Clase 13. Metodos Nomericos.

02-septiembre-2025.

Derivadas numericas.

Serie de Taylor para una funcion.

$h = x_{i+1} - x_i$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)h^2}{2!} + \frac{f^{(3)}(x_i)h^3}{3!} + \dots + \frac{f^{(n)}(x_i)h^n}{n!}$$

Para truncar la funcion.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + R_1$$

$$R_1 = \frac{f^2(\varepsilon)h^2}{2!}$$

$$f(x_{i+1}) + f'(x_i)h + O(h^2) \quad \text{— } ①$$

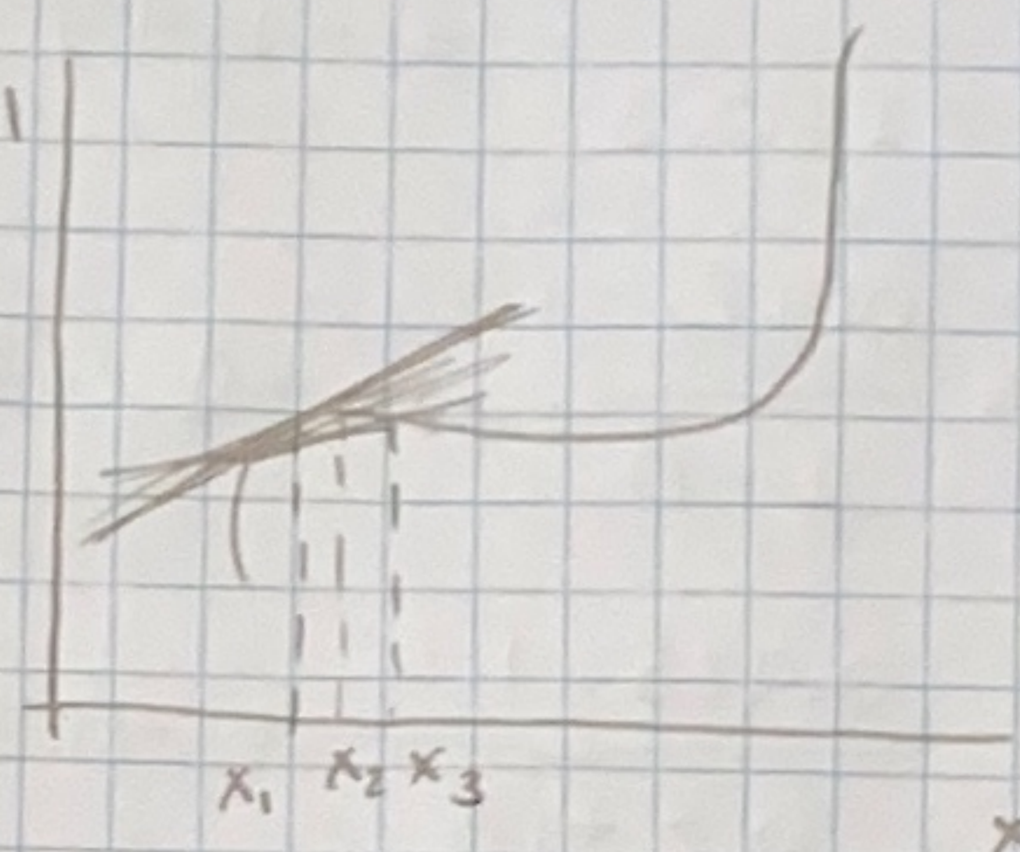
Nuevo tema. Derivadas numericas.

De la ecuacion ①

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + \frac{O(h^2)}{h}$$

Primera diferencia hacia adelante.

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h)}$$



Ahora la serie de taylor para x_{i-1}

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) + O((x_i - x_{i-1})^2)$$

Definicion de h: $x_i - x_{i-1}$

Primera diferencia hacia atras. ②

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} + O(h)}$$

$$R_1 = \frac{f''(\varepsilon)h^2}{2!}$$

Si restamos

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + f'(x_i)(x_i - x_{i-1}) + O((x_{i+1} - x_i)^2) + O((x_i - x_{i-1})^2)$$

$$= f'(x_i)(x_{i+1} - x_{i-1}) + O(h^2) \qquad h = x_{i+1} - x_{i-1}$$

$$\boxed{f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2(x_{i+1} - x_{i-1})} + O(h^2)}$$

Primera diferencia ~~adelante~~ centrada.

Dado los puntos $x = 0, 0.5, 1$ para los que tiene

$f(0) = 1.2$

$f(0.5) = 0.925$

$f(1) = 0.2$

que calcular la derivada de la funcion en $x = 0.5$ usando las 3 aproximacionc por diferencia finita.

x	f'(x) hacia adelante	hacia atras	central	Error relativo cuando $f'(0.5) = -0.9125$ hacia adelante	hacia atras	central
0.5	-1.45	-0.55	-1	-0.58	0.39	-0.095

$$f'(0.5) = \frac{0.2-0.925}{1-0.5} = -1.45$$ adelante

Error

$$\frac{-0.9125+1.45}{-0.9125} = -0.58$$ adelante

$$f'(0.5) = \frac{0.0125-1.2}{1-0} = -1$$ Centrada

$$\frac{-0.9125+0.55}{-0.9125} = 0.39$$ atras

$$f'(0.5) = \frac{0.925-1.2}{0.5+1.0} = -0.55$$ atras

$$\frac{-0.9125+1}{-0.9125} = -0.095$$ central