



## Universidad de Guanajuato

*División de Ciencias e Ingenierías*

### Proyecto Sistemas Lineales

Juarez Aranda Reynaldo Hassan

*Universidad de Guanajuato, Campus León, División de Ciencias e Ingenierías*

*Métodos Numéricos*

*16 de noviembre de 2025*

#### *Balance de materia en una red de columnas de destilación y reactores*

##### **Resumen**

En este trabajo se aplicaron diferentes métodos numéricos para resolver sistemas de ecuaciones lineales resultantes de balances de materia en dos procesos: una red de columnas de destilación y con conjunto de reactores interconectado. Para cada uno se planteó el problema y se formularon sus ecuaciones para la construcción de la matriz con sus coeficientes y se resolvió por tres métodos: Gauss-Jordan, Gauss-Seidel y factorización LU. En el ejercicio 1 se evaluó la sensibilidad del sistema con reducciones en el flujo inicial y los resultados muestran que GJ y LU dan soluciones estables y coinciden en todos los escenarios, mientras que GS no converge debido a la falta de cumplimiento de la matriz dominante. En el último problema los tres métodos convergieron y también coincidieron los valores de las concentraciones. Con estos problemas se comparó la eficiencia, estabilidad y aplicabilidad de cada método.

##### **Introducción**

Para realizar un balance de materia de un proceso, primero hay que especificar en que consiste el sistema para el cual se hará el balance y establecer sus fronteras. Un proceso es una serie de acciones, operaciones o tratamientos que producen un resultado [producto]. La ingeniería química se centra en operaciones como las reacciones químicas, el transporte de fluidos, la reducción y la amplificación de tamaño del equipo, la generación y el transporte de calor, la destilación la absorción de gases, los biorreactores y demás cosas que causan cambios físicos y químicos en los materiales. En este ámbito un sistema se refiere a cualquier porción arbitraria o la totalidad de un proceso establecida específicamente para su análisis. En los sistemas se suele marcar la frontera del sistema y se circunscribe formalmente alrededor del proceso mismo a fin de subrayar la importancia de delinear cuidadosamente el sistema para los problemas que se quieran resolver.

Un sistema abierto (o continuo) es aquel en que se transfiere material por la frontera del sistema, esto es, entra al sistema, sale del sistema o ambas cosas. Un sistema cerrado (o por lotes) es aquel en el que no tiene lugar una transferencia semejante durante el intervalo de tiempo de interés. Un balance de materia no es más que una contabilización de material. Figura 1.



## Universidad de Guanajuato

### División de Ciencias e Ingenierías

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{acumulación} \\ \text{dentro del} \\ \text{sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{entrada} \\ \text{por las} \\ \text{fronteras} \\ \text{del sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{salida} \\ \text{por las} \\ \text{fronteras} \\ \text{del sistema} \end{array} \right\} \\ + \left\{ \begin{array}{l} \text{generación} \\ \text{dentro} \\ \text{del} \\ \text{sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{consumo} \\ \text{dentro} \\ \text{del} \\ \text{sistema} \end{array} \right\}$$

Figura 1. Concepto del balance de materia.

Como termino genérico, el balance de materia se puede referir a un balance en un sistema para:

1. La masa total
2. El total de moles
3. La masa de un compuesto químico
4. La masa de una especie atómica
5. Los moles de un compuesto químico
6. Los moles de una especie atómica
7. El volumen

Los balances de materia en los procesos industriales se emplean para determinar rendimientos de los procesos, es decir la cantidad de producto obtenido por cantidad de materia prima suministrada en el proceso, esto permite reducir al máximo las mermas de materias primas y optimizar recursos en plantas industriales. Además, los balances permiten evaluar el funcionamiento de una unidad del proceso al comparar el rendimiento teórico del real.

El álgebra lineal es fundamental para entender y resolver problemas en la ingeniería química, proporcionando herramientas matemáticas clave para la modelización y análisis de procesos. Se ocupan de vectores, matrices y espacios vectoriales. Permite modelar fenómenos químicos y físicos, optimizando el diseño de procesos y reactores. Su aplicación facilita la simulación y resolución de problemas complejos en la industria.

Las matrices organizan datos en forma tabular, facilitando el cálculo y la manipulación de múltiples variables simultáneamente. Se utilizan en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, cruciales en el modelado de procesos químicos.

Para la solución de este tipo de sistemas existen varios métodos matemáticos que se usan en programas cuando la complejidad es alta, por ejemplo, Gauss-Jordan, Gauss-Seidel y factorización LU.

El método de eliminación de Gauss transforma un sistema de ecuaciones en una forma más sencilla, conocida como forma escalonada, mediante una serie de operaciones elementales sobre las filas de la matriz que representa el sistema. En el caso de Gauss-Jordan la principal diferencia consiste en que cuando una incógnita se elimina ésta es eliminada de todas las otras ecuaciones, no solo de las subsecuentes. Además, todos los renglones se normalizan al dividirlos entre su elemento pivote. De esta forma el paso eliminación genera una matriz de



identidad en vez de una triangular y así no es necesario usar la sustitución hacia atrás para obtener la solución. El otro método es la descomposición LU que consiste en descomponer la matriz A en el producto de dos matrices, una L triangular inferior y otra U triangular superior. Por último, Gauss-Seidel resuelve ecuaciones lineales de la forma  $Ax=b$ , donde A es una matriz de coeficientes, x es un vector de incógnitas y b es un vector de resultados, este método se basa en la descomposición de la matriz A y utiliza las aproximaciones mas recientes de las incógnitas al calcular los siguientes valores.

### Problemas de aplicación

#### 1-. Balances de materia en estado estacionario para una secuencia de separación

El p-xileno, estireno, tolueno y benceno se separan en la siguiente secuencia de columnas de destilación.

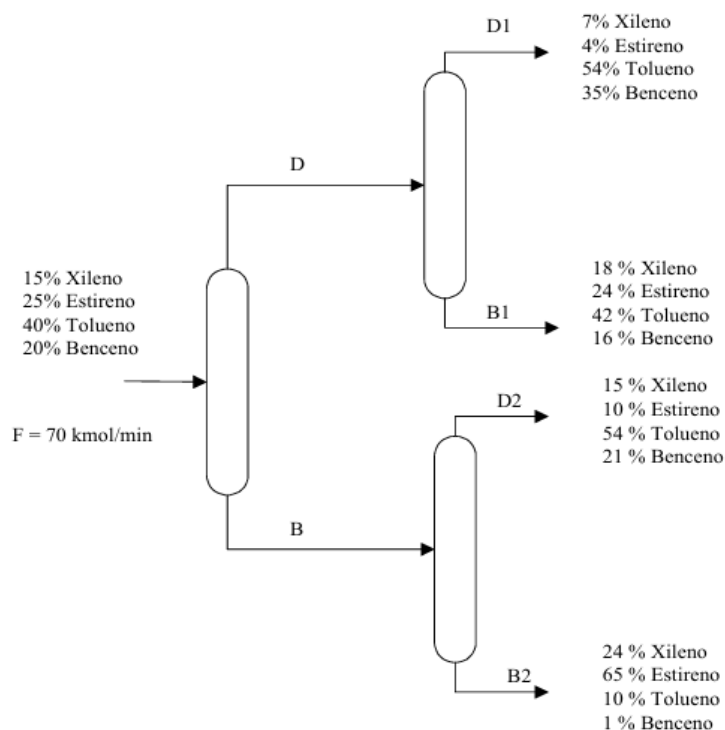


Figura 2. Diagrama columnas de destilación.

- a) Calcular el flujo molar de las corrientes D1, D2, B1 y B2.

Se plantean los balances por componente. Variables:

D1, B1, D2, B2 = flujos molares desconocidos (kmol/min)

Alimentación:  $F=70$  kmol/min con composición  $x_F = \{X: 0.15, S: 0.25, T: 0.40, B: 0.20\}$

Para cada especie: flujo en alimentación=suma de flujos en productos (por componente).



## Universidad de Guanajuato

### División de Ciencias e Ingenierías

Xileno (X):  $0.07 D1 + 0.18 B1 + 0.15 D2 + 0.24 B2 = 70(0.15)$

Estireno (S):  $0.04 D1 + 0.24 B1 + 0.10 D2 + 0.65 B2 = 70(0.25)$

Tolueno (T):  $0.54 D1 + 0.42 B1 + 0.54 D2 + 0.10 B2 = 70(0.40)$

Benceno (B) :  $0.35 D1 + 0.16 B1 + 0.21 D2 + 0.01 B2 = 70(0.20)$

Calculando el vector b:

$$70(0.15)=10.5$$

$$70(0.25)=17.5$$

$$70(0.40)=28$$

$$70(0.20)=14$$

Sea  $x=[D1 \ B1 \ D2 \ B2]$ . La matriz A (filas=especies, columnas=corrientes) y el vector b.

$$A = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.18 & 0.15 & 0.24 \\ 0.04 & 0.24 & 0.10 & 0.65 \\ 0.54 & 0.42 & 0.54 & 0.10 \\ 0.35 & 0.16 & 0.21 & 0.01 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10.5 \\ 17.5 \\ 28 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Resultados obtenidos con código donde  $D1=X1, B1=X2, D2=X3, B2=X4$ :

- Gauss-Jordan:

```
Matriz inicial:
 0.070  0.180  0.150  0.240  10.500
 0.040  0.240  0.100  0.650  17.500
 0.540  0.420  0.540  0.100  28.000
 0.350  0.160  0.210  0.010  14.000

Matriz después de Gauss-Jordan (forma diagonal):
 1.000  0.000  0.000  0.000  26.250
 0.000  1.000  0.000  0.000  17.500
-0.000 -0.000  1.000  0.000   8.750
-0.000 -0.000 -0.000  1.000  17.500

Solución del sistema:
x1=26.250
x2=17.500
x3=8.750
x4=17.500

Número de condición aproximado: 1.000
El sistema está bien condicionado.
```

Figura 3. Resultados a)Gauss-Jordan

- Gauss-Seidel: no converge
- Factorización LU:



**Universidad de Guanajuato**  
*División de Ciencias e Ingenierías*

```
Matriz inicial:
  0.070  0.180  0.150  0.240  10.500
  0.040  0.240  0.100  0.650  17.500
  0.540  0.420  0.540  0.100  28.000
  0.350  0.160  0.210  0.010  14.000

Matriz L:
  1.000  0.000  0.000  0.000
  0.571  1.000  0.000  0.000
  7.714 -7.062  1.000  0.000
  5.000 -5.396  0.897  1.000

Matriz U:
  0.070  0.180  0.150  0.240
  0.000  0.137  0.014  0.513
  0.000  0.000 -0.516  1.871
  0.000  0.000  0.000 -0.100

Solución del sistema (por descomposición LU):
x1 = 26.250
x2 = 17.500
x3 = 8.750
x4 = 17.500
```

Figura 4. Resultados a)Factorización LU.

- b) Reduce el flujo original de la corriente de alimento en un 1% y luego en un 2% y repite el apartado a).

Para la reducción de 1%

F=69.3 kmol/min

$$A = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.18 & 0.15 & 0.24 \\ 0.04 & 0.24 & 0.10 & 0.65 \\ 0.54 & 0.42 & 0.54 & 0.10 \\ 0.35 & 0.16 & 0.21 & 0.01 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10.395 \\ 17.325 \\ 27.72 \\ 13.86 \end{bmatrix}$$

Resultados obtenidos con el código:

- Gauss-Jordan:

```
Matriz inicial:
  0.070  0.180  0.150  0.240  10.395
  0.040  0.240  0.100  0.650  17.325
  0.540  0.420  0.540  0.100  27.720
  0.350  0.160  0.210  0.010  13.860

Matriz después de Gauss-Jordan (forma diagonal):
  1.000  0.000  0.000  0.000  25.988
  0.000  1.000  0.000  0.000  17.325
 -0.000 -0.000  1.000  0.000  8.663
 -0.000 -0.000 -0.000  1.000  17.325

Solución del sistema:
x1=25.988
x2=17.325
x3=8.663
x4=17.325

Número de condición aproximado: 1.000
El sistema está bien condicionado.
```

Figura 5. B)Gauss-Jordan -1%.

- Gauss-Seidel: no converge
- Factorización LU:



**Universidad de Guanajuato**  
*División de Ciencias e Ingenierías*

```
Matriz inicial:
 0.070  0.180  0.150  0.240  10.395
 0.040  0.240  0.100  0.650  17.325
 0.540  0.420  0.540  0.100  27.720
 0.350  0.160  0.210  0.010  13.860

Matriz L:
 1.000  0.000  0.000  0.000
 0.571  1.000  0.000  0.000
 7.714 -7.062  1.000  0.000
 5.000 -5.396  0.897  1.000

Matriz U:
 0.070  0.180  0.150  0.240
 0.000  0.137  0.014  0.513
 0.000  0.000 -0.516  1.871
 0.000  0.000  0.000 -0.100

Solución del sistema (por descomposición LU):
x1 = 25.988
x2 = 17.325
x3 = 8.662
x4 = 17.325
```

Figura 5.B) Factorización LU -1%.

Para la reducción de 2%  
F=68.6 kmol/min

$$A = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.18 & 0.15 & 0.24 \\ 0.04 & 0.24 & 0.10 & 0.65 \\ 0.54 & 0.42 & 0.54 & 0.10 \\ 0.35 & 0.16 & 0.21 & 0.01 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10.29 \\ 17.15 \\ 27.44 \\ 13.72 \end{bmatrix}$$

Resultados obtenidos con el código

- Gauss-Jordan:

```
Matriz inicial:
 0.070  0.180  0.150  0.240  10.290
 0.040  0.240  0.100  0.650  17.150
 0.540  0.420  0.540  0.100  27.440
 0.350  0.160  0.210  0.010  13.720

Matriz después de Gauss-Jordan (forma diagonal):
 1.000  0.000  0.000  0.000  25.725
 0.000  1.000  0.000  0.000  17.150
-0.000 -0.000  1.000  0.000  8.575
-0.000 -0.000 -0.000  1.000  17.150

Solución del sistema:
x1=25.725
x2=17.150
x3=8.575
x4=17.150

Número de condición aproximado: 1.000
El sistema está bien condicionado.
```

Figura 6. B)Gauss-Jordan -2%.

- Gauss-Seidel: no converge
- Factorización LU:



**Universidad de Guanajuato**  
División de Ciencias e Ingenierías

Matriz inicial:				
0.070	0.180	0.150	0.240	10.290
0.040	0.240	0.100	0.650	17.150
0.540	0.420	0.540	0.100	27.440
0.350	0.160	0.210	0.010	13.720
Matriz L:				
1.000	0.000	0.000	0.000	
0.571	1.000	0.000	0.000	
7.714	-7.062	1.000	0.000	
5.000	-5.396	0.897	1.000	
Matriz U:				
0.070	0.180	0.150	0.240	
0.000	0.137	0.014	0.513	
0.000	0.000	-0.516	1.871	
0.000	0.000	0.000	-0.100	
Solución del sistema (por descomposición LU):				
x1 = 25.725				
x2 = 17.150				
x3 = 8.575				
x4 = 17.150				

Figura 7. B) Factorización LU -2%.

- c) Determina el flujo molar y las composiciones de las corrientes B y D del apartado a)  
Definimos:

$$D = D_1 + B_1 \quad B = D_2 + B_2$$

$$D = 26.25 + 17.50 = 43.75 \text{ kmol/min}$$

$$B = 8.75 + 17.50 = 26.25 \text{ kmol/min}$$

Para la composición D

$$x_{i,D} = \frac{D_1 x_{i,D1} + B_1 x_{i,B1}}{D}$$

$$\text{Xileno } x_{X,D} = \frac{26.25 * 0.07 + 17.5 * 0.18}{43.75} = 0.114 = 11.40\%$$

$$\text{Estireno } x_{S,D} = \frac{26.25 * 0.04 + 17.5 * 0.24}{43.75} = 0.120 = 12\%$$

$$\text{Tolueno } x_{T,D} = \frac{26.25 * 0.54 + 17.5 * 0.42}{43.75} = 0.492 = 49.20\%$$

$$\text{Benceno } x_{B,D} = \frac{26.25 * 0.35 + 17.5 * 0.16}{43.75} = 0.274 = 27.40\%$$

Comprobación=11.40%+12%+49.20%+27.40%=100%

Para la composición B

$$x_{i,B} = \frac{D_2 x_{i,D2} + B_2 x_{i,B2}}{B}$$

$$\text{Xileno } x_{X,B} = \frac{8.75 * 0.15 + 17.5 * 0.24}{26.25} = 0.210 = 21\%$$

$$\text{Estireno } x_{S,B} = \frac{8.75 * 0.10 + 17.5 * 0.65}{26.25} = 0.466 = 46.67\%$$



**Universidad de Guanajuato**  
División de Ciencias e Ingenierías

$$\text{Tolueno } x_{T,B} = \frac{8.75 * 0.54 + 17.5 * 0.10}{26.25} = 0.246 = 24.67\%$$

$$\text{Benceno } x_{B,B} = \frac{8.75 * 0.21 + 17.5 * 0.01}{26.25} = 0.0766 = 7.67\%$$

$$\text{Comprobación} = 21\% + 46.67\% + 24.67\% + 7.67\% = 100\%$$

2-. 5 reactores en estado estacionario están conectados por tuberías. Los caudales  $Q$  están en  $m^3/min$  y las concentraciones están en  $mg/m^3$ . Dado el siguiente diagrama encontrar la concentración  $C_1, C_2, C_3, C_4$  y  $C_5$ .

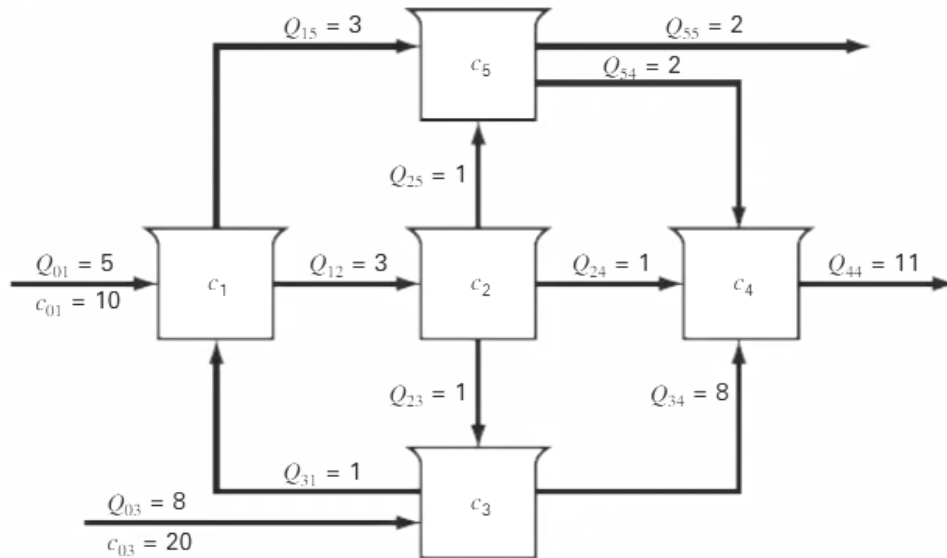


Figura 8. Diagrama reactores conectados.

Reactor 1

$$Q_{01}C_{01} + Q_{31}C_3 = Q_{12}C_1 + Q_{15}C_1$$

$$(5)(10) + (1)C_3 = (3)C_1 + (3)C_1$$

$$50 + C_3 = 6C_1$$

$$6C_1 - C_3 = 50 \text{ Ec. 1}$$

Reactor 2

$$Q_{12}C_1 = Q_{25}C_2 + Q_{24}C_2 + Q_{23}C_2$$

$$(3)C_1 = (1)C_2 + (1)C_2 + (1)C_2$$

$$3C_1 = 3C_2$$





**Universidad de Guanajuato**  
*División de Ciencias e Ingenierías*

$$3C_1 - 3C_2 = 0 \text{ Ec. 2}$$

Reactor 3

$$\begin{aligned} Q_{03}C_{03} + Q_{23}C_2 &= Q_{34}C_3 + Q_{31}C_3 \\ (8)(20) + (1)C_2 &= (8)C_3 + (1)C_3 \\ 9C_3 - C_2 &= 160 \text{ Ec. 3} \end{aligned}$$

Reactor 4

$$\begin{aligned} Q_{54}C_5 + Q_{24}C_2 + Q_{34}C_3 &= Q_{44}C_4 \\ (2)C_5 + (1)C_2 + (8)C_3 &= (11)C_4 \\ 2C_5 + C_2 + 8C_3 - 11C_4 &= 0 \text{ Ec. 4} \end{aligned}$$

Reactor 5

$$\begin{aligned} Q_{25}C_2 + Q_{15}C_1 &= Q_{55}C_5 + Q_{54}C_5 \\ C_2 + 3C_1 - 4C_5 &= 0 \text{ Ec. 5} \end{aligned}$$

La matriz queda de la siguiente forma (filas C1, C2, C3, C4 y C5).

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & -11 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ 160 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultado obtenido con los códigos:

- Gauss-Jordan:

```
Matriz inicial:
6.000  0.000  -1.000  0.000  0.000  50.000
3.000  -3.000  0.000  0.000  0.000  0.000
0.000  -1.000  9.000  0.000  0.000  160.000
0.000  1.000  8.000  -11.000  2.000  0.000
3.000  1.000  0.000  0.000  -4.000  0.000

Matriz después de Gauss-Jordan (forma diagonal):
1.000  0.000  0.000  0.000  0.000  11.509
0.000  1.000  0.000  0.000  0.000  11.509
0.000  0.000  1.000  0.000  0.000  19.057
-0.000 -0.000 -0.000  1.000  0.000  16.998
-0.000 -0.000 -0.000 -0.000  1.000  11.509

Solución del sistema:
x1=11.509
x2=11.509
x3=19.057
x4=16.998
x5=11.509

Número de condición aproximado: 1.000
El sistema está bien condicionado.
```

Figura 8. Ejercicio 2 Gauss-Jordan.

- Gauss-Seidel:



**Universidad de Guanajuato**  
*División de Ciencias e Ingenierías*

```
Matriz inicial:
  6.000  0.000 -1.000  0.000  0.000  50.000
  3.000 -3.000  0.000  0.000  0.000  0.000
  0.000 -1.000  9.000  0.000  0.000 160.000
  0.000  1.000  8.000 -11.000  2.000  0.000
  3.000  1.000  0.000  0.000 -4.000  0.000

Iteraciones del método de Gauss-Seidel:
Iter  1: x1=8.333333 x2=8.333333 x3=18.703704 x4=14.360269 x5=8.333333 | Error=1.870370e+01
Iter  2: x1=11.450617 x2=11.450617 x3=19.050069 x4=16.410712 x5=11.450617 | Error=3.117284e+00
Iter  3: x1=11.508345 x2=11.508345 x3=19.056483 x4=16.987404 x5=11.508345 | Error=5.766917e-01
Iter  4: x1=11.509414 x2=11.509414 x3=19.056602 x4=16.998083 x5=11.509414 | Error=1.067948e-02
Iter  5: x1=11.509434 x2=11.509434 x3=19.056604 x4=16.998281 x5=11.509434 | Error=1.977681e-04
Iter  6: x1=11.509434 x2=11.509434 x3=19.056604 x4=16.998285 x5=11.509434 | Error=3.662372e-06
Iter  7: x1=11.509434 x2=11.509434 x3=19.056604 x4=16.998285 x5=11.509434 | Error=6.782170e-08

Convergencia alcanzada en 7 iteraciones.

Solución aproximada del sistema (Gauss-Seidel):
x1 = 11.509434
x2 = 11.509434
x3 = 19.056604
x4 = 16.998285
x5 = 11.509434
```

Figura 9. Ejercicio 2 Gauss-Seidel.

- Factorización LU:

```
Matriz inicial:
  6.000  0.000 -1.000  0.000  0.000  50.000
  3.000 -3.000  0.000  0.000  0.000  0.000
  0.000 -1.000  9.000  0.000  0.000 160.000
  0.000  1.000  8.000 -11.000  2.000  0.000
  3.000  1.000  0.000  0.000 -4.000  0.000

Matriz L:
  1.000  0.000  0.000  0.000  0.000
  0.500  1.000  0.000  0.000  0.000
  0.000  0.333  1.000  0.000  0.000
  0.000 -0.333  0.925  1.000  0.000
  0.500 -0.333  0.075 -0.000  1.000

Matriz U:
  6.000  0.000 -1.000  0.000  0.000
  0.000 -3.000  0.500  0.000  0.000
  0.000  0.000  8.833  0.000  0.000
  0.000  0.000  0.000 -11.000  2.000
  0.000  0.000  0.000  0.000 -4.000

Solución del sistema (por descomposición LU):
x1 = 11.509
x2 = 11.509
x3 = 19.057
x4 = 16.998
x5 = 11.509
```

Figura 10. Ejercicio 2 Factorización LU.

### Comparación de Métodos

Ejercicio 1: en este primer ejercicio se resolvió un sistema de ecuaciones de 4\*4 resultante de los balances por componente sobre las columnas. Para Gauss-Jordan si convergió en todos los casos.

Gauss-Jordan (flujo original):

- D1=26.25 kmol/min
- B1=17.50 kmol/min
- D2=8.75 kmol/min



- $B_2=17.50 \text{ kmol/min}$

Gauss-Seidel (flujo original): no converge

Factorización LU (flujo original):

- $D_1=26.25 \text{ kmol/min}$
- $B_1=17.50 \text{ kmol/min}$
- $D_2=8.75 \text{ kmol/min}$
- $B_2=17.50 \text{ kmol/min}$

Gauss-Jordan (-1%):

- $D_1=25.99 \text{ kmol/min}$
- $B_1=17.33 \text{ kmol/min}$
- $D_2=8.66 \text{ kmol/min}$
- $B_2=17.33 \text{ kmol/min}$

Gauss-Seidel (-1%): no converge

Factorización LU (-1%):

- $D_1=25.99 \text{ kmol/min}$
- $B_1=17.33 \text{ kmol/min}$
- $D_2=8.66 \text{ kmol/min}$
- $B_2=17.33 \text{ kmol/min}$

Gauss-Jordan (-2%):

- $D_1=25.73 \text{ kmol/min}$
- $B_1=17.15 \text{ kmol/min}$
- $D_2=8.57 \text{ kmol/min}$
- $B_2=17.15 \text{ kmol/min}$

Gauss-Seidel (-2%): no converge

Factorización LU (-2%):

- $D_1=25.73 \text{ kmol/min}$
- $B_1=17.15 \text{ kmol/min}$
- $D_2=8.57 \text{ kmol/min}$
- $B_2=17.15 \text{ kmol/min}$

Tanto Gauss-Jordan como LU proporcionaron soluciones correctas y estables con los mismos valores para las corrientes tanto para la situación del flujo original como el de ambas reducciones dado que son métodos directos y no ocupan de condiciones especiales en la matriz de coeficientes. El Gauss-Seidel no convergió porque la matriz del sistema no es diagonal dominante. Según el criterio  $|a_{ii}| > \sum_{i \neq j} |a_{ij}|$  la convergencia está garantizada únicamente cuando el coeficiente diagonal de cada ecuación es mayor que la suma de los demás coeficientes de la misma fila. A continuación, se demuestra con la matriz del problema:

- Fila 1:  $|a_{11}|=0.07$ . Suma de los demás coeficientes 0.57. Por lo tanto  $0.07 < 0.57$  no es dominante.



## Universidad de Guanajuato

### *División de Ciencias e Ingenierías*

- Fila 2:  $|a_{22}|=0.24$ . Suma de los demás coeficientes 0.79. Por lo tanto  $0.24 < 0.79$  no es dominante.
- Fila 3:  $|a_{33}|=0.54$ . Suma de los demás coeficientes 1.06. Por lo tanto  $0.54 < 1.06$  no es dominante.
- Fila 4:  $|a_{44}|=0.01$ . Suma de los demás coeficientes 0.72. Por lo tanto  $0.01 < 0.72$  no es dominante.

Esta condición es fundamental para que se pueda garantizar la convergencia ya que si no se cumple tiende a generar iteraciones que se alejan progresivamente de la solución real.

Ejercicio 2: aquí se resolvió un sistema lineal de cinco ecuaciones correspondiente a balances en una red de reactores conectados. La matriz de coeficientes proviene de balances donde la ecuación contiene términos proporcionales a caudales de entrada de reactores vecinos y salida. Esto produce una estructura con tendencia a la diagonal dominante. Para Gauss-Seidel se llegó al resultado correcto con 7 iteraciones. Gauss-Jordan y LU también resolvieron el sistema, pero en este caso es preferible usar LU porque su metodología nos permite resolver el sistema en caso de que se requiera cambiar el vector  $b$  sin necesidad de volver a escribir la matriz  $A$ .

### **Conclusión**

Los métodos numéricos son esenciales para resolver diferentes problemas de la ingeniería química como cinética, termodinámica, destilación, química analítica, etc. En el sistema de columnas de destilación, los métodos directos Gauss-Jordan y LU fueron los únicos que dieron soluciones estables, mientras que Gauss-Seidel no convergió debido a que la matriz no es diagonal dominante. En el caso de la red de reactores, los tres métodos funcionaron correctamente, destacando LU por su eficiencia cuando solo cambia el vector  $b$ . En general, se confirmó que la elección del método depende de la estructura del sistema y que el álgebra lineal es una herramienta clave para analizar y simular procesos industriales.

### **Referencias**

Steven, C. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. Quinta edición. McGrawHill.  
Himmelblau, M. (1997). Principios básicos y cálculos en ingeniería química. Sexta edición. Prentice Hall.