



Tarea

Curso: Laboratorio avanzado

Fecha: 23 de octubre de 2020

Alumno: Edgar Iván Preciado Govea

NUA: 341087

Profesor: Dr. Alma Gonzalez

Teorema de Bayes Demostrar el teorema de Bayes a partir de $P(x|y) = P(y|x)$.

Sea

$$P(x|y) = \frac{P(x \cap y)}{P(y)} = \frac{P(x \cap y)}{P(x)} = P(y|x). \quad (1)$$

Si multiplicamos la expresión anterior por $P(x)$ y por $P(y)$ obtenemos las siguientes dos expresiones

$$P(y)P(x|y) = P(x \cap y) = P(y|x)P(y) \quad (2a)$$

$$P(x)P(x|y) = P(x \cap y) = P(y|x)P(x) \quad (2b)$$

Finalmente igualando las expresiones anteriores, conseguimos

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(y)}{P(x)}. \quad (3)$$

Donde $P(y|x)$ es la probabilidad de y en la hipótesis en x , y $P(x|y)$ son las probabilidades a posteriori.

Ejemplo

En una clase de matemáticas avanzadas, el profesor descubrió que de el total de alumnos que obtuvieron calificación perfecta (50 en suma), 20 habían recibido asesorías externas. La clase tiene 200 alumnos. Sea x el suceso en que el alumno obtiene 10 de calificación y y el suceso en que este alumno recibió asesorías. Hallar $P(x)$, $P(y|x)$ y $P(x \cap y)$.

Calculemos

$$P(x) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad (4)$$

$$P(y|x) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \quad (5)$$

entonces

$$P(x \cap s) = P(y \cap x) = P(y|x)P(x) = 0,1 \quad (6)$$

Problema de chabelo Sea $P(y)$ la probabilidad de elegir la puerta que no contiene el premio antes de cambiar de elección. Sea $P(x|y)$ la probabilidad de obtener el premio al cambiar de elección dado que inicialmente habíamos elegido una puerta sin premio. Sea $P(x)$ la probabilidad de obtener el premio al cambiar de opción. Y sea $P(y|x) =$ la probabilidad de que al cambiar de puerta no tengamos premio dado que inicialmente habíamos escogido una que sí. Entonces $P(y) = 2/3$, $P(x|y) = 1$ y $P(y|x) = 1$, con lo que $P(x) = \frac{(1)(2/3)}{(1)} = 2/3$. Por tanto la probabilidad de elegir la puerta con premio dado que se ha destapado una puerta sin premio es de $2/3$, mayor que si no la hubieran cambiado.