

Programación básica

Proyecto Final: Simulación de la colisión entre galaxias

Barco Gabriel Missael, Díaz Moya José Francisco
Macías Padilla Brayhan Alan, Segura Gómez Guillermo

09 de Diciembre de 2018

1. Introducción

La humanidad ha observado desde tiempos muy remotos el universo, nuestros antepasados se han maravillado generación tras generación con lo hermoso que es el cosmos. Vivimos en uno de los millones de planetas, que está orbitando una de las millones de estrellas, que a su vez se encuentra en una de las millones de galaxias. En cierto sentido, podríamos parecer insignificantes, estamos condenados solamente a observar, nuestra tecnología no nos alcanza para mas, y es cada vez mas evidente que las leyes del espacio nos impiden ir mas allá de donde nuestra imaginación lo permite. Pero aun así, el observar es brutalmente hermoso, citando una frase del divulgador científico español Martí Montferrer, *Lo que nos hace grandes es el hecho de que podamos ver lo pequeños que somos*, y es cierto, en nuestra insignificancia, estamos desentrañando los secretos que esconde el universo. Las galaxias, acumulaciones masivas de estrellas, cuerpos colosales que cada día nos maravillan mas; es increíble como somos insignificantes en el plano de una galaxia, y uno de los fenómenos mas increíbles que existen en el universo, es una colisión de dos de estos monstruos. En este proyecto, haremos una simulación de la colisión de dos galaxias utilizando nuestros conocimientos desarrollados durante el curso.

2. Marco Teórico

Para la implementación de este proyecto, se tomará cada galaxia como conjuntos de puntos homogéneos distribuidos en una esfera, por lo tanto se tiene la colisión de dos esferas de n -puntos, o n -cuerpos, en donde cada cuerpo correspondería a una estrella, y están separadas por una distancia, y cada partícula tiene una velocidad inicial. Cabe aclarar que cada estrella tiene la misma masa, todos los puntos son iguales. Para la solución matemática, se sabe que cada partícula j -ésima se moverá de acuerdo a la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m_p \vec{a}_j \quad (1)$$

donde m_p es la masa de una partícula, o una estrella, \vec{a}_j es la aceleración, y \vec{F} es la fuerza neta que siente la partícula. La fuerza neta que siente una partícula debido a la presencia de todas las demás es igual a la suma de la fuerza debida a cada una:

$$\vec{F} = \sum_{i \neq j}^N \vec{f}_{ij} \quad (2)$$

donde f_{ij} es la fuerza que siente la partícula j -ésima debido a la partícula i -ésima. Cabe aclarar que la suma es sobre todas las partículas, excepto aquella para cual se esta calculando la fuerza neta que se siente.

Ahora, si consideramos que la fuerza gravitacional que sienten dos partículas de masa m_p es igual a:

$$\vec{f}_{ij} = -\frac{Gm_p m_p}{r^3} \vec{r}_{ij} \quad (3)$$

en donde $G = 43000$ es la constante de gravitación universal, las unidades que se van a manejar en este proyecto son para la distancia el kilo pársec kpc , para la velocidad km/s , para la masa se utiliza como unidad 10^{10} masas solares y para el tiempo se utilizan Giga años, por lo que la constante de gravitación universal se encuentra en dichas unidades.

Si combinamos la ecuación 1, y la ecuación 3, obtenemos la siguiente expresión:

$$m_p \ddot{\vec{r}}_i = - \sum_{i \neq j}^N \frac{Gm_p m_p \vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \quad (4)$$

Para resolver la ecuación de movimiento 4, considerando que es una ecuación vectorial, podemos separarla en componentes:

$$\ddot{x}_i = F_x$$

$$\ddot{y}_i = F_y$$

$$\ddot{z}_i = F_z$$

Las ecuaciones anteriores, son ecuaciones diferenciales, y se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$\dot{v}_{x,i} = F_x$$

$$\dot{x}_i = v_{x,i}$$

$$\dot{v}_{y,i} = F_y$$

$$\dot{y}_i = v_{y,i}$$

$$\dot{v}_{z,i} = F_z$$

$$\dot{z}_i = v_{z,i}$$

Para resolver la dinámica de las partículas, se tienen que resolver las ecuaciones anteriores para encontrar $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$. Durante el proceso también se calcula $v_{x,i}(t)$, $v_{y,i}(t)$, $v_{z,i}(t)$. Esto se hace para todas las partículas, en otras palabras, se calculan las posiciones y velocidades de todas las "estrellas" a cada paso de tiempo.

El método óptimo para resolver estas ecuaciones es el método Leap-frog, que consiste en establecer un conjunto de posiciones (x_i, y_i, z_i) y velocidades $(v_{x,i}, v_{y,i}, v_{z,i})$ iniciales, a un tiempo inicial t , y actualizarlas a un tiempo posterior $t+h$ para obtener las nuevas posiciones y velocidades en el tiempo $t = t + h$, siguiendo la siguiente regla:

$$x_i(t+h) = x_i(t) + h * v_{x,i}(t) + 1/2 * F_x * h^2 \quad (5)$$

$$v_{x,i}(t+h) = v_{x,i}(t) + 1/2 * (F_x(t) + F_x(t+h)) * h \quad (6)$$

donde h es el paso del tiempo. A cada paso de tiempo se reemplazan las posiciones y velocidades iniciales por las nuevas, para poder dar un nuevo paso del tiempo. La regla esta escrita en función de x , pero se aplica de forma similar para y y z . El paso del tiempo h se toma como un valor constante, y se le da un valor suficientemente pequeño para que la evolución de las partículas sea precisa.

3. Código

3.1. Programa en C

La parte en código C es la implementación del método de Leap-Frog, todos los cálculos se realizan en esta parte.

Lo primero a considerar del programa es el hecho de que trabaja utilizando una librería para declarar las funciones. En la librería llamada *galaxia.h*, se incluyen todas las funciones utilizadas por el programa. A continuación se explica cada una de las funciones que se encuentran en el archivo llamado *funciones.c*:

- **Imprime** es una función de tipo con entrada y sin salida. Lo que hace esta función es imprimir la matriz a la pantalla.
- **Crea** es una función de tipo con entrada y con salida. Lo que hace esta función es crear números aleatorios positivos o negativos, delimitándolos hasta un valor M , para esto se utiliza el comando *rand*, el problema es que *rand* únicamente te da números positivos, por lo que se tienen que convertir a negativos los valores pares y así tener números positivos y negativos.
- **Esfera** es una función de tipo con entrada y con salida. La función crea esferas de radio r con n puntos, con un desplazamiento t en el eje x , y una velocidad máxima v . Para crear las esferas se utiliza una matriz de dos dimensiones (i, j) , en la que i es igual al número de puntos n y j es igual a 6, esto porque para cada punto se tiene una posición y una velocidad diferentes, y tres lugares de j en la matriz son para las posiciones x_i, y_i, z_i y los otros tres para las velocidades $v_{x,i}, v_{y,i}, v_{z,i}$. Como se tienen que encontrar valores aleatorios, se utiliza la función **crea**, y se generan valores hasta un radio máximo y una velocidad máxima. Cuando se tiene el punto junto con la velocidad, se checa si el punto se encuentra dentro de la esfera, esto se hace comparando el radio de la esfera con el valor de la magnitud del vector posición, si $r < |\vec{R}|$ entonces el punto se encuentra fuera de la esfera y se reinicia el contador para que genere otro punto diferente. Una vez que se tiene el punto, se desplaza una distancia t en el eje x y se calculan las velocidades relativas en x y en y .
- **Archivo** es una función de tipo con entrada y sin salida. La función guarda los puntos de las dos esferas en un archivo. Los archivos que se crean son de la forma *numero.txt*, en donde *numero* es el número de iteración que representa. Se imprimen 6 columnas, las primeras 3 son las posiciones, y las siguientes 3 son las velocidades. Se imprimen los primeros n puntos de la primera esfera e inmediatamente después se imprimen los siguientes N puntos de la segunda esfera.
- **Fuerza** es una función de tipo con entrada y con salida. Lo que hace la función es calcular la fuerza neta actuante en x, y, z de una partícula. La fuerza se calcula utilizando la ecuación 4, mediante ciclos, ya que una sumatoria se implementa de manera iterativa, se considera $m_p = 1$ ya que estamos considerando partículas iguales al sol, por lo tanto la masa tiene un valor de 1. Se calculan los valores de las dos esferas. Los valores se guardan en una matriz en los lugares de j 6, 7, 8, ya que la matriz global que estamos utilizando es de 9 lugares en la dimensión j , los primeros tres para las posiciones, los siguientes tres para las velocidades y los últimos tres para las fuerzas de cada partícula.

Una vez que sabemos que es lo que hace cada función, pasemos al grueso del programa que está en el archivo llamado *main.c*. Lo primero que se hace es declarar las variables que se van a utilizar, los números de partículas en cada esfera n, N , los radios de cada esfera r_1, r_2 , la distancia que separa las esferas R , la velocidad máxima vo , el paso del tiempo h , el tiempo total T y algunas variables auxiliares para los cálculos pos, rel_x, rel_y . También se declara una variable llamada *gen*, la cual nos indica si nosotros tenemos que generar las esferas, o las esferas ya están, y solo tenemos que leer los datos. Después se leen las condiciones iniciales de un archivo llamado *inicio.txt*, y se asignan a las variables anteriores. Se declaran cuatro matrices, dos para cada esfera, una para las condiciones actuales y otra para las condiciones anteriores (*es1, es2, nes1, nes2*). Las matrices que se utilizan son de dos dimensiones, cada matriz es de tamaño n o N , (según sea el caso),

en su lado i , en donde cada una de las columnas representa una partícula, y de tamaño 9 en su lado j , esto porque en los primeros tres lugares de j se utilizan para las posiciones (x, y, z) , los siguientes tres para las velocidades (v_x, v_y, v_z) y los últimos tres para las fuerzas (F_x, F_y, F_z) de cada partícula. Las matrices se verían como se muestra a continuación:

$$\begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_n \\ y_0 & y_1 & \cdots & y_n \\ z_0 & z_1 & \cdots & z_n \\ v_{x,0} & v_{x,1} & \cdots & v_{x,n} \\ v_{y,0} & v_{y,1} & \cdots & v_{y,n} \\ v_{z,0} & v_{z,1} & \cdots & v_{z,n} \\ Fx_0 & Fx_1 & \cdots & Fx_n \\ Fy_0 & Fy_1 & \cdots & Fy_n \\ Fz_0 & Fz_1 & \cdots & Fz_n \end{pmatrix}$$

en donde cada columna i , representa una partícula, y los valores de las filas j , representan los parámetros a calcular.

Se utiliza un condicional y la variable *gen* para determinar si nosotros generamos las esferas o solo las leemos. En el caso en el que nosotros tengamos que generarlas, llamamos a la función **esfera**. Después de tener inicializadas las posiciones y velocidades iniciales, se inicializa la fuerza de las esferas utilizando la función **fuerza**.

Una vez que se tienen las esferas inicializadas, se prosigue a hacer el cálculo implementando el metodo Leap-frog, y se resuelve de manera iterativa las ecuaciones 5 y 6, tomando como h cada paso en el tiempo, y T el tiempo máximo. Con cada iteración se van reescribiendo las matrices *nes1* y *nes2* que guardan las posiciones y velocidades nuevas, y para las posiciones y velocidades anteriores se utilizan *es1* y *es2*. Con cada iteración se llama a la función **archivo** que imprime los resultados.

3.2. Programa en Python

La parte en código Python corresponde a la graficación de los resultados, la materialización de los datos en imágenes para posteriormente tener la evolución del evento.

Se programa en Jupyter. Lo primero que se hace es declarar las librerías que se utilizaran en el programa. Después se carga el tamaño de las esferas, se lee un documento que indica la cantidad de partículas n que contiene cada una y el numero de archivos que se hicieron. El programa limita la cantidad de archivos a graficar, pues si se hicieran todos serian demasiados; esto se logra determinando el numero de gráficas que se desean y calculando un espaciado p entre los archivos totales para así tener únicamente los resultados que se quieren.

Para realizar las gráficas se utiliza un ciclo *for* que va desde 0 hasta la cantidad de archivos totales, dando saltos de p en p . Se utiliza la función *zfill* para mediante el uso de una variable tipo *string* poder leer los archivos. Los datos se dividen, ya que en un solo archivo se encuentra la información de las dos esferas, por lo tanto, se tienen que separar en dos matrices. Se marcan los limites de las gráficas y se grafican las dos esferas. Cada archivo es un paso en el tiempo h por lo que si juntamos todas las gráficas obtendremos un vídeo de como evoluciona el evento en el tiempo.

4. Resultados

Para la presentación de los resultados se hicieron un total de tres simulaciones, tres casos diferentes de colisiones entre galaxias utilizando el programa completo, la parte en C para los cálculos y la parte python para las gráficas.

4.1. Primera simulación

Para la primera simulación tenemos dos esferas de 200 y 250 puntos, la primera con un radio de 100 *kpc* y la segunda con 120 *kpc* respectivamente. La separación entre las dos galaxias es de 650 *kpc*, la velocidad inicial máxima de cada esfera es de 70 *km/s*, el tiempo de análisis es de 55 Giga años, y el paso del tiempo *h* es de 0.03 Giga años. Las condiciones iniciales se pueden observar en la figura 1.

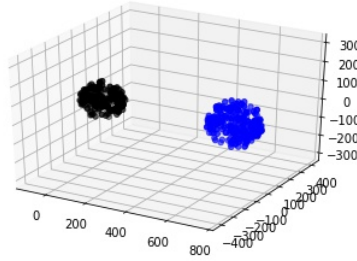


Figura 1: Condiciones iniciales de la primera simulación

Cuando se corre la simulación, la mayoría de las partículas de cada esfera se aglomeran en un punto central debido a la fuerza gravitacional que tienen unas con otras, sin embargo, algunas otras reciben un empuje hacia afuera del conglomerado pues todas las "estrellas" tienen velocidades diferentes, como se observa en la figura 2. Cuando la mayor parte de las partículas se agrupan, estas ejercen una fuerza gravitacional sobre la otra galaxia, por lo que ambas esferas tienden a colisionar entre ellas.

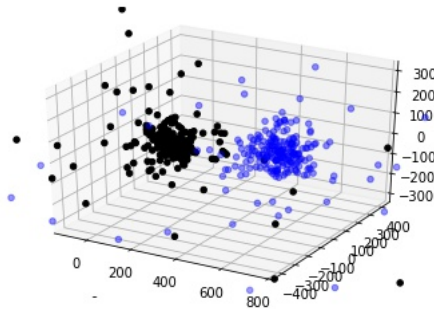


Figura 2: Trigésima gráfica

En la figura 2 se puede observar como poco a poco las galaxias se van acercando para posteriormente colisionar. Si avanzamos mas en el tiempo podemos percatarnos de como sucede la colisión, las partículas de las dos galaxias se juntan violentamente y la mayoría se dispersa debido a la fuerza del evento, como se observa a continuación:

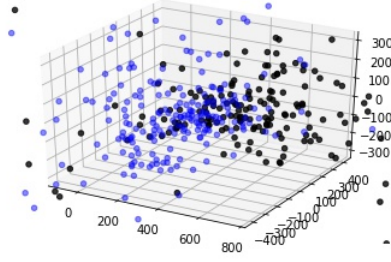


Figura 3: Septuagésima gráfica

Sin embargo, si seguimos avanzando en el tiempo, las partículas que quedan en el centro poco a poco comienzan a orbitarse debido a la fuerza gravitacional, como se observa en la figura 4, y gradualmente van atrayendo a las demás que se encuentran dispersas por el espacio.

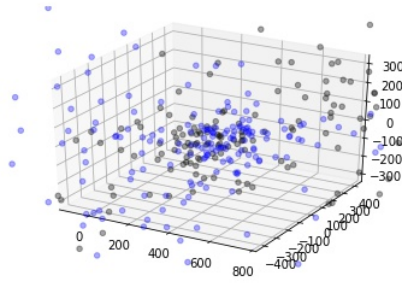


Figura 4: Centésima gráfica

La atracción continua hasta que finalmente se forma un solo conglomerado de partículas, una nueva galaxia, aunque también es cierto que se observa mucha dispersión, pues muchas de las partículas salieron disparadas violentamente y la fuerza gravitatoria de la nueva galaxia no es lo suficiente en esos puntos como para ejercer una fuerza de atracción considerable.

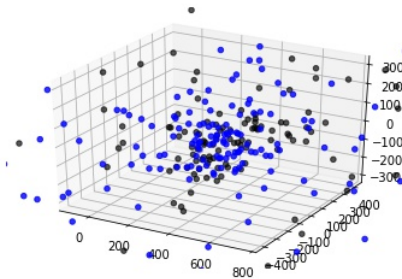


Figura 5: Gráfica final

4.2. Segunda simulación

La segunda simulación prácticamente tiene las mismas esferas, las condiciones iniciales son casi idénticas, lo único que cambia es la velocidad relativa en y , ya que en la primera simulación, las velocidades relativas en los ejes eran de 0, y en esta ocasión el valor de parámetro cambia y toma un valor de -44 km/s . Esto se hace con el fin de que se logre apreciar de una manera mas clara el como se orbitan las galaxias, ese movimiento circular.

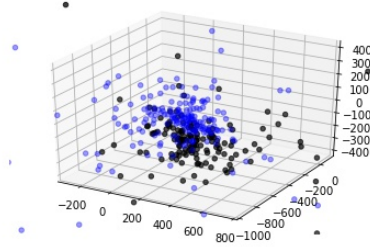


Figura 6: Nonagésima gráfica

La figura 6 es la nonagésima gráfica, se observa como poco a poco las galaxias se distribuyen de manera que comienzan a orbitar. Con el paso del tiempo, poco a poco todas las partículas comienzan a tomar el mismo camino, y se empiezan a desplazar todas juntas, comportándose mas como una sola unidad que como partículas independientes, como se observa en la figura 7.

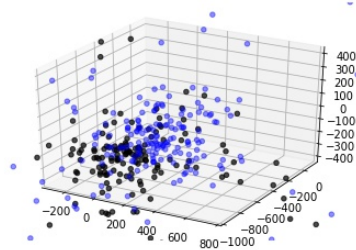


Figura 7: Centésima vigésima gráfica

Finalmente, tenemos el nacimiento de una nueva galaxia gracias a la colisión de dos de ellas, existe mucha dispersión entre sus partículas, pero su esencia se puede observar bien.

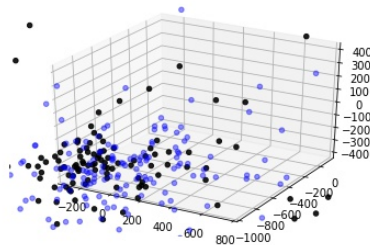


Figura 8: Gráfica final

4.3. Tercera simulación

La tercera simulación no es una colisión entre galaxias, es una interacción entre tres partículas, esto con el fin de demostrar como se ven afectados dichos cuerpos por la fuerza gravitacional que existe entre ellos.

Como condición inicial se tienen las partículas separadas, cada una con una velocidad diferente como se muestra en la figura 9:

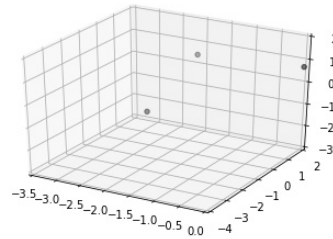


Figura 9: Tercera simulación, condición inicial

Las partículas poco a poco se van acercando y van interactuando entre si, orbitándose por unos pequeños instantes, como se observa en la parte superior de la figura 10. El hecho de que existan tres partículas, afecta considerablemente al sistema, pues la fuerza que genera una tercera puede destruir un sistema binario, como se observa en la animación.

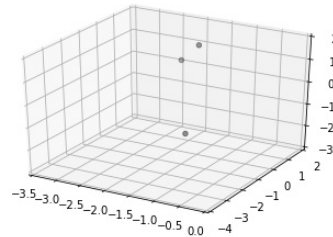


Figura 10: Sexagésima gráfica

Si avanzamos en el tiempo, el evento que se genera es realmente sorprendente, la energía potencial que almacenan las partículas es demasiado grande, ya que al momento de intentarse orbitar, en lugar de formar un sistema estable, las partículas salen disparadas, y esta tendencia aumenta puesto que son tres partículas, por lo que en la animación se observa como al final de la interacción entre los tres cuerpos, estos salen "volando".

Los resultados como recurso visual están en los repositorios, y ahí se puede apreciar de manera clara como se mueven las partículas con cada paso del tiempo, de las tres simulaciones.

Podemos hablar también de la energía potencial y cinética, las dos energías están presentes en todos lados, y este proyecto no es la excepción, tal parece que no se conservan, varían y están algo inconsistentes, pero el cálculo que usamos es una aproximación, por lo que es de esperarse que dichas energías no se conserven del todo, y considerando todos los factores que pueden afectar al cálculo, se tiene que reconocer que los valores obtenidos son muy buenos. En cada simulación hay un archivo llamado *energia.txt* en el cual se observan los cambios de energía cinética y potencial así como la energía mecánica total del sistema.

5. Conclusión

La colisión entre dos galaxias es sencillamente algo fenomenal, son eventos de proporciones enormes y de tiempos eternos, nosotros como humanos solo podemos deleitarnos al saber que somos parte de este universo, somos parte de una galaxia. Somos capaces de descubrir, de intuir como ha sido el universo, basándonos en como es ahora, y también somos capaces de predecir como sera en un futuro utilizando los mismos datos. Hasta donde ha llegado nuestra razón, este proyecto nos abrió la mente a nuevas posibilidades, el hecho de lograr una simulación de la colisión entre dos galaxias sin si quiera poder presenciar una, utilizando solamente matemáticas y una computadora es fenomenal, lo que hemos logrado, lo que podemos lograr, son cosas que cada vez se ven mas próximas, somos una especie increíble, y como científicos tenemos la responsabilidad de cada vez ir mas allá, de descubrir los oscuros secretos del cosmos.

Referencias

- [1] PÉREZ MONTIEL, HÉCTOR, *Física General*, cuarta edición, PATRIA, México, 2014.
- [2] SERWAY, RAYMOND. FAUGHN, JERRY, *Physics*, Holt, Rinehart and Winston, USA, 2006.