Expresión para el error.

$$R_1 = \frac{f^2(\mathcal{E})h^2}{2!} \rightarrow \text{Exacta}$$

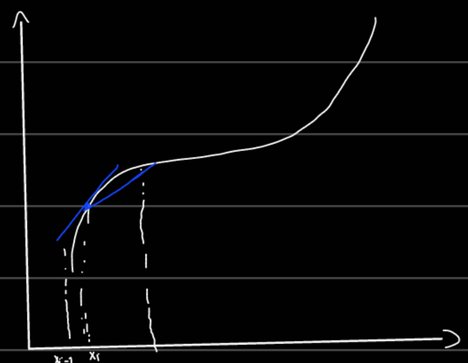
$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + O(h^2) \rightsquigarrow ①$$

De la ec. 1

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + \frac{O(h^2)}{h}$$

primera diferencia hacia adelante.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h) \rightarrow \text{derivadas por diferencias finitas}$$



Si ahora en vez de x_{i+1} queremos x_{i-1}

$$h = x_i - x_{i-1}$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) - O((x_i - x_{i-1})^2) \rightsquigarrow ②$$

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2(x_{i+1} - x_{i-1})} + O(h^2)$$

primera diferencia hacia atrás

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} + O(h) \qquad h = -x_i + x_{i-1}$$

1 − 2

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) + O((x_{i+1}-x_i)^2) - O((x_i - x_{i-1})^2)$$

$$= f'(x_i)(x_{i+1} - x_{i-1}) + O(h^2) \rightarrow h = x_{i+1} - x_{i-1}$$

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = f'(x_i)(x_{i+1} - x_{i-1}) + O(h^2)$$

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} + O(h^2) \rightarrow$$ primera derivada con diferencias centrales (es mejor porque el h es menor).

Dados los puntos $x = 0, 0.5, 1.0$ para los que se tiene

$f(0) = 1.2$

$f(0.5) = 0.925$

$f(1) = 0.2$

Calcula la derivada de la función en $x = 0.5$ usando las 3 aproximaciones por diferencias finitas.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h)$$ } Primera diferencia adelante.

Primera diferencia hacia atrás

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} + O(h)$$

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} + O(h^2)$$ → primera derivada con diferencias centradas (es mejor porque el h es menor).

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h)$$ } Primera diferencia adelante.

$$f'(0.5) = \frac{0.2 - 0.925}{1 - 0.5} = -1.45$$

primera derivada hacia atrás.

$$f'(0.5) = \frac{0.925 - 1.2}{0.5 - 0} = -0.55$$

primera derivada centrada

$$f'(0.5) = \frac{0.2 - 1.2}{1 - 0} = -1$$

X	$f'(x)$ hacia adelante	hacia atrás	centrada	Error relativo usando $f'(0.5) = -0.9125$		
0.5	-1.45	-0.55	-1	$\frac{-0.9125+1.45}{-0.9125}$	$\frac{-0.9125+0.55}{-0.9125}$	$\frac{-0.9125+1}{-0.9125}$
				$=-0.58$	$=0.3972$	$=-0.095$
				-58%	39%	-9%