

## 1. 실험목적

직류(DC) 전압이 인가된 축전기가 저항과 직렬로 연결된 RC회로에서 충전 시의 시간 상수와 단락 RC회로에서 방전할 경우의 시간 상수를 알아 보, 이 시간 상수가 축전기 용량과 저항값에 따라 어떻게 변하는지 실험을 통해 측정해 본다. 또한 축전기에 교류(AC) 전압이 인가될 경우 교류 주파수에 따른 전기용량 리액턴스를 구해본다.

## 2. 실험이론

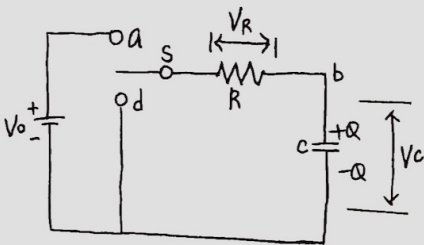
### 1) 직류(DC) 전압이 인가된 RC회로

- 두 판 사이에 전위차  $V$ 가 걸리게 되면 각 판에는 부가 서로 다른 전하량  $Q$ 로 대전된다. 이때 전하량  $Q$ 는 두 판 사이의 전위차  $V$ 에 비례하며, 이 비례상수를 축전기의 전하량  $C$ 라 부른다.  $Q = CV$  ( $I = C/V$ )

### (1) 축전기의 직렬 및 병렬 연결

직렬연결 :  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ , 병렬연결 :  $C_{eq} = C_1 + C_2$

### (2) 축전기의 충전



스위치가 a에 연결될 경우.

기하학적 면적 :  $V_0 - V_R - V_C = V_0 - iR - \frac{Q}{C} = 0$ .

$\rightarrow i = dQ/dt$ 를 이용해 위 식을 풀면 시간에 따른 전하량의 변화와 전류의 변화량을 구할 수 있으며, 이를 이용해 저항/축전기 양단의 전위차도 얻을 수 있다.

$$Q(t) = (CV_0[1 - \exp(-t/RC)]) \quad i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0}{R} \exp(-t/RC)$$

$$V_R(t) = i(t)R = V_0 \exp(-t/RC) \quad V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V_0[1 - \exp(-t/RC)]$$

- 전류는 스위치가 가전력에 연결되는 순간 급격하게 흐르다가 시간이 갈수록 줄어들고, 전하량은 증가하면서  $CV_0$ 로 접근한다. 이를 통해 완전한 충전을 위해서는 충분히 긴 시간이 필요함을 알 수 있다.

- 저항양단의 전위차는 전류에 비례하므로 지수함수로 줄어드는 반면에, 축전기의 양단에 걸리는 전위차는 전하량에 비례하므로 증가하면서  $V_0$ 로 접근한다.

- 시간이  $t = RC$ 가 될 때 축전기 양단의 전위차는  $V_C(t = RC) = V_0[1 - \exp(-1)] = 0.63V_0$ 이 되 최대 충전 전압의 63%가 충전된다.

### (3) 축전기의 방전

- 위의 회로에서 스위치가 d에 연결될 경우 기하학적 표면적에 따라 저항에서의 전압강하  $V_R$ 과 축전기 양단의 전압  $V_C$ 를 이용한 전위차 공식은  $V_R + V_C = iR + \frac{Q}{C} = 0$ 이다.

$$Q(t) = Q_0 \exp(-t/RC) \quad i(t) = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} \exp(-t/RC)$$

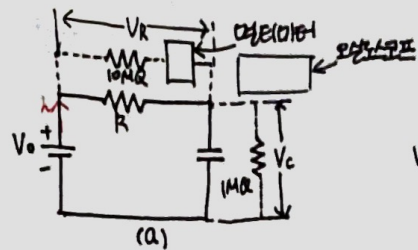
$$V_R(t) = i(t)R = -\frac{Q_0}{C} \exp(-t/RC) = -V_0 \exp(-t/RC) \quad V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} \exp(-t/RC) = V_0 \exp(-t/RC)$$

- 전류는 스위치가 축전기에 연결되는 순간 충전되는 반대방향으로 급격히 흐르다가 시간이 갈수록 줄어들, 전하량도 지수적으로 감소한다. 저항과 축전기 양단의 전위차도 전류와 전하량과 비례하게 지수적으로 감소해 감을 알 수 있다.

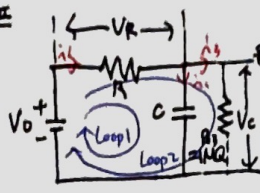
- 시간이  $t = RC$ 가 될 때 축전기 양단의 전위차는  $V_C(t = RC) = \frac{Q_0}{C} \exp(-1) = V_0 \exp(-1) = 0.37V_0$ 이 되어 방전에 의해 초기 전압의 37%로 낮아진다.

(4) 계측기 사용에 따른 측정기의 양전 회로

2  
12301856  
김다영



(a)



(b)

왜 RC회로의 전압과 전류 양전의 관계를 측정할 경우에는 먼저 커패시터로 저항 R을 측정하는 다음 커패시터를 회로에서 떼내어야 한다. 그렇지 않으면 (a)와 같이 멀티미터 내부 저항이 1MΩ의 RC회로의 저항 R과 병렬연결되어 무대 R값이 아닌 다른 저항을 가진 회로가 된다.

측전기 양전의 전압은 (b)와 같이 저항 R에 다른 계측기가 달려있지 않은 상태에서 옴스표와 멀티미터도 측정해야 한다.

(b)의 Loop 1, 2에 키르히호프 법칙을 적용하면  $V_0 - i_1 R - \frac{Q}{C} = 0$ ,  $V_0 - i_1 R - i_3 R_3 = 0$ ,  $i_1 = i_2 + i_3$  이다. 측전기 C와 계측기 내부 저항  $R_3$ 는 서로 병렬연결되어 있으므로, 양전의 전압이 같아 다음식을 만든다.  $V_c = \frac{Q}{C} = i_3 R_3$ . 위식들을 이용하여 정리하면  $Q_2 = \frac{C V_0}{R} [1 - \exp(-\frac{R}{R_3 C} t)]$ 를 구할 수 있다.  $i_2 = dQ_2 / dt$ 를 이용하면  $i_2 = \frac{dQ_2}{dt} = \frac{V_0}{R} \exp(-\frac{R}{R_3 C} t) = \frac{V_0}{R} \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t)$  이다. 이를 양전 식에 대입하면  $i_3 = \frac{V_0}{R+R_3} [1 - \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t)]$ ,  $i_1 = \frac{V_0}{R} \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t) + \frac{V_0}{R+R_3} [1 - \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t)]$  이다. 이를 이용해 C와 R 양전의 전압을 구하면  $V_c = \frac{Q_2}{C} = i_3 R_3 = V_0 \frac{R_3}{R+R_3} [1 - \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t)]$ ,  $V_R = i_1 R = V_0 \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t) + V_0 \frac{R}{R+R_3} [1 - \exp(-\frac{R+R_3}{R R_3 C} t)]$  이다.  $t \rightarrow \infty$ 가 되면 저항과 커패시터의 전압은 각각 전압의 한쪽  $V_0$ 로 저항 비율만큼 낮아진다. 이 경우 동시 RC시간 상수인  $(-\frac{R+R_3}{R R_3 C})$  해당하는 시간에서의 전압은  $V_c(t=RC) = 0.63 V_{cmax} = 0.63 V_0 \frac{1M\Omega}{R+1M\Omega}$  이다.

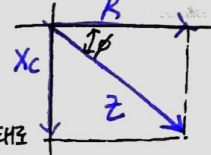
2) 교류(AC) 전압에서의 측전기와 옴스리미터는

(1) RC 회로

- 시간에 따라 전압이  $V(t) = V_0 \sin \omega t$ 로 변화하는 교류 전압을 RC회로에 걸어주면 회로 방정식은  $V(t) - iR - \frac{Q}{C} = 0$ 이고  $V_0 \sin \omega t - iR - \frac{Q}{C} = 0$ 이다.  $i(t) = i_0 \sin(\omega t - \phi)$ 로 된 이들 앞 식에 대입하면  $\omega V_0 \cos \omega t = R \omega i_0 \cos(\omega t - \phi) + \frac{1}{C} i_0 \sin(\omega t - \phi)$ 이다. 식을 정리하면  $V_0 \cos \omega t = i_0 [R \cos(\omega t - \phi) + X_C \sin(\omega t - \phi)]$  이고 여기서  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ 로 전압을 대입해서 구한다.

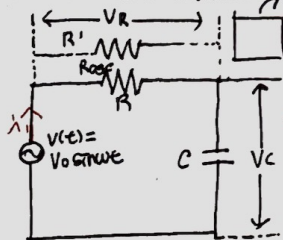
- 저항과 함께 교류 RC회로에서의 총 저항 역할을 하는 임피던스 라는  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ 이다. 이를 이용해 회로에서의 파 전압과 파 전류는  $V_0 = i_0 Z$ 로 표현 가능하다. 교류 전압과 회로에서의 전압 사이의 위상 차  $\phi$ 는 아래 그림과 같이 나타나고  $\phi = \tan^{-1}(-\frac{X_C}{R})$ 로 나타낸다.

- 교류 전압을 옴스표로 측정하면 용해 시간 함수 형태가 그대로 나타나지만, 멀티미터로 측정하면, 주(1)에 대해 시간 평균된 전압을 측정한다. 이 주에 대해 시간 평균된 전압 제곱평균제곱 전압  $V_{rms}$ 과 부호, 파 전압은

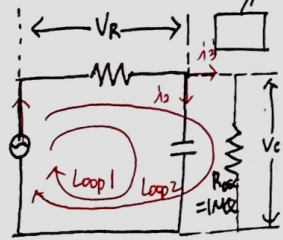


$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_0 \sin \omega t)^2 dt} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ 의 관계를 가지고 있다. 제곱평균제곱 전류  $i_{rms}$ 도 동일한 형태로  $i_{rms} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$ 로 나타나며  $V_{rms} = i_{rms} Z$ 를 따른다. 이때 측전기 양전에 맞는 전압은  $V_c(t) = \frac{V_0}{\sqrt{(\frac{R}{X_C})^2 + 1}} \sin(\omega t - \phi)$  이다. 전압을 대입해서  $X_C$ 는 주파수에 따라 변화하므로, 측전기 양전에 맞는 전압의 관계는 항상 방정식에서 같다는 전압의 전류  $V_0$ 와  $1/\sqrt{(R/X_C)^2 + 1}$  만큼 더 작아지고, 위상도  $\phi$ 만큼 작아진다. 이때 전압의 전류비율은  $\frac{V_0}{V_{cmax}} = \sqrt{(\frac{R}{X_C})^2 + 1} = \sqrt{(2\pi f RC)^2 + 1}$

(2) 계측기 사용에 따른 RC 회로



(a)



(b)

- 그림(a)에서는 옴스표의 내부 저항  $R_{osc}$ 이 저항 R과 병렬 연결되어 2개가 합쳐진 등가저항  $R' = \frac{R R_{osc}}{R + R_{osc}}$  이 측전기 C와 직렬연결된 RC회로 이다.

- 그림(b)는 측전기 C의 양전에서의 파형을 측정하는 경우는 옴스표의 내부 저항  $R_{osc}$ 이 측전기 C와 병렬연결된 상태이다. 이 경우 저항  $R_{osc}$ 와 측전기 C의 등가 임피던스의 크기는  $\frac{1}{|Z_{total}|} = \sqrt{\frac{1}{R_{osc}^2} + \frac{1}{X_C^2}}$  이고, 회로

저항 R과 합쳐진 총 임피던스의 크기는  $|Z_{all}| = \sqrt{R'^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\frac{R}{R_{osc}})^2 + 1} + X_C^2}$  이다. 회로 총 임피던스에 의해 회로 저항 R을 통해 흐르는 전류의 파는  $i_{prms} = \frac{V_0}{|Z_{all}|}$ 이고, 측전기 C의 양전의 파 전압은  $V_{cmax} = |Z_{cpar}| i_{prms} = \frac{|Z_{cpar}|}{|Z_{all}|} V_0$  이다.





#### 4. 여파각

4  
12201356  
김다영

이번 공주 실험은 RC회로에 멀티미터와 오실로스코프 등의 기기를 활용해 충전과 방전 과정에서  $V_C$ 와  $V_R$ 를 측정하고 이를 통해 시간상수를 구한다. 고전적 시간상수가 충전량과 저장함에 따라 어떻게 변하는지 분석하는 실험이다.

여기서 RC회로만 저항과 축전기가 직렬로 연결된 회로를 뜻한다. 이번 실험에서는 시간상수를 구 이용하는데 시간상수  $\tau$ 는 축전기가

63.2%로 충전되었을 때, 혹은 36.8%까지 방전되었을 때 걸리는 시간을 의미한다.  $\tau=RC$ 를 이용해 구할 수 있다. 만약에 축전기를 더욱 빨리 충전시키려고 하면  $\tau$ 가 작아져야하므로  $\tau=RC$ 에서  $R$ 이나  $C$ 가 작아지면 된다. 하지만 배터리(축전기)의 용량은 크게 하는 추세이므로  $R$ 을 줄이는 것이 적절하다.  $R$ 을 줄여  $\tau$ 가 작아지면 충전과 방전이 매우 빨리 일어나게 된다. 만약  $R$ 이 매우 작아지게 되면,  $\tau$ 이 작아져 충전 시간이 짧아지긴 하지만, 전류가 매우 빠르게 흐르게 되어 회로가 과열될 수 있다. 회로 과열되면 이로 인해 화재나 폭발과 같은 상황이 발생할 수 있다.

실험 결과를 여쭙해보면 다양한 저항  $R$ 에 따라 시간상수가 계산될 것이고  $\tau=RC$ 에 의해 측정값과 이론값 모두  $R$ 이 작을수록 시간상수가 작다는 것을 알 수 있다. ( $C$ 가 모두 동일한 경우) 만약  $R$ 이 동일할 때  $C$ 를 다양하게 사용하면  $\tau=RC$ 에 의해  $C$ 값이 작을수록 시간상수가 작아질 것이다. 측정값과 이론값의 상대오차를 구하면 오차가 발생할 것이다. 이는 저항 본체의 저항으로 인한 오차와 오실로스코프를 이용한 방법을 통해 본대중으로 합수를 관찰하면서 오차가 발생하게 되었을 것이다. 또 실험장치 각각의 내부 저항이 미세하게 존재해 이에 영향을 받을 수 있다.

또 2. 실험에서는  $V_{Cpkcal} = \frac{V_0}{\sqrt{(\frac{R}{X_C})^2 + 1}}$  와  $V_{Cpkcal} = \frac{|Z_{Roccl}|}{|Z_{all}|} V_0$  를 이용하여  $V_{Cpkcal}$ 의 계산값과 측정치를 비교하게 된다. 위의  $V_{Cpkcal}$ 은 계산식을 통해서  $R$ 이 커짐에 따라  $V_{Cpkcal}$ 이 작아지고,  $V_0$ 가 커짐에 따라  $V_{Cpkcal}$ 이 커지며,  $X_C$ 가 커짐에 따라  $V_{Cpkcal}$ 이 커지는 것을 예측 가능하다.  $V_{Cpkcal}$ 이 커지는 것을 예측할 수 있다. 이때  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  이므로  $\omega$ 와  $C$ 가 작아지면  $X_C$ 가 커지게 되고  $V_{Cpkcal}$ 이 커지는 것을 예측 가능하다.

#### 5. 참고문헌

- 1) 안하대학교 물리학과 「기초물리 실험 II」, 북스힐, 2020
- 2) 천병희 외 11인, 「대학물리학 2판」, 북스힐 제1장 및 제2장