

Tentamen Statistiek MBW/KW (deel 1, tweede kans)

Afdeling: Propedeuse MBW/KW 2022-2023

Examinator: Dr. J.B.M. Melissen, T. Zijlstra MSc.

Datum: donderdag 19 oktober 2023 09:00 – 12:00, duur tentamen: 3 uur

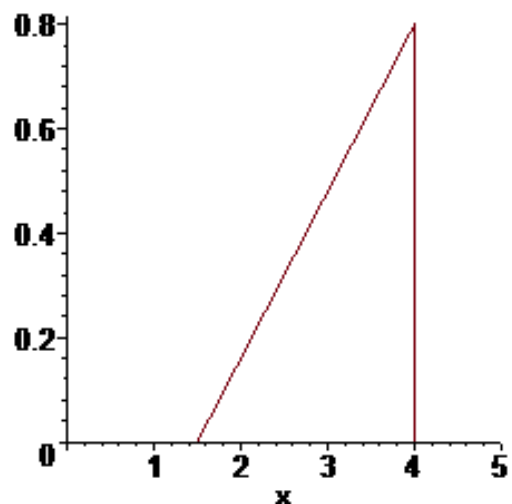
1. **Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden!**
2. Rond eindantwoorden (kommagetallen) af op vier decimalen, tenzij anders vermeld.
3. Boeken, reader en aantekeningen mogen worden geraadpleegd.
4. De aanwezigheid van *communicatieapparatuur* is niet toegestaan.
5. Het gebruik van een (grafische) rekenmachine met statistische programmatuur en het raadplegen van de bijbehorende handleiding is toegestaan. Het *statistische* gebruik van deze rekenmachine is bij een aantal onderdelen ingeperkt. Let op de aanwijzingen!
6. **De opgaven dienen na afloop van het tentamen ingeleverd te worden.**

Dit tentamen bestaat uit vier opgaven van resp. 25, 20, 25, 20 punten. Score = Totaal/100

Opgave 1 [25pt].

Bij een ministerie wordt gebruik gemaakt van thin clients voor de kantoormedewerkers. Een thin client wordt na vier jaar afgeschreven en vervangen, maar soms eerder als er storingen optreden. Voor de planning van de aanschaf van nieuwe thin clients wordt de levensduur van een thin client gemodelleerd als een continue kansvariabele x die een waarde (kommagetal) aanneemt tussen 0 en 4 jaar. Er wordt verondersteld dat de kansdichtheidsfunctie wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{(4-a)^2} (x-a) & \text{als } a \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{elders} \end{cases}$$



Hierin is a een nog onbekende continue parameter tussen 0 en 4. **In deze opgave nemen we aan dat $a = 1,5$.** De kansdichtheid is in de figuur getekend voor dit geval.

1a [5pt]. De functie $f(x)$ is een goed gedefinieerde kansdichtheidsfunctie voor alle waarden $0 < a < 4$. Toon dit aan voor de waarde $a = 1,5$.

1b [8pt]. Controleer met een berekening dat $\mu(\underline{x}) = \frac{a+8}{3}$ en $\sigma(\underline{x}) = \frac{4-a}{3\sqrt{2}}$ voor $a = 1,5$.

1c [5pt]. Bereken de kans dat de levensduur van een thin client tussen 1 en 2 jaar ligt.

1d [3pt]. Bereken de waarde van $P(\underline{x} = 3)$.

1e [4pt]. Bereken de minimale levensduur van de 90% langst levende thin clients.

Opgave 2 [30pt]

Het Intelligentie Quotiënt (IQ) is een getal dat een indicatie geeft van de intelligentie van een persoon. Er wordt aangenomen dat het IQ normaal is verdeeld met een gemiddelde van 100 en een standaarddeviatie van 15.

Bij een IQ van 70 of minder wordt gesproken van een geestelijke handicap, tussen 70 en 85 van zwak begaafd, tussen 85 en 115 van normaal begaafd, tussen 115 en 130 van meer begaafd en daarboven van hoog begaafd.

2a [4pt] Volgens de bovenstaande definitie kan iemand een negatief IQ hebben. Bereken hoeveel mensen op een wereldbevolking van 8 miljard er statistisch gezien een negatief IQ hebben.

2b [3pt] Volgens de Handleiding militair keuringsreglement (https://puc.overheid.nl/mp-bundels/doc/PUC_39065_10/) dat Defensie hanteert, zijn personen met een IQ van 70 of lager ongeschikt voor militaire dienst. Bereken om welk percentage van de bevolking het hier gaat.

2c [4pt]. Om te voorkomen dat personen met lage intelligentie gevaarlijke wapens hanteren of ermee in aanraking komen eist het Amerikaans Congres van het Pentagon (*Code of Federal Regulations*, 2015) dat geen rekruten worden aangenomen uit de 10% van de bevolking met het laagste IQ en slechts een beperkt aantal uit de laagste 10 tot 30%. Bereken welke IQ grenzen hierbij horen.

In het artikel “Are Blonds Really Dumb” van Jay Zagorsky (*Economics Bulletin*, Volume 36, Issue 1, pages 401-410, 2016) laat de auteur zien dat blonde vrouwen, in tegenstelling tot wat vaak wordt gezegd, juist een hoger IQ hebben dan vrouwen met een andere haarkleur:

Table 1: IQ Categorized by Hair Color.

Type of Individual	Mean IQ	Standard Deviation	Median IQ	Percent of Group	Number Respondents
<i>Blonde Hair White Women</i>	103.2	12.8	102.7	20.7%	597
<i>Brown Hair White Women</i>	102.7	13.8	102.9	73.0%	2,205
<i>Red Hair White Women</i>	101.2*	13.2	100.5	3.8%	118
<i>Black Hair White Women</i>	100.5**	13.4	101.4	2.5%	77

2d [4pt]. Laat met een berekening zien dat het (gewogen) gemiddelde IQ van alle onderzochte vrouwen uit de tabel gelijk is aan 102,8.

2e [4pt]. Bereken de standaarddeviatie in het gemiddelde IQ van de 597 vrouwen uit de groep vrouwen met blond haar (neem aan dat de standaarddeviatie in het IQ van één vrouw 15 is, negeer de *Standard Deviation* in de tabel).

2f [4pt]. Bereken met de gegevens uit 2d en 2e de kans dat het gemiddeld IQ van de 597 vrouwen met blond haar 103,2 of meer is, uitgaande van het in 2e berekende gemiddeld IQ van alle onderzochte vrouwen.

2g [4pt]. Bereken ook de kans dat het gemiddeld IQ van de 597 vrouwen met blond haar 103,2 of meer is, vergeleken met het gemiddeld IQ van de hele bevolking.

2h [3pt]. Wat kun je nu precies concluderen uit de berekeningen uit 2f en 2g?

Opgave 3 [25pt]

Gegeven is het volgende scenario: In een militaire operatiezone worden willekeurige aanvallen van vijandelijke troepen op een bepaalde basis geregistreerd. Het aantal aanvallen per dag lijkt een Poissonverdeling te volgen. De basiscommandant wil graag begrijpen hoe deze aanvallen zijn verdeeld en heeft jouw statistische ondersteuning gevraagd.

3a [5pt] De commandant heeft gedurende de afgelopen 90 dagen gegevens verzameld over het aantal aanvallen per dag en heeft vastgesteld dat het gemiddelde aantal aanvallen per dag 2,0 is. Bereken de kans dat er op een willekeurige dag minstens 3 aanvallen plaatsvinden.

3b [5pt] De commandant wil in verband met het eventueel vaststellen van een herfstvakantie weten wat de kans is dat er in een periode van 5 dagen geen enkele aanval op de basis plaatsvindt. Bereken deze kans met behulp van de Poissonvergelijking.

3c [5pt] Op een bepaalde dag blijken er vier aanvallen te zijn geweest. Bereken de kans hierop.

De volgende dag blijken er wéér vier aanvallen te zijn geweest. Wat is de kans dat dit gebeurt, gegeven het feit dat dit de dag ervoor ook al gebeurde?

3d [5pt] Bereken de kans dat er op twee opeenvolgende dagen 8 aanvallen plaatsvinden. Leg uit waarom deze kans kleiner dan, gelijk aan, of groter dan de kans is dat er op de eerste dag 4 aanvallen zijn en de tweede dag ook.

3e [5pt] Gebruik de centrale limietstelling om uit te rekenen wat de kans is dat het aantal aanvallen in één maand (30 dagen) minder is dan 30.

Opgave 4 [20pt]

Om de overlast als gevolg van een militaire vliegbasis in kaart te brengen is onder 7328 burgers in de omgeving van de vliegbasis een enquête gehouden. De geënquêteerden werd gevraagd naar de overlast die ze gedurende het afgelopen jaar hadden ervaren door het vliegverkeer op de basis. Antwoorden konden worden gegeven op een schaal van 0 – 4 (0 = geen overlast, 1 = nauwelijks overlast, 2 = geregeld overlast, 3 = behoorlijk veel overlast, 4 = zeer veel overlast. De respons op deze vraag wordt beschreven door een kansvariabele \underline{k} . Verder is ook de afstand van de woning van de ondervraagden in kaart gebracht. Deze afstand wordt beschreven door een kansvariabele \underline{l} met $\underline{l} = 0$: afstand minder dan 3 km, $\underline{l} = 1$: afstand tussen 3 en 6 km, en $\underline{l} = 2$: afstand groter dan 6 km. De gezamenlijke kansverdeling is hieronder gegeven:

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$P(\underline{l} = l)$
$l = 0$	0,0000	0,0120	0,0820	0,0590	0,0990	0,2520
$l = 1$	0,0480	0,1340	0,0910	0,1230	0,0450	0,4410
$l = 2$	0,2010	0,0590	0,0240	0,0110	0,0120	0,3070
$P(\underline{k} = k)$	0,2490	0,2050	0,1970	0,1930	0,1560	1,0000

4a [6pt]. Bereken de verwachtingswaarde, de variantie en de standaarddeviatie van \underline{k} . Geef tussenresultaten van de berekeningen en maak geen gebruik van het statistisch menu van de grafische rekenmachine (hooguit ter controle).

4b [3pt]. Hoeveel geënquêteerden ervaren behoorlijk veel of zeer veel overlast van de vliegbasis?

4c [4pt]. Bereken de kans dat er onder 100 willekeurige ondervraagden hoogstens 40 personen zijn die behoorlijk veel of zeer veel overlast van de vliegbasis ervoeren (Gebruik geen benadering).

4d [7pt]. Leg uit wat de volgende vier kansen betekenen in termen van ervaren overlast en afstand tot de vliegbasis en bereken hun waarde:

$$P(\underline{k} < 3), P(\underline{l} \leq 1), P(\underline{k} < 3 \text{ én } \underline{l} \leq 1), P(\underline{k} < 3 \mid \underline{l} \leq 1)$$