

Metodos Numéricos
Adolfo Hernández Ramírez
Act. Clase 22-10-2025

El siguiente sistema de ecuaciones es utilizado para determinar concentraciones (g/m³) en una serie de reactores acoplados, como función de la cantidad de masa (g/día) que entran a cada uno de ellos:

$$\begin{aligned} 15C_1 - 3C_2 - C_3 &= 3800 \\ -3C_1 + 18C_2 - 6C_3 &= 1200 \\ -4C_1 - C_2 + 12C_3 &= 2350 \end{aligned}$$

Determine los valores de las concentraciones C_1 , C_2 y C_3 .

$$\begin{pmatrix} 15 & -3 & -1 \\ -3 & 18 & -6 \\ -4 & -1 & 12 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} l_{21} &= -3/15 \\ l_{31} &= -4/15 \\ l_{32} &= -1/17.4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} F_2' &= F_2 - l_{21} F_1 \\ F_3'' &= F_3 - l_{32} F_2 \\ F_3' &= F_3 - l_{31} F_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow U = \begin{pmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \\ 0 & 0 & 11.942 \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3/15 & 1 & 0 \\ -4/15 & -1/17.4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = [L][b] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3/15 & 1 & 0 \\ -4/15 & -1/17.4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3800 \\ 1200 \\ 2350 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = 3800$$

$$x_2 = 1200 - (-3/15)x_1 = 1200 + \frac{3}{15}(3800) = 1960$$

$$x_3 = 2350 - (-4/15)x_1 - (-1/17.4)x_2$$

$$x_3 = 2350 + 4/15 x_1 + 1/17.4 x_2 = 2350 + 4/15(3800) + 1/17.4(1960)$$

$$x_3 = 3475.97$$

$$A' = [L][U] = \begin{pmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \\ 0 & 0 & 11.942 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3800 \\ 1960 \\ 3475.97 \end{pmatrix}$$

$$x_3 = 3475.97 / 11.942 = 291.070$$

$$x_2 = 1960 + 6.2(291.07) = 216.358$$

$$x_1 = \frac{3300 + 3(216.558) + 291.030}{15} = 316.009$$

¿Cuánto se reduciría la concentración del reactor 3 si la tasa de masa de entrada a los reactores 1 y 2 se redujeran en 300 y 200 g/día respectivamente?

$$[L][b] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3/15 & 1 & 0 \\ -9/15 & -1/17.4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3300 \\ 1000 \\ 2350 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = 3300$$

$$x_2 = 1000 + 3/15 x_1 = 1000 + 3/15 (3300) = 1660$$

$$x_3 = 2350 + 9/15 x_1 + 1/17.4 x_2 = 2350 + 9/15 (3300) + 1/17.4 (1660)$$

$$x_3 = 3325.402$$

$$[U][L] = \begin{pmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \\ 0 & 0 & 11.942 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3300 \\ 1660 \\ 3325.402 \end{pmatrix}$$

$$x_3' = \frac{3325.402}{11.942} = 278.462$$

$$x_2' = \frac{1660 + 6.2(278.462)}{17.4} = 194.624$$

$$x_1' = \frac{3300 + 3(194.624) + 278.462}{15} = 277.488$$

$$x_{o,e} = |291.030 - 278.462| = 12.608 \rightarrow \text{Esto se reduce}$$