

Función de correlación de 2 puntos para un distribución de puntos en 3 dimensiones

Jesus Antonio Sanchez Garcia
Víctor Daniel Mendoza Murillo

Programación Básica
Universidad de Guanajuato - DCI
Dra. Alma Gonzales

10 de diciembre de 2018

Resumen

Se creó un programa para calcular la función correlación de una serie de puntos en coordenadas X, Y, y Z. El usuario puede elegir entre 2 estimadores para calcular correlación: un estimador simple y el estimador Landy-Szalay.

1. Introducción

El uso de funciones de correlación tiene diferentes áreas de aplicación, entre ellas se encuentra la estadística, la economía y la astronomía, en la cual en los últimos años ha sido utilizado como herramienta para estudiar datos observacionales. En este caso haremos una comparación entre una distribución de puntos y una distribución aleatoria. Si es aleatoria la distribución de puntos será 0, pero si la distribución de puntos tiene cierta estructura será distinta de 0.

2. Teoría

Para calcular la función correlación de 2 puntos usamos los siguientes estimadores, los cuales nos fueron brindados por la profesora. Un estimador simple y el estimador de Landy-Szalay (el cuál es principalmente usado en sondeos de galaxias).

Estimador simple:

$$\xi(r) = \frac{n_R}{n_D} \frac{DD}{RR} - 1 \quad (1)$$

Estimador de Landy-Szalay:

$$\xi(r) = \frac{(DD/n_D - 2DR/n_{DR} - RR/n_R)}{RR/n_R} \quad (2)$$

Donde $r = \sqrt{r_2^2 + r_1^2}$ es la distancia entre dos puntos; DD es el número de pares separados a una distancia r en el archivo de datos, DR es el número de pares separados a una distancia r para el archivo de datos y el archivo que contiene puntos distribuidos aleatoriamente, como si fueran un solo conjunto de datos, y RR es el número de pares separados a una distancia r para el archivo de puntos aleatorios. n_R y n_D son el número de pares totales en el archivo de aleatorios y el archivo de datos. DD, DR, RR son histogramas, por lo que debemos definir un intervalo de distancias r , tamaño de bin, para construir dichos histogramas.

3. Aplicaciones de la función correlación

3.1. Construcción de Kadanoff

Una de las aplicaciones de la función correlación la podemos encontrar en la física estadística, más en concreto en las construcciones de Kadanoff. Una construcción de Kadanoff es una imagen física que provee una base conceptual de un comportamiento escalado. Aquí se usa la función correlación para medir las fluctuaciones cerca del punto crítico en este tipo de imágenes.

3.2. Astronomía

Debido a los avances tecnológicos han aumentado los datos observacionales que se obtienen en la astronomía, por lo tanto, un incremento de los límites que las simulaciones numéricas pueden alcanzar. Es por esto que fue necesario recurrir a diversas herramientas para estudiar estos nuevos datos. Una de estas es la función correlación $(\xi(r))$.

Ésta es una herramienta estadística que ayuda a estudiar el clustering de galaxias (u objetos de la muestra); donde el clustering es la tendencia que tienen las galaxias a formar grupos.

La función correlación mide el exceso de probabilidad de encontrar una galaxia a una distancia r de otra galaxia arbitraria en un elemento de volumen δV

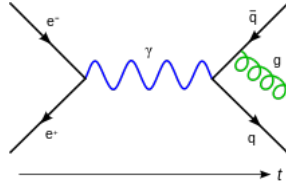
3.3. Mecánica estadística

En mecánica estadística, la función de correlación es una medida del orden en un sistema, como se caracteriza por una función de correlación matemática. Las funciones de correlación describen cómo se relacionan las variables microscópicas, como el giro y la densidad, en diferentes posiciones. Más específicamente, las funciones de correlación cuantifican cómo las variables microscópicas varían entre sí en promedio en el espacio y el tiempo. Un ejemplo clásico de tales correlaciones espaciales es en los materiales ferro y antiferromagnéticos, donde los giros prefieren alinearse en paralelo y antiparalelo con sus vecinos más cercanos, respectivamente. La correlación espacial entre los espines en dichos materiales se muestra en la figura de la derecha.

3.4. Teoría cuántica de campos

En la teoría cuántica de campos, la función de correlación de n puntos de (espacio real) se define como el promedio funcional (valor de expectativa funcional) de un producto de operadores de campo n en diferentes posiciones.

La función de correlación puede interpretarse físicamente como la amplitud para la propagación de una partícula o excitación entre y y x . En la teoría libre, es simplemente el propagador de Feynman (para $n = 2$)



3.5. Análisis financiero

En el mundo de las finanzas se usa la función correlación como una medida estadística que nos muestra el grado de relación entre dos activos y cuyo valor se encuentra en el intervalo entre 1 y -1. Cuando hablamos de valores o activos financieros, el coeficiente de correlación, representa el grado de relación entre los movimientos de los precios de los diferentes activos incluidos en la cartera. Si su valor es 1, significa que los precios se mueven a la par (una modificación en el precio de un activo implica otra del mismo sentido en el precio del otro), una correlación de -1 significa que los precios se mueven en direcciones opuestas. Si su valor es cero significa que los precios se encuentran linealmente incorrelacionados (aunque puede existir otro tipo de correlación entre ellas), es decir, el movimiento del precio de un activo no tiene efecto sobre el movimiento del precio de otro activo.

4. Código

Para la realización del proyecto se crearon distintos programas

4.1. aleatorio.c

Con este programa se generan los archivos `RR.txt` y `DD.txt`, los cuales contienen una matriz cada uno de 3 columnas y 10 filas de puntos con valores aleatorios. Estos archivos fueron utilizados para las pruebas.

4.2. diezpuntos.c

Este fué el programa de prueba. Se leen 2 matrices de 10 puntos cada una (`RR` y `DD`) para después calcular r . Teniendo estos datos se calcula la función correlación usando el estimador simple.

4.3. `corrmedia.c`

Este es el programa completo que sirve para los archivos de prueba `med.dat` y `small.dat` proporcionados por la profesora.

4.4. `main.c`

Esste es el programa final que sirve para cualquier matriz de 3 columnas. Este calcula el r y con ello la función correlación de los puntos dados en un par de archivos con un formato de n lineas y 3 columnas.

5. Resultados

Se logró realizar el programa que calcula la función correlación. El programa calcula la distancia entre los 2 puntos (r) y en conjunto con los datos de DD y RR se calcula la función correlación.

6. Referencias

- <http://www.astro.puc.cl/~npadilla/fia3009/trabajos/Andrea.pdf>
- <http://www.phys.lsu.edu/~jarrell/COURSES/SOLID-STATE/Chap8/Ising/2-4-Vlad-D-Kadanoff.pdf>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Correlation-function-\(statistical-mechanics\)Time-evolution-of-correlation-functions](https://en.wikipedia.org/wiki/Correlation-function-(statistical-mechanics)Time-evolution-of-correlation-functions)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Correlation-function-\(quantum-field-theory\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Correlation-function-(quantum-field-theory))
- <https://ambito-financiero.com/correlacion-diversificacion-carteras-inversion/>