

Programación básica

Proyecto 1 Órbita de un planeta entorno a una estrella

José Francisco Díaz Moya

Octubre 2018

1 Marco teórico

La dinámica de un planeta moviéndose alrededor de una estrella puede obtenerse a partir de resolver la ecuación :

$$\vec{F} = m_p \vec{a}_p. \quad (1)$$

La fuerza que siente el planeta es la fuerza de atracción gravitacional debido a la presencia de la estrella, dada por:

$$\vec{F} = -\frac{GM_* m_p}{r^3} \vec{r}, \quad (2)$$

donde $G = 4\pi^2 yr^{-2} AU M_\odot^{-1}$ es la constante de Gravitación Universal, en unidades de Masas Solares, unidad astronómica y años. Combinando las ecuaciones 1 y 2 se obtiene la ecuación de movimiento:

$$m_p \ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_* m_p \vec{r}}{r^3}. \quad (3)$$

Nota que \vec{r} es el vector distancia entre la estrella y el planeta y r es su magnitud. Dado que la ecuación 3 es vectorial, podemos separarla en componentes (usaremos coordenadas cartesianas centradas en la estrella) :

$$\ddot{x} = -\frac{GM_* x}{r^3}, \quad (4)$$

$$\ddot{y} = -\frac{GM_* y}{r^3}, \quad (5)$$

$$\ddot{z} = -\frac{GM_* z}{r^3}, \quad (6)$$

y $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Las ecuaciones diferenciales anteriores, de segundo orden, pueden reescribirse de la forma :

$$\dot{v}_x = -\frac{GM_*x}{r^3} \quad (7)$$

$$\dot{x} = v_x \quad (8)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{GM_*y}{r^3} \quad (9)$$

$$\dot{y} = v_y \quad (10)$$

$$\dot{v}_z = -\frac{GM_*z}{r^3} \quad (11)$$

$$\dot{z} = v_z \quad (12)$$

Entonces, resolver la órbita del planeta significa resolver las ecuaciones anteriores, para encontrar $x(t), y(t), z(t)$; en el proceso también se calcula $v_x(t), v_y(t), v_z(t)$. Es decir se calculan las posiciones y las velocidades del planeta a cada paso de tiempo.

El método más sencillo de implementar es el de Euler. Consiste en establecer un conjunto de posiciones (x_0, y_0, z_0) y velocidades iniciales $(v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0})$ a un tiempo inicial t_0 , y actualizarlas a un tiempo posterior t_i para obtener las nuevas posiciones y velocidades en el tiempo i -ésimo, siguiendo la siguiente regla :

$$x_i = x_0 + v_{x_0} * h \quad (13)$$

$$y_i = y_0 + v_{y_0} * h \quad (14)$$

$$z_i = z_0 + v_{z_0} * h \quad (15)$$

$$v_{x,i} = v_{x,0} - h * \frac{GM_*x_0}{r_{t_0}^3} \quad (16)$$

$$v_{y,i} = v_{y,0} - h * \frac{GM_*y_0}{r_{t_0}^3} \quad (17)$$

$$v_{z,i} = v_{z,0} - h * \frac{GM_*z_0}{r_{t_0}^3} \quad (18)$$

$$(19)$$

donde h es el paso de tiempo $h = t_i - t_0$. A cada paso de tiempo se remplazan las posiciones y velocidades iniciales por las nuevas, para poder dar un nuevo paso de tiempo.

Esto es: las coordenadas y las velocidades, al tiempo t_i dependen de las velocidades y las posiciones al tiempo t_0 . Consideramos un paso de tiempo constante y daremos un valor suficientemente pequeño para que la evolución de la órbita sea precisa ($h = 0.001$ cuando la velocidad está dada en AU/yr). Nota que h es un parámetro con el que se deberán hacer pruebas, hasta obtener un buen resultado.

2 Procedimiento

Creamos un programa en c en donde se calcula la posición y la velocidad de cada planeta del sistema solar a partir de un tiempo inicial $t_0=0s$ a un tiempo de evolución $N = x$ cantidad de años dependiendo de el tiempo que tarda cada planeta en completar su órbita, así como la tierra tarda 365 días en completar su órbita y marte 687 días en completar su órbita, etc. El programa inicia con un ciclo for que se va a repetir 9 veces de uno por uno lee la posición inicial, velocidad inicial, tiempo inicial, paso de tiempo, masa solar y tiempo de evolución del primer planeta de un documento de texto llamado Basededatos.txt, después les asigna sus respectivas variables. Luego de asignarles sus variables abrimos otro ciclo for en donde se realizan todos los calculos que nos permiten calcular la posición del planeta en cada paso de tiempo, los resultados los imprime en un archivo de texto distinto llamado de la misma forma que el planeta que se esta analizando.

3 Conclusion

Sin duda alguna este ha sido el programa más elaborado de lo que va del semestre pues no considero que haya sido el programa más complicado que se ha realizado durante tal. Mientras obtenía los primeros datos de los planetas me daba cuenta que el detalle estaba en que cada planeta completa su órbita en tiempos diferentes, para ese entonces no me fue tan sencillo percatarme de ello. La única manera de saber sencillamente si los datos eran correctos era graficando. Lo nuevo fue lograr hacer que el programa lea linea por linea los datos de cada planeta y como mencione antes se logro utilizando un for y dentro de el se leen los datos del primer planeta hasta donde se encuentra su nombre. De esa manera logré que el programa lea linea por linea los datos de los planetas.