

Taller número 7. Aproximación de Funciones con Series de Taylor en Python

Descripción del Taller: Este taller introduce las Series de Taylor y su aplicación para la aproximación de funciones utilizando Python y NumPy. Los participantes desarrollarán funciones para calcular las aproximaciones de la exponencial, funciones trigonométricas y logaritmo natural, y visualizarán los resultados con Matplotlib. Este enfoque práctico no solo reforzará los conceptos matemáticos, sino que también mejorará las habilidades de programación de los participantes.

Objetivos del Taller:

- Comprender el concepto y la importancia de las Series de Taylor en matemáticas y análisis numérico.
- Implementar las Series de Taylor para funciones estándar usando Python y NumPy.
- Aprender a visualizar y comparar las aproximaciones de funciones con sus contrapartes estándar.
- Mejorar la habilidad de utilizar la programación para resolver problemas matemáticos complejos.

Metodología:

- Explicaciones teóricas para introducir cada concepto seguido de ejemplos ilustrativos.
- Sesiones de codificación en vivo donde los participantes implementan las series de Taylor paso a paso.
- Uso de Matplotlib para graficar las funciones y comparar las aproximaciones con las funciones reales.
- Discusiones grupales para analizar los resultados y comprender las diferencias.

Recursos Necesarios:

- Computadoras con Python, NumPy y Matplotlib instalados.
- Acceso a la documentación de Python y referencias matemáticas para las Series de Taylor.
- Materiales de referencia adicionales en línea para la teoría de las series y ejemplos de uso.

Evaluación:

- Evaluación de la precisión de las funciones implementadas mediante comparación con las funciones de NumPy.
- Revisión de las gráficas para asegurar la correcta visualización de los resultados.
- Participación activa en la discusión y análisis de los resultados de la graficación.

Contenido del Taller:

Una serie de Taylor es una representación de una función como una suma infinita de términos calculados a partir de los valores de sus derivadas en un solo punto. Es una herramienta poderosa en matemáticas para aproximar funciones complicadas con polinomios simples, especialmente cerca del punto alrededor del cual se construye la serie. Cada término de la serie es un producto de una derivada de la función evaluada en el punto y una potencia de la diferencia entre la variable y el punto, dividido por el factorial del número de la derivada.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \text{for } |x| < 1$$

$$\tan^{-1}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{for } |x| < 1$$

Emplee Python junto con la biblioteca NumPy para desarrollar sus propias versiones de las funciones exponencial, seno, coseno, tangente y logaritmo natural mediante el uso de series de Taylor. Luego, aproveche Matplotlib para graficar todas estas funciones en un mismo subplot, facilitando así una comparativa visual directa entre ellas.