# Metodos Numéricos
## Adolfo Hernández Ramírez
## Tarea. Repaso Examen.

1. Describe los diferentes tipos de error que puedan aparecer en la determinación de alguna cantidad cuando hay procedimientos experimentales y/o de análisis numérico.

1. Sistemático

Proviene del instrumento con el que se mide una cantidad física

2. Aleatorio

Son fluctuaciones que presentan las magnitudes medidas que no se pueden controlar.

3. Humano

Surge de equivocaciones de la persona encargada de realizar las mediciones.

4. Instrumental

Es el error asociado a la precisión del material y limitaciones del aparato de medición

5. Redondeo

Ocurre cuando los números se deben de representar con cifras significativas

6. Truncamiento

Este error está asociado a métodos que utilizan series numéricas para llegar al valor de una expresión matemática finita

7. Propagación

Se producen cuando los errores iniciales se arrastran en los cálculos de operaciones matemáticas

2. Use la expansión de la serie de Taylor de cero al cuarto orden para estimar $f(3)$ si $f(x) = \ln(x)$ utilizando $x = 1$ como punto base.

$$f(3) = \ln(3) = 1.098$$

$f(x) = \ln(x)$
$f'(x) = 1/x$
$f''(x) = -1/x^2$
$f'''(x) = +2/x^3$
$f^{IV}(x) = -6/x^4$

$$f(3) = f(1) + \frac{f'(1)h}{1!} + \frac{f''(1)h^2}{2!} + \frac{f'''(1)h^3}{3!} + \frac{f^{IV}(1)h^4}{4!}$$

$$h = x_{i+1} - x_i = 3 - 1 = 2.$$

$f(1) = \ln(1) = 0$
$f'(1) = 1/(1) = 1$
$f''(1) = -1/(1)^2 = -1$
$f'''(1) = 2/(1)^3 = 2$
$f^{IV}(1) = -6/(1)^4 = -6$

$$f(3) \cong 0 + \frac{(1)(2)}{1!} + \frac{(-1)(2)^2}{2!} + \frac{(2)(2)^3}{3!} + \frac{(-6)(2)^4}{4!}$$

$$f(3) \cong 0 + 2 - 2 + 2.666 - 4 = -1.333$$

$$\varepsilon_A = \frac{|1.098 - (-1.333)|}{1.098} \times 100 = 221.86\%$$

3. Para calcular las coordenadas espaciales de un planeta tenemos que resolver la función $f(x) = x - 1 - 0.5 \sin(x)$. Sea $a = x_i = \pi/2$, en el intervalo $[0, \pi]$ el punto base. Determine la expansión de la serie de Taylor de orden superior que da un error máximo de 0.015 en el intervalo dado.

Derivadas

$f(x) = x - 1 - 0.5 \sin(x)$
$f'(x) = 1 - 0.5 \cos(x)$
$f''(x) = 0.5 \operatorname{sen}(x)$
$f'''(x) = 0.5 \cos(x)$
$f^{IV}(x) = -0.5 \operatorname{sen}(x)$
$f^{V}(x) = -0.5 \cos(x)$
$f^{VI}(x) = 0.5 \operatorname{sen}(x)$

Valores reales

$f(\pi) = \pi - 1 - 0.5 \sin(\pi)$
$f(\pi) = 1.6416$

$f(0) = 0 - 1 - 0.5 \sin(0) = -1$

$h = 0 - \pi/2 = -\pi/2$
$h = \pi/2 - \pi = -\pi/2$

$f(\pi/2) = \pi/2 - 1 - 0.5 \sin(\pi/2) = 0.5708$
$f'(\pi/2) = 1 - 0.5 \cos(\pi/2) = 1$
$f''(\pi/2) = 0.5 \operatorname{sen}(\pi/2) = 0.5$
$f'''(\pi/2) = 0.5 \cos(\pi/2) = 0$
$f^{IV}(\pi/2) = -0.5 \operatorname{sen}(\pi/2) = -0.5$
$f^{V}(\pi/2) = +0.5 \cos(\pi/2) = 0$
$f^{VI}(\pi/2) = 0.5 \operatorname{sen}(\pi/2) = 0.5$
$f^{VI}(\pi/2) = 0.5 \cos(\pi/2) = 0$

$n = 0$

$f(\pi) = f(\pi/2) = 0.5708$

$\text{Error} = |1.6415 - 0.5708| = 1.0707$

$f(0) = f(\pi/2) = 0.5708$

$\text{Error} = |-1 - 0.5708| = +1.5708$

$n = 1$

$f(\pi) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)(\pi/2)$
$f(\pi) = 0.5708 + (1)(\pi/2)$
$f(\pi) = 2.1416$

$\text{Error} = |1.6415 - 2.1416| = 0.5001$

Continuación $n = 1$

$\cancel{f(0) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)(\pi/2)}$
$\cancel{f(0) = 0.5708 + 0.5708 (\pi/2)}$
$\cancel{f(0) = -0.8966}$

$f(0) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)(-\pi/2)$
$f(0) = 0.5708 + (1)(-\pi/2)$
$f(0) = -0.999$

$\text{ERROR} = |-1 + 0.999| = 0.001$

Nota: Para $f(0)$ con 2 iteraciones se logra el objetivo de Error $< 0.015$

Metodos Numericos

Adolfo Hernández Ramírez

Tarea . Repaso Examen

n = 2

$f(\pi) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)h + \frac{f''(\pi/2)h^2}{2!}$

$f(\pi) = 0.5708 + (1)(\pi/2) + \frac{(0.5)(\pi/2)^2}{2!}$

$f(\pi) = 0.5708 + \pi/2 + 0.6168 = 2.558$

Error = $|1.6415 - 2.558| = +0.9165$

n = 3

$f(\pi) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)h + \frac{f''(\pi/2)h^2}{2!} + \frac{f'''(\pi/2)h^3}{3!}$

$f(\pi) = 0.5708 + (1)(\pi/2) + 0.6168 + \cancel{\frac{(0)(\pi/2)^3}{3!}} = \cancel{0.9165}$

$f(\pi) = 2.558$

Error = 0.9165

n = 4

$f(\pi) = f(\pi/2) + f'(\pi/2)h + \frac{f''(\pi/2)h^2}{2!} + \frac{f'''(\pi/2)h^3}{3!} + \frac{f^{IV}(\pi/2)h^4}{4!}$

$f(\pi) = 0.5708 + \pi/2 + 0.6168 + 0 + \frac{(-0.5)(\pi/2)^4}{4!}$

$f(\pi) = 2.558 - 0.1268 = 2.431$

Error = $|1.6415 - 2.431| = 0.7895$

n = 5

$f(\pi) = f(\frac{\pi}{2}) + f'(\frac{\pi}{2})h + \frac{f''(\pi/2)h^2}{2!} + \frac{f'''(\pi/2)h^3}{3!} + \frac{f^{IV}(\pi/2)h^4}{4!} + \frac{f^{V}(\pi/2)h^5}{5!}$

$f(\pi) = 0.5708 + \pi/2 + 0.6168 + 0 - 0.1262 + \frac{0(\pi/2)^5}{5!}$

$f(\pi) = 2.431$

Error = 0.7895

n = 6

$f(\pi) = 2.431 + \frac{f^{VI}(\pi/2)(h)^6}{6!}$

$f(\pi) = 2.431 + \frac{(0.5)(\pi/2)^6}{6!}$

$f(\pi) = 2.431 + 0.0104$

$f(\pi) = 2.4474$

Error = $|1.6415 - 2.4474|$

Error = 0.8059

n = 7

$f(\pi) = 2.4474 + \frac{f^{VII}(\pi/2)h^7}{7!}$

$f(\pi) = 2.4474 + \frac{(-0.5)(\pi/2)^7}{7!}$

$f(\pi) = 2.4450$

Error = $|1.6415 - 2.4450| = 0.8035$

4. Utilice aproximaciones en diferencias de $O(h)$ hacia atrás y hacia adelante y una aproximación de diferencia central de $O(h^2)$ para estimar la primera derivada de la función $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$. Evalue la derivada en $x=2$ usando un tamaño del incremento de 0.2. Compare los resultados con el valor exacto de las derivadas. Interprete los resultados considerando el término residual de la expansión de Taylor.

$$f'(x) = 75x^2 - 12x + 7$$
$$f'(2) = 75(2)^2 - 12(2) + 7 = 283.$$

DERIVADAS

Adelante

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

Centrada

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2(x_{i+1} - x_{i-1})}$$

Atrás

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}$$

$x_i = 2 \quad x_{i+1} = 2.2 \quad x_{i-1} = 1.8$

$$f(x_i) = f(2) = 25(2)^3 - 6(2)^2 + 7(2) - 88 = 74$$
$$f(x_{i+1}) = f(2.2) = 25(2.2)^3 - 6(2.2)^2 + 7(2.2) - 88 = 133.76$$
$$f(x_{i-1}) = f(1.8) = 25(1.8)^3 - 6(1.8)^2 + 7(1.8) - 88 = 25.76$$

Adelante $$f'(2) = \frac{133.76 - 74}{2.2 - 2} = \frac{59.76}{0.2} = 298.8$$

Centrada $$f'(2) = \frac{133.76 - 25.76}{2(2.2 - 1.8)} = \frac{208}{0.8} = 260$$

Atrás $$f'(2) = \frac{74 - 25.76}{2 - 1.8} = \frac{48.24}{0.2} = 241.2$$

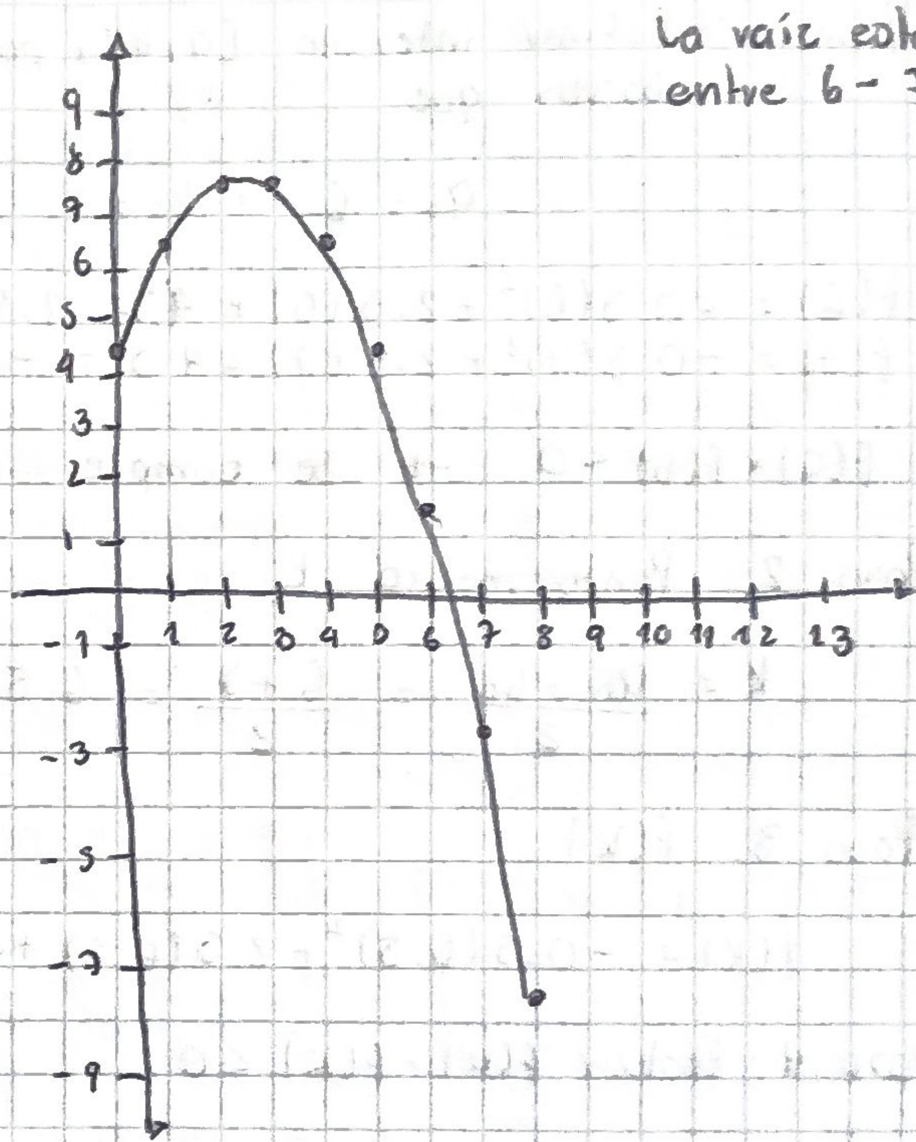
Se observa que las aproximaciones finitas se acercan al valor real, más sin embargo, el termino residual afecta ya que $O(h)$ no se contempla en el resultado final

Metodos Numericos
Adolfo Hernández Ramírez
Tarea. Repaso Examen.

5. Determine las raíces reales de $f(x) = -0.5(x)^2 + 2.5x + 4.5$

a) Gráficamente

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 4.5 |
| 1 | 6.5 |
| 2 | 7.5 |
| 3 | 7.5 |
| 4 | 6.5 |
| 5 | 4.5 |
| 6 | 1.5 |
| 7 | -2.5 |
| 8 | -7.5 |
| 9 | -13.5 |
| 10 | -20.5 |




La raíz esta entre 6 - 7.

b) Empleado la formula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$-0.5x^2 + 2.5x + 4.5 = 0$

$$x_1 = \frac{-2.5 \pm \sqrt{(2.5)^2 - 4(-0.5)(4.5)}}{2(-0.5)}$$

$$x = \frac{-2.5 \pm \sqrt{6.25 + 9}}{-1}$$

$$x_1 = \frac{-2.5 + \sqrt{15.25}}{-1}$$

$$x = \frac{-2.5 \pm 3.905}{-1}$$

$$x_1 = \frac{-2.5 + 3.905}{-1} = -1.405$$

$$x_2 = \frac{-2.5 - 3.905}{-1} = 6.405$$

c) Usando el método de bisección con tres iteraciones para determinar la raíz más grande.

Primero: Definir intervalo $[a, b]$, por el método gráfico observo que

$$a_0 = 6 \qquad b_0 = 7$$

$$f(6) = -0.5(6)^2 + 2.5(6) + 4.5 = 1.5$$
$$f(7) = -0.5(7)^2 + 2.5(7) + 4.5 = -2.5$$

$f(a) \cdot f(b) < 0 \rightarrow$ Se cumple

Paso 2. Punto medio $k$

$$k = \frac{a_0 + b_0}{2} = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

Paso 3. $f(k)$

$$f(k) = -0.5(6.5)^2 + 2.5(6.5) + 4.5 = -0.375$$

Paso 4. Evaluar $f(a) \cdot f(k) < 0$.

$$(1.5)(-0.375) < 0 \rightarrow \begin{array}{l} a = a = 6 \\ b = k = 6.5 \end{array}$$

2da Iteración

$$k = \frac{6 + 6.5}{2} = 6.25$$

$$f(6.25) = -0.5(6.25)^2 + 2.5(6.25) + 4.5 = 0.5937$$

$$f(6.25) \cdot f(6) > 0 \qquad \begin{array}{l} a = k = 6.25 \\ b = b = 6.5 \end{array}$$

3ra Iteración

$$k = \frac{6.25 + 6.5}{2} = 6.375$$

$$f(6.375) = -0.5(6.375)^2 + 2.5(6.375) + 4.5 = 0.1175$$

$$f(6.375) \cdot f(6.25) > 0 \qquad \begin{array}{l} a = k = 6.375 \\ b = b = 6.5 \end{array}$$

Metodos Numericos
Adolfo Hernández Ramírez
Tarea. Repaso Examen.

d) Calcule el error estimado y el error verdadero para cada iteración

| Iteracion | $\varepsilon_a$ | $\varepsilon_t$ |
|---|---|---|
| 1 | 100 % | 1.48 % |
| 2 | 4 % | 2.42 % |
| 3 | 1.96 % | 0.468 % |

$$\varepsilon_a = \left| \frac{x^N - x^{anterior}}{x^N} \right| \times 100\%$$

Iteracion 1

$$\varepsilon_a = \left| \frac{6.5 - 0.0}{6.5} \right| \times 100\% = 100\%$$

Iteracion 2

$$\varepsilon_a = \left| \frac{6.25 - 6.5}{6.25} \right| \times 100\% = 4\%$$

Iteracion 3

$$\varepsilon_a = \left| \frac{6.375 - 6.25}{6.25} \right| \times 100\% = 1.960$$

Iteracion 1

$$\varepsilon_v = \left| \frac{6.405 - 6.5}{6.405} \right| \times 100 = 1.48\%$$

$$\varepsilon_v = \left| \frac{6.405 - 6.25}{6.405} \right| \times 100 = 2.419\%$$

$$\varepsilon_v = \left| \frac{6.405 - 6.375}{6.405} \right| \times 100 = 0.468\%$$

6. Suponga que está diseñando un tanque esférico para almacenar agua para un poblado pequeño en un país en desarrollo. El volumen de líquido que puede contener se calcula con

$$V = \pi h^2 \left( \frac{3R - h}{3} \right)$$

Donde V es el volumen [$m^3$], h la profundidad del agua en el tanque [m] y R del radio del tanque [m].

Si R = 3 m, ¿A que profundidad debe llenarse el tanque de modo que contenga 30 $m^3$? Haga tres iteraciones con el método de la falsa posición a fin de obtener la respuesta. Determine el error relativo aproximado después de cada iteración.

$$30 = \pi h^2 \frac{(3(3) - h)}{3}$$

$$30 = \pi h^2 \frac{(9-h)}{3} \Rightarrow \frac{30 \cdot 3}{\pi} = h^2 (9-h)$$

$90 = \pi h^2 (9-h)$ La función $f(h) = \pi h^2 (9-h) - 90$.

$[0, 6\ m] \rightarrow h = 2$ y $h = 3$.

$f(2) = \pi (2)^2 (9-2) - 90 = -2.0354$
$f(3) = \pi (3)^2 (9-3) - 90 = 79.646$

$f(2) \cdot f(3) < 0$ hay una raíz

1ra Iteración

$$X_r = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} = \frac{(79.646)(2) - (-2.0354)(3)}{79.646 + 2.0354} = \frac{165.40}{81.68}$$

$X_r = 2.025$

$f(x_r) = \pi (2.025)^2 (9 - 2.025) - 90 = -0.149$

$f(x_i) \cdot f(x_r) < 0$ $\quad$ $b = X_r$ $\quad$ $a = a$

Metodos Numericos

Adolfo Hernández Ramírez

Tarea. Repaso Examen.

2do Error

$$E_a = \left| \frac{2.025 - 0}{2.025} \right| \times 100 = 100\%.$$

Iteración 2.

$$f(2) = \pi(2)^2(9-2) - 90 = -2.0354$$

$$f(2.025) = \pi(2.025^2)(9-2) - 90 = -0.144$$

$$x_r = \frac{(-0.144)(2) - (-2.0354)(2.025)}{-0.144 + 2.0354} = \frac{3.8336}{1.8916} = 2.026$$

$f(a) \cdot f(x_r) < 0$ $\qquad$ $b = x_r$

$a = a.$

Error

$$E_a = \left| \frac{2.026 - 2.025}{2.028} \right| \times 100 = 0.049\%.$$

Iteracion 3.

$$f(2) = -2.0354$$

$$f(2.026) = \pi(2.026)^2(9 - 2.026) - 90 = -0.068$$

$f(a) \cdot f(x_r) > 0$ $\qquad$ $a = x_r$

$b = b.$

~~$x_2 = 2.026$~~

$E_a =$ ~~[illegible]~~

$$x_r = \frac{(-0.068)(2) - (-2.0354)(2.026)}{-0.068 + 2.0354}$$

$$x_r = \frac{3.987}{1.9674} = 2.0265$$

$$E_a = \left| \frac{2.0265 - 2.026}{2.0265} \right| \times 100\% = 0.0246\%.$$

7. La concentración de saturación de oxigeno disuelto en agua dulce se calcula con la ecuación (APHA, 1992)

$$\ln(O_{sf}) = -139.34 + \frac{1.575701\times10^{5}}{T_a} - \frac{6.642309\times10^{7}}{T_a^{2}} - \frac{8.621949\times10^{11}}{T_a^{4}}$$

donde $O_{sf}$ es la concentración de saturación de oxígeno disuelto en agua dulce a 1 atm (mg/L) y $T_a$ es la temperatura absoluta (K). De acuerdo con esta ecuación, la saturación disminuye con el incremento de la temperatura. Para aguas naturales comunes en climas templados, la ecuación se usa para determinar que la concentración de oxigeno varía de 14.621 mg/L a 0°C a 6.413 mg/L a 40°C. Dado un valor de concentración de oxigeno, puede emplearse esta fórmula y el método de bisección para resolver para la temperatura en °C. TIP: Use las temperaturas en Kelvin

$$f(T_a) = \ln(O_{sf}) + 139.34 - \frac{1.575701\times10^{5}}{T_a} + \frac{6.642309\times10^{7}}{T_a^{2}} + \frac{8.621999\times10^{11}}{T_a^{4}}$$

Sabemos que $O_{sf}$ es igual a: 14.621 mg/L → T = 0°C = 273.15 K
6.413 mg/L → T = 40°C = 313.15 K

Como no nos dan un valor de $O_{sf}$ para aplicar el método tomaré un valor que este en el rango que nos proporciona el problema.

$$O_{sf} = 8.0$$

$$f(T_a) = \ln(8.0) + 139.34 - \frac{1.575701\times10^{5}}{T_a} + \frac{6.642309\times10^{7}}{T_a} + \frac{8.621999\times10^{11}}{T_a^{4}}$$

Para este problema iteraremos hasta que el error sea menor que 0.01

Metodos Numericos

Adolfo Hernández Ramírez

Tarea. Repaso Examen

5. El balance de masa de un contaminante en un lago bien mezclado se expresa así:

$$V\frac{dc}{dt} = W - Qc - kV\sqrt{c}$$

Dados los parámetros:

$V = 1\times10^6\ m^3$
$W = 1\times10^6\ g/año$
$Q = 1\times10^3\ m^3/año$
$k = 0.25\ m^{0.5}/año$.

Use el método de la secante modificado para resolver para la concentración del estado estable. Emplee un valor inicial $c = 4\ g/m^3$ y $d = 0.5$. Realice 3 iteraciones y determine el error relativo porcentual después de la tercera iteración.

En estado estable $\frac{dc}{dt} = 0$

$$f(c) = W - Qc - kV\sqrt{c} = 1\times10^6 - 1\times10^3 \cdot c - (0.25)(1\times10^6)\sqrt{c}$$

$$f(c) = 1\times10^6 - 1\times10^3 \cdot c - 2.5\times10^5\sqrt{c}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{\delta x_i f(x_i)}{f(x_i+\delta x_i) - f(x_i)}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{d \cdot f(x_i)}{f(x_i+d) - f(x_i)}$$

1ra iteración

$x_0 = c_0 = 4$
$c_0 + d = 4 + 0.5 = 4.5$

$f(c_0) = 1\times10^6 - 1\times10^3(4) - 2.5\times10^5\sqrt{4}$
$f(c_0) = 496000$

$f(c_0+d) = 1\times10^6 - 1\times10^3(4.5) - 2.5\times10^5\sqrt{4.5}$
$f(c_0+d) = 465169.91$

$$x_{i+1} = c_1 = 4 - \frac{(0.5)(496000)}{465169.91 - 496000} = 4 - \frac{248000}{-30830.09} = 12.0440$$

2da Iteración

$$C_2 = \frac{C_1 + d \cdot f(C_1)}{f(C_1+d) - f(C_1)}$$

$f(C_1) = 1\times10^6 - 1\times10^3(12.0440) - 2.5\times10^3\sqrt{12.0440}$

$f(C_1) = 120344.3357$

$f(C_1+d) = f(12.544) = 1\times10^6 - 1\times10^3(12.544) - 2.5\times10^3\sqrt{12.544}$

$f(C_1+d) = 102018.2852.$

$$C_2 = 12.0440 - \frac{(0.5)(120344.3357)}{(102018.2852) - 120344.3357}$$

$$C_2 = 12.0440 - \frac{60172.1678}{-18326.0805} = 12.0440 + 3.2834 = 15.3274$$

Tercera iteración

$C_2 = 15.3274$

$C_2 + d = 15.3274 + 0.5 = 16.0274$

$f(C_2) = 1\times10^6 - 1\times10^3(15.3274) - 2.5\times10^3\sqrt{15.3274}$

$f(C_2) = 5917.0125$

$f(C_2+d) = 1\times10^6 - 1\times10^3(16.0274) - 2.5\times10^3\sqrt{16.0274}$

$f(C_2+d) = -16883.2837.$

$$C_3 = 15.3274 - \frac{(0.5)(5917.0125)}{-16883.2837 - 5917.0125}$$

$$C_3 = 15.3274 - \frac{2958.5062}{-22800.2962} = 15.3274 + 0.1297 = 15.4571$$

$$\varepsilon_r = \left|\frac{C_3 - C_2}{C_3}\right| \times 100 = \left|\frac{15.4571 - 15.3274}{15.4571}\right| \times 100$$

$\varepsilon_r = 0.8390\ \%$

Métodos Numéricos
Adolfo Hernández Ramírez
Tarea. Repaso Examen.

9. Para el ejercicio anterior proponga dos o 3 funciones $g(c)$ y determine para que funciones la iteración de punto fijo debería converger:

$$W - \Phi c - kV\sqrt{c} = 0.$$

Opción 1.

$$c = g(c) = \frac{-kV\sqrt{c} + W}{\Phi}$$

$$\cancel{c = g(c)}\ g(c) = \frac{W - kV\sqrt{c}}{\Phi}$$

Opcion 2.

$$kV\sqrt{c} = W - \Phi c$$

$$\sqrt{c} = \frac{W - \Phi c}{kV}$$

$$c = g(c) = \left(\frac{W - \Phi c}{kV}\right)^2$$

Para el primer $g(c)$

$$C_0 = 4.$$

$$C_1 = g(C_0) = \frac{1\times10^6 - (0.25)(1\times10^6)\sqrt{4}}{1\times10^5} = \frac{1\times10^6 - 5\times10^5}{1\times10^5}$$

$$C_1 = \frac{500000}{1\times10^5} = 5$$

$$C_2 = g(C_1) = \frac{1\times10^6 - (0.25)(1\times10^6)\sqrt{5}}{1\times10^5} = \frac{1\times10^6 - 559016.9944}{1\times10^5}$$

$$C_2 = \frac{440983.0056}{1\times10^5} = 4.4098.$$

3ra Iteración

$$C_3 = g(C_2) = \frac{1\times10^6 - 2.5\times10^5\sqrt{4.4098}}{1\times10^5} = \frac{1\times10^6 - 524988.0951}{1\times10^5}$$

$$C_3 = \frac{475011.9049}{1\times10^5} = 4.7501$$

$$\varepsilon_a = \left|\frac{4.7501 - 4.4098}{4.7501}\right| \times 100\% = 7.164\%.$$

Segunda opción g(c)

1ra Iteración.

$$c_1 = g(c_0) = \left(\frac{1\times10^6 - 1\times10^5(4)}{(0.25)(1\times10^6)}\right)^2 = \left(\frac{600000}{2.5\times10^5}\right)^2$$

$$c_1 = (2.4)^2 = 5.7600.$$

2da Iteración

$$c_2 = g(c_1) = \left(\frac{1\times10^6 - 1\times10^5(5.76)}{2.5\times10^5}\right)^2 = \left(\frac{424000}{2.5\times10^5}\right)^2$$

$$c_2 = (1.696)^2 = 2.8764$$

3ra Iteración

$$c_3 = g(c_2) = \left(\frac{1\times10^6 - 1\times10^5(2.8764)}{2.5\times10^5}\right)^2 = \left(\frac{712360}{2.5\times10^5}\right)^2$$

$$c_3 = (2.8494)^2 = 8.119$$

$$E_a = \left|\frac{8.119 - 2.8764}{8.119}\right| \times 100 = 64.57\ \%.$$

Si bién en la segunda g(c) el valor del error después de las 3 iteraciones es muy grande el valor de g c se acerca mas al valor obtenido por el método de la secante.

En conclusión, ambas maneras de formular g(x) convergen, más sin embargo, la velocidad de convergencia es mayor para la segunda opción de g(c).

Metodos Numéricos
Adolfo Hernandez Ramírez
Tarea. Repaso Examen.

10. Para el ejercicio 6. Haga tres iteraciones del método de Newton Raphson para determinar la respuesta. Encuentre el error relativo aproximado después de cada iteración y compare con lo obtenido en dicho ejercicio.

$$f(h) = \pi h^2 (9-h) - 90$$

Propongo $x_0 = h_0 = 2$.

$f'(h) = 2\pi h(9-h) + \pi h^2(-1)$
$f'(h) = 2\pi h(9-h) - \pi h^2$
$f'(h) = 18\pi h - 2\pi h^2 - \pi h^2 = -3\pi h^2 + 18\pi h = 3\pi h(6-3h)$

1ra iteración

$h_1 = h_0 - \dfrac{f(h_0)}{f'(h_0)}$

$f(h_0) = \pi(2)^2(9-2) - 90$
$f(h_0) = -2.0354$

$f'(h_0) = 3\pi(2)(6-3(2))$
$f'(h_0) = 0$

Elegimos $x_0 = h_0 = 1$.

$f(h_0) = \pi(1)^2(9-1) - 90$
$f(h_0) = -64.8672$

$f'(h_0) = 3\pi(1)(6-3(1))$
$f'(h_0) = 28.2743$

~~$h_1 = 1 - \dfrac{(-64.8672)}{28.2743}$~~

$h_1 = 1 - \dfrac{(-64.8672)}{28.2743}$

$h_1 = 1 + 2.2942 = 3.2942$.

2da iteración

$f(h_1) = \pi(3.2942)^2(9-3.2942) - 90$
$f(h_1) = 104.5209$.

$f'(h_1) = 3\pi(3.2942)(6-3(3.2942))$
$f'(h_1) = -120.5434$.

$h_2 = 3.2942 - \dfrac{109.5209}{-120.5939}$

$h_2 = 3.2942 + 0.9069$

$h_2 = 4.2011$.

3ra Iteración

$f(h_2) = \pi(4.2011)^2(9-4.2011) - 90$
$f(h_2) = 176.0830$

$f'(h_2) = 3\pi(4.2011)(6-3(4.2011))$
$f'(h_2) = -261.4539$.

$h_3 = 4.2011 - \dfrac{176.0830}{-261.4539}$

$h_3 = 4.8745$

Errores

(1) $\varepsilon_r = \left| \dfrac{3.2942 - 1}{3.2942} \right| \times 100 = 69.64\ \%$

(2) $\varepsilon_r = \left| \dfrac{4.2011 - 3.2942}{4.2011} \right| \times 100 = 21.58\ \%$

(3) $\varepsilon_r = \left| \dfrac{4.8745 - 4.2011}{4.8745} \right| \times 100 = 13.81\ \%$

Metodo Newton

$h = 4.8745$

Metodo falsa posición

$h = 2.0268$

El método de falsa posición es afectado por la designación de a y b. por lo tanto, el método de Newton sería el indicado para este problema