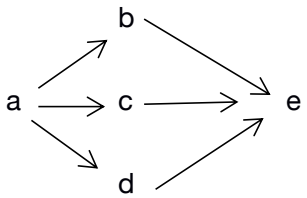
Homework10
518021911160 窦嘉伟

Problem1
1. 不是　2R3,3R2
2. 是
3. 是

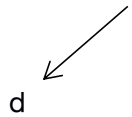
Problem2

1.



极大元：e
极小元：a
最大元：e
最小元：a

2. a　　b　　c



极大元：d
极小元：a，b，c
无最大元最小元

Problem3
自反性：R 是偏序　$x \in B \Rightarrow <x,x> \in R \wedge <x,x> \in B \times B \Rightarrow <x,x> \in R \cap B \times B$
反对称性：$x,y \in B \Rightarrow <x,y> \in R \wedge <x,y> \in B \times B \Rightarrow <x,y> \in R \cap B \times B$
同理 $<y,x> \in R \cap B \times B$, 因为 R 偏序, 所以 $x = y$
传递性：令 $x,y,z \in B \Rightarrow <x,y>, <y,z> \in R$ 及 $<x,y>, <y,z> \in B \times B$
$\Rightarrow <x,z> \in R \wedge <x,z> \in B \times B$
$\Rightarrow <x,z> \in R \cap B \times B$
综上，是偏序关系

Problem4

$$r(R)=\begin{matrix}1&1&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\\0&1&0&1\end{matrix}$$

$$S(R)=\begin{matrix}0&1&0&0\\1&0&1&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{matrix}$$

$$t(R)=\begin{matrix}0&1&1&1\\0&1&1&1\\0&1&1&1\\0&1&1&1\end{matrix}$$

Problem5

1. $R1 \subseteq R2, R2 \subseteq r(R2) \Rightarrow R1 \subseteq r(R2) \Rightarrow r(R1) \subseteq r(R2)$

2. $R1 \subseteq R2, R2 \subseteq s(R2) \Rightarrow R1 \subseteq s(R2) \Rightarrow s(R1) \subseteq s(R2)$

3. $R1 \subseteq R2, R2 \subseteq t(R2) \Rightarrow R1 \subseteq t(R2) \Rightarrow t(R1) \subseteq t(R2)$

Problem6

1. $s(R\,1) \cup s(R\,2) = s(R\,1 \cup R\,2)$

$s(R\,1) \cup s(R\,2) = R1 \cup R1^{-1} \cup R2 \cup R2^{-1} = (R1 \cup R2) \cup (R1 \cup R2)^{-1} = r(R1 \cup R2)$

2. $t(R\,1) \cup t(R\,2) \subseteq t(R\,1 \cup R\,2)$

$$t(R1) \cup t(R2) = R1^1 \cup R1^2 \cup \ldots \cup .R1^n \cup R2^1 \cup R2^2 \cup \ldots \cup R2^{n-1} \cup R2^n$$
$$= (R1 \cup R2)^1 \cup (R1 \cup R2)^2 \cup \ldots \cup (R1 \cup R2)^{n-1} \cup (R1 \cup R2)^n$$
$$= t(R1 \cup R2)$$