

DCMMC

A NOTE FOR COURSES IN THUSZ

Table of Contents

| | | |
|---|------------------------------|----|
| 1 | 工程硕士数学 (<i>a.k.a.</i> 数值分析) | 5 |
| 2 | 随机过程 | 7 |
| 3 | 语音信号数字处理 | 13 |
| 4 | 大数据分析 | 16 |
| 5 | <i>Bibliography</i> | 17 |

List of Figures

| | |
|--------------------------|----|
| 3.1 Source Filter Model. | 13 |
|--------------------------|----|

List of Tables

1 | 工程硕士数学 (a.k.a. 数值分析)

主要内容是讲解数值问题和求解方程 – 工程硕士数学 @Winter 2020

Learning Objectives:

- 误差, 有效数值
- 数值稳定性

1.1 绪论

1.1.1 计算机上的数

采用浮点数表示, 尾数和阶数都具有有限精度的位数, 超过其位数会被截断。

病态问题: 原始数据的微小变化会引起计算结果的巨大变化。

1.1.2 误差与有效数字

误差来源:

1. 数学模型
2. 观测误差
3. 截断误差
4. 舍入误差

Dependencies: 先修课程: 线性代数

设 x, x^* 分别为准确值和近似值, 对 $\epsilon = |x - x^*| \leq \sigma(x^*), \epsilon_r = |x - x^*|/|x^*| \leq \sigma_r(x^*) = \sigma(x^*)/|x^*|$, ϵ 和 $\sigma(x^*)$ 分别为**绝对误差**和**绝对误差界**, ϵ_r, σ_r 为**相对误差**和**相对误差界**。

将 x^* 转化为类似于科学技术法的形式:

$$|x - x^*| = \pm 10^k \times 0.a_1 a_2 \cdots c_n \cdots \leq 0.5 \times 10^{k-n}$$

$$s.t. \ a_1 \neq 0, 1 \leq a_i \leq 9, a_i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

其中 \mathbb{Z} 表示整数集, n 表示**有效数字位数**。

函数误差:

$$|f(x) - f(x_A)| \leq |f'(x_A)| |x - x_A|$$

其中 x_A 是 x 的近似值。

数值计算中常见误差的解决方法:

1. 两个相近的数相减: 使用分子有理化将减转化为加

2. 避免大数吃小数
3. 避免除数的绝对值远小于被除数的绝对值
4. 简化运算次数

数值稳定性:

如果算法的初始值有误差，在运算中误差无限增加，不能控制，则该算法是数值不稳定的，反之则是数值稳定的。

1.2 线性代数复习

对角阵，三角阵的乘法和逆矩阵还是对角阵，三角阵。

正定阵：

矩阵的特征值：方程 $(\lambda I - A)x = \mathbf{0}$ 的非零解 $X \neq \mathbf{0}$ 就是 A 的特征向量。

如果特征值均大于 0，则矩阵为正定阵。

Guass 消去法解方程的公式 2.3 不需要记。

2 | 随机过程

主要内容是讲解随机过程

– 随机过程 @Winter 2020

Learning Objectives:

- 概率论复习
- 随机过程的定义

2.1 概率论复习

数学期望:

$$\mu = EX = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x)$$

$$E[g(X)] = \int g(x) dF_X(x)$$

实用公式:

1. $E[aX] = aE[X]$, 对于常数 a 。
2. X, Y 相互独立 $\Rightarrow P(X, Y) = P(X)P(Y) \Rightarrow E[XY] = E[X]E[Y]$ 。

方差(二阶矩):

$$\sigma = DX := E[(X - EX)^2] = EX^2 - (EX)^2$$

协方差:

$$C(X, Y) := E[(X - EX)(Y - EY)] = E[XY] - E[X]E[Y]$$

用于多个 r.v. 之和的方差计算。

相关系数:

$$R(X, Y) := \rho(X, Y) := \frac{C(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

复 r.v., 对实 r.v. η, ζ :

$$\xi := \eta + j\zeta, j := \sqrt{-1}$$

$$E\xi := E\eta + jE\zeta, D\xi := E|\xi - E\xi| = E(\xi - E\xi)(\overline{\xi - E\xi})$$

Schwarz 不等式(重点):

$$(E[XY])^2 \leq E[X^2]E[Y^2]$$

Dependencies: 先修课程: 线性代数, 概率论

实用复数公式: $j^2 = -1, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, z = a + jb, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \bar{z} = a - jb, z \cdot \bar{z} = |z|^2, \exp(jx) = \cos(x) + j \sin(x), \frac{\partial jx}{\partial x} = j$

$Pf.$

$$E[(X - \alpha Y)^2] = E[X^2] - 2\alpha E[XY] + \alpha^2 E[Y^2] \geq 0$$

$$\text{let } \alpha = \frac{E[XY]}{E[Y^2]}$$

$$\Rightarrow (E[XY])^2 \leq E[X^2]E[Y^2]$$

母函数 $G(S)$ (重点):

$$r.v. \xi, p_k := P\xi = k, k = 0, 1, 2, \dots$$

$$G_\xi(s) := Es^\xi = \sum_{k=0}^{\infty} p_k s^k$$

性质:

1. $p_k = G^{(k)}(0)/k!$, k 阶导
2. $E\xi = G'(1), D\xi = G^{(2)}(1) + G'(1) - (G'(1))^2$
3. ξ_1, \dots, ξ_n 相互独立, $\eta = \sum_{k=1}^n \xi_k \Rightarrow G_\eta(s) = \prod_{k=1}^n G_{\xi_k}$

常用 Taylor 公式:

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$$

特征函数 $\Phi(t)$ (核心就是 Fourier 变换):

$$\Phi_\xi(t) := G_\xi(\exp(jt)) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jt\xi) dF(x)$$

性质:

1. 共轭对称: $\Phi(-t) = \overline{\Phi(t)}$
2. 若 ξ 的 n 阶矩存在 $\Rightarrow \Phi_\xi^{(k)}(0) = j^k E\xi^k$
3. $EX = j^{-1}\Phi'(0), DX = -\phi^{(2)}(0) - (EX)^2$
4. **非负定性** (重点): 对 $\forall \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall t_1, \dots, t_n \in \mathbb{R}, \Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^\top \in \mathbb{C}^n, R_{ij} := \Phi_\xi(t_i - t_j)$, 有 $\Lambda R \Lambda^\top = \sum_i \sum_j \lambda_i \int \exp(j(t_i - t_j)\xi) dF(x) \overline{\lambda_j} = \int \sum_i \lambda_i \Phi(t_i) \sum_j \overline{\Phi(t_j) \lambda_j} = \int (\sum_i \lambda_i \Phi(t_i))^2 \geq 0$ (i.e., $R \succeq 0$).

多维 r.v. 的特征函数:

$$\Phi(t_1, \dots, t_n) := E \exp(j(t_1 \xi_1, \dots, t_n \xi_n)) \quad (2.1)$$

母函数和特征函数这样定义就是为了方便计算，它们能够提供良好的性质：e.g. 母函数可以结合泰勒展开，简化计算均值和方差的计算。

母函数适用于离散型 r.v., 特征函数适用于连续型

2.2 随机过程 (r.p.)

Def:

设 $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$ 为概率空间, T 为参数集, 若对 $\forall t \in T$, $\xi(t)$ 是一个 r.v., 则称 r.v. 族 $\{\xi(t), t \in T\}$ 为该概率空间上的**随机过程**。

固定样本点 w_0 , $\xi_t(w_0)$ 为一个关于 t 的确定性函数, 称**样本函数**。

对 $\{\xi(t), t \in T\}, \forall t_1, \dots, t_n \in T$, 其 n 维分布函数: $F_{t_1, \dots, t_n}(x_1, \dots, x_n) := P(\xi(t_1) \leq x_1, \dots, \xi(t_n) \leq x_n)$ 。

分类:

1. T 离散集: 随机序列/时间序列

2. T 连续集: 随机过程

对 r.p. $\xi(t)$ 定义一些数字特征 (期望, 二阶矩, 自相关函数, 自协方差函数, 相关系数):

$$\mu(t) := \int x dF(x, t)$$

$$\sigma(t) := E\xi^2(t) - (E\xi(t))^2$$

$$R(t_1, t_2) := E\xi(t_1)\xi(t_2)$$

$$C(t_1, t_2) := E[(\xi(t_1) - \mu(t_1))(\xi(t_2) - \mu(t_2))] = R(t_1, t_2) - \mu(t_1)\mu(t_2)$$

$$\rho(t_1, t_2) := \frac{C(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)}$$

例题: 对二项过程 $\{Y(t) = X_1 + \dots + X_t, t \in T, X_i \sim B(1, p)\}$, 有:

$$\mu_Y(t) = E[X_1 + \dots + X_t] = tp$$

$$\sigma_Y(m, n) = E[Y(m)Y(n)] - EY(m)EY(n)$$

$$= E \left[\sum_{i=1}^m X_i^2 + \sum_{i \neq j} X_i X_j \right] - mnp^2 \quad (\text{w.l.o.g. Let } m = \min(m, n))$$

$$= mp - m(n-1)p^2 - mnp^2$$

$$= \min(m, n)p(1-p)$$

核心思想 (**重点**) 就是明确 EX_i^2 和 $EX_i X_j$ 是不一样的, 并且他们分别有 m 和 $m(n-1)$ 个。

复随机过程:

$\{X(t), t \in T\}, \{Y(t), t \in T\}$ 两个实过程具有相同的参数集 T 和概率空间, 称 $Z(t) = X(t) + jY(t)$ 为复过程。

$$\mu(t) := EZ(t) = EX(t) + jEY(t)$$

$$C(t_1, t_2) := E|Z(t)|^2 - |EZ(t)|^2$$

做题的时候我们可以固定 t 来理解题目

r.p. 的均值和方差都是 t 的确定性函数而不是一个值。

复 r.p. $Z(t) = X(t) + jY(t)$, 其中 X, Y 为实过程:

$$\begin{aligned}\mu(t) &:= EX(t) + jEY(t) \\ R(t_1, t_2) &:= EZ(t_1)\overline{Z(t_2)} \\ DZ(t) &:= E|Z(t) - \mu(t)|^2 \\ C(t_1, t_2) &:= E[(Z(t_1) - \mu(t_1))\overline{(Z(t_2) - \mu(t_2))}]\end{aligned}$$

同样的对复 r.p. 的自相关函数也有非负定性 $R_{ij} := R(t_i, t_j), R \succeq 0$.

2.2.1 二阶矩过程

Def. 对 r.p. $\xi(t), \forall t \in T, E|\xi(t)|^2 \leq \infty$.

常用不等式:

1. $E|\xi + \eta| \leq E|\xi| + E|\eta|$
2. $E\xi \leq |E\xi| \leq E|\xi|$
3. $E|\xi\eta| \leq \sqrt{E|\xi|^2 E|\eta|^2}$ (Schwartz 不等式)
4. $\sqrt{E|\xi + \eta|^2} \leq \sqrt{E|\xi|^2} + \sqrt{E|\eta|^2}$ (三角不等式)

Pf. of 三角不等式:

$$\begin{aligned}E|\xi + \eta|^2 &= E\xi\bar{\xi} + E\xi\bar{\eta} + E\bar{\xi}\eta + E\eta\bar{\eta} \\ &\leq E|\xi|^2 + 2E|\xi\bar{\eta}| + E|\eta|^2 \quad (\xi\bar{\xi} = |\xi|^2, \text{ for } a = x + jy, \\ &\quad a + \bar{a} = 2x \leq 2|a| = 2\sqrt{x^2 + y^2}) \\ &\leq E|\xi|^2 + E|\eta|^2 + 2\sqrt{E|\xi|^2 E|\eta|^2} \quad (\text{Schwartz 不等式}) \\ &= \sqrt{E|\xi|^2} + \sqrt{E|\eta|^2}\end{aligned}$$

两个 r.p. 之间:

1. 互相关函数 $R_{\xi\eta} := E\xi(t_1)\eta(t_2) = \int \int xy dF_{\xi\eta}(x, t; t_1, t_2)$
2. 互协方差 $C_{\xi\eta}(t_1, t_2) := E[(\xi(t_1) - \mu_\xi(t_1))(\eta(t_2) - \mu_\eta(t_2))]$

复二阶矩 r.p.

二阶矩空间: $H := \{\xi : E|\xi|^2 \leq \infty\}$ 即二阶矩存在的 r.v. 全体。

性质:

1. 线性空间, 有三角不等式证明
2. 定义范数 (距离空间): $\|\xi\| := \sqrt{E|\xi|^2} := R_\xi(t, t), d(\xi, \eta) := \|\xi - \eta\|$,
范数算子满足:
 - (a) $\|\xi\| \geq 0$
 - (b) $\|c\xi\| = |c|\|\xi\|$
 - (c) $\|\xi + \eta\| \leq \|\xi\| + \|\eta\|$, 三角不等式

3. 定义内积 (内积空间/Hilbert 空间): $\langle \xi, \eta \rangle := E\xi\bar{\eta} = R(\xi, \eta)$, 特性 (大多可直接按定义证明):

(a) $\langle \eta, \xi \rangle = \overline{\langle \xi, \eta \rangle}$, 注意顺序互换了

(b) $\langle c\xi, \eta \rangle = c\langle \xi, \eta \rangle, c \in \mathbb{R}$

(c) $\langle \xi, \xi \rangle = E|\xi|^2 \geq 0$ 且 $\langle \xi, \xi \rangle = 0 \Leftrightarrow \xi = 0, a.e.$ (a.e. 表示几乎处处)

(d) 柯西不等式 (a.k.a. Schwartz 不等式): $|\langle \xi, \eta \rangle| \leq E|\xi\bar{\eta}| \leq \|\xi\| \|\eta\|$

r.v. 的收敛性, 对 $\{\xi(t) \in H\}, \exists \xi \in H$:

1. 概率 1 收敛 (强收敛) $\xi_t \xrightarrow{a.s.} \xi : P(\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_t = \xi) = 1$

2. **均方收敛** (强收敛, 重点, 记作 $\text{l.i.m.}_{t \rightarrow \infty} \xi_t = \xi$) $\xi_t \xrightarrow{m.s.} \xi$:
 $\lim_{t \rightarrow \infty} E|\xi_t - \xi|^2 = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_t - \xi\|^2 = 0$

3. 依概率收敛 (弱收敛) $\xi_t \xrightarrow{P} \xi : \forall \epsilon > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} P(|\xi_t - \xi| > \epsilon) = 0$

4. 依分布收敛 (弱收敛) $\xi_t \xrightarrow{P} \xi : \lim_{n \rightarrow \infty} F(x, t) = F(x)$

注意 ξ_t, ξ 分别是 r.p. 和 r.v., 并且上面四个收敛的强弱程度从上往下递减 (**强收敛的 r.p. 当然也是弱收敛**), 不过因为概率 1 收敛条件比较苛刻所以我们一般使用均方收敛.

均方收敛的重要性质 $\xi_n \xrightarrow{m.s.} \xi, \eta_n \xrightarrow{m.s.} \eta$:

1. 均值收敛 (**积分极限可互换**) $\lim_{n \rightarrow \infty} E\xi_n = E\xi = E[\text{l.i.m.}_{n \rightarrow \infty} \xi_n]$

2. 范数收敛 $\|\xi_n\| \rightarrow \|\xi\|$

3. 内积收敛 $\langle \xi_m, \eta_n \rangle \rightarrow \langle \xi, \eta \rangle$ (也就是 $\lim_{m, n \rightarrow \infty} E\xi_m\bar{\eta}_n = E\xi\bar{\eta}$)

4. 线性 $a\xi_n + b\eta_n \xrightarrow{m.s.} a\xi + b\eta$

Pf. of 均值收敛:

$$\begin{aligned} |E\xi_n - E\xi| &= |E[\xi_n - \xi]| \\ &\leq E|\xi_n - \xi| \\ &\leq \sqrt{E|\xi_n - \xi|^2} \quad (\text{Schwartz 不等式, 当 } P\{Y = 1\} = 1 \text{ 的特例}) \\ &= \sqrt{\|\xi_n - \xi\|^2} \\ \xi_n \xrightarrow{m.s.} \xi &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \|\xi_n - \xi\| = 0 \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\|\xi_n - \xi\|} \quad (\lim \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim f(x)}) = 0 \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} |E\xi_n - E\xi| = 0 \end{aligned}$$

Pf. of 内积收敛:

$$\begin{aligned} E\xi_m\bar{\eta}_n - E\xi\bar{\eta} &= E[\xi_m\bar{\eta}_n - \xi\bar{\eta}] \\ &= E[(\xi_m - \xi)(\bar{\eta}_n - \bar{\eta}) + (\xi_m - \xi)\bar{\eta} + \xi(\bar{\eta}_n - \bar{\eta})] \\ &\leq \sqrt{E|\xi_m - \xi|^2 E|\eta_n - \eta|^2} + \sqrt{E|\xi|^2 E|\eta_n - \eta|^2} + \sqrt{E|\xi_m - \xi|^2 E|\eta|^2} \\ &\xrightarrow[n \rightarrow \infty]{m \rightarrow \infty} 0 \end{aligned}$$

为了满足相应概率上的性质, 复数值的乘积一般写为 $a\bar{b}$ 而不是 ab .

记住一定不要把 l.i.m. 混淆成 lim, 考试写错直接没分.

还有一种思路就是 $\xi_m(\overline{\eta_n - \eta}) + (\xi_m - \xi)\overline{\eta}$.

Pf. of 范数收敛:

$$\begin{aligned} E|\xi_n|^2 - E|\xi|^2 &= E[(|\xi_n| + |\xi|)(|\xi_n| - |\xi|)] \\ &\leq \sqrt{E(|\xi_n| + |\xi|)^2} \sqrt{E(|\xi_n| - |\xi|)^2} \\ &\leq \sqrt{E|\xi_n|^2 E|\xi|^2} \sqrt{E(|\xi_n| - |\xi|)^2} \end{aligned}$$

证明上述这几个定理的核心思想就是凑 $\lim \|\xi_n - \xi\|$.

Pf. of $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ (是我太菜了...):

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow$$

$$\forall \epsilon_0 > 0, \exists \sigma_0 > 0, \text{ s.t. } |x - a| \in (0, \sigma_0) :$$

$$|f(x) - L| < \sigma_0$$

\Downarrow

$$\forall \epsilon_1 = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{L}}, \exists \sigma_1 = \sigma_0, \text{ s.t. } |x - a| \in (0, \sigma_1) :$$

$$\begin{aligned} |\sqrt{f(x)} - \sqrt{L}| &= \frac{|f(x) - L|}{\sqrt{f(x)} + \sqrt{L}} \\ &\leq \frac{|f(x) - L|}{\sqrt{L}} \\ &< \frac{\epsilon_0}{\sqrt{L}} = \epsilon_1 \end{aligned}$$

证明均方收敛的两个准则 (重点):

柯西准则: $\{\xi_n\}$ is Cauchy 列 $\Leftrightarrow \lim_{m,n \rightarrow \infty} \|\xi_m - \xi_n\|^2 = 0 \Leftrightarrow \exists \xi \in H, \xi_n \xrightarrow{m.s.} \xi$.

Loève 准则: $\xi_n \xrightarrow{m.s.} \xi \Leftrightarrow \lim_{m,n \rightarrow \infty} \langle \xi_m, \xi_n \rangle = c$, 其中 c 是一个常数 (不是一定 0!)

对 $t_1 < \dots < t_n, t_i \in T, i \in [1, n]$, 若增量

$$X(t_1), X(t_2) - X(t_1), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1}) \quad (2.2)$$

相对独立, 则 $\{X(t), t \in T\}$ 为**独立增量过程**。若对一切 $0 \leq s < t$, 增量 $X(t) - X(s)$ 的分布只依赖 $t - s$, 则 X_T 有**平稳增量**。

按照师兄经验, 考试基本考作业原题, 不考推导, 切勿落入推导公司的深坑!

3 | 语音信号数字处理

语音信号数字处理

– Winter 2020

Learning Objectives:

- 绪论
- 语音学基础

3.1 绪论

声波的物理描述:

1. 音高 Pitch/音调: 由频率决定, 单位: 赫兹 Hz。
2. 音色 Timbre: 由声源本身的材料结构确定, 说到底就是各个频率分量的振幅 (能量) 不同。
3. 音强 Loudness/响度: 由声音增幅及离声源的距离决定, 单位: 分贝 dB。

3.2 语音学基础

语音产生:

1. 声道
2. 发音器官: 肺, 声带, 软腭, 阴腭, 舌, 牙齿, 唇

声带 (声门) \Rightarrow 音高 \Rightarrow 基频 (源)。

声道 (鼻腔, 口腔, 鼻腔, 舌头, etc) \Rightarrow 共振特性 \Rightarrow 音色/内容 (调制, **滤波器**)。

肺部压缩空气力量的大小 \Rightarrow 响度。

Dependencies: 无

人的有些发音的时候声带是不震动的 (清音, voiceless)。

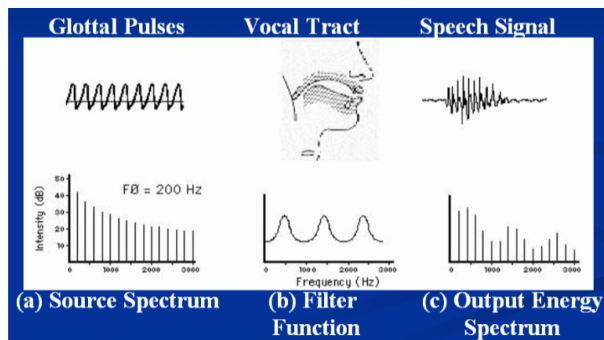


Figure 3.1: Source Filter Model.

Source-Filter Model:

Source Spectrum(谐波) \Rightarrow Filter Function(每个峰值代表一个共振频率, 提高/降低不同频率的增幅, 不会改变频率成分) \Rightarrow Output Energy Spectrum.

浊音 Voiced Speech:

由声带震动引起, 语音波形(声门波, EGG Signal)具有明显的周期性。声带振动的频率称为基频(F_0), 人们可感受到稳定的音高存在。

基频就是谐波分量中频率最低/周期最长的分量的频率。

清音 Voiceless/Unvoiced Speech:

声带不振动, 波形类似白噪声, 人们无法感受到稳定的音高存在。

All languages use pitch to express emotional and other paralinguistic information(超语言学信息), and to convey emphasis, contrast, and other such features in what is called intonation(语调)。

Phoneme 音位/音素: 发音时不可分割的、最小的音位学单位, 国际音标中每一个音标就是一个音位。

Morpheme 语素: 最小的、具有语义的结构单元, 是最小的语法单位, 是最小的语音语义结合体。例如英语的 un-break-able, 或者中文中的词语。这是 NLP 的东西, 不是语音学的重点。

Viseme 视位/视素: A viseme is a representational unit used to classify speech sounds in the visual domain, corresponding to the phoneme in the aural domain. 其实就是嘴型这种。

Bimodal Processing 双模态处理:

声音最好同时结合听觉和视觉, 因为有时候同一个发音, 在只听声音, 只看唇形和两者结合随着三种情况下在人的感知里是三种声音(MkGurkEffect)。

Spectrum 语谱:

The spectrum of a signal is a representation of each of its frequency components and their amplitudes (振幅)。

Spectrogram 语谱图:

A spectrogram is a way of envisioning how the different frequencies that make up a waveform change over time.

Wide-band Spectrogram 宽带语谱图:

频率分辨率取 300-400Hz, 时间分辨率 2-5ms, 良好的时间分辨率, 频率分辨率较差。

Narrow-band Spectrogram 窄带语谱图:

频率分辨率取 50-100Hz, 时间分辨率 5-10ms, 良好的频率分辨率, 时间分辨率较差。

共振峰:

是指在声音的频谱中能量相对集中的一些区域(语谱峰值)。声音在经过共振腔时, 受到腔体的滤波作用, 使得频域中不同频率的能量重新分配。

第一和第二共振峰(F_1 和 F_2) 对于区分不同元音尤为重要。

谐波就是不同频率的波叠加在一起, 随着各个谐波分量频率的增加, 其分量的分贝值也在下降。

3.3 音频数字化

1. 抽样: 抽样频率 (抽样周期)
2. 量化: 将无穷多个电压幅度用有限个数字表示电压幅度范围。
3. 编码: 压缩存储

周期信号采样后经 FFT 变换 (又叫频率响应特性) 为离散信号, 非周期信号采样后经 FFT 变换为周期信号. 非周期信号可以复制变为周期信号, 这样就可以得到离散的频率响应特征, 离散的频率响应特征方便计算机处理和存储。

Nyquist 抽样定理:

要从抽样信号无失真地恢复信号, 抽样频率必须大于等于两倍信号谱的最高频率。

而以前的电话语音的采样率只有 $8k$ Hz, 这是因为该音频基本只保留谐波分量中的 F_0, F_1, F_2 功能峰。

4 | 大数据分析

吴志勇老师

– Winter 2020

Learning Objectives:

- 绪论
- 数据抽样和假设检验

4.1 数据抽样和假设检验

例：产品品控的检验：随机抽样来求次品率。

统计推断：Statistical inference is the act of generalizing from a sample (抽样) to a population (总体) with calculated degree of certainty (置信度). e.g. $\bar{x} \rightarrow \mu$.

Metric: Precision and Reliability.

Sampling Distribution of a Mean (\bar{x}) (SDM).

Central Limit Theorem, unbiasedness (无偏估计), square root law
(估计方差: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{(n)}}$).

假设检验:

小概率推断: $1 < \alpha \leq 0.05$

α 显著性水平, Z 统计量, 统计假设 H_0, H_1 .

Dependencies: 无

5 | Bibliography