

算法 hw4

窦嘉伟 518021911160

6-1

A) 比如只有三个节点的图 6-10-6, 按照题述算法, 选中 10, 即结束。但最大是 6 6 两个节点。

B) 显然不对。比如 5-3-9-6-7-20, S1 是 21, S2 是 29, 最大是 5 9 20 的组合是 34.

C) 令数组 P_i 为 $\{v_1, v_2, \dots, v_i\}$ 上的一个独立集, W_i 代表 P_i 的权重, $W_0=0$, $W_i=w_1$.

对于 $i>1$, 有关系式, $W_i = \max(W_{i-1}, W_{i-2} + w_i)$, 前者对应 v_{i-1} 在 P_{i-1} 中, 后者对应不在的情况。

因此递推下去, 在 $O(n)$ 时间内可以计算出 W_n , 即最小权重。下面要求 P_n 。

由每一步 \max 操作, 可以立即更新 $P_i = P_{i-1}$ 或者 $P_i = P_{i-2} + v_i$, 前者对应 v_{i-1} 在独立集 P_{i-1} 中, 后者对应不在。因此最终求得最小独立集, 用时 $O(n)$

6-2

A)

| | | | | |
|---|---|---|-----|----|
| l | 1 | 3 | 5 | 7 |
| h | 2 | 5 | 100 | 20 |

题给算法得出 $5+20=25$

最大应该: $2+100+7=109$

B)

与第一问类似。

用 L_i 表示第一周到第 i 周工作的最大报酬。令 $L_0=0$, $L_1=h_1$;

因此, 有递推公式 $L_i = \max\{L_{i-1} + l_i, L_{i-2} + h_i\}$ 其中 $i > 1$, 每次记录 \max 操作即可推出一个最佳方案, 总时间在 $O(n)$ 内

6-11

同样, 用 C_i 代表第一周到第 i 周所用的花费, 令 $C_0=0$;

如果第 i 周选择 B, 那么规定从 $i-3$ 到 i 都选择 B。

所以, 有 $C_1=r*s_1, C_2=C_1+r*s_2, C_3=C_1+r*s_3$

那么有递推公式 $C_i = \min\{C_{i-1} + r * s_i, C_{i-4} + 4c\}$, 记录下 \min 操作即可在 $O(n)$ 时间内找出最小花费和方案。

6-13

假设存在这样的 OP 环, 那么还上所有权重累乘结果必然大于 1, 将所有的 rij 换成 $-\log(rij)$, 那么问题转化为环上所有权重累加结果小于 0。

利用 bellman-ford 算法可以测出负环的存在, 用多项式时间复杂度。