

Расчетно-графическая работа № 2 по теории дифференциальных уравнений (“Прикладная математика и информатика”)

Расчетно-графическая работа содержит 9 задач. При выполнении РГР студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Работа должна выполняться на листах формата А4; первой страницей является титульный лист, на котором указывается фамилия и имя студента, группа, номер варианта.
 2. Решение задач следует приводить в порядке номеров, указанных в РГР. Перед решением каждой задачи необходимо полностью переписать ее условие.
 3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на сведения из теории с указанием необходимых формул и теорем.
 4. Решение задач геометрического содержания (фазовые портреты и т.п.) должно сопровождаться соответствующими рисунками.
 5. Решение задач №№ 8 и 9 необходимо осуществлять с использованием какого-либо математического пакета (например, MATLAB или MAPLE). При этом необходимо привести фрагмент соответствующей программы, а также распечатку полученных графиков.
 6. Номера вариантов студент выбирает в соответствии с номером своей фамилии в списке группы. Список группы приведен в Приложении.
-

З А Д А Н И Я

1⁰. Найти решение задачи Коши.

Варианты:

1. $y'' - y = x^2 - x + 1$, $y(0) = -2$, $y'(0) = -2$.
2. $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
3. $y'' + y = 2 \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 10$.
4. $y'' + 2y = \cos x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
5. $y'' + 4y = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
6. $2y'' - 5y' + 2y = 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

7. $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$.
8. $y'' + 2y' + y = -2$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$.
9. $y'' + 8y = 8x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
10. $y'' - y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
11. $y'' - y = e^{2x}$, $y(0) = \frac{5}{2}$, $y'(0) = 0$.
12. $y'' + 2y' + y = 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
13. $y'' - 2y' + y = 3$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$.
14. $4y'' + 4y' + y = -x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$.
15. $y'' - 4y' + 4y = 3$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
16. $y'' - 9y = -\sin x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$.
17. $y'' + 4y = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.
18. $2y'' - 5y' + 2y = x^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$.
19. $y'' - 2y' - 3y = e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.
20. $y'' + 2y' + y = -2$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$.
21. $y'' + 8y = 8x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
22. $y'' - 4y = e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$.
23. $y'' - 4y = e^x$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 0$.
24. $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
25. $y'' + y = \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
26. $y'' - 9y = e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

2⁰. Выяснить, имеет ли решение краевая задача, и (если имеет) найти это решение.

Варианты:

1. $y'' - y = x^2 - x + 1$, $y(0) = -2$, $y(1) = -2$.
2. $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = 0$.

3. $y'' + y = 6 \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = 0$.
4. $y'' + y = \cos x$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$.
5. $y'' + 4y = x$, $y(0) = 1$, $y(\frac{\pi}{2}) = 2$.
6. $2y'' - 5y' + 2y = 0$, $y(0) = 0$, $2y'(1) - y(1) = 3e^2$.
7. $y'' - 2y' - 3y = 5e^{4x}$, $y(0) = 0$, $y'(1) = 1 - 3e^{-3}$.
8. $y'' + 2y' + y = -2$, $y(0) = -2$, $y'(1) = 0$.
9. $y'' + 8y = 8x$, $y(0) = 1$, $y'(1) = \frac{7}{8}$.
10. $y'' - y = e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(1) = y(1)$.
11. $y'' - y = e^x$, $y(0) + y'(0) = \frac{5}{2}$, $y'(1) - y(1) = \frac{1}{2}$.
12. $y'' + 2y' + y = 1$, $y(0) = 0$, $y(1) + y'(1) = 0$.
13. $y'' - 2y' + y = 3$, $y(0) = 3$, $y'(1) = 0$.
14. $4y'' + 4y' + y = e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y'(2) = 1$.
15. $y'' - 4y' + 4y = 3$, $y(0) = 0$, $y'(1) = e^2$.
16. $y'' - 9y = -18 \sin 3x$, $y(0) + y'(0) = 3$, $y'(\frac{\pi}{3}) = -3$.
17. $y'' + 4y = x$, $y(0) = 1$, $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$.
18. $2y'' - 5y' + 2y = x$, $y(0) = 0$, $2y'(1) - y(1) = 3e^2$.
19. $y'' - 2y' - 3y = 5e^{4x}$, $y(0) = 0$, $y'(1) = 1 - 3e^{-3}$.
20. $y'' + 2y' + y = -2$, $y(0) = -2$, $y'(1) = 0$.
21. $y'' + 8y = 8x$, $y(0) = 1$, $y'(1) = \frac{7}{8}$.
22. $y'' - y = e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(1) = y(1)$.
23. $y'' - y = e^x$, $y(0) + y'(0) = \frac{5}{2}$, $y'(1) - y(1) = \frac{1}{2}$.
24. $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = 0$.

$$25. \quad y'' + y = 6 \sin 2x, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$26. \quad y'' - y = e^x, \quad y(0) + y'(0) = \frac{5}{2}, \quad y'(1) - y(1) = \frac{1}{2}.$$

30. Вычислить матричную экспоненту e^{At} и по формуле $x(t) = e^{At}x_0$ построить решение задачи Коши

$$\begin{cases} x' = Ax, \\ x(0) = x_0, \end{cases} \quad \text{где } x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Результат проверить подстановкой..

Варианты:

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$2. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$3. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$4. \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$5. \quad A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$6. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$7. \quad A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$8. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$9. \quad A = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$10. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$11. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$12. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$13. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$14. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$15. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$16. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$17. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$18. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$19. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$20. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$21. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$22. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$23. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$24. \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$25. \quad A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$26. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}.$$

4⁰. Найти точки равновесия скалярных уравнений первого порядка $x' = f(x)$ и $x' = g(x)$, построить их фазовые портреты в фазовом пространстве и расширенном фазовом пространстве.

Варианты:

$$1. \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2, \quad g(x) = 1 + \sin 2x.$$

$$2. \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2, \quad g(x) = 1 + \cos 2x.$$

$$3. \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2, \quad g(x) = -1 + \sin 2x.$$

4. $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3, \quad g(x) = -1 + \cos 2x.$
5. $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3, \quad g(x) = \sin(4 \operatorname{arctg} x).$
6. $f(x) = x^4 + x, \quad g(x) = \cos(4 \operatorname{arctg} x).$
7. $f(x) = x^4 - x, \quad g(x) = e^{\sin x} - 1.$
8. $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2, \quad g(x) = e^{\cos x} - 1.$
9. $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2, \quad g(x) = \sin x - \frac{18}{\pi^2}x^2.$
10. $f(x) = x^3 - x^2 - 2x, \quad g(x) = \cos x - \frac{9}{2\pi^2}x^2.$
11. $f(x) = x^3 + x^2 - 2x, \quad g(x) = e^{\sin x} - 0,5.$
12. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2, \quad g(x) = 1 + \sin 2x.$
13. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2, \quad g(x) = 1 + \cos 2x.$
14. $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2, \quad g(x) = -1 + \sin 2x.$
15. $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3, \quad g(x) = -1 + \cos 2x.$
16. $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3, \quad g(x) = \sin(4 \operatorname{arctg} x).$
17. $f(x) = x^4 + x, \quad g(x) = \cos(4 \operatorname{arctg} x).$
18. $f(x) = x^4 - x, \quad g(x) = e^{\sin x} - 1.$
19. $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2, \quad g(x) = e^{\cos x} - 1.$
20. $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2, \quad g(x) = \sin x - \frac{18}{\pi^2}x^2.$
21. $f(x) = x^3 - x^2 - 2x, \quad g(x) = \cos x - \frac{9}{2\pi^2}x^2.$
22. $f(x) = x^3 + x^2 - 2x, \quad g(x) = e^{\sin x} - 0,5.$
23. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2, \quad g(x) = 1 + \cos 2x.$
24. $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2, \quad g(x) = -1 + \sin 2x.$
25. $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3, \quad g(x) = -1 + \cos 2x.$
26. $f(x) = x^4 - x, \quad g(x) = e^{\sin x} - 1.$

5⁰. Изобразить фазовые портреты линейных систем $x' = A_1x$, $x' = A_2x$ и $x' = A_3x$.

Варианты:

1. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$.
2. $A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$.
3. $A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$.
4. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.
5. $A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.
6. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -4 & -9 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 13 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$.
7. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$.
8. $A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$.
9. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$.
10. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -5 & -9 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$.
11. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -6 & -10 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -5 & -11 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$.
12. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$.
13. $A_1 = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$.
14. $A_1 = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} -9 & 6 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$.
15. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.
16. $A_1 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.
17. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 6 & -9 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 13 & -1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$.

18. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}.$
19. $A_1 = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}.$
20. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$
21. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}.$
22. $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 8 & -11 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}.$
23. $A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}.$
24. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$
25. $A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$
26. $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}.$

6⁰. Найти точки равновесия системы $x' = f(x)$, выяснить характер их устойчивости, изобразить схематично фазовый портрет системы в окрестностях этих точек, привести соответствующие линеаризованные уравнения.

Варианты:

1. $\begin{cases} x'_1 = 2x_1x_2 - 4x_2, \\ x'_2 = 4x_2^2 - x_1^2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 + 2x_2 + x_1 \sin x_1, \\ x'_2 = -x_1 - 4x_2 + x_2^3 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 + 5x_2 - x_2^3, \\ x'_2 = -x_1 + 4x_2 + x_2^2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x'_1 = 3x_1 + x_2 - x_1^2, \\ x'_2 = -5x_1 + 7x_2 + 2x_2^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x'_1 = -3x_1 + 2x_2 - x_2^3, \\ x'_2 = -x_1 + 5x_2 - 3x_2^2 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x'_1 = -2 + 2e^{x_1+x_2}, \\ x'_2 = -x_1 + 4x_2 + x_1^2 \end{cases}$
7. $\begin{cases} x'_1 = -1 + e^{x_1+5x_2}, \\ x'_2 = -\sin(5x_1 + 7x_2) \end{cases}$
8. $\begin{cases} x'_1 = x_1 + 5x_2 - x_2^2, \\ x'_2 = e^{-4x_1+5x_2} - 1 \end{cases}$
9. $\begin{cases} x'_1 = x_1 + 5x_2 - x_1^2, \\ x'_2 = -5\sin(x_1 + x_2) \end{cases}$
10. $\begin{cases} x'_1 = -\sin(5x_1 - 2x_2), \\ x'_2 = -4x_1 + x_2 + x_2^2 \end{cases}$
11. $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 + x_2 + x_2^3, \\ x'_2 = -\sin(4x_1 + 3x_2) \end{cases}$
12. $\begin{cases} x'_1 = x_2 - \sin x_1, \\ x'_2 = -3x_1 - 2x_2 \end{cases}$
13. $\begin{cases} x'_1 = 4x_2^2 - x_1^2, \\ x'_2 = 2x_1x_2 - 4x_2 \end{cases}$
14. $\begin{cases} x'_1 = -x_1 - 4x_2 + x_2^3, \\ x'_2 = -2x_1 + 2x_2 + x_1 \sin x_1 \end{cases}$
15. $\begin{cases} x'_1 = -x_1 + 4x_2 + x_2^2, \\ x'_2 = 2x_1 + 5x_2 - x_2^3 \end{cases}$
16. $\begin{cases} x'_1 = -5x_1 + 7x_2 + 2x_2^2, \\ x'_2 = 3x_1 + x_2 - x_1^2 \end{cases}$
17. $\begin{cases} x'_1 = -x_1 + 5x_2 - 3x_2^2, \\ x'_2 = -3x_1 + 2x_2 - x_2^3 \end{cases}$
18. $\begin{cases} x'_1 = -x_1 + 4x_2 + x_1^2, \\ x'_2 = -2 + 2e^{x_1+x_2} \end{cases}$
19. $\begin{cases} x'_1 = -\sin(5x_1 + 7x_2), \\ x'_2 = -1 + e^{x_1+5x_2} \end{cases}$
20. $\begin{cases} x'_1 = e^{-4x_1+5x_2} - 1, \\ x'_2 = x_1 + 5x_2 - x_2^2 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1' = -4x_1 + x_2 + x_2^2, \\ x_2' = -\sin(5x_1 - 2x_2) \end{cases}$
22. $\begin{cases} x_1' = -\sin(4x_1 + 3x_2), \\ x_2' = -2x_1 + x_2 + x_2^3 \end{cases}$
23. $\begin{cases} x_1' = -2x_1 + 2x_2 + x_1 \sin x_1, \\ x_2' = -x_1 - 4x_2 + x_2^3 \end{cases}$
24. $\begin{cases} x_1' = 2x_1 + 5x_2 - x_2^3, \\ x_2' = -x_1 + 4x_2 + x_2^2 \end{cases}$
25. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + x_2 - x_1^2, \\ x_2' = -5x_1 + 7x_2 + 2x_2^2 \end{cases}$
26. $\begin{cases} x_1' = 2x_1 + 5x_2 - x_2^3, \\ x_2' = -x_1 + 4x_2 + x_2^2 \end{cases}$

7⁰. Применяя критерий Рауса-Гурвица выяснить, при каких значениях параметра a нулевое решение уравнения является асимптотически устойчивым.

Варианты:

1. $y'''' + 2y''' + ay'' + 3y' + 2y = 0.$
2. $y'''' + 2y''' + ay'' + 7y' + 2y = 0.$
3. $y'''' + 2y''' + ay'' + 5y' + 6y = 0.$
4. $y'''' + 8y''' + ay'' + 36y' + 45y = 0.$
5. $y'''' + 2y''' + 4y'' + ay' + 2y = 0.$
6. $y'''' + 2y''' + 3y'' + ay' + 2y = 0.$
7. $y'''' + 2y''' + 6y'' + ay' + 6y = 0.$
8. $y'''' + 8y''' + 14y'' + ay' + 45y = 0.$
9. $y'''' + ay''' + 4y'' + 3y' + 2y = 0.$
10. $y'''' + ay''' + 3y'' + 7y' + 2y = 0.$
11. $y'''' + ay''' + 6y'' + 5y' + 6y = 0.$
12. $y'''' + ay''' + 14y'' + 36y' + 45y = 0.$

13. $y'''' + 2y''' + 4y'' + 3y' + ay = 0.$
14. $y'''' + 2y''' + 3y'' + 7y' + ay = 0.$
15. $y'''' + 2y''' + 6y'' + 5y' + ay = 0.$
16. $y'''' + 8y''' + 14y'' + 36y' + ay = 0.$
17. $y'''' + 2y''' + ay'' + 3y' + 2y = 0.$
18. $y'''' + 2y''' + a3y'' + 7y' + 2y = 0.$
19. $y'''' + 2y''' + ay'' + 5y' + 6y = 0.$
20. $y'''' + 8y''' + ay'' + 36y' + 45y = 0.$
21. $y'''' + 2y''' + 4y'' + ay' + 2y = 0.$
22. $y'''' + 2y''' + 3y'' + ay' + 2y = 0.$
23. $y'''' + 2y''' + 6y'' + ay' + 6y = 0.$
24. $y'''' + 8y''' + 14y'' + ay' + 45y = 0.$
25. $y'''' + 2y''' + ay'' + 3y' + 2y = 0.$
26. $y'''' + 2y''' + ay'' + 7y' + 2y = 0.$

8⁰. Груз массы m на горизонтальной плоскости прикреплен к пружине нулевой массы. При отклонении груза на расстояние x пружина действует на него с силой $G(x)$, направленной к положению равновесия. Сила трения F_c направлена в сторону, противоположную скорости. Предполагается, что зависимость упругой силы $G(x)$ от деформации x подчиняется закону Гука, т.е. имеет вид $G(x) = ax$, где a – положительный коэффициент. Предполагается также, что сила трения F_c пропорциональна скорости x' , т.е. $F_c = bx'$, где b – положительный коэффициент.

1). Получите дифференциальное уравнение, описывающее колебания груза.

2). Изобразите движение груза на фазовой плоскости (x, x') , если известно, что при $t = 0$ пружина растянута, при этом груз находится на расстоянии h от положения равновесия и имеет нулевую скорость. Где будет находиться груз при $t = 1$ и какова будет его скорость?

Варианты:

1. $m = 2, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad h = 3.$
2. $m = 1, \quad a = 2, \quad b = 2, \quad h = 4.$
3. $m = 1, \quad a = 2, \quad b = 1, \quad h = 2.$
4. $m = 2, \quad a = 3, \quad b = 1, \quad h = 5.$
5. $m = 3, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad h = 4.$
6. $m = 2, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad h = 3.$
7. $m = 3, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad h = 2.$
8. $m = 1, \quad a = 3, \quad b = 3, \quad h = 5.$
9. $m = 4, \quad a = 3, \quad b = 3, \quad h = 5.$
10. $m = 3, \quad a = 2, \quad b = 4, \quad h = 4.$
11. $m = 2, \quad a = 1, \quad b = 1, \quad h = 2.$
12. $m = 2, \quad a = 3, \quad b = 3, \quad h = 6.$
13. $m = 2, \quad a = 2, \quad b = 2, \quad h = 6.$
14. $m = 3, \quad a = 2, \quad b = 2, \quad h = 5.$
15. $m = 1, \quad a = 4, \quad b = 3, \quad h = 5.$
16. $m = 1, \quad a = 3, \quad b = 3, \quad h = 4.$
17. $m = 2, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad h = 3.$
18. $m = 1, \quad a = 3, \quad b = 2, \quad h = 5.$
19. $m = 1, \quad a = 2, \quad b = 2, \quad h = 2.$
20. $m = 3, \quad a = 2, \quad b = 4, \quad h = 4.$
21. $m = 3, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad h = 5.$
22. $m = 2, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad h = 2.$
23. $m = 1, \quad a = 2, \quad b = 1, \quad h = 2.$
24. $m = 2, \quad a = 3, \quad b = 1, \quad h = 5.$
25. $m = 3, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad h = 4.$
26. $m = 2, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad h = 3.$

9⁰. Перейти от дифференциального уравнения второго порядка $y'' + f(y, y') + g(y) = 0$ к автономной системе $x' = F(x)$ ($x \in R^2$) на основе замены $x_1 = y$, $x_2 = y'$. Найти точки равновесия полученной системы, определить их тип, выяснить характер ее устойчивости. Построить на фазовой плоскости (x_1, x_2) траекторию решения $x(t)$ полученной системы на промежутке $0 \leq t \leq 20$, соответствующей решению задачи Коши для дифференциального уравнения.

Варианты:

1. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 5$.
2. $y'' - 2(1-y^2)y' + 2y = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 5$.
3. $y'' - (1-y^2)y' + 2y = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 6$.
4. $y'' - \frac{2(1-y^2)y'}{3} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 6$.
5. $y'' - \frac{(1-2y^2)y'}{3} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.
6. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{3} + \frac{2y}{3} = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.
7. $y'' - \frac{3(1-y^2)y'}{2} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 5$.
8. $y'' - \frac{2(1-y^2)y'}{5} + y = 0$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 5$.
9. $y'' - \frac{(1-2y^2)y'}{3} + \frac{y}{3} = 0$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 4$.
10. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + \frac{2y}{3} = 0$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 4$.
11. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 5$.
12. $y'' - \frac{2(1-y^2)y'}{3} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 6$.
13. $y'' - \frac{(1-2y^2)y'}{3} + \frac{y}{2} = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.

14. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{3} + \frac{2y}{3} = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$
15. $y'' - \frac{3(1-y^2)y'}{2} + \frac{y}{2} = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$
16. $y'' - \frac{2(1-y^2)y'}{5} + y = 0, \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 5.$
17. $y'' - \frac{(1-2y^2)y'}{3} + \frac{y}{3} = 0, \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 4.$
18. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + \frac{2y}{3} = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 4.$
19. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + \frac{y}{2} = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 5.$
20. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$
21. $y'' - 2(1-y^2)y' + 2y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$
22. $y'' - (1-y^2)y' + 2y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 6.$
23. $y'' - \frac{(1-y^2)y'}{2} + y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$
24. $y'' - 2(1-y^2)y' + 2y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$
25. $y'' - (1-y^2)y' + 2y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 6.$
26. $y'' - \frac{(1-2y^2)y'}{3} + \frac{y}{3} = 0, \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 4.$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список группы

Группа № 23

1. Ахметшин Марат
2. Галиева Нурия
3. Гирфанов Камиль
4. Давлетбаев Артур
5. Жуков Данил
6. Зябкова Юлия
7. Кабирова Вероника
8. Камалеев Никита
9. Каримов Альберт
10. Кузнецов Александр
11. Манапова Наталия
12. Мухаметшин Риназ
13. Попов Дмитрий
14. Рахматов Светлан
15. Сабанова Екатерина
16. Султанов Эльвир
17. Тарасов Никита
18. Тухватуллин Илья
19. Хакимова Римма