

2021-하계계절-공업수학2(903)-기말시험-채점기준표
(\oint_C 는 반시계방향의 단순폐곡선 C 에 따른 선적분이다.)

단답형(60점) : 연습장에 계산하고 답만 쓰세요.

- 충분히 큰 y 에 대해서 방정식 $\sin z = 100$ 의 해 $z = x + iy$ 를 구하시오. (힌트: $e^{-y} = 0$ 을 이용)
- 드모르간의 정리를 이용하여 $(1-i)^{23}$ 을 $x + iy$ 형태로 나타내시오.
- $(2i)^{2i}$ 의 주값(principal value)를 구하시오.
- $z \neq 0$ 일 때, 다음 복소 함수 중 해석적 함수의 번호를 쓰시오.
 (1) $f(z) = \frac{1}{1-z}$ ($z \neq 1$) (2) $f(z) = y + ix$ (3) $f(z) = \sin(\bar{z})$ (4) $f(z) = z - \bar{z}$
 (5) $f(z) = \ln z$ (6) $f(z) = z + \frac{1}{z}$ (7) $f(z) = \operatorname{Re}(z^2)$ (8) $f(z) = \operatorname{Im}(z^2 + iz) - i \operatorname{Re}(z^2 + iz)$
- $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$ 와 $v(x, y)$ 를 실수부와 허수부로 갖는 해석함수 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 를 z 의 식으로 구하시오.
- $\oint_{C: |z|=3} \frac{z^2}{(z-2)^3 e^z} dz$ 의 값을 구하시오.
- 극형식을 사용하여 $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$, $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ 라 하면, 코시-리만 방정식을 구하시오.
- 원 $C: |z| = 2$ 에 대해서 $\left| \int_C \frac{e^z}{3+5z^2} dz \right| \leq A$ 일 때, A 의 최솟값을 구하시오.
- 곡선 $C: |z| = r$ 에 의한 선적분 $\oint_C \operatorname{Im}(z) dz$ 의 값을 구하시오.
- C 가 $z = 1 - i$ 에서 $z = 1 + i$ 까지 1사분면과 4사분면을 지나는 곡선일 때, $\int_C \frac{1+z^3}{z} dz$ 의 값을 구하시오.
- C 가 2에서 -2 까지 반원 $|z| = 2$, -2 에서 -1 까지 선분, -1 에서 1 까지 반원 $|z| = 1$, 1 에서 2 까지 선분으로 연결된 단순폐곡선(simple closed curve)일 때, $\int_C \frac{z}{z} dz$ 를 구하시오.
- $\oint_{C: |z|=1} \frac{\operatorname{Im}(z)+1}{z} dz$ 의 값을 구하시오.
- 다음 집합 중 원환(annulus)을 고르시오.
 (1) $|\operatorname{Im} z| > 1$ (2) $0 < |z+3| < 2$ (3) $|z+1| + |z+i| \geq 2$ (4) $|z| \leq \operatorname{Re} z + 2$

14. 진성 특이점(essential singularity) $z=0$ 을 갖는 함수의 번호를 쓰시오.

(1) $z^{-4} \cos z$ (2) $\sin \frac{1}{z}$ (3) $\frac{1}{\sin^2 z}$ (4) $e^{z-\frac{1}{z}}$ (5) $\frac{\sinh z}{z^{10}}$

15. $2 < |z-1|$ 일 때, 함수 $f(z) = \frac{2z}{z^2-1}$ 의 로랑 급수(Laurent series)에서 $\frac{1}{(z-1)^3}$ 의 계수를 구하시오.

서술형(40점) : 풀이과정을 쓰세요. 논리적 서술에 따라 채점합니다.

1. 모든 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 에 대하여 $\ln z = \operatorname{Ln} z + 2n\pi i$ 는 0과 음의 실수축을 제외한 곳에서 해석함수이다. 해석함수인 이유를 설명하고 $(\ln z)' = \frac{1}{z}$ 임을 보이시오.

2. $\oint_{C: |z|=4} f(z)dz$ 의 값을 구하시오. 여기서 $f(z) = \frac{z-1}{(z+1)^2(z+3)(z-5)}$.

3. 정적분 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{3 + \sin \theta} d\theta$ 의 값을 구하시오.

4. 특이적분 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + x + 1} dx$ 의 값을 구하시오.