Serie de Taylor para una función.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)h^2}{2!} + \frac{f^{(3)}(x_i)h^3}{3!} + \dots + \frac{f^{(n)}(x_i)h^n}{n!}$$

para truncar la función.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + R_1$$

$$R_1 = \frac{f^2(\varepsilon)h^2}{2!}$$

$$f(x_{i+1}) + f'(x_i)h + O(h^2) \quad \text{— } 1$$

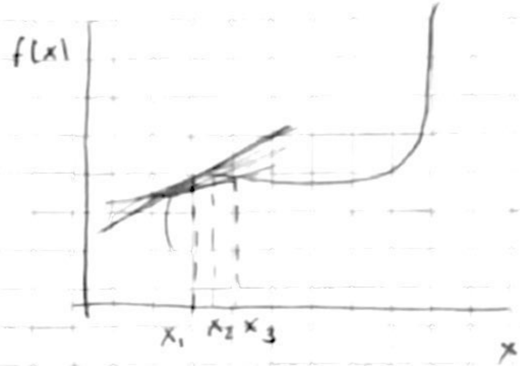
Nuevo tema. Derivadas numericas.

De la ecuación 1

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + \frac{O(h^2)}{h}$$

Primera diferencia hacia adelante.

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h)}$$



Ahora la serie de taylor para x_{i-1}

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) + O((x_i - x_{i-1})^2)$$ Definición de h: $x_i - x_{i-1}$ — 2

Primera diferencia hacia atras.

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_{i-1} - x_{i-1}} + O(h)}$$

$$R_1 = \frac{f''(\varepsilon)h^2}{2!}$$

Si restamos

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) + O((x_{i+1} - x_i)^2) + O((x_i - x_{i-1})^2)$$

$$= f'(x_i)(x_{i+1} - x_{i-1}) + O(h^2) \qquad h = x_{i+1} - x_{i-1}$$

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2(x_{i+1} - x_{i-1})} + O(h^2)}$$

Primera diferencia ~~adelante~~ centrada.

Dado los puntos $x = 0, 0.5, 1$ para los que tiene

$f(0) = 1.2$
$f(0.5) = 0.925$
$f(1) = 0.2$

Calcular la derivada de la función en $x = 0.5$ usando las 3 aproximaciones por diferencia finita.

x	f'(x)			Error relativo cuando f'(0.5) = -0.9125		
	hacia adelante	hacia atras	central	hacia adelante	hacia atras	central
0.5	-1.45	-0.55	-1	-0.58	0.39	-0.095

$$f'(0.5) = \frac{0.2-0.925}{1-0.5} = -1.45 \quad \text{adelante.}$$

Error

$$\frac{-0.9125+1.45}{-0.9125} = -0.58 \quad \text{adelante.}$$

$$f'(0.5) = \frac{0.2-1.2}{1-0} = -1 \quad \text{Centrada}$$

$$\frac{-0.9125+0.55}{-0.9125} = 0.39 \quad \text{atras}$$

$$f'(0.5) = \frac{0.925-1.2}{0.5+1.0} = -0.55 \quad \text{atras.}$$

$$\frac{-0.9125+1}{-0.9125} = -0.095$$

central