Eksamensdispositioner

34210 Digital Kommunikation

Daniel Brasholt s214676

Maj 2023

Indhold

Spørgsmål 1 Sampling og kvantisering

- Sampling af analogt signal
  - Digital vs analog signal
  - Stokastisk, deterministisk
  - Periodisk, ikke-periodisk
  - Samplingfrekvens
- Rekonstruktion af samplet signal
  - (2.2): Båndbegrænset signal giver perfekt rekonstruktion for $f_s > 2F$
  - Interpolationsfunktioner: uendeligt lange, skal afkortes
  - Mindste samplingfrekvens hæves pga ovenstående
- Rekonstruktion, lavpasfilter, aliasering
  - Overføringsfunktion for ideelt filter: 0 over B, 1 under B
  - Ville også kræve at vente uendeligt længe på udgangssignalet
  - Hvis $f_s > 2F$ kan signalet genskabes fuldstændigt ved at føre signalet gennem et ideelt lavpasfilter med frekvens $\frac{1}{2}f_s$
  - Aliasering: frekvenserne overstiger og er periodiske, så de overlapper og støjer. Derfor lavpasfilter = antialiaseringsfilter
- Kvantisering - lineær, logaritmisk
  - Endeligt antal bit
  - Udstyringsområde: område hvor signal kan forekomme
  - Kvantiseringsintervaller: Udstyringsområder delt op
  - Rekonstruktion, kvantiseringsfejl: vi mister information
  - Svage signaler giver høj SNR. Logaritmisk kvantisering tillader at der er mere præcision omkring svage signaler, så de større fejl er ved de store signaler, hvor vi alligevel har mere plads til dem
- Praktiske eksempler
  - Telefon: teknisk set $\frac{8KHz}{2} = 4KHz$ max, begrænset til $3.4KHz$ for at undgå aliasering.
  - CD: Lineær kvantisering, $44.1KHz$

Spørgsmål 2 Signalanalyse for kommunikation - periodiske signaler

- Tid og frekvens
  - $v(t) = A\cos(2\pi f t + \phi)$, frekvens f, periode $P = \frac{1}{f}$
  - $e^{j2\pi f t} = \cos(2\pi f t) + j\sin(2\pi f t) = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$
  - Negative frekvenser (omskrivning af reel cos): ikke fysisk betydning, men kan være brugbart til modulation
  - $\cos(2\pi f t) = \frac{1}{2}e^{j2\pi f t} + \frac{1}{2}e^{-j2\pi f t}$ - omskrives altså til positive og negative frekvenser
- Signaltyper
  - Periodisk, ikke-periodisk, tidskontinuert, tidsdiskret
  - Stokastisk, deterministisk
- Fourierrækker
  - ligning (2.1)
  - Lige funktion får imaginærdel til at gå ud = lige funktion har reelt frekvensspektrum
  - Firkant har uendeligt langt bidrag
  - DFT: periodisk i frekvens såvel som tid
- Udregning med MATLAB
  - Diskret, ikke kontinuert
  - $V(\frac{m}{P}) = \frac{1}{T_s}\sum_{k=0}^{N-1} v(kT_s)e^{-j2\pi\frac{km}{N}}$. Kun fornuftigt op til $N/2$, da resten er de negative frekvenser. Går derfor fra $-\frac{1}{2}f_s$ til $\frac{1}{2}f_s$
  - Bliver periodisk med MATLAB
  - Placeret med start i 0
- Effektspektrum
  - Forskydning ligemeget
  - Kvadratet på absolutværdien af frekvenserne

$$v(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} V_m e^{j2\pi\frac{m}{P}t} \Leftrightarrow V_m = \frac{1}{P}\int_{-\frac{P}{2}}^{\frac{P}{2}} v(t)e^{-j2\pi\frac{m}{P}t}dt \tag{2.1}$$

Spørgsmål 3 Signalanalyse for kommunikation - ikke-periodiske signaler

- Tid og frekvens
  - $v(t) = A\cos(2\pi ft + \phi)$, frekvens f, periode $P = \frac{1}{f}$
  - $e^{j2\pi ft} = \cos(2\pi ft) + j\sin(2\pi ft) = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$
  - Negative frekvenser (omskrivning af reel cos): ikke fysisk betydning, men kan være brugbart til modulation
  - $\cos(2\pi ft) = \frac{1}{2}e^{j2\pi ft} + \frac{1}{2}e^{-j2\pi ft}$ - omskrives altså til positive og negative frekvenser
- Signaltyper
  - Periodisk, ikke-periodisk, tidskontinuert, tidsdiskret
  - Stokastisk, deterministisk
- Fouriertransformation
  - Eftersom vi ikke har et periodisk signal, må vi have et kontinuert spektrum af frekvenser. Derfor bliver summerne erstattet af integraler og vi bliver pålagt begrænsninger med samplingfrekvens
- Udregning med MATLAB
  - Frekvensområde $\pm\frac{1}{2}f_s = \pm\frac{1}{2T_s}$
  - Frekvensopløsning $\frac{1}{NT_s}$
  - Udregnes som var det periodisk; kunstig periode på $P = NT_s$
  - Først 0-frekvensen, så positive, så negative vendt om
- Energispektrum
  - Absolutværdi i anden, energier kan lægges sammen

Spørgsmål 4 Lineære systemer og elektriske kredsløb

- Tidskontinuerte lineære systemer - impulsrespons og overføringsfunktion
  - I stedet for integral i tidsdomæne får man $Y(f) = H(f)X(f)$ i frekvens
  - Overføringsfunktion ændrer sig i frekvens, men ikke i tid
  - Kan ændre sig i både fase og amplitude givet ved vinkel og amplitude af den komplekse overføringsfunktion
  - Ohms lov, kapacitor, induktor
  - Simpelt system, modstand og kapacitor
  - Bidrag fra $V(f)$
- Tidsdiskrete lineære systemer - impulsrespons og overføringsfunktion
  - Impulsrespons: foldning med x(t): $y_k = h_0 x_k + h_1 x_{k-1} + \ldots + h_k x_0 = \sum_{n=0}^{\infty} h_n x_{k-n}$
  - Fra før: overføringsfunktion $Y(f) = H(f)X(f)$, så H(f) er her $sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-j2\pi f T_s}$
  - VENDT OM FORDI DET ER KAUSALT
- Eksempler på anvendelse
  - Lavpasfilter: firkantet overføringsfunktion, impulsrespons uendelig sinc
  - Cosinus roll-off: Nyquists andet kriterie giver, at impulsrespons konstant for $i = 0$, 0 for $i \neq 0$, men med cosinus roll-off kan vi komme tættere på at holde kriteriet ved at øge båndbredde - vi holder perfekt for $\alpha = 1$ hvilket svarer til fordobling af båndbredde
  - Går også til $\pm\infty$, men aftager hurtigere, så vi kan nemmere tillade os at skære frekvenser fra.

$$X(f) = V_r(f) + Y(f) = RI(f) + V_c(f) = Rj2\pi f C V_c(f) +$$
$$V_c(f) = V_c(f)(1 + Rj2\pi f C)Y(f)$$
$$\Rightarrow H(f) = \frac{1}{j2\pi f CR + 1}$$

Spørgsmål 5 Basisbåndtransmission - Optimal modtager

- PAM - symboler, alfabet, pulsform
  - Pulse Amplitude Modulation, modulerer puls med amplitude
  - Symboler fx ± 1 og ± 3, altid 2^n
  - Pulsform valgfri
- Støj
  - Baggrundsstøj, terminsk støj, haglstøj, støj fra omgivelser, støj fra signalet selv (ekko).
  - Vi antager at støj er gaussisk og kan adderes uafhængigt af $x(t)$
  - Vi regner normalt med at støjen er hvid
- Optimal modtagelse af signal i støj
  - Foldning med puls, impulsrespons, addition af støj, foldning med tilpasset filter, sampling og beslutning
  - Firkantet puls: $s(T) = \int_0^T r(t) = \int_0^T g(t) + \int_0^T n(t) = T + \int_0^T n(t)$
  - Giver anledning til nedenstående:
  - $s(T_p) = a_k E + \int_0^{T_p} n(t)g(t)dt$
  - Selv med optimal modtager er der risiko for støj, skalerer med n i forhold til E
  - 2PAM giver bare $\pm$, hvor 4PAM har noget med energien at gøre
  - SNR i forhold til fejl
  - Implementering: optimalt filter er puls vendt i tid, foldning med det modtagne.
- Gray-kodning
  - QAM-konstellation og beslutningsområder

Spørgsmål 6 Basisbåndtransmission - ISI

- PAM: Puls Amplitude Modulation
- Hastighedsdefinitioner
  - Symbolrate: baud, $1/T$
  - Bitrate: bit pr. tid, så alfabet med m symboler giver bitrate:
  - $\frac{\log_2 m}{T}$
- Intersymbolinterferens
  - Basisbåndstransmissionssystem: signal $x(t)$ foldes med puls $g(t)$ og går gennem kanal, c, ved foldning. Støj adderes (gaussisk, hvid). Foldes igen med filter, g_m, efter sampling
  - Nyquist tid: $f_s > 2F$
  - x_i enten konstant ved $i = 0$ eller 0 ved $i \neq 0$
  - Nyquist frekvens: Overføringsfunktion mellem symbol og samplede værdier efter filter skal være ideelt lavpasfilter:
  - $X(f) = cT$ for $|f| \leq \frac{1}{2T}$, ellers 0
  - Cos roll-off karakteristik: $X(f)$ "ruller af"med samme integral over/under $\frac{1}{2T}$. Kan modificeres til at bruge mere båndbredde til gengæld for at være mere "perfekt"og undgå ISI
- Sende- og modtagefilter
  - Overføring sende: cos roll-off
  - Overføring modtage: cos roll-off
  - Overføring samlet: skal helst være det ideelle lavpasfilter
- Øjediagram
  - Man tegner alle symbolovergange ovenpå hinanden og ser, om øjet "lukker". Jo tættere på, det er, des større sandsynlighed for at man gætter forkert på et symbol - det gør det i hvert fald sværere.

Spørgsmål 7 Digital modulation

- Modulation & demodulation
  - Bærebølge: harmonisk svingning
  - Spektrum:
    - Moduleret: bidrag fra $-f_c - B$ til $-f_c$, og f til $f_c + B$
    - Demoduleret: stort bidrag fra B, halve bidrag fra $\pm 2f_c$
  - Kan kastes gennem lavpasfilter
- ASK, FSK, PSK
  - $v(t) = A\cos(2\pi f_c t + \phi)$
  - Amplitude Shift Keying, Frequency..., phase...
  - ASK: moduler $A = ax(t)$
  - FSK: moduler $f = f_{c+ax(t)}$
  - PSK: moduler $\phi = ax(t)$
- BPSK - Binary Phase Shift Keying
  - Samme som 2ASK
  - moduler fase med π
  - QPSK men kun $\cos 2\pi f_c t$
- Optimal modtager for kvadraturmodulerede signaler
  - Multiplicer med $\cos 2\pi f_c t$ og sin, bagefter fold med filter, så træf beslutning.
  - Beslutningsområder: PSK og QAM
  - Gray-kodning
- Signal/støjforhold og fejlsandsynlighed
  - Støj i diagram
- Ortogonale signaler
  - Pulser af længde L, kompleks harmonisk funktion frekvens m/T op til $(L-1)/T$. De bliver ortogonale og kan adderes og adskilles
  - Transmissionskanal sender forskellige frekvenser med forskellig fart, så man lægger guardspace ind mellem.
  - Man kan vælge antallet af symboler ud fra støjen