

El siguiente sistema de ecuaciones es utilizado para determinar concentraciones (C, en g/m³) en una serie de reactores acoplados, como función de la cantidad de masa (g/día) que entra a cada uno de ellos

$$\begin{aligned} 15C_1 - 3C_2 - C_3 &= 3800 \\ -3C_1 + 18C_2 - 6C_3 &= 1200 \\ -4C_1 - C_2 + 12C_3 &= 2350 \end{aligned}$$

Determine los valores de las concentraciones C₁, C₂ y C₃
 ¿Cuánto se reduciría la concentración del reactor 3 si la tasa de masa de entrada a los reactores ~~3~~ (1 y 2) se redujera en 500 y 200 g/día respectivamente?

Factorización LU

$$A = \begin{bmatrix} 15 & -3 & -1 \\ -3 & 18 & -6 \\ -4 & -1 & 12 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3800 \\ 1200 \\ 2350 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{15} & 1 & 0 \\ -\frac{4}{15} & -\frac{1.8}{17.4} & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.94 & -6.2 \\ -4 & -1 & 12 \end{bmatrix} \quad L_{21} = \frac{-3}{15} \quad \begin{array}{ccc} -3 & 18 & -6 \\ -3 & 0.6 & 0.2 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \end{array}$$

$$U = \begin{bmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \\ 0 & -1.8 & 11.74 \end{bmatrix} \quad L_{31} = \frac{-4}{15} \quad \begin{array}{ccc} -4 & -1 & 12 \\ -4 & 0.8 & 0.26 \\ 0 & -1.8 & 11.74 \end{array}$$

$$U = \begin{bmatrix} 15 & -3 & -1 \\ 0 & 17.4 & -6.2 \\ 0 & 0 & 11.09 \end{bmatrix} \quad L_{32} = \frac{-1.8}{17.4} \quad \begin{array}{ccc} 0 & -1.8 & 11.74 \\ 0 & -1.8 & 0.64 \\ 0 & 0 & 11.09 \end{array}$$

$$LU = \begin{bmatrix} 15 & -3 & -1 \\ -3 & 18 & -6 \\ -4 & -1 & 12 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Comprobación correcta}$$

1	0	0	y_1	3800
$-3/15$	1	0	y_2	1200
$-4/15$	$-1.8/17.4$	1	y_3	2350

$$y_1 = 3800$$

$$y_2 = b_2 - L_{21}y_1 = 1200 - \left(-\frac{3}{15}\right)(3800) = 1960$$

$$C_3 = \frac{y_3}{U_{33}} = \frac{3566}{11.09} = 321.55$$

$$y_3 = b_3 - L_{31}y_1 - L_{32}y_2 = 2350 - \left(-\frac{4}{15}\right)(3800) - \left(-\frac{1.8}{17.4}\right)(1960)$$

$$y_3 = 3566$$

$$C_2 = \frac{y_2 - U_{23}x_3}{U_{22}} = \frac{1960 - (-6.2)(321.55)}{17.4}$$

Porcentualmente se reduce

$$\frac{1321.55 - 306.67}{1321.55} \cdot 100 = 4.62\%$$

$$C_2 = 227.22$$

$$C_1 = \frac{y_1 - U_{12}x_2 - U_{13}x_3}{U_{11}} = \frac{3800 - (-3)(227.22) - (-1)(321.55)}{15} = 320.214$$

Usando en 1 y 2 3300 y 1000 para los valores de b ya que se redujeron 500 y 200 g/día

1	0	0	y_1	3300
$-3/15$	1	0	y_2	1000
$-4/15$	$-1.8/17.4$	1	y_3	2350

$$y_1 = 3300$$

$$y_2 = b_2 - L_{21}y_1 = 1000 - \left(-\frac{3}{15}\right)(3300) = 1660$$

$$C_3 = \frac{y_3}{U_{33}} = \frac{3401}{11.09} = 306.67$$

$$y_3 = b_3 - L_{31}y_1 - L_{32}y_2 = 2350 - \left(-\frac{4}{15}\right)(3300) - \left(-\frac{1.8}{17.4}\right)(1660)$$

$$y_3 = 3401$$

$$C_2 = \frac{y_2 - U_{23}x_3}{U_{22}} = \frac{1660 - (-6.2)(306.67)}{17.4} = 204.67$$

$$C_1 = \frac{y_1 - U_{12}x_2 - U_{13}x_3}{U_{11}} = \frac{3300 - (-3)(204.67) - (-1)(306.67)}{15} = 281.37$$