



UNIVERSITÉ  
LAVAL

Faculté des sciences et génie

Stage en génie physique I  
GPH-2590  
Été 2022  
Baccalauréat en GPH

Stage sur la caractérisation, l'implémentation et le développement d'outils  
numériques pour un GRIN-axicon comme substitut à l'axicon  
DCC Lab - Centre CERVO

## Rapport de fin de stage

### Destinataire

Département des stages en milieu pratique

Date de remise : 18 août 2023

---

Christopher Mathault  
536 882 167

Simon Thibault - Daniel Côté

**Abstract** An axicon is a conic lens widely known for its non diffracting and stable Bessel beam generation. This work explores the GRIN-axicon optical configuration to generate a Bessel beam and how it can be used to replicate and replace a given axicon for extended depth of field microscopy applications. A GRIN-axicon consists on the combination of a hyperbolic secant index profile GRIN and a lens, and was suggested to be a cheap and modular alternative to a traditional axicon. During the course of the internship, equations were derived to model a GRIN-axicon using a set of parameters and then used to power a Python graphical interface. This interface was programmed to make the designing of the optical component more intuitive and user-friendly, providing in depth information about the required optical setup and real-time simulation features such as a dynamic view of the light propagation in a GRIN-axicon optical system. With this configuration tool, a GRIN-axicon was designed to mimic an axicon of  $2.5^\circ$  and tested to validate their optical concordance. Experimental tests were attempted with an old preform, however, no conclusive results could be obtained from the few tests conducted, except for the fact that the cutting length of the preform provided to the technician had not been accurately calculated at the beginning of the internship. In future work, we aim to replace the axicon of a microscope with a configured GRIN-axicon to verify if the behaviour of the system would stay unchanged. Thus, we could conclude that the GRIN-axicon configuration offers a cheap, modular and reliable alternative for an axicon. Further testing on the scaling of a GRIN-axicon could also turn out to be an advantage over the regular axicon due to a GRIN's malleability property.

J'aimerais exprimer mes sincères remerciements envers Simon Thibault pour l'opportunité de stage qu'il m'a offert au sein du DCC Lab et à Mireille Quémener pour toute la patience et le soutien qu'elle a su démontrer à mon égard tout au long de mon expérience de stage.

J'aimerais aussi remercier toute l'équipe du laboratoire de Daniel Côté pour m'avoir aussi chaleureusement accueilli et assisté tout au long de cette merveilleuse expérience.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Théorie</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Outils numériques</b>	<b>9</b>
3.1	Interface <i>Python</i> . . . . .	9
3.2	Macro CODE V . . . . .	11
3.2.1	Simulation d'un GRIN-axicon à profil d'indice théorique . . . . .	12
3.2.2	Simulation d'un GRIN-axicon à profil d'indice expérimental . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Résultats</b>	<b>17</b>
4.1	Simulation . . . . .	17
4.2	Expérimental . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>22</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>23</b>

## Liste des tableaux

1	Possibilités de configuration de l'interface CODE V. . . . .	13
---	--	----

## Table des figures

1	Représentation schématique d'un axicon d'angle $\alpha$ éclairé par une onde plane uniforme. Le patron formé d'interférence génère un faisceau de Bessel, caractérisé par l'angle de déviation, $\beta$ . En rouge, une section du profil d'intensité du faisceau Bessel est tracé [5]. . . . .	2
2	Représentation schématique des critères de comparaison entre a) l'axicon et b) le GRIN-axicon. . . . .	4
3	Schéma des variables utiles au développement mathématique. . . . .	4
4	Profil d'indice de réfraction en sécante hyperbolique [2]. . . . .	6
5	Interface <i>Python</i> permettant la configuration d'un GRIN-axicon en fonction des caractéristiques d'un axicon. On peut remarquer les différentes sections, soit le panneau de configuration de l'axicon et du GRIN-axicon ainsi les sections rassemblant les informations importantes pour la simulation et le montage optique final pour l'axicon et le GRIN-axicon. . . . .	11
6	Interface de simulation d'un GRIN-axicon avec les différentes variables à paramétrer. . . . .	13
7	Tracé de rayons d'un GRIN obtenu avec les macros modifiées pour un profil théorique avec $n_0 = 1.45535$ , $n_1 = 1.46609$ et $d = 5.8$ . . . . .	14
8	Tracé de rayons d'un GRIN obtenu avec les macros modifiées pour un profil expérimental avec $n_1 = 1.46609$ et $d = 5.8$ . . . . .	16
9	Paramètres de simulation d'un GRIN-axicon avec l'ancienne préforme de Mireille Quémener pour imiter un axicon d'angle de $2.5^\circ$ . . . . .	17
10	Paramètres de simulation d'un GRIN-axicon avec une nouvelle préforme (de diamètre $d = 1.5$ ) pour imiter l'axicon de Bliq axicon d'angle de $2.5^\circ$ . . . . .	17

11	Résultats de simulation d'un GRIN-axicon selon les paramètres illustrés à la figure 9 (soit le profil d'indice de l'ancienne préforme de Mireille Quémener) imitant un axicon d'angle de $2.5^\circ$ , avec un diamètre de faisceau d'entrée de 5.85413 mm. On peut voir en a) L'intensité axiale du GRIN-axicon, en b) celle de l'axicon et une comparaison de l'intensité radiale et axiale des deux composants respectivement en c) et d). On peut aussi remarquer la concordance des courbes en c) et l'effet miroir entre les deux courbes en d). . . . .	18
12	Résultats de simulation d'un GRIN-axicon selon les paramètres illustrés à la figure 9 imitant l'axicon du microscope de Bliq d'angle de $2.5^\circ$ , avec un diamètre de faisceau d'entrée de 1.5 mm. On peut voir en a) L'intensité axiale du GRIN-axicon, en b) celle de l'axicon et une comparaison de l'intensité radiale et axiale des deux composants respectivement en c) et d). On peut aussi remarquer la concordance des courbes en c) et l'effet miroir entre les deux courbes en d). . . . .	19
13	Visualisation de l'anneau focal à la fin de la GRIN pour une GRIN d'indices $n_0 = 1.45535$ et $n_1 = 1.46609$ coupée à une longueur de 19.4 mm. Il est à remarquer qu'on espère, en visualisant l'anneau focal d'une GRIN supposément coupé à un <i>pitch</i> , de voir un anneau de lumière beaucoup plus mince. . . . .	20

# 1 Introduction

Contrairement aux lentilles conventionnelles, l'axicon est une lentille conique qui focalise la lumière en une ligne focale plutôt qu'en un simple point focal, ce qui, en microscopie, constitue un avantage considérable pour de l'imagerie en champ profond [5]. Ce rapport présente les travaux entamés durant la période du stage visant la caractérisation, l'implémentation ainsi que le développement d'outils numériques portant sur le GRIN-axicon, une alternative prometteuse à l'axicon. Les principaux objectifs étaient :

1. Établir une méthode de configuration d'un GRIN-axicon.
2. Configurer un GRIN-axicon afin de l'implémenter dans un microscope et en vérifier le fonctionnement.
3. Vérifier si un GRIN-axicon est élargissable.

Pendant le stage, l'étudiant a développé une interface python facilitant la paramétrisation d'un GRIN-axicon afin de copier le comportement d'un axicon aux caractéristiques connues. Cette interface facilite l'implémentation d'un GRIN-axicon dans un système optique en donnant à l'utilisateur toute l'information nécessaire pour fabriquer et monter le composant. Aussi, une fois les paramètres établis, un autre outil numérique a été développé, cette fois pour permettre la simulation du composant à partir des paramètres configurés. Cet outil est une macro CODE V prenant en entrée les paramètres d'un profil en sécante hyperbolique ou encore un profil expérimental et simule automatiquement une lentille à gradient d'indice générant un anneau focal. Finalement, un dernier programme *Python* modifie le profil d'indice expérimental pour l'adapter à la macro CODE V. Un montage optique a été assemblé et quelques tests expérimentaux ont été effectués avec l'ancienne préforme commandée par Mireille Quémener pour sa maîtrise. Mais, ceux-ci se sont révélés sans intérêt en raison d'une longueur de GRIN trop grande, engendrant une divergence de l'anneau focal dans la GRIN et donc un anneau focal trop large pour obtenir un beau faisceau Bessel. Pour la fin du stage, de nouvelles préformes ont été commandées, l'une pour vérifier s'il est possible de remplacer un axicon par un GRIN-axicon dans un microscope et l'autre pour valider si le GRIN-axicon est élargissable. En revenant sur les objectifs, aucune preuve qu'un GRIN-axicon puisse être élargi ou puisse remplacer dans un microscope n'a été avancée dû à un manque de temps. Cependant, une manière efficace de configuration d'un GRIN-axicon a été développée en plus d'outils pour simuler le composant une fois paramétrisé, ce qui facilitera énormément la suite du projet pour l'expérimentation ainsi que le dépannage par simulation en cas de problèmes.

Ce rapport présente une première partie théorique qui fournit les détails sur la nature d'un GRIN-axicon ainsi que le développement des équations mathématiques utiles à sa configuration. Les différents outils numériques facilitant autant la paramétrisation que la simulation CODE V d'un GRIN-axicon sont ensuite présentés à la section suivante. Quelques résultats expérimentaux et de simulation sont aussi exposés, suivis d'une courte conclusion.

## 2 Théorie

Tel que mentionné précédemment, l'axicon a la particularité de converger la lumière incidente en une ligne focale, mais le faisceau généré est plus communément appelé un faisceau Bessel (voir figure 1). Mis à part la forme du faisceau, celui-ci est aussi connu comme un faisceau non diffractant et stable dans des milieux turbulents (comme de l'eau) [3]. Les avantages sont multiples et pour plusieurs domaines, notamment en microscopie.

Cependant, bien que ce soit un composant optique aux multiples applications, il possède bien des lacunes. Tout d'abord, sa forme particulière rend la fabrication difficile et implique donc que ceux-ci sont très dispendieux. Aussi, en raison de sa géométrie, le comportement, celui-ci se retrouve extrêmement dépendant de la qualité de fabrication, notamment la finesse de la pointe impacte radicalement le profil d'intensité du faisceau Bessel. Finalement, le fait que l'axicon ne soit pas modulaire, facilement extensible ou modifiable rend le composant moins flexible d'utilisation. Au final, avec les défauts qu'il présente, l'axicon apparaît moins intéressant et trouver une meilleure alternative constituerait un avantage considérable.

Une alternative introduite par Mireille Quémener et Jason Guénette est celle du GRIN-axicon [2] et sera présentée et approfondie dans ce rapport de stage. Cette solution consiste à faire converger un faisceau incident en un anneau focal avec une lentille à gradient d'indice (GRIN), puis grâce à une lentille placée à une distance focale du GRIN, faire converger l'anneau focale en un faisceau Bessel. L'avantage avec cette idée est qu'elle remédie pratiquement, en théorie, à tous les problèmes qu'impose l'axicon conventionnel. Premièrement, le GRIN-axicon est beaucoup plus rentable qu'un axicon en grande quantité étant donné qu'un GRIN est coupé d'une préforme d'environ 50 cm de long. Donc, pour environ le même prix qu'un axicon, il est possible de faire fabriquer une préforme

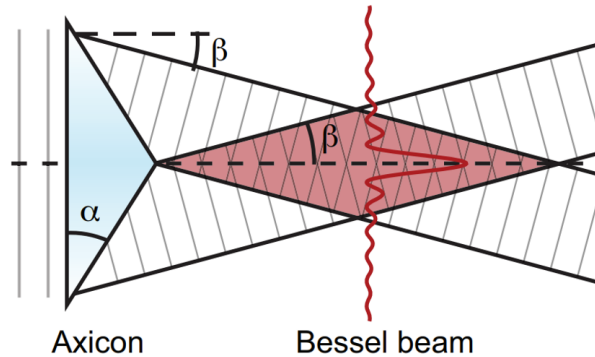


FIGURE 1 – Représentation schématique d'un axicon d'angle  $\alpha$  éclairé par une onde plane uniforme. Le patron formé d'interférence génère un faisceau de Bessel, caractérisé par l'angle de déviation,  $\beta$ . En rouge, une section du profil d'intensité du faisceau Bessel est tracé [5].



pour 20, 30, 50 GRIN-axicons! Aussi, l'avantage de la fabrication d'une préforme est qu'elle est extensible, c'est-à-dire qu'elle peut être étirée en fibre et possiblement élargie en par écrasement. Finalement, contrairement à l'axicon, puisqu'il s'agit d'un système optique à deux composants, il est facile de changer, pour une même GRIN, la lentille afin d'obtenir un comportement de GRIN-axicon différent. Au niveau pratique cependant, seule la preuve de concept accompagné de quelques tests expérimentaux ont été réalisés [empty citation], mais peu de recherche a été accomplie sur la facilité de conception et de configuration d'un GRIN-axicon.

Dans ce rapport, l'étudiant présente une méthode de paramétrisation d'un GRIN-axicon afin de copier le comportement d'un axicon. La première étape est de développer les équations mathématiques mettant en relation les différents paramètres de configuration d'un GRIN-axicon aux caractéristiques de l'axicon. Pour ce faire, il est nécessaire d'établir les caractéristiques mathématiques à comparer entre l'axicon et le GRIN-axicon sur lequel baser les paramètres à de configuration du GRIN-axicon (voir figure 2). Assez intuitivement, on veut que :

1. Le diamètre du faisceau incident dans l'axicon soit égal au diamètre du GRIN ( $D_1$  constant pour les deux composants).
2. Le diamètre du GRIN doit équaler aussi le diamètre du faisceau sortant du GRIN-axicon ( $D_1 = D_2$ ).
3. L'angle de sortie d'un faisceau dans un axicon doit être égale à l'angle de sortie dans un GRIN-axicon ( $\beta$  constant pour les deux composants).

En respectant ces conditions lors de la configuration d'un GRIN-axicon, le comportement de celui-ci devrait théoriquement imiter celui d'un axicon. L'objectif est donc de dériver l'équation pour l'angle de sortie ( $\theta_2$ ) ainsi que le diamètre de sortie du GRIN-axicon ( $D_2 = 2r_2$ ) en fonction de tous ses paramètres (voir figure 3). Tout d'abord, l'équation du profil d'indice de réfraction (ou l'indice de réfraction en fonction la position radiale) d'un GRIN offrant le comportement désiré est proposée [2] comme étant :

$$n(r) = n_1 \operatorname{sech}(\alpha(r - a_0)) \quad (1)$$

Où  $n_1$  et  $n_0$  sont respectivement l'indice de réfraction maximal et minimal du profil d'indice de réfraction (voir figure 4),  $r$  la position radiale,  $a_0$  le rayon de l'anneau focale (ou le quart du diamètre du GRIN) et  $\alpha$  un paramètre en lien à la périodicité de la convergence du faisceau incident donnée par :

$$\alpha = \frac{\operatorname{sech}^{-1}(n(r=0)/n_1)}{a_0} \quad (2)$$

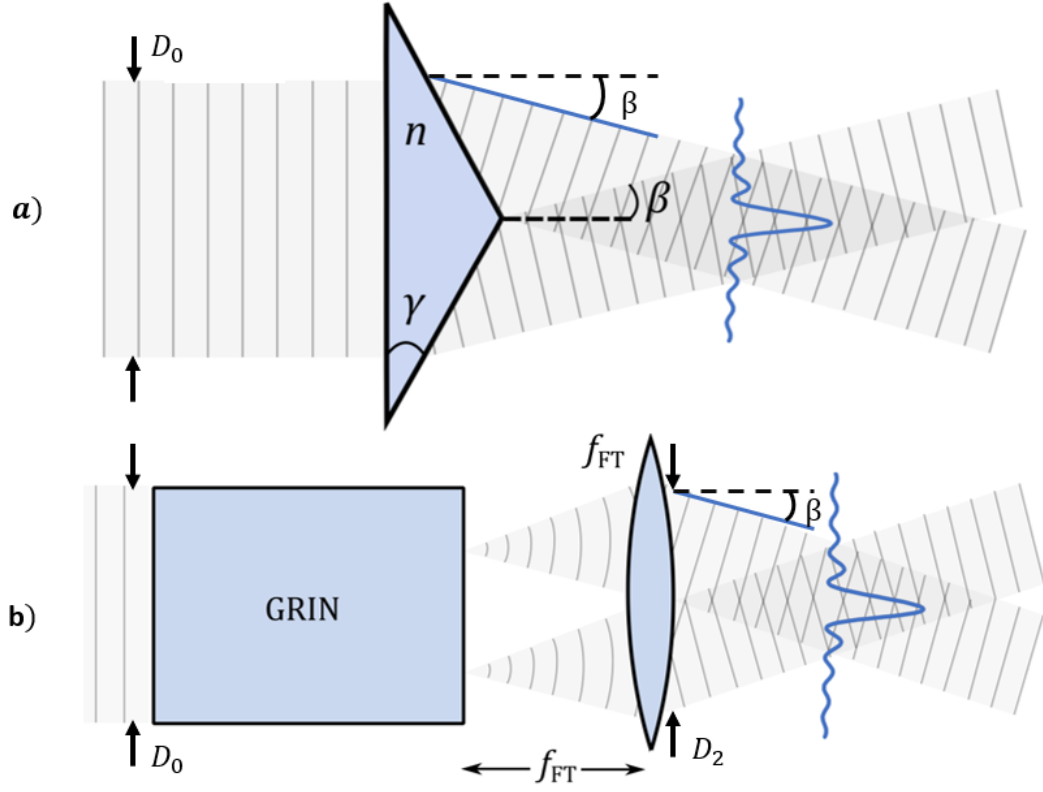


FIGURE 2 – Représentation schématique des critères de comparaison entre a) l'axicon et b) le GRIN-axicon.

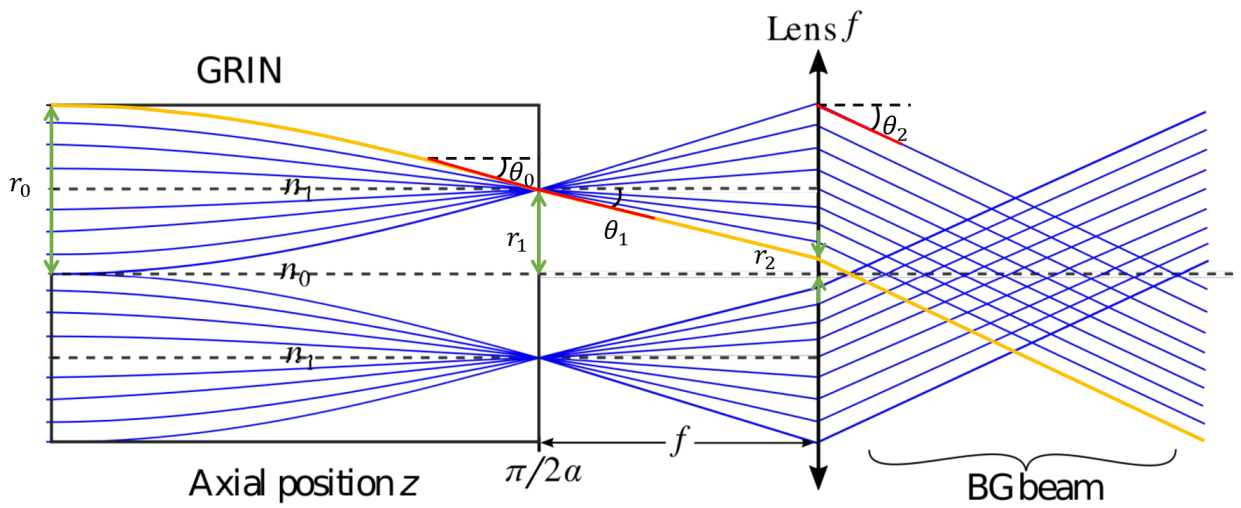


FIGURE 3 – Schéma des variables utiles au développement mathématique.

Avec lequel se calcule la période comme :

$$T = \frac{\pi}{2\alpha} \quad (3)$$

Ensuite, l'équation de la trajectoire des faisceaux dans la GRIN a aussi été démontrée [2] à partir de l'équation 1 et de l'équation différentielle de la propagation des rayons donnant au final :

$$\sinh(\alpha(r - a_0)) = \sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha z)$$

Qui peut être réécrit :

$$r_1(z) = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arcsinh}(\sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha z)) + a_0 \quad (4)$$

En évaluant pour  $z = L$ , où  $L$  correspond à la longueur de la GRIN, on obtient la position radiale d'un faisceau à la fin de la GRIN.

$$r_1 = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arcsinh}(\sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha L)) + a_0 \quad (5)$$

Ensuite, en dérivant l'équation 4 par rapport à  $L$  et en substituant  $\tan \theta_0 = dr/dL$ , on obtient :

$$\tan \theta_0 \cosh \alpha(r - a_0) = -\sinh \alpha(r_0 - a_0) \sin \alpha L$$

Qu'on peut réorganiser comme :

$$\theta_0 = \arctan \left( -\frac{\sinh \alpha(r_0 - a_0) \sin \alpha L}{\cosh \alpha(r - a_0)} \right)$$

Ou encore :

$$\theta_0 = \arctan \left( -\frac{\sinh \alpha(r_0 - a_0) \sin \alpha L}{\cosh(\operatorname{arcsinh}(\sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha L)))} \right) \quad (6)$$

Avec la relation de Snell, on peut déterminer l'angle de sortie de la GRIN comme :

$$\theta_1 = \arcsin \left( \frac{n(r_1)}{1} \sin(\theta_0) \right)$$

Ou encore, avec 1, 4 et 6 :

$$\theta_1 = \arcsin \left( \frac{n_1 \sin \left( \arctan \left( -\frac{\sinh \alpha(r_0 - a_0) \sin \alpha L}{\cosh(\operatorname{arcsinh}(\sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha L)))} \right) \right)}{\cosh(\operatorname{arcsinh}(\sinh(\alpha(r_0 - a_0)) \cos(\alpha L)))} \right) \quad (7)$$

Pour ce qui est de l'angle de sortie et du diamètre de sortie du GRIN-axicon, on peut procéder avec

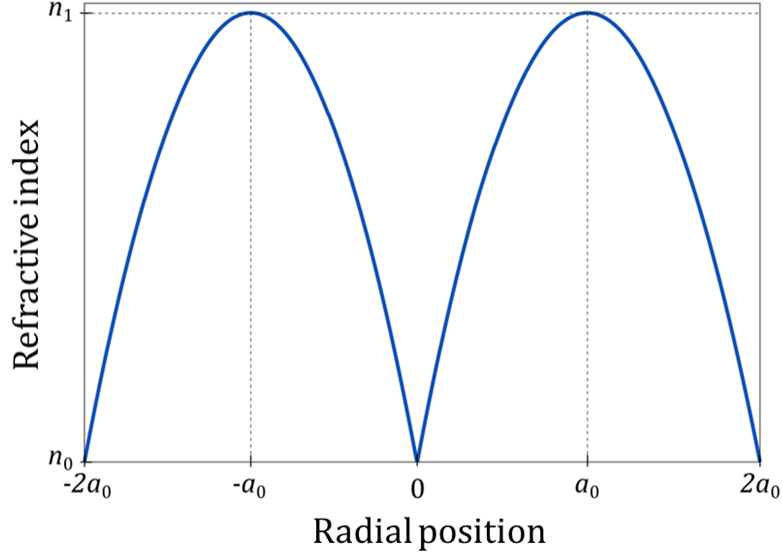


FIGURE 4 – Profil d'indice de réfraction en sécante hyperbolique [2].

le formalisme matriciel.

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

Avant de continuer, il est important de s'apercevoir que, en général,  $d \neq f$  puisque la position de l'anneau focale dépend directement de la longueur de la GRIN. Il faut donc commencer par déterminer  $d$ . On cherche alors  $l$  pour que  $d = l + f$  :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_{\text{anneau}} \\ \theta_{\text{anneau}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a_0 \\ \theta_{\text{anneau}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \\ a_0 &= r_1 + l\theta_1 \\ l &= \frac{a_0 - r_1}{\theta_1} \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l + f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & l + f \\ -\frac{1}{f} & -\frac{l}{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pour  $r_2$ , on a donc que :

$$r_2 = r_1 + (l + f)\theta_1$$

Et, pour  $\theta_2$  :

$$\theta_2 = \frac{-1}{f}(r_1 + l\theta_1)$$

Finalement, on obtient que :

$$\begin{aligned} D_2 &= 2r_2(r_0 = 0^+) = 2r_1 + 2(l + f)\theta_1(r_0 = 0^+) \\ &= 2r_1 + 2\left(\frac{a_0 - r_1}{\theta_1} + f\right)\theta_1(r_0 = 0^+) \\ &= 2a_0 + 2f\theta_1(r_0 = 0^+) \\ &= D_0/2 + 2f \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \sin \left( \tan^{-1} \left[ -\frac{\sinh\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}(r_0 - D_0/4)\right) \sin\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}(r_0 - D_0/4)\right) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)\right)} \right] \right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}(r_0 - D_0/4)\right) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)\right)} \right) \right) \Bigg|_{r_0=0^+} \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} \theta_2 &= -\frac{180}{\pi} \frac{1}{f}(r_1 + l\theta_1) \\ &= -\frac{180}{\pi} \frac{1}{f} \left( r_1 + \left( \frac{a_0 - r_1}{\theta_1} \right) \theta_1 \right) \\ &= -\frac{180}{\pi} \frac{a_0}{f} \end{aligned}$$

Ainsi, on a les équations suivantes pour décrire respectivement le diamètre de sortie et l'angle de sortie des rayons pour le GRIN-axicon en fonction de tous ses paramètres :

$$\boxed{D_2 = D_0/2 + 2f \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \sin \left( \tan^{-1} \left[ -\frac{\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \sin\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)\right)} \right] \right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4}L\right)\right)} \right) \right)} \quad (8)$$

$$\boxed{\theta_2 = -\frac{180}{\pi} \frac{a_0}{f}} \quad (9)$$

Un aspect important à réaliser est qu'il faut cinq paramètres à configurer  $(D_0, n_1, n_0, f, L)$  afin fabriquer un GRIN-axicon de façon à imiter le comportement d'un axicon, soit d'ajuster le diamètre d'entrée et de sortie ainsi que l'angle de sortie. Aussi, parmi les cinq, deux d'entre eux sont fixés par les conditions 1 et 3 mentionnées un peu plus haut (voir équation 9), ce qui signifie qu'il reste seulement trois paramètres à ajuster afin de respecter la dernière condition posée, soit que le diamètre du faisceau incident dans le GRIN-axicon doit être égal au diamètre du faisceau de sortie. En d'autres termes, en connaissant le diamètre du faisceau entrant dans l'axicon, on impose un diamètre  $D_0$  au GRIN-axicon et donc un  $a_0$  et en connaissant l'angle de sortie de l'axicon, on peut trouver, avec l'équation 9, la longueur focale nécessaire. Ainsi, il reste trois variables à paramétriser afin de faire respecter la dernière condition, soit  $n_1, n_0$  et  $L$ , d'où l'intérêt d'outils numériques facilitant le choix de valeurs.

Un dernier petit point à ajouter est que, en général, les caractéristiques données d'un axicon ne spécifient pas l'angle de sortie, mais plutôt l'angle du cône (angle  $\alpha$ ). Il est donc utile de spécifier la relation entre l'angle de sortie d'un axicon et son paramètre  $\alpha$  [1] :

$$n \sin \alpha = \sin(\alpha + \beta)$$

Ou encore :

$$\beta = \arcsin(n \sin \alpha) - \alpha \quad (10)$$

## 3 Outils numériques

### 3.1 Interface *Python*

Telle que mentionnée à la section 2, la méthode de paramétrisation de GRIN-axicon proposé ici consiste à configurer le GRIN-axicon de façon à imiter un axicon aux caractéristiques connues. Procéder de cette manière permet à quiconque désirant simuler et concevoir un montage optique comportant un axicon de simuler le système optique avec l'axicon et, ensuite, de substituer l'axicon par un GRIN-axicon lors du montage du système physique pour les différentes raisons mentionnées plus haut.

Comme mentionné précédemment, lors de la paramétrisation d'un GRIN-axicon, deux des cinq paramètres sont imposés des caractéristiques de l'axicon désiré, et donc, trois variables doivent être choisies afin faire correspondre les diamètres d'entrée et sortie du GRIN-axicon. Quelques méthodes ont été imaginées afin de déterminer des valeurs pour ces paramètres. Par exemple, rassembler toutes les conditions en une seule équation et de *fit* des valeurs de  $n_1, n_0$  et  $z$  dans l'optique d'obtenir une solution convenable. Pour combiner la condition deux aux autres, il suffit de poser que  $D_2 = D_0$  dans l'équation 8 pour réécrire :

$$D_0 = D_0/2 + 2f \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \sin \left( \tan^{-1} \left[ -\frac{\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \sin\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right] \right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right)$$

$$f = \frac{D}{4 \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \sin \left( \tan^{-1} \left[ -\frac{\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \sin\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right] \right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right)}$$

Finalement, en substituant  $f$  dans l'équation 9, on obtient :

$$\theta_2 = -\frac{180}{\pi} \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \sin \left( \tan^{-1} \left[ -\frac{\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \sin\left(\frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right] \right)}{\cosh\left(\operatorname{arcsinh}\left(\sinh(-\cosh^{-1}(n_1/n_0)) \cos \frac{\cosh^{-1}(n_1/n_0)}{D_0/4} z\right)\right)} \right) \quad (11)$$

En théorie, ajuster les paramètres de cette équation pour atteindre une valeur de  $\theta_2$  égale à l'angle

de sortie d'un axicon paramétriserait un GRIN-axicon de manière à imiter le comportement de l'axicon. Cependant, quelques essais de *fitting* ont suffi pour remarquer l'inefficacité de la méthode. Effectivement, la méthode n'offre aucune intuition sur l'effet qu'ont les différents paramètres sur le résultat, rendant la tâche de borner les différentes variables complexe, ainsi que la configuration d'un GRIN-axicon.

Finalement, l'option choisie a été de programmer une interface *Python* qui offrirait le visuel et une interactivité facilitant l'interprétation de l'influence des paramètres et permettant un meilleur contrôle sur la configuration d'un GRIN-axicon. L'interface permettrait aussi de rassembler toute l'information nécessaire à la fabrication de la préforme ainsi qu'au montage du système optique. Par exemple, les valeurs de  $D_0$ ,  $n_1$ ,  $n_0$ ,  $f$  et  $L$  (la longueur de la GRIN) ainsi que la distance GRIN-lentille ( $d$ ), la longueur de la ligne focale (*DOF : depth of focus*), etc. Pour le visuel, illustrer en temps réel (selon les différentes valeurs de paramètre) différents graphiques et schémas simplifiant le problème d'optimisation pour un utilisateur qui n'aurait pas nécessairement de connaissances sur le sujet. Le résultat est présenté à la figure 5 (pour avoir accès à l'interface, voir le répertoire git sur le Git hub du DCC Lab : [https://github.com/DCC-Lab/GRIN\\_Axicon](https://github.com/DCC-Lab/GRIN_Axicon)).



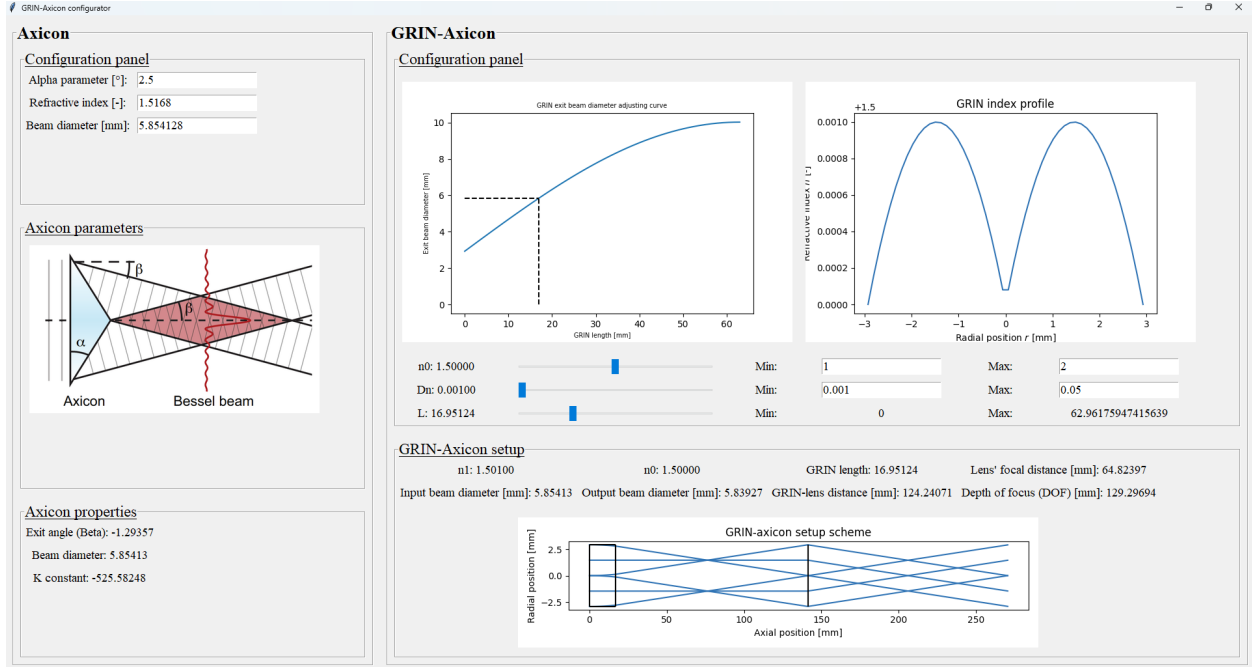


FIGURE 5 – Interface *Python* permettant la configuration d'un GRIN-axicon en fonction des caractéristiques d'un axicon. On peut remarquer les différentes sections, soit le panneau de configuration de l'axicon et du GRIN-axicon ainsi les sections rassemblant les informations importantes pour la simulation et le montage optique final pour l'axicon et le GRIN-axicon.

L'interface a été conçue de façon à ce qu'un utilisateur configure d'abord l'axicon désiré avec le premier panneau de configuration, puis manipule les curseurs des paramètres  $n_0$ ,  $Dn$  et  $L$  afin d'obtenir les résultats désirés. Pour vérifier le résultat, il est utile de consulter le graphique de tracer de rayons dans le bas de l'interface ainsi que les paramètres finaux. À noter que  $n_1$  a été remplacé par  $Dn$  (correspondant à  $\Delta n = n_1 - n_0$ ) dans le but d'éliminer les cas où  $n_0 > n_1$  ce qui engendrerait des indéterminations dans les termes  $\cosh^{-1}(n_1/n_0)$ .

### 3.2 Macro CODE V

Lors de sa maîtrise, Mireille Quémener a utilisé quelques macros CODE V (un logiciel de simulation optique) qui avaient été spécifiquement programmées pour son projet [4]. L'une d'entre elle permettait à l'utilisateur de simuler une lentille à gradient d'indice avec un profil d'indice en sécante hyperbolique (voir 4). Avec celle-ci, elle était en mesure de simuler, en ajoutant une lentille derrière la GRIN, un GRIN-axicon et de vérifier son comportement, par exemple, étudier son faisceau Bessel. Lors du début du stage, l'étudiant a s'est familiarisé avec le logiciel avant de se lancer sur la simulation de GRIN-axicon avec cette macro. Pour l'installation et l'utilisation de la macro, l'étudiant s'est fié sur la description fournie dans le répertoire Git hub <https://github.com/mirequem/CODEV>. Parmi les macros du répertoire, celles d'intérêt principal sont *usergrn.seq* et *grinax.seq*, soit respecti-

vement la macro permettant de créer le verre à gradient d'indice, puis *grinax.seq* va créer les *buffer*, des graphiques de profil d'indice et d'autres les éléments nécessaires à la simulation de la GRIN. Cependant, c'est en expérimentant avec celles-ci qu'on peut remarquer qu'elles ne sont vraiment pas aussi fonctionnelles que ce qu'on pourrait espérer. En effet, celles-ci offrent la possibilité de configurer le paramètre  $a_0$  (le rayon de l'anneau focale) et le paramètre *alpha* ou encore d'utiliser un profil d'indice expérimental, par contre, les paramètres devaient être changés manuellement dans le script d'une macro tout comme que le mode d'utilisation (profil théorique ou expérimental) et le nom du fichier lorsque le mode choisi était celui du profil expérimental. Mais les problèmes ne s'arrêtaient pas là, plusieurs bugs survenaient lorsque les deux macros n'étaient utilisées dans la bonne séquence et, pour simuler un profil expérimental, il fallait rouler les macros dans la bonne séquence une première fois avec le mode théorique, puis de les rouler à nouveau, mais, cette fois, avec le bon mode. Toutes ces embuches à la simulation d'un GRIN-axicon représentaient un problème pour quelqu'un qui avait déjà acquis quelques connaissances sur la nature d'un GRIN-axicon, donc il va de soi de supposer que quelqu'un avec peu de notions sur le sujet aurait beaucoup de difficultés à arriver à ses fins avec de tels outils.

Puisque que la simulation d'un GRIN-axicon est une tâche de grande importance pour la conception d'un système optique comprenant un tel composant, il était urgent d'avoir de meilleurs outils d'ici à la fin du stage puisque beaucoup de simulation allait s'imposer. L'étudiant s'est donc mis sur la tâche de corriger et d'améliorer les macros déjà existantes. Sans tomber dans les détails, le stagiaire a étudié et modifié les deux macros pour rendre plus intuitif et rapide le processus de simulation d'un GRIN-axicon. Les objectifs et que le processus de simulation soit :

1. Dispensé de bugs de séquence (tout devait se faire et se calculer en même temps)
2. Simple à effectuer (aucune modification de script)
3. Intuitif (utilisation possible d'une interface)

Le résultat du travail est présenté aux figures 6 à 8. À la figure 6, on peut remarquer des valeurs assignées de -1, celles-ci correspondent aux valeurs par défaut et doivent, en partie, être changées. Pour mieux comprendre quels paramètres doivent être configurés et avec quels autres paramètres, un tableau peut être utilisé pour représenter les différentes possibilités de configurations (voir le tableau 1). Pour avoir accès aux macros modifiées, voir le répertoire git sur le Git hub du DCC Lab : [https://github.com/DCC-Lab/GRIN\\_Axicon](https://github.com/DCC-Lab/GRIN_Axicon).

### 3.2.1 Simulation d'un GRIN-axicon à profil d'indice théorique

Pour la simulation d'un GRIN à profil théorique, un utilisateur lancerait la macro à partir de CODE V et rencontrerait l'interface illustrée à la figure 6, assignerait des valeurs aux paramètres selon une des deux configurations montrées au tableau 1, entrerait la surface à partir de laquelle le GRIN

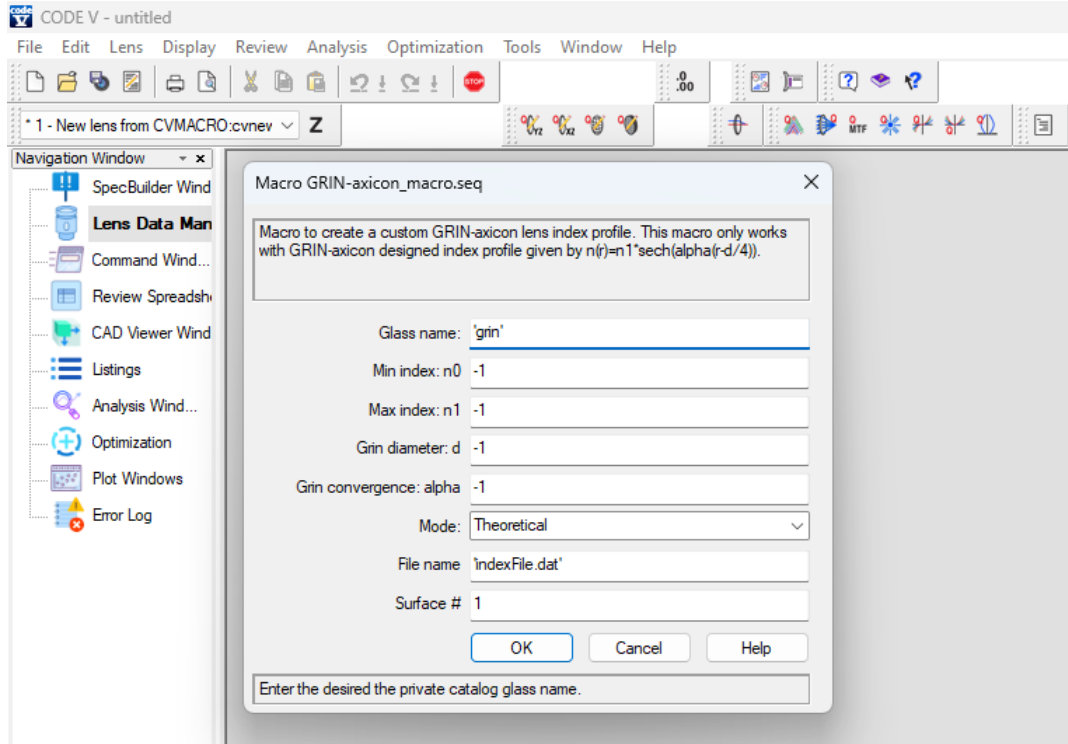


FIGURE 6 – Interface de simulation d'un GRIN-axicon avec les différentes variables à paramétrer.

Configuration	Mode	$n_0$	$n_1$	$d$	$\alpha$
1	Théorique	User defined	User defined	User defined	-1
2	Théorique	-1	-1	User defined	User defined
3	Expérimental	-1	User defined	-1	-1
4	Expérimental	-1	User defined	User defined	-1

TABLE 1 – Possibilités de configuration de l'interface CODE V.

serait généré et appuierait sur 'OK'. Ensuite, une série de graphiques apparaîtront suivie du tracé de rayons du GRIN. Afin de finir la conception du GRIN-axicon, simplement fermer la fenêtre du tracé de rayons et ajouter une lentille tout juste après la GRIN.

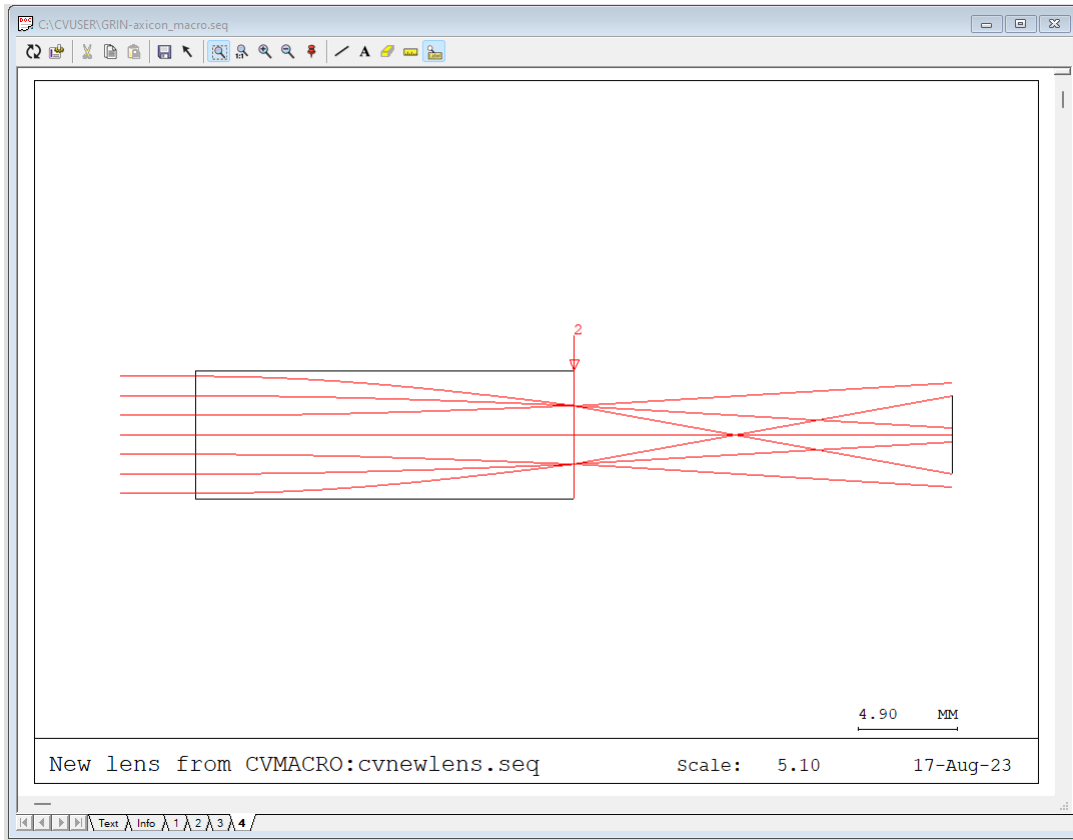


FIGURE 7 – Tracé de rayons d'un GRIN obtenu avec les macros modifiées pour un profil théorique avec  $n_0 = 1.45535$ ,  $n_1 = 1.46609$  et  $d = 5.8$ .

### 3.2.2 Simulation d'un GRIN-axicon à profil d'indice expérimental

Contrairement à la simulation avec le profil théorique, le profil expérimental possède quelques subtilités. La première vient directement d'un problème découvert sur les anciennes macros, soit que le profil d'indice de réfraction expérimental n'était pas bien transposé dans la simulation. Cela était dû au fait que le profil d'indice expérimental est fourni en fonction du zéro de la machine plutôt que l'indice minimal et que les anciennes macros CODE V n'en prenaient pas compte. Afin de formater le profil d'indice de façon à pouvoir simuler la GRIN, un programme Python a été rédigé sur Google Collab (voir le Git hub du DCC Lab : [https://github.com/DCC-Lab/GRIN\\_Axicon](https://github.com/DCC-Lab/GRIN_Axicon)) permettant d'importer directement le fichier, recadrer les valeurs du fichier brut, puis d'en créer un nouveau, modifié et possédant d'additionnelles informations pratiques pour la simulation CODE V (comme le diamètre expérimental de la préforme), mais surtout utilisable avec les macros CODE V.

Au final, pour la simulation d'un GRIN à profil expérimental, un utilisateur roulerait d'abord le programme python dans Google Collab, choisirait le fichier correspondant au profil d'indice de réfraction brut et collerait le fichier créé dans le répertoire de travail CODE V. Ensuite, il lancerait la macro à partir de CODE V et rencontrerait l'interface illustrée à la figure 6, assignerait des valeurs aux paramètres selon une des deux configurations montrées au tableau 1, entrerait la surface à partir de laquelle le GRIN serait généré, changerait le nom de fichier (si nécessaire) et appuierait sur 'OK'. À noter que si le diamètre n'est pas spécifié dans l'interface ( $d = -1$ ), le GRIN simulé aura le diamètre de la préforme de laquelle a été tirée le profil expérimental. Autrement, si le diamètre est spécifié (configuration 4), celle-ci serait ajustée au diamètre spécifié tout en conservant le même profil d'indice de réfraction.

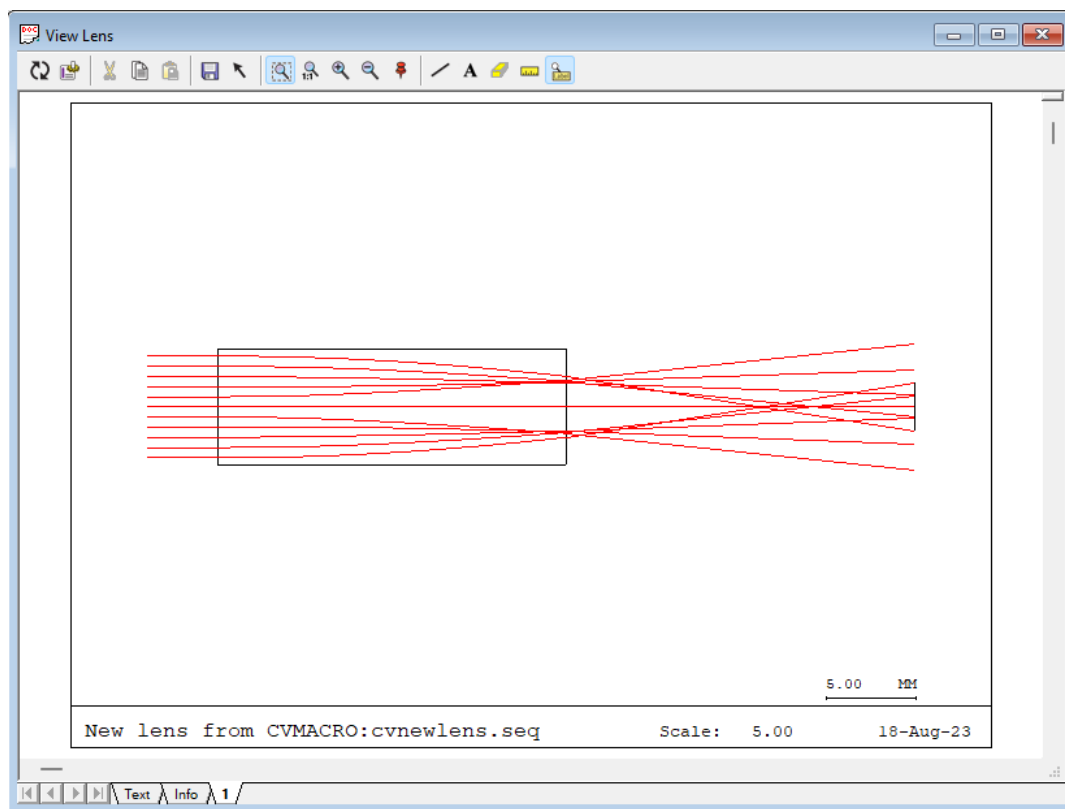


FIGURE 8 – Tracé de rayons d'un GRIN obtenu avec les macros modifiées pour un profil expérimental avec  $n_1 = 1.46609$  et  $d = 5.8$ .

## 4 Résultats

### 4.1 Simulation

Grâce aux différents outils numériques développés et modifiés, l'étudiant a pu configurer quelques GRIN-axicons selon différents axicons. Parmi ceux-ci, on compte la simulation d'un axicon d'angle de  $2.5^\circ$  avec le profil d'indice de réfraction de la dernière préforme de Mireille Quémener. Avec l'outil de configuration, il a été possible de ressortir les paramètres d'axicon suivant :

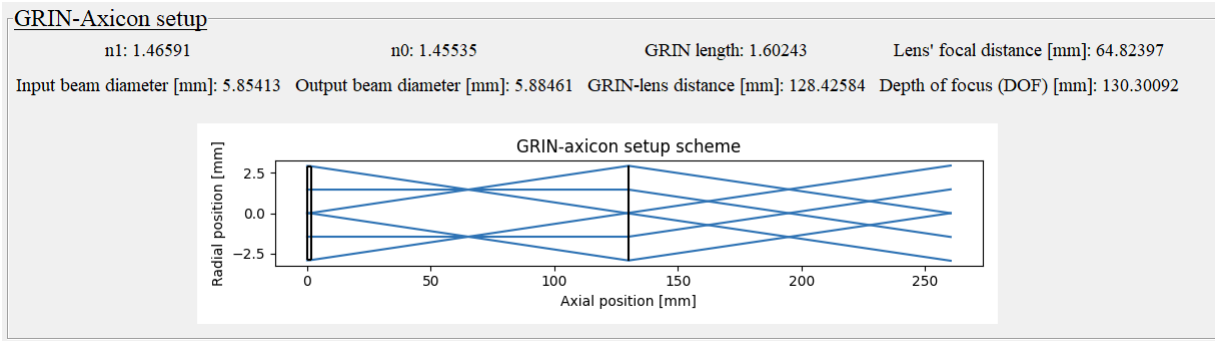


FIGURE 9 – Paramètres de simulation d'un GRIN-axicon avec l'ancienne préforme de Mireille Quémener pour imiter un axicon d'angle de  $2.5^\circ$ .

Ensuite, puisque la longueur de GRIN du test précédent était beaucoup trop courte pour être réalisable et dans le but de configurer un GRIN-axicon de façon à imiter l'axicon du microscope de Bliq et finalement faire des tests en le remplaçant, une nouvelle configuration a été simulée. Avec l'outil de configuration, il a été possible de ressortir avec les paramètres d'axicon suivant :

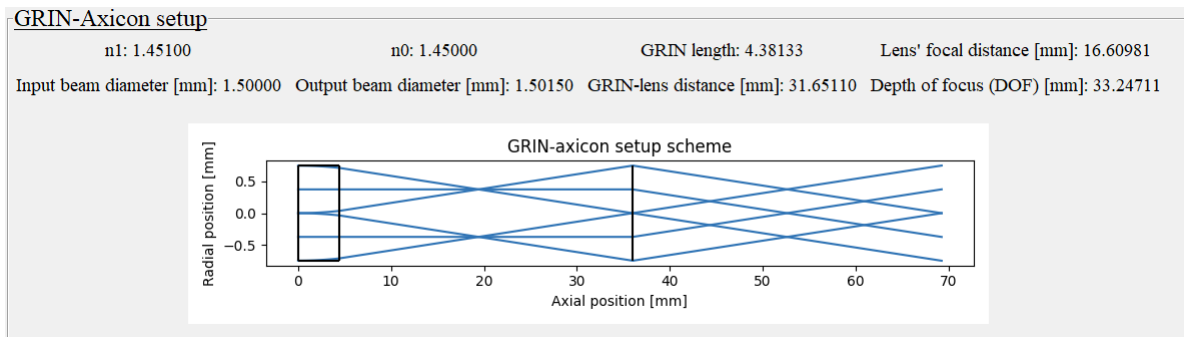


FIGURE 10 – Paramètres de simulation d'un GRIN-axicon avec une nouvelle préforme (de diamètre  $d = 1.5$ ) pour imiter l'axicon de Bliq axicon d'angle de  $2.5^\circ$ .

Au final, les deux montages ont des profils d'intensité très ressemblant à ceux de leurs axicons respectifs (voir figure 11 et 12) ce qui prouve théoriquement que le GRIN-axicon est une bonne alternative à l'axicon conventionnel.

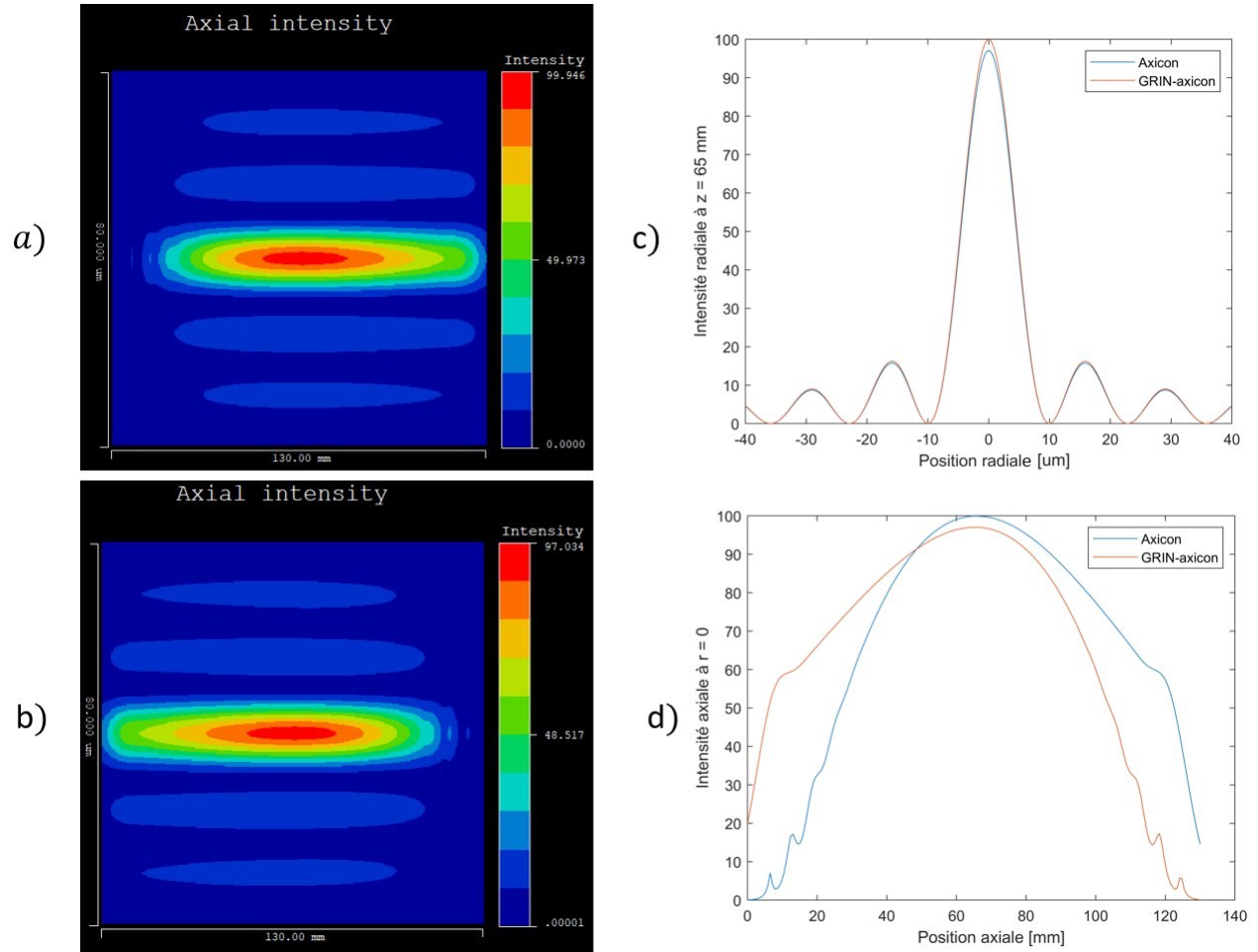


FIGURE 11 – Résultats de simulation d'un GRIN-axicon selon les paramètres illustrés à la figure 9 (soit le profil d'indice de l'ancienne préforme de Mireille Quémener) imitant un axicon d'angle de  $2.5^\circ$ , avec un diamètre de faisceau d'entrée de 5.85413 mm. On peut voir en a) L'intensité axiale du GRIN-axicon, en b) celle de l'axicon et une comparaison de l'intensité radiale et axiale des deux composants respectivement en c) et d). On peut aussi remarquer la concordance des courbes en c) et l'effet miroir entre les deux courbes en d).



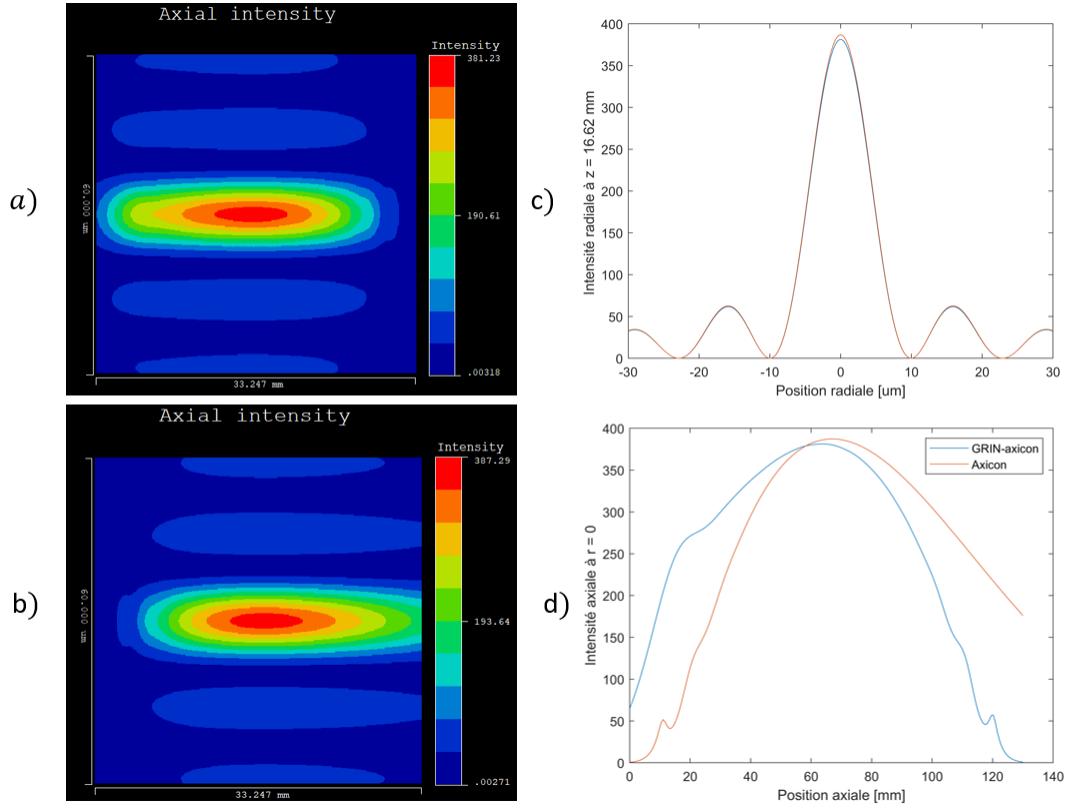


FIGURE 12 – Résultats de simulation d'un GRIN-axicon selon les paramètres illustrés à la figure 9 imitant l'axicon du microscope de Bliq d'angle de  $2.5^\circ$ , avec un diamètre de faisceau d'entrée de 1.5 mm. On peut voir en a) L'intensité axiale du GRIN-axicon, en b) celle de l'axicon et une comparaison de l'intensité radiale et axiale des deux composants respectivement en c) et d). On peut aussi remarquer la concordance des courbes en c) et l'effet miroir entre les deux courbes en d).

## 4.2 Expérimental

Au niveau expérimental, un montage optique a été assemblé pour permettre la visualisation du faisceau sortant du GRIN-axicon. Afin de fixer la GRIN dans le montage optique, un modèle 3D a aussi été modélisé et imprimé. Cependant, aucun résultat concluant n'a pu être extrait des quelques tests effectués, excepté le constat que la longueur de coupe de la préforme soumise au technicien n'avait pas été correctement calculée en début de stage.

L'analyse de l'anneau focal à la fin de la GRIN dans le montage optique a révélé une divergence non prévue dans les rayons. L'anneau n'était pas aussi mince que prévu (voir figure 13), ce qui suggère que la longueur effective de la GRIN était légèrement supérieure à celle d'un *pitch*, la longueur avec laquelle l'anneau focal aurait dû être formé à la fin de la GRIN. Cette divergence résulte de la périodicité dans la GRIN, ce qui entraîne une modification de la trajectoire des rayons lumineux.

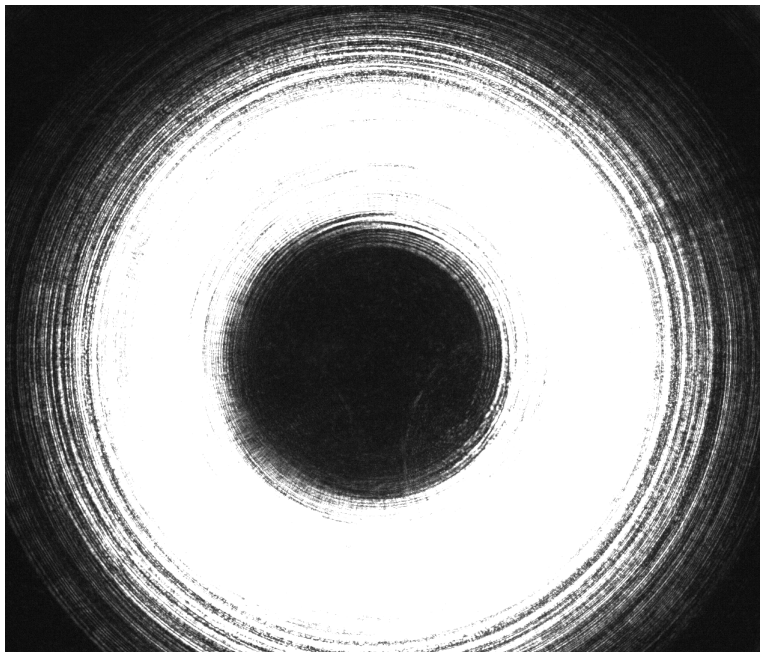


FIGURE 13 – Visualisation de l'anneau focal à la fin de la GRIN pour une GRIN d'indices  $n_0 = 1.45535$  et  $n_1 = 1.46609$  coupée à une longueur de 19.4 mm. Il est à remarquer qu'on espère, en visualisant l'anneau focal d'une GRIN supposément coupée à un *pitch*, de voir un anneau de lumière beaucoup plus mince.

Néanmoins, en prévision de la suite du projet, deux nouvelles préformes ont été commandées, une avec des caractéristiques devant imiter l'axicon du microscope de Bliq et une autre qu'on tenterait d'écraser afin de voir si un GRIN-axicon n'est pas seulement un composant rapetissable (étirable en fibre), mais aussi élargissable. Cependant, il est important de noter que malgré leur commande, ces préformes ne pourront pas arriver à temps pour être utilisées d'ici à la fin du stage. Malgré cette

contrainte, ces nouvelles préformes représentent une base solide pour la continuité des travaux. L'expérimentateur suivant pourra ainsi reprendre le projet en ayant à disposition ces nouvelles préformes, ce qui lui offrira l'opportunité d'effectuer de meilleurs tests expérimentaux et mieux conclure sur les objectifs du projet.

Cette situation offre une opportunité de développement ultérieur, où les expérimentations nécessaires pourront être effectuées pour obtenir les résultats escomptés. Le futur expérimentateur pourra également explorer d'autres paramètres et approches afin de surmonter les défis actuels et d'atteindre les objectifs du projet avec succès.

## 5 Conclusion

En conclusion, ce rapport détaille les efforts déployés au cours du stage pour caractériser et mettre en œuvre le GRIN-axicon, une alternative prometteuse aux lentilles axicon conventionnelles. Les objectifs ambitieux, tels que la configuration du GRIN-axicon, son intégration dans un microscope et son potentiel d'élargissement, ont constitué les principales orientations du travail.

Au fil de ce stage, des solutions pratiques ont été élaborées, notamment une interface Python simplifiant la paramétrisation du GRIN-axicon et un outil de simulation CODE V pour anticiper son comportement. Malgré des tests expérimentaux peu concluants liés à des contraintes de longueur, l'efficacité des méthodes développées pour la configuration et la simulation du GRIN-axicon a été démontrée.

Bien que certaines cibles spécifiques n'aient pu être atteintes dans le cadre temporel du stage, ces travaux ont jeté des bases solides pour la suite du projet. En fournissant des approches méthodologiques et des outils numériques, cette étape préliminaire facilitera la poursuite des expérimentations et des développements ultérieurs. L'exploration continue du potentiel du GRIN-axicon dans le domaine de la microscopie et de l'optique avancée bénéficiera grandement de ces bases établies.

## Bibliographie

- [1] Rieko ARIMOTO et al. “Imaging properties of axicon in a scanning optical system”. In : *Applied optics* 31.31 (1992), p. 6653-6657.
- [2] Jason GUÉNETTE et al. “Exact graded-index profile to produce an annular beam”. In : *Optics Communications* 472 (2020), p. 126037. ISSN : 0030-4018. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2020.126037>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401820304545>.
- [3] Mahdiah HASHEMI et al. “Stable Light Focusing by Meta-Axicons Applicable in Biosensors, Particle Trapping, Astronomical, and Imaging Devices”. In : *2020 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC)*. IEEE. 2020, p. 354-356.
- [4] Mireille QUÉMENER. “Conception, fabrication et caractérisation d’un GRIN-axicon pour une application en microscopie multiphotonique”. Thèse de doct. Université Laval, 2021.
- [5] Gabrielle THÉRIAULT, Yves DE KONINCK et Nathalie MCCARTHY. “Extended depth of field microscopy for rapid volumetric two-photon imaging”. In : *Optics express* 21.8 (2013), p. 10095-10104.