

Hw2

窦嘉伟 518021911160

3-2:

算法:

标记节点的三种存在方式, 未被访问过 (-1), 正在访问中 (0), 已经访问完 (1),

1.起始, 所有节点处于-1 状态。

2.对于 **start** 节点, 将状态改为 0, 入栈。

3.检查 **start** 的相连节点, 若所有相连节点都 (处于 1 状态或者与栈顶节点相同), 出栈, 状态置为 1。否则, 若存在 0 状态且与栈顶不相等的节点, 将该节点记为 **end**, 跳至步骤 (4.)。再否则, 寻找一个-1 状态相连节点作为新的 **start** 重复该步骤。

4.若 **end** 存在, 则依次出栈直至出栈元素等于 **end**, 该节点组即为一条环

3-7

正确,

反证: 一个非连通图, 至少有两个连通分量 A, B。AB 至少有一个节点数小于等于 $n/2$, 记为 A, 则 A 中的一个节点, **degree** 最多为 $n/2-1$, 矛盾。

3-9

及找出 **v-t** 间的必经之路 (一个点)。

算法:

v-t 之间有 $n/2$ 个长度, 即说明 **BFS** 中每一次循环不会出现两个分支, 至少有一个循环只有一个分支, 该循环下的点即要求的必经点。

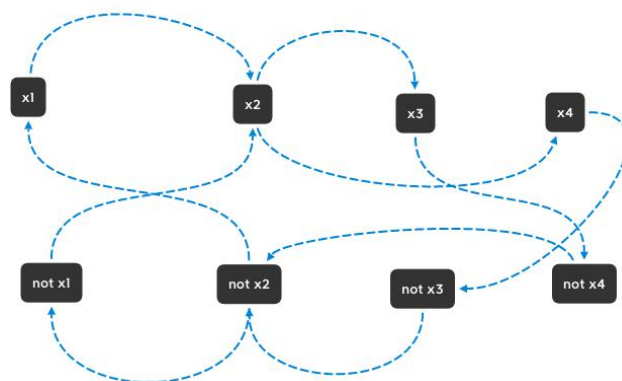
3-28

A) T F F T

B) $(x_1 \text{ or } x_2) \text{ and } (\text{not } x_1 \text{ or } x_2) \text{ and } (\text{not } x_2 \text{ or } x_3) \text{ and } (\text{not } x_2 \text{ or } x_4) \text{ and } (\text{not } x_3 \text{ or } \text{not } x_4)$

C)

中心主题



D)c 中 x_4 和 $\text{not } x_4$ 强联通, 此问不存在解

E)

1, 使用 tarjan 缩点, 将一个强连通分量缩为一点, 若选择其中一个点正确, 则该分量全部点都被选择。

2, 做一次检查, 如果有一对对立点在同一个强连通分量里, 输出无解信息。

3, 用缩后的点建立新图, 然后把边反过来。这个新图称为图 G' , 在图 G' 中进行操作 4,5。

4, 假如一对对立点, X 在图 2 中的点 A , X' 在点 B , 则标记 B 为 A 的反节点, A 为 B 的反节点。

5, 拓扑排序。每次找到一个点, 如果它上面没有打标记, 打上选择标记, 并把其对立点打上不选标记

F)tarjan 算法是线性时间, 因此只需要线性

3-31

A)自反性和对称性显然, 传递性: 若 ab 双连通, bc 双连通, 则将两个环视为一个环, abc 双连通, ac 双连通

B)双连通分量: $bd, md, cd, abon, delkjhifg$

桥: $bd\ cd, md$

割点: D, B

C)

设两个不同双连通分量内点相连且没有相交割点,

假设 (a,b) 之间存在一条路径 w , 假

设 a 在双连通分量 p 中, b 在双连通分量 q 中,

pq 之间相连, 中间为桥或者割点, 由于 (a,b) 可以到达彼此的双连通分量中任意一点, 不妨假设为 c,d , 这两点恰好是桥的顶点或者相交的割点 (此时 uv 相同), 那么 $a \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow b$ 是不同于 w 的另一条路, 此时构成回路, 与原来假设的两个双连通分量矛盾

D)将双连通分量缩为一点, 则新图中不存在环, 否则将有新的双连通分量, 因此满足五环。又, 原图是连通的, 新图仍然是连通的, 满足树的要求

E)如果根节点有不只一个孩子, 删掉根节点之后会形成至少两个双连通分量, 是割点。

如果根节点根节点是割点, 那么删掉他至少需要形成两个以上双连通分量, 一次必须有大于 1 个子节点。

F)假设 v 是割点, 则 v 的子树是双连通分量, 不能访问到除 v 和 v 子树外剩余部分的节点。

如果 v 的子树节点都不能访问不包含 v 树的其余部分节点, 则删掉 v 能形成独立的分量, v 是割点

G)基于 tarjan 算法, 是线性复杂度

H)基于 tarjan 算法, 每次 $dfn=low$ 时, 该点子树是一个双连通分量, 去掉该分量重复步骤