03/ Septiembre / 2025

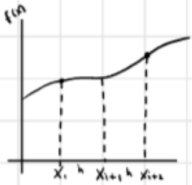
① $-2f(x_{i+1}) = -2f(x_i) - 2f'(x_i)h - 2\frac{f''(x_i)h^2}{2!} - o(2h^3)$

$h = x_{i+1} - x_i$
$= x_{i+2} - x_{i+1}$

② $+ f(x_{i+2}) = f(x_i) + f'(x_i)\overbrace{(x_{i+2}-x_i)}^{2h} + \frac{f''(x_i)\overbrace{(x_{i+2}-x_i)}^{2h}{}^2}{2!} + o(2h^3)$

$f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) = -f(x_i) + \frac{2f''(x_i)h^2}{2!} + o(-h^3)$

hacia atrás es (-)



Diferencias finitas

$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) + f(x_i)}{h^2} + \frac{o(h^3)}{h^2}$ — Expresión hacia adelante

$f'(x_i) = \frac{f(x_{i-2}) - 2f(x_{i-1}) + f(x_i)}{h^2} + o(h)$ — Expresión hacia atrás

$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1})}{2h^2} + o(h)$ — centrada

ó $= \frac{f(x_{i+2}) - f(x_i) - f(x_i) + f(x_{i-2})}{h \cdot h} + oh$

$f''(x_i) = \frac{\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} - \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}}{h} = \frac{f'(x_i) - f(x_i)}{h}$

* TAREA completar como se llegó?

De los 3 expresados demostrar una de la tercera derivada y demostrar la de átras y la central de la 2da derivada. (átras adelante o central)

MARTES.

Propagación del error

$$\Delta f(\tilde{x}) = |f(x) - f(\tilde{x})| = |f'(\tilde{x})||x - \tilde{x}|$$ (Δx sobre $x - \tilde{x}$)

Usando la serie de Taylor

$$f(x) = f(\tilde{x}) + f'(\tilde{x})(x-\tilde{x}) + \frac{f''(\tilde{x})(x-\tilde{x})^2}{2!} + \dots$$

$$f(x) \cong f(\tilde{x}) + f'(\tilde{x})(x-\tilde{x})$$

$$f(x) - f(\tilde{x}) \cong (\tilde{x})(x-\tilde{x})$$

¿Cómo se propaga su error?

Ejemplo: sea $\tilde{x} = 2.5$ (error) $\quad \Delta x = 0.01$

¿Cuál es el error resultante para $f(x) = x^3$?

$\Delta f(\tilde{x}=2.5) = f'(2.5)\,\Delta x$
$= 3(2.5)^2 \cdot 0.01 = 0.1875$

$f(2.5) = 15.625 \pm 0.1875$

Estabilidad y condición

$f(x) = f(\tilde{x}) + f'(\tilde{x})(x-\tilde{x})$

Error relativo en f: $\frac{f(x) - f(\tilde{x})}{f(x)} = \frac{f'(\tilde{x})(x-\tilde{x}) \cdot \tilde{x}}{f(x) \cdot \tilde{x}} = \frac{f'(\tilde{x})\tilde{x}}{f(\tilde{x})} \cdot \frac{(x-\tilde{x})}{\tilde{x}}$ — Error relativo en x

Condición $= \frac{f'(\tilde{x})\,\tilde{x}}{f(\tilde{x})}$

-1 → lo esperado
+1 → prob. mal condicionado nuestra aprox. falloró

Operación		Error relativo
Adición	$\Delta(\tilde{v}+\tilde{v})$	$\Delta\tilde{v} + \Delta\tilde{v}$
Resta	$\Delta(\tilde{v}-\tilde{v})$	$\Delta\tilde{v} - \Delta\tilde{v}$
Multiplicación	$\Delta(\tilde{v}\cdot v)$	$\Delta\tilde{v}\cdot\lvert\tilde{v}\rvert + \lvert\tilde{v}\rvert\cdot\Delta\tilde{v}$
división	$\Delta(\tilde{v}/\tilde{v})$	$\frac{\Delta\tilde{v}\cdot\lvert\tilde{v}\rvert + \lvert\tilde{v}\rvert\cdot\Delta\tilde{v}}{\lvert\tilde{v}\rvert^2}$