



Faculteit Militaire Wetenschappen

Gegevens student	
Naam:	
Peoplesoftnummer:	
Klas:	
Handtekening:	

Algemeen			
Vak:	Statistiek (deel 2) -- derde kans	Vakcode:	STA#2
Datum:	23 mei 2025	Tijdsduur:	10:00-13:00
Examinator:	Dr. ir. D.A.M.P. Blom	Aantal pagina's:	4
Peer-review:		Aantal opgaven:	4

Algemene instructies
<ul style="list-style-type: none">- Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden. Indien u een deelopgave niet kunt oplossen en het antwoord in vervolgvragen nodig hebt, probeer uit te gaan van een redelijke fictieve waarde.- U mag een grafische rekenmachine gebruiken zonder CAS (Computer Algebra Systeem).- Antwoorden, in welke vorm dan ook, mogen de zaal niet verlaten.- Vermeld op elk antwoordvel je naam, Peoplesoft-nummer en maak een nummering van je antwoordvellen.- Iedere vorm van mobiele (potentiële) datadragers (telefoon, smartwatch, etc) of andere vormen om te frauderen (bv. communicatieapparatuur) zijn niet toegestaan gedurende de gehele duur van het tentamen en mogen ook niet in het lokaal meegebracht worden of zijn uitgeschakeld en ingeleverd.- Schrijf leesbaar ter voorkoming van misverstanden bij de beoordeling van uw werk. Indien uw antwoord niet leesbaar is, wordt uw antwoord fout gerekend.- Toiletbezoek tijdens het tentamen vindt enkel plaats na toestemming van de examinerator.- Lever bij het verlaten van de zaal, kladpapier, tentamenopgaven en andere tentamen-gerelateerde documenten in bij de examinerator.

Cijferberekening / cesuur

- Het eindcijfer voor het vak Statistiek wordt voor 50% bepaald door dit tentamen.
- Het tentamen is opgebouwd uit 4 open vragen. Bij iedere (sub)vraag is het aantal te behalen punten tussen haakjes aangegeven. In totaal kunt u 100 punten verdienen.
- Het tentamencijfer wordt bepaald door het totaal aantal punten te delen door 10. Het tentamencijfer moet minimaal een 5,0 zijn om de cursus Statistiek met succes af te ronden.

Procedure na het tentamen

- De cijfers van dit tentamenonderdeel worden in principe binnen 10 werkdagen na de afname bekend gemaakt.
- Met vragen over de beoordeling kunt u tot 10 werkdagen na bekendmaking van de cijfers terecht bij de cursuscoördinator.

Veel succes!

Opgave 1 (25 punten) Op de Koninklijke Militaire Academie wordt onderzocht of een nieuw type gevechtstraining op basis van virtual reality de reactietijd van soldaten onder crisissomstandigheden significant verbetert. Soldaten worden ondergedompeld in een realistische VR-simulatie waarin ze snel moeten reageren en vijandelijke dreigingen moeten zien te identificeren.

Om de effectiviteit te testen, meten instructeurs de reactietijd (in milliseconden) van 18 cadetten na 6 weken VR-training en vergelijken dit met de gemiddelde reactietijd van 420 ms bij conventionele trainingsmethoden. Uit de steekproef blijkt dat de gemiddelde reactietijd na de VR-training gelijk is aan 390 milliseconden met een standaardafwijking van 40 milliseconden. Er wordt aangenomen dat de reactietijd van een willekeurige cadet een normaal verdeelde kansvariabele is.

- 1a [5pt]** Bereken op grond van deze steekproef een 98%-betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde reactietijd van een cadet die de VR-training heeft afgerond. Rond de grenzen van dit interval af op gehele milliseconden, zodanig dat de betrouwbaarheid gewaarborgd blijft.
- 1b [3pt]** Een van de instructeurs die verantwoordelijk is voor de VR-training beweert dat de gemiddelde reactietijd van een cadet zelfs tot 380 milliseconden daalt. De overige instructeurs willen dit niet meteen voor waarheid aannemen en willen dit graag statistisch verantwoord toetsen. Formuleer de bijbehorende nul- en alternatieve hypothese van een geschikte hypothesetoets.
- 1c [8pt]** Voer de hypothesetoets uit. Bepaal de toetsuitslag door het berekenen van het kritieke gebied op basis van de steekproef van 18 cadetten met significantieniveau $\alpha = 0,05$.
- 1d [4pt]** Bepaal opnieuw de toetsuitslag, nu door middel van berekening van de p -waarde.
- 1e [5pt]** Stel nu dat de instructeurs niet de reactietijd van een individuele cadet willen meten, maar van een team van zes cadetten. De teamscore wordt bepaald door de som te nemen van de reactietijden van de zes cadetten in het team. Elk team wil dus een zo laag mogelijke teamscore bereiken.
- Op dit moment staat het teamrecord op x milliseconden. Voor welke waarde van x is de kans dat een nieuw team cadetten het record zal breken gelijk aan 5%?

Opgave 2 (30 punten) De Oekraïense luchtmacht onderzoekt de nauwkeurigheid van haar GPS-geleide raketten in een omgeving waarin veelvuldig elektronische oorlogsvoering plaatsvindt door Russische GPS-jammers. De raketten worden gericht op een luchtmachtbasis in de regio Koersk. Tijdens de vlucht worden de raketten dus “gedesoriënteerd” omdat de precisiewapens niet meer op GPS kunnen vertrouwen. Voor iedere raket worden twee variabelen gemeten:

- de afstand X (in kilometers) tot de vijandelijke basis waar de raket voor het eerst GPS-jamming ondervindt, en
- de afwijking Y (in kilometers) van de raket, dat wil zeggen de afstand van het daadwerkelijke inslagpunt van de raket tot het beoogde doelwit van de raket.

Voor tien raketten is data verzameld over deze twee variabelen.

X	30	50	70	90	110	130	150	170	190	210
Y	3.9	3.5	2.7	6.1	4.4	5.6	6.3	4.4	8.1	7.5

2a [4pt] Teken de gegevens uit bovenstaande tabel in een spreidingsdiagram (scatter plot).

2b [8pt] Bereken met behulp van de tabel hierboven Pearson’s correlatiecoëfficiënt. Bepaal of er sprake is van lineaire correlatie en leg uit wat de betekenis is van de grootte en het teken van de correlatiecoëfficiënt.

2c [8pt] Bereken de regressielijn $Y = aX + b$ met behulp van de tabel hierboven, en geef de interpretatie van a en b aan in dit scenario.

2d [2pt] Geef een statistisch verantwoorde voorspelling van de afstand tot het doelwit waarop een raket inslaat die op 45 kilometer afstand van het doelwit voor het eerst GPS-jamming ondervindt.

2e [8pt] Bepaal een 95%-voorspellingsinterval voor de afstand tussen doelwit en inslagpunt als die op 45 kilometer van het doelwit voor het eerst GPS-jamming ondervindt.

Opgave 3 (20 punten) Binnen het NAVO-bondgenootschap worden over een periode van zes maanden door een internationaal team van cyberexperts inlichtingen uitgewisseld over cyberaanvallen gericht op de Baltische staten: Estland, Letland en Litouwen. Hierbij worden de drie meest voorkomende types cyberaanvallen gemonitord, namelijk phishing, injecties van malware en DDoS-aanvallen (Distributed Denial-of-Service). De verzamelde data ziet er als volgt uit:

Land	Phishing	Malware	DDoS	Totaal
Estland	120	200	140	460
Letland	150	170	180	500
Litouwen	100	220	160	480
Totaal	370	590	480	1440

Het team van cyberspecialisten wil toetsen of de verdeling van het type inkomende cyberaanvallen significant verschilt tussen de drie Baltische staten.

- 3a [3pt]** Formuleer de nulhypothese H_0 en de alternatieve hypothese H_1 van de bijbehorende hypothesetoets.
- 3b [2pt]** Bepaal voor elk van de drie scenario's (alledrie dezelfde verdeling van cyberaanvallen, twee van de drie landen dezelfde verdeling, alledrie verschillende verdelingen) of het een correcte beslissing zou zijn om de nulhypothese aan te nemen? Leg uit.
- 3c [10pt]** Voer een chi-kwadraattoets voor onafhankelijkheid uit met significantieniveau $\alpha = 0,05$ en bereken de bijbehorende p -waarde.
- 3d [5pt]** Geef een conclusie voor deze hypothesetoets en ondersteun deze met behulp van gegevens uit de tabel.

Opgave 4 (25 punten) Een marinefregat opereert in een gebied waar regelmatig vijandelijke onderzeeboten actief zijn. Het fregat gebruikt hiervoor sonar en magnetische sensoren om onderzeeboten te detecteren. De bemanning wil analyseren hoe vaak ze per dag succesvolle detecties uitvoeren en of hun waarnemingen een Poissonverdeling volgen.

Gedurende een periode wordt het aantal gedetecteerde vijandelijke onderzeeboten geteld.

Aantal gedetecteerde onderzeeboten	Aantal dagen
0	40
1	80
2	100
3	85
4	35
5	15
6	7
7	3

4a [5pt] Bereken met behulp van de gegevens uit de tabel het aantal dagen waarop er data is verzameld en het gemiddelde aantal gedetecteerde vijandelijke onderzeeboten per dag.

4b [12pt] Toets of het aantal gedetecteerde onderzeeboten per dag X is te beschouwen als een Poisson verdeelde kansvariabele. Schrijf hierbij specifiek de nul- en alternatieve hypothesen uit en bepaal de toetsuitslag aan de hand van het berekenen van een p -waarde. Kies als betrouwbaarheid 95% en gebruik in je berekening je antwoord op vraag 4a.

4c [8pt] De marine definieert een dag met hoge vijandelijke onderzeese activiteit als een dag waarop minstens vier onderzeeboten worden gedetecteerd. Bereken met de methode van Clopper-Pearson een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de kans p dat er op een willekeurige dag hoge vijandelijke activiteit is.