



Minería de datos y Modelización predictiva l

CAPÍTULO II. Análisis Clúster



CAPÍTULO II. Análisis Clúster

- II.1.- Introducción
- II.2.- Medidas de distancia y similitud
- II.3.- Algoritmos de clasificación jerárquica. Distancia entre clústeres.
- II.4.- Algoritmos de clasificación no jerárquica
- II.5.- Procedimientos para determinar el número de grupos
- II.6.- Caracterización de los clústeres
- II.7.- Bibliografía.

II.1.- Introducción: Clasificación de la técnica Clúster

El problema de clasificación/agrupación/asignación:

Se trata de clasificar en dos o más grupos a individuos sobre los que se han observado varias variables

Clasificación no supervisada

Se identifican grupos de individuos con características comunes a partir de la observación de varias variables en cada uno de ellos

Clasificación supervisada

Un individuo se clasifica en un grupo a partir de la información de un conjunto de variables observadas previamente en un conjunto de individuos de los que se conoce el grupo de clasificación correcto

(Los grupos están predefinidos)



ANÁLISIS DISCRIMINANTE



II.1.- Introducción: Objetivos

- > El Análisis Clúster tiene como objetivo formar grupos de individuos con características similares.
- > Se cuenta con una matriz de datos X de dimensión (n x m) cuyas filas y columnas representan las observaciones y las variables, respectivamente.
- La diferencia con el análisis discriminante es que **no se conocen de antemano los** grupos de clasificación de los individuos, ni la caracterización de cada grupo.
- La idea básica es crear grupos excluyentes y exhaustivos tales que:
 - Los individuos de un mismo grupo deben ser lo más "parecidos" posible (homogeneidad interna).
 - Los **grupos** deben ser lo más **"diferentes"** posible (heterogeneidad entre grupos).

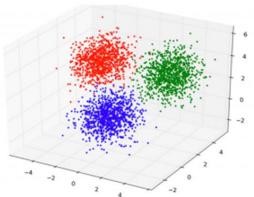


II.1.- Introducción: Ejemplos

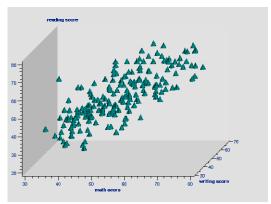
- ➤ El departamento de marketing de una empresa va a lanzar una campaña publicitaria sobre un nuevo producto. Para ello, desea tener a sus potenciales clientes agrupados según sus necesidades en distintos aspectos de dicho producto.
- Para mejorar los métodos terapéuticos a aplicar, el Servicio de Neurología de un Hospital, va a agrupar a sus pacientes, según determinadas variables indicativas del tipo de enfermedad que padecen.
- En un colegio desean crear grupos de apoyo para alumnos con dificultades. Con este fin, se clasifica a los alumnos según las necesidades que puedan presentar.

En todos los casos anteriores, nos encontramos con objetivos análogos, pero es evidente que el mayor o menor grado de consecución, no solo depende de la metodología que se utilice, además tendrá un papel determinante la situación real existente de separación entre elementos.

Situaciones extremas:



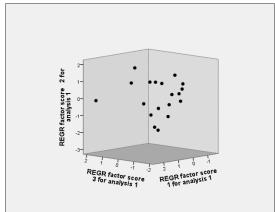
Situaciones con clústeres perfectamente definidos: Una buena metodología los encontrará

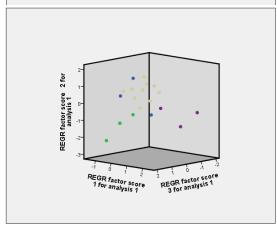


Situaciones con clústeres inexistentes: Una buena metodología llevará a los menos malos.

Situaciones más comunes:

Algo de separación que deseamos localizar







II.1.- Introducción: Cuestiones previas

- Es frecuente que la medida de parecido dependa de la **escala** de medida, por lo que es frecuente aplicar **normalización**. No se debe abusar de esta técnica puesto que al homogeneizar la varianza de todas las variables podemos mermar la "capacidad clasificatoria" de alguna variable con gran variabilidad por grupos.
- No deben ser utilizadas variables que muy correladas que pueden estar duplicando discrepacia/parecido respecto de una misma cualidad. En ese caso será preferible recurrir a las puntuaciones factoriales que sintetizan la información mediante variables incorreladas.
- Los términos "parecidos/diferentes", "similares", "homogéneos", etc, aparecen tanto relacionados con individuos ($I_1 I_2$)como con grupos de individuos (A y B). Deberán ser bien definidos en ambos casos mediante indicadores numéricos que resuelvan una y otra cuestión.

II.1.- Ejemplo guía: Clúster de Paises según su esperanza de vida

		res.diana ×	R⇒	Es Es	peranzaVio	la ×					
^	X_1 [‡]	m0 [‡]	m25 [‡]	m50 [‡]	m75 [‡]	w0 [‡]	w25 [‡]	w50 [‡]	w75 [‡]		
1	Algeria	63	51	30	13	67	54	34	15		
2	Cameroon	34	29	13	5	38	32	17	6		
3	Madagascar	38	30	17	7	38	34	20	7		
4	Mauritius	59	42	20	6	64	46	25	8		
5	Reunion	56	38	18	7	62	46	25	10		
6	Seychelles	62	44	24	7	69	50	28	14		
7	South_Africa	65	44	22	7	72	50	27	9		
8	Tunisia	56	46	24	11	63	54	33	19		
9	Canada	69	47	24	8	75	53	29	10		
10	Costa_Rica	65	48	26	9	68	50	27	10		
11	Dominican_Rep	64	50	28	11	66	51	29	11		
12	El_Salvador	56	44	25	10	61	48	27	12		
Showing 1 to 12 of 26 entries											

Estamos interesados en una clasificación en grupos de países según su esperanza de vida a diferentes edades.



Instalamos las librerías que vamos a necesitar para hacer el análisis Cluster

install.packages("cluster")

install.packages("ggplot2")

install.packages("factoextra")

install.packages("factoMineR")

install.packages("NbClust")



library(Cluster)

library(ggplot2)

library(factoextra)

library(FactoMineR)

library(NbClust)

Creamos el conjunto de datos como un dataframe y asignamos la columna de los países como nombres de las filas para usarla como identificador, posteriormente la eliminamos para que todas las columnas sean numéricas

datos<- as.data.frame(EsperanzaVida)

rownames(datos)<-datos[,1]

dat_EV<-datos[,-1]



Opciones a concretar en un análisis clúster

Para alcanzar nuestro objetivo de formar grupos de observaciones homogéneas, debemos concretar:

- Decidir la medida de discrepancia entre dos observaciones. Utilizaremos las medidas de distancia y disimilaridad entre pares de observaciones (entre cada dos países cualesquiera).
- Decidir la medida de discrepancia entre grupos de observaciones, es decir, elegir una medida de distancia entre clústeres (entre dos subconjuntos de países).
- Determinar la metodología con que serán utilizadas las dos distancias elegidas: Métodos Jerárquicos o No Jerárquicos.
- En el caso del método jerárquico y, de ser necesario, debemos tomar una decisión acerca del número óptimo de clústeres: Será necesario definir indicadores numéricos que nos ayuden a tomar una decisión al respecto. Y quizás a posteriori validarlo con un método de clasificación supervisada.
- Por último, la estructura de clústeres que se proponga como solución debe ser interpretada.

II.1.- Introducción: Metodologías en un análisis clúster

Fundamentalmente se clasifican en dos grandes grupos:

- **Métodos jerárquicos**: se construye una especie de jerarquía de uniones de observaciones en función de la distancia que haya entre ellas o grupos de ellas. Se obtiene una posible clasificación para cualquier número de grupos G $(1 \le G \le n)$.
- Ej: Queremos conocer la estructura de parecidos entre todas los paises.
- Métodos no jerárquicos: se desea construir un número G, predefinido, de grupos con los datos. (Indicado por coste computacional cuando hay demasiados casos).
- Ej: Queremos formar tres grupos de países según su Esperanza de Vida como indicador de su desarrollo. ¿Cómo deberíamos agruparlos?

II.2.- Medidas de distancia entre observaciones

Cuando cada observación está definida por el valor de p variables todas cuantitativas las medidas de discrepancia se denominan medidas de distancia. Si notamos por $x_i = (x_{i1}, x_{i2},...,x_{ip})$ la i-ésima observación, algunas de las más utilizadas son:

Distancia Euclídea:

$$d(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_{i'}}) = \sqrt{\sum_{j=1}^{p} \left(x_{ij} - x_{i'j}\right)^2}$$

X1 **	m0	÷	m25 [‡]	m50 [‡]	m75 [‡]	w0 [‡]	w25 [‡]	w50 [‡]	w75 [‡]
Algeria		63	51	30	13	67	54	34	15
Cameroon		34	29	13	5	38	32	17	6
Madagascar		38	30	17	7	38	34	20	7

Distancia de Minkoswski (POWER(r,r):
$$d(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_{i'}}) = \left(\sum_{j=1}^p \left| x_{ij} - x_{i'j} \right|^r \right)^{1/r}$$
 r=1 distancia de Manhattan r=2 distancia Euclídea.



II.2.- Medidas de distancia entre variables

Distancia de correlación de Pearson

$$d(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 1 - \left| r_{xy} \right|$$

Distancia de coseno de Eisen:

Es un caso particular de la Pearson cuando las variables tienen media cero

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \right|}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i^2}}$$

Distancia correlación de Spearman:

Es la de Pearson calculada sobre los rangos de las variables

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \left| r_{RxRy} \right|$$

Distancia correlación de Kendall:

Utiliza las comparaciones entre rangos de las variables

 p_c = Número de pares concordantes

 p_d = Número de pares discordantes

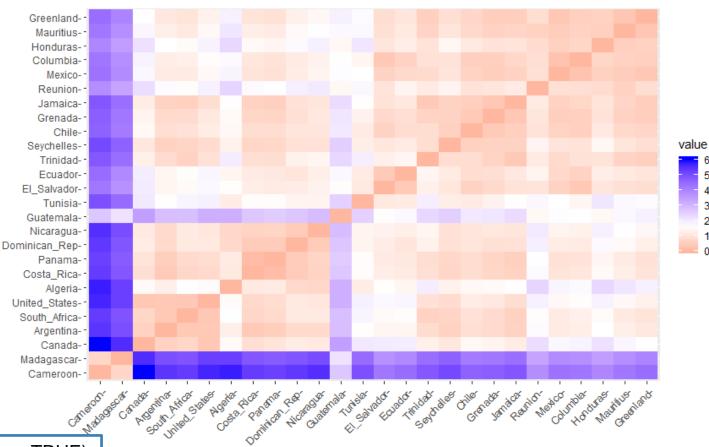
$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{n_c - n_d}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

#Calculamos las distancias con los valores sin estandarizar d <- dist(dat_EV, method = "euclidean") # distance matrix #Mostramos las primeras seis filas dela matriz de distancias as.matrix(d)[1:6, 1:6]

Algeria Cameroon Madagascar Mauritius Reunion Seychelles
Algeria 0.00000 58.077534 52.649786 21.189620 24.351591 13.37909
Cameroon 58.07753 0.000000 7.141428 42.237424 38.026307 51.02940
Madagascar 52.64979 7.141428 0.000000 37.960506 33.808283 46.37887
Mauritius 21.18962 42.237424 37.960506 0.000000 6.164414 10.77033
Reunion 24.35159 38.026307 33.808283 6.164414 0.000000 14.07125
Seychelles 13.37909 51.029403 46.378875 10.770330 14.071247 0.000000

$$d(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_{i'}}) = \sqrt{\sum_{j=1}^{p} \left(x_{ij} - x_{i'j}\right)^2}$$

Representamos mediante escalas de color la distancia entre todas las observaciones



fviz_dist(d, show_labels = TRUE)

Standardize the data
datos_ST <- scale(dat_EV)
Show the first 6 rows
head(datos_ST, nrow = 6)</pre>

$$\frac{X_{ij} - \overline{X}_j}{S_j}$$



#Calculamos las distancias con los valores estandarizados

d_st <- dist(datos_ST, method = "euclidean") # distance matrix

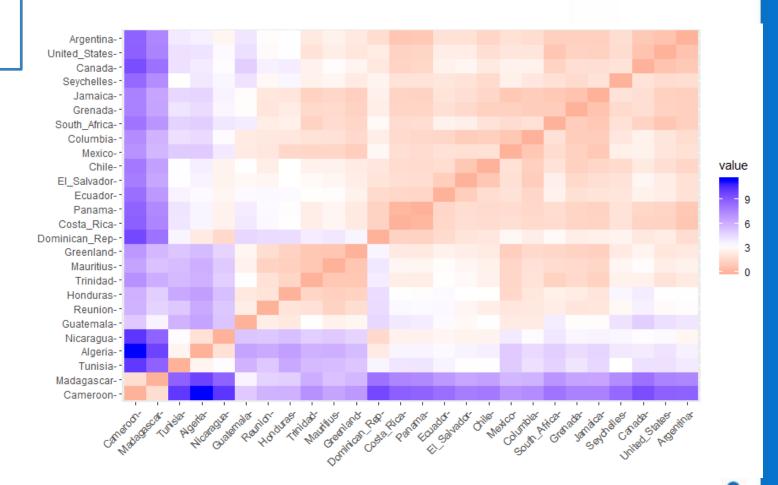
#Mostramos las primeras seis filas de la matriz de distancias

as.matrix(d_st)[1:6, 1:6]

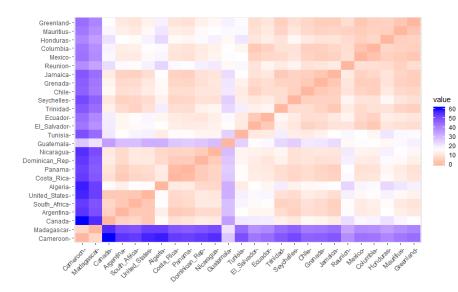
-	Algeria	Cameroon M	1adagascar	Mauritius	Reunion	Seychelles
Algeria	0.00000€	11.373268	9.824032	6.070121	6.199760	4.007481
Cameroon	11.373268	0.000000	1.831649	6.428984	5.903757	8.522775
Madagascar	9.824032	1.831649	0.00000	5.393620	4.809238	7.280227
Mauritius	6.070121	6.428984	5.393620	0.00000	1.361332	2.830433
Reunion	6.199760	5.903757	4.809238	1.361332	0.000000	2.947164
Seychelles	4.007481	8.522775	7.280227	2.830433	2.947164	0.000000



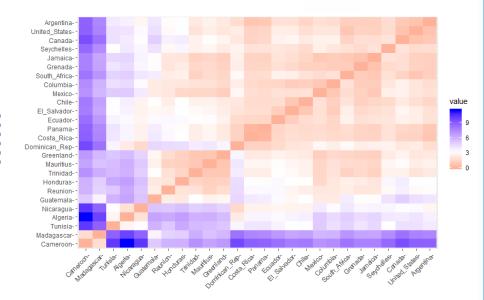
#Visualizamos
fviz_dist(d_st)



Datos originales

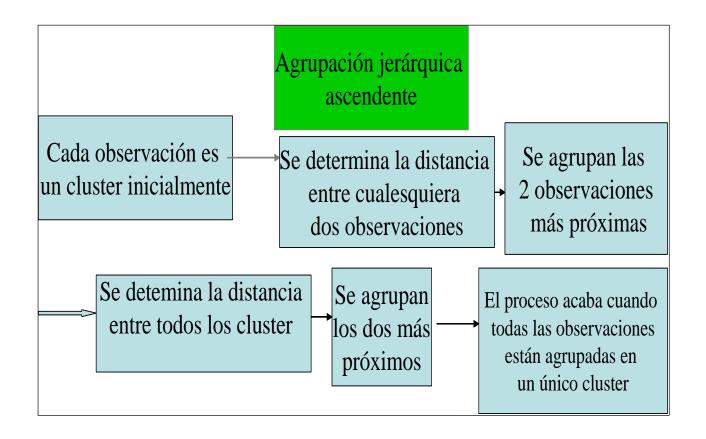


Datos estandarizados





Modelos Jerárquicos





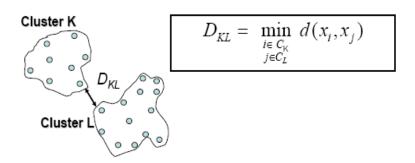
Modelos Jerárquicos

Distancias entre clústeres

Enlace Simple o del vecino más cercano (single):

La distancia entre dos clústeres viene dada por la distancia mínima entre pares de observaciones cada una perteneciente a uno de los dos clústeres.

$$d(C_{k}, C_{k'}) = \min_{\substack{i=1,\dots,n_k\\i'=1,\dots,n_{k'}}} d(x_{ki}, x_{k'i'})$$



Enlace simple: Tiende a crear grupos con muchas observaciones y alargados, que pueden incluir elementos muy distintos en los extremos.

Método del vecino más cercano

Distancia (euclidea) entre 6 observaciones 1 2 5 6 3 0.31 0.32 0.25 0.23 0.26 1 2 3 4 5 6 0.34 0.21 0.36 0.28 0.31 0.07 0.04 $C_1 = \{[1], [2], [3,5], [4], [6]\}$ 0.31 0.28° 0.09 [3,5] 4 6 1 2 0.31 0.23 0.32 0.25 $C_2 = \{[1], [2], [3, 5, 6], [4]\}$ 0.34 0.21 0.28 [3,5] 0.31 0.07 0.28 4 6 [2,4][3,5,6] [3,5,6] 0.31 0.23 $C_3 = \{[1], [2,4], [3,5,6]\}$ 0.32 0.21 1 0.31 0.23 0.28 2 0.28 [3,5,6] 0.28 $C_5 = \{[1, 2, 3, 4, 5, 6]\}$ [3,5,6] [2,4] $C_4 = \{[1,3,5,6],[2,4]\}$ 0.28 [2,4] [1,3,5,6]

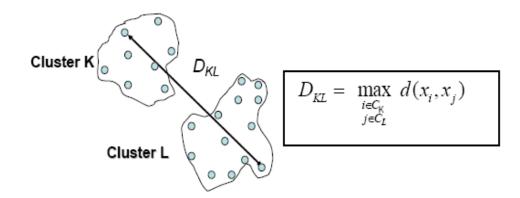


Enlace Completo o del vecino más alejado (complete):

La distancia entre dos clústeres viene dada por la distancia máxima entre pares de observaciones cada una perteneciente a uno de los dos clústeres.

$$d(C_{k}, C_{k'}) = \max_{\substack{i=1,\dots,n_k\\i'=1,\dots,n_{k'}}} d(x_{ki}, x_{k'i'})$$

Enlace más lejano: Los grupos obtenidos con este método son más compactos que los obtenidos con el método del vecino más próximo.





Método del vecino más alejado

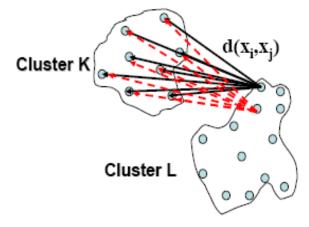
Distancias entre clústeres

Enlace medio (average):

La distancia entre dos clústeres viene dada por la distancia media entre observaciones de distintos grupos.

$$d(C_k, C_{k'}) = \frac{\sum_{i=1}^{c_1} \sum_{i'=1}^{c_2} d(x_{ki}, x_{k'i'})}{n_k n_{k'}}$$

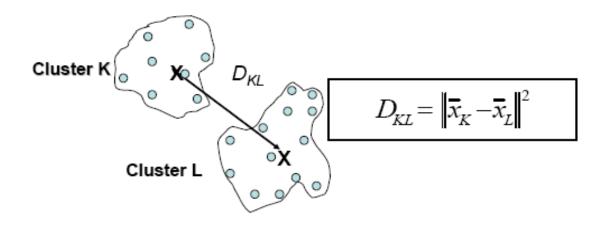
Enlace Medio: Los grupos así formados tienen varianza similar y pequeña.



Distancia entre centroides (centroid): La distancia entre dos clústeres viene dada por la distancia entre los centroides de cada grupo (**vector de medias** obtenido para las m variables desde los datos correspondientes a los individuos que formen parte del grupo).

$$d(C_k, C_{k'}) = d(\overline{x}_k, \overline{x}_{k'})$$

Enlace Centroide: Más sensible a datos extraños.





Método de Ward o de la mínima varianza (Ward):

Más que definir distancia entre cada dos clústeres, este método selecciona, entre todas las uniones posibles de dos clústeres, aquella unión que minimiza la variabilidad interna de los clústeres resultantes.

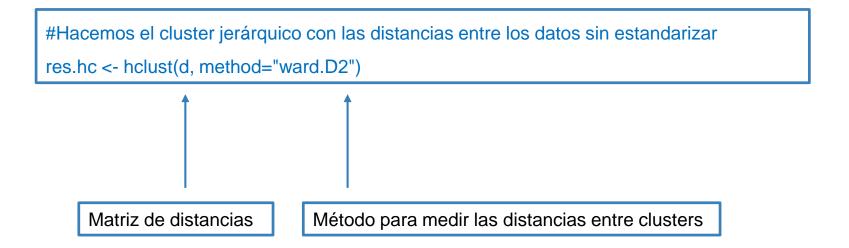
Este método tiende a generar conglomerados pequeños y equilibrados en tamaño

$$d(C_{k}, C_{k'}) = \frac{\sum_{j=1}^{p} \left(\overline{x}_{k,j} - \overline{x}_{k',j}\right)^{2}}{\frac{1}{n_{k}} + \frac{1}{n_{k'}}}$$

¿Cuál es el método de agrupación más adecuado para definir la estructura de parecidos presente en los datos?

No existe una respuesta exacta a esta pregunta, aunque los tres últimos son los más utilizados.

Como técnica exploratoria es conveniente **estudiar varios métodos** y comparar resultados antes de tomar una decisión.





Resultados del clúster jerárquico: El Dendrograma

Es frecuente presentar los resultados del análisis clúster jerárquico con este gráfico. Tiene la estructura de un árbol que permite plasmar el proceso de aglomeración y composición de grupos (para cualquier número de ellos) junto con la distancia entre cada dos grupos unidos en una gráfica.

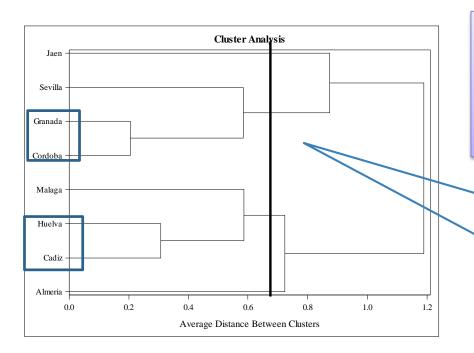


diagrama depende de la distancia entre elementos y entre clústeres utilizada, y nos puede ayudar a determinar en qué momento del proceso de agrupación nos deberemos detener

Dependiendo por dónde cortemos vemos la estructura de k- ramas cada una correspondiente a un clúster. En nuestro ejemplo vemos la composición para k = 4.



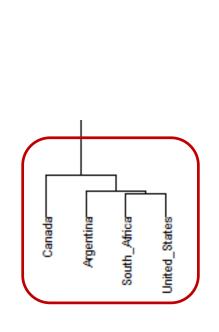
#Dibujamos el dendrograma correspondiente

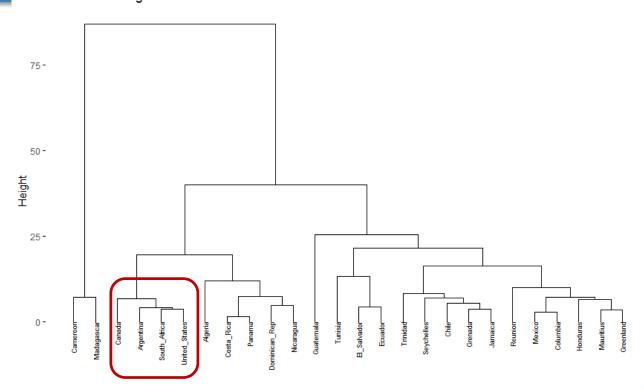
library("factoextra")

 $fviz_dend(res.hc, cex = 0.5)$

Cluster Dendrogram

Dendrograma con los datos sin estandarizar







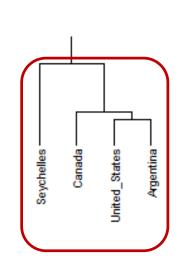
#Hacemos el cluster jerárquico con las distancias entre los

datos estandarizados

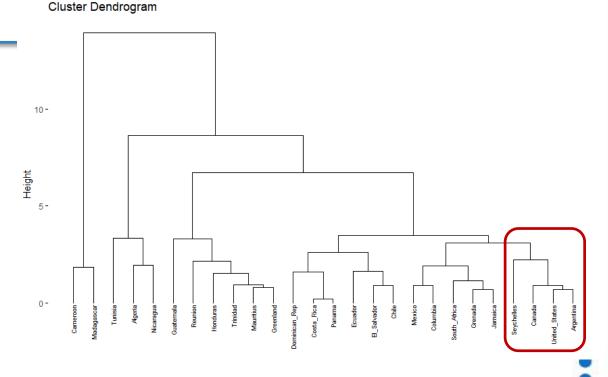
res.hc_st <- hclust(d_st, method="ward.D2")</pre>

#Dibujamos el dendrograma correspondiente

fviz_dend(res.hc_st, cex = 0.5)



Dendrograma con los datos estandarizados



Seleccionamos el número de clusters que nos parece "lógico"

Cut tree into 4 groups
grp <- cutree(res.hc_st, k = 4)
head(grp, n = 4)</pre>

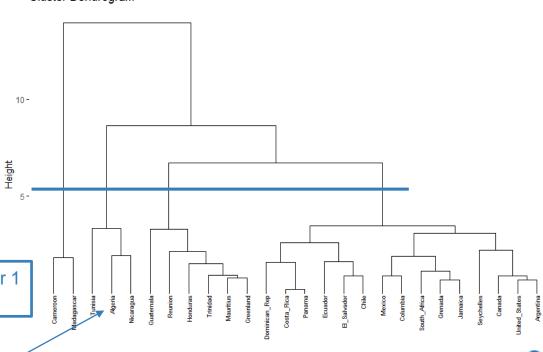
Cluster Dendrogram

Number of members in each cluster table(grp)

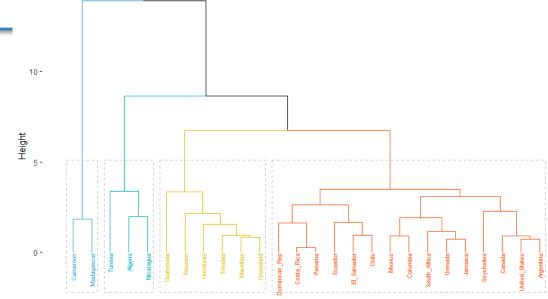
grp 1 2 3 4 3 2 6 15

Get the names for the members of cluster 1 rownames(dat_EV)[grp == 1]

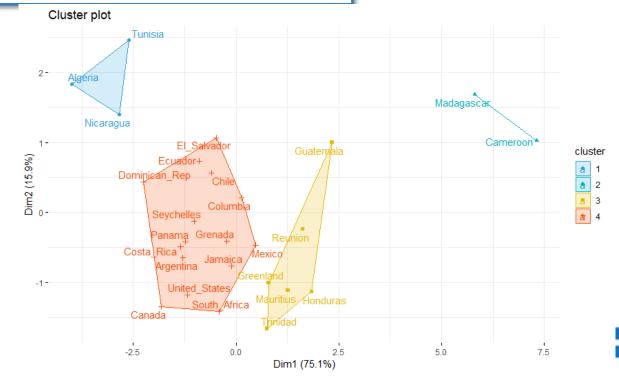
[1] "Algeria" "Tunisia" "Nicaragua"



```
# Cut in 4 groups and color by groups
fviz_dend(res.hc_st, k = 4, # Cut in four groups
      cex = 0.5, # label size
      k_{colors} = c("#2E9FDF", "#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
      color_labels_by_k = TRUE, # color labels by groups
      rect = TRUE) # Add rectangle a
                                          Cluster Dendrogram
                                        10 -
```



Representamos los
países en los planos de
las dos primeras
Componentes
Principales



Podemos realizar los pasos anteriores a las representaciones con las siguientes funciones

```
library("cluster")

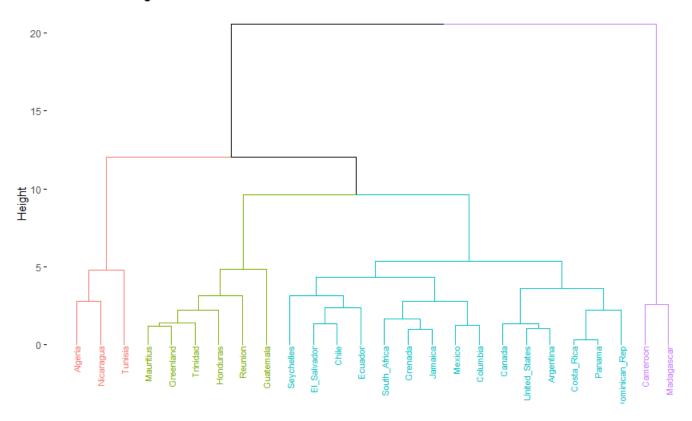
# Agglomerative Nesting (Hierarchical Clustering)

res.agnes <- agnes (x =dat_EV, # data matrix stand = TRUE, # Standardize the data metric = "euclidean", # metric for distance matrix method = "ward" # Linkage method)

fviz_dend(res.agnes, cex = 0.6, k = 4)
```

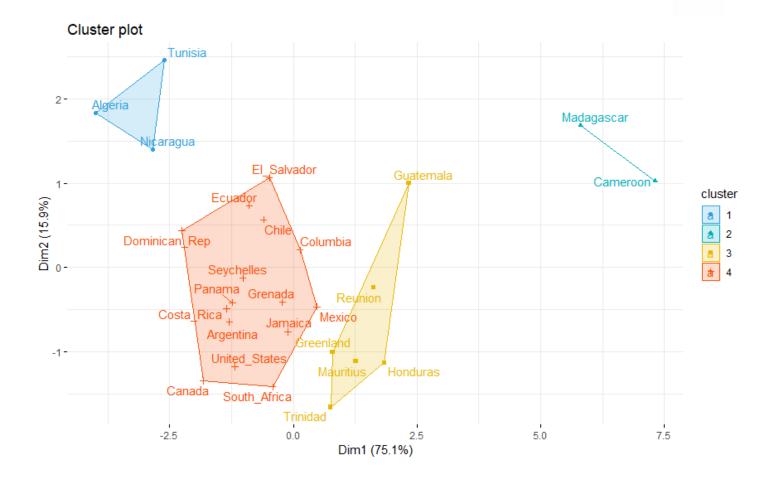


Cluster Dendrogram











II.5.- Algoritmos de clasificación no jerárquica

En el análisis clúster no jerárquico es necesario **fijar de antemano** el número **k** de grupos en que se pretende dividir las observaciones. La clasificación admite variantes dependiendo de:

- El modo de escoger k semillas iniciales para generar los k grupos
- El criterio empleado para relacionar cada observación con cada una de ellas.

Pasos del algoritmo:

- 1. **Seleccionar k** puntos como semillas iniciales de los clústeres a construir, siendo k el número deseado de clústeres.
- 2. Asignar cada una de las observaciones restantes al clúster más próximo.
- 3. Redefinir las K semillas.
- 4. Reasignar cada observación a uno de los k clústeres de acuerdo con el criterio de proximidad.
- 5. **Parar** si no se reasignan observaciones de forma distinta a como se hizo en la iteración anterior, o si la reasignación satisface alguna otra regla de parada. En caso contrario, volver a 3.



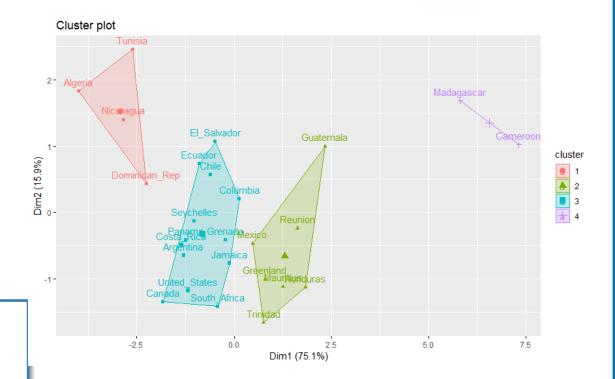
Algunos métodos para definir las semillas iniciales

- Selectionar las k primeras observaciones con datos no-missing.
- > Seleccionar la **primera observación** como primera semilla.
 - 1. La segunda semilla será aquella observación cuya distancia a la primera sea tan **grande** como una distancia predefinida.
 - 2. La tercera semilla será la observación cuya distancia a las dos primeras sea tan grande como la distancia prefijada.
 - 3. Y así sucesivamente.
- Seleccionar aleatoriamente k observaciones con datos conocidos.
- Elegir semillas que estén entre sí lo más lejanas posible.
- Utilizar k semillas que propone el investigador.

Standardize the data datos_ST <- scale(dat_EV)

Compute k-means
set.seed(123)
km.res <- kmeans(datos_ST , 4)
head(km.res\$cluster, 20)</pre>

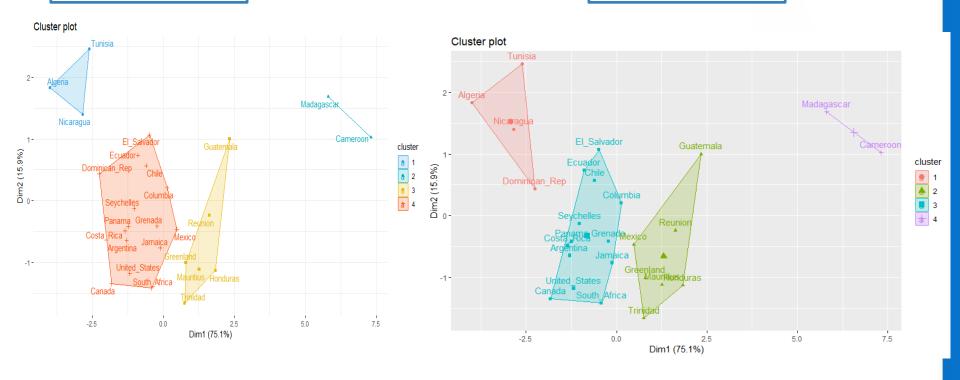
Visualize clusters using factoextra
library("factoextra")
fviz_cluster(km.res, datos)







No Jerárquico



¿Cuál es el número óptimo de clusters?



II.4.- Procedimientos para determinar el número de clusters

Para determinar el **número de clusters** existentes en nuestros datos, serán de utilidad las siguientes medidas donde i representa observación, j variable, k clúster:

Variabilidad total:

Variabilidad dentro del clúster k:

Variabilidad total intra-clústeres:

Variabilidad total entre-clústeres:

$$T = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{n} (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^{2}$$

$$W_{k} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i \in C_{k}} (x_{ij} - \bar{x}_{jk})^{2}$$

$$W = \sum_{k} W_k$$

$$E = \sum_{k} \sum_{j=1}^{p} (\overline{x}_{jk} - \overline{x}_{j})^{2}$$

Se demuestra que: T=W+E

$$T = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{n} (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^{2}$$

totss	double [1]	200
withinss	double [4]	10.95 11.15 17.82 1.68 $W_k = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} (x_{ij} - \overline{x}_{jk})^2$
tot.withinss	double [1]	41.59675 $j=1 \ i \in C_k$
betweenss	double [1]	$158.4032 W = \sum W_k$
size	integer [4]	47132
		$E = \sum \sum_{i=1}^{p} \left(\overline{x}_{j_{K}} - \overline{x}_{j}\right)^{2}$
		k = 1



#Determinación del número óptimo de clusters install.packages("NbClust") library(NbClust)

Elbow method

fviz_nbclust(datos_st, kmeans, method = "wss") +
 geom_vline(xintercept = 4, linetype = 2)+

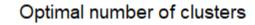
labs(subtitle = "Elbow method")

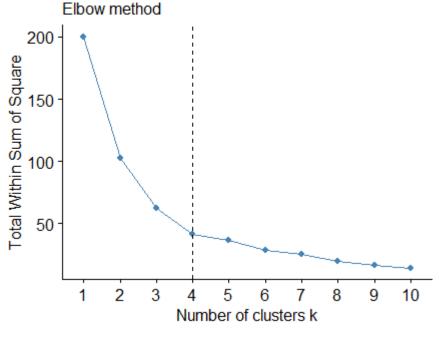
Aquel número de clusters en el que la

Variabilidad total intra-clústeres ya no se reduce
de forma significativa al aumentar uno más

$$W_k = \sum_{j=1}^p \sum_{i \in C_k} (x_{ij} - \overline{x}_{jk})^2$$

$$W = \sum_k W_k$$





Silhouette method

fviz_nbclust(datos_st, kmeans, method = "silhouette")+

labs(subtitle = "Silhouette method")

Es una medida de como de compactos son los clusters y cuanto de separados están unos de otros

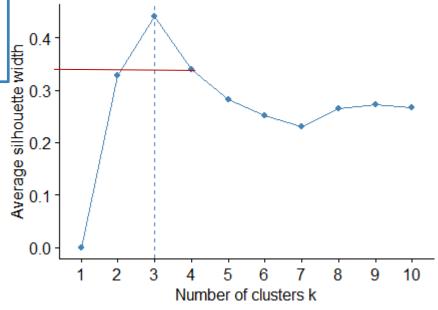
Cuanto mayor sea su valor mejor

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}}$$

$$\overline{S} = \frac{\sum_{i} S(i)}{n}$$

Optimal number of clusters







#Evaluación de la calidad de los clusters

sil <- silhouette(km.res\$cluster, dist(datos_st))</pre>

rownames(sil) <- rownames(dat_EV)</pre>

head(sil[, 1:3])

fviz_silhouette(sil)

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}}$$

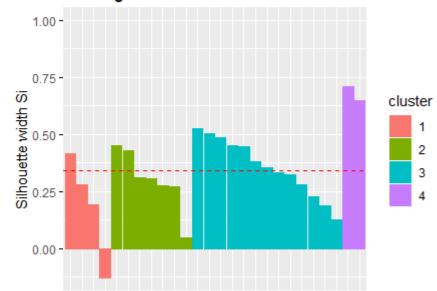
Algeria	1	3 0.4147402
Cameroon	4	2 0.7116156
Madagascar	4	2 0.6480743
Mauritius	2	3 0.4295660
Reunion	2	3 0.3098000
Seychelles	3	2 0.3536013

Evaluación de la calidad de los clusters

a(i)= distancia media de la observación i-ésima a las observaciones de su cluster

b(i)= distancia media de la observación i-ésima a las observaciones de otros clusters

Clusters silhouette plot Average silhouette width: 0.34



Probamos con 3 Clusters que es lo que nos recomienda el criterio Silouette set.seed(123) km.res <- kmeans(datos_st, 3)

Visualize clusters using factoextra

fviz_cluster(km.res, datos_st)





#Evaluación de la calidad de los clusters library("factoextra") library("cluster") sil <- silhouette(km.res\$cluster, dist(datos_st)) rownames(sil) <- rownames(datos) head(sil[, 1:3]) fviz_silhouette(sil)

II.6.- Caracterización de los clústeres

Una vez que se ha decidido la partición de los clústeres, se desea caracterizarlos:

- Por un lado, se realiza un análisis descriptivo sobre las variables activas utilizadas en el análisis, con lo que se determinarán las medias y varianzas de todas las variables.
- Un gráfico box-plot de cada una de ellas según clúster puede ser útil.
- Los diagramas de dispersión con marcas de clúster pueden ser útiles.

print(km.res)

Mostramos los estadísticos que identifican a los clusters

K-means clustering with 4 clusters of sizes 4, 7, 13, 2

Cluster means:

```
        m0
        m25
        m50
        m75
        w0
        w25
        w50
        w75

        1
        0.3516843
        1.0104699
        1.1855842
        1.75526068
        0.2793340
        0.9587342
        1.3928580
        1.5380631

        2
        -0.1425747
        -0.3562519
        -0.5247420
        -0.74334463
        -0.1676004
        -0.4955725
        -0.6258107
        -0.7007392

        3
        0.4087142
        0.3126737
        0.2646393
        0.03563981
        0.4426369
        0.3952034
        0.2512607
        0.1108514

        4
        -2.8609996
        -2.8064371
        -2.2547271
        -1.14047395
        -2.8492065
        -2.7517866
        -2.2285728
        -1.3440731
```

#Se puede calcular las medias de las variables originales

aggregate(dat_EV, by=list(km.res\$cluster),mean)

Group.1		mO	m25	m50	m75	w0	w25	w50	w75
1	1	62.00000	48.75000	27.50000	12.250000	66.00000	52.50000	31.25000	14.500000
2	2	58.00000	41.85714	21.28571	6.857143	62.00000	44.85714	24.14286	8.285714
3	3	62.46154	45.23077	24.15385	8.538462	67.46154	49.53846	27.23077	10.538462
4	4	36.00000	29.50000	15.00000	6.000000	38.00000	33.00000	18.50000	6.500000



Bibliografía

- Análisis de Datos Multivariantes. Peña D. 2002.
- Nuevos Métodos de Análisis Multivariante. Cuadras C.M. 2014
- Análisis Multivariante de Datos. Pérez, C. Ed. Garceta. 2013
- Practical guide to Cluster Analisys in R. A. Kassambara. Ed. STHDA. 2017
- http://www.sthda.com/english/





