

Laboratorio Avanzado

Ramírez Rodríguez José de Jesús

NUA: 389740

Universidad de Guanajuato

División de Ciencias e Ingenierías Campus León

October 23, 2020

1 Problema 1

Derive Bayes theorem $p(x, y) = p(y, x)$

Por la regla del producto tenemos

$$p(x, y) = p(x|y)p(y)$$

Con lo anterior tenemos:

$$p(y, x) = p(y|x)p(x)$$

Por lo tanto

$$p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

Encontramos entonces

$$p(y|x) = \frac{p(x|y)p(y)}{p(x)}$$

2 Problema 2/ Catafixia de Chabelo

Consideremos las puertas A,B,C. Al comienzo la probabilidad de que alguna tenga un premio es $1/3$ para cada una de ellas. $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$.

Supongamos que seleccionamos la puerta A, el presentador que conoce donde está el premio, abre la puerta C, y no tiene premio alguno. Ahora, nos pregunta si cambiamos de decisión. Tenemos entonces: $P(A|C)$ es la probabilidad de que A tengo un premio dado que C no lo tiene y $P(B|C)$ es la probabilidad de que B tengo un premio dado que C no lo tiene. Si elegimos la puerta correcta (en este caso A) la probabilidad que abra C es $P(C|A) = 1/2$ pero si B es la puerta correcta la probabilidad que abra C es $P(C|B) = 1$. Con el teorema de Bayes de la forma:

$$P(B|C) = \frac{P(C|B)P(B)}{P(C)}$$

elegimos esta forma porque esta nos dará la probabilidad de ganar si cambiamos de puerta. Dado que $P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)$ en este caso $P(C) = \frac{1}{2}$ y $P(C|B)P(B) = \frac{1}{3}$. Por lo tanto

$$P(B|C) = \frac{2}{3}$$

Se concluye por tanto que si se cambia de puerta las posibilidades de ganar son mayores.