

# Statistiek voor MBW / KW Uitwerkingen huiswerkopgaven

Dr. ir. D.A.M.P. Blom & Dr. J.B.M. Melissen

2025

---

# Week 10: hypothesetoetsen

## Hoofdstuk 9

**Opdracht 9.m1:** Een kritiek gebied  $Z \dots$

- (a) bestaat uit alle hypothesen die moeten worden verworpen.
- (b) mag geen waarneming bevatten.
- (c) geeft voor de toetsingsgrootte aan welke uitkomsten daarvan tot verwerping van de nulhypothese zullen leiden.
- (d) heeft een kans van  $1 - \alpha$ .

Uitwerking

Het juiste antwoord is (c).

**Opdracht 9.m2:** Een fout van de eerste soort fout wordt gemaakt als  $\dots$

- (a) de nulhypothese wordt verworpen indien deze toch juist is.
- (b) reeds bij het nemen van de steekproef fouten worden gemaakt.
- (c) een onjuiste toetsingsprocedure wordt gevolgd.
- (d) de alternatieve hypothese wordt verworpen.

Uitwerking

Het juiste antwoord is (a).

**Opdracht 9.m3:** Het verwerpen van een juiste alternatieve hypothese  $\dots$

- (a) heet een fout van de eerste soort.
- (b) heet een fout van de tweede soort.
- (c) heet een steekproeffout.
- (d) kan alleen als de toetsingsgrootte een waarde in het kritieke gebied heeft laten zien.

Uitwerking

Het juiste antwoord is (b).

**Opdracht 9.m4:** Als bij een toetsingsprocedure wordt gewerkt met de zogeheten overschrijdingskansen  $\mu$ , dan  $\dots$

- (a) dient de nulhypothese te worden verworpen als  $\mu$  groter is dan  $\alpha$ .
- (b) dient de nulhypothese te worden verworpen als bij tweezijdige toetsing de  $p$ -waarde kleiner is dan  $\frac{1}{2}\alpha$ .
- (c) is  $1 - p$  het onderscheidingsvermogen.
- (d) mag  $p$  niet groter zijn van 0,05.

#### Uitwerking

Het juiste antwoord is (b).

**Opdracht 9.m5:** Een vulmachine is zodanig ingesteld dat deze verpakking vult met een vulgewicht  $X$  dat een normale verdeling volgt met  $\mu = 1510$  gram en  $\sigma = 20$  gram. Regelmatig wordt met een steekproef gecontroleerd of de instelling ( $\mu$ ) van de machine nog correct is. We nemen dan een steekproef van zestien verpakkingen en we toetsen tweezijdig met  $\alpha = 0,05$ . We veronderstellen dat  $\sigma$  niet is veranderd. De grenzen van het kritieke gebied zijn dan:

- (a) 1500,2 en 1519,8
- (b) 1477 en 1543
- (c) 1507,55 en 1512,45
- (d) 1461 en 1559

#### Uitwerking

In deze vraag wordt tweezijdig getoetst met de volgende nulhypothese en alternatieve hypothese:

$$H_0 : \mu = 1510$$

$$H_1 : \mu \neq 1510$$

Gegeven is dat  $X \sim N(\mu = ?; \sigma = 20)$ , want we mochten veronderstellen dat  $\sigma$  niet was veranderd. Onder de nulhypothese  $H_0$  geldt, dankzij de centrale limietstelling dat het steekproefgemiddelde  $\bar{X} \sim N(\mu = ?; \frac{\sigma}{\sqrt{16}})$ . Omdat  $\alpha = 0,05$ , gebruiken we  $z_{\alpha/2} = \text{InvNorm}(\text{opp} = 1 - \alpha/2) = \text{InvNorm}(\text{opp} = 0,975) \approx 1,9600$ .

Het acceptatiegebied is dan gegeven door

$$\begin{aligned} & \left[ \mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{16}}; \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \right] \\ &= \left[ 1510 - 1,9600 \cdot \frac{20}{\sqrt{16}}; 1510 + 1,9600 \cdot \frac{20}{\sqrt{16}} \right] \\ &= [1500,2; 1519,8] \end{aligned}$$

Het kritieke gebied  $Z$  wordt gevormd door alle waarden die buiten het acceptatiegebied liggen, oftewel:

$$(-\infty; 1500,2) \text{ en } (1519,8; \infty).$$

Het juiste antwoord is (a).

**Opdracht 9.m6:** Voor een normaal verdeelde variabele met onbekende  $\mu$  en  $\sigma$  wordt een toets voor  $\mu$  verricht. De volgende gegevens zijn van belang:  $H_0 : \mu = 60$ ;  $H_1 : \mu < 60$ ;  $\alpha = 0,05$ ;  $s^2 = 16$ ;  $n = 25$ ; het steekproefgemiddelde is 62. Bij deze toets vinden we dus een berekende  $t^*$ -waarde of  $z^*$ -waarde die gelijk is aan ...

- (a) 2,50
- (b) 0,625
- (c) 1,568
- (d) 1,316

#### Uitwerking

Omdat  $\alpha = 0,05$  en  $n = 25$  gebruiken we de  $t$ -verdeling. De formule voor de  $t^*$ -waarde is gegeven door

$$t^* = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Omdat geldt dat  $s^2 = 16$ , weten we dat  $s = 4$ . Verder kunnen we onder de nulhypothese aannemen dat  $\mu = 60$  en is het steekproefgemiddelde  $\bar{x} = 62$ . De bijbehorende  $t^*$ -waarde is gelijk aan

$$t^* = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{62 - 60}{\frac{4}{\sqrt{25}}} = 2,5.$$

Het juiste antwoord is (a).

**Opdracht 9.3:** Een variabele  $X$  is normaal verdeeld met standaarddeviatie 10. We toetsen  $H_0 : \mu = 50$  tegen  $H_1 : \mu > 50$ .

- (a) Bereken het kritieke gebied als er één waarneming wordt gedaan bij een kans op een fout van de eerste soort  $\alpha = 0,05$  en ook bij  $\alpha = 0,01$ .

#### Uitwerking

- (b) We doen 100 waarnemingen van de betrokken variabele. Bereken het kritieke gebied bij  $\alpha = 0,10$  en  $\alpha = 0,001$ .

#### Uitwerking

**Opdracht 9.5:** Een broodjeszaak langs een drukke provinciale weg heeft al een aantal jaren bijgehouden hoeveel klanten er komen tijdens de lunchperiode. Dat leverde een tamelijk stabiel patroon op met een gemiddelde van  $\mu = 42$  klanten per dag en een standaarddeviatie  $\sigma = 5$ . Twee maanden geleden is er bij een dichtbij gelegen benzinestation een voorziening gekomen waar klanten snacks kunnen verkrijgen. De eigenaar van de broodjeszaak maakt zich zorgen en heeft gedurende 50 dagen het aantal klanten geteld dat bij hem komt tijdens de lunchperiode. Dat leverde een gemiddelde op van 37,8 klanten. Toets eenzijdig of hier sprake is van een significante daling ( $\alpha = 0,05$ ).

---

### Uitwerking

**Opdracht 9.7:** Capsules die zijn gevuld met een bepaald medicijn, moeten 5 mg werkzaam bestanddeel bevatten. Het is bekend dat door onnauwkeurigheden met de machine die de capsules vult de hoeveelheid werkzaam bestanddeel te beschouwen is als een normaal verdeelde kansvariabele  $X$  met verwachtingswaarde 5,0 mg en standaarddeviatie 0,15 mg. Geëist wordt dat de hoeveelheid werkzaam bestanddeel per capsule tussen 4,6 en 5,4 mg ligt.

- (a) Hoeveel procent van de capsules heeft een inhoud buiten de gestelde normen als de vulmachine correct is ingesteld?

### Uitwerking

- (b) De instelling van de machine kan tijdens het gebruik veranderen. Daarom wordt er regelmatig een aantal capsules gecontroleerd in het laboratorium. Een steekproef van 25 capsules levert een gemiddeld gehalte van het werkzame bestanddeel van 4,70 mg. Toets of hieruit mag worden geconcludeerd dat de instelling van de machine is gewijzigd. Toets hierbij tweezijdig, kies  $\alpha = 0,01$  en ga ervan uit dat de standaarddeviatie niet is veranderd.

### Uitwerking

- (c) Als de capsules worden gevuld met gemiddelde 4,70 mg werkzaam bestanddeel ( $\sigma$  is nog steeds gelijk aan 0,15 mg), hoeveel procent van de capsules voldoet dan niet meer aan de norm?

### Uitwerking

**Opdracht 9.11:** Een zelfbedieningsrestaurant verkoopt hamburgers van het type Big-Smak. Het vleesgewicht van deze hamburgers bedraagt volgens het restaurant gemiddeld minstens 160 gram met een standaarddeviatie van 5 gram. Om de bewering van het restaurant te onderzoeken, kopen zes studenten een Big-Smak en bepalen het vleesgewicht. Dat leverde: 140, 148, 162, 146, 152 en 152 gram op. We gaan ervan uit dat de gewichten van hamburgers mogen worden beschouwd als trekkingen uit een normale verdeling met (nog steeds)  $\sigma = 5$  gram. Toets door berekening van de  $p$ -waarde of de bewering van het restaurant staande kan worden gehouden (kies  $\alpha = 0,05$ ).

### Uitwerking