



# 信号与系统

---

## Lecture 12

### 第七章:离散时间系统的时域分析 (续)

#### § 7.4 零输入响应

#### § 7.5 零状态响应



# 本讲内容

---

- 常系数差分方程的经典解法
  - 零输入响应
  - 单位函数响应
  - 卷积和
  - 零状态响应
- } § 7.4
- } § 7.5



## 离散时间系统的响应

---

- 迭代法
- 经典法
- 卷积法：利用齐次解得零输入响应，再利用卷积和求零状态响应
- 变换域法（ $z$ 变换法）




## 转移算子

$$\begin{aligned}y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \dots + a_0y(k) \\= b_me(k+m) + b_{m-1}e(k+m-1) + \dots + b_0e(k)\end{aligned}$$

引入移序算子  $S[y(k)] = y(k+1)$ ，得

$$\begin{aligned}(S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \dots + a_1S + a_0)y(k) \\= (b_mS^m + b_{m-1}S^{m-1} + \dots + b_1S + b_0)e(k)\end{aligned}$$

$$y(k) = \frac{b_mS^m + b_{m-1}S^{m-1} + \dots + b_0}{S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \dots + a_0}e(k)$$


$$H(S) = \frac{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \cdots + b_0}{S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \cdots + a_0} \quad \text{转移算子}$$

常系数微分方程的转移算子和系统函数：

$$\frac{d^3}{dt^3} r(t) + 2 \frac{d^2}{dt^2} r(t) + 3 \frac{d}{dt} r(t) + r(t) = \frac{d^2}{dt^2} e(t) + 5 \frac{d}{dt} e(t) + 2e(t)$$

$$H(p) = \frac{p^2 + 5p + 2}{p^3 + 2p^2 + 3p + 1}$$

$$H(s) = \frac{s^2 + 5s + 2}{s^3 + 2s^2 + 3s + 1}$$

# 特征方程、特征根

- n阶齐次差分方程:

$$y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \dots + a_0y(k) = 0$$

- 应用移序算子  $S[y(k)] = y(k+1)$

$$(S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \dots + a_0)y(k) = 0$$

- 特征方程:

$$S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

有n个根  $v_i, i=1,2,\dots,n$  , 称为系统的特征根。

## 求解差分方程的迭代法和经典法

- 迭代法—当差分方程阶次较低时常用此法

$$y(n) = ay(n-1) + x(n) \quad x(n) = \delta(n), y(-1) = 0$$

$$n = 0 \quad y(0) = ay(-1) + x(0) = 0 + 1 = 1$$

$$n = 1 \quad y(1) = ay(0) + x(1) = a + 0 = a$$

$$n = 2 \quad y(2) = ay(1) + x(2) = a \cdot a + 0 = a^2$$

$$n = 3 \quad y(3) = ay(2) + x(3) = a \cdot a^2 + 0 = a^3$$

.....

$$\begin{matrix} y(n) \\ h(n) \end{matrix} = a^n u(n) \quad \longleftrightarrow \quad H(S) = \frac{S}{S-a}$$



思考：将上述方程改为

$$y(n) = ay(n-1) + x(n-1) \quad x(n) = \delta(n), y(-1) = 0$$

采用迭代法，得到方程的解为

$$h(n) = a^{n-1}u(n-1) \longleftrightarrow H(S) = \frac{1}{S-a}$$

$$h(n) = a^n u(n) \longleftrightarrow H(S) = \frac{S}{S-a}$$



(1) 特征根是**不等**实根  $v_i, i = 1, 2, \dots, n$

$$y_h(k) = C_1 v_1^k + C_2 v_2^k + \dots + C_n v_n^k$$

(2) 特征根是**等**实根  $v_i = v, i = 1, 2, \dots, n$

$$y_h(k) = (C_1 + C_2 k + \dots + C_n k^{n-1}) v^k$$

(3) 特征根是成对**共轭**复根  $v_{1,2} = \alpha \pm j\beta = \rho e^{\pm j\Omega_0}$

$$y_h(k) = C_1 (\alpha + j\beta)^k + C_2 (\alpha - j\beta)^k$$

或

$$y_h(k) = C_1 \rho^k \cos k\Omega_0 + C_2 \rho^k \sin k\Omega_0$$

## 特解的形式:

- 强迫项为  $n^k$  的多项式,

则特解为  $D_1 n^k + D_2 n^{k-1} + \cdots + D_{k+1}$

- 强迫项含有  $a^k$  且 不是齐次根, 则特解  $D a^k$
- 强迫项含有  $a^k$  且 是单次齐次根,

则特解  $(D_1 k + D_2) a^k$

- 强迫项含有  $a^k$  且 是n重齐次根, 则特解为


$$(D_1 k^n + D_2 k^{n-1} + \cdots + D_n) a^k$$



## 经典法求解（全响应）：

一般步骤如下：

- (1) 由方程对应的特征方程、特征根，得到齐次解通式；
- (2) 根据原方程的激励函数的形式，求出特解；
- (3) 写出原方程的全解的一般形式（即齐次解+特解）；
- (4) 代入初始条件，求出齐次解的待定系数；
- (5) 写出全响应的最终表达式。



例1 已知某二阶线性时不变离散时间系统的方程

$$y(k) - 5y(k-1) + 6y(k-2) = 2^k u(k)$$

初始条件  $y(0)=0$ ,  $y(1)=-1$ , 求系统的全响应  $y(k)$ 。

解 (1) 求齐次解

特征方程为  $S^2 - 5S + 6 = 0$

特征根为  $v_1 = 2, v_2 = 3$

所以齐次解  $y_h(k) = C_1 2^k + C_2 3^k$

## (2) 求非齐次方程的特解

由输入 $e(k)$ 的形式，设方程的特解为

$$y_p(k) = (Ak + B)2^k$$

将特解代入原微分方程，即可求得常数 $A=-2, B=0$ 。

## (3) 求方程的全解

$$y(k) = y_h(k) + y_p(k) = C_1 2^k + C_2 3^k - k 2^{k+1}, \quad k \geq 0$$

$$y(0) = C_1 + C_2 = 0$$

解得  $C_1 = -3, C_2 = 3$

$$y(1) = 2C_1 + 3C_2 - 4 = -1$$

$$y(k) = -3 \times 2^k + 3^{k+1} - k 2^{k+1}, \quad k \geq 0$$



## § 7.4 离散时间系统的零输入响应

与连续时间系统的时域分析相类似，线性移不变离散系统的全响应除了可以分为自由响应和强迫响应外，还可以分为零输入响应和零状态响应。

全响应是零输入响应与零状态响应之和。

若方程特征根均为单根，则其零输入响应为

$$y_{zi}(k) = C_1 v_1^k + C_2 v_2^k + \cdots + C_n v_n^k$$

其中，系数  $C_i$  由初始条件决定。



# 系统的初始条件

在求解系统的响应时，必然要利用系统的初始条件(initial condition)。注意：

1. 初始条件有时是  $y(0)$ ,  $y(1)$ , ...,  $y(N)$ , 有时是  $y(-1)$ ,  $y(-2)$ , ...,  $y(-N)$ 。对于因果系统，常用后者。
2. 讨论因果系统对有始信号的响应时，如果给定的初始条件是  $y(-1)$ ,  $y(-2)$  等小于零的时间点上的值，这时的初始条件就是系统零输入响应的初始条件。
3. 某些情况下给定的初始条件包括两部分：
  - 零输入响应的初始条件
  - 零状态响应在初始时刻的值



例2（例题7-7） 求下列系统的零输入响应。

$$y(k+2) - 3y(k+1) + 2y(k) = e(k+1) - 2e(k)$$

$$y_{zi}(0) = 0; y_{zi}(1) = 1$$


解：特征方程为：

$$S^2 - 3S + 2 = (S - 1)(S - 2) = 0$$

有两个特征根：1和2。

$$\therefore y_{zi}(k) = c_1 1^k + c_2 2^k$$




$$y_{zi}(k) = c_1 1^k + c_2 2^k$$

代入初值：

$$y_{zi}(0) = c_1 + c_2 = 0$$

$$y_{zi}(1) = c_1 + 2c_2 = 1$$

解得：

$$\begin{cases} c_1 = -1 \\ c_2 = 1 \end{cases}$$

$$\therefore y_{zi}(k) = -1 + 2^k; k \geq 0$$



思考：不同初始条件下求系统的零输入响应。

---

$$y(k+2) - 3y(k+1) + 2y(k) = e(k+1) - 2e(k)$$

激励为有始信号。

$$y(-1) = 0; y(-2) = 1$$

$$y_{zi}(0) = 0; y_{zi}(1) = 1$$

$$y(0) = 0; y(1) = 1$$

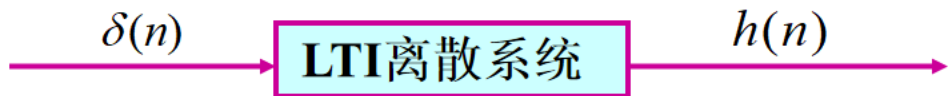
## § 7.5 离散时间系统的零状态响应

- 单位函数响应
- 1、单位函数响应定义
  - 2、单位函数响应求解方法
  - 3、根据单位函数响应分析系统的因果性和稳定性

- 卷积和
- 1、定义
  - 2、计算
  - 3、性质
  - 4、零状态响应

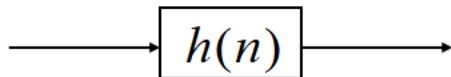
# 一、单位函数响应

## 1、定义



离散时间系统对单位函数  $\delta(n)$  的零状态响应  $h(n)$ ，称为系统的单位函数响应。

单位函数响应是系统的时域表征函数。



借由单位函数响应可以判断系统的因果性、稳定性，可以求解零状态响应。



## 2、单位函数响应的求法

- 时域经典方法求 $h(n)$
- 利用转移算子进行部分分式分解求 $h(n)$

## 利用转移算子进行部分分式分解求解

$$\begin{aligned}y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \dots + a_0y(k) \\= b_me(k+m) + b_{m-1}e(k+m-1) + \dots + b_0e(k)\end{aligned}$$

系统的转移算子：

$$H(S) = \frac{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_0}{S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_0}$$

对 $H(S)$ 进行部分分式分解，即可得到 $h(n)$ 的表达式。

部分分式分解时系数如何得到，方法同 § 5.5 拉普拉斯反变换的计算。

# 转移算子及其对应的单位函数响应 (表7-2)

编号	$H(s)$	$h(k)$
1	1	$\delta(k)$
2	$\frac{1}{s-v}$	$v^{k-1}u(k-1)$
3	$\frac{1}{s-e^{\lambda T}}$	$e^{\lambda(k-1)T}u(k-1)$
4	$\frac{s}{s-v}$	$v^k u(k)$
5	$\frac{s}{s-e^{\lambda T}}$	$e^{\lambda k T} u(k)$
6	$A \frac{s}{s-v} + A' \frac{s}{s-v'}$ $A=re^{i\theta}, v=e^{(a+i\beta)T}$	$2re^{a k T} \cos(\beta k T + \theta) u(k)$
7	$\frac{s}{(s-v)^2}$	$k v^{k-1} u(k)$
8	$\frac{s}{(s-e^{\lambda T})^2}$	$k e^{\lambda(k-1)T} u(k)$
9	$\frac{s}{(s-v)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} k(k-1) \cdots (k-n+2) v^{k-n+1} u(k)$
10	$\frac{s}{(s-e^{\lambda T})^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} k(k-1) \cdots (k-n+2) e^{\lambda(k-n+1)T} u(k)$



例3 (例题7-9) 求下列系统的单位函数响应。

$$y(n) - 5y(n-1) + 6y(n-2) = x(n) - 3x(n-2)$$


解:

$$\begin{aligned} H(S) &= \frac{S^2 - 3}{S^2 - 5S + 6} \\ &= 1 + \frac{5S - 9}{S^2 - 5S + 6} = 1 + \frac{6}{S - 3} - \frac{1}{S - 2} \end{aligned}$$

得:

$$h(n) = \delta(n) + (6 \times 3^{n-1} - 2^{n-1})u(n-1)$$






例4 已知某因果系统是一个二阶常系数差分方程，  
并已知当激励 $x(n)=u(n)$ 时的零状态响应为：

$$g(n) = (2^n + 3 \times 5^n + 10)u(n)$$

- (i) 求系统单位函数响应。
- (ii) 若系统为零状态，求此二阶差分方程。




---

解: (i)  $g(n) = (2^n + 3 \times 5^n + 10)u(n)$

$$\therefore g(n-1) = (2^{n-1} + 3 \times 5^{n-1} + 10)u(n-1)$$

$$\therefore \delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$\begin{aligned}\therefore h(n) &= g(n) - g(n-1) \\ &= 14\delta(n) + (2^{n-1} + 12 \times 5^{n-1})u(n-1)\end{aligned}$$



(ii) 由单位函数响应的形式

$$h(n) = 14\delta(n) + (2^{n-1} + 12 \times 5^{n-1})u(n-1)$$

可知该系统的转移算子为:

$$H(S) = 14 + \frac{1}{S-2} + \frac{12}{S-5} = \frac{14S^2 - 85S + 111}{S^2 - 7S + 10}$$

故系统对应差分方程为:

$$\begin{aligned} y(n+2) - 7y(n+1) + 10y(n) \\ = 14x(n+2) - 85x(n+1) + 111x(n) \end{aligned}$$



### 3、根据单位函数响应分析系统的因果性和稳定性

- 因果性：有输入才有输出。
- 稳定性：输入有界则输出必定有界。



因果	响应不早于激励		激励最高序号不大于响应最高序号
	$h(t) = 0, \quad t < 0$		$h(n) = 0, \quad n < 0$
稳定	$\int_{-\infty}^{\infty}  h(t)  < \infty$		$\sum_{n=-\infty}^{\infty}  h(n)  < \infty$
	因果系统	$\int_0^{\infty}  h(t)  < \infty$	$\sum_{n=0}^{\infty}  h(n)  < \infty$
		系统函数H(s)的所有极点全部位于s平面的左半开平面	?

**例6** 已知某系统的单位函数响应为  $h(n) = a^n u(n)$ ,

问：它是否是因果系统？是否是稳定系统？

解：  $n < 0$  时：  $h(n) = 0$  是因果系统

稳定

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |a^n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - |a|^{n+1}}{1 - |a|} = \begin{cases} \frac{1}{1 - |a|}, & |a| < 1 \\ \text{不收敛}, & |a| > 1 \end{cases}$$

不稳定



## 二、卷积和

---

- 1、定义
- 2、计算
- 3、性质
- 4、零状态响应



## 1. 卷积和定义

---


两个连续时间信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积积分定义如下:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

类似地, 我们定义序列 $f_1(k)$ 和 $f_2(k)$ 的卷积和为:

$$f(k) = f_1(k) * f_2(k) \triangleq \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(k - i)$$





如果 $f_1(k)$ 为因果序列, 由于 $k < 0$ 时,  $f_1(k)=0$ , 故

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=0}^{\infty} f_1(i) f_2(k-i)$$

如果 $f_2(k)$ 为因果序列, 而 $f_1(k)$ 不受限制, 那么当 $(k-i) < 0$ , 即 $i > k$ 时,  $f_2(k-i)=0$ , 因而

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=-\infty}^k f_1(i) f_2(k-i)$$

如果 $f_1(k)$ 和 $f_2(k)$ 均为因果序列, 则有

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=0}^k f_1(i) f_2(k-i)$$

# 常用序列的卷积和公式

序号	$f_1(k), k \geq 0$	$f_2(k), k \geq 0$	$f_1(k) * f_2(k), k \geq 0$
1	$f(k)$	$\delta(k)$	$f(k)$
2	$f(k)$	$\varepsilon(k)$	$\sum_{i=0}^k f(i)$
3	$\varepsilon(k)$	$\varepsilon(k)$	$k+1$
4	$a^k$	$\varepsilon(k)$	$\frac{1-a^{k+1}}{1-a}, a \neq 1$
5	$a_1^k$	$a_2^k$	$\frac{a_1^{k+1}-a_2^{k+1}}{a_1-a_2}, a_1 \neq a_2$
6	$a^k$	$a^k$	$(k+1)a^k$
7	$k$	$k$	$\frac{(k-1)k(k+1)}{6}$
8	$e^{\lambda k}$	$\varepsilon(k)$	$\frac{1-e^{\lambda(k+1)}}{1-e^{\lambda}}$
9	$e^{\lambda_1 k}$	$e^{\lambda_2 k}$	$\frac{e^{\lambda_1(k+1)}-e^{\lambda_2(k+1)}}{e^{\lambda_1}-e^{\lambda_2}}, \lambda_1 \neq \lambda_2$
10	$e^{\lambda k}$	$e^{\lambda k}$	$(k+1)e^{\lambda k}$
11	$a_1^k \cos(\Omega_0 k + \theta)$	$a_2^k$	$\frac{a_1^{k+1} \cos[\Omega_0(k+1) + \theta - \varphi] - a_2^{k+1} \cos(\theta - \varphi)}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos \Omega_0}}$ $\varphi = \arctan\left(\frac{a_1 \sin \Omega_0}{a_1 \cos \Omega_0 - a_2}\right)$



## 2. 卷积和的计算

---

- 按公式计算  $\checkmark$
- 图解法  $\checkmark$
- 利用卷积的性质求卷积

## (1) 按公式计算

例7 设  $f_1(k) = e^{-k} \varepsilon(k)$ ,  $f_2(k) = \varepsilon(k)$  , 求  $f_1(k) * f_2(k)$  。

解：由卷积和定义式得

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{-i} \varepsilon(i) \varepsilon(k-i)$$

当 $k \geq 0$ 时:

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=0}^k e^{-i} = \frac{1 - (e^{-1})^{k+1}}{1 - e^{-1}} = \frac{1 - e^{-(k+1)}}{1 - e^{-1}}$$

或记成

$$f_1(k) * f_2(k) = \left( \frac{1 - e^{-(k+1)}}{1 - e^{-1}} \right) \varepsilon(k)$$




## (2) 图解法

### 例8 已知离散信号

$$f_1(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 3 & k = 1 \\ 2 & k = 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_2(k) = \begin{cases} 4 - k & k = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求卷积和  $f_1(k) * f_2(k)$ 。



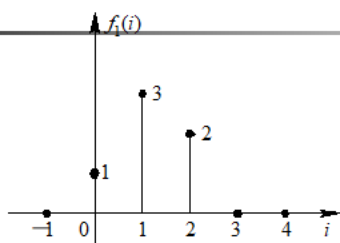
解: 
$$f(k) = f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(k-i)$$

第一步, 画出 $f_1(i)$ 、 $f_2(i)$ 图形。

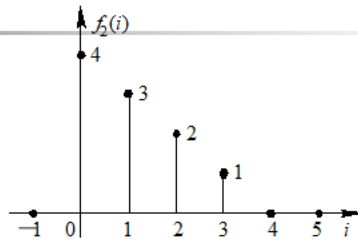
第二步, 将 $f_2(i)$ 图形以纵坐标为轴翻转, 得到 $f_2(-i)$ 图形。

第三步, 将 $f_2(-i)$ 图形沿*i*轴左移( $k < 0$ )或右移( $k > 0$ ) $|k|$ 个时间单位, 得到 $f_2(k-i)$  图形。

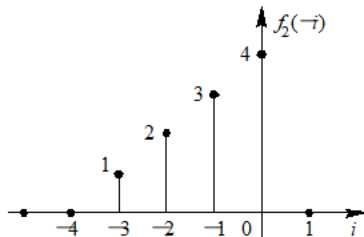
第四步, 对任一给定值 $k$ , 进行相乘、求和运算, 得到序号为 $k$ 的卷积和序列值 $f(k)$ 。若令 $k$ 由 $-\infty$ 至 $\infty$ 变化,  $f_2(k-i)$ 图形将从 $-\infty$ 处开始沿*i*轴自左向右移动, 由计算求得卷积和序列 $f(k)$ 。



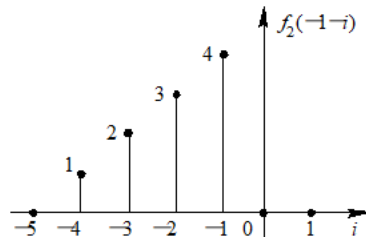
(a)



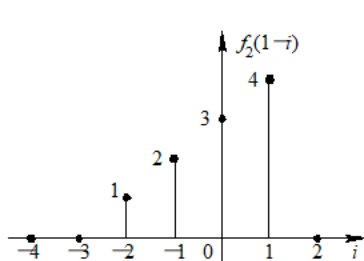
(b)



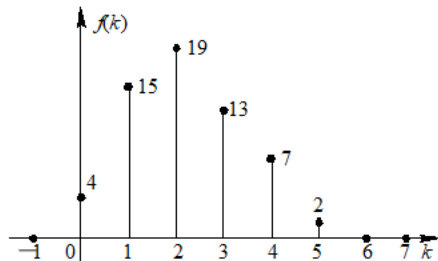
(c)



(d)



(e)



(f)

## 卷积和计算图解

$k < 0$  时, 由于乘积项  $f_1(i)f_2(k-i)$  均为零, 故  $f(k) = 0$ 。

$$k=0 \text{ 时, } f(0) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i)f_2(k-i) = \sum_{i=0}^0 f_1(i)f_2(-i) = f_1(0)f_2(0) = 1 \times 4 = 4。$$

$$k=1 \text{ 时, } f(1) = \sum_{i=0}^1 f_1(i)f_2(1-i) = f_1(0)f_2(1) + f_1(1)f_2(0) = 3 + 12 = 15。$$

$$\begin{aligned} k=2 \text{ 时, } f(2) &= \sum_{i=0}^2 f_1(i)f_2(2-i) = f_1(0)f_2(2) + f_1(1)f_2(1) + f_1(2)f_2(0) \\ &= 2 + 9 + 8 = 19。 \end{aligned}$$

同理可得  $f(3)=13$ ,  $f(4)=7$ ,  $f(5)=2$ , 以及  $k > 5$  时  $f(k)=0$ 。

于是, 其卷积和为

$$f(k) = \{ \cdots 0 \quad 4 \quad 15 \quad 19 \quad 13 \quad 7 \quad 2 \quad 0 \}$$

↑

$k = 0$





### 3. 卷积和的性质


---

性质1 离散信号的卷积和运算服从交换律、结合律和分配律，即

$$f_1(k) * f_2(k) = f_2(k) * f_1(k)$$

$$f_1(k) * [f_2(k) * f_3(k)] = [f_1(k) * f_2(k)] * f_3(k)$$

$$f_1(k) * [f_2(k) + f_3(k)] = f_1(k) * f_2(k) + f_1(k) * f_3(k)$$



性质2 若  $f_1(k)*f_2(k)=f(k)$ , 则

$$f_1(k) * f_2(k - k_1) = f_1(k - k_1) * f_2(k) = f(k - k_1)$$

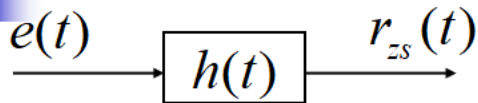
$$f_1(k - k_1) * f_2(k - k_2) = f_1(k - k_2) * f_2(k - k_1) = f(k - k_1 - k_2)$$

式中  $k_1$  ,  $k_2$  均为整数。

性质3 任一序列  $f(k)$  与单位脉冲序列  $\delta(k)$  的卷积和等于序列  $f(k)$  本身, 即

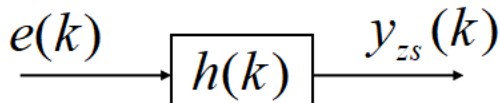
$$f(k) * \delta(k) = \delta(k) * f(k) = f(k)$$

## 4. LTI系统的零状态响应



$$\begin{aligned} e(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \\ &= e(t) * \delta(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{zs}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau \\ &= e(t) * h(t) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} e(k) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} e(i) \delta(k - i) \\ &= e(k) * \delta(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{zs}(k) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} e(i) h(k - i) \\ &= e(k) * h(k) \end{aligned}$$



## 练习：计算下列卷积和


$$(1) \quad \varepsilon(k) * \varepsilon(k)$$

$$(2) \quad \varepsilon(k-3) * \varepsilon(k-4)$$

$$(3) \quad a^k \varepsilon(k) * \delta(k)$$

$$(4) \quad a^k \varepsilon(k) * \varepsilon(k) \quad (a \neq 1)$$

$$(5) \quad a^k \varepsilon(k) * a^k \varepsilon(k)$$



答案: (1)  $\varepsilon(k) * \varepsilon(k) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \varepsilon(i) \varepsilon(k-i)$


$$= \left( \sum_{i=0}^k 1 \right) \varepsilon(k) = (k+1) \varepsilon(k)$$

$$(2) \quad \varepsilon(k-3) * \varepsilon(k-4) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \varepsilon(i-3) \varepsilon(k-i-4)$$
$$= \left( \sum_{i=3}^{k-4} 1 \right) \varepsilon(k-7) = (k-6) \varepsilon(k-7)$$

$$(3) \quad a^k \varepsilon(k)$$

$$(4) \quad \frac{1-a^{k+1}}{1-a} \varepsilon(k)$$

$$(5) \quad (k+1)a^k \varepsilon(k)$$



例9(例题7-10) 一离散时间系统的转移算子为:

$$H(S) = \frac{S(7S - 2)}{(S - 0.5)(S - 0.2)}$$

已知系统的初始条件为  $y(0)=9, y(1)=13.9$  , 当系统输入为  $\varepsilon(k)$  时, 求系统的响应。

**分析:** 此题的关键是对给出的初始条件的理解。若这里的初始条件只是指零输入响应在0, 1时刻的值, 则可以依次求出零输入响应, 零状态响应, 从而得到全响应。

但是这里的初始条件是**全响应的初始条件**, 其中还包括激励所产生的初始响应。因此无法先求出零输入响应。

此题需**先求出零状态响应**, 进而算出零状态响应的初值, 再从全响应的初始条件中减去此初值, 得到零输入响应的初始条件, 由此求出零输入响应。



## 小结

---

- 线性差分方程的解法
- 零输入响应
- 单位函数响应
- 卷积和
- 零状态响应

## 课外作业

阅读：7.4–7.6；预习：8.1–8.3

作业：7.27，7.29