

Programacion básica

Proyecto 1. Órbita de un planeta en torno a una estrella

Brayhan Alan Macías Padilla

01 October 2018

En este proyecto se realizo un codigo para calcular la orbita de los planetas del sistema solar alrededor del Sol.

1 Marco Teorico

1. La dinámica de un planeta moviendose alrededor de una estrella puede obtenerse a partir de resolver la ecuación :

$$\vec{F} = m_p \vec{a}_p. \quad (1)$$

La fuerza que siente el planeta es la fuerza de atracción gravitacional debido a la presencia de la estrella, dada por:

$$\vec{F} = -\frac{GM_*m_p}{r^3}\vec{r}, \quad (2)$$

donde $G = 4\pi^2 yr^{-2} AU M_\odot^{-1}$ es la constante de Gravitación Universal, en unidades de Masas Solares, unidad astronomica y años. Combinando las ecuaciones 1 y 2 se obtiene la ecuación de movimiento:

$$m_p \ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_*m_p}{r^3}\vec{r}. \quad (3)$$

Nota que \vec{r} es el vector distancia entre la estrella y el planeta y r es su magnitud. Dado que la ecuación 3 es vectorial, podemos separarla en componentes (usaremos coordenadas cartesianas centradas en la estrella) :

$$\ddot{x} = -\frac{GM_*x}{r^3}, \quad (4)$$

$$\ddot{y} = -\frac{GM_*y}{r^3}, \quad (5)$$

$$\ddot{z} = -\frac{GM_*z}{r^3}, \quad (6)$$

y $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Las ecuaciones diferenciales anteriores, de segundo orden, pueden reescribirse de la forma :

$$\dot{v}_x = -\frac{GM_*x}{r^3} \quad (7)$$

$$\dot{x} = v_x \quad (8)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{GM_*y}{r^3} \quad (9)$$

$$\dot{y} = v_y \quad (10)$$

$$\dot{v}_z = -\frac{GM_*z}{r^3} \quad (11)$$

$$\dot{z} = v_z \quad (12)$$

Entonces, resolver la órbita del planeta significa resolver las ecuaciones anteriores, para encontrar $x(t), y(t), z(t)$; en el proceso también se calcula $v_x(t), v_y(t), v_z(t)$. Es decir se calculan las posiciones y las velocidades del planeta a cada paso de tiempo.

El método más sencillo de implementar es el de Euler. Consiste en establecer un conjunto de posiciones (x_0, y_0, z_0) y velocidades iniciales $(v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0})$ a un tiempo inicial t_0 , y actualizarlas a un tiempo posterior t_i para obtener las nuevas posiciones y velocidades en el tiempo i -ésimo, siguiendo la siguiente regla :

$$x_i = x_0 + v_{x_0} * h \quad (13)$$

$$y_i = y_0 + v_{y_0} * h \quad (14)$$

$$z_i = z_0 + v_{z_0} * h \quad (15)$$

$$v_{x,i} = v_{x,0} - h * \frac{GM_*x_0}{r_{t_0}^3} \quad (16)$$

$$v_{y,i} = v_{y,0} - h * \frac{GM_*y_0}{r_{t_0}^3} \quad (17)$$

$$v_{z,i} = v_{z,0} - h * \frac{GM_*z_0}{r_{t_0}^3} \quad (18)$$

$$(19)$$

donde h es el paso de tiempo $h = t_i - t_0$. A cada paso de tiempo se rempazan las posiciones y velocidades iniciales por las nuevas, para poder dar un nuevo paso de tiempo.

Esto es: las coordenadas y las velocidades, al tiempo t_i dependen de las velocidades y las posiciones al tiempo t_0 . Consideraremos un paso de tiempo constante y daremos un valor suficientemente pequeño para que la evolución de la órbita sea precisa ($h = 0.001$ cuando la velocidad está dada en AU/yr). Nota que h es un parámetro con el que se deberán hacer pruebas, hasta obtener un buen resultado.

2 Código

Se comienza declarando las librerías necesarias. "stdio.h" y "math.h".
Se declara la variables para inicializar el documento del que leerá los valores de velocidades y posiciones iniciales.
Se declaran las variables necesarias para los ciclos For, los nombres de los planeras con los que va a crear los documentos y los valores necesarios para calcular las orbitas.
Se inicializa el programa de donde se van a leer los datos de velocidades y posiciones iniciales (coordenadas_y_velocidades.txt) los cuales se muestran en la figura 1.
Se utiliza un ciclo for para leer y guardar los datos de cada uno de los planetas.
Se leen y guardan los valores del tiempo total de la evolucion, el tamaño del incremento temporal, la masa de la estrella y la masa de cada uno de los planetas, así como el nombre del planeta, con el que posteriormente realizara el documento de salida para cada uno de los planetas. Se leen también las velocidades y posiciones iniciales de cada planeta.
Se declara la variable para poder crear el documento de escritura.
Se utiliza un contador para imprimir determinada cantidad de datos sin perder precisión.
Se declara la constante universal de gravitación $G = 4\pi^2$
Las unidades que se dan en las velocidades iniciales están en AU/día, y la constante de gravitación está en unidades de AU/año, así que multiplicamos las velocidades por el equivalente a 1 año en días, es decir, multiplicamos V_{x0} , V_{y0} y V_{z0} por 365.
Se utiliza un ciclo for para realizar los cálculos y cada nuevo valor obtenido se use como las nuevas condiciones para evaluar las siguientes posiciones y velocidades.
Se utiliza un if para solo imprimir datos que sean múltiplos de 10, es decir, se imprime uno de cada diez datos.
Se utilizan las siguientes ecuaciones para calcular posiciones y velocidades en el tiempo i :

$$X_i = X_0 + (V_{x0} \times h) \quad (20)$$

$$Yi = Y0 + (Vy0 \times h) \quad (21)$$

$$Zi = Z0 + (Vz0 \times h) \quad (22)$$

$$r = \sqrt{X0^2 + Y0^2 + Z0^2} \quad (23)$$

$$Vxi = Vx0 - h \times \frac{(G \times M \times X0)}{r^3} \quad (24)$$

$$Vyi = Vy0 - h \times \frac{(G \times M \times Y0)}{r^3} \quad (25)$$

$$Vzi = Vz0 - h \times \frac{(G \times M \times Z0)}{r^3} \quad (26)$$

Se declara que cada resultado se usara nuevamente para calcular las siguientes posiciones y velocidades.

J2000.0 | 17.142 97 | 110.2894 | 224.1250 | 39.698 62 | 0.003 940 405 | 0.253 3034 | 246.881 49

HELIOCENTRIC COORDINATES AND VELOCITY COMPONENTS
REFERRED TO THE MEAN EQUATOR AND EQUINOX OF J2000.0

	x	y	z	\dot{x}	\dot{y}	\dot{z}
MERCURY						
3400.5	+ 0.050 8011	- 0.401 1642	- 0.219 5576	+0.022 318 75	+0.004 855 53	+0.000 279 24
3600.5	+ 0.350 5095	+ 0.026 3391	- 0.022 2775	-0.006 660 05	+0.025 747 34	+0.014 444 11
VENUS						
3400.5	+ 0.065 5112	- 0.658 9741	- 0.300 6194	+0.020 008 33	+0.002 054 77	-0.000 341 78
3600.5	- 0.405 5750	- 0.556 6662	- 0.224 7787	+0.016 617 54	-0.010 033 06	-0.005 565 54
EARTH*						
3400.5	- 0.634 9052	+ 0.691 0548	+ 0.299 5998	-0.013 434 43	-0.010 232 23	-0.004 436 07
3600.5	+ 0.830 0348	- 0.531 5723	- 0.230 4572	+0.009 567 03	+0.012 884 96	+0.005 586 11
MARS						
3400.5	- 0.832 6456	- 1.178 2356	- 0.517 9253	+0.012 276 03	-0.005 700 21	-0.002 946 25
3600.5	+ 1.384 5017	- 0.074 2960	- 0.071 4886	+0.001 509 93	+0.013 794 28	+0.006 286 26
JUPITER						
3400.5	- 5.385 202	- 0.840 171	- 0.229 015	+0.001 099 944	-0.006 518 169	-0.002 820 667
3600.5	- 4.972 632	- 2.097 550	- 0.778 010	+0.003 001 098	-0.005 978 895	-0.002 635 800
SATURN						
3400.5	- 3.743 403	+ 7.568 504	+ 3.287 166	-0.005 379 637	-0.002 232 371	-0.000 690 547
3600.5	- 4.786 640	+ 7.063 202	+ 3.123 356	-0.005 039 375	-0.002 813 054	-0.000 944 995
URANUS						
3400.5	+18.381 75	- 7.257 98	- 3.438 75	+0.001 544 588	+0.003 135 267	+0.001 351 424
3600.5	+18.677 30	- 6.625 73	- 3.166 00	+0.001 410 659	+0.003 186 556	+0.001 375 761
NEPTUNE						
3400.5	+21.253 32	-19.490 23	- 8.506 58	+0.002 199 232	+0.002 084 787	+0.000 798 469
3600.5	+21.688 70	-19.069 02	- 8.345 03	+0.002 154 366	+0.002 127 234	+0.000 816 972
PLUTO						
3400.5	- 4.112 18	-29.568 80	- 7.989 70	+0.003 169 840	-0.000 584 314	-0.001 138 225
3600.5	- 3.477 24	-29.679 71	- 8.215 73	+0.003 179 375	-0.000 524 679	-0.001 121 897

*Values labelled for the Earth are actually for the Earth/Moon barycenter (see note on page E2).
Distances are in astronomical units. Velocity components are in astronomical units per day.

Figure 1: **Valores iniciales de velocidad y posición**

En las siguientes imagenes se muestran las trayectorias de cada uno de los planetas.

- Trayectoria de Mercurio
- Trayectoria de Venus
- Trayectoria de Tierra
- Trayectoria de Marte
- Trayectorias de Mercurio, Venus, Tierra y Marte

- Trayectoria de Jupiter
- Trayectoria de Saturno
- Trayectoria de Urano
- Trayectoria de Neptuno
- Trayectoria de Pluton
- Trayectorias de Jupiter, Saturno, Urano, Neptuno y Pluton

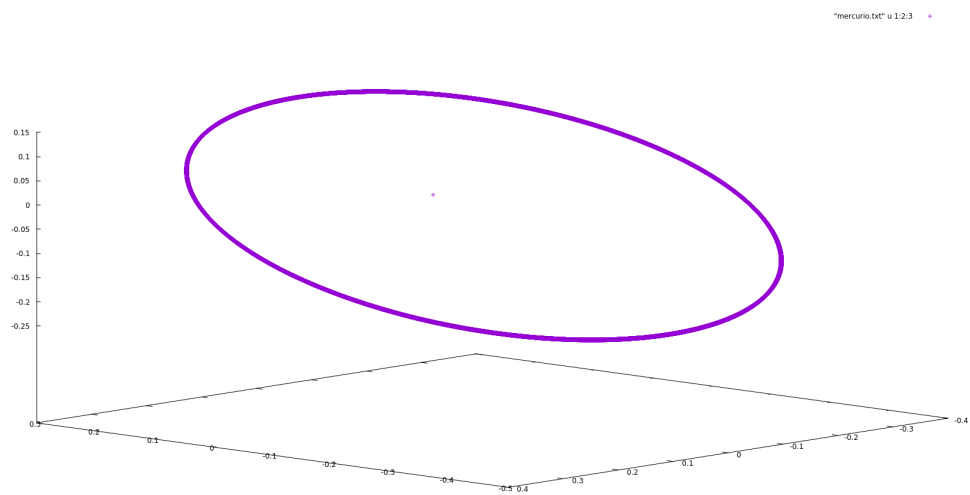


Figure 2: **Representación orbita de Mercurio.**

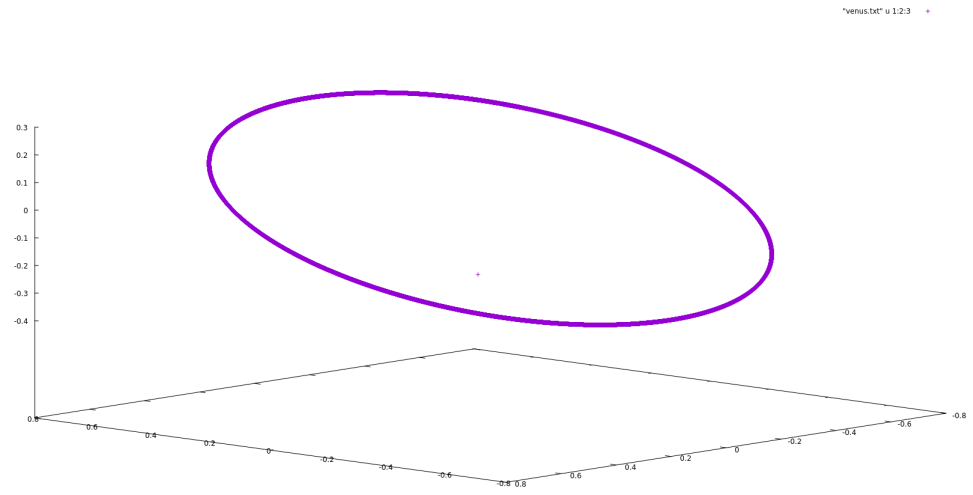


Figure 3: Representación orbita de Venus.

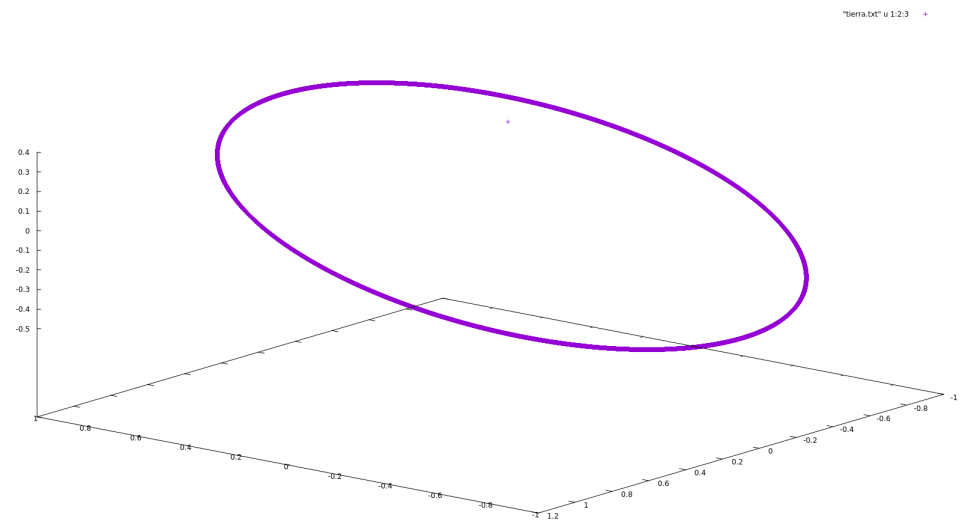


Figure 4: Representación orbita del planeta Tierra.

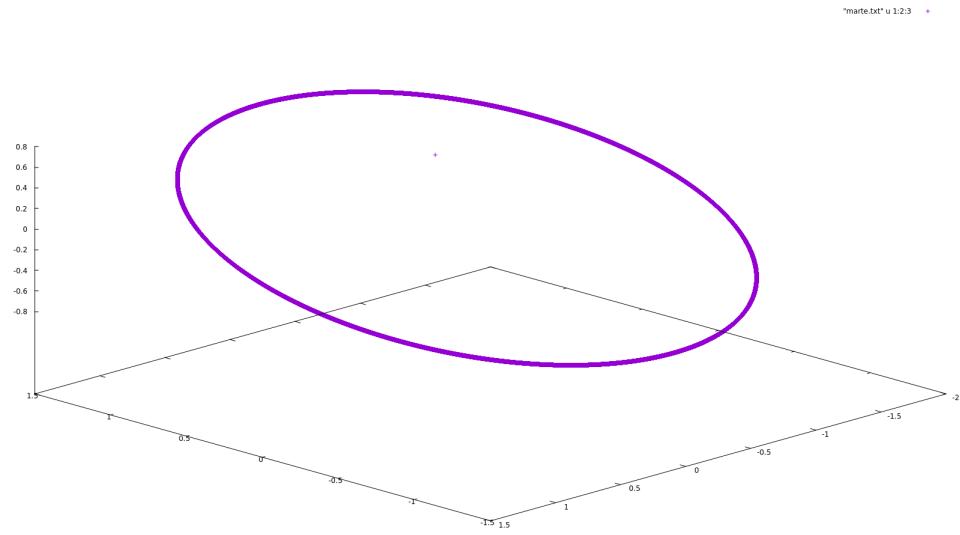


Figure 5: Representación orbita de Marte.

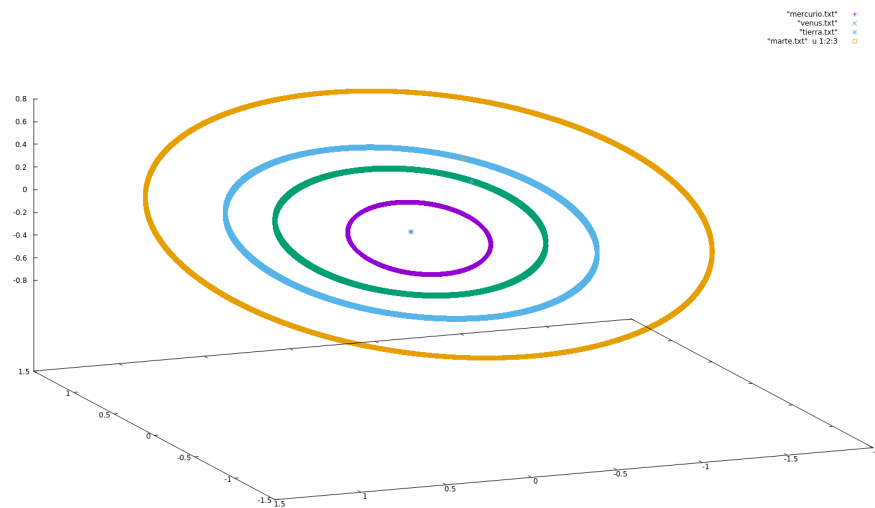


Figure 6: Representación orbitas de Mercurio, Venus, Tierra y Marte.

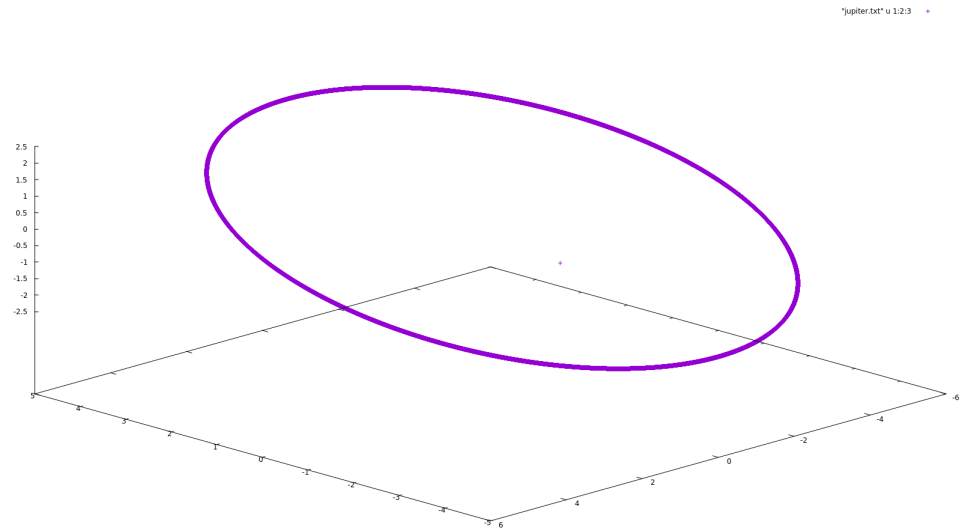


Figure 7: **Representación orbita de Jupiter.**

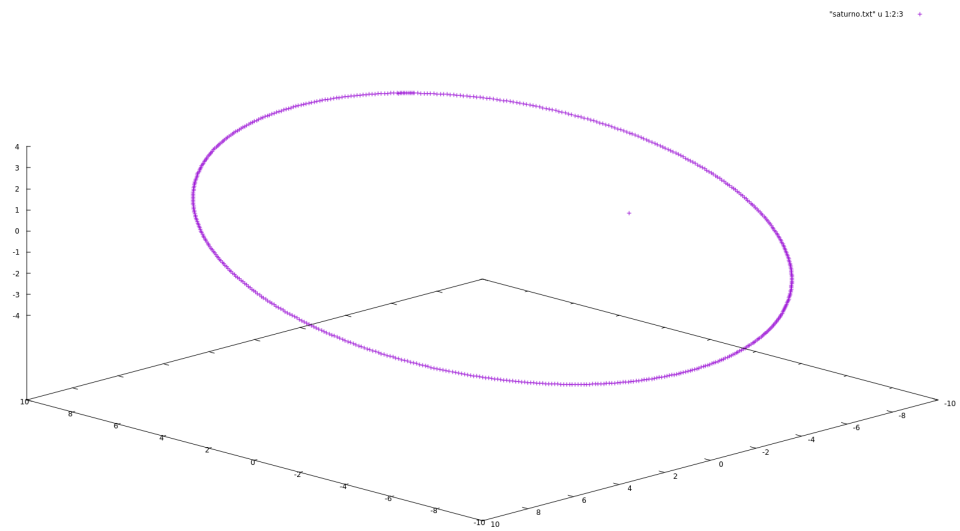


Figure 8: **Representación orbita de Saturno**

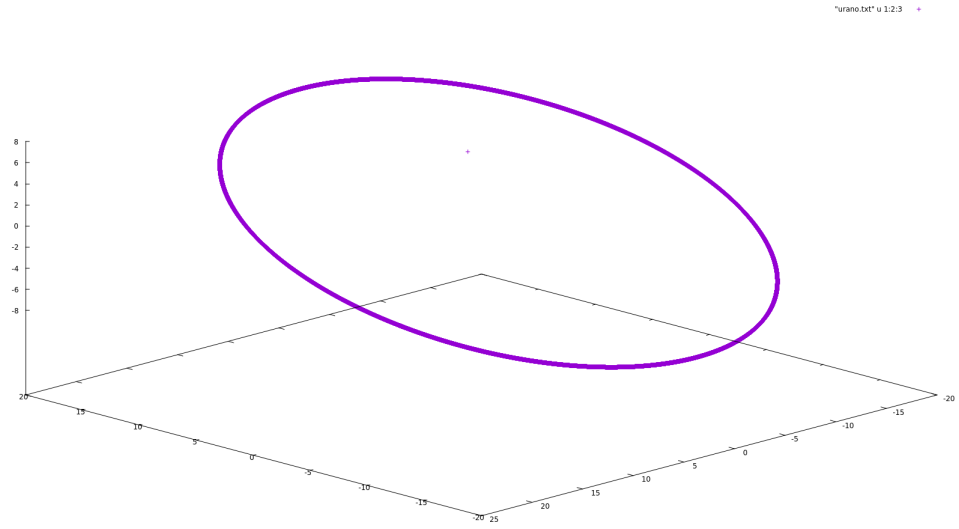


Figure 9: **Representación** orbita de Urano

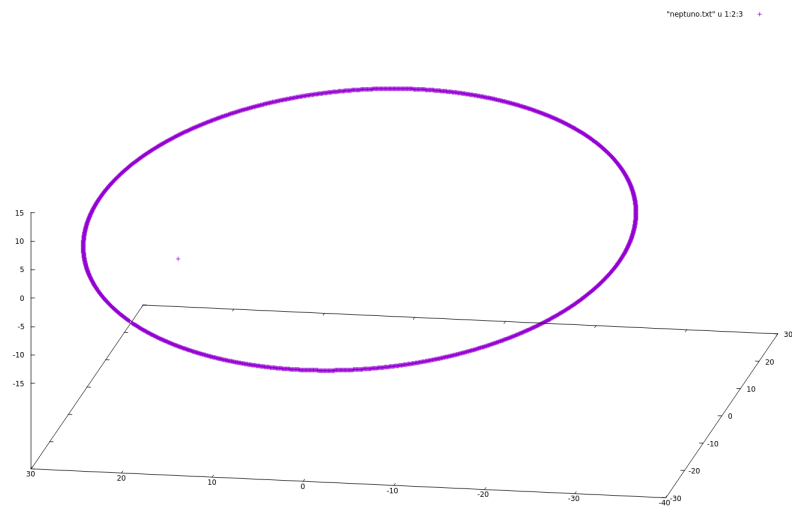


Figure 10: **Representación** orbita de Neptuno

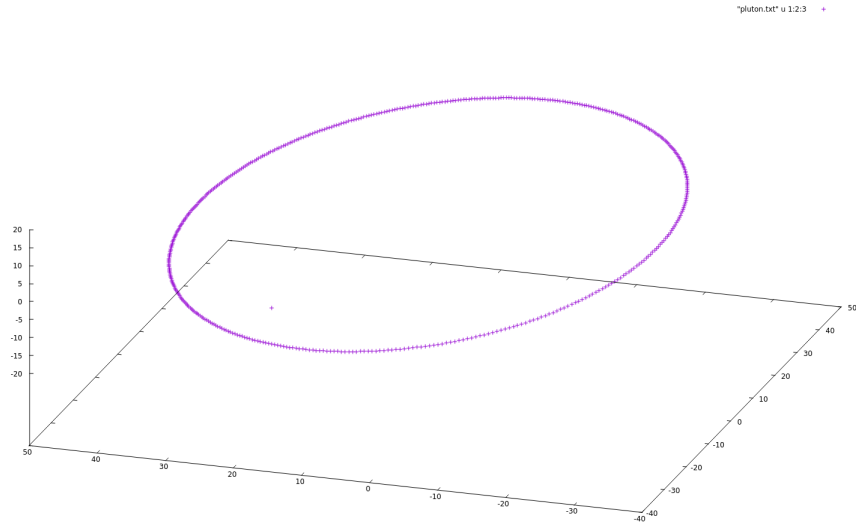


Figure 11: Representación orbita de Pluton

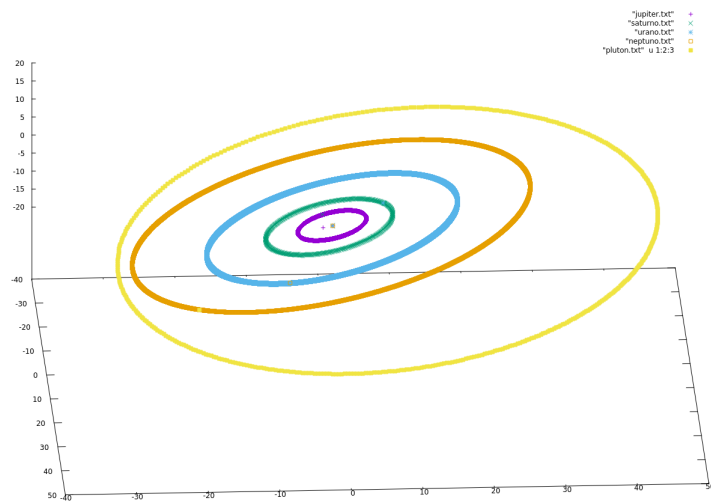


Figure 12: Órbitas Jupiter, Saturno, Urano, Neptuno y Pluton