Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №7
Помехоустойчивое кодирование

Работу выполнил:
Беседин Д.С.
Группа: 33501/3
Преподаватель:
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2017

Содержание

1. Цель и задачи

1.1. Цель работы

Изучение методов помехоустойчивого кодирования и сравнения их свойств.

1.2. Постановка задачи

Провести кодирование/декодирование сигнала, полученного с помощью функции randerr кодом Хэмминга 2-мя способами: с помощью встроенных функций encode/decode, а также через создание проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома. Оценить корректирующую способность кода.

Выполнить кодирование/декодирование циклическим кодом, кодом БЧХ, кодом Рида-Соломона. Оценить корректирующую способность кода.

2. Теоретическая информация

2.1. Кодирование

Физическое кодирование — линейное преобразование двоичных данных, осуществляемое для их передачи по физическому каналу. Физическое кодирование может менять форму, ширину полосы частот и гармонический состав сигнала в целях осуществления синхронизации приёмника и передатчика, устранения постоянной составляющей или уменьшения аппаратных затрат передачи сигнала.

Обнаружение ошибок в технике связи — действие, направленное на контроль целостности данных при записи/воспроизведении информации или при её передаче по линиям связи. Исправление ошибок (коррекция ошибок) — процедура восстановления информации после чтения её из устройства хранения или канала связи.

Для обнаружения ошибок используют коды обнаружения ошибок, для исправления — корректирующие коды (коды, исправляющие ошибки, коды с коррекцией ошибок, помехоустойчивые коды).

2.2. Типы помехоустойчивого кодирования

2.2.1. Кодирование Хэмминга

Коды Хемминга — простейшие линейные коды с минимальным расстоянием 3, то есть способные исправить одну ошибку. Код Хемминга может быть представлен в таком виде, что синдром

$$\vec{s} = \vec{r}H^T \tag{1}$$

Этот принятый вектор будет равен номеру позиции, в которой произошла ошибка. Это свойство позволяет сделать декодирование очень простым.

Коды, в которых возможно автоматическое исправление ошибок, называются самокорректирующимися. Коды Хэмминга являются самоконтролирующимися кодами, то есть кодами, позволяющими автоматически обнаруживать ошибки при передаче данных и исправлять их.

Для построения самокорректирующегося кода, рассчитанного на исправление одиночных ошибок, одного контрольного разряда недостаточно. Как видно из дальнейшего, количество контрольных разрядов k должно быть выбрано так, чтобы удовлетворялось неравенство

$$2^k \geq k + m + 1 \tag{2}$$

или

$$k \geq \log_2(k + m + 1) \tag{3}$$

где m — количество основных двоичных разрядов кодового слова.

Минимальные значения k при заданных значениях m, найденные в соответствии с этим неравенством, приведены в таблице.

Диапазон m	**k_{min}**
1	2
2-4	3
5-11	4
12-26	5
27-57	6

Рис. 2.2.1. Значения K_{min} в зависимости от m

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки на четность числа единичных символов: к последовательности добавляется такой элемент, чтобы число единичных символов в получившейся последовательности было четным.

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus ... \oplus i_k \tag{4}$$

$$S = i_1 \oplus i_2 \oplus ... \oplus i_n \oplus r_1 \tag{5}$$

Тогда если $S = 0$ - ошибки нет, иначе есть однократная ошибка.

Такой код называется $(k+1, k)$. Первое число — количество элементов последовательности, второе — количество информационных символов.

Получение кодового слова выглядит следующим образом:

$$(i_1\, i_2\, i_3\, i_4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (i_1\, i_2\, i_3\, i_4\, r_1\, r_2\, r_3) \tag{6}$$

Получение синдрома выглядит следующим образом:

$$(i_1\, i_2\, i_3\, i_4\, r_1\, r_2\, r_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

2.2.2. Циклические коды

Циклический код — линейный код, обладающий свойством цикличности, то есть каждая циклическая перестановка кодового слова также является кодовым словом. Используется для преобразования информации для защиты её от ошибок.

2.2.3. Коды БЧХ

Коды Боуза — Чоудхури — Хоквингема (БЧХ-коды) — в теории кодирования это широкий класс циклических кодов, применяемых для защиты информации от ошибок. Отличается возможностью построения кода с заранее определёнными корректирующими свойствами, а именно, минимальным кодовым расстоянием. Частным случаем БЧХ-кодов является код Рида — Соломона.

2.2.4. Коды Рида-Соломона

Коды Рида—Соломона (англ. Reed–Solomon codes) — недвоичные циклические коды, позволяющие исправлять ошибки в блоках данных. Элементами кодового вектора являются не биты, а группы битов (блоки). Код Рида—Соломона является частным случаем БЧХ-кода.

3. Ход работы

Реализация различных типов кодирования с помощью MATLAB:

Листинг 1: Код в МатЛаб

```
out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
disp(out);
code = encode (out, 7, 4, 'hamming/binary');
disp(code);
dcode = decode (code, 7, 4, 'hamming/binary');
if (dcode == out) disp('Got it for Hamming!');
end;

out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
disp(out);
code = encode (out, 7, 4, 'cyclic/binary');
disp (code);
dcode = decode (code, 7, 4, 'cyclic/binary');
if (dcode == out) disp('Got it for cyclic!');
end;

m = 4;
n = 2^m-1;
k = 5;
nwords = 10;

code = gf(randi([0 1],nwords,k));

[~,t] = bchgenpoly(n,k);

enc = bchenc(code,n,k);

noisycode = enc + randerr(nwords,n,1:t);

dcode = bchdec(noisycode,n,k);
```

```
code
dcode
if (code == dcode) disp ('Got it for BCH');
end;

m = 3;
n = 2^m - 1;
k = 3;

msg = gf([2 7 3; 4 0 6; 5 1 1],m);
code = rsenc(msg,n,k);

errors = gf([2 0 0 0 0 0 0; 3 4 0 0 0 0 0; 5 6 7 0 0 0 0],m);
noisycode = code + errors;

[dcode,cnumerr] = rsdec(noisycode,n,k);

cnumerr
```

3.1. Коды Хэмминга

Ниже представлены сообщение и его код, полученный стандартной функцией encode с параметром 'hamming/binary' (использовался стандартный код Хемминга (7,4)).

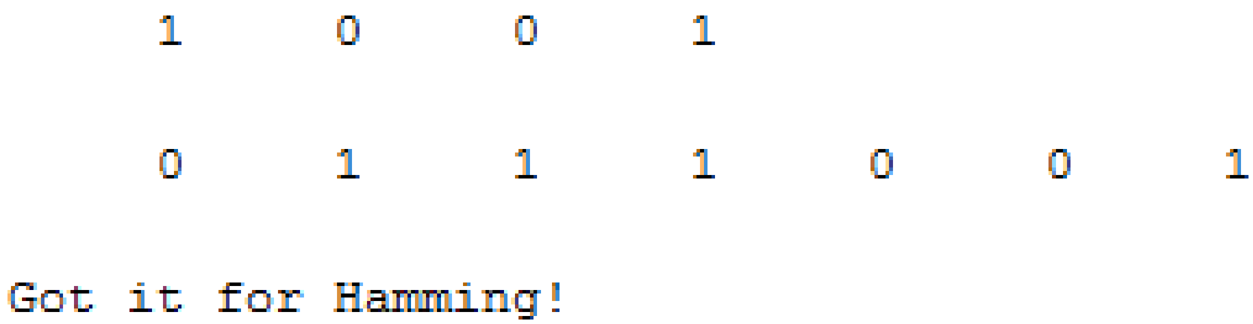

Рис. 3.1.1. Исходное сообщение и его код Хэмминга

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3.

3.2. Циклические коды

Ниже представлено сообщение, закодированное циклическим кодом, полученным стандартной функцией encode с параметром 'cyclic/binary' (использовался стандартный код (7,4)).

```
        -
  1  0  0  1

  1  1  0  1  0  0  1

Got it for cyclic!
```

Рис. 3.2.1. Исходное сообщение и его циклический код

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3.

3.3. Коды БЧХ

Для кодирования/декодирования с помощью кодов БЧХ использовались, соответственно, функции bchenc/bchdec. При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3, или 4. Массивы до и после декодирования представлены на Рис.3.3.1 и Рис.3.3.2:

0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
1	1	1	0	1
1	0	1	0	0
0	1	0	0	0
1	0	1	0	0
0	0	1	0	1
1	1	0	0	1

Рис. 3.3.1. Масисв до декодирования

```
0    0    0    0    0
0    1    1    1    0
0    0    0    1    1
0    1    1    0    0
1    1    1    0    1
1    0    1    0    0
0    1    0    0    0
1    0    1    0    0
0    0    1    0    1
1    1    0    0    1
```

Рис. 3.3.2. Массив после декодирования

3.4. Коды Рида-Соломона

При использовании кодов Рида-Соломона в виде стандартной функции rsenc можно наблюдать вектор cnumerr, который содержит количества исправляемых ошибок.

```
cnumerr =

     1
     2
    -1
```

Рис. 3.4.1. Количество исправляемых ошибок cnumerr

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3, или 4.

4. Выводы

Кодирование - важный процесс при передаче сигналов по каналам связи. Методы кодирования дополняют методы модуляции для обеспечения улучшения качества передачи, для предотвращения ошибок при передаче, а также защищенности данных от получения злоумышлинниками. Рассмотрены различные методы кодирования - коды Хэмминга, циклические коды, коды БЧХ, коды Рида-Соломона, которые являются самокорректирующимися, т.е. могу исправлять ошибки, полученные из-за влияния помех на сигнал в процессе передачи.