Maple opdracht, Analyse 1, collegejaar 2024-2025

Begin, voor de opgaven die met Maple gemaakt moeten worden, een nieuw werkblad (worksheet) met bovenaan uw naam (zie paragraaf 1.4 van het Maple 16 boek) en beantwoord de Maple opgaven. Geef in het werkblad voor/tussen/na de Maple-rekenregels in tekstblokjes aan wat u heeft gedaan. De opgaven die met de hand gemaakt moeten worden kunnen in een apart document ingeleverd worden.

De opdracht dient in groepen van maximaal twee personen gemaakt te worden. De opdracht dient ingeleverd te worden via de ELO. Deadline voor inleveren is **vrijdag 30 mei (17.00 uur)**.

Opgave 1 (Maple)
Bepaal de volgende integralen.

(a)
$$\int \frac{7x^2 + 2x + 3}{x^3 + 2x^2 - 3x}\, dx$$

(b)
$$\int e^{2x} \cos x \, dx$$

Opgave 2 (met de hand)
Check de uitkomsten van opgave 1 door te differentiëren (met de hand).

Opgave 3 (Maple)
Gegeven is de vergelijking
$$w^8 - 3w^4 = -2$$

(a) Bepaal de acht oplossingen van deze vergelijking. Geef de uitkomsten zowel exact als in vijf significante cijfers nauwkeurig. Geef daarbij ieder complex getal in de vorm $a + bi$, waarbij a en b reëele getallen zijn.

(b) Teken de acht oplossingen in het complexe vlak.

Opgave 4 (met de hand)
Los de vergelijking uit opgave 3 met de hand op. Hint: reduceer de vergelijking eerst tot een kwadratische vergelijking, en los vervolgens de binomiaalvergelijkingen op.

Opgave 5 (Maple)

Beschouw het gedempte massa-veer systeem van pagina 4 van het hoofdstuk "Applications of second-order differential equations":

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = F(t),$$

met massa $m = 5.0$ kg, dempingsconstante $c = 3.0$ Ns/m en veerconstante $k = 4.0$ N/m. De verplaatsing op $t = 0$ s is 0.02 m en de snelheid van de massa op tijdstip $t = 0$ s, is 0 m/s.

(a) Bepaal de oplossing $x(t)$ als $F(t) = 0$ en teken in één figuur de verplaatsing x, de snelheid v en versnelling a van deze massa voor t vanaf 0 tot 20 s.

(b) Veronderstel nu dat er een variërende kracht op de massa wordt uitgeoefend met de grootte $F(t) = B\sin(\beta t)$ N.

  i. Bepaal voor $B = 2$ N en $\beta = 0.8$ rad/s de oplossing $x(t)$ en teken deze voor t vanaf 0 tot 30 s.

  ii. Doe hetzelfde voor $B = 2$ N en $\beta = 3$ rad/s in dezelfde figuur maar met een andere kleur.

  iii. Wat valt je op bij de oplossingen van deze differentiaalvergelijkingen met de 2 aandrijvende functies die dezelfde amplitude B hebben maar verschillende aandrijvende β. Welk verschijnsel speelt hier een rol?

(c) De differentiaalvergelijking kan ook worden uitgedrukt als een stelsel van twee eerste orde lineaire differentiaalvergelijkingen. Als $F(t) = 0$, dan kan dat als volgt:

$$\begin{aligned} x'(t) - v(t) &= 0 \\ mv'(t) + cv(t) + kx(t) &= 0 \end{aligned}$$

Los dit stelsel differentiaalvergelijkingen op (zónder het eerst te reduceren tot een tweede orde differentiaalvergelijking), met de randvoorwaarden gegeven bij (a), en vergelijk je antwoord met je antwoord bij vraag (a).