

Análise Numérica (M2018)— 2016/2017 — UP3 — trabalho

Prazo limite de entrega do relatório: aula teórica de 19 de abril de 2017

1. Dado n e um conjunto de $n + 1$ pontos $(x_i, f_i)_{i=0}^n$ de abcissas distintas
 - (a) escrevam um programa que, usando o método de Lagrange ou o método de Newton em diferenças divididas, permita construir o polinómio interpolador do conjunto de pontos.
 - (b) escrevam um programa que permita construir o spline cúbico natural que interpola o conjunto de pontos.

2. Usem os programas escritos para resolver os problemas seguintes:

- (a) Na seguinte tabela apresenta-se o número de animais de uma determinada espécie, $p(t)$, medido em vários tempos t :

t (em anos)	0	5	10	15	20	25	30
$p(t)$ (em milhões)	100	89.5560	78.4905	67.2706	56.3897	46.2842	37.2687

- i. calculem $pol_n(9)$, um valor aproximado do número de animais dessa espécie ao fim de 9 anos, por interpolação polinomial sobre aquela tabela;
 - ii. calculem um majorante do erro cometido sabendo que a população da espécie pode ser modelada por $p(t) = \frac{300}{2 + e^{0.06t}}$.
- (b) Considerem a função $f(x) = \sin(2\pi x)$, para $-1 \leq x \leq 1$
 - i. construam um conjunto de $n+1=21$ pontos, $(x_i, f_i=f(x_i))_{i=0}^n$, de abcissas $x_i, i=0, \dots, n$ igualmente espaçadas no intervalo $[-1, 1]$;
 - ii. construam o polinómio interpolador e o spline cúbico natural daquele conjunto de pontos e comparem os gráficos destas funções com o de f no intervalo dado.
 - iii. Considerando agora dados perturbados: $f(x_i) = \sin(2\pi x_i) + (-1)^{i+1} \times 10^{-4}$, $i=0, \dots, n$, repitam as alíneas (i) e (ii).
 - iv. Observem e comentem os resultados obtidos.
- (c) Considerem a função $f(x) = \frac{1}{(x-0.3)^2 + 0.01} + \frac{1}{(x-0.9)^2 + 0.04} - 6$, para $0 \leq x \leq 1$
 - i. construam um conjunto de $n+1=11$ pontos, $(x_i, f_i=f(x_i))_{i=0}^n$, de abcissas $x_i, i=0, \dots, n$ igualmente espaçadas no intervalo $[0, 1]$;
 - ii. construam o polinómio interpolador e o spline cúbico natural daquele conjunto de pontos e comparem os gráficos destas funções com o de f no intervalo dado.
 - iii. Repitam as alíneas (i) e (ii) para valores maiores de n .
 - iv. Observem e comentem os resultados obtidos.