A}{2} \frac{\epsilon_0}{d}$$

$$= \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right)$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

11. 크기가 같고 부호가 반대인 전하를 가지는 두 평행판이 있다. 두 판 사이의 공간이 진공이었을 때 전기장은 $3.60 \times 10^5 \text{ V/m}$ 였고, 공간을 유전체로 채웠을 때의 전기장은 $1.20 \times 10^5 \text{ V/m}$ 였다.

(가) 유전 상수는 얼마인가?

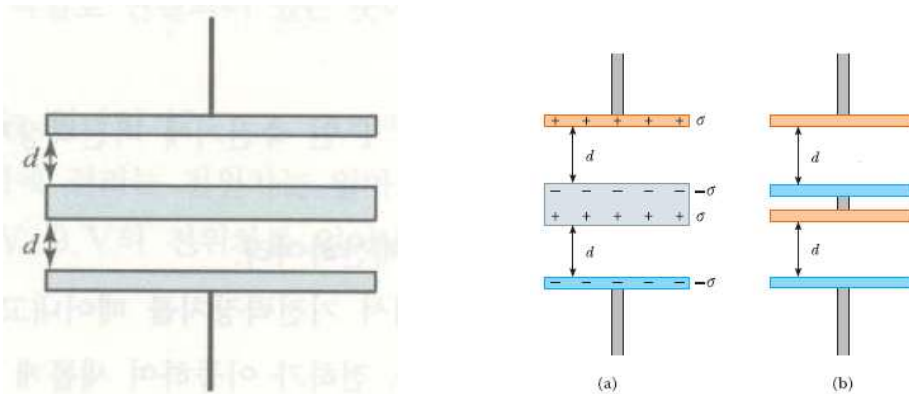
$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = 3.60 \times 10^5 \text{ V/m}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{3.60 \times 10^5 \text{ V/m}}{\kappa} = 1.20 \times 10^5 \text{ V/m} \Rightarrow \kappa = 3$$

(나) 유전체 표면 위에 전하밀도는 얼마인가?

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) = \sigma \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \sigma = \frac{2}{3} \epsilon_0 E_0 \\ &= \frac{2}{3} \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times (3.60 \times 10^5 \text{ V/m}) \\ &= 2.124 \times 10^{-6} \text{ C} = 2.124 \mu\text{C} \end{aligned}$$

12. 그림과 같이 평행판 축전기 안에 금속판을 넣으면 이 금속판 표면에 양전하와 음전하가 대전되게 된다.



(가) 대전된 전하의 전하밀도가 평행판 축전기의 표면전하밀도와 크기가 같음을 증명하라.

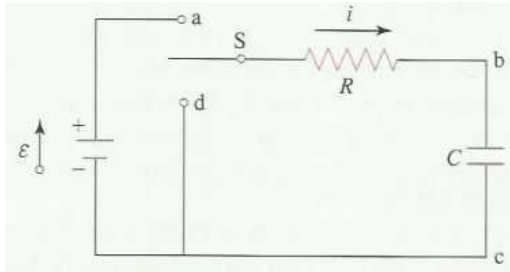
위의 그림 (a)에 보이는 것처럼, 축전기의 도체판에 있는 전하는 마주보는 금속판의 가까운 표면에 크기가 같고 부호가 반대인 전하를 유도한다.

(나) 이때 축전기의 전기용량이 두 개의 축전기를 직렬연결 한 것과 같음을 보여라.

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{1}{\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)} = 2 \frac{d}{\epsilon_0 A} = 2 \frac{1}{C} \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{1}{2} C$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

13. 그림과 같은 회로에서 저항이 $12\ \Omega$ 이고 축전기의 전기용량은 $4.0\ \mu\text{F}$ 이라고 한다.
기전력으로는 $1.5\ \text{V}$ 의 건전지를 사용한다.



(가) 스위치를 a 에 연결한 후 오랜 시간이 지났을 때에 축전기의 전하량은 얼마인가?

오랜 시간이 지났을 때, 회로에 흐르는 전류는 점점 줄어들어 0이 되고,
저항에서의 전압 소모도 점점 줄어들어 0이 된다.
따라서, 공급되는 전압은 모두 축전기의 양단에 걸리게 된다.

$$Q = CV = (4.0 \times 10^{-6} \text{ F}) \times (1.5 \text{ V}) = 6.0 \times 10^{-6} \text{ F} \cdot \text{V} = 6.0 \times 10^{-6} \text{ C} = 6.0\ \mu\text{C}$$

(나) 이제 스위치를 d 에 연결하여 축전기를 방전시킨다. 전하량의 95%가 방전되는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

$$\begin{aligned} Q(t) &= Q_{\max} e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad e^{-t/\tau} = 0.05 \quad \Rightarrow \quad -t/\tau = \ln(0.05) \\ \Rightarrow \quad t &= -\tau \times \ln(0.05) = -RC \times \ln(0.05) = -(12\ \Omega) \times (4.0 \times 10^{-6} \text{ F}) \times \ln(0.05) \\ &\approx 1.438 \times 10^{-4} \text{ s} = 1.438 \times 10^{-4} \text{ s} \end{aligned}$$

14. 전위차가 $220\ \text{V}$ 인 축전기와 저항이 달려 있는 회로의 스위치를 $t = 0\ \text{s}$ 일 때 닫았다.
 $t = 10.0\ \text{s}$ 가 지났을 때 축전기에 걸려 있는 전위차가 $10.0\ \text{V}$ 로 낮아졌다.
이 회로의 시상수를 구하여라. $t = 20.0\ \text{s}$ 지났을 때 축전기에 걸리는 전위차를 구하여라.

$$\begin{aligned} Q &= CV \quad \Rightarrow \quad V = \frac{Q}{C} = \frac{Q_f}{C} e^{-t/\tau} = V_f e^{-t/\tau} \\ \Rightarrow \quad \frac{V}{V_f} &= e^{-t/\tau} = \frac{10.0\ \text{V}}{220\ \text{V}} \\ \Rightarrow \quad -t/\tau &= \ln\left(\frac{1}{22}\right) = \ln(1) - \ln(22) \\ \Rightarrow \quad \tau &= \frac{t}{\ln(22)} = \frac{10\ \text{s}}{\ln(22)} \approx 3.24\ \text{s} \end{aligned}$$

$$V = V_f e^{-t/\tau} = (220\ \text{V}) e^{-20\ \text{s}/3.2352\ \text{s}} \approx 0.45\ \text{V}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

15. 실제적인 기전력장치는 내부에 저항이 존재하며 이를 내부저항이라고 부른다.

9 V의 기전력장치의 내부에 3 Ω의 내부저항이 존재하는 경우, 이 기전력장치를 6 Ω의 저항에 연결하면 저항의 양 끝에 걸리는 전위차는 얼마인가?

$$V = iR = \epsilon - ir \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{9 \text{ V}}{6 \Omega + 3 \Omega} = \frac{9 \text{ V}}{9 \Omega} = 1 \text{ A}$$

$$V = iR = 1 \text{ A} \times 6 \Omega = 6 \text{ V}$$

$$V = \epsilon - ir = 9 \text{ V} - (1 \text{ A}) \times (3 \Omega) = 9 \text{ V} - 3 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

16. 위 문제의 기전력장치 두 개를 직렬로 연결한 다음 여기에 6 Ω의 저항을 연결하면 저항에 걸리는 전위차는 얼마인가? 두 개를 병렬로 연결한 경우는?

직렬 연결 :

$$V = iR = (\epsilon - ir) + (\epsilon - ir) = 2\epsilon - 2ir$$
$$\Rightarrow \quad i = \frac{2\epsilon}{R+2r} = \frac{2 \times 9 \text{ V}}{6 \Omega + 2 \times 3 \Omega} = \frac{18 \text{ V}}{12 \Omega} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

$$V = iR = \frac{3}{2} \text{ A} \times 6 \Omega = 9 \text{ V}$$

병렬 연결 :

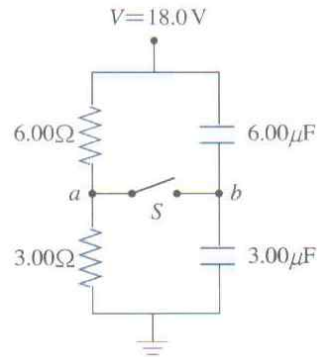
$$i = i_1 + i_2 = 2i_1 = 2i_2 \quad < i_1 = i_2 > \quad < \text{접합점 법칙} >$$

$$\epsilon - i_1 r - iR = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon - \frac{1}{2}ir - iR = 0 \quad \left\langle i_1 = \frac{1}{2}i \right\rangle \quad < \text{고리 법칙} >$$
$$\Rightarrow \quad i = \frac{\epsilon}{R + \frac{1}{2}r} = \frac{9 \text{ V}}{6 \Omega + \left(\frac{1}{2} \times 3 \Omega\right)} = \frac{9 \text{ V}}{\frac{15}{2} \Omega} = \frac{6}{5} \text{ A} = 1.2 \text{ A}$$

$$V = iR = \frac{6}{5} \text{ A} \times 6 \Omega = \frac{36}{5} \text{ V} = 7.2 \text{ V}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

17. 그림과 같은 회로에서,



(가) 스위치 S 가 열렸을 때 b 점에 대한 a 점의 전위는 얼마인가?

$$I_{6\Omega} = I_{3\Omega} = I$$

$$q_{6\mu\text{F}} = q_{3\mu\text{F}} = q$$

$$V_{6\mu\text{F}} = \frac{q}{6\mu\text{F}}, \quad V_{3\mu\text{F}} = \frac{q}{3\mu\text{F}}$$

$$R = 6\Omega + 3\Omega = 9\Omega$$

$$V = V_{6\mu\text{F}} + V_{3\mu\text{F}} = \left(\frac{1}{6\mu\text{F}} + \frac{1}{3\mu\text{F}} \right) q = \frac{q}{2\mu\text{F}} = 18\text{V}$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{18\text{V}}{9\Omega} = 2\text{A}$$

$$q = 2\mu\text{F} \times 18\text{V} = 36\mu\text{F} \cdot \text{V} = 36\mu\text{C}$$

$$V_{6\Omega} = I \times 6\Omega = 2\text{A} \times 6\Omega = 12\text{V} \quad V_{6\mu\text{F}} = \frac{36\mu\text{C}}{6\mu\text{F}} = 6\text{C/F} = 6\text{V}$$

$$V_a = 18\text{V} - 12\text{V} = 6\text{V}$$

$$V_b = 18\text{V} - 6\text{V} = 12\text{V}$$

$$\Delta V = V_a - V_b = 6\text{V} - 12\text{V} = -6\text{V} \quad (- : a\text{점이 } b\text{점 보다 낮다})$$

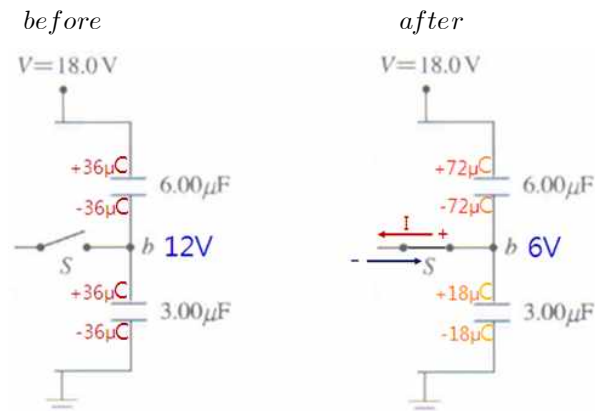
(나) 스위치 S 가 닫혔을 때 접지에 대한 b 점의 최종 전위는 얼마인가?

직류전원에 대해 축전기는 열린회로처럼 동작하므로 b 점의 전위는 a 점과 같아진다.

$$V_b = V_a = 6\text{V}$$

$$\Delta V = V_b - V_{\text{접지}} = 6\text{V} - 0\text{V} = 6\text{V}$$

(다) 스위치가 닫힌 이후 스위치를 통해 얼마나 많은 전하량이 흐르는가?



$$(-72\mu\text{C} + 18\mu\text{C}) - (-36\mu\text{C} + 36\mu\text{C}) = -54\mu\text{C} \quad (- : \text{음전하가 들어온다.})$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

18. 빈 우주 공간에 반지름이 R 인 두 도체 구가 있다. 두 도체 구의 중심 사이의 거리는 d 이다. d 가 R 보다 훨씬 더 크다고 할 때 이 계의 전기용량은 얼마인가?

$$+q \text{와 } -q \text{로 대전된 두 도체구 사이의 전기장 : } E(r) = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

두 도체구 표면 사이의 전위 :

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(r=d-R) - V(r=R) = \int_{r=R}^{r=d-R} E(r) dr = \int_{r=R}^{r=d-R} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \int_{r=R}^{r=d-R} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r=R}^{r=d-R} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \left(-\frac{1}{d-R} \right) - \left(-\frac{1}{R} \right) \right\} \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{R} - \frac{1}{d-R} \right\} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{(d-R)-R}{R(d-R)} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{d-2R}{R(d-R)} \right) \end{aligned}$$

$$\text{이 계의 전기용량 : } C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{d-2R}{R(d-R)} \right)} = 2\pi\epsilon_0 \frac{R(d-R)}{d-2R} \approx 2\pi\epsilon_0 R \quad (d \gg R)$$

19. 두 평행판 축전기는 서로 $F = \frac{1}{2}QE$ 의 힘으로 당김을 보여라. 여기에서 Q , E 는 각각 축전기의 전하량과 내부 전기장 세기이다.

(도움말: 축전기 판면 간격을 x 에서 $x + \Delta x$ 로 변화시킬 때 필요한 일을 계산하여라.)

$$\begin{aligned} \left\langle U = \frac{1}{2}QV \right\rangle \quad \left\langle E = -\frac{\partial V}{\partial d} \right\rangle \\ F = -\frac{\partial U}{\partial d} = -\frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{1}{2}QV \right) = -\frac{1}{2}Q \frac{\partial V}{\partial d} = \frac{1}{2}QE \\ W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos 180^\circ = -Fd \quad \langle \text{평행판 축전기 : } V = Ed \rangle \\ \Rightarrow F = -\frac{W}{d} = \frac{U}{d} = \frac{\frac{1}{2}QV}{d} = \frac{1}{2}Q \frac{V}{d} = \frac{1}{2}QE \end{aligned}$$

20. 반지름이 a 인 도체 원통을 이보다 더 큰 반지름 b 인 원통 모양의 도체가 둘러싸고 있다. 두 원통의 중심축은 같다. 이 두 원통 사이가 유전율이 ϵ 인 유전물질로 채워져 있을 때 이 원통형 축전기의 전기용량을 구하여라.

$$\begin{aligned} \Phi_S &= \int_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = E 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon} = \frac{q_{in}}{\epsilon} \Rightarrow E 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r L} \\ \Delta V &= V(b) - V(a) = \int_a^b E(r) dr = \int_a^b \frac{Q}{2\pi\epsilon r L} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} [\ln r]_a^b \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon L} (\ln b - \ln a) = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \\ C &= \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln \left(\frac{b}{a} \right)} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

21. 전기용량이 각각 $4.0 \mu\text{F}$ 인 두 개의 평행판 축전기가 직렬로 연결되어 있고, 전위차가 25 V 인 배터리에 연결되어 있다. 여기서 두 축전기 중 하나의 평행판 사이의 거리가 반으로 줄어들었다. 이 경우에 이 두 축전기에 축적되는 전체 전하량을 구하여라.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \Rightarrow \quad C' = \epsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2\epsilon_0 \frac{A}{d} = 2C$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{2C}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{8.0 \mu\text{F}}\right)} = \frac{1}{\frac{3}{8.0 \mu\text{F}}} = \frac{8}{3} \mu\text{F}$$

$$Q = C_{\text{eq}} V = \left(\frac{8}{3} \mu\text{F}\right) \times (25 \text{ V}) \approx 66.6 \mu\text{C} \quad < \text{한 축전기에 축적되는 전하량} >$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= Q + Q < \text{직렬연결 이므로 두 축전기에 축적되는 전하량이 동일하다} > \\ &\approx 66.6 \mu\text{C} + 66.6 \mu\text{C} \\ &\approx 133.3 \mu\text{C} < \text{두 축전기에 축적되는 전체 전하량} > \end{aligned}$$

22. RC 회로에서 충전 중에 건전지가 제공하는 에너지 중 정확히 반은 축전기에 저장되고, 나머지 반은 저항에서 소모된다. 여기서 나머지 반이 저항에서 줄열로 소모된다는 사실을 식 (18.43)과 전력의 정의를 이용하여 구체적으로 보여라.

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad \dots\dots \quad \text{식 (18.43)}$$

$$P = iV = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$P_{\text{저항}} = \frac{dW_{\text{저항}}}{dt} = i_{\text{저항}}^2 R = (I_0 e^{-t/RC})^2 R = \left(\frac{\epsilon}{R} e^{-t/RC}\right)^2 R = \frac{\epsilon^2}{R} e^{-2t/RC}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{저항}} &= \int dW_{\text{저항}} = \int P_{\text{저항}} dt = \int_{t=0}^{t=\infty} \frac{\epsilon^2}{R} e^{-2t/RC} dt = \frac{\epsilon^2}{R} \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-2t/RC} dt \\ &= \frac{\epsilon^2}{R} \left(-\frac{RC}{2}\right) [e^{-2t/RC}]_{t=0}^{t=\infty} = -\frac{\epsilon^2 C}{2} (0 - 1) = \frac{1}{2} \epsilon^2 C = \frac{1}{2} Q \epsilon = \frac{1}{2} W_{\text{건전지}} \end{aligned}$$

대학물리학 (제8판) 연습문제 풀이 (18장) - by 송현석

23. 반지름이 R 인 독립된 구형 도체의 전기용량은 R 의 몇 제곱에 비례하는가?

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R \quad \Rightarrow \quad C \propto R$$

24. 두 개의 도체 구가 매우 멀리 떨어져 있다. 작은 구의 전하량은 q 이고 큰 구의 알짜 전하는 없다. 만일 두 구가 매우 가는 철사로 연결되는 경우 큰 구의 전위와 전하량은 각각 작은 구의 전위와 전하량의 몇 배가 되는가?



작은 구의 전하가 큰 구로 이동하다가 두 구가 등전위가 되었을 때 이동이 멈추므로

$$V_{\text{작은}} = V_{\text{큰}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{작은}}}{d/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{큰}}}{d}$$

$$Q_{\text{큰}} = 2Q_{\text{작은}}$$

$$Q_{\text{큰}} + Q_{\text{작은}} = q \quad \Rightarrow \quad Q_{\text{큰}} = \frac{2}{3}q, \quad Q_{\text{작은}} = \frac{1}{3}q$$