



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

**硕士学位论文**

**(专业学位)**

# 低客流场景下复合公交运营模式与调度 方法研究

姓 名：张心妍

学 号：2133337

学 院：交通运输工程学院

学科门类：工学

专业学位类别：交通运输

专业领域：道路交通运输

研究方向：智能交通系统工程

指导教师：安琨 教授

行业导师：

联合培养单位：

二〇二四年五月



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

A thesis submitted to

Tongji University in partial fulfillment of the requirements for

the degree of Master of Engineering

**Research on composite bus operation mode  
and scheduling method under low passenger  
demand**

Candidate: Xinyan Zhang

Student Number: 2133337

School/Department: Transportation Engineering

Categories: Engineering

Degree: Transportation

Degree's Field: Transportation Engineering

Research Fields: Intelligent Transportation Systems Engineering

Supervisor: Prof. Kun An

Associate Supervisor:

Joint Training Institution:

May 2024

低客流场景下复合公交运营模式与调度方法研究

张心妍

同济大学



## 摘要

近几年，私家车、轨道交通等多元出行方式的快速发展分流了城市地面公交的客源，城市公交客运量持续下降，营收锐减。作为政府保障居民日常出行的主要民生设施，城市公交线路不能简单地取消或者停运，低客流出行场景由此衍生，常见于城市郊区、工业园区等。现有针对地面公交低客流场景的研究，局限于单独的公交调度模式，例如灵活公交调度、需求响应式调度研究等，未能考虑乘客的差异化出行需求。因此本文聚焦于低客流出行场景，针对乘客实际出行需求，提出了包含常规公交与灵活公交服务的复合公交运营新模式和调度方法，建立数学模型并进行求解，可为复合公共交通系统的实际运营提供理论支持。

本文阐述了常规公交服务与灵活公交服务的研究背景和研究意义，提出了灵活公交动静态两阶段调度优化方法。在此基础上，考虑到不方便使用灵活公交服务的乘客，新增了常规公交调度，提出了单线路复合公交协同调度优化方法。进一步地，由单线路扩展至多线路，以两条公交线路为例，对多线路复合公交协同调度优化进行了研究。主要工作内容如下：

低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化。建立混合整数线性规划模型，在静态阶段，设计预约时间窗聚集乘客出行请求，以运营总成本最低为优化目标，综合考虑公交容量、乘客出行时间等约束，优化灵活公交的初始路线与时刻表，并为乘客匹配合适的出行方案。在此基础上，在动态阶段，综合权衡车内乘客以及计划服务乘客的绕行时间成本与未能服务实时乘客的惩罚成本，实时响应乘客动态请求。将模型应用至上海市实际公交线路中，与常规公交的服务效果进行对比，并分析预约乘客和实时乘客占比、预约时间窗等关键参数对模型效果的影响。结果表明，客流量低于 100 人次/线路/小时，宜采用灵活公交服务，客流量越低，灵活公交优化效果越好。

单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化。将乘客群体划分为特殊乘客与普通乘客两类，基于不同乘客的出行特征，构建了混合整数线性规划模型。首先以运营总成本最低为目标，综合考虑公交容量、乘客候车时间等约束，优化常规公交的调度方案。在此基础上，响应乘客预约和实时请求，更新灵活公交调度，为乘客匹配合适的出行方案。应用拉格朗日松弛算法将问题进行拆解，并比较使用交叉熵算法和遗传算法求解常规公交调度子问题的效率与精确度。将模型应用至上海市实际公交线路中，与其他出行模式的服务效果进行对比，并对普通乘客和特殊乘客占比、预约时间窗等关键参数进行敏感度分析。结果表明，客流量低于 300 人次/线路/小时，宜采用本文所提出的单线路灵活公交和常规

公交协同调度服务。

多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化。聚焦于有换乘关系的常规公交网络服务场景，在此基础上加入灵活公交服务，以降低乘客的换乘次数与换乘时间。首先以运营总成本最低为优化目标，优化常规公交调度时刻表。其次，响应乘客预约和实时出行请求，优化灵活公交调度与乘客匹配方案。应用拉格朗日松弛算法以及交叉熵算法对模型进行求解，与其他出行模式的服务效果进行比较，并分析换乘乘客占比、特殊乘客占比以及预约时间窗等关键参数变化对模型效果的影响。结果表明，当有换乘乘客出行且客流量低于 300 人次/线路/小时时，宜采用本文所提出的多线路常规公交与灵活公交协同调度服务。

进一步地，对本文所提出的三种复合公交模式的适用范围以及结果异同点进行了分析与总结。结果表明，单线路以及多线路常规公交与灵活公交协同调度服务的适用范围比灵活公交服务的适用范围更广。且在灵活公交调度模式下，乘客服务率受客流量、乘客比例以及预约时间窗等参数调整的影响较大，而在常规公交与灵活公交协同调度模式下，由于常规公交与灵活公交共同分担客流，因此普通乘客的服务率保持在 0.9-1 之间，受参数变化影响较小。复合公交服务模式具有广泛的应用前景。

**关键词：**复合公交，灵活公交，常规公交，协同调度，拉格朗日松弛算法，交叉熵算法

## ABSTRACT

In recent years, private cars, rail transit and other travel modes have great impacts on conventional buses operations, leading to quick decline in bus ridership. In order to maintain the welfare of the general public, urban bus lines cannot be simply canceled. Low-demand travel scenarios thus occurs, which are commonly found in urban suburbs and industrial parks. Existing studies for low-demand scenarios are limited to separate bus scheduling models, such as flexible bus scheduling and demand-responsive service scheduling optimization, which fail to consider passengers' differentiated travel needs. This study focuses on the low-demand travel scenarios, and investigated the operation mode and scheduling method of composite bus that includes conventional bus and flexible bus services. Mathematical models are established and solved to provide theoretical support for the actual operation of the composite bus transportation system.

This study describes the research background and research significance of conventional bus service and flexible bus service, and proposes a two-stage scheduling optimization method for flexible bus. Then, considering the passengers who are not convenient to use flexible bus service, conventional bus scheduling is added, and a single-line composite bus cooperative scheduling optimization method is proposed. Further, extended from single line to multiple lines, multi-line composite bus co-scheduling optimization is investigated with two bus lines as an example. The main work is as follows:

A two-stage scheduling optimization model is constructed to optimize the dynamic and static scheduling of flexible buses under low passenger flows. Taking the lowest total operation cost as the optimization objective, the initial flexible bus stop-skipping routes and schedules are optimized by considering the constraints of bus capacity and passenger travel time, while matching the appropriate travel plan for passengers. The system then weighs the detour time cost of in-vehicle passengers and passengers scheduled to be served against the penalty cost of failing to serve real-time passengers, and responds to passengers' dynamic requests in real time. The model is applied to actual bus routes in Shanghai to compare with the performance of the conventional bus service, and analyze the impact of key parameters such as the ratio of scheduled and real-time passengers, and the reservation time window. The results show that flexible bus service is appropriate when the passenger flow is lower than 100

passengers/line/hour, and the lower the passenger flow, the better the flexible bus optimization performance as compared with other fixed route modes.

Cooperative scheduling and passenger matching optimization of conventional buses and flexible buses on a single route. The passenger group is divided into two categories: special passengers and general passengers, and a mixed-integer linear programming model is constructed based on the different passengers' travel characteristics. First of all, taking the lowest operating cost as the objective, the conventional buses schedules are optimized considering the constraints of bus capacity, passenger waiting time and so on. The flexible buses scheduling scheme are then updated in response to passengers' reservation and real-time requests, and suitable travel plans are matched for passengers. The Lagrangian relaxation algorithm is utilized to solve the problem. The performance is demonstrated by compared with the results obtained from the cross-entropy algorithm and the genetic algorithm. The model is applied to actual bus routes in Shanghai, and sensitivity analysis is performed on key parameters such as the percentage of general and special passengers and the reservation time window. The results show that when the passenger flow is lower than 300passengers/route/hour, it is appropriate to use the single-route conventional bus and flexible bus cooperative scheduling service proposed in this study.

Cooperative scheduling and passenger matching optimization for multi-route integrated conventional and flexible buses. For a bus network with multiple routes, flexible bus services are integrated to reduce the number of passenger transfers and transfer times. Firstly, taking the lowest operation cost as the optimization objective, the conventional bus timetables are optimized. The flexible buses scheduling and passenger matching scheme are then optimized in response to passengers' reservation and real-time demands. The model is solved by applying Lagrangian relaxation algorithm and cross-entropy algorithm, comparing with the performance of other travel modes, and analyzing the impact of key parameters, such as the percentage of transferring passengers, percentage of special passengers, and reservation time window. The results show that when there are transfer passengers and the passenger flow is less than 300 passengers/route/hour, it is appropriate to use the multiple-route conventional bus and flexible bus integrated scheduling service proposed in this study.

Further, the application scope as well as the results similarities and differences of the three composite bus scheduling models proposed in this study are analyzed and summarized. The results show that the integrated conventional and flexible bus system



is less affected by the parameters, with the service rate of general passengers maintained in the range of 0.9-1, regardless of parameter changes in passenger flow, passenger ratio, and reservation time window. This demonstrates a wider range of applicability of the integrated bus system.

**Key Words:** composite bus, flexible bus, conventional bus, cooperative scheduling, Lagrangian relaxation algorithm, cross-entropy algorithm



# 目录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究意义.....	4
1.3 研究内容.....	4
1.3.1 课题来源.....	4
1.3.2 主要研究内容.....	5
1.3.3 技术路线.....	6
第 2 章 研究综述.....	9
2.1 复合公共交通系统概述.....	9
2.1.1 常规公交系统.....	9
2.1.2 灵活公交系统.....	10
2.2 灵活公交运营调度研究.....	12
2.2.1 灵活公交动静态调度模式分析.....	12
2.2.2 灵活公交运营调度方案优化.....	13
2.2.3 灵活公交调度求解算法.....	15
2.3 复合公共交通系统协同调度优化.....	15
2.3.1 常规公交多线路发车频率及时刻表协同优化.....	15
2.3.2 灵活公交接驳常规公交调度优化.....	16
2.3.3 常规公交与灵活公交交替服务.....	17
2.4 研究综述小结.....	18
第 3 章 低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化.....	21
3.1 问题描述.....	21
3.2 模型参数.....	24
3.3 模型建立.....	26
3.4 案例分析.....	31
3.4.1 实验设置.....	31
3.4.2 结果分析.....	32
3.4.3 敏感度分析.....	34
第 4 章 单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化.....	37
4.1 问题描述.....	37
4.2 模型参数.....	39
4.3 模型建立.....	40
4.3.1 模型 1：常规公交时刻表优化.....	40
4.3.2 模型 2：灵活公交调度以及乘客匹配优化.....	43

4.4 求解算法 .....	44
4.4.1 拉格朗日松弛算法.....	44
4.4.2 交叉熵算法.....	48
4.4.3 遗传算法.....	50
4.5 案例分析 .....	54
4.5.1 实验设置.....	55
4.5.2 结果分析.....	55
4.5.3 敏感度分析.....	59
第5章 多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化.....	63
5.1 问题描述 .....	63
5.2 模型参数 .....	65
5.3 模型建立 .....	65
5.3.1 模型 1: 常规公交时刻表优化 .....	65
5.3.2 模型 2: 灵活公交调度以及乘客匹配优化 .....	67
5.4 求解算法 .....	67
5.5 案例分析 .....	69
5.5.1 实验设置.....	69
5.5.2 结果分析.....	69
5.5.3 敏感度分析.....	73
5.6 小结 .....	78
5.7 复合公交结果总结 .....	78
5.7.1 复合公交适用条件.....	78
5.7.2 结果差异.....	79
第6章 结论与展望.....	81
6.1 主要研究成果 .....	81
6.2 创新点 .....	83
6.3 研究不足及展望 .....	83
参考文献.....	85
致谢 .....	91
个人简历、在读期间发表的学术成果 .....	93

## 图目录

图 1.1 2010-2023 年全国公共汽电车和轨道交通日均客运量变化情况.....	2
图 1.2 技术路线 .....	7
图 3.1 灵活公交系统框架 .....	22
图 3.2 乘客使用灵活公交服务流程图 .....	23
图 3.3 灵活公交调度系统滚动优化框架 .....	24
图 3.4 上海市嘉定 16 路公交 .....	32
图 3.5 不同乘客占比下（实时乘客与预约乘客）灵活公交运营效果对比 ....	35
图 3.6 不同预约时间窗长度下灵活公交运营效果对比 .....	36
图 4.1 单线路常规公交与灵活公交协同调度系统框架 .....	38
图 4.2 拉格朗日松弛算法流程图 .....	45
图 4.3 交叉熵算法流程图 .....	50
图 4.4 遗传算法流程图 .....	51
图 4.5 遗传算法-交叉 .....	52
图 4.6 遗传算法-变异 .....	53
图 4.7 单线路常规公交与灵活公交模型求解流程图 .....	54
图 4.8 不同客流量下普通乘客分配结果 .....	59
图 4.9 不同乘客占比下（特殊乘客与普通乘客）单线路常规公交与灵活公交协 同调度系统运营效果对比.....	60
图 4.10 不同预约时间窗长度下单线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营 效果对比.....	61
图 5.1 多线路常规公交与灵活公交协同调度模式 .....	64
图 5.2 多线路常规公交与灵活公交模型求解流程图 .....	68
图 5.3 上海市嘉定 16 路（左）与嘉定 5 路（右）公交 .....	69
图 5.4 不同客流量下换乘乘客出行结果 .....	73
图 5.5 不同换乘乘客占比下多线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果 对比.....	75
图 5.6 不同乘客占比下（特殊乘客与普通乘客）多线路常规公交与灵活公交协 同调度系统运营效果对比.....	76
图 5.7 不同预约时间窗长度下多线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效 果对比.....	78

## 表目录

表 3.1 参数列表 .....	25
表 3.2 灵活公交与常规公交的服务效果分析 .....	33
表 4.1 参数列表 .....	39
表 4.2 不同算法求解结果比较 .....	55
表 4.3 不同公交调度模式下系统效率效果对比（总成本与公交行程时间） ..	57
表 4.4 不同公交调度模式下系统效率效果对比（乘客服务率与乘客行程时间比 值） .....	57
表 5.1 参数列表 .....	65
表 5.2 不同公交调度模式下系统效率效果对比（总成本与公交行程时间） ..	70
表 5.3 不同公交调度模式下系统效率效果对比（乘客服务率与乘客行程时间比 值） .....	70

## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

“十三五”规划以来，我国城市发展步入新阶段，经济发展水平不断提升，国民生产总值迅速增加，城市化进程加快，人们对美好生活的向往以及对出行的需求和强度日益增长。据统计，2023 年我国国内生产总值达 126 万亿元，年末全国常住人口城镇化率为 66.16%，道路里程 535 万公里，民用机动车保有量达 3.36 亿辆<sup>[1]</sup>。随之带来的是更多的交通问题，道路资源紧张，交通供需矛盾加剧，许多城市面临着严重的交通拥堵，影响出行效率。车辆密度大，道路环境复杂，交通安全问题日益突出，同时，汽车尾气排放造成交通污染，能源消耗增加，不符合可持续发展的要求。为缓解道路交通问题，深入推进绿色低碳转型，由交通运输部 2021 年 11 月发布的《综合运输服务“十四五”发展规划》中鼓励优先发展城市公共交通，完善多样化的公交网络体系，发展如快速公交、定制公交等特色服务产品。《规划》指出，新阶段公共交通系统发展首要任务为“构建适应城市特点的公共交通服务体系，打造定制化、个性化、专业化的运输服务产品”<sup>[2]</sup>。

公共交通凭借其载客量高、能耗低等优势，同时在一系列政策的鼓励支持和引导下，成为了多数居民的主流出行选择。根据交通运输部发布的数据<sup>[3]</sup>，截至 2021 年底，我国城市公交运营线路达 75770 条，运营线路总长为 159.38 万公里，全年城市客运量达 489.16 亿人，运营里程为 335.27 亿公里，位于全球第一。下图 1.1 展示了我国 2010-2023 年地面公交和轨道交通日均客运量的变化情况。从图中可以看出，早在 2014 年开始，我国地面公交客运量就已开始呈下降趋势，而轨道交通发展已摆脱疫情的影响，呈高速增长态势。2019 年以来，地面公交受疫情冲击，且客流被轨道交通、私家车以及电动自行车等多元化的出行方式所分流，客运量只能达到 2014 年的一半，地面公交低客流出行场景越来越常见，尤其是在城市郊区、工业园区等地。

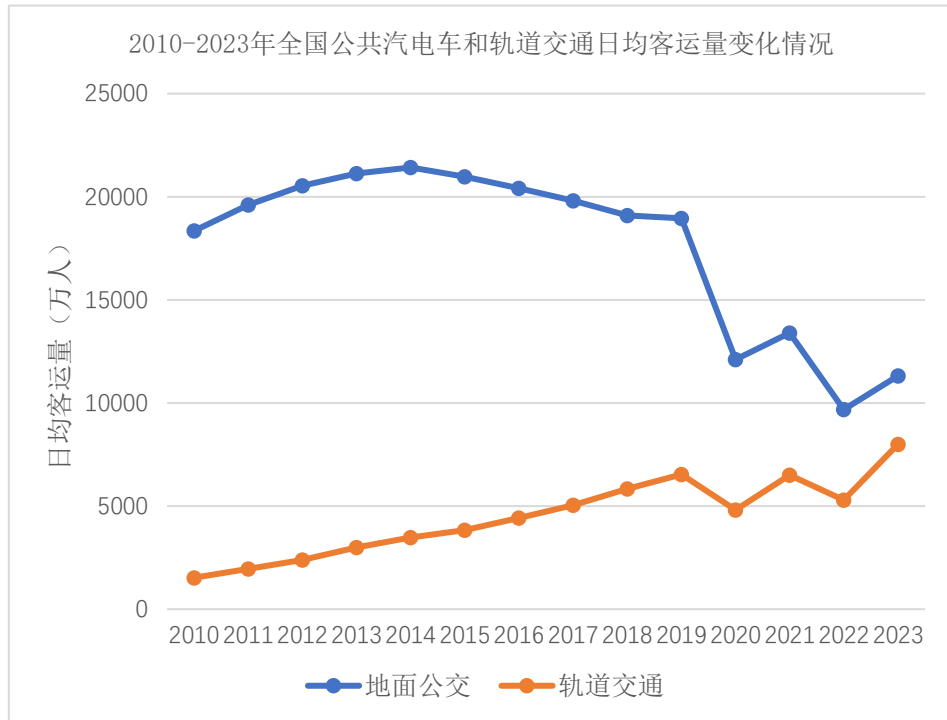


图 1.1 2010-2023 年全国公共汽电车和轨道交通日均客运量变化情况

根据服务的灵活性以及调度方式的不同,城市公共交通出行系统可以分为两类:一是常规公交(Fixed Route Transit, FRT),二是需求响应式公交(Demand Responsive Transit, DRT)<sup>[4,5]</sup>。常规公交按照固定路线、固定时刻表、单一车型、站站停的方式运行,覆盖范围广,成本低廉,能够为乘客提供稳定的出行服务,且社会包容性强,无论是城市居民、上班族、学生还是老年人,都能够方便地乘坐公交出行。常规公交在乘客需求高的地区(例如居民区、办公区等)运行效果良好,然而在乘客需求低的地区,线路频次低,发车间隔较大,乘客在非高峰时段需要等待较长时间,降低了出行的便利性和舒适性,公交车辆会出现空载或半载状态,造成资源浪费,影响了运营的经济效益。同时受固定营运时间的限制,给乘客出行带来不便。目前较为单一的公共交通模式已无法满足居民个性化、定制化的出行需求<sup>[6,7]</sup>。

需求响应式公交没有固定运行线路和固定停靠的站点,根据乘客的实际需求,动态地设置临时停靠站点,调整公交线路、车辆分配以及运行时刻表,以提供灵活和个性化的公共交通服务<sup>[8]</sup>。互联网、大数据、GPS定位等智能化信息技术的发展应用,为乘客出行信息的收集、共享出行的发展提供了技术条件,因此需求响应式公交可以获得乘客出行请求信息,实现按需发车,解决低客流量区域乘客依靠公共交通出行困难的问题。Daganzo表示<sup>[9]</sup>,随着需求水平的降低,需求响应型公交服务优于固定线路的常规公交服务。



灵活公交是一种以相对较低的价格提供灵活服务的需求响应型系统。灵活公交服务将常规公交的稳定性和需求响应式交通的灵活性有效结合,车辆不仅可以按照固定的路线和时刻表行驶,实现高效率与低成本,还可以在特定条件下偏离基准路线,响应动态请求,为乘客提供定制化个性化的出行服务<sup>[10, 11]</sup>。这个概念最初是由 Flusberg 提出的<sup>[12]</sup>,“Merrill-Go-Round”,这也是第一个真正意义上的灵活公交系统。在美国威斯康星州进行了实例验证,该系统既有固定公交站点也有需求响应式站点,且车辆的路线和时刻表是根据乘客需求动态生成的。2004 年,根据灵活系统的不同,TCRP 调查报告<sup>[13]</sup>首次将灵活公交服务系统分为六种主要类型:线路可偏移式公交服务、车站可偏移式公交服务、需求响应接驳公交服务、需求响应车站公交服务、区段灵活公交服务系统以及区域灵活公交服务系统。此后,国内外对灵活公交服务系统的发展进行了广泛的尝试与应用。例如新加坡推出的 Grab Shuttle Plus 服务,车辆没有固定的路线和时刻表,用户可在用车前预约,响应时间迅速且停靠站点少,节省乘客出行时间,目前是乘客出行第一公里和最后一公里的广泛选择,且价位和定制化的服务也深受居民欢迎。深圳市目前试运营的 U+小巴,将巴士与拼车相结合,实时响应,随叫随到,一人一座,无需换乘。

在城市空间尤其是新区、郊区等公交线网覆盖密度小或公交发车频次较低的区域开设灵活公交,对方便广大市民出行,降低公交运营成本,提升公共交通服务水平,提高其在出行系统中的竞争力与吸引力而言具有重要意义。但在目前的技术水平下,乘客使用灵活公交服务需要提前通过手机应用、网站等在线平台进行预约或叫车,同时接收平台的反馈,这一操作方式对老年人或者残疾人等群体来说是不方便的。因此,在一条公交线路中使用灵活公交完全替代常规公交服务仍存在缺陷,亟需开发同时提供常规公交与灵活公交服务的复合公共交通系统。

发展复合公交系统也有着其必要性:如助推城市可持续发展,满足不同人群甚至残障人士等弱势群体的多样化出行需求,促进社会和谐发展,实现公交运营公司和乘客出行的双赢,完善和健全公共交通体系。通过研究进一步加强复合公交系统的适用性,与我国实际出行情况相匹配,也将为复合公交推广到各城市各区域提供示范作用。

鉴于上述背景,本研究构建灵活公交动静态两阶段调度优化模型、单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化模型以及多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化模型,设计求解算法,分析关键指标。有效响应乘客需求,降低公交系统运营成本,减少乘客出行时间,提高乘客出行满意度与服务质量,为复合公交系统的实际推广应用、建设运营提供理论指导。

## 1.2 研究意义

常规公交与灵活公交作为城市地面公交重要组成部分，旨在提供低成本、高品质的出行服务。科学合理设计常规公交与灵活公交的协同调度方案，并对乘客进行匹配是地面公交运营中的重要问题，也是满足实际出行需求，保障高质量服务，实现乘客与公交运营公司双向获益的关键。本文创新性地提出了复合公交运营的新模式与调度方法，建立数学模型并优化求解，具有一定的理论价值与现实意义：

（1）研究低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化方法。现有关于灵活公交动静态两阶段调度的研究具有短视性，本文进行深入分析，将公交站点的历史乘客出行概率纳入其中，建立了灵活公交两阶段调度模型。在静态调度阶段兼顾乘客预约出行需求以及未发生的实时请求信息，动态阶段响应实时出行需求，通过优化灵活公交的跳站决策与停站时间，提升乘客的服务率与服务质量。

（2）研究单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。基于乘客实际出行情况，将乘客划分为特殊乘客群体与普通乘客群体两类，在复合公交系统同时提供常规公交以及灵活公交服务的背景下，建立了常规公交与灵活公交的乘客匹配与协同调度模型，并应用拉格朗日松弛算法、遗传算法与交叉熵算法进行求解，切合运营方和乘客的实际出行需求，有利于提高地面公共交通系统的竞争力和吸引力。

（3）研究多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。基于公共交通网络分布，以两条具有换乘关系的常规公交线路为例，加入灵活公交服务，减少乘客出行的换乘次数与换乘候车时间。建立多线路常规公交与灵活公交协同调度和乘客匹配模型并进行求解，模型与所得结论可以进一步扩展至复杂的公共交通网络，从现有乘客出行问题出发，有利于引导更多的乘客选择地面公共交通服务。

## 1.3 研究内容

### 1.3.1 课题来源

论文研究主要依托于以下科研项目展开：

（1）国家自然科学基金项目：异质电动公交车群区域调度鲁棒优化方法研究（72101186）

（2）上海市“科技创新行动计划”：面向“碳中和”目标的电动公交运营优化策

略研究-以上海嘉定公交为例（21692110900）

### 1.3.2 主要研究内容

主要通过总结灵活公交、常规公交以及相关出行模式的研究理论，结合乘客实际出行需求与公交运营特点，研究低客流场景下复合公交运营模式与调度优化问题，建立混合整数规划模型并应用启发式算法进行求解，通过上海市嘉定公交的数据进行案例分析。主要内容包括以下六个章节：

第一章：绪论。阐述了地面公交系统中常规公交与灵活公交的研究背景与研究意义，明确了建设常规公交与灵活公交这一复合公交系统的可行性与必要性；其次，对本文的研究内容与技术路线进行了归纳。

第二章：复合公交研究综述。首先介绍了国内外关于常规公交与灵活公交的运营模式、调度方式以及建模求解方法的相关研究；其次，对比分析了现有地面公交协同调度的模式与方法，指出了当前研究的缺陷与不足，为后文提出新的复合公交调度模式奠定了理论基础。

第三章：低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化。首先对问题进行分析界定，明确问题假设及相关概念。其次，构建灵活公交动静态两阶段调度模型。在静态阶段以各站点乘客出行概率以及乘客预约出行信息作为输入，以运营总成本最低为优化目标，考虑公交容量、车辆调度、乘客服务率等约束，优化灵活公交的跳站、时刻表以及乘客匹配方案。动态调度在静态调度的基础上，实时响应乘客的动态出行请求，权衡未能服务乘客的惩罚成本以及车内乘客、已计划服务乘客的绕行时间成本，更新实时乘客匹配方案与灵活公交的调度方案。应用GUROBI求解器求解上述数学模型，并对预约时间窗、预约乘客和实时乘客占比等参数进行敏感度分析。

第四章：单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化。首先基于乘客实际出行情况，按照能否使用手机 app 等在线平台提交出行请求，将乘坐公交出行的乘客划分为特殊群体和普通群体两类。其次，建立常规公交与灵活公交协同调度与乘客匹配模型，基于历史出行数据，以运营总成本最低为目标，综合考虑公交容量、乘客候车时间等约束，优化常规公交的调度方案。在此基础上，响应普通乘客群体提交的预约请求和实时请求，优化各时段的灵活公交跳站路线与时刻表，为乘客匹配最佳的出行方案。应用拉格朗日松弛算法将问题分解为单独的常规公交调度与灵活公交调度两个子问题，并通过遗传算法与交叉熵算法对子问题进行求解。对比两种算法的运算精确度与运算效率，应用上海市嘉定区的实际公交数据，分析复合公交协同调度、灵活公交调度、常规公交调度等模型效果，

并对特殊乘客与普通乘客占比、预约时间窗等参数进行敏感度分析。

第五章：多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化。首先基于两条常规公交线路具有换乘站点且乘客需要换乘的出行需求，加入灵活公交调度，为部分乘客提供免换乘出行服务，以减少乘客的换乘次数与换乘时间。设计了常规公交与灵活公交协同调度混合整数规划模型，首先基于历史出行数据优化并协同两条常规公交线路的发车时刻表，在此基础上，响应乘客的动静态出行请求，优化灵活公交的跳站与时刻表，为乘客匹配最佳的出行方案。应用拉格朗日算法与交叉熵算法对问题进行求解，与其他出行模式的服务效果进行比较，并分析换乘乘客占比、普通成本占比以及预约时间窗等关键参数变化对模型效果的影响。进一步地，对本文所提出的三种复合公交调度模式适用范围以及异同点进行了分析与总结。

第六章：结论与展望。首先总结并归纳全文的研究成果，为低客流场景下复合公交运营模式与调度方法研究提供一定的理论基础，其次提炼全文创新点，最后分析文中所存在的不足，并说明下一步的研究方向。

### 1.3.3 技术路线

本文的技术路线如图 1.2 所示。

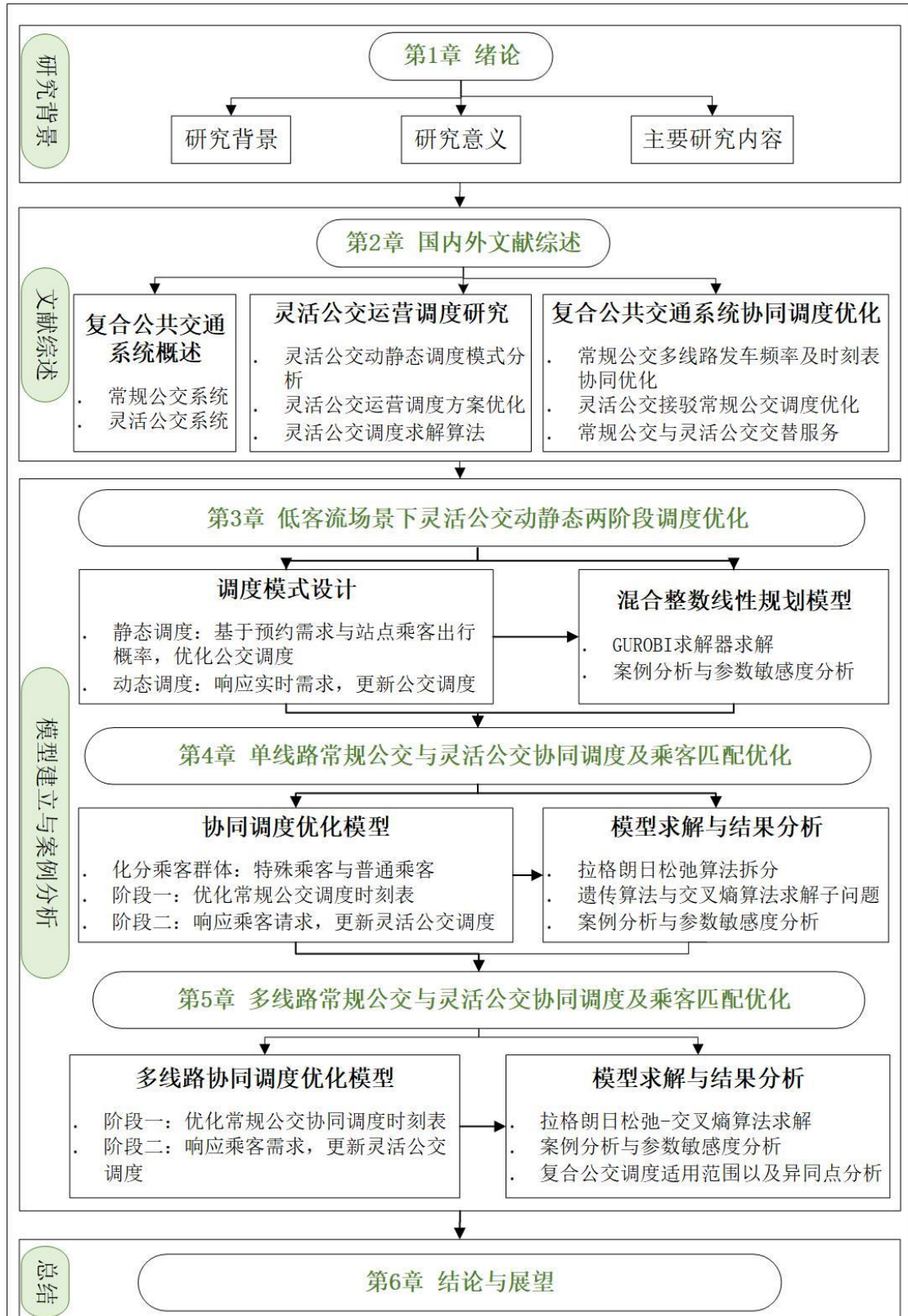


图 1.2 技术路线



## 第2章 研究综述

本章综述了复合公共交通系统相关的国内外研究现状。首先,归纳了常规公交系统与灵活公交系统的研究框架、关键理论与主要内容。其次,对灵活公交运营调度模型以及求解算法进行了阐述。最后,对复合公共交通系统协同调度优化研究进行了总结。

### 2.1 复合公共交通系统概述

本研究所涉及的复合公共交通系统是指常规公交系统与灵活公交所组成的复合系统。

#### 2.1.1 常规公交系统

自公共交通系统的概念提出以来,国内外学者就针对常规公交进行了大量研究,从理论到实践均较为成熟。邓蓓瑶<sup>[14]</sup>研究指出,目前针对常规公交系统的研究框架主要可分为“点、线、网”三部分。

“点”即为常规公交的站点覆盖面积与站点选址,建立数学模型优化常规公交的站点选址。Alonso 等<sup>[15]</sup>建立了双层优化选址模型,来分析不同拥堵条件下常规公交的站点选址,其中上层模型目标是社会总成本最小化,下层为分割分配模型。Herrera 等<sup>[16]</sup>利用重力模型定量化研究公交场站的选址。Zamanian 等<sup>[17]</sup>提出了一种多步启发式方法来决策在现有的城市公交网络中增设一个新的公交场站,决策变量为现有公交站点是否改造成场站,满足临近土地使用情况、建设成本、站点连接性和可达性等约束条件。汤昌娟<sup>[18]</sup>通过多源数据分析,将公交场站划分为基本型、换乘型等类型,并以社会总体效益最大化为目标,构建考虑场站功能类型的多目标优化选址模型,运用遗传算法进行求解。钱思文<sup>[19]</sup>从交叉口和基本路段两方面建立公交站点选址优化模型,以保障公交运行效率最高以及乘客出行时间较少。

“线”为常规公交线路规划及时刻表优化。Scheele<sup>[20]</sup>以乘客总出行时间最小为优化目标,建立了非线性规划模型优化常规公交的发车频率。Ceder<sup>[21]</sup>提出了基于最大载客量以及载客量曲线的发车频率决策方法。更多学者则是建立双层规划模型,决策单条常规公交线路的最优发车频率。Gao 等<sup>[22]</sup>提出的双层规划模型中,上层模型为公交网络设计,下层模型为公交网络配流模型,同时设计了一种启发

式算法进行求解。进一步地,学者将公交时刻表与调度、乘客匹配方案进行联合优化。Hadas<sup>[23]</sup>基于随机出行需求,建立了公交线路发车频率和车型联合优化模型。Ceder<sup>[24]</sup>基于多车型提出了以车辆间载客量均匀、发车间隔均匀为目标的优化模型。姚恩建<sup>[25]</sup>等同时考虑公交企业运营成本和乘客出行成本,建立常规公交发车间隔和车型配置的多目标优化模型,并通过枚举法以及遗传算法进行求解。

“网”为公交网络设计优化。合理设计与评价公交网络,一方面可以满足乘客出行需求,另一方面也有利于提升公交网络体系服务质量。Mesbah 等<sup>[26]</sup>在网络层面优化公交道路空间优先权,建立了双层数学模型,上层从运营商角度出发,下层从用户的角度出发,并使用并行的遗传算法进行高效求解。王健林<sup>[27]</sup>通过分析乘客出行心理活动,根据乘客出行实际情况,提出了一种基于换乘次数最少的公交网络最短路径改进算法。Mauttone 等<sup>[28]</sup>提出了一种基于配对插入算法的公交网络设计方法,用于生成一组满足运营商利益以及用户出行需求的车辆路径。刘彦君<sup>[29]</sup>基于公交轨迹大数据,深入挖掘公交网络的动态时空特征,构建了公交网络运行状态分析指标体系并建立回归模型分析影响公交网络时空特征因素。王登忠等<sup>[30]</sup>开发了一种涵盖乘坐、换乘、候车等公交出行三个阶段的区域公交可达性指标体系与测算方法,使用 Pearson 相关系数描述可达性指标与公交网络移动性水平的关联度,提出了分区域的公交网络发展策略。

### 2.1.2 灵活公交系统

目前,灵活公交系统(Flexible Bus System)在国内外范围内的应用已较为广泛,且随着研究内容的深入和应用场景的多样化发展,研究学者使用不同的方式命名,因此广义上来讲,灵活公交系统也包括定制公交系统(Customized Transit System, CTS)<sup>[31]</sup>、接驳公交系统(Shuttle Bus System, SBS)<sup>[32]</sup>、拨号服务(Dial-a-Ride, DAR)<sup>[33]</sup>等。本文对上述所涉及所有灵活公交系统的相关研究进行综述。

国内外学者对灵活公交系统的关键理论、服务流程与研究框架等进行了大量的研究。Liu 和 Ceder<sup>[31]</sup>针对中国的定制公交运营,提出定制公交运营规划包括以下六项基本内容,且按顺序执行:网络线路设计、时刻表制定、车辆调度、司机人员调度、票价设计和收费系统。Ma 等<sup>[34]</sup>提出了一个灵活公交服务框架,主要为:(1)聚类乘客出行需求后,确定公交站点选址与服务半径;(2)建立线性规划模型,优化公交网络及服务路线。Lyu 等<sup>[35]</sup>提出了一种称为 CB-Planner 的定制公交服务设计框架,该框架主要包括三部分内容:(1)出行需求聚类:将具有邻近出发地或目的地位置以及邻近出行时间的乘客需求进行聚类;(2)站点部署。根据出行需求的聚类,使总出行距离和停靠站点数最小化,优化公交停靠站点;



(3) 线路规划。即以利润最大化为目标, 优化公交的行驶路线和时刻表。归纳来看, 灵活公交系统的理论研究框架主要包括需求聚类与站点选址、线路规划与时刻表优化以及服务定价三个方面。

以上述框架为指导, 学者们利用智能算法和数学规划模型对灵活公交站点选址和线路布局进行综合设计。杨昊<sup>[36]</sup>利用公交 IC 卡数据和车辆自动定位等多源数据, 提出了一种基于改进的 K-means 聚类算法优化固定公交站点选址, 在此基础上, 以系统总成本最低为优化目标, 建立数学规划模型求解需求响应式公交站点选址。彭理群等<sup>[37]</sup>基于城市交通网络中乘客出行密度、客流走向等特点, 对乘客出行需求进行聚类, 设置聚类后的中心点为公交站点, 随后利用改进的强化学习模型规划跨区域灵活公交的路径。靳文舟等<sup>[38]</sup>通过聚类算法确定公交临时停靠站点的选址, 在此基础上设计遗传算法求解需求响应公交的路径规划。也有一些学者将灵活公交站点选址、线路规划以及乘客匹配等问题放在同一个数学规划模型中进行优化求解。Lyu 等<sup>[35]</sup>建立了一个数学模型来同时优化灵活公交站点选址、公交路线、时刻表和乘客选择乘坐灵活公交的概率, 开发了一个启发式框架来进行求解, 其中包括基于网格密度的聚类算法, 以最小化站点数量和乘客步行距离的站点选址算法以及基于最大利润的动态路径规划与时刻表优化算法。Tong 等<sup>[39]</sup>从时空网络建模的角度出发, 提出了一种基于网络配流的多元收益模型, 联合优化灵活公交的停靠站点、运行路线、时刻表以及乘客的匹配方案。Parvasi 等<sup>[40]</sup>建立了基于领导-选择博弈的校车公交站点选址和路径规划问题的双层模型, 其中上层为站点和路径规划模型, 下层为在其他出行方式存在的情况下学生对于校车的出行选择模型。Shaffiei 等<sup>[41]</sup>求解校园定制班车路径问题时引入时间成本的概念, 对原有的公交站点进行合并或者加入新的站点。

近年来, 一些研究者开始关注乘客对于灵活公交的支付意愿。谭家美和徐瑞华<sup>[42]</sup>利用结构方程建模技术, 对影响交通出行支付意愿的关键因素进行分析, 结果表明, 个体可支配输入、月交通出行费用、公交服务水平等因素会影响乘客的支付意愿。根据部分城市所开展的灵活公交出行与支付意愿调查显示, 大部分用户愿意考虑选择灵活公交出行, 例如威斯康星州美林用户意愿度为 40%<sup>[43]</sup>, 加州旧金山海湾地区为 60%, 山东济南为 60%<sup>[44]</sup>。Li 等<sup>[45]</sup>开发了一个竞争博弈模型, 来为运营商进行定价决策, 其目标是根据乘客的交通方式选择, 实现灵活公交服务和拼车两种模式的利润最大化。Sayarshad 和 Oliver<sup>[46]</sup>开发了一种动态定价方案, 该方案将社会效率和收入最大化纳入考虑, 并通过对加入需求响应服务系统的乘客施加费用来获得平衡-加入阈值。Ma 等<sup>[47]</sup>基于累积前景理论, 提出了一种灵活公交运营利润最大化和社会福利最大化模型, 探讨了乘客选择灵活公交的概率、票价和不确定的行程时间之间的关系, 建立定价模型来补偿绕行的副作用。

裴明阳<sup>[48]</sup>等在考虑乘客出行需求、道路路网密度、基础设施建设等数据的基础上,对公交站点进行动态评分和分级,并对不同等级的站点进行差异定价,实现灵活公交的选择性到达,达到更优的全线路总收益。

## 2.2 灵活公交运营调度研究

### 2.2.1 灵活公交动静态调度模式分析

参考 Ho 等学者的研究成果<sup>[49]</sup>,在乘客需求确定的情况下,灵活公交运营调度系统按照乘客出行特点以及系统响应决策特征,可分为静态调度、动态调度和动静态两阶段调度三类。

静态调度是指在公交发车之前,通过预约等方式,所有乘客需求已知且调度方案已经形成。目前大多数学者对静态调度的研究方法为建立相关的数学模型并开发不同的算法高效求解公交调度与乘客匹配方案。Tong 等<sup>[39]</sup>开发了一个联合优化模型来解决灵活公交服务中的两个挑战性问题:增加公交载客量让运营商实现长期盈利以及优化公交线路和时刻表满足乘客出行需求。在这个静态调度系统中,乘客可以直接预约所推荐的公交线路,如果没有可行线路,乘客需求将存储在需求池中,以供将来的线路设计使用。Quadrifoglio 等<sup>[50]</sup>以车辆和乘客的时间成本最小为优化目标,建立了针对可偏移式公交系统静态调度问题的混合整数规划模型,并通过割平面法求解。Pan<sup>[51]</sup>根据所有乘客在出发时间前一到两个小时预订服务的假设条件,以服务乘客量最大化与运营商成本最小化为优化目标,建立了双层混合整数线性规划模型,并通过引入重力法分析求解需求响应型公交系统的服务区域与调度方案。Guo<sup>[52]</sup>建立了一个混合整数规划模型,来同时优化公交站点选址、线路规划以及乘客匹配情况,引入遗传算法和分支定界算法进行求解,并比较两种算法的求解效率。

动态调度是指在车辆运营过程中,在一定约束条件下响应当前产生的需求,实时更新调度方案。在动态调度中,乘客的实时请求无法提前获取。Berbeglia 等<sup>[53]</sup>指出有两种基本的解决方案被广泛用于处理乘客需求的动态性和随机性:(1)每次根据实时信息求解静态调度问题;(2)最初只求解一次静态问题,并使用启发式方法更新当前解决方案,例如插入启发式。Quadrifoglio 等<sup>[54]</sup>设计了一种灵活公交动态调度的插入启发式算法,在公交运行的过程中根据动态需求实时更新行车计划。Frazzoli 等<sup>[55]</sup>提出了一种自适应分布式算法来解决公交动态调度问题,假设预期乘客到达率遵循基于历史数据的一定概率分布。van Engelen 等<sup>[56]</sup>开发了一种具有需求预测功能的在线动态插入算法,与传统的插入算法相比,乘客服

务率增加且行程时间和候车时间降低。孙继洋等<sup>[57]</sup>以公交运营成本、乘客时间成本最小为优化目标,构建了考虑乘客动态需求的灵活公交路径优化调度模型,并采用基于引力模型的启发式算法进行求解。

随着研究的不断深入与完善,更多学者提出了将灵活公交动静态调度相结合的两阶段调度方法。Coslovich 等<sup>[58]</sup>提出了一种基于路线扰动的两阶段插入算法,第一阶段当车辆在两个站点之间移动时离线运行,创建当前线路的可行邻域,每次有新请求时触发第二阶段,插入请求以最大程度地减少先前乘客的时刻表偏差。Huang 等<sup>[59]</sup>针对需求响应型定制公交网络,提出了一个两阶段优化模型,其中在动态阶段,以运营商和乘客之间交互的方式动态插入乘客请求,静态阶段严格遵循时间约束,根据乘客总体出行需求优化需求响应型公交的服务网络,并开发了一种基于分支定界算法的精确求解方法。Shen 等<sup>[60]</sup>提出了一个需求响应式服务系统的两阶段设计框架,公交在区域和区域之间运行,来满足“基于预约”和“门到门”的区域间乘客出行需求。第一阶段,通过求解一个连续逼近模型,确定服务区域、公交站点以及车队规模,在第二阶段通过应用自适应和模拟退火算法,规划公交路径服务乘客。邱丰等<sup>[61]</sup>针对可变线路式公交设计了一个两阶段调度模型,在静态阶段服务预约需求,建立了以乘客出行和公交运营成本最小化为目标的路径规划模型并采用模拟退火算法求解。动态阶段服务实时请求,在原调度方案的基础上应用启发式插入算法将乘客需求插入公交的行车计划中。

### 2.2.2 灵活公交运营调度方案优化

在灵活公交运营调度系统优化建模方面,核心问题包括车辆路径优化(Vehicle Routing Problem, VRP)、车辆时刻表优化以及乘客-公交匹配方案优化。研究人员多以总成本最低、公交运营成本最低、乘客出行时间成本最低、运营商收益最大化等为优化目标,考虑乘客上下车时间、乘客最大绕行时间、公交最长行程时间、停站时间以及公交容量等约束,建立数学规划模型并开发精确或启发式算法进行求解。王健等<sup>[62]</sup>在研究带乘客时间窗约束的多条定制公交线路车辆调度方法时,将公交车早到或晚到站点所造成的乘客损失转变为当量运营里程,以多辆公交总运营里程最小为目标,考虑乘客站点、出行时间窗以及公交容量等约束,建立了调度优化模型。何民等<sup>[63]</sup>在研究需求响应型定制公交线路生成时,引入了乘客出行可靠性和舒适性的要求,采用出行到达时间概率描述可靠性,不同车型选择来体现舒适性,设计了遗传算法对模型进行求解。申婵等<sup>[64]</sup>在高峰拥堵情况下建立可靠性时空网络,以乘客和定制公交运营商总成本最小化为目标函数,提出了一种基于可靠性最短路的公交路径优化方法,采用禁忌搜索算法对问题进

行求解。Li 等<sup>[65]</sup>提出了一种适应客流时空变化的灵活公交系统，该系统实时提取乘客出发地目的地特征信息及时空分布，采用分段调度、前车无响应乘客优先等方式，从乘客成本、乘客干扰损失以及企业营运成本三个方面建立最优调度模型并应用遗传算法求解最优路线。Wu 等<sup>[66]</sup>为提高灵活公交调度性能，提出了一种多车型灵活公交系统的联合优化方案，建立混合整数线性规划模型，在一个框架中整合乘客-公交匹配和公交调度。引入常用的跳站策略、速度调整和公交保持策略，优化各班次公交类型、发车及停站时间、建议行车速度以及乘客匹配方案。设计了一种改进的拉格朗日松弛算法，提高大规模问题的计算效率。

随着对灵活公交运营调度问题的深入，部分学者开始关注实际出行问题，聚焦于更为多样化的出行场景，而不仅仅局限于上述动静态调度、车辆路径与时刻表优化等广泛性内容。一些学者创造性地提出了灵活公交运营新方式与新模型。Pei 等<sup>[67]</sup>提出了一种具有灵活线路长度的灵活公交调度系统，采用 u 型转向，不间断运行。该系统的特点是一条线路上有几辆巴士同时运行，只有在某站点有乘客请求时停车提供服务，有新请求时更新路线和时刻表，同时计算公交的最佳转向点。应用广州市的数据进行对比分析，结果表明该模式在低客流量情况以及高峰低峰期明显的潮汐模式下优化效果明显。胡为洋<sup>[68]</sup>构建了考虑多车型和多种运营模式的灵活公交联乘调度系统，采用大型巴士服务干线大客流，同时采用小型巴士接驳的方式将部分乘客接驳至干线巴士的中途站点随后乘坐干线巴士到达目的地，提出了 HGA 混合遗传算法和混合遗传-蚁群算法 HGACO 进行求解。Ma 等<sup>[69]</sup>针对灵活公交动态调度系统，在时间窗和车辆容量的约束下考虑了确定性的当前请求和不确定的未来请求，开发了一种具有追索权的两阶段随机规划模型以最大限度减少车辆运营成本以及未服务乘客的惩罚，结果表明灵活公交适用服务范围为 20 至 50 个出行请求每小时每平方公里。王超和马昌喜<sup>[70]</sup>设计了多个公交停车场站、多个上下车公交站点以及多辆定制公交的线路优化模型，并提出三段式的遗传算法混合编码方法来快速求解。Li 等<sup>[71]</sup>研究了基于频率的灵活公交系统中的订单取消行为，在捕捉预约订单取消概率影响的同时，建立了同时优化灵活公交服务定价、灵活公交调度以及乘客匹配的两阶段随机模型，采用分解以及梯度下降方法求解该混合整数非线性模型。裴明阳<sup>[72]</sup>提出利用胶囊车的技术和概念，建立车辆容量可变的灵活公交系统运营调度模型，通过调整胶囊车车节数量、发车频率和乘客策略，达到系统总出行成本最优，解决了公交容量和出行需求不匹配导致的乘客等待时间过长或公交利用率低的问题。

### 2.2.3 灵活公交调度求解算法

由于灵活公交调度系统所涉及的车辆、站点以及乘客需求规模庞大，公式结构复杂，这类问题一般是 NP 难的问题，难以直接求解。因此研究者们一直在寻找相对高效的求解方式来得到全局最优解。关于灵活公交调度问题的求解方案可分为三类：精确算法、启发式算法和仿真技术。Quadrioglio 等<sup>[50]</sup>采用割平面法求解可偏移式公交调度混合整数规划模型，Alvo 等<sup>[73]</sup>采用分支定界法来求解电动公交调度问题。也有一些学者借助商用求解器，例如 CPLEX，GUROBI 来进行求解。当问题规模较小时，精确算法能够在可接受的时间内找到最优解，这一点优于启发式算法，但是当问题规模较大时，求解精确解较为困难，这时，一般采用启发式算法来求解，例如拉格朗日松弛、禁忌搜索算法、模拟退火算法、蚁群算法、邻域搜索算法、遗传算法等，可以在较短的时间内找到局部最优解。Lee 等<sup>[74]</sup>设计了一种基于梯度与贪心搜索相结合的算法来求解灵活巴士的车路分配与人车匹配问题。Braekers 等<sup>[75]</sup>设计了模拟退火算法来求解多车场拨号乘车问题。Nunez 等<sup>[76]</sup>使用遗传算法来求解基于多目标的灵活公交动态调度模型。通过仿真的方式来求解的研究相对较少，Pei 等<sup>[67]</sup>使用 MATLAB 设计了求解程序，模拟公交运行过程，求解灵活公交调度方案。

## 2.3 复合公共交通系统协同调度优化

本研究所涉及的复合公共交通系统是指常规公交系统以及灵活公交系统，因此关于地面公交协同调度优化可根据调度类型分为三类：一是常规公交和常规公交之间的协同调度优化，二是是常规公交作为干线运行，灵活公交与常规公交接驳，为乘客提供门到门服务，解决最后一公里出行问题。三是根据多时段内客流量的变化，切换灵活公交服务与常规公交服务，即一段时间提供灵活公交服务，一段时间提供常规公交服务的模式。

### 2.3.1 常规公交多线路发车频率及时刻表协同优化

常规公交和常规公交之间的协同调度多为具有换乘关系的常规公交多线路的时刻表协同调度优化。即在各线路的发车频率已知或未知的情况下，考虑关联线路到达换乘站点的时间、驶离换乘站点的时间之间的匹配性，联合设计关联线路的时刻表。Khani 和 Shafahi<sup>[77]</sup>以换乘时间最小化为目标，提出了一个非线性规划模型，优化常规公交发车时间和发车间隔。赵航等<sup>[78]</sup>基于多条线路多个换乘站点的公交网络，以每条公交线路的发车时刻表与发车频率为决策变量，使乘客在

各个线路之间的换乘等待时间最小,并用遗传算法对模型进行求解。有学者在此基础上,进一步考虑了运营商成本、站内始发乘客等待时间等要素,构建多目标优化模型。Yan 和 Tang<sup>[79]</sup>将乘客选择行为和具有不确定性的出行需求纳入考虑,建立并求解非线性整数规划模型,优化城际公交时刻表。Wu 等<sup>[80]</sup>建立了一个多目标公交时刻表重新同步模型,同时考虑乘客顺畅换乘以及减少与现有时刻表出发时间的最大偏差,设计了一种改进的遗传算法进行求解,在重新规划公交线网时刻表时有较大的灵活性。

另外,有学者将不同线路的公交同时到达换乘站点作为优化指标来进行协同调度优化,这样乘客可以直接从一辆公交换乘到另一辆公交而无需等待。Ceder 和 Tal<sup>[81]</sup>创建了一个具有最大同步性的公交协同时刻表,在关联公交的换乘点最大限度地增加同时到达的公交车数量。柏海舰等<sup>[82]</sup>以同时到站车辆数以及同时到站的次数最大为优化目标。Ibarra-Rojas 等<sup>[83]</sup>提出了多周期同步公交时刻表的概念,指出为符合实际情况,具有换乘关系的公交车辆之间应该保持一定的时间间隔以便乘客上下车换乘,将其定义为“同时到达”的车辆,并以同时到达换乘站点的公交车最大化为目标进行优化。

部分学者同样将研究聚焦于有部分共线运行路段的常规公交线路间的发车频率协同优化,并考虑了这些线路之间的竞争关系。龙雪琴等<sup>[84]</sup>基于乘客实时出行信息,以乘客出行成本与运营商成本最小为目标建立共线公交发车时刻表协同优化模型,提出改进粒子群优化算法进行求解。Kurauch 等<sup>[85]</sup>基于马尔科夫网络配流模型来解决受载客量限制的共线公交网络运行问题,优化共线公交的发车频率。Tian 等<sup>[86]</sup>基于含有共线路段的拥挤型连续公交网络,设计了一个三层规划模型,其中上层模型优化公交发车频率,使总运营成本和乘客出行成本最小化,中层模型优化乘客对换乘站点的选择,下层模型优化共线路段的均衡策略,并提出了两种转化方法求解该问题。

### 2.3.2 灵活公交接驳常规公交调度优化

为解决乘客出行的“第一公里”和“最后一公里”问题,有学者提出使用灵活公交接驳干线公交<sup>[87]</sup>,为乘客提供门到门的出行服务。Lu 等<sup>[88]</sup>基于不规则交通网络的公交接驳路径,提出了两种定制公交接驳常规公交的协同运营模式,一是定制公交将乘客从需求点送到常规公交站点或将乘客从常规公交站点送回需求点,二是定制公交将区域内部分乘客从出发点送至到达点,其余乘客乘坐常规公交出行。系统分析了定制公交服务完全或部分替代常规公交服务的可行性,建模求解两种公交的发车频率并明确了在不同情况下的最优运行模式。与之相同,Chen 和

Nie<sup>[89]</sup>设计了一种将传统固定路线服务与需求响应服务相结合的新型公交系统，可偏移式需求响应型公交线路与常规公交配对运行，并以系统总成本最小为目标，求解了两种线路的发车频率，证明了该系统在广泛的需求场景下效果优于常规公交和单独的灵活公交。Sayarshad<sup>[90]</sup>在既有研究基础上，在接驳网络中设置可动态预定闲置车辆满足乘客灵活出行需求的运行机制，研究常规线路与灵活型线路联合调度系统的车辆配置方法。罗佳佳<sup>[91]</sup>基于着色 Petri 网建立常规公交与共享网联车组合调度模型，共享网联车服务于常规公交线路上的几个中途停靠站点，以最小化企业运营成本和乘客等待时间为优化目标，决策常规公交发车频率和共享网联汽车的车队规模，通过遗传算法求解此非线性规划模型。

不局限于灵活公交和常规公交之间的接驳，也有学者研究了灵活公交和灵活公交之间的接驳调度。王瑜琼<sup>[92]</sup>以早高峰“单-多”模式为例，研究需求响应式公交与常规公交或跨区域需求响应式公交系统的接驳调度，建立需求响应式接驳公交协同调度优化模型，以系统服务率、乘客时间成本和运营成本为目标，优化需求响应型公交的接驳线路及时刻表。

### 2.3.3 常规公交与灵活公交交替服务

既有研究利用分析模型，通过地面公交系统的实际应用环境，分析路网条件、客流空间分布等特征要素与系统效益的相关性，来分别确定灵活公交系统与常规公交系统的适用条件或服务边界切换条件。

一些研究将灵活公交和常规公交服务进行了比较<sup>[93]</sup>，Kashani 等<sup>[94]</sup>将动态路径规划算法整合至基于智能体的交通仿真方案中来比较常规公交和灵活公交服务，结果表明，在低客流场景下用灵活公交代替常规公交可以明显优化用户出行情况与运营商成本。Quadrioglio 等<sup>[50]</sup>探讨了在不干扰现有公交干线和支线服务协调的情况下，在支线用灵活公交取代固定公交服务的可行性。

在此基础上，部分学者给出了灵活公交和常规公交适用的客流量阈值，并设计了灵活公交与常规公交服务的切换系统。Kim 等人<sup>[95]</sup>设计了一个多个时段内允许车队的运营模式在常规线路与灵活型线路间切换的区域调度系统，并对该系统的车辆类型、发车间隔及车队规模进行联合优化，实验表明在研究区域内不同时段需求密度存在较大差异时，可切换运营模式系统的表现优于单独运营常规线路或灵活型线路的运营模式。Liu 等<sup>[96]</sup>提出了一种混合运营模式，以最小化乘客时间成本，最大化运营商利润为目标，将固定发车频率的常规公交服务与动态发车频率的需求响应公交服务结合起来。Qiu 等<sup>[97]</sup>提出了一种基于可变需求下服务质量函数评估模型用于选择固定线路服务策略与灵活线路服务策略，以乘客时间

成本为优化目标, 计算了在需求响应和固定路线运营策略之间进行选择的阈值, 得出需求在 10 到 50 个乘客/英里/小时的范围内, 需求响应策略更为合适。Papanikolaou 等<sup>[98]</sup>建立成本函数解析式来分析灵活公交服务与常规公交服务所带来的运营商和用户总成本, 将服务总成本最小化以确定每种服务运营的最佳值, 研究结果表示在低于 40pas/小时/方向的需求情况下, 需求响应型服务可以作为主要选择, 并提出了在高峰时段提供固定服务, 非高峰时段提供需求响应型服务的建议。

也有学者基于灵活公交和常规公交之间的竞争关系而进行协同调度优化。王瑜琼<sup>[92]</sup>考虑需求响应型公交和常规公交的竞争关系, 构建地面公交协同双层规划模型, 上层模型决策常规公交的发车频率及需求响应型公交的车辆配置, 下层模型决策网络平衡时各路径流量。结果表明该模型适用于客流量较低或原常规公交满载率较低的情况。

## 2.4 研究综述小结

现有研究在常规公交与灵活公交的运营调度方面已形成研究成果, 但仍存在一些需要进一步研究的问题, 总结如下:

现有关于灵活公交动静态协同调度的研究, 多为建立静态调度模型求解公交调度方案, 有动态请求出现时进行权衡决策插入, 此时系统有可能会因为绕行成本高而拒绝该乘客请求, 系统对于动态请求的判断具有短视性。因此, 需要在静态调度阶段以概率或者预测等方式将站点后续出现实时请求的可能性纳入考虑, 并针对该模式设计合理的灵活公交调度和乘客匹配方案。

现有关于单线路常规公交和灵活公交协同调度的研究, 一方面为常规公交作为干线运行, 灵活公交提供门到门的接驳服务; 一方面为根据客流量、服务区域等条件, 切换灵活公交或常规公交服务。未能考虑到在实际出行情况下, 对于一条公交线路来讲, 有乘客想要乘坐灵活公交来减少出行时间, 有乘客则倾向于乘坐常规公交来满足出行需求。因此, 需要针对不同的乘客需求, 设计在灵活公交和常规公交并存, 共同服务于一条线路时, 两种服务模式的时刻表、调度方案和乘客匹配方案。

现有研究中针对乘客的换乘需求, 多为以总换乘时间最低为目标来协同两条或多条常规公交线路的时刻表, 对于乘客出行来说, 依然需要上下车换乘且部分乘客仍需在站点等待换乘车辆的到来, 出行满意度较低。因此, 需要针对此场景, 纳入灵活公交服务, 横跨多条公交线路让乘客直达目的地而无需上下车换乘。需要设计多线路常规公交与灵活公交协同调度模型并设计合理的大规模求解算法,



保障算法求解速度和求解质量。



### 第3章 低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化

本章阐述了低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化方法。首先，明确灵活公交动静态两阶段协同调度场景，其次，建立并求解混合整数线性规划模型，最后，分析灵活公交服务适用场景以及关键参数。

#### 3.1 问题描述

目前关于灵活公交的动静态两阶段调度模式的研究，均假设在静态阶段收集乘客的预约信息，设计灵活公交的线路和时刻表，并在此基础上实时响应乘客动态乘车请求，绕行以服务实时乘客。动静态两阶段服务较为割裂，且从全局的角度来看，容易造成短视，导致部分实时乘客请求无法被服务。例如在图 3.1 中，静态调度阶段有乘客乘车的站点为： $v_1 \dots v_7$ 、 $v_{10} \dots$ ，灵活公交将不经过站点 $v_8$ 、 $v_9$ ，而是选择站点 $v_7$ 和 $v_{10}$ 之间的最短路径。在实时调度阶段，若有乘客请求从站点 $v_9$ 乘车，则系统有可能会因为绕行成本高而拒绝该乘客请求。而如果在静态调度阶段考虑到了出现实时请求概率较高的站点，即使没有预约信息，也会在初始路径规划中将此类站点纳入进去，将会减少后续临时绕路的可能性，对实时请求的服务率也会有所提高。因此，在静态调度阶段将未来实时请求信息纳入考虑是十分有必要的。

低客流场景下，乘客出行需求数量较少，此时，如果乘客提交的出发时间信息仅仅为期望的出发时间节点，一方面乘客的出发时间信息会过于分散，难以聚集，另一方面向乘客反馈的匹配结果也难以达到乘客的预期，影响灵活公交服务率和乘客的满意度。因此，本研究设计了预约时间窗来聚集乘客的期望出发时间。一般来讲，公交车和乘客的时间窗口意味着一个可用的时间段。本研究中，预约时间窗是指灵活公交调度系统基于公交车历史运营数据与乘客出行情况向乘客提供的可预约的时间段，例如当预约时间窗长度为 30 分钟时，乘客可以在系统中选择出发的时间段为 7:00-7:30，7:30-8:00 等。当乘客选择出发的时间段为 7:00-7:30 时，意味着公交车预计到达该乘客出发站点的时间在 7:00-7:30 之间。预约时间窗的长度对乘客的服务率、乘客行程时间等参数有重要影响。

本研究所提出的灵活公交调度服务模式如下图 3.1 所示。图中所示公交线路有  $N$  个公交站点，所有车辆独立运行。灵活公交在此线路和站点的基础上按需调度，时刻表灵活，如果有站点没有乘客上下车，该站点可以跃站。灵活公交调度包括以下几个方面：（1）历史需求分析：基于乘客历史出行数据计算每个公交站点的乘客出行请求概率，该概率会在调度优化中影响灵活公交的运行线路和停站时间。（2）静态调度：设计预约时间窗聚集用户需求，在每个预约窗口的截止时间之前，收集乘客出行请求信息，同时考虑各站点后续出现实时请求的可能性，求解得到灵活公交的初始路线与时刻表，并将请求匹配结果反馈给乘客。（3）动态调度：由实时请求触发，权衡服务成本与其他乘客的行程时间成本，求解并更新灵活公交的跳站路线与行驶时刻表，将结果实时反馈给乘客。

图 3.1 中，公交站点的编号为  $v_1$ 、 $v_2 \dots v_{10}$ ，站点  $v_1$ 、 $v_3$ 、 $v_7$ 、 $v_{10}$  是预约乘客的上车/下车站点，站点  $v_4$  是暂时没有乘客出行，但乘客出行概率较高的站点，灵活公交的初始运行线路为  $v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_7 \rightarrow v_{10}$ （图中红色部分），且按照两个站点间的最短车辆行驶路线行驶。在实际运营过程中，有实时请求发生时，上车/下车站点分别是  $v_4$  和  $v_9$ ，如果服务该实时请求，灵活公交的运行线路更新为  $v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_7 \rightarrow v_9 \rightarrow v_{10}$ （图中蓝色部分），如果无法服务该实时请求，灵活公交的运行线路与时刻表保持不变。

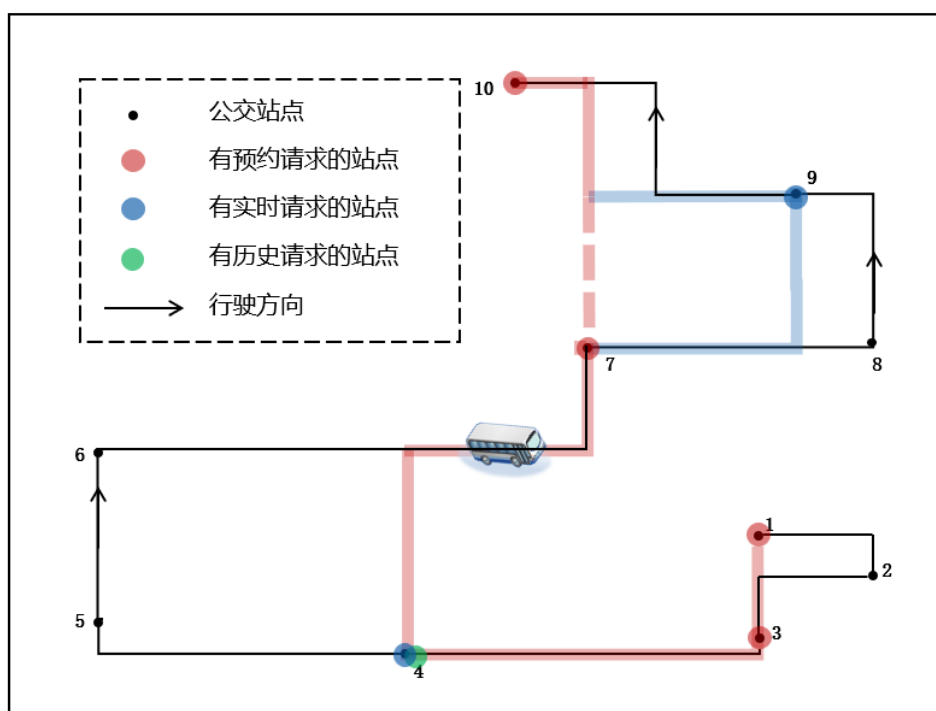


图 3.1 灵活公交系统框架

下图 3.2 展示了乘客预约请求、实时请求和灵活公交系统之间的交互关系。灵活公交系统对预约乘客的服务如下（图中红色部分）：（1）乘客出行前，可以通过手机 app 等在线平台预约乘车，请求信息包括乘客的出发站点、到达站点以及预约时间窗等。（2）系统将尽可能地满足乘客的出行请求，求解并将结果反馈给乘客，反馈结果包括是否能够服务该乘客，车辆到达接乘站点的预计时间，车辆编号与总行程信息等。乘客可以根据反馈结果自行选择是否乘坐该班次，如果乘坐该班次，乘客应该在车辆到达站点前候车。（3）如果灵活公交系统无法服务该乘客，乘客可以预约其他出行时间或选择其他出行工具。

灵活公交对实时乘客的服务如下（图中蓝色部分）：（1）乘客可以通过手机 app 等在线平台看到公交车的运行情况，并提出实时乘车请求。请求包括乘客的出发站点、到达站点、预期出行时间以及最长候车时间。（2）接收到实时请求后，系统按照先到先服务的原则，立即进行响应。求解实时调度模型并将结果反馈给乘客，乘客可以根据反馈结果自行选择是否乘坐该班次。（3）如果服务实时请求所需的额外行程时间在车内乘客以及计划乘车乘客的延误时间范围内，则接受该实时请求。此时，公交车将绕行或在相应站点停靠，车内乘客的行程时间和尚未上车乘客的候车时间将相应增加。

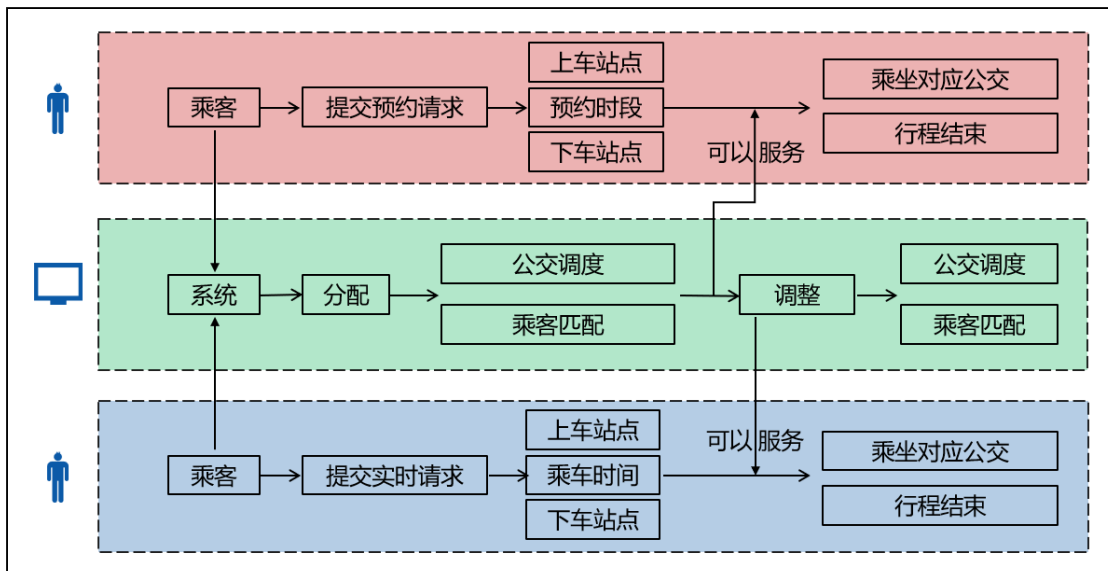


图 3.2 乘客使用灵活公交服务流程图

由于乘客在出发前提交出行信息，平台需要尽快响应并更新灵活公交路线和时刻表，因此本研究采用滚动优化框架来更新调度方案，如图 3.3 所示。其中  $t_w$  代表预约时间窗的长度， $t_c$  代表每个时间窗的预约截止时间， $t_h$

代表系统求解并将结果向乘客反馈所用的时间。例如在 7:25 截止收集 7:30-8:00 的出行需求，计算调度方案后反馈给乘客。在 7:55 截止收集 8:00-8:30 的出行需求，在上一个时段调度方案的基础上更新本次的调度计划。当实时请求触发时，系统立即处理并更新调度计划。

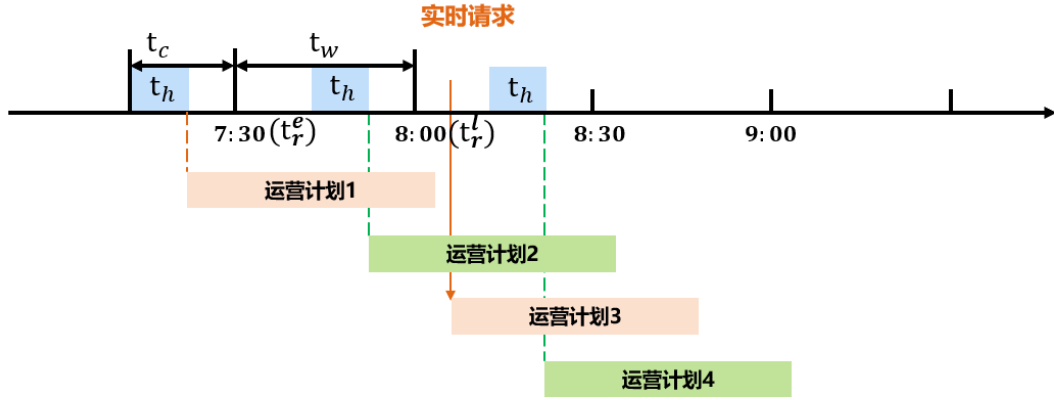


图 3.3 灵活公交调度系统滚动优化框架

### 3.2 模型参数

考虑一条公交线路，其中  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  是公交站点的集合，站点集合  $V$  包括两个子集：出发站点集合  $V_P$  和到达站点集合  $V_D$ 。另外，从某一时刻车辆是否驶过线路中的站点来看，站点集合  $V$  也被划分为已经经过的站点  $V_{PD}$  和尚未经过的站点  $V_{UP}$  两类。设  $R = \{r_1, \dots, r_m\}$  为乘客请求集合， $V_r$  为包括请求  $r$  空间信息的集合， $V_r = \{V_r^P, V_r^D\}$ 。

集合  $R$  根据乘客请求的类型和状态可以分为四个子集，分别是：等待响应的预约请求集合  $R_w^A$ ，等待响应的实时请求集合  $R_w^E$ ，即已经提交出行请求等待系统计算并反馈匹配结果的请求集合；计划服务的预约请求集合  $R_s^A$ ，计划服务的实时请求集合  $R_s^E$ ，即确认要乘车且尚未服务的请求集合。上述预约请求和实时请求的集合统称为  $R_{GE}$ 。每一个预约请求  $r \in R_w^A \cup R_s^A$  都包含预约时间窗  $[t_r^e, t_r^l]$ 、请求中的乘客数量  $q_0$  以及接乘、送达站点  $V_r$  等信息。每一个实时请求  $r \in R_w^E \cup R_s^E$  都与预期出发时间  $\hat{t}_r$ 、乘客数量  $q_0$  以及站点  $V_r$  相关联。

灵活公交集合  $K_{fle} = \{k_1, \dots, k_h\}$ ，灵活公交可跳站运营，每一辆车  $k \in K_{fle}$  包含调度计划  $p_b^k$ 、到站时间  $s_k^{i,A}$ 、离站时间  $s_k^{i,D}$  和车辆容量  $Q_{max}$  等信息。

其余参数信息在表 3.1 中给出。

表 3.1 参数列表

符号	含义说明
<b>集合</b>	
$R$	乘客出行请求集合, $r \in R$
$R_w^A; R_w^E; R_s^A; R_s^E; R_{GE}$	待响应的预约请求集合; 等待响应的实时请求集合; 计划服务的 预约请求集合; 计划服务的实时请求集合; 预约请求和实时请求 集合
$B$	公交车辆集合, $b \in B$
$K_{fle}$	灵活公交调度车次集合, $k \in K_{fle}$
$V$	公交站点集合, $v_i \in V$
$V_P; V_D; V_{PD}; V_{UP}$	出发站点集合; 到达站点集合; 已经经过的站点集合; 尚未经过 的站点集合
$V_r$	请求 $r$ 空间信息的集合
$T$	一天内划分的时段集合, $t \in T$
<b>参数</b>	
$C$	系统总成本
$w_1$	车辆单位行驶成本 (0.05 元/分钟)
$w_2$	乘客单位时间成本 (0.03 元/分钟)
$penalty$	拒绝一个乘客请求的惩罚
$d_{ij}$	公交站点 $v_i$ 到站点 $v_j$ 的行程时间
$d_U$	触发时车辆计划经过但尚未经过的路段行程时间
$t_r^e$	预约乘客 $r$ 的最早计划乘车时间
$t_r^l$	预约乘客 $r$ 的最晚计划乘车时间
$\hat{t}_r$	实时乘客 $r$ 的计划乘车时间
$t_c$	每个时间窗的预约截止时间
$t_w$	预约时间窗的长度
$t_{ser}$	一位乘客上车/下车的服务时间
$t_p$	统计站点乘客出行概率的时间段长度
$t_{round}$	一辆公交服务两个邻近班次中间的最小中转时间
$s_{max}$	公交的最长停站时间
$s_{amax}$	计划服务乘客的最长候车时间
$s_{emax}$	实时乘客的最长候车时间
$s_{delay}$	乘客的最长延误时间
$cap_k$	公交的最大载客量

符号	含义说明
$o_r^i$	乘客 $r$ 的出发站点是站点 $v_i$
$f_r^i$	乘客 $r$ 的到达站点是站点 $v_i$
$P_i^t$	站点 $v_i$ 在 $t$ 时段有乘客出行的概率
$N_i^t$	站点 $v_i$ 在 $t$ 时段出现乘客请求的数量
$N_i^E$	站点 $v_i$ 在统计时段内出现乘客请求的数量
$M$	一个极大的正数
$M'$	一个大于 $2 * M$ 的数
<b>决策变量</b>	
$s_k^{i,A}; s_k^{i,D}; s_k^i$	灵活公交在站点 $v_i$ 的计划到站、离站与停站时间, $k \in K_{fle}$ , $v_i \in V$
$t_k^{i,A}; t_k^{i,D}; t_k^i$	灵活公交在站点 $v_i$ 的实际到站、离站与停站时间, $k \in K_{fle}$ , $v_i \in V$
$y_k^{i,j}$	0-1 变量, = 1代表公交车次 $k$ 经过路段 $(v_i, v_j)$ , $k \in K_{fle}$ , $v_i \in V$ , $v_j \in V$
$x_k^r$	0-1 变量, = 1代表公交车次 $k$ 服务乘客 $r$ , $k \in K_{fle}$ , $r \in R$
$Q_k^i$	公交车次 $k$ 到达站点 $v_i$ 时的载客量, $k \in K_{fle}$ , $v_i \in V$
$p_b^k$	0-1 变量, = 1代表车辆 $b$ 执行班次 $k$ , $k \in K_{fle}$ , $b \in B$
<b>辅助变量</b>	
$c_b^{k,k'}$	0-1 变量, = 1代表车辆 $b$ 执行完成班次 $k$ 后执行班次 $k'$ , $k \in K_{fle}$ , $k' \in K_{fle}$ , $b \in B$
$s_k^{r,O}$	乘坐车次 $k$ 的乘客 $r$ 的上车时间, $k \in K_{fle}$ , $r \in R$
$s_k^{r,D}$	乘坐车次 $k$ 的乘客 $r$ 的下车时间, $k \in K_{fle}$ , $r \in R$
$s_k^{i,r}$	反馈给乘客 $r$ 的车次 $k$ 计划到达接乘站点 $v_i$ 的时间, $k \in K_{fle}$ , $r \in R$ , $v_i \in V$
$q_k^i$	车次 $k$ 在站点 $v_i$ 新上车的乘客数, $k \in K_{fle}$ , $v_i \in V$

### 3.3 模型建立

为满足更多乘客出行需求, 同时尽可能地降低乘客的行程时间和公交运营成本, 设计了一个两阶段混合整数线性规划模型。其中, 阶段一为静态调度模型 $P_{3.1}$ , 根据乘客的预约出行信息和每个站点的乘客出行概率, 优化灵活公交的初始路线、时刻表以及乘客匹配方案。在目标函数中以未服务乘客的惩罚成本、乘客出行时间成本和公交运营成本来权衡公交在站点



的停站时间以及是否经过没有乘客需求的站点。 $w_1$ 和 $w_2$ 为正权重系数，分别定义了各分量的相对重要性， $penalty$ 代表未服务乘客的惩罚。建立的模型如下所示：

[P<sub>3.1</sub>]

目标函数

$$\min(C_1 + C_2 + C_3 + C_4) \quad (3.1)$$

$$C_1 = \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} \sum_{k \in K_{fle}} w_1 d_{ij} y_k^{ij} \quad (3.2)$$

$$C_2 = \sum_{r \in R_W^A} \sum_{k \in K_{fle}} w_2 x_k^r (s_k^{r,D} - s_k^{r,O}) \quad (3.3)$$

$$C_3 = \sum_{r \in R_W^A} \sum_{k \in K_{fle}} penalty(1 - x_k^r) \quad (3.4)$$

$$C_4 = \sum_{v_i \in V} \sum_{k \in K_{fle}} penalty(1 - \frac{s_k^i}{t_p} P_i^t N_i^E) \quad (3.5)$$

$$P_i^t = \frac{N_i^t}{\sum_{t \in T} N_i^t}, \forall v_i \in V, t \in T \quad (3.6)$$

目标函数(3.1)旨在最小化灵活公交系统总成本，共包括四部分，其中， $C_1$ 为灵活公交行程时间成本，灵活公交的行程时间为行驶过的路段与路段间行程时间的乘积。 $C_2$ 为乘客行程时间成本，乘客行程时间为下车时间与上车时间的差值。 $C_3$ 为拒绝服务预约请求的惩罚成本， $C_4$ 为拒绝服务预期实时请求的惩罚成本，其中， $\frac{s_k^i}{t_p} P_i^t$ 代表灵活公交 $k$ 在站点 $v_i$ 停留的时间内，站点 $v_i$ 预期出现实时请求的数量。式(3.6)表示站点 $v_i$ 的实时乘客出行概率 $P_i^t$ 计算为各时段出现乘客需求的数量与一天内乘客需求总数量的比值。式 $C_4$ 表明，对于实时请求，灵活公交不会绕路去接送，而仅根据当前灵活公交的既定线路，如实时请求乘客恰好可以赶上班次，即表明服务成功，否则，实时请求将会被拒绝。

约束

灵活公交到离站时间约束

$$\sum_{k \in K_{fle}} x_k^r \leq 1, \forall r \in R_W^A \quad (3.7)$$

$$s_k^{i,A} - t_r^e \geq -M(1 - x_k^r), \forall r \in R_W^A, v_i \in V_r \cap V_P, k \in K_{fle} \quad (3.8)$$

$$t_r^l - s_k^{i,A} \geq -M(1 - x_k^r), \forall r \in R_W^A, v_i \in V_r \cap V_P, k \in K_{fle} \quad (3.9)$$

$$s_k^i = s_k^{i,D} - s_k^{i,A}, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.10)$$

$$0 \leq s_k^i \leq s_{max}, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.11)$$

$$s_k^i - t_{ser} q_k^i \geq 0, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} -M(1 - y_k^{ij}) \leq s_k^{i,D} + d_{ij} - s_k^{j,A} \leq M(1 - y_k^{ij}), \forall v_i \in V, v_j \in \\ V, k \in K_{fle} \end{aligned} \quad (3.13)$$

灵活公交乘客数约束

$$q_k^i = \sum_{r \in R_W^A} x_k^r (o_r^i - f_r^i), \forall k \in K_{fle}, v_i \in V \quad (3.14)$$

$$Q_k^i + q_k^i = Q_k^{i+1}, \forall k \in K, v_i \in V \quad (3.15)$$

$$Q_k^i \leq cap_k, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.16)$$

灵活公交车辆流约束

$$\sum_{v_i \in V} y_k^{1i} = \sum_{v_i \in V} y_k^{in} = 1, \forall k \in K_{fle} \quad (3.17)$$

$$\sum_{v_j \in V} y_k^{ij} - \sum_{v_j \in V} y_k^{ji} = 0, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.18)$$

$$\sum_{v_j \in V} y_k^{ij} \geq x_k^r, \forall r \in R_W^A, v_i \in V_r, k \in K_{fle} \quad (3.19)$$

$$\sum_{b \in B} p_b^k \leq 1, \forall k \in K_{fle} \quad (3.20)$$

$$\sum_{b \in B} p_b^k \geq x_k^r, \forall k \in K, r \in R_W^A \quad (3.21)$$

$$s_{k'}^{0,D} - s_k^{n,A} - M(2 - p_b^k - p_b^{k'}) \geq t_{round} - M'(1 - c_b^{k,k'}), \forall b \in \quad (3.22)$$

$$B, k \in K_{fle}, k' \in K_{fle}$$

决策变量可行域约束

$$x_k^r \in \{0,1\}, \forall r \in R_W^A, k \in K_{fle} \quad (3.23)$$

$$y_k^{ij} \in \{0,1\}, \forall v_i \in V, v_j \in V, k \in K_{fle} \quad (3.24)$$

$$y_k^{ij} = 0, \forall k \in K_{fle}, v_i \in V, v_j \in V, j \leq i \quad (3.25)$$

$$p_b^k \in \{0,1\}, \forall b \in B, k \in K \quad (3.26)$$

$$s_k^{i,A}, s_k^{i,D}, s_k^i \in \mathbb{N}, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.27)$$

$$Q_k^i \in \mathbb{N}, \forall v_i \in V, k \in K \quad (3.28)$$

约束(3.7)限制每位乘客最多只能由一辆公交车服务。约束(3.8)表示如果公交服务乘客 $r$ , 公交到达接乘站点的时间要晚于乘客预约时间窗所提供的最早出行时间 $t_r^e$ 。约束(3.9)表示如果公交服务乘客 $r$ , 公交到达接乘站点的时间要早于乘客预约时间窗提供的最晚出行时间 $t_r^l$ 。约束(3.8)与(3.9)共同限制公交到达接乘站点的时间要在乘客的预约时间窗范围内。约束(3.10)计算了公交的停站时间, 即为公交驶离站点与公交到达站点的时间差值。约束(3.11)限制公交停站时间不能超过最长停站时间。约束(3.12)确保公交在站点 $v_i$ 的停站时间需满足服务该站点乘客上下车所用时间, 乘客上下车所用时间为需要上下车的乘客数量与服务每位乘客上下车的单位时间乘积。约束(3.13)表明如果车辆经过路段 $(v_i, v_j)$ , 则车辆到达 $v_j$ 站点的时间应为驶离 $v_i$ 站点的时间与该路段行程时间之和。

约束(3.14)计算了公交班次 $k$ 到达站点 $v_i$ 时的净上客量, 即为上车的乘客数减去下车的乘客数。约束(3.15)计算了公交的载客量, 即为车内乘客数与该站点新上车的乘客数之和。约束(3.16)为容量约束, 限制公交所承载的乘客数量不能超过最大容量限制, 保证一人一座。

约束(3.17)限制公交需要从场站出发且在行程结束后回到场站。约束(3.18)为流量守恒约束, 保证站点的流入流量等于流出流量。站点的流入流量计算为从其他所有站点到该站点的公交-路段匹配决策变量之和, 站点的流出流量计算为从该站点到其他所有站点的公交-路段匹配决策变量之和。约束(3.19)限制如果灵活公交班次 $k$ 服务乘客 $r$ , 那么该公交必须经过乘客 $r$ 的出发站点和目的站点。约束(3.20)表示一个公交班次 $k$ 最多只能由一辆公交 $b$ 来执行。约束(3.21)限制需要有公交 $b$ 来服务请求 $r$ 。约束(3.22)表示如果公交 $b$ 在服务完成班次 $k$ 后继续服务班次 $k'$ , 则班次 $k'$ 从场站的出发时间与班次 $k$ 返回场站的时间差值需要满足公交的调度周转时间。约束(3.23)-(3.28)指定了决策变量的范围。

阶段二为动态调度模型 $P_{3.2}$ , 服务于实时请求, 实时请求触发的时间和站点是随机的。阶段二权衡服务实时请求所增加的成本以及未能服务实时乘客所增加的惩罚, 在相应约束条件下更新灵活公交的路线和时刻表。建立的模型如下所示:

[P<sub>3.2</sub>]

目标函数

$$\min(C_5 + C_6) \quad (3.29)$$

$$C_5 = \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} \sum_{k \in K_{fle}} w_1(d_{ij}y_k^{ij} - d_U) \quad (3.30)$$

$$C_6 = \sum_{r \in R_w^E} \sum_{k \in K_{fle}} \text{penalty}(1 - x_k^r) \quad (3.31)$$

目标函数(3.29)旨在使灵活公交系统总成本最小化,共包括两部分,其中, $C_5$ 代表服务实时请求而增加的车辆行程时间成本,作用于实时请求出现时车辆计划经过但尚未经过的路段,等于更新后的车辆行程时间与未更新时计算的车辆行程时间差值。 $C_6$ 为拒绝服务实时请求的惩罚成本。

约束

待处理的实时请求约束

$$\sum_{k \in K_{fle}} x_k^r \leq 1, \forall r \in R_w^E \quad (3.32)$$

$$\sum_{v_j \in V} y_k^{ij} \geq x_k^r, \forall r \in R_w^E, v_i \in V_r, k \in K_{fle} \quad (3.33)$$

$$t_k^{i,A} - \hat{t}_r - s_{emax} \leq M(1 - x_k^r), \forall r \in R_w^E, v_i \in V_r^P \cap V_{UP}, k \in K_{fle} \quad (3.34)$$

计划服务的实时请求约束

$$t_k^{i,A} \leq s_k^{i,r} + s_{emax}, \forall r \in R_S^E, v_i \in V_r^P \cap V_{UP}, k \in K_{fle} \quad (3.35)$$

计划服务的预约请求约束

$$t_k^{i,A} \leq s_k^{i,r} + s_{amax}, \forall v_i \in V_r, r \in R_S^A, k \in K_{fle} \quad (3.36)$$

$$t_k^{i,D} \geq s_k^{i,r}, \forall v_i \in V_r^P, r \in R_S^A, k \in K_{fle} \quad (3.37)$$

$$t_k^{i,A} \leq s_k^{i,r} + s_{delay}, \forall v_i \in V_r, r \in R_S^A, k \in K_{fle} \quad (3.38)$$

决策变量可行域约束

$$x_k^r \in \{0,1\}, \forall r \in R_w^E, k \in K_{fle} \quad (3.39)$$

$$y_k^{ij} \in \{0,1\}, \forall v_i \in V, v_j \in V, k \in K_{fle} \quad (3.40)$$

$$t_k^{i,A}, t_k^{i,D} \in \mathbb{N}, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (3.41)$$

s.t. (3.10) – (3.18)

约束 (3.32) - (3.34) 针对待处理的实时请求：约束 (3.32) 限制每位实时乘客最多只能由一辆公交车服务。约束 (3.33) 限制如果灵活公交班次  $k$  服务实时乘客  $r$ ，那么该公交必须经过乘客  $r$  的出发站点和目的站点。约束 (3.34) 限制公交车到达接乘站点的时间要在乘客的期望乘车时间范围内，即为乘客的计划乘车时间与最长候车时间之和。约束 (3.35) 针对计划服务的实时请求：限制公交车到达接乘站点的时间不能超过乘客在站点的最大等待时间。约束 (3.36) - (3.38) 针对计划服务的预约请求：约束 (3.36) - (3.37) 分别约束公交车到达接乘站点的时间不能超过乘客在站点的最长候车时间，驶离接乘站点的时间不能早于系统向乘客所反馈的车辆计划到达站点的时间。约束 (3.38) 限制公交车到达送达站点的时间不能超过乘客的最大延误时间。约束 (3.39) - (3.41) 指定了决策变量的范围。除此之外，阶段二的模型还应满足约束 (3.10) - (3.18)，将其中的时间变量  $s$  替换为本阶段的时间变量  $t$  即可。

## 3.4 案例分析

### 3.4.1 实验设置

通过 python 语言编写数学模型并使用商业求解器 GUROBI 对模型进行求解。所有模型与算例求解均在一台装配 Corei5-10210U 核心 1.60GHz CPU，16G 内存的 windows10 电脑上进行。模拟乘客出发前在应用平台上提交预约乘车申请，系统进行求解并确定车辆的初始线路和运行时刻表。在车辆运行过程中，我们模拟实时请求，并逐秒地处理它们，更新公交线路和时刻表。

将所提出的灵活公交调度模型应用于上海市的实际公交线路中，使用上海市嘉定 16 路公交的线路数据。如图 3.4 所示，该公交线路全长约 9.5 公里，共有 16 个站点，单程行程时间约为 35 分钟，按照固定线路固定时刻表的方式运营。线路非直线系数为 2.86，绕行较多，且历史数据显示乘客需求量中等偏低。因此，我们的模型适用于该公交线路。首先，将本研究所提出的灵活公交动静态调度系统与常规公交服务效果进行了比较，其次，分析了乘客比例、预约时间窗等参数对模型效果的影响。所对比的常规公交按照固定路线固定时刻表的方式运行，与嘉定 16 路公交现有的运行情况相符，约 20 分钟发一次车。为保证结果的准确性，在每个测试场景下随机计算 20 组数据，并对每个性能指标的平均值进行分析。

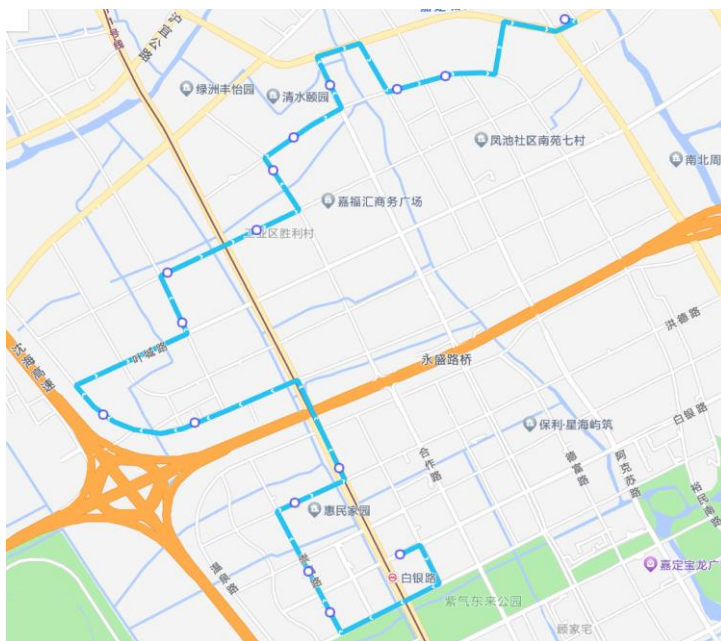


图 3.4 上海市嘉定 16 路公交

模型中的参数设置为：拒绝乘客的单位惩罚成本为 1 元/人，公交行程时间成本为 0.05 元/分钟，乘客时间成本为 0.03 元/分钟，公交最长停站时间为 3 分钟，已计划服务乘客的最长候车时间为 5 分钟，实时乘客的最长候车时间为 10 分钟，乘客最长延误时间为 7 分钟，预约时间窗长度为 30 分钟，每个时间窗截止预约时间为提前 10 分钟。实验中所涉及的客流量都在 2h 范围内。

采用 4 个性能指标对案例结果进行分析，分别是系统总成本、乘客服务率、公交行程时间以及乘客行程时间比值。其中，乘客服务率是指系统能够服务的乘客数量与乘客总量的比值，可以进一步划分为预约乘客服务率与实时乘客服务率；公交行程时间为每辆公交的行程时间与调度公交数量的加权平均值；乘客行程时间比值为乘客实际的车内行程时间与乘客出发站点到达站点之间的直达行程时间比值，来反映乘客乘车的绕行程度。

### 3.4.2 结果分析

在不同客流量场景下，求解灵活公交服务的乘客服务率、公交平均行程时间、乘客平均行程时间比值以及总成本，并将其与常规公交服务进行比较。结果如表 3.2 所示。整体来看，低客流场景下，灵活公交的服务水平较高。例如当客流量为 25 人次/线路/小时，灵活公交服务的总成本相比常规公交优化了 50%左右。从乘客服务率来看，由于能够实现按需调度，客流量低于 100 人次/线路/小时，灵活公交服务能够大大增加乘客的服务率，相比于常规公交优化了 10%-23%不

等,且当客流量低于 50 人次/线路/小时时,灵活公交对乘客的服务率高达 96%及以上,这意味着灵活公交能够为绝大多数的乘客提供出行服务。值得一提的是,灵活公交对预约乘客的服务率接近 1 左右,而常规公交对预约乘客的服务率约为 0.85,基本上不随客流量的变化而改变。灵活公交对于实时乘客的服务率优化效果显著,常规公交对实时乘客的服务率仅在 50%-60%左右,而灵活公交服务则能达到 70%-95%,是常规公交服务的 1.2-1.4 倍。同样,在客流量低于 100 人次/线路/小时时,灵活公交的平均行程时间低于常规公交,且有效降低了乘客的行程时间比值,改进率在 10%-40%左右。随着客流量的增加,灵活公交的优化效果逐渐减弱,当客流量高于 100 人次/线路/小时时,灵活公交服务的乘客数量越来越多,跳站策略所能跳过的站点越来越少,且需要调度的公交数量越来越多,因此灵活公交的行程时间以及乘客行程时间比值逐渐与常规公交接近。此时,灵活公交对乘客的服务率稍低于常规公交,总成本超过了常规公交。

客流量越低,灵活公交的整体优化效果越好,随着客流需求密度的增加,灵活公交服务与常规公交服务之间的差距越来越小。因此,当客流量少于 100 人次/线路/小时时,宜采用灵活公交服务,能够有效地提升乘客服务率,降低公交和乘客的行程时间,而当客流量高于 100 人次/线路/小时时,宜选择常规公交来提供出行服务。

表 3.2 灵活公交与常规公交的服务效果分析

客流量	服务模式	总成本 (元)	预约乘客 服务率	实时乘客 服务率	乘客 服务率	公交平均 行程时间 (分钟)	乘客平均行 程时间比值
25	常规公交	23.18	0.84	0.67	0.806	34.48	1.81
	灵活公交	11.36	0.99	0.94	0.98	20.4	1.16
	改进率	51.00%	19.05%	40.30%	22.58%	40.84%	35.91%
50	常规公交	28.44	0.87	0.62	0.82	34.48	1.79
	灵活公交	16.04	0.98	0.81	0.946	24.7	1.24
	改进率	43.61%	14.94%	30.65%	17.32%	28.36%	30.73%
75	常规公交	35.89	0.85	0.57	0.794	34.48	1.79
	灵活公交	22.12	0.98	0.72	0.928	27.38	1.45
	改进率	38.37%	15.29%	26.32%	16.88%	20.59%	18.99%
100	常规公交	40.47	0.88	0.54	0.812	34.48	1.82
	灵活公交	29.35	0.95	0.63	0.886	30.39	1.63
	改进率	27.47%	7.95%	16.67%	9.11%	11.86%	10.44%
125	常规公交	48.53	0.86	0.52	0.792	34.48	1.78
	灵活公交	49.59	0.85	0.5	0.78	34	1.74
	改进率	-2.19%	-1.16%	-3.85%	-1.52%	1.39%	2.25%

### 3.4.3 敏感度分析

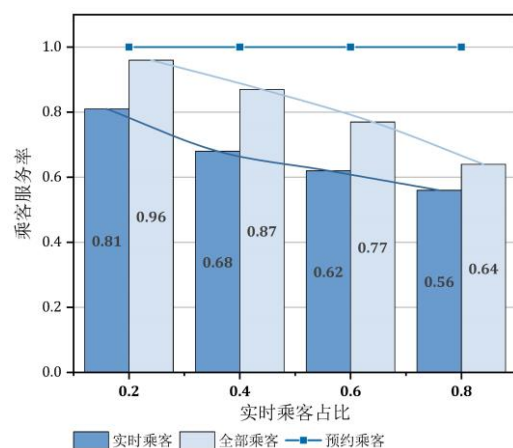
#### 3.4.3.1 预约乘客与实时乘客占比

保持客流量为 50 人次/线路/小时，且预约时间窗为 30 分钟，将预约乘客与实时乘客的比例由 4:1 逐步调整至 1:4，结果如下图 3.5 所示。图中，x 轴代表实时乘客的占比，y 轴代表各指标值。从图 3.5 (a) -3.5 (d) 依次是乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

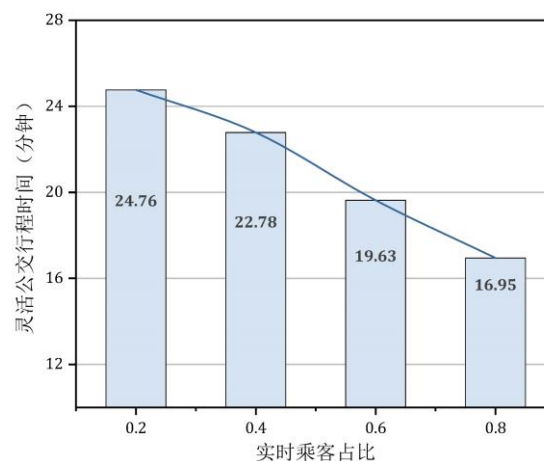
从图 3.5 (a) 中可以看出，预约乘客的服务率基本上不受乘客比例变化的影响，始终保持在 1 左右。随着实时乘客数量的增加，实时乘客的服务率逐渐降低，下降趋势逐渐变缓。由于实时乘客占比越来越高，因此加权后的总乘客服务率也逐渐降低，且下降速度较快。

如图 3.5 (b) 和图 3.5 (c) 所示，由于灵活公交所能够服务的乘客数量越来越少，因此灵活公交需要行驶的站点数以及调度的车辆数减少，灵活公交的平均行程时间与乘客的平均行程时间比值随着实时乘客占比的增加而降低。

图 3.5 (d) 中，灵活公交系统的总成本随着实时乘客占比的增加而升高。因此，预约乘客越多，实时乘客越少，本研究所提出的灵活公交系统的运营效果也就越好。



(a)



(b)



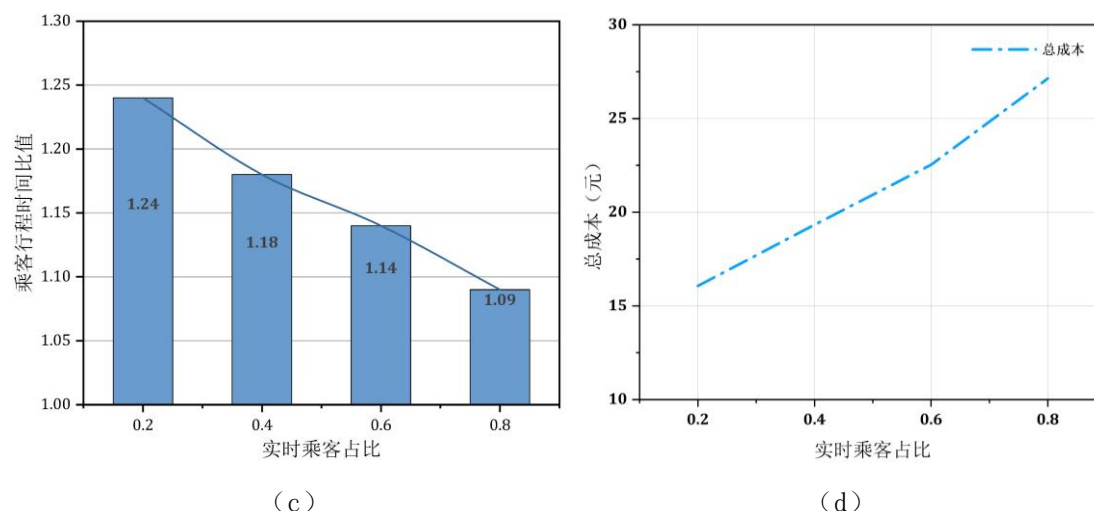


图 3.5 不同乘客占比下（实时乘客与预约乘客）灵活公交运营效果对比

### 3.4.3.2 预约时间窗长度

保持客流量为 50 人次/线路/小时，且预约乘客与实时乘客的比例为 4: 1，将乘客预约时间窗从 10 分钟逐步调整至 50 分钟，结果如下图 3.6 所示。图中，x 轴代表预约时间窗的长度，y 轴代表各指标值。从图 3.6 (a) -3.6 (d) 依次是乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

从图 3.6(a)中可以看出，预约时间窗的变化对乘客服务率的影响较为明显。随着预约时间窗长度的增加，预约乘客的服务率逐渐升高，当预约时间窗超过 30 分钟时预约乘客的服务率接近于 1。随着预约时间窗长度的增加，实时乘客的服务率由 0.65 上升至 0.83，由于预约乘客占比较高，因此乘客整体服务率的变化趋势与预约乘客服务率的变化相似。

从图 3.6 (b) 中可以看出，随着预约时间窗长度的增加，一辆灵活公交能够服务的乘客数增加，因此需要调度的灵活公交数量降低，灵活公交平均行程时间降低，下降趋势逐渐减缓。而由于一辆灵活公交服务的乘客数增加，乘客的出发站点与目的站点分布范围也随之增加，一辆灵活公交的单程行程时间变长，导致乘客的行程时间比值随之上升，如图 3.6 (c) 所示。

图 3.6 (d) 中，灵活公交系统的总成本随着预约时间窗长度的增加先降低后上升，在时间窗为 40 分钟时达到最低。系统总成本降低主要是由于时间窗越大，所覆盖的乘客范围越多，系统能够服务的乘客就越多，此时惩罚成本较低，所以总成本低。而当时间窗大于 40 分钟时，系统能够服务的乘客基本上接近于 1，此时由于一辆车能够服务的乘客比之前多，乘客的平均行程时间有所增加，因此总成本升高。

在本研究所测试的范围内，时间窗为 40 分钟时灵活公交系统表现最优。而

在实际运营过程中,时间窗太长会影响乘客的出行体验,可根据实际出行与运营情况,在乘客可接受的出行时间范围内选择进行预约时间窗的选择。

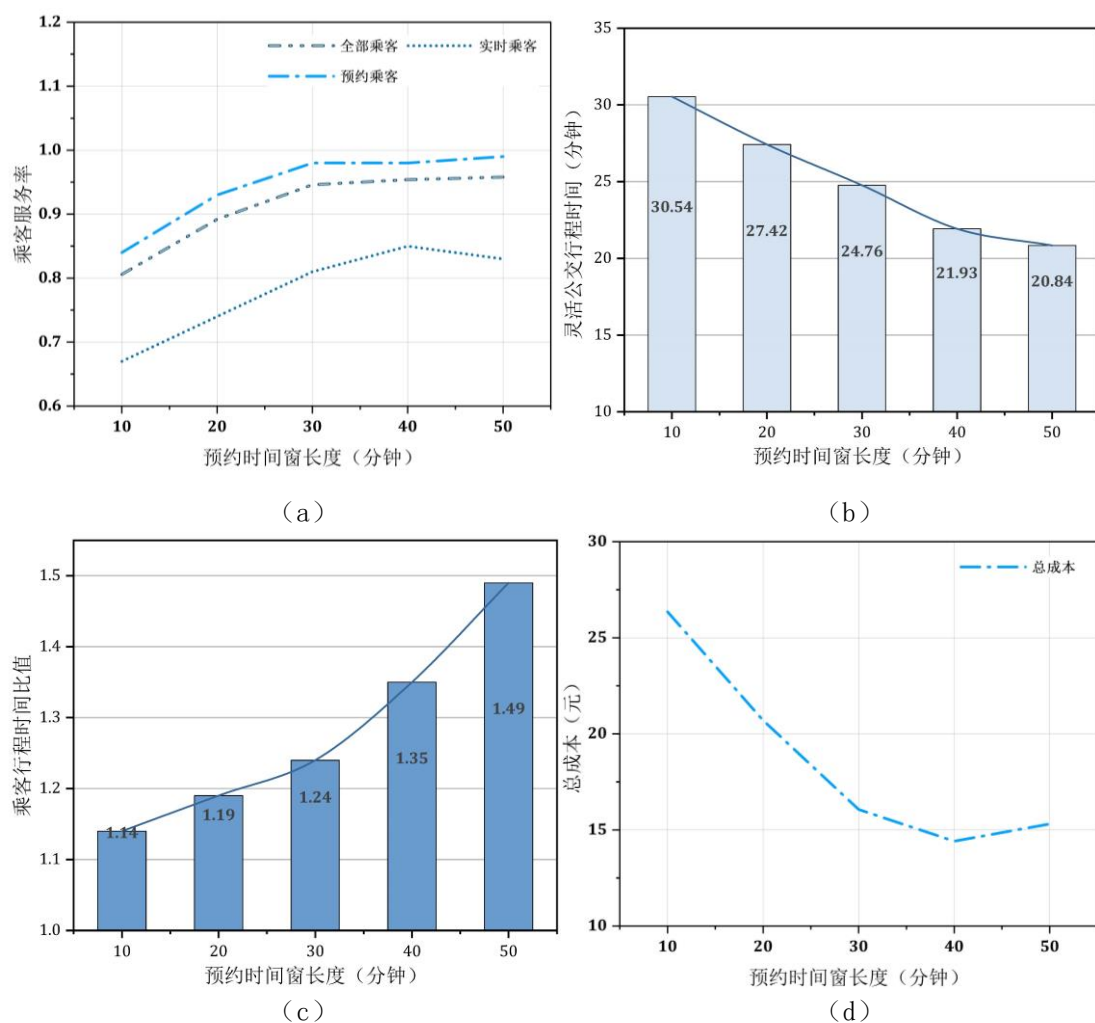


图 3.6 不同预约时间窗长度下灵活公交运营效果对比

## 第4章 单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化

本章阐述了单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。首先，基于实际出行需求将乘客分为两类，明确常规公交与灵活公交协同调度场景，其次，建立混合整数线性规划模型并使用拉格朗日松弛启发式算法进行求解，最后，分析单线路复合模式公交协同调度服务的适用场景及关键参数影响。

### 4.1 问题描述

灵活公交服务能够通过按需响应的方式降低运营成本，节省乘客行程时间。但灵活公交的使用需要乘客在手机 app 等在线平台上提交出行请求并接收灵活公交系统的反馈结果。在实际运营过程中，存在着一些特殊群体，例如老年人、残疾人等，不习惯或无法使用在线平台提交出行请求；以及一些用户在部分出行场景下，例如只需要乘坐几站，灵活公交为其节省的时间不多，或习惯于乘坐定班定线的常规公交出行的人群，倾向于乘坐常规公交出行。因此，在一条公交线路中，使用灵活公交服务完全替代常规公交服务是存在不足的，公共交通运营管理部门通常不希望完全取消常规公交服务，而是保留部分常规公交班次作为出行服务基本保障。

在本研究中，我们考虑了一个常规公交与灵活公交协同调度系统，如图 4.1 所示。在这个系统中，常规公交按照固定路线、固定时刻表的方式运行，每个站点均停车，不允许跃站。灵活公交按需发车，时刻表灵活，如果有站点没有乘客上下车，该站点可以跃站。按照乘客是否使用手机 app 等在线平台提交出行请求，将乘客划分为特殊群体与普通群体两类。其中特殊群体指部分老年人、残疾人等无法在线提交出行请求的乘客群体，只能乘坐固定公交出行。普通群体指能够提交出行请求的乘客群体，他们既可以自行选择到相应的站点乘坐固定公交，也可以申请使用灵活公交服务，等待系统匹配。

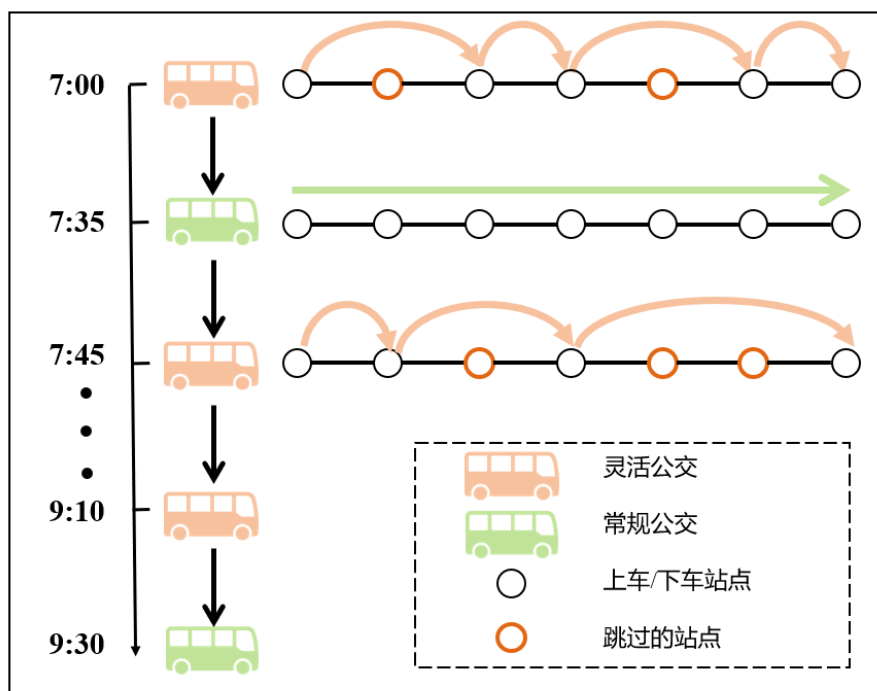


图 4.1 单线路常规公交与灵活公交协同调度系统框架

乘客出行前，可以通过在线平台提交出发站点、到达站点、预约时间窗等信息完成预约。在常规公交正常运行的基础上，系统平台首先根据当前时段收集到的预约请求，实时计算乘客与公交的匹配方案、灵活公交路线以及调度时刻表，并将结果反馈给相应的乘客，包括是否服务该乘客，为乘客分配的公交类型与车辆编号，预计接乘时间与到达时间。乘客可以根据反馈信息决定是否乘坐该班次。

在灵活公交车结束每次行程之前，乘客可以通过 app 看到公交车的实时动态运行情况，并提出实时乘车请求。系统会对实时请求做出响应并根据乘客出行时间和公交载客量的约束条件更新车辆调度计划，以最少的成本为最多的乘客提供服务。

综上所述，单线路灵活公交和常规公交协同调度问题可以描述为一个两阶段的过程：在第一阶段，需要根据历史乘客出行数据优化常规公交的发车时刻表，更新频率为每月或每几个月，以捕捉需求变化。第二阶段，特殊群体将被分配至常规公交，在常规公交正常运行的基础上，响应乘客的预约请求和实时请求，优化乘客和公交的匹配方案，更新灵活公交路线和时刻表。

## 4.2 模型参数

在章节 3.2 的基础上,新增的模型参数如下:

集合  $\mathbf{R}$  根据乘客请求的类型和状态划分为五个子集,分别是:特殊请求集合  $\mathbf{R}_{SP}$ ,即只能乘坐常规公交出行的乘客集合;等待响应的预约请求集合  $\mathbf{R}_w^A$ ,等待响应的实时请求集合  $\mathbf{R}_w^E$ ,计划服务的预约请求集合  $\mathbf{R}_s^A$ ,计划服务的实时请求集合  $\mathbf{R}_s^E$ ,上述预约请求和实时请求的集合统称为  $\mathbf{R}_{GE}$ 。每一个特殊请求  $r \in \mathbf{R}_{sp}$  都与预期出发时间  $\hat{t}_r$ 、乘客数量  $q_0$  以及站点  $\mathbf{V}_r$  相关联。

根据公交类型将集合  $\mathbf{K} = \{k_1, \dots, k_h\}$  划分为灵活公交集合  $\mathbf{K}_{fle}$  和常规公交集合  $\mathbf{K}_{con}$  两类。灵活公交可跳站运营,时刻表灵活,每一辆车  $k \in \mathbf{K}_{fle}$  都包含调度计划  $p_b^k$ 、每一天的到站时间  $s_{a,k}^{i,A}$ 、离站时间  $s_{a,k}^{i,D}$  和车辆容量  $Q_{max}$  等信息。常规公交  $k \in \mathbf{K}_{con}$  按照固定线路固定发车间隔的方式运行,发车时间表示为  $s_k$ 。

参数信息在下表 4.1 中给出。

表 4.1 参数列表

符号	含义说明
<b>集合</b>	
$\mathbf{A}$	运营天集合, $a \in \mathbf{A}$
$\mathbf{R}_{SP}$	特殊乘客请求集合
$\mathbf{K}; \mathbf{K}_{fle}; \mathbf{K}_{con}$	所有公交班次集合; 灵活公交班次集合; 常规公交班次集合
<b>参数</b>	
$d$	公交线路单程行程时间
$t_a^r$	特殊乘客 $r$ 在第 $a$ 天的计划乘车时间
$t_{a,r}^e$	普通乘客 $r$ 在第 $a$ 天的最早计划乘车时间
$t_{a,r}^l$	普通乘客 $r$ 在第 $a$ 天的最晚计划乘车时间
$t_{max}^{con}$	特殊乘客的最大候车时间
<b>决策变量</b>	
$s_k$	常规公交在场站的发车时间, $k \in \mathbf{K}_{con}$
$s_{a,k}^{i,A}; s_{a,k}^{i,D}; s_{a,k}^i$	灵活公交 $k$ 第 $a$ 天在站点 $v_i$ 的计划到站、离站与停站时间, $k \in \mathbf{K}_{fle}, v_i \in \mathbf{V}, a \in \mathbf{A}$
$t_{a,k}^{i,A}; t_{a,k}^{i,D}; t_{a,k}^i$	灵活公交 $k$ 第 $a$ 天在站点 $v_i$ 的实际到站、离站与停站时间, $k \in \mathbf{K}_{fle}, v_i \in \mathbf{V}, a \in \mathbf{A}$
$y_{a,k}^{i,j}$	0-1 变量, = 1 代表第 $a$ 天灵活公交车次 $k$ 经过路段 $(v_i, v_j)$ , $k \in \mathbf{K}_{fle}, v_i \in \mathbf{V}, v_j \in \mathbf{V}, a \in \mathbf{A}$
$x_{a,k}^r$	0-1 变量, = 1 代表第 $a$ 天公交车次 $k$ 服务乘客 $r$ , $k \in \mathbf{K}, r \in \mathbf{R}$

符号	含义说明
	$a \in A$
$Q_{a,k}^i$	第 $a$ 天公交车次 $k$ 到达站点 $v_i$ 时的载客量, $k \in K, v_i \in V, a \in A$
$p_{a,b}^k$	0-1 变量, = 1代表第 $a$ 天车辆 $b$ 执行班次 $k$ , $k \in K, b \in B, a \in A$
辅助变量	
$c_{a,b}^{k,k'}$	0-1 变量, = 1代表第 $a$ 天车辆 $b$ 执行完成班次 $k$ 后执行班次 $k'$ , $k \in K, k' \in K, b \in B, a \in A$
$s_{a,k}^{r,O}$	第 $a$ 天乘坐车次 $k$ 的乘客 $r$ 的上车时间, $k \in K, r \in R, a \in A$
$s_{a,k}^{r,D}$	第 $a$ 天乘坐车次 $k$ 的乘客 $r$ 的下车时间, $k \in K, r \in R, a \in A$
$q_{a,k}^i$	第 $a$ 天车次 $k$ 在站点 $v_i$ 新上车的乘客数, $k \in K, v_i \in V, a \in A$

## 4.3 模型建立

### 4.3.1 模型 1: 常规公交时刻表优化

模型 $P_{4.1}$ 基于各类乘客的比例与历史出行时间偏好, 以尽可能少的成本服务尽可能多的乘客为目标, 优化常规公交的发车时间。主要决策变量为常规公交的发车时间 $s_k$ , 公交沿固定线路行驶, 每个站点均停车, 每天都按此时间执行调度计划。同时, 根据特殊乘客和普通乘客的出行请求信息, 决策乘客和车次的匹配方案 $x_{a,k}^r$ , 灵活公交的路线 $y_{a,k}^{i,j}$ 与时刻表 $s_{a,k}^{i,A}; s_{a,k}^{i,D}$ 。建立的模型如下所示:

[ $P_{4.1}$ ]

目标函数

$$\min C = C_o + C_t + C_r \quad (4.1)$$

$$C_o = w_1 \left( \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{b \in B} dp_b^k + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{fle}} \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} d_{ij} y_{a,k}^{i,j} \right) \quad (4.2)$$

$$C_t = w_2 \left( \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{r \in R_{SP}} (s_{a,k}^{r,O} - t_a^r) + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} (s_{a,k}^{r,D} - s_{a,k}^{r,O}) \right) \quad (4.3)$$

$$C_r = \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \text{penalty} (1 - \sum_{k \in K} x_{a,k}^r) \quad (4.4)$$

目标函数(4.1)由三部分组成, 分别是公交运营成本、乘客时间成本和拒绝服务乘客的惩罚成本。式(4.2)表示, 公交运营成本由常规公交运营成本和灵活公交运营成本两部分组成。其中, 常规公交运营成本为公交调度次数与单程行程

时间的乘积，灵活公交运营成本为公交行驶过的站点与站点间行程时间的乘积。式（4.3）表示，乘客时间成本包括乘客的候车时间和车内行程时间。候车时间只存在于特殊乘客群体，因为我们假设通过 app 提交出行请求的普通乘客会在反馈的接乘时间前往站点乘车。式（4.4）表示拒绝服务乘客的惩罚成本。

#### 常规公交约束

$$\sum_{k \in K_{con}} x_{a,k}^r \leq 1, \forall a \in A, r \in R \quad (4.5)$$

$$t_a^r + t_{max}^{con} - s_{a,k}^{r,O} \geq -M(1 - x_{a,k}^r), \forall a \in A, r \in R_{SP}, k \in K_{con} \quad (4.6)$$

$$t_a^r - s_{a,k}^{r,O} \leq M(1 - x_{a,k}^r), \forall a \in A, r \in R_{SP}, k \in K_{con} \quad (4.7)$$

#### 普适性约束

$$\sum_{k \in K} x_{a,k}^r \leq 1, \forall a \in A, r \in R \quad (4.8)$$

$$s_{a,k}^{r,O} - t_{a,r}^e \geq -M(1 - x_{a,k}^r), \forall a \in A, r \in R_{GE}, k \in K \quad (4.9)$$

$$t_{a,r}^l - s_{a,k}^{r,O} \geq -M(1 - x_{a,k}^r), \forall a \in A, r \in R_{GE}, k \in K \quad (4.10)$$

$$q_{a,k}^i = \sum_{r \in R} x_{a,k}^r (o_r^i - f_r^i), \forall a \in A, k \in K, i \in V \quad (4.11)$$

$$Q_{a,k}^i + q_{a,k}^i = Q_{a,k}^{i+1}, \forall a \in A, k \in K, v_i \in V \quad (4.12)$$

$$Q_{a,k}^i \leq cap_k, \forall a \in A, v_i \in V, k \in K \quad (4.13)$$

$$\sum_{b \in B} p_{a,b}^k \leq 1, \forall a \in A, k \in K \quad (4.14)$$

$$\sum_{b \in B} p_{a,b}^k \geq x_{a,k}^r, \forall a \in A, k \in K, r \in R \quad (4.15)$$

$$s_{a,k'}^{0,D} - s_{a,k}^{n,A} - M(2 - p_{a,b}^k - p_{a,b}^{k'}) \geq t_{round} - M'(1 - c_{a,b}^{k,k'}), \forall a \in A, b \in B, k \in K, k' \in K \quad (4.16)$$

#### 灵活公交约束

$$\sum_{k \in K_{fle}} x_{a,k}^r \leq 1, \forall a \in A, r \in R_{GE} \quad (4.17)$$

$$\sum_{v_j \in V} y_{a,k}^{ij} \geq x_{a,k}^r, \forall a \in A, r \in R_{GE}, v_i \in V_r, k \in K_{fle} \quad (4.18)$$

$$s_{a,k}^{i,D} + d_{ij} - s_{a,k}^{j,A} \leq M(1 - y_{a,k}^{ij}), \forall a \in A, v_i \in V, v_j \in V, k \in K_{fle} \quad (4.19)$$

$$s_{a,k}^i = s_{a,k}^{i,D} - s_{a,k}^{i,A}, \forall a \in A, k \in K_{fle}, v_i \in V \quad (4.20)$$

$$0 \leq s_{a,k}^i \leq s_{max}, \forall v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (4.21)$$

$$s_{a,k}^i - t_{ser} q_{a,k}^i \geq 0, \forall a \in A, k \in K_{fle}, v_i \in V \quad (4.22)$$

$$\sum_{v_i \in V} y_{a,k}^{1i} = \sum_{v_i \in V} y_{a,k}^{in} = 1, \forall a \in A, k \in K_{fle} \quad (4.23)$$

$$\sum_{v_j \in V} y_{a,k}^{ij} - \sum_{v_j \in V} y_{a,k}^{ji} = 0, \forall a \in A, v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (4.24)$$

$$x_{a,k}^r \in \{0,1\}, \forall a \in A, r \in R, k \in K \quad (4.25)$$

$$y_{a,k}^{ij} \in \{0,1\}, \forall a \in A, v_i \in V, v_j \in V, k \in K_{fle} \quad (4.26)$$

$$y_{a,k}^{ij} = 0, \forall a \in A, k \in K, v_i \in V, v_j \in V, j < i \quad (4.27)$$

$$p_{a,b}^k \in \{0,1\}, \forall a \in A, b \in B, k \in K \quad (4.28)$$

$$s_k \in \mathbb{Z}, \forall k \in K_{con} \quad (4.29)$$

$$s_{a,k}^{i,A}, s_{a,k}^{i,D}, s_{a,k}^i \in \mathbb{N}, \forall a \in A, v_i \in V, k \in K_{fle} \quad (4.30)$$

$$Q_{a,k}^i \in \mathbb{N}, \forall a \in A, v_i \in V, k \in K \quad (4.31)$$

约束条件为式 (4.5) - (4.31)。约束 (4.5) - (4.7) 适用于常规公交：约束 (4.5) 限制一个乘客最多只能由一辆常规公交服务。约束 (4.6) - (4.7) 表示如果常规公交  $k$  服务特殊乘客  $r$ ，公交到达接乘站点的时间不能早于乘客到站时间，不能让乘客等待超过最长候车时间。

约束 (4.8) - (4.16) 是针对常规公交与灵活公交的普适性约束：约束 (4.8) 限制一个普通乘客最多只能由一辆公交服务（常规公交或灵活公交）。约束 (4.9) 表示如果公交服务普通乘客  $r$ ，公交到达接乘站点的时间要晚于乘客预约时间窗所提供的最早出行时间  $t_r^e$ 。约束 (4.10) 表示如果公交服务普通乘客  $r$ ，公交到达接乘站点的时间要早于乘客预约时间窗提供的最晚出行时间  $t_r^l$ 。约束 (4.9) 与 (4.10) 共同限制公交到达接乘站点的时间要在乘客的预约时间窗范围内。约束 (4.11) 计算了公交班次  $k$  到达站点  $v_i$  时的净上客量，即为



上车的乘客数减去下车的乘客数。约束(4.12)计算了公交的载客量,即为车内乘客数与该站点新上车的乘客数之和。约束(4.13)为容量约束,限制公交所承载的乘客数量不能超过最大容量限制,保证一人一座。约束(4.14)表示一个公交班次 $k$ 最多只能由一辆公交 $b$ 来执行。约束(4.15)限制需要有公交 $b$ 来服务请求 $r$ 。约束(4.16)表示如果公交 $b$ 在服务完成班次 $k$ 后继续服务班次 $k'$ ,则班次 $k'$ 从场站的出发时间与班次 $k$ 返回场站的时间差值需要满足公交的调度周转时间。

约束(4.17) - (4.24)适用于灵活公交:约束(4.17)限制一个普通乘客最多只能由一辆灵活公交服务。约束(4.18)表示如果灵活公交班次 $k$ 服务乘客 $r$ ,那么该公交必须经过乘客 $r$ 的出发站点和目的站点。约束(4.19)表示,如果班次 $k$ 服务路段 $(v_i, v_j)$ ,那么公交到达站点 $v_j$ 的时间为公交驶离站点 $v_i$ 的时间与两站点间行程时间之和。约束(4.20)计算了公交的停站时间,即为公交驶离站点与公交到达站点的时间差值。约束(4.21)限制公交停站时间不能超过最长停站时间。约束(4.22)确保公交在站点 $v_i$ 的停站时间需满足服务该站点乘客上下车所用时间。约束(4.23)限制公交需要从场站出发且在行程结束后回到场站。约束(4.24)为流量守恒约束,保证节点的流入流量等于流出流量。约束(4.25) - (4.31)指定了决策变量的范围。

### 4.3.2 模型 2: 灵活公交调度以及乘客匹配优化

在求解得到常规公交时刻表的基础上,通过设计模型 $P_{4.2}$ 来响应普通乘客的出行请求,优化灵活公交调度路线和时刻表,与常规公交进行平衡,共同服务乘客出行。灵活公交调度模型 $P_{4.2}$ 包括静态调度模型 $P_{4.2.1}$ 与动态调度模型 $P_{4.2.2}$ 两部分。静态调度中,系统提前收集乘客的预约出行请求,优化灵活公交的初始调度方案并将结果反馈给预约乘客。动态调度在静态调度求解结果的基础上,有实时请求发生时,系统综合决策服务实时乘客所增加的行程时间成本以及未能服务实时乘客带来的惩罚成本,决策实时乘客与公交的匹配方案,更新灵活公交调度路线与时刻表。与第3章不同的是,在静态调度模型 $P_{4.2.1}$ 中,不考虑站点出现实时请求的概率。且在静态调度与动态调度下,本章所求解的乘客与公交的匹配结果既包括乘客与常规公交的匹配,也包括乘客与灵活公交的匹配。

静态调度模型 $P_{4.2.1}$ 根据普通乘客的预约需求,决策灵活公交的调度路线 $y_k^{i,j}$ 、到站时间 $s_k^{i,A}$ 、离站时间 $s_k^{i,D}$ 以及预约乘客与常规公交和灵活公交的匹配方案 $x_k^r$ 。静态调度模型 $P_{4.2.1}$ 如下所示:

$$\begin{aligned}
 \min C = & \sum_{k \in K_{fle}} w_1 d_{ij} y_k^{i,j} + \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_w^A} w_2 (s_k^{r,D} - s_k^{r,O}) \\
 & + \sum_{r \in R_w^A} penalty (1 - \sum_{k \in K} x_k^r) \\
 s.t. & (4.8) - (4.24)
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

静态调度模型以总成本最低为优化目标, 包括灵活公交的行程时间成本、乘客的行程时间成本以及拒绝服务乘客请求的惩罚成本。约束与 (4.8) - (4.24) 一致, 其中的  $a$  为具体某一天即可。

动态调度模型  $P_{4.2.2}$  响应普通乘客的实时出行需求, 更新灵活公交的调度路线  $y_k^{i,j}$ 、到站时间  $s_k^{i,A}$ 、离站时间  $s_k^{i,D}$  以及实时乘客与常规公交和灵活公交的匹配方案  $x_k^r$ 。动态调度模型  $P_{4.2.2}$  如下所示:

$$\begin{aligned}
 \min C = & \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} \sum_{k \in K_{fle}} w_1 (d_{ij} y_k^{i,j} - d_U) + \sum_{r \in R_w^E} \sum_{k \in K} penalty (1 - x_k^r) \\
 s.t. & (3.33) - (3.42), (4.8) - (4.24)
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

动态调度模型以总成本最低为优化目标, 包括服务实时请求而增加的车辆行程时间成本以及拒绝服务实时请求的惩罚成本两部分。约束适用于公式 (3.32) - (3.41), 以及 (4.8) - (4.24), 其中的  $a$  为具体某一天即可。

## 4.4 求解算法

本章节中模型  $P_{4.1}$  所涉及的公交协同调度与乘客匹配问题是 NP 难问题<sup>[98]</sup>, 且随着数据规模的增加, 计算难度快速增加, 难以在短时间内获得最优解<sup>[99]</sup>, 因此, 需要寻找合适的启发式算法进行求解。模型  $P_{4.2}$  是针对给定的传统公交时刻表的条件下, 求解每天灵活公交的动态调度, 问题规模较小, 可直接调用 GUROBI 求解器进行求解。

### 4.4.1 拉格朗日松弛算法

观察到原始模型  $P_{4.1}$  中常规公交调度和灵活公交调度在大部分情况下是分开约束的, 互不干扰, 只涉及乘客的匹配这一耦合约束。因此, 本章节应用了拉格朗日松弛算法, 将原模型  $P_{4.1}$  拆分为常规公交调度与灵活公交调度的子问题, 降低求解规模。

拉格朗日松弛方法最早是在 1971 年 Held 和 Krap 研究旅行商问题 (Travelling Salesman Problem, TSP) 时提出的<sup>[100]</sup>。对于一个整数规划问题, 拉格朗日松弛方

法通过松弛造成求解“困难”的部分耦合约束，来降低问题求解规模和难度，加快求解进程。松弛掉的约束利用拉格朗日乘子在目标函数上增加相应的惩罚项，对不满足这些约束条件的解进行惩罚。拉格朗日松弛算法流程图如下图 4.2 所示。

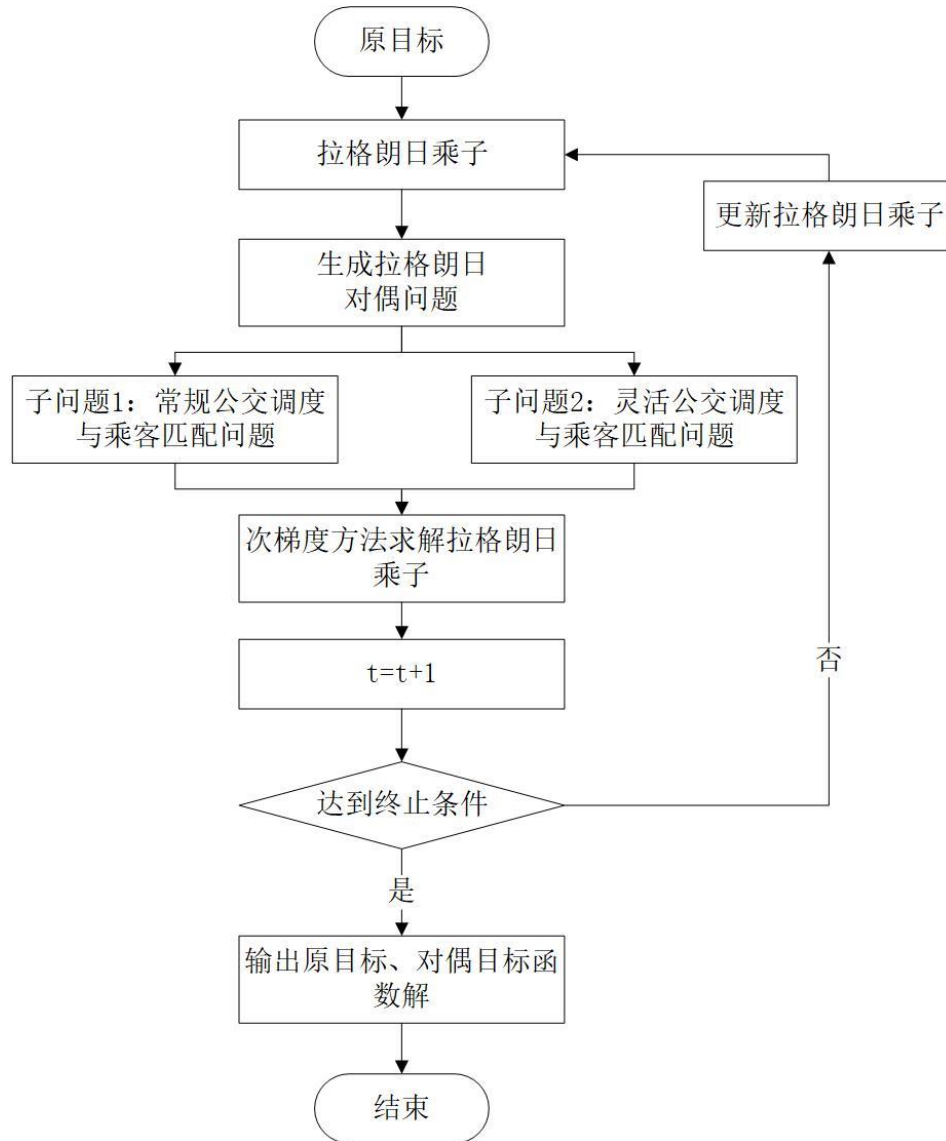


图 4.2 拉格朗日松弛算法流程图

#### 4.4.1.1 下界

观察到，原始问题 $P$ 有两种类型的决策，一是常规公交的调度计划与乘客匹配方案，二是灵活公交的调度计划与乘客匹配方案。可以看出，约束(4.8)是唯一涉及常规公交与灵活公交匹配的耦合约束，因此通过引入拉格朗日乘子 $\lambda_a^r$  ( $\lambda_a^r \geq 0$ )，可以将约束(4.8)移动至目标函数中。然后将拉格朗日松弛问题分解为常规公交调度与灵活公交调度两个子问题。因此，拉格朗日松弛问题可以构造为：

$[P_{LR}(\lambda)]$

$$\begin{aligned}
 \min C = & C_o + C_t + \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \text{penalty} (1 - \sum_{k \in K} x_{a,k}^r) \\
 & + \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \lambda_a^r (\sum_{k \in K} x_{a,k}^r - 1) \\
 \text{s.t. } & (4.2) - (4.7), (4.9) - (4.31)
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

在上述模型中,  $\lambda_a^r$  是拉格朗日乘子的向量, 可以使用次梯度优化过程进行更新。令  $L(\lambda)$  表示问题  $[P_{LR}(\lambda)]$  的最优目标值, 拉格朗日算法的目标是解决以下列拉格朗日对偶问题:

$[P_{LD}]$

$$\max_{\lambda} L(\lambda) \tag{4.35}$$

松弛问题将分解为常规公交运营与灵活公交运营 2 个子问题。常规公交调度与乘客匹配子问题  $P'_{4.1.1}$  的数学模型如下所示。常规公交既能服务特殊乘客, 也能服务普通乘客。

$[P'_{4.1.1}]$

$$\begin{aligned}
 \min C = & \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{b \in B} w_1 dp_b^k + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{r \in R_{SP}} w_2 (s_{a,k}^{r,D} - t_a^r) \\
 & + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{r \in R_{GE}} w_2 (s_{a,k}^{r,D} - s_{a,k}^{r,O}) \\
 & + \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \text{penalty} (1 - \sum_{k \in K_{con}} x_{a,k}^r) \\
 & + \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \lambda_a^r (\sum_{k \in K_{con}} x_{a,k}^r - 1) \\
 \text{s.t. } & (4.5) - (4.7), (4.9) - (4.16)
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

灵活公交调度与乘客匹配子问题的数学模型  $P'_{4.1.2}$  如下所示。灵活公交只能服务普通乘客。

$[P'_{4.1.2}]$

$$\begin{aligned}
 \min C = & \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{fle}} w_1 d_{ij} y_{a,k}^{i,j} + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{fle}} \sum_{r \in R_{GE}} w_2 (s_{a,k}^{r,D} - s_{a,k}^{r,O}) \\
 & - \sum_{a \in A} \sum_{r \in R_{GE}} \text{penalty} \sum_{k \in K_{fle}} x_{a,k}^r + \sum_{a \in A} \sum_{r \in R_{GE}} \lambda_a^r \sum_{k \in K_{fle}} x_{a,k}^r
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

s.t. (4.9) – (4.31)

由于灵活公交每天的调度方案相互独立,因此上述灵活公交调度与乘客匹配模型 $[P'_{4.1.2}]$ 可以进一步分解为 $A$ 个子问题,子问题 $a, a \in A$ 的模型如下:

$[P'_{4.1.1.a}]$

$$\begin{aligned} \min C = & \sum_{k \in K_{fle}} w_1 d_{ij} y_k^{i,j} + \sum_{k \in K_{fle}} \sum_{r \in R_{GE}} w_2 (s_k^{r,D} - s_k^{r,O}) \\ & - \sum_{r \in R_{GE}} \text{penalty} \sum_{k \in K_{fle}} x_k^r + \sum_{r \in R_{GE}} \lambda_r \sum_{k \in K_{fle}} x_k^r \\ \text{s.t. } & (4.9) - (4.31) \end{aligned} \quad (4.38)$$

对于给定的 $\lambda_a^r$ ,通过求解模型 $P'_{4.1.1.a}$ ,  $a \in A$ 的加和,得到子问题灵活公交调度与乘客匹配模型 $P'_{4.1.2}$ 的目标函数值,同时,求解子问题常规公交调度与乘客匹配模型 $P'_{4.1.1}$ 的目标函数值。原问题的下界即为 $P'_{4.1.1}$ 与 $P'_{4.1.2}$ 值的加和。

#### 4.4.1.2 上界

由于将乘客匹配约束(4.8)进行了松弛,松弛问题得到的解不一定可行,因此需要调整松弛问题的解,使其满足原问题的约束。在每一次迭代过程中,根据下界生成算法的求解结果获取乘客与车辆的匹配矩阵 $x_{a,k}^r$ 。如果乘客同时被灵活公交与常规公交服务,则任意指派一辆车服务该乘客,其他车辆不能再次服务该乘客,按此方式更新乘客与车辆匹配矩阵 $x_{a,k}^r$ 。将 $x_{a,k}^r$ 以及求解松弛问题得到的其他变量值代入模型 $P_{4.1}$ ,求解得到的目标函数值即为上界值。

#### 4.4.1.3 拉格朗日乘子更新

使用次梯度优化算法来更新拉格朗日乘子 $\lambda$ ,基本步骤为:

- (1) 初始化。设置 $\lambda(0) = 0$ ,  $LB(0) \leftarrow -\infty$ ,  $UB(0) \leftarrow +\infty$ ,  $t = 1$ 。
- (2) 求解松弛问题。基于 $\lambda(t-1)$ 求解松弛问题 $P_{LR}(\lambda)$ ,获取最优解 $x^*$ 。
- (3) 更新下界值。获取拉格朗日松弛函数的最优值 $lb(t) = L^*(\lambda(t-1))$ ,更新下界 $LB(t) = \max \{LB(t-1), lb(t)\}$ 。

(4) 更新上界值。基于最优解 $x^*$ 生成可行的乘客-公交匹配方案 $x'^*$ ,获取目标函数的最优值 $ub(t)$ 。更新上界 $UB(t) = \min \{UB(t-1), ub(t)\}$ 。

(5) 迭代停止条件。拉格朗日松弛的迭代停止条件主要有以下四种:①达到最大迭代次数或最长时间限制。②计算上下界差值,如果该差值小于阈值,说明逼近最优解。③耦合约束 $\sum_{a \in A} \sum_{r \in R} \|\sum_{k \in K} x_{a,k}^r - 1\|^2$ 小于阈值。④步长 $u(t)$ 小于规定的最小步长,这时可认为目标值不能得到进一步有效的调整,停止计算。未能达到迭代停止条件时继续下一步。

- (6) 基于最优解 $x^*$ 计算次梯度 $\sum_{k \in K} x_{a,k}^r - 1$ ,更新拉格朗日乘子 $\lambda(t) =$

$\max \{0, \lambda(t-1) + u(t)(\sum_{k \in K} x_{a,k}^r - 1)\}$ , 其中步长  $u(t) = \frac{\xi(t)(UB(t)-lb(t))}{\sum_{a \in A} \sum_{r \in R} (\sum_{k \in K} x_{a,k}^r - 1)^2}$ ,  $\xi(t)$  是一个标量。

(7) 更新  $t=t+1$ , 转到步骤 (2)。

运用拉格朗日松弛算法后, 原始模型  $P_{4.1}$  被分解为常规公交调度与乘客匹配子问题  $P'_{4.1.1}$  与灵活公交调度和乘客匹配子问题  $P'_{4.1.2}$  两个子问题。其中, 虽然子问题  $P'_{4.1.1}$  是经过简化后的问题, 结构相对清晰, 但由于本章节中求解常规公交时刻表需要一至几个月的历史数据, 变量数量较多。以 0-1 变量  $x_{a,k}^r$  为例, 如果  $a$  为 30 天的历史数据, 每天高峰时段的乘客出行需求量  $r$  为 200, 可以调度的公交班次  $k$  为 10, 那么  $x_{a,k}^r$  的变量数量为  $30 \times 200 \times 10 = 60000$  个, 再加上  $s_k$  等变量, 商业求解器 GUROBI 难以求解。因此, 需要找到合适的启发式算法来求解常规公交调度与乘客匹配子问题  $P'_{4.1.1}$ 。而灵活公交调度子问题  $P'_{4.1.2}$  由于可以进一步拆分为每天的调度求解, 互不干扰, 因此可直接调用 GUROBI 求解器求解。

子问题  $P'_{4.1.1}$  的主要决策变量为常规公交的发车时间  $s_k$  以及乘客和公交之间的匹配方案  $x_{a,k}^r$ 。由于  $s_k$  是离散变量, 因此, 常规公交调度与乘客匹配模型  $P'_{4.1.1}$  是整数规划模型, 结合模型特点我们采用交叉熵算法与遗传算法来求解常规公交调度子问题, 并对比两种算法的求解效率与精确度。

#### 4.4.2 交叉熵算法

交叉熵算法是由 Rubinstein<sup>[101]</sup>提出的一种求解方法, 最早是为了模拟小概率事件发生的概率, 后来由于算法结构简单、易于实现, 逐渐演变为一类解决优化问题的启发式算法。主要思想是利用 Kullback-Leibler 交叉熵, 重要度采样等, 把组合优化最优解问题转化为简单随机优化问题, 在收敛速度、优化能力和鲁棒性等方面具有突出表现。

交叉熵算法基于分布产生初始样本, 通过提取每次迭代后解集中重要样本的参数特征, 更新概率分布参数, 不断迭代收敛得到优化解, 基本步骤为:

(1) 初始化。设置迭代计数  $t = 1$ , 赋初值样本容量、精英采样率和概率密度函数。

(2) 初始样本生成。常规公交发车时间是以 5 分钟为间隔的离散变量。以 7:00 为初始时刻, 总时段长度 2 小时为例, 公交发车时间集合  $TC = \{5, 10, 15, \dots, 120\}$ 。公交在时刻  $s_i$  发车的概率可计算为  $f_i = \frac{n_i}{N}$ , 其中,  $n_i$  代表时刻  $s_i$  在集合  $TC$  中出现的次数,  $N$  代表集合  $TC$  的长度。基于公交发车时间的参数概率分布  $f(\cdot, v_{t-1})$  利用蒙特卡洛模拟生成  $m$  个样本序列  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots, \omega_m$ , 每个样本有  $k$  辆公交的发车时间方案。

(3) 保留精英解。将模型 $P'_{4.1.1}$ 的目标函数值 $C_i$ 作为每组样本序列的评价函数, 计算 $\omega_i$ 的评价函数 $C_i$ , 然后将他们按照从小到大的顺序排列,  $C_1 \leq \dots \leq C_m$ , 选取一定比例 $\rho$ 的评价函数值较小样本作为精英样本。即为将适应度值更优的精英解保留下来, 引导循环向着精英解的方向靠拢。

(4) 参数更新。根据精英样本特征更新第  $t+1$  次迭代时常规公交发车时间的概率 $f_i = \frac{m_i}{M}$ , 其中,  $m_i$ 代表发车时刻 $s_i$ 在精英样本中出现的次数,  $M$ 代表精英样本的数量。基于常规公交发车时间的概率分布利用蒙特卡洛模拟生成子代样本, 并与第  $t$  次迭代时保留的精英样本群合并, 作为新样本群进入第  $t+1$  次迭代:

(5) 拥挤度排序。随着算法进行, 精英样本不断累积, 一旦精英解的个数超过了最大存储容量, 就进行一次拥挤度排序, 按照目标函数升序排列后, 从低到高保留一定比例 $\rho$ 的精英样本。

(6) 迭代终止。当样本的评价函数 $C_i$ 均相同时, 说明收敛到了最优解, 可终止迭代; 也可设置迭代次数或时间上限, 不满足迭代终止条件时转步骤 (3)。

交叉熵优化算法的流程图如图 4.3 所示。

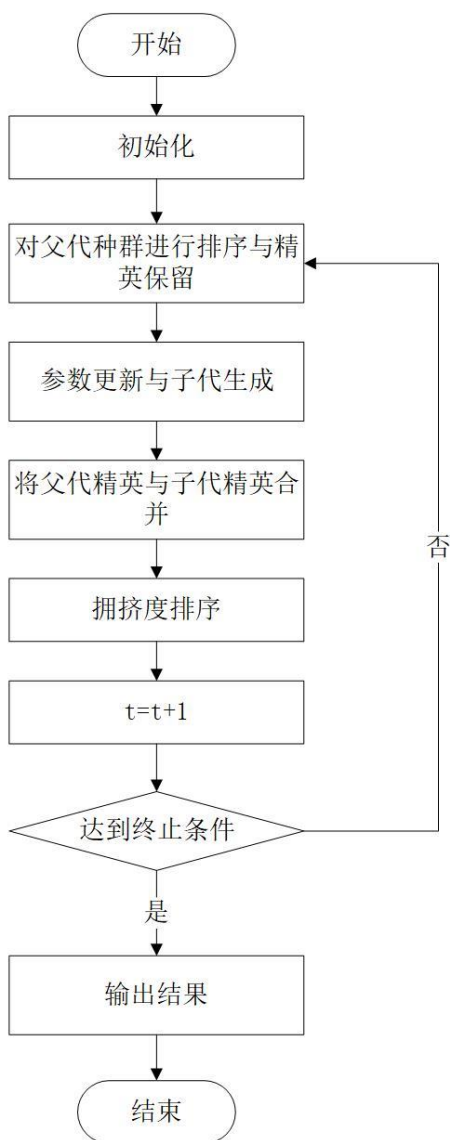


图 4.3 交叉熵算法流程图

### 4.4.3 遗传算法

遗传算法 (Genetic Algorithms) 是一种根据自然界规律和达尔文的适者生存、优胜劣汰思想开发出的一种全局随机搜索算法<sup>[102]</sup>。其基本思想为：确定待求解问题的求解空间，在解空间中随机产生初始种群，求解种群中各个体的适应度，借助于遗传学说的选择、复制、交叉和变异等算子，根据适者生存的原理，引导搜索过程向全局最优解逼近，最终产生新的种群，作为所求问题的近似最优解或满意解。

遗传算法流程如下图 4.4 所示。



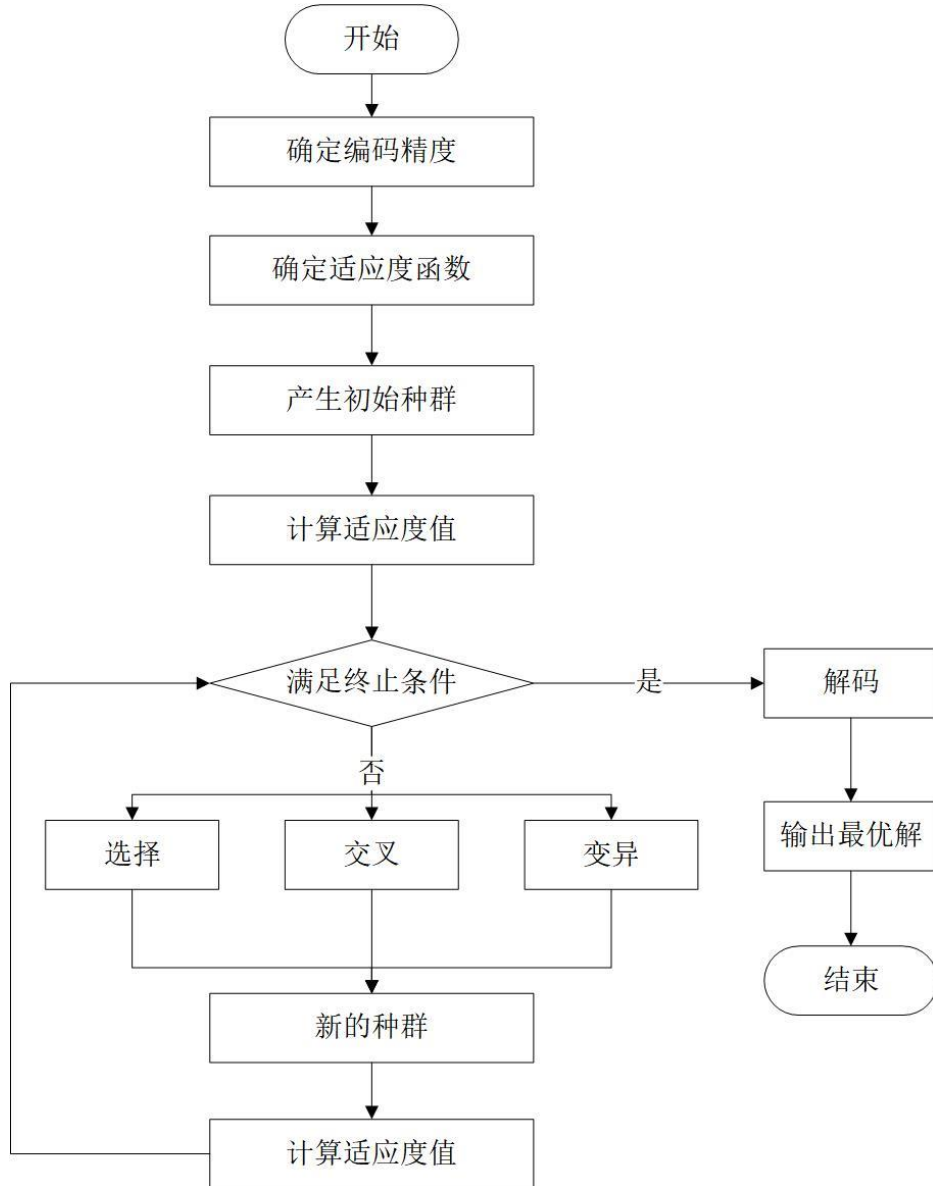


图 4.4 遗传算法流程图

遗传算法的程序设计如下：

(1) 编码方式的选择。子问题 $P'_{4.1.1}$ 的首要求解目标为公交的发车时间，精确到分钟。以 7:00 为标准时间为例，如果第 $k$ 辆公交在 7:30 发车，可表示为第 $k$ 辆公交的发车时间为 30；如果第 $k$ 辆公交在 8:00 发车，可表示发车时间为 60，以此类推。在此采用固定长度的二进制字符串进行编码。初始种群中的每一个个体均由均匀的随机数生成。如  $Y=00110\dots10$  表示一个个体，这个个体的染色体长度 $n = k * 8$ 。其中， $k$ 代表要调度的公交数量。

常规公交发车时间的取值范围为 $[U_a, U_b]$ ，二进制编码的长度为 $n$ ，共有 $2^n$ 种不同的编码，编码时对应的关系为

$$000\dots000=0 \rightarrow [U_a, U_a, \dots, U_a] \text{ (共有 } K \text{ 个 } U_a \text{)}$$

000...001=1→[ $U_a, U_a, \dots, U_a + 1$ ]

000...010=2→[ $U_a, U_a, \dots, U_a + 2$ ]

...

...

...

111...111= $2^n$ →[ $U_b, U_b, \dots, U_b$ ]

若 $b_n b_{n-1} b_{n-2} \dots b_2 b_1$ 为染色体的二进制编码, 则其解码公式为:

$$Y_k = U_a + \left( \sum_{i=8*k+1}^{8*(k+1)} b_i \cdot 2^{i-8*k-1} \right) \cdot \frac{U_b - U_a}{2^{8*(k+1)-1}}, k = 1, 2, \dots K$$

(2) 适应度函数选择。子问题 $P'_{4.1.1}$ 的目标函数为总成本最小, 因此, 考虑到遗传算子设计的便利性, 采用的适应度函数 $F(X) = \frac{1}{C(X)}$ , 其中 $C(X)$ 为根据常规公交发车时间所计算出的 $P'_{4.1.1}$ 目标函数值。目标函数值越小, 适应度函数 $F(X)$ 越大, 其在群体中占比就越高, 说明个体 $X$ 被选择的概率越高。

(3) 初始种群选择。在常规公交发车时间的可行范围中随机生成若干个体构成初始种群。

(4) 遗传算子设计。遗传算子包括选择算子、交叉算子和变异算子, 用来产生新的种群。

①选择算子: 选择是为了从种群中选出适应度较强的个体, 将其优良基因传递给下一代。采用轮盘赌方法进行选择, 个体被选择的概率取决于其适应度在群体中所占的比例, 将父代种群中适应度较大的个体取代适应度较小的个体, 保证群体中最优个体的遗传基因完整保留。计算种群中所有个体的适应度 $f_i$ , 并求和 $\sum f$ , 计算每个个体的适应度所占比例 $P_i = \frac{f_i}{\sum f}$ , 以此作为选择的概率。

②交叉算子: 交叉是遗传算法中重要的步骤, 将两个染色体的部分基因片段以相应的概率进行交叉互换, 产生新的个体。本研究采用多点交叉, 根据交叉概率在个体染色体上随机设置多个交叉点, 进行基因交叉, 产生新的个体染色体。具体如图 4.5 所示。

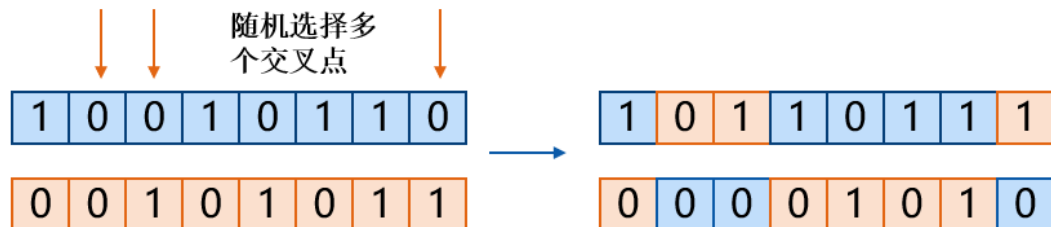


图 4.5 遗传算法-交叉

③变异算子。变异是模拟自然界中所发生的基因突变，保证种群的多样性，避免陷入局部最优解。本研究采用均匀变异操作，即染色体上的每个基因都有可能发生变异成为变异点，在变异点以变异概率进行变异。具体如下图所示。

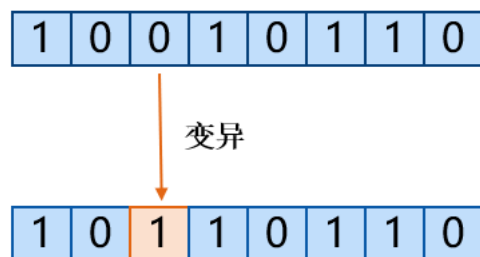


图 4.6 遗传算法-变异

(5) 算法终止。遗传算法的迭代停止条件主要有以下两种：①达到最大迭代次数；②目标函数收敛：当种群中个体的适应度值变化小于设定的阈值时，停止迭代。

综上所述，对单线路常规公交与灵活公交协同调度和乘客匹配模型的求解流程如图 4.7 所示。

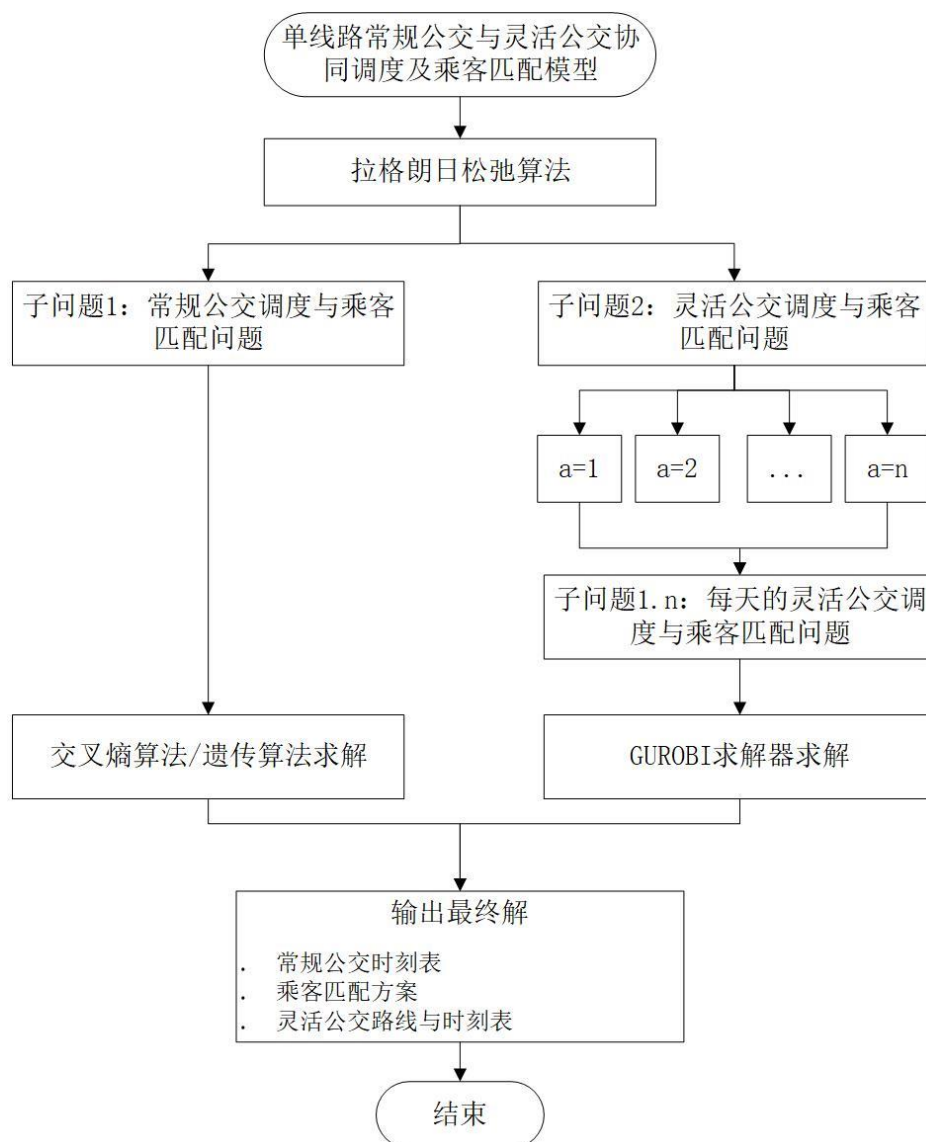


图 4.7 单线路常规公交与灵活公交模型求解流程图

## 4.5 案例分析

我们将所提出的模型和算法应用于中国上海的实际公交线路中,以验证其有效性。首先,我们将所提出的拉格朗日松弛-交叉熵求解算法(LR-CEM)、拉格朗日松弛-遗传算法(LR-GA)与 GUROBI 求解器和单独的拉格朗日松弛算法(LR)的计算效率进行了比较,其次,将构建的单线路复合公交协同调度系统与单独的常规公交和灵活公交服务效果进行了比较,最后分析了乘客占比、预约时间窗等参数对模型效果的影响。

### 4.5.1 实验设置

在章节 3.4 的基础上,新增的模型参数为:特殊乘客的最大候车时间为 20 分钟。采用 5 个性能指标对案例结果进行分析,分别是系统总成本、乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值和普通乘客群体分配比例。其中,乘客服务率是指系统能够服务的乘客数量与乘客总量的比值,可以进一步划分为特殊乘客服务率与普通乘客服务率;公交行程时间为常规公交与灵活公交的行程时间以及所调度公交数量的加权平均值;乘客行程时间比值为乘客实际的车内行程时间与乘客出发站点到达站点之间的直达行程时间比值,来反映乘客乘车的绕行程度;普通乘客群体分配比例是指普通乘客被分配至灵活公交的数量与被分配至常规公交的数量之比。在建模和求解常规公交时刻表时,所使用的历史数据规模为 30 天。

### 4.5.2 结果分析

#### 4.5.2.1 运算效率

GUROBI 求解器、拉格朗日松弛算法、拉格朗日松弛-交叉熵算法以及拉格朗日松弛-遗传算法四种求解方式的求解结果如表 4.2 所示。可以看出,客流量较少时, GUROBI 求解器的运算速度较快且求解结果精确。随着客流量的增加,拉格朗日松弛算法的求解速度较快且四种求解算法的结果相差不多。当客流量超过 100 人次/线路/小时时,使用拉格朗日-交叉熵算法以及拉格朗日-遗传算法可以在较短的时间内得到较优解,而 GUROBI 求解器已经无法在 5 小时内得到可行解。在不同客流场景下,拉格朗日-交叉熵算法与拉格朗日-遗传算法的求解效率相差不多,但由于遗传算法在常规公交的调度与乘客匹配子问题中,求解得到的常规公交行程时间结果要差于交叉熵算法,因此拉格朗日-遗传算法求解出的乘客服务率稍低,效果差于拉格朗日-交叉熵算法。故选择拉格朗日-交叉熵算法来进行后续数据的求解与分析。

表 4.2 不同算法求解结果比较

客流量	算法	求解时间 (秒)	总成本 (元)	乘客 服务率	公交行程时 间(分钟)	乘客行程 时间比值
20	Gurobi	300	9.90	0.85	24.74	1.21
	LR	360	10.28	0.85	25.69	1.27
	LR-CEM	540	10.34	0.81	25.86	1.29
	LR-GA	540	14.84	0.76	24.67	1.18
50	Gurobi	2400	18.35	0.85	26.40	1.28

客流量	算法	求解时间 (秒)	总成本 (元)	乘客 服务率	公交行程时 间(分钟)	乘客行程 时间比值
100	LR	600	19.05	0.84	26.83	1.32
	LR-CEM	720	20.45	0.82	27.71	1.37
	LR-GA	840	21.50	0.79	26.50	1.25
	Gurobi			——		
	LR	2100	27.72	0.84	27.75	1.30
	LR-CEM	1020	28.90	0.83	28.03	1.35
	LR-GA	1080	34.92	0.77	27.54	1.31
	Gurobi			——		
	LR			——		
	LR-CEM	1680	49.53	0.84	29.99	1.45
200	LR-GA	1560	59.29	0.77	28.34	1.42
	Gurobi			——		
	LR			——		
	LR-CEM	1620	69.52	0.83	30.17	1.56
300	LR-GA	1680	77.69	0.79	29.72	1.48

#### 4.5.2.2 结果对比

在相同的需求场景下分别对常规公交与灵活公交协同调度服务、单独的常规公交服务以及单独的灵活公交服务三种服务效果进行分析,结果如表 4.3 和表 4.4 所示。其中常规公交按照固定路线固定时刻表的方式运行,与嘉定 16 路公交现有的运行情况相符,约 20 分钟发一次车。灵活公交的运行模式与本研究所提出的模型  $P_{4.2}$  一致,基于乘客出行需求优化灵活公交路线和时刻表,且只服务于普通乘客。

整体来看,在中低客流场景下,常规公交与灵活公交协同调度模式的总成本最低,是其他两种服务模式的 40%-80% 不等,运行效果最优。在较高客流量场景下,常规公交服务总成本最低。而灵活公交的总成本一直高于其他两种服务模式,这是因为灵活公交无法服务特殊群体,导致整体乘客服务率偏低,惩罚成本高。

从车辆和乘客的行程时间来看,客流量较小时,灵活公交表现最优,随着客流量的增加,协同调度模式与灵活公交服务之间的差距逐渐缩小,当客流量为 300 人次/线路/小时时,协同调度模式下,车辆和乘客的平均行程时间最低。这是由于随着客流量的增加,灵活公交所能服务的乘客比例接近饱和。而相比之下,协同服务中有部分普通乘客会被分配至常规公交,因此其中的灵活公交尚未达到饱和,行程时间更短。在本研究所涉及的所有需求场景下,与常规公交相比,协同服务将车辆和乘客行程时间缩短了 4.51%-20.87% 不等。

从乘客服务率来看,协同调度与常规公交服务效果相近,均在 0.83 左右,是灵活公交的 2 倍。值得一提的是,协同调度对于普通乘客的服务率基本接近于 1,而对于特殊乘客的服务率约为 0.65,这是由于普通乘客出行在预约时间窗口内车辆到达的时间范围更大。因此在预约乘客占比较多时,协同调度服务效果更好。

上述结果表明:(1)灵活公交服务仅适用于客流量较低且特殊群体较少的区域;(2)客流量高于 200 人次/线路/小时或特殊群体占比较高时,宜采用常规公交服务;(3)在所有需求水平下,常规公交与灵活公交协同调度在三种服务模式中表现最优。因为它既可以服务所有的需求类型,且能够按需调度灵活公交降低车辆运营成本,减少乘客的出行时间。

表 4.3 不同公交调度模式下系统效率效果对比(总成本与公交行程时间)

客流量	调度模式	总成本(元)	公交行程时间(分钟)		
		总成本	灵活公交	常规公交	全部公交
50	协同调度	23.22	21.11	34.30	27.71
	灵活公交	32.79	21.47	—	21.47
	常规公交	26.62	—	34.30	34.30
100	协同调度	31.70	21.75	34.30	28.03
	灵活公交	65.89	27.43	—	27.43
	常规公交	30.82	—	34.30	34.30
150	协同调度	38.51	23.66	34.30	28.98
	灵活公交	103.73	26.88	—	26.88
	常规公交	39.07	—	34.30	34.30
200	协同调度	49.43	25.69	34.30	29.99
	灵活公交	128.49	28.61	—	28.61
	常规公交	52.69	—	34.30	34.30
250	协同调度	49.43	25.69	34.30	29.99
	灵活公交	128.49	28.61	—	28.61
	常规公交	52.69	—	34.30	34.30
300	协同调度	69.52	26.04	34.30	30.17
	灵活公交	203.99	31.68	—	31.68
	常规公交	65.41	—	34.30	34.30

表 4.4 不同公交调度模式下系统效率效果对比(乘客服务率与乘客行程时间比值)

客流量	调度模式	乘客服务率			乘客行程时间比值		
		特殊乘客	普通乘客	全部乘客	特殊乘客	普通乘客	全部乘客
50	协同调度	0.64	0.99	0.82	1.51	1.23	1.37
	灵活公交	0.00	0.92	0.46	—	—	1.05

客流量	调度模式	乘客服务率			乘客行程时间比值		
		特殊乘客	普通乘客	全部乘客	特殊乘客	普通乘客	全部乘客
100	常规公交	0.82	0.82	0.82	——	——	1.73
	协同调度	0.66	0.98	0.83	1.37	1.33	1.35
	灵活公交	0.00	0.84	0.42	——	——	1.18
	常规公交	0.86	0.88	0.87	——	——	1.71
150	协同调度	0.69	0.98	0.85	1.55	1.41	1.48
	灵活公交	0.00	0.73	0.37	——	——	1.23
	常规公交	0.87	0.85	0.86	——	——	1.46
	协同调度	0.67	0.99	0.84	1.46	1.45	1.45
200	灵活公交	0.00	0.81	0.41	——	——	1.31
	常规公交	0.83	0.83	0.83	——	——	1.51
	协同调度	0.67	0.97	0.84	1.46	1.45	1.45
	灵活公交	0.00	0.81	0.41	——	——	1.31
250	常规公交	0.84	0.82	0.83	——	——	1.51
	协同调度	0.65	0.98	0.83	1.67	1.46	1.56
	灵活公交	0.00	0.71	0.35	——	——	1.53
	常规公交	0.83	0.87	0.85	——	——	1.64

#### 4.5.2.3 普通乘客常规公交及灵活公交分配比例

由于普通乘客既可以被分配至常规公交,也可以被分配至灵活公交,所以我们探讨了不同客流量下普通乘客的分配结果,如图4.8所示。从图中可以看出,随着客流量的增加,分配至灵活公交和常规公交的普通乘客数量都随之增加,且每个客流间隔增加的数量相差不多。随着客流量的增加,普通乘客被分配到灵活公交的比例呈先降低后升高的趋势,这是由于特殊群体只能乘坐常规公交,且普通群体也会根据总成本最低的原则部分分配到常规公交,因此常规公交客流量比灵活公交率先达到饱和,普通乘客被分配到灵活公交的比例就会升高。



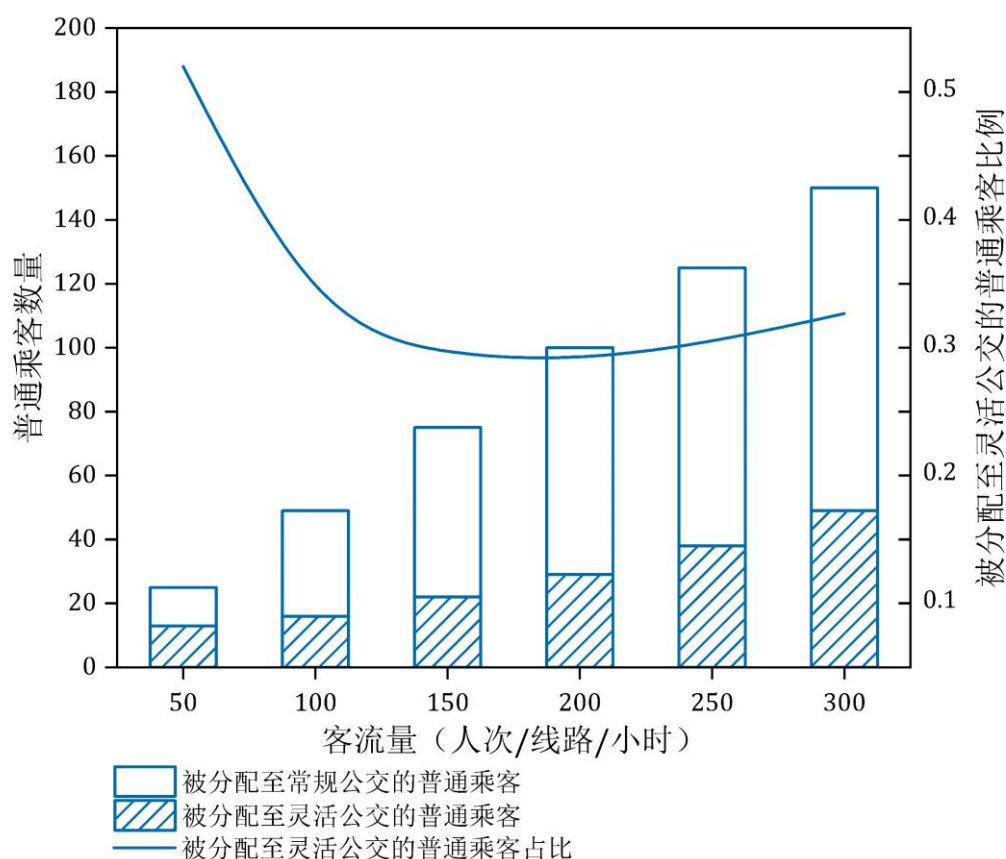


图 4.8 不同客流量下普通乘客分配结果

### 4.5.3 敏感度分析

#### 4.5.3.1 特殊乘客与普通乘客比值

保持客流量为 100 人次/线路/小时，且预约时间窗为 30 分钟时，调整特殊乘客在全部乘客中的占比从 0.1 至 0.9，结果如下图 4.9 所示。其中，x 轴代表特殊乘客的占比，y 轴代表各指标变化。从图 4.9 (a) -4.9 (d) 分别代表：乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

图 4.9 (a) 中，特殊乘客的服务率随着其占比的增加呈现先降低后升高的趋势，在特殊乘客与普通乘客比例为 1:1 时达到最低。在拐点之前，能够被服务的特殊乘客与特殊乘客总量相比增长较慢一点，而在拐点之后，由于普通乘客数量的大幅度下降，常规公交需要服务的普通乘客数随之下降，因此其能够服务的特殊乘客数量增加较快，增长率随之上升。普通乘客的服务率基本上在 1 左右变化不大。由于特殊乘客服务率与普通乘客相比较低，因此随着特殊乘客占比的增加，乘客整体的服务率逐渐降低。

图 4.9 (b) 中，随着特殊乘客占比的增加，普通乘客数量减少，灵活公交能

够服务的乘客数量减少,因此灵活公交的行程时间随着特殊乘客占比的增加而降低。常规公交的行程时间保持不变,公交整体的行程时间也随着特殊乘客占比的增加而降低,且特殊乘客占比越多,下降速度越快。图 4.9 (c) 中,普通乘客的行程时间随着其占比的减少而降低,且在占比为 0.3 之后大幅度降低。特殊乘客的平均行程时间变化不大,但由于行程时间较长的特殊乘客数量越来越多,因此乘客总体的平均行程时间随着特殊乘客占比的增加而增加。

与车辆和乘客的行程时间权重相比,未服务乘客的惩罚在总成本中占比较大,这就导致了总成本随着特殊乘客占比的增加而上升,且增速逐渐减缓,如图 4.9 (d) 所示。

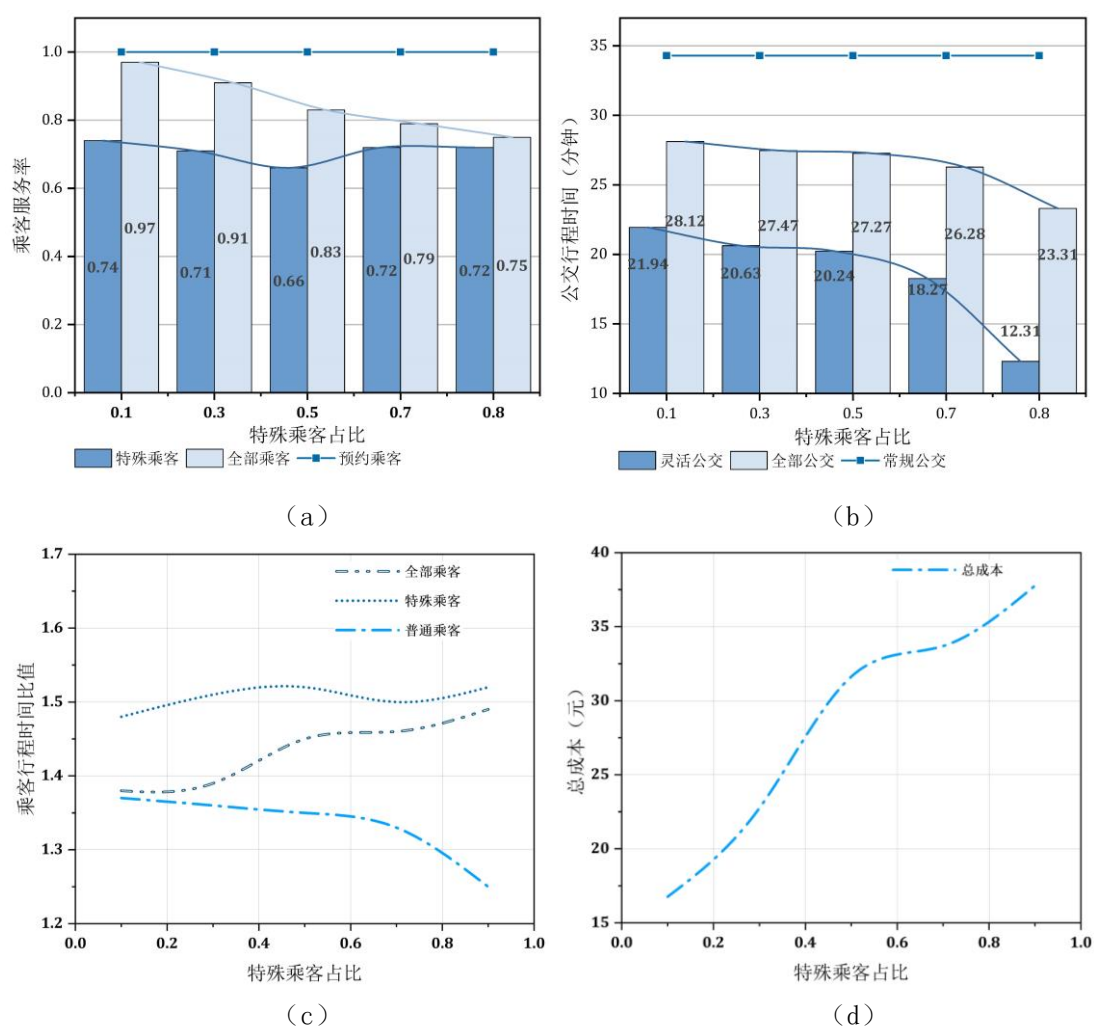


图 4.9 不同乘客占比下(特殊乘客与普通乘客)单线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果对比

#### 4.5.3.2 预约时间窗长度

保持客流量为 100 人次/线路/小时,且特殊乘客占比为 0.2 时,将预约时间窗的长度由 10 分钟逐渐增加至 50 分钟,结果如图 4.10 所示。其中 x 轴代表时

间窗的长度，y轴代表各指标的变化。从图（a）-（d）分别代表：乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

从图 4.10（a）中可以看出，在预约时间窗为 10 分钟时，普通乘客的拒绝率为 24%，随着时间窗长度的增加，普通乘客的拒绝率逐渐降低，预约时间窗高于 30 分钟时，普通乘客几乎能够被完全服务。时间窗的变化对特殊乘客的服务率影响不大，因此整体来说，随着预约时间窗长度的增加，乘客整体服务率呈上升趋势。且时间窗范围越大，普通乘客被分配到灵活公交的占比越大。

图 4.10（b）中，灵活公交的行程时间随预约时间窗长度的增加而降低，下降速度由快到慢，这是因为普通乘客可接受的乘车时间范围扩大，减少了灵活公交的调度数量，车辆平均行程时间也就随之减少。常规公交的行程时间不变，综合来看，公交平均行程时间整体随预约时间窗长度的增加而降低。图 4.10（c）中，随着预约时间窗长度的增加，普通乘客的行程时间比值呈增长趋势，特殊乘客的行程时间比值基本不变，乘客整体行程时间小幅度上升。

图 4.10（d）中，系统总成本随着预约时间窗长度的增加先降低后上升，在时间窗为 40 分钟时达到最低，这一结论与章节 3.4.3.2 一致。

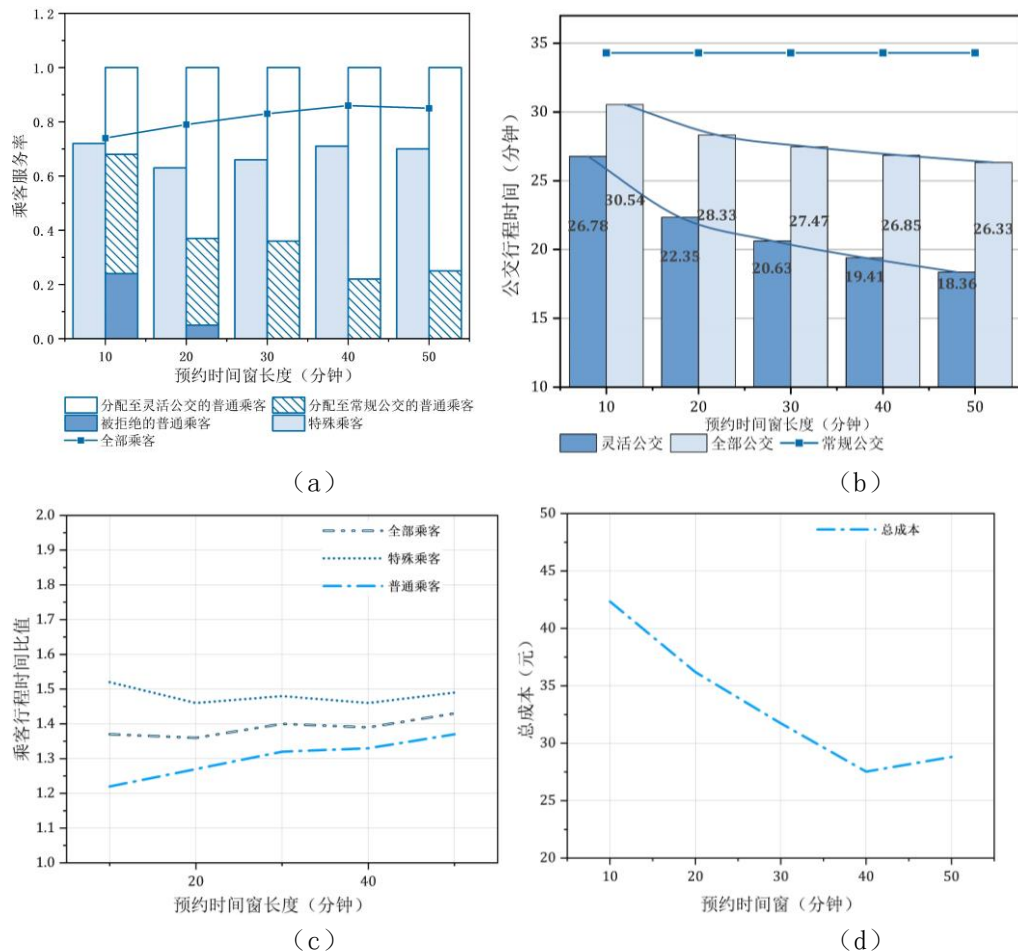


图 4.10 不同预约时间窗长度下单线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果对比



## 第5章 多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化

本章阐述了多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。首先，明确多线路协同调度模式的服务场景，其次，建立混合整数线性规划模型并使用拉格朗日松弛算法与交叉熵算法进行求解，最后，分析多线路复合公交调度服务的适用场景以及关键参数影响，并对比了灵活公交调度、单线路复合公交调度以及多线路复合公交调度三种服务的适用范围与异同点。

### 5.1 问题描述

常规公交网络中，不仅存在单独运行的公交线路，更多的是线路之间相互换乘，覆盖更广泛的区域，为乘客出行提供更多的可能性。现有的常规公交乘客换乘过程中，存在着等待时间过长以及换乘次数较多等问题，而灵活公交能够按需调度，从出发站点直达目的站点，为乘客提供免换乘服务。因此，本研究在常规公交网络服务场景中加入灵活公交服务，根据乘客的出发站点与到达站点合理调度，减少乘客的换乘次数与行程时间，提高乘客出行满意度。

本研究所涉及的多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配方法如下图所示 5.1 所示，以两条常规公交线路为例。两条线路的常规公交按照各自的固定路线以及固定时刻表运行，每个站点均停车，不允许跃站，乘客可在换乘站点  $v_{ts}$  自行换乘。加入灵活公交服务后，灵活公交的路线有以下四种情况：（1）沿线路  $a$  从站点  $v_0$  运行至站点  $v_m$ ，例  $v_0 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_m$ ；（2）沿线路  $b$  从站点  $v_{m+1}$  运行至站点  $v_n$ ，例  $v_{m+1} \rightarrow v_l \rightarrow \dots \rightarrow v_n$ ；（3）沿线路  $c$  从站点  $v_0$  运行至站点  $v_n$ ，例  $v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_{ts} \rightarrow \dots \rightarrow v_n$ ；（4）沿线路  $d$  从站点  $v_{m+1}$  运行至站点  $v_m$ ，例  $v_{m+1} \rightarrow v_l \rightarrow \dots \rightarrow v_{ts} \rightarrow \dots \rightarrow v_m$ 。灵活公交按需调度，采用跳站和灵活时刻表的方式运行。由于本研究的目的是期望减少乘客的换乘次数与换乘时间，尽量让乘客直接从出发地到达目的地，因此，暂不考虑灵活公交和灵活公交的换乘以及灵活公交和常规公交之间的换乘。同第4章节一样，将乘客分为特殊乘客和普通乘客两类，特殊乘客只能乘坐常规公交出行，普通乘客既可以自行选择到相应的站点乘坐常规公交，也可以申请使用灵活公交服务，等待系统匹配。

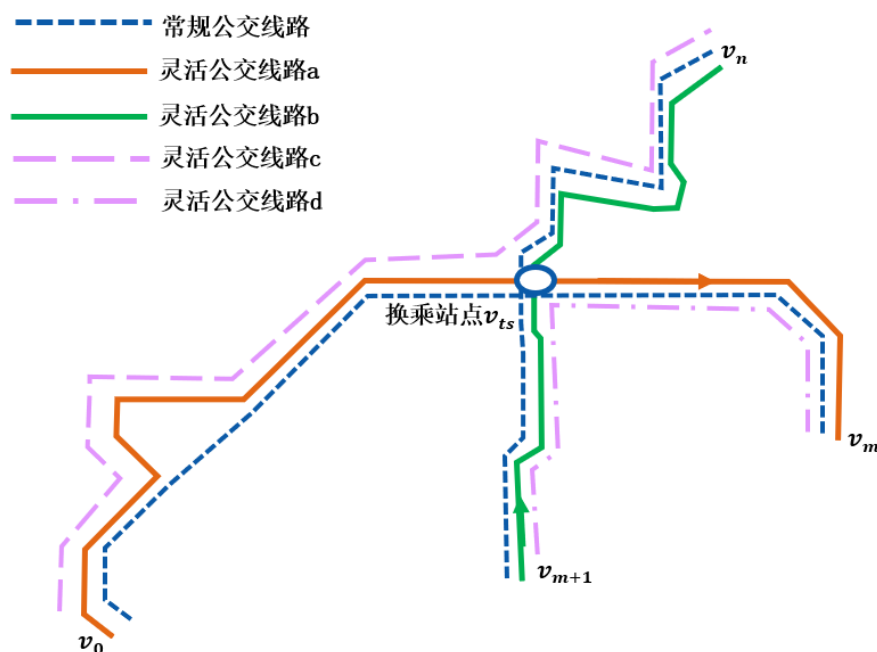


图 5.1 多线路常规公交与灵活公交协同调度模式

乘客出行前，通过在线平台提交出行信息完成预约。在常规公交正常运行的基础上，系统首先根据当前时段收集到的预约请求，实时计算乘客与公交的匹配以及灵活公交的调度方案，并将结果反馈给相应的乘客，乘客可以根据反馈信息决定是否乘坐该班次。在灵活公交车结束每次行程之前，乘客可以通过 app 看到公交车的实时动态运行情况，并提出乘车请求。系统会对实时请求做出响应并根据乘客出行时间和公交载客量的约束条件更新车辆调度计划，以最少的成本为最多的乘客提供服务。对于分配至灵活公交的乘客，本研究所提出的协同调度系统能够减少其换乘次数和行程时间，对于被分配至常规公交的乘客，虽然还需要换乘，但换乘时间有所优化。

综上所述，本研究所提出的多线路灵活公交和常规公交协同调度与乘客匹配问题可以描述为一个两阶段的过程：在第一阶段，需要根据历史乘客出行数据优化两条线路常规公交的发车时刻表，不仅受灵活公交调度的影响，两条常规公交线路由于存在换乘关系且期望乘客总换乘时间最小，运营时刻表也相互影响。第二阶段，特殊乘客将被分配至常规公交，在常规公交正常运行的基础上，响应乘客的预约请求和实时请求，优化乘客和公交的匹配方案，更新灵活公交线路和时刻表。

## 5.2 模型参数

在章节 3.2 以及章节 4.2 的基础上, 需要补充的参数如表 5.1 所示。

表 5.1 参数列表

符号	含义说明
<b>集合</b>	
$V_T; V_{NT}$	换乘站点集合; 非换乘站点集合
$R_{TS}$	换乘乘客集合, 即为出发站点和到达站点不在同一条线路上的乘客集合, 换乘乘客中既有特殊乘客, 也有普通乘客。
<b>辅助变量</b>	
$n_{a,r}^{k,k'}$	0-1 变量, =1 代表第 $a$ 天换乘乘客 $r$ 先乘坐常规车次 $k$ , 后换乘至常规车次 $k'$ , $k \in K_{con}$ , $k' \in K_{con}$ , $r \in R$ , $a \in A$
<b>参数</b>	
$s_{a,k}^{r,T1}$	第 $a$ 天乘坐班次 $k$ 的换乘乘客 $r$ 在换乘过程中下车的时间, $k \in K$ , $r \in R$ , $a \in A$
$s_{a,k}^{r,T2}$	第 $a$ 天乘坐班次 $k$ 的换乘乘客 $r$ 在换乘过程中重新上车的时间, $k \in K$ , $r \in R$ , $a \in A$
$t_{rans}$	乘客最大换乘等待时间

## 5.3 模型建立

### 5.3.1 模型 1: 常规公交时刻表优化

模型基于多天的历史出行数据, 以总成本最低为优化目标, 优化两条常规公交线路的发车时刻表。常规公交发车时刻表主要受以下几方面的影响: (1) 乘客的出行时间和最长候车时间; (2) 每天各时段灵活公交的调度与匹配方案; (3) 乘客在两条常规公交线路间的换乘时间。模型的主要决策变量为常规公交发车时间  $s_k$ , 公交沿固定线路行驶, 每个站点均停车, 每天都按此时间执行调度计划。同时, 根据各类乘客的出行请求信息, 决策乘客和车次的匹配方案  $x_{a,k}^r$ , 灵活公交线路  $y_{a,k}^{i,j}$  与时刻表  $s_{a,k}^{i,A}; s_{a,k}^{i,D}$ 。建立的模型如下所示:

[P<sub>5.1</sub>]

目标函数

$$\min C = C_o + C_t + C_r \quad (5.1)$$

$$C_o = w_1 \left( \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{b \in B} d \cdot p_b^k + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{fle}} \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} d_{ij} \cdot y_{a,k}^{i,j} \right) \quad (5.2)$$

$$C_t = w_2 \sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{con}} \sum_{r \in R_{SP}} (s_{a,k}^{r,O} - t_a^r) + \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} (s_{a,k}^{r,D} - s_{a,k}^{r,O}) \quad (5.3)$$

$$C_r = \sum_{a \in A} \sum_{r \in R} penalty \left( 1 - \sum_{k \in K} x_{a,k}^r \right) \quad (5.4)$$

目标函数(5.1)由三部分组成,分别是公交运营成本、乘客时间成本和拒绝服务乘客的惩罚成本。式(5.2)表示,公交运营成本由常规公交运营成本和灵活公交运营成本两部分组成。式(5.3)表示,乘客时间成本由乘客的候车时间以及乘客行程时间组成,候车时间只存在于特殊乘客群体。被分配至常规公交的换乘乘客的行程时间包括车内行程时间以及换乘时间两部分,被分配至灵活公交的换乘乘客可以直达,没有换乘时间。式(5.4)表示拒绝服务乘客的惩罚成本。

#### 常规公交约束

$$q_{a,k}^i = \sum_{r \in R} x_{a,k}^r (o_r^i - f_r^i), \forall a \in A, r \in R, k \in K_{con}, v_i \in V_{NT} \quad (5.5)$$

$$q_{a,k}^i = \sum_{r \in R} x_{a,k}^r (o_r^i - f_r^i) + \sum_{k' \in K_{con}} \sum_{r \in R} n_{a,r}^{k,k'} o_r^i, \forall a \in A, r \in R, k \in K_{con}, v_i \in V_T \quad (5.6)$$

$$M(1 - n_{a,r}^{k,k'}) + t_{trans} \geq s_{a,k'}^{r,T2} - s_{a,k}^{r,T1} \geq -M(1 - n_{a,r}^{k,k'}), \forall a \in A, r \in R_{TS}, k \in K_{con} \quad (5.7)$$

$$x_{a,k}^r = \sum_{k' \in K_{con}} n_{a,r}^{k,k'}, \forall a \in A, r \in R_{TS}, k \in K_{con} \quad (5.8)$$

#### 灵活公交约束

$$\sum_{v_j \in V} y_{a,k}^{1j} + \sum_{v_j \in V} y_{a,k}^{mj} = 1, \forall a \in A, k \in K_{fle} \quad (5.9)$$

$$\sum_{v_i \in V} y_{a,k}^{il} + \sum_{v_i \in V} y_{a,k}^{in} = 1, \forall a \in A, k \in K_{fle} \quad (5.10)$$

s.t. (4.5) - (4.31)

约束(5.5) - (5.8)为常规公交约束:约束(5.5)计算了常规公交班次 $k$ 到达非换乘站点 $v_i$ 时的净上客量,即为上车的乘客数减去下车的乘客数。约束(5.6)计算了常规公交班次 $k$ 到达换乘站点 $v_i$ 时的净上客量,为上车的乘客数减去下车



的乘客数，再加上另一条线路换乘后在本站点重新上车的乘客数。约束 (5.7) - (5.8) 针对需要换乘的乘客，约束 (5.7) 限制乘客在两辆常规公交之间的换乘时间不能超过最长换乘时间，即乘客由班次 $k$ 换乘至班次 $k'$ 时，在班次 $k'$ 的上车时间与班次 $k$ 的下车时间差值不能超过最长换乘时间。约束 (5.8) 给出了变量 $x_{a,k}^r$ 和 $n_{a,r}^{k,k'}$ 之间的关系，如果换乘乘客 $r$ 由常规班次 $k$ 换乘至常规班次 $k'$ ，则规定乘客 $r$ 与班次 $k$ 的匹配变量 $x_{a,k}^r$ 为 1，方便限制乘客最多被一辆车服务。

约束 (5.9) - (5.10) 为灵活公交约束：约束 (5.9) - (5.10) 表示公交需要从场站出发且在行程结束后回到场站。在此场景下有两条常规公交线路，默认有两个出发场站与返回场站，限制其加和等于 1，即公交最多由一个场站出发，行程结束后返回至一个场站。其余约束与式 (4.5) - (4.31) 相同。

### 5.3.2 模型 2：灵活公交调度以及乘客匹配优化

在求解得到常规公交时刻表的基础上，通过设计模型 $P_{5.2}$ 来响应乘客动静态出行请求，优化灵活公交路线及时刻表，并与常规公交进行平衡，共同服务乘客出行。灵活公交调度模型 $P_{5.2}$ 包括静态调度模型 $P_{5.2.1}$ 与动态调度模型 $P_{5.2.2}$ 两部分。静态调度中，系统提前收集乘客的预约出行请求，优化灵活公交的初始调度方案并将结果反馈给预约乘客。动态调度在静态调度求解结果的基础上，有实时请求发生时，系统综合决策服务实时乘客所增加的行程时间成本以及未能服务实时乘客带来的惩罚成本，决策实时乘客与公交的匹配方案，更新灵活公交调度路线与时刻表。静态调度模型 $P_{5.2.1}$ 与模型 $P_{4.2.1}$ 一致，在此基础上增加约束(5.5)-(5.10)，其中的 $a$ 为具体某一天即可。动态调度模型 $P_{5.2.2}$ 与模型 $P_{4.2.2}$ 一致，在此基础上增加约束 (5.5) - (5.10)。

## 5.4 求解算法

由于本章的模型 $P_{5.1}$ 和第四章的模型 $P_{4.1}$ 的主要决策变量均为常规公交发车时间、乘客-公交匹配结果、灵活公交调度方案等，因此在本章节中应用和章节 4.4 一致的拉格朗日松弛-交叉熵算法求解模型 $P_{5.1}$ 。模型 $P_{5.2}$ 可直接调用 GUROBI 求解器进行求解。

模型 $P_{5.1}$ 的目标函数与模型 $P_{4.1}$ 一致，因此针对模型 $P_{5.1}$ 的拉格朗日松弛问题同样可以构造为公式 (4.34)，适用于约束 (4.2) - (4.7)，(4.9) - (4.31)，(5.5) - (5.10)，将原问题松弛为常规公交调度以及灵活公交调度两个子问题。其中，常规公交调度与乘客匹配子问题 $P_{5.1.1}$ 的目标函数与公式 (4.36) 一致，适用于约

束 (4.5) - (4.7), (4.9) - (4.16), (5.5) - (5.8)。灵活公交调度与乘客匹配的子问题  $P_{5.1.1.a}, a \in A$  的目标函数与公式 (4.38) 一致, 适用于约束 (4.9) - (4.31), (5.9) - (5.10)。

求解流程图如下图 5.2 所示。

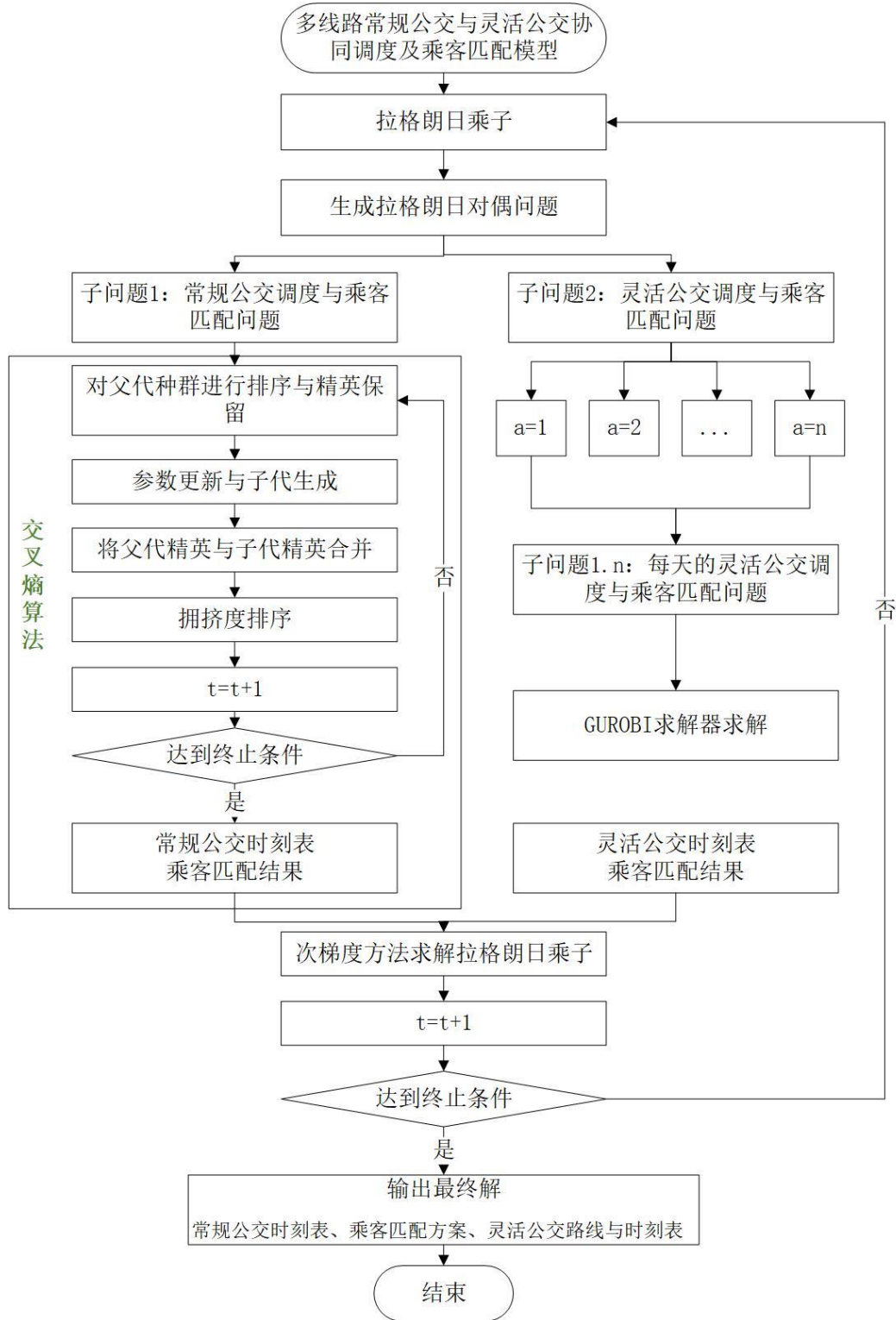


图 5.2 多线路常规公交与灵活公交模型求解流程图

## 5.5 案例分析

### 5.5.1 实验设置

我们将所提出的模型和算法应用于上海嘉定 16 路公交以及与其换乘的上海嘉定 5 路公交以验证其有效性，两条线路在站点福海路胜辛路进行换乘，嘉定 16 路公交的单程行程时间约为 35 分钟，嘉定 5 路公交的单程行程时间约为 45 分钟，线路的示意图如下图 5.3 所示。将构建的复合公交服务系统与单独的常规公交和灵活公交服务效果进行了比较，同时分析了换乘乘客比例、特殊乘客比例以及预约时间窗等参数对模型效果的影响。

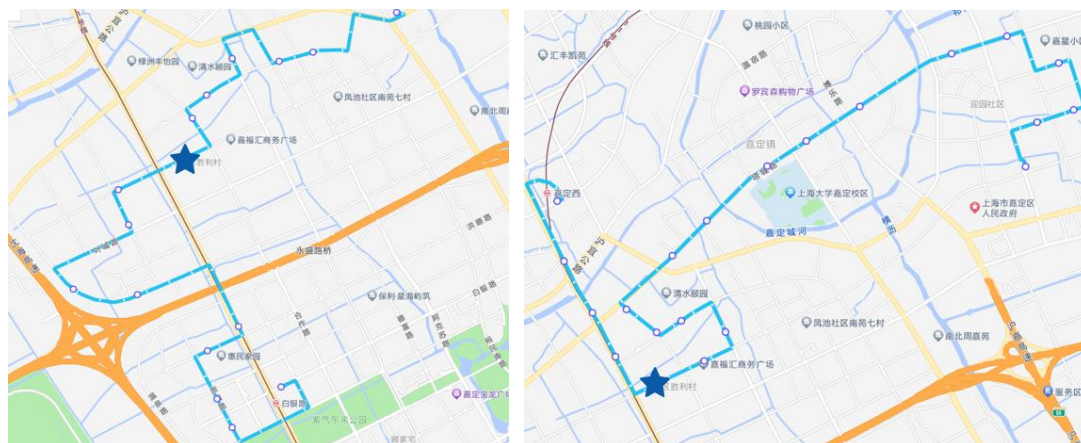


图 5.3 上海市嘉定 16 路（左）与嘉定 5 路（右）公交

在章节 3.4 以及章节 4.4 的基础上，新增的模型参数为：换乘乘客的最大换乘等待时间为 10 分钟。采用 5 个性能指标对案例结果进行分析，分别是系统总成本、乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值和普通乘客群体分配比例。其中，乘客服务率是指系统能够服务的乘客数量与乘客总量的比值，可以进一步划分为特殊乘客服务率、普通乘客服务率以及换乘乘客服务率、其他乘客服务率；公交行程时间为常规公交与灵活公交的行程时间以及所调度公交数量的加权平均值；乘客行程时间比值为乘客实际的车内行程时间与乘客出发站点到达站点之间的直达行程时间比值，来反映乘客乘车的绕行程度；普通乘客群体分配比例是指普通乘客被分配至灵活公交的数量与被分配至常规公交的数量之比。在建模和求解常规公交时刻表时，所使用的历史数据规模为 30 天。

### 5.5.2 结果分析

在相同的需求场景下将本研究所提出的多线路常规公交与灵活公交协同调

度模型与以下几种调度模型进行对比分析：（1）灵活公交调度模型。与本文所提出的模型 $P_{5.2}$ 一致，按需调度，采用跳站与灵活时刻表的调度策略，只能响应普通乘客的乘车需求，无法服务特殊乘客。（2）原始常规公交调度模型。与嘉定 5 路公交与嘉定 16 路公交的现有发车模式一致，发车间隔约为 20 分钟。常规公交可响应所有类型乘客的出行需求。（3）常规公交优化模型。应用本文所提出的模型 $P_{5.2.1}$ 对两条常规公交发车时刻表进行协同优化，对此结果进行比较分析。

结果如表 5.2 与表 5.3 所示。

表 5.2 不同公交调度模式下系统效率效果对比（总成本与公交行程时间）

客流量	调度模式	总成本 (元)	公交平均行程时间（分钟）		
			灵活公交	常规公交	全部公交
50	协同调度	26.99	31.75	40.00	37.92
	灵活公交	45.04	27.26	—	27.26
	常规公交-优化	28.49	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	48.48	—	40.00	40.00
100	协同调度	44.73	32.44	40.00	37.17
	灵活公交	88.36	35.30	—	35.30
	常规公交-优化	48.56	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	76.07	—	40.00	40.00
150	协同调度	62.81	33.58	40.00	37.15
	灵活公交	131.07	34.14	—	34.14
	常规公交-优化	64.10	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	118.45	—	40.00	40.00
200	协同调度	80.14	34.10	40.00	37.79
	灵活公交	176.86	41.52	—	41.52
	常规公交-优化	91.67	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	139.91	—	40.00	40.00
250	协同调度	91.74	34.51	40.00	37.56
	灵活公交	222.18	40.18	—	40.18
	常规公交-优化	100.36	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	192.38	—	40.00	40.00
300	协同调度	114.75	34.84	40.00	37.71
	灵活公交	266.69	39.96	—	39.96
	常规公交-优化	115.37	—	40.00	40.00
	常规公交-原始	203.62	—	40.00	40.00

表 5.3 不同公交调度模式下系统效率效果对比（乘客服务率与乘客行程时间比值）

客 流 量	调度模式	乘客服务率			乘客行程时间比值		
		特殊 乘客	普通 乘客	全部 乘客	特殊 乘客	普通 乘客	全部 乘客
50	协同调度	1.00	0.84	0.92	1.40	1.59	1.50
	灵活公交	0.84	0.00	0.42	1.26	—	1.26

客 流 量	调度模式	乘客服务率			乘客行程时间比值		
		特殊 乘客	普通 乘客	全部 乘客	特殊 乘客	普通 乘客	全部 乘客
100	常规公交-优化	0.84	0.84	0.84	1.72	1.59	1.66
	常规公交-原始	0.48	0.56	0.52	1.61	1.66	1.63
	协同调度	0.98	0.76	0.87	1.53	1.57	1.55
	灵活公交	0.82	0.00	0.41	1.44	——	1.44
150	常规公交-优化	0.80	0.76	0.78	1.78	1.60	1.69
	常规公交-原始	0.56	0.56	0.56	1.79	1.62	1.71
	协同调度	0.93	0.76	0.85	1.56	1.68	1.62
	灵活公交	0.82	0.00	0.41	1.45	——	1.45
200	常规公交-优化	0.81	0.76	0.79	1.82	1.86	1.84
	常规公交-原始	0.53	0.45	0.49	1.60	1.68	1.64
	协同调度	0.85	0.78	0.82	1.54	1.68	1.61
	灵活公交	0.77	0.00	0.39	1.59	——	1.59
250	常规公交-优化	0.70	0.78	0.74	1.92	1.72	1.82
	常规公交-原始	0.47	0.62	0.55	1.70	1.73	1.71
	协同调度	0.89	0.78	0.83	1.58	1.66	1.62
	灵活公交	0.75	0.00	0.38	1.63	——	1.63
300	常规公交-优化	0.78	0.77	0.77	1.87	1.68	1.77
	常规公交-原始	0.46	0.50	0.48	1.72	1.69	1.70
	协同调度	0.81	0.80	0.81	1.63	1.73	1.68
	灵活公交	0.74	0.00	0.37	1.69	——	1.69
	常规公交-优化	0.74	0.81	0.78	1.75	1.76	1.76
	常规公交-原始	0.53	0.55	0.54	1.68	1.70	1.69

整体来看,无论是总运营成本还是订单的服务率,以嘉定公交为原型的原始常规公交调度模式效果远没有优化后的常规公交调度以及本研究所提出的协同调度效果好。原始常规公交调度的服务率仅仅为优化后的 60%-70%,且总成本是其 1.5 倍以上。因此,本章接下来所讨论的常规公交调度模式为优化后的常规公交调度。

从车辆行程时间来看,常规公交行程时间一直保持为两条线路的行程时间均值。客流量低于 150 人次/线路/小时,灵活公交的行程时间明显低于协同调度以及常规公交。而随着客流量的增加,协同调度模式下公交行程时间成为了三者最低,约为其他模式的 90%左右,此时灵活公交的行程时间成为了三者最高。这是由于随着客流量的增加,灵活公交所服务的乘客也越来越多,乘客的出发站点与目的站点范围越来越广,直到基本上覆盖整条线路,此时灵活公交的跳站策略无法发挥作用,导致行程时间增加。且与常规公交相比,灵活公交需要按需服务 4 条线路,因此行程时间均值也高于常规公交。而在协同调度模式中,乘客不仅会被分配至灵活公交,还会被分配至常规公交,因此在相同的客流量下协同调度

模式中灵活公交所承载的乘客少于单独的灵活公交调度模式，跳站策略继续发挥作用，公交行程时间短。

从乘客行程时间来看，灵活公交调度下总乘客平均行程时间最低，常规公交所服务的乘客平均行程时间最长，协同调度模式服务效果在两者中间，且相较于常规公交缩短了 9.62%-15%左右。与上述车辆行程时间所得到的结论相比，在较高客流量下并未出现协同调度模式下乘客行程时间低于单独灵活公交调度的情况，这是由于虽然灵活公交的跳站策略未发挥作用，但能够有效地让乘客直达目的地不再换乘，而在协同调度模式中部分乘客被分配至常规公交服务仍需换乘，因此灵活公交对于乘客行程时间的优化效果最好。将普通乘客和特殊乘客的行程时间分开来看，当客流量高于 200 人次/线路/小时时，协同调度模式下普通乘客的平均行程时间最低。

从乘客服务率来看，在不同的客流情况下协同调度模式所能服务的乘客数量均为最高，且值得一提的是，协同调度模式对于普通乘客的服务率高达 85%以上，说明系统所提供的预约和实时乘车模式能够让乘客得到更及时有效的服务。常规公交能够服务的乘客数量稍低于协同调度，约占其 80%-90%。灵活公交能够服务的乘客数量最少，这是由于灵活公交只能服务普通乘客而无法服务特殊乘客，单独从普通乘客的服务率来看，灵活公交的服务效果优于常规公交。

在不同的客流场景下，本研究所提出的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式的总成本最低，是其他两种服务模式的 57%-90%不等，运行效果最优。由于灵活公交整体乘客服务率低，因此惩罚成本高，导致总成本在三种模式中最高。

换乘乘客的平均行程时间比例如下图 5.4 (a) 所示。从图中可以看出，随着客流量的增加，换乘乘客的行程时间也随之上升。与乘客整体相比，换乘乘客的平均行程时间比值大多超过了 2，说明换乘乘客的绕行时间较长，这点与实际出行情况相符。灵活公交所服务的换乘乘客行程时间最短，协同调度模式下换乘乘客的行程时间相比于常规公交缩短了 12.5%-27.63%左右，说明协同调度模式对于换乘乘客的优化效果更明显。

换乘乘客的服务率如下图 5.4 (b) 所示。从图中可以看出，随着客流量的增加，换乘乘客的服务率下降，下降趋势逐渐缓慢。与乘客整体相比，三种模式对换乘乘客的服务率均稍低一些，这是由于服务换乘乘客所带来的成本较高，导致能够服务的换乘乘客少一些。与乘客整体服务率规律一致，协同调度模式下能够服务的换乘乘客最多，是常规公交服务的 1.1 倍左右。由于换乘乘客中既存在特殊乘客，也存在普通乘客，因此灵活公交对换乘乘客整体的服务率较低。

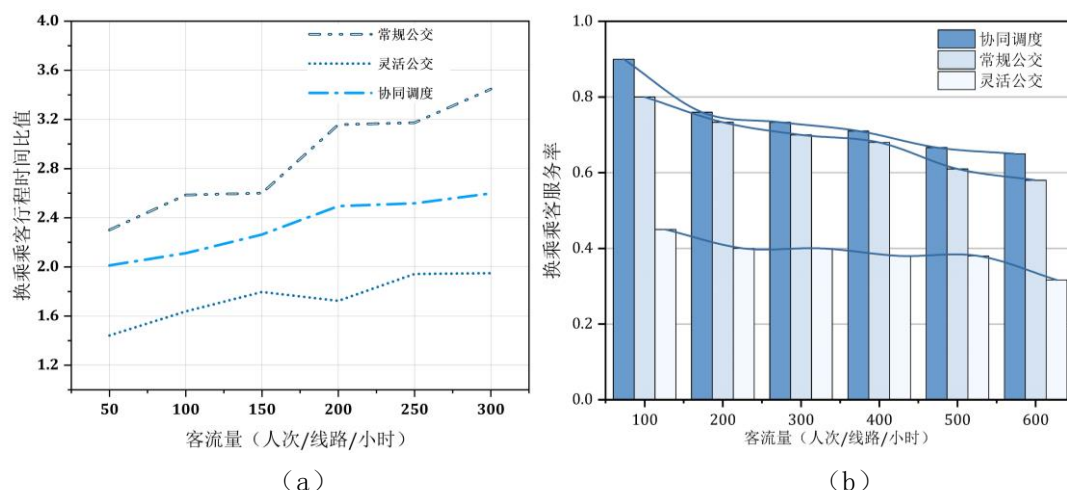


图 5.4 不同客流量下换乘乘客出行结果

上述结果表明:(1)灵活公交服务适用于客流量较低且特殊群体较少的线路;(2)单位客流量高于 300 人次/线路/小时且换乘乘客占比较低时,宜采用常规公交服务;(3)在所有需求水平下,多线路常规公交与灵活公交协同调度在三种服务模式中表现最优。因为它既可以服务所有的需求类型,且能够按需调度灵活公交,为乘客提供免换乘直达服务,减少乘客的出行时间,增加乘客的服务率和满意度。

### 5.5.3 敏感度分析

#### 5.5.3.1 换乘乘客占比

在保持客流量为 100 人次/线路/小时,特殊乘客与普通乘客的比例为 1:1,乘客时间窗为 30 分钟的场景下,将换乘占总乘客数量的比值由 0.1 调整至 0.4,结果如下图 5.5 所示。图中,x 轴代表换乘乘客占比,y 轴代表各指标的变化,从图 5.5 (a) -5.5 (e) 分别代表:换乘乘客服务率、全部乘客服务率、公交行程时间比值、乘客行程时间比值、总成本。

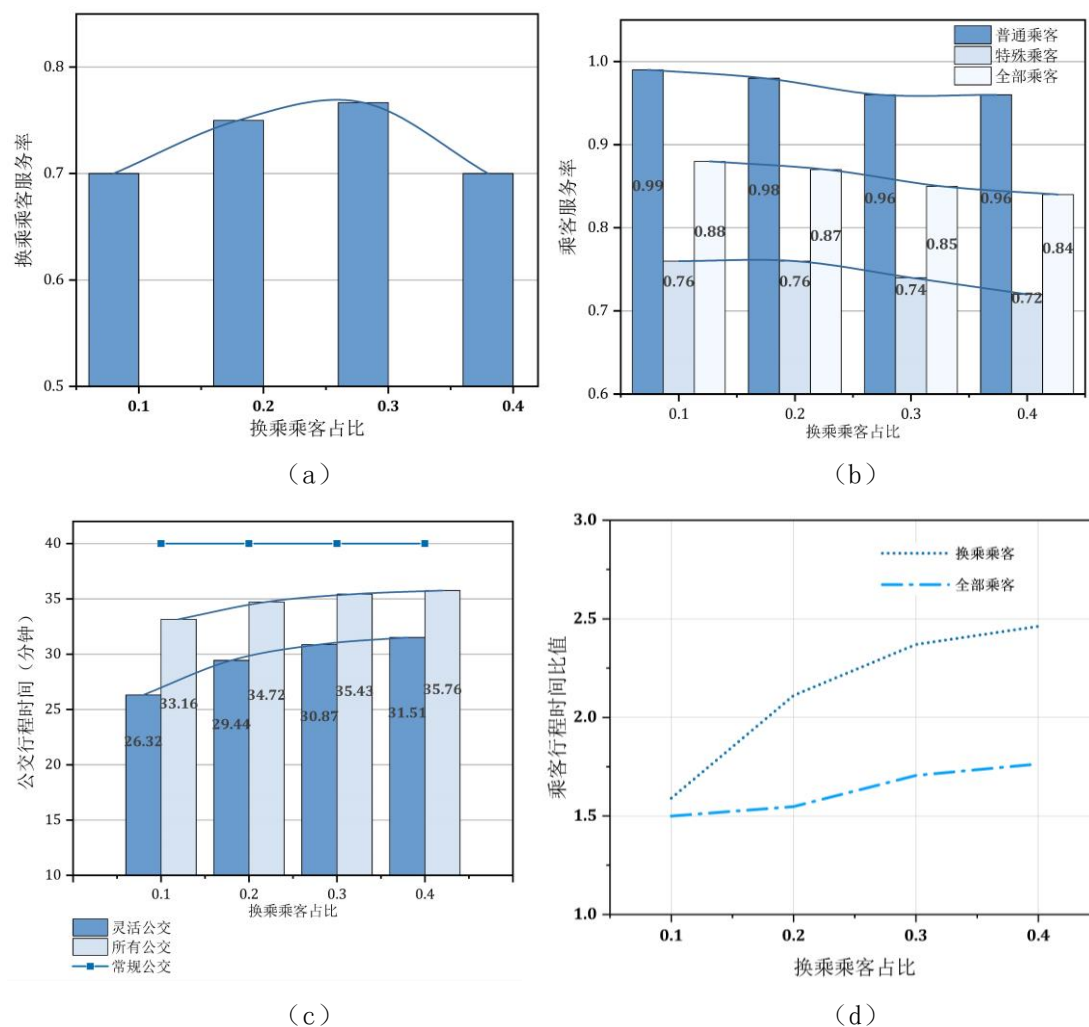
从图 5.5 (a) 中可以看出,随着换乘乘客占比的增加,换乘乘客的服务率呈现先升高后降低的趋势,在换乘占比为 0.3 时服务率达到最高。这主要是由于在换乘乘客占比较小时,系统服务换乘乘客所带来的车辆和乘客行程时间的成本要高于未能服务乘客而受到的惩罚成本,因此系统决策后拒绝服务部分换乘乘客。随着换乘乘客数量的增加,需要向另一条线路换乘的乘客也越来越多,此时未能服务乘客带来的惩罚成本逐渐超过车辆和乘客的行程时间成本,换乘乘客的服务率就此上升。当换乘乘客占比超过 0.3 时,公交能服务的换乘乘客数量增长速度相对较慢,导致此时乘客服务率呈下降趋势。从图 5.5 (b) 中可以看出,随着换乘乘客占比的增加,普通乘客与特殊乘客的服务率变化不大,说明全部乘客的服



务率基本上不受换乘乘客占比变化的影响。

图 5.5 (c) 中, 随着换乘乘客占比的增加, 灵活公交和公交整体的行程时间逐渐升高, 且趋势逐渐变缓。这主要是由于随着灵活公交所服务的换乘乘客数量的增加, 需要行驶的站点数量与服务乘客上下车的时间随之增加, 行程时间变长。当增加至一定程度时, 换乘乘客数量增加所带来的行驶站点数量总体上变化不大, 因此公交行程时间增长趋势变缓。图 5.5 (d) 中, 随着换乘乘客占比的增加, 换乘乘客与全部乘客的行程时间比值呈上升趋势, 且逐渐变缓。这一点与公交行程时间的变化趋势相一致。从图中可以看出, 换乘乘客的行程时间比值一直高于全部乘客的平均水平, 且增长幅度远超平均水平。这说明换乘乘客占比对换乘乘客行程时间的影响要大于对其他非换乘乘客行程时间的影响。

从图 5.5 (e) 中可以看出, 随着换乘乘客占比的增加, 多线路常规公交与灵活公交协同调度系统的总成本也逐渐增加, 且增长幅度逐渐变缓。





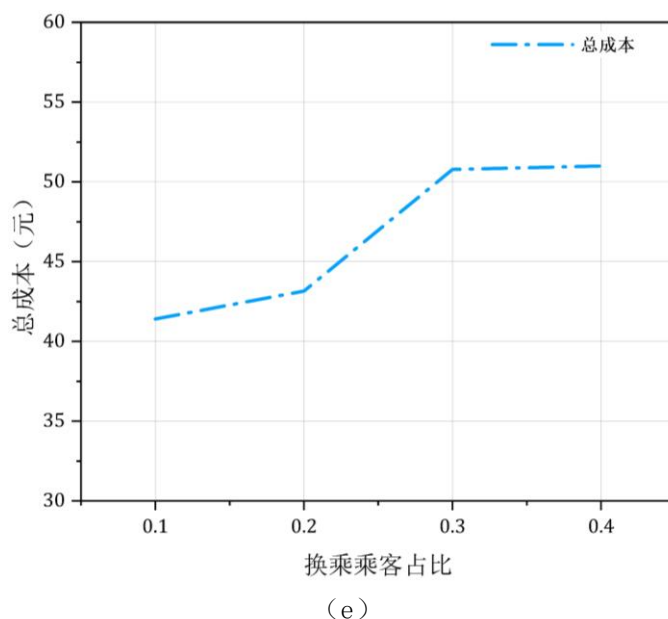


图 5.5 不同换乘乘客占比下多线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果对比

### 5.5.3.2 特殊乘客与普通乘客比值

在保持客流量为 100 人次/线路/小时，换乘乘客占比为 0.2，乘客时间窗为 30 分钟的场景下，调整特殊乘客在全部乘客中的占比从 0.1 至 0.9，结果如下图 5.6 所示。图中，x 轴代表特殊乘客在全部乘客中的占比，y 轴代表各指标的变化，从图 5.6 (a) -5.6 (d) 分别代表：乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

从图 5.6 (a) 可以看出，在不同特殊乘客占比的情况下，普通乘客的服务率变化不大，且均在 0.9-1 的区间范围内。随着特殊乘客数量的增加，特殊乘客的服务率呈现先降低后升高的趋势，这一趋势与章节 4.5.3.2 中所分析的一致。由于服务率较高的普通乘客数量越来越少，而服务率较低的特殊乘客数量越来越多，因此乘客整体服务率呈现下降的趋势。换乘乘客的服务率也随之降低，且变化幅度大于乘客整体。从普通乘客来看，随着特殊乘客占比的增加，被分配至灵活公交的普通乘客比例越来越低，这主要是因为随着普通乘客数量的减少，系统所调度的灵活公交数量和其服务的站点数下降速度较快，成本决策后较多乘客被分配至常规公交。

公交行程时间如图 5.6 (b) 所示，从图中可以看出，随着特殊乘客占比的增加，普通乘客数量减少，此时所需要调度的灵活公交数量减少，且乘客的出发站点与目的站点的范围随之降低，灵活公交与公交整体的行程时间下降。特殊乘客占比越高，灵活公交与公交整体的行程时间下降速率越快。乘客行程时间如图 5.6 (c) 所示。从图中可以看出，普通乘客的行程时间随着其数量的减少而降低，

这一趋势与灵活公交的行程时间相符合，结合图 5.6 (a) 所呈现的结果，由于在特殊乘客占比高时普通乘客被分配至灵活公交的比例逐渐降低，因此普通乘客的行程时间随着其数量的变化趋势没有灵活公交的行程时间下降趋势明显。特殊乘客的行程时间变化不大，乘客整体的行程时间随着时间相对较长的特殊乘客占比的增加而增长。换乘乘客与乘客整体一致，行程时间随着特殊乘客数量的增加而增加，且变化趋势较为明显。

从图 5.6 (d) 中可以看出，公交总成本随着特殊乘客占比的增加而增长，这也与乘客服务率以及车辆和乘客的行程时间变化结果相一致。

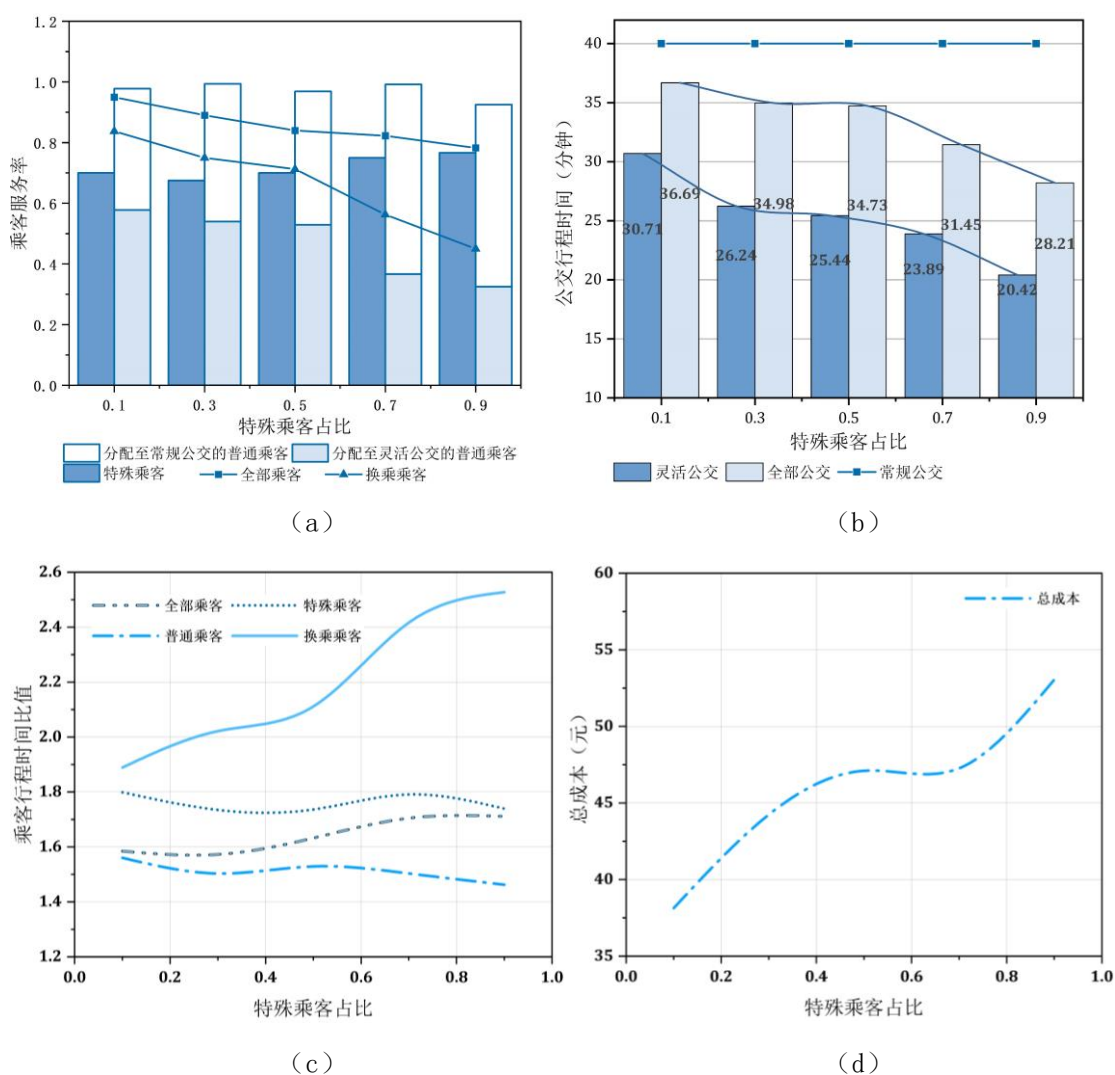


图 5.6 不同乘客占比下（特殊乘客与普通乘客）多线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果对比

### 5.5.3.3 预约时间窗长度

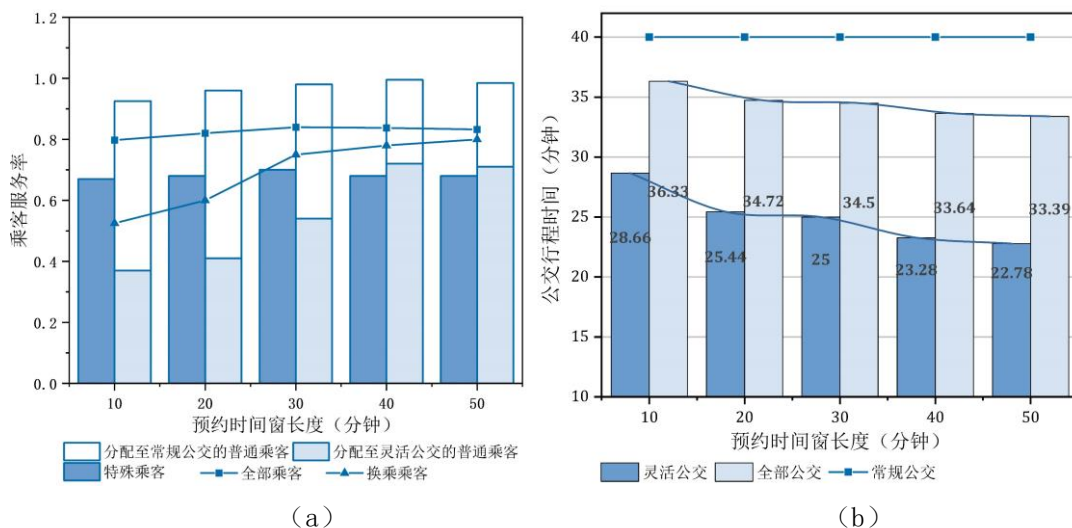
在保持客流量为 100 人次/线路/小时，换乘乘客占比为 0.2，特殊乘客与普通乘客的比例为 1:1 的场景下，将乘客预约时间窗由 10 分钟逐步调整至 50 分钟，

结果如下图 5.7 所示。图中，x 轴代表乘客预约时间窗的长度，y 轴代表各指标的变化，从图 5.7 (a) -5.7 (d) 分别代表：乘客服务率、公交行程时间、乘客行程时间比值以及总成本。

从图 5.7 (a) 中可以看出，随着预约时间窗长度的增加，普通乘客的服务率呈轻微上升趋势，均在 0.9-1 的范围内，时间窗大于等于 30 分钟时，普通乘客的服务率接近于 1。其中，预约时间窗越长，普通乘客被分配至灵活公交服务的比例越高。预约时间窗长度的变化对特殊乘客以及乘客整体的服务率影响较小。换乘乘客的服务率随着时间窗长度的增加而升高。

从图 5.7 (b) 中可以看出，随着预约时间窗长度的增加，一辆灵活公交能够服务的乘客数增加，所需调度的灵活公交数量减少，因此灵活公交与公交整体的平均行程时间随之降低。图 5.7 (c) 展示了乘客行程时间比值随预约窗长度的变化，其中，普通乘客的行程时间随预约时间窗长度的增加而上升，特殊乘客的行程时间基本上不受影响，乘客整体的行程时间逐渐增加。换乘乘客的行程时间随预约时间窗的增长而增加。

图 5.7 (d) 中，总成本随预约时间窗长度的增加呈现先降低后升高的趋势，在预约窗长度为 30 分钟时总成本最低。这主要与乘客服务率、乘客行程时间和公交行程时间三者的变化规律相关。可以看出，本章所提出的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式下，并非时间窗越长服务效果越好，应根据实际客流量、乘客接受度以及公交线路情况提供合适的预约时间窗。



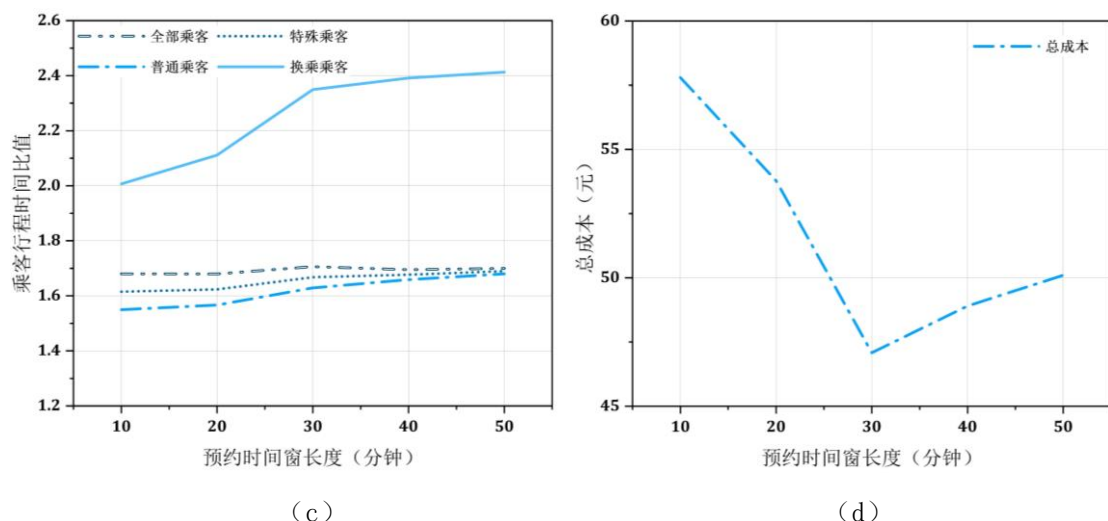


图 5.7 不同预约时间窗长度下多线路常规公交与灵活公交协同调度系统运营效果对比

## 5.6 小结

归纳来看,在本章所介绍的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式下,调整特殊乘客占比以及预约时间窗长度所呈现的各指标的变化规律基本上与第4章和第3章的结果相一致。但整体来看,在本章的多线路复合公交调度模式下,参数的调整带来的各指标变化幅度相比之前要小,参数变化对整体的影响相比要小,例如,本章中乘客服务率以及乘客行程时间的变化较小。而换乘乘客对于各参数变化所受到的影响比其他乘客要大,变化幅度明显。

## 5.7 复合公交结果总结

### 5.7.1 复合公交适用条件

本研究所提出的三种复合公交调度模式之间存在着依次递进的关系,第4章的单线路常规公交与灵活公交协同调度模式下,当特殊乘客的占比为0,常规公交的调度数量为0时,模式与第3章相一致。第5章的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式下,当换乘乘客的占比为0,常规公交线路数量为1时,模式与第4章相一致。现对三种服务的适用条件以及关键参数进行总结如下:

(1) 乘客客流量低于100人次/线路/小时,且公交线路的非线性系数较高,绕行程度较高时,宜采用灵活公交服务。而当客流量高于100人次/线路/小时,或公交线路的绕行程度较低时,宜选择常规公交来提供出行服务。

(2) 当同时有特殊群体和普通乘客群体出行,且总客流量低于 300 人次/线路/小时时,宜采用单线路灵活公交和常规公交协同调度服务。当特殊群体占比较高,高于 0.6 时,可以采用常规公交服务。

(3) 当有换乘乘客出行需求且客流量低于 300 人次/线路/小时时,宜采用多线路常规公交与灵活公交协同调度服务。当客流量高于 300/人次/线路/小时且换乘乘客出行需求较少时,可以采用常规公交服务。

(4) 乘客出行需求中预约乘客、普通乘客以及非换乘乘客的占比越高,系统的总成本越低。

(5) 乘客预约时间窗应根据公交线路情况、实际运营情况以及乘客满意度和可接受程度,选择合适的时段长度,不宜过短或过长。

### 5.7.2 结果差异

除上述适用条件分析之外,本研究所提出的三种复合公交调度模式在一些场景下也存在着结果差异,总结如下:

#### 5.7.2.1 客流量变化对乘客服务率的影响

从表 3.2、表 4.3 和表 5.2 中可以看出,在第 3 章的灵活公交调度服务、第 4 章以及第 5 章用于对比的单独的灵活公交调度服务模式,灵活公交的乘客服务率随着客流量的增加逐渐降低。而在第 4 章、第 5 章的常规公交与灵活公交协同调度模式下,乘客服务率基本上不随着客流量的变化而改变,受客流量的影响较小。这主要是由于在复合公交调度模式下,灵活公交未能服务的乘客会被分配至常规公交,因此乘客整体的服务率变化不大。

#### 5.7.2.2 与常规公交的对比结果

从表 3.2、表 4.3 和表 5.2 中可以看出,第 3 章所介绍的灵活公交调度服务和第 4 章所介绍的单线路常规公交与灵活公交协同调度服务,均为在中低客流的场景下运行效果好于常规公交,但当客流量较大时,服务效果和常规公交差别不大。而在第 5 章所介绍的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式中,无论是中低客流还是较大的客流量,该模式均优于常规公交调度。出现这种差异的原因,主要是由于在前两种调度模式中,随着客流量的增加,灵活公交所能接受的乘客也在不断增加,当客流量达到一定程度时,灵活公交所能服务的乘客出发站点与目的站点几乎能够覆盖整条公交线路,导致灵活公交的跳站策略无法发挥作用,效果与常规公交类似。而在多线路协同调度模式下,灵活公交服务可以使部分需要换乘的乘客直达目的地从而避免换乘,即使跳站策略无法发挥作用,也降低了部分

乘客的换乘时间，服务效果优于常规公交。

### 5.7.2.3 不同预约时间窗长度下的优化效果

从图 3.6、图 4.10 和图 5.7 中可以看出，在调整时间窗长度时，第 3 章所介绍的灵活公交调度在时间窗为 40 分钟时表现良好，第 4 章所介绍的单线路常规公交与灵活公交协同调度服务在时间窗为 30 分钟至 50 分钟时表现均较好，且相差不多。在第 5 章所介绍的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式下，时间窗在 30 分钟左右表现良好。这主要是由于在灵活公交调度模式下，时间窗较小时，会有约 20%甚至更多的乘客被拒绝服务，导致整体成本较高，且时间窗的长度变化对灵活公交的行程时间影响更大。而在复合物公交调度模式下，除了时间窗为 10 分钟时乘客服务率较低，其他情况下不能被灵活公交服务的乘客可以被常规公交服务。由于系统中既有常规公交又有灵活公交，预约时间窗的长度变化对公交整体的行程时间影响不大，且时间窗过长时，乘客的行程时间成本有所上升。因此时间窗为 30 分钟或 40 分钟时表现较好。

## 第6章 结论与展望

本章回顾全文的研究内容，对主要工作及相关结论进行了总结，阐述了论文的创新点，指出目前研究存在的不足以及仍需进一步研究的问题。

### 6.1 主要研究成果

本文从我国地面公共交通系统的高质量发展出发，在总结和分析国内外常规公交系统与灵活公交系统关键技术理论的基础上，结合公交运营情况，提出了一种灵活公交动静态两阶段协同调度优化模型。在此基础上，聚焦于乘客实际出行问题，提出了考虑特殊乘客出行的单线路常规公交与灵活公交协同调度模型，同时应用拉格朗日松弛算法与交叉熵算法进行求解。进一步地，研究场景从单线路扩展至两条具有换乘关系的公交线路，开发了多线路常规公交与灵活公交协同调度和乘客匹配优化模型。将所提出的复合公交调度模式与其他出行模式进行对比，分析关键参数对模型效果的影响，同时对3种复合公交调度的适用范围以及异同点进行深入探究。具体研究成果如下：

#### （1）低客流场景下灵活公交动静态两阶段调度优化方法

针对现有灵活公交动静态调度场景中，动态阶段具有短视性的问题，提出了考虑公交站点乘客出行概率的灵活公交动静态两阶段调度模型。在静态阶段，设计预约时间窗聚集乘客出行请求，以车辆行程时间、乘客行程时间以及拒绝服务乘客的惩罚加权成本最低为优化目标，综合考虑公交容量、公交行驶路线以及乘客出行时间等约束，优化灵活公交的初始路线与时刻表，并为乘客匹配合适的出行方案。动态阶段在此基础上，有实时乘客请求发生时，综合权衡车内乘客以及计划服务乘客的绕行时间成本与未能服务实时乘客的惩罚成本，决策是否服务该乘客请求，若能够服务，则更新灵活公交的跳站路线与时刻表。将本文所提出的灵活公交调度优化模型应用至上海市嘉定16路公交线路中，与常规公交服务效果进行比较，并分析预约和实时乘客占比、预约时间窗等关键参数变化对模型效果的影响。结果表明，本文所提出的灵活公交调度模式能够有效提高乘客服务率，尤其是实时乘客的服务率。当客流量低于100人次/线路/小时，灵活公交服务能够有效降低车辆和乘客的行程时间，避免空驶与满载率较低的情况，节省运营成本。客流量越低，灵活公交的服务效果越好。

#### （2）单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法



针对现有灵活公交服务模式,部分乘客无法使用手机 app 等在线平台提交出行请求或倾向于乘坐常规公交出行,灵活公交服务无法完全取代常规公交服务的问题,提出了常规公交与灵活公交协同调度和乘客匹配优化模型。首先根据乘客能否使用在线平台提交出行请求,将乘客划分为特殊乘客与普通乘客两类,特殊乘客只能乘坐常规公交出行,普通乘客既可以被分配至常规公交,也可以被分配至灵活公交。其次,基于以月为单位的历史数据,以总成本最低为优化目标,综合考虑公交容量、乘客候车时间等约束,优化常规公交的时刻表。在此基础上,响应乘客的预约和实时出行请求,优化灵活公交跳站路线与时刻表,并决策普通乘客的匹配结果。应用拉格朗日松弛算法将原始模型进行拆解,并比较使用交叉熵算法和遗传算法求解常规公交调度子问题的效率与精确度。将模型应用至上海市嘉定 16 路公交线路中,与其他出行模式的服务效果进行比较,同时分析普通乘客和特殊乘客占比、预约时间窗等关键参数变化对模型效果的影响。结果表明,本文所提出的单线路常规公交与灵活公交协同调度模式能够有效提高乘客服务率,且在不同客流场景下表现均较优,既可以服务所有的需求类型,又能够按需调度灵活公交降低车辆运营成本,减少乘客的出行时间。

### (3) 多线路常规公交与灵活公交协同调度和乘客匹配优化方法

针对具有换乘关系的常规公交调度场景下,乘客等待时间较长以及换乘次数较多的问题,在常规公交运行的基础上加入了灵活公交服务,建立了多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化模型。首先以总成本最低为优化目标,综合考虑公交容量、乘客候车时间等约束,优化常规公交的时刻表。在此基础上,响应乘客预约和实时出行请求,优化灵活公交调度与乘客匹配结果。应用拉格朗日松弛算法以及交叉熵算法对模型进行求解,并应用至上海市嘉定 16 路与嘉定 5 路两条具有换乘关系的公交线路中。与其他出行模式的服务效果进行比较,同时分析换乘乘客占比、普通成本占比以及预约时间窗等关键参数变化对模型效果的影响。结果表明,本文所提出的多线路常规公交与灵活公交协同调度模式能够根据乘客的出发与到达站点合理调度,有效减少乘客的换乘次数与行程时间,提高乘客服务率与出行满意度,且在不同客流场景下表现均最优。

进一步地,对本文所提出的三种复合公交调度模式的适用范围以及异同点进行了分析与总结。结果表明,单线路以及多线路常规公交与灵活公交协同调度服务的适用范围比灵活公交服务的适用范围更广。且在灵活公交调度模式下,乘客服务率受客流量、乘客比例以及预约时间窗等参数调整的影响较大,而在常规公交与灵活公交协同调度模式下,由于常规公交与灵活公交共同分担客流,因此普通乘客的服务率保持在 0.9-1 之间,受参数变化影响较小。复合公交服务模式具有广泛的应用前景。



## 6.2 创新点

本文着眼于乘客乘坐公共交通出行时存在的问题,综合考虑复合公交服务优势,提出了灵活公交调度以及常规公交与灵活公交协同调度新模型,主要创新点如下:

(1) 提出了灵活公交动静态两阶段协同调度优化方法。在静态调度阶段将站点后续出现实时请求的概率纳入考虑,将站点预期乘客的惩罚成本加入目标函数进行决策。解决了现有研究中当动态请求出现时才进行权衡决策,系统有可能会因为绕行成本高而拒绝该乘客请求的问题。系统对动态请求的判断不再具有短视性,有效提高乘客服务率。

(2) 提出了单线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。不同于现有研究中常规公交与灵活公交接驳或者根据客流量切换服务的协同调度模式,本研究在一个模型框架中同时优化常规公交与灵活公交的调度方案,研究两者共同服务于一条公交线路时的排班调度策略。根据出行特点将乘客划分为特殊乘客与普通乘客两类,解决了部分乘客无法使用灵活公交服务的问题,满足不同乘客的出行需求。

(3) 提出了多线路常规公交与灵活公交协同调度及乘客匹配优化方法。既对两条具有换乘关系的常规公交线路时刻表进行了优化,协同常规公交调度,同时也加入了灵活公交调度服务,为部分乘客提供从出发站点到目的站点的免换乘直达服务,减少乘客换乘次数与换乘时间。在一个模型框架中同时优化常规公交与灵活公交的调度方案,同时给出了灵活公交、常规公交、复合公交协同调度等服务模式的适用范围阈值。

## 6.3 研究不足及展望

随着灵活公交等多元化个性化的公共交通出行方式的发展,对其系统设计和协同优化的研究具有现实应用意义。本文对低客流场景下复合公交运营模式与调度方法进行了研究,在理论内容与结果分析等方面取得了一定成果,但限于本人的专业水平与问题的复杂程度,仍存在一些需要进一步研究的问题:

### (1) 应用场景的进一步扩展

本文对复合公交调度优化模型的研究局限于单条线路与两条线路,未来可将应用范围拓展至区域内多条公交线路形成的网络等更为复杂的场景,并进一步针对乘客实际出行问题,设计复合公交调度新模式。

### (2) 多样化运营

本文对复合公交调度的研究中仅选择了常规公交与灵活公交两种服务类型，两种车型，且仅考虑了始发站与终点站两个场站。为了满足乘客更加多样化的出行需求，可以加入多样化的公交服务，采用更多不同座位容量的车型、多场站发车等模式来进行公交调度研究。

### （3）公交调度灵活化

为方便现实应用，本文中灵活公交调度均是采用跳站与灵活时刻表的模式调度，无法满足乘客门到门的出行需求。因此在进一步的研究中，可以允许灵活公交偏移基准路线或采用灵活的路径规划方式，为乘客提供门到门的出行服务。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国国家统计局. 中华人民共和国 2023 年国民经济和社会发展统计公报[M]. 2024.
- [2] 中华人民共和国交通运输部. “十四五”现代综合交通运输体系发展规划[J]. 铁道技术监督, 2022, 50(2): 9-23+7.
- [3] 2021 年交通运输行业发展统计公报[M]. 2022.
- [4] KIM M, SCHONFELD P. Integration of conventional and flexible bus services with timed transfers[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2014, 68: 76-97.
- [5] WONG R C P, YANG L C, SZETO W Y. Comparing passengers' satisfaction with fixed-route and demand-responsive transport services: Empirical evidence from public light bus services in Hong Kong[J]. Travel Behaviour and Society, 2023, 32: 100583.
- [6] 潘述亮, 俞洁, 卢小林, 等. 灵活型公交服务系统及其研究进展综述[J]. 城市交通, 2014, (2): 62-68+58.
- [7] 郝偲成, 吴兵. 灵活式公共交通研究综述[J]. 综合运输, 2020, (3): 9-15.
- [8] VANSTEENWEGEN P, MELIS L, AKTAS D, et al. A survey on demand-responsive public bus systems[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2022, 137: 103573.
- [9] DAGANZO C F. Checkpoint dial-a-ride systems[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1984, 18: 315.
- [10] KIM M E., SCHONFELD P. Conventional, flexible, and variable-type bus services[J]. Journal of Transportation Engineering, 2012, 138: 1-11.
- [11] QUADRIFOGLIO L, HALL R W, Dessouky M M. Performance and design of mobility allowance shuttle transit services: bounds on the maximum longitudinal velocity[J]. Transportation Science, 2006, 40(3): 351-363.
- [12] FLUSBERG M. An innovative public transportation system for a small city: the Merrill, Wisconsin, case study[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 1976, 606: 54-59.
- [13] KOFFMAN D. Operational experiences with flexible transit services: a synthesis of transit practice[Z]. TCRP Synthesis 53, Washington DC: Transportation Research Board, 2004.
- [14] 邓蓓瑶. 基于常规公交的研究综述[J]. 四川建材, 2019, 45(9): 168-170.
- [15] ALONSO B, MOURA J L, IBEAS A, et al. Analytical model for calibrating delay at congested bus stops[J]. Transportation Planning and Technology, 2013, 36(6): 520-528.
- [16] HERRERA R, KALCSICS J, NICKEL S. Reliability models for the uncapacitated facility location problem with user preferences[J]. Operations Research Proceedings 2007, 2008, 2007: 135-140.
- [17] ZAMANIAN M H, PEIRAVIAN F. Multi-step heuristic method for bus terminal location problem[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2019, 2673(10): 361-369.
- [18] 汤昌娟. 考虑功能类型的常规公交站场选址方法研究[D]; 重庆:重庆交通大学, 2021.
- [19] 钱思文. 基于运行效率的常规公交站点选址方法研究[D]; 南京:南京林业大学, 2019.

- [20] SCHÉELE S. A supply model for public transit services[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1980, 14(1-2): 133-146.
- [21] CEDER A. Bus frequency determination using passenger count data[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 1984, 18: 439-453.
- [22] GAO Z Y, SUN H J, SHAN L L. A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2004, 38(3): 235-250.
- [23] HADAS Y., SHNAIDERMAN M. Public-transit frequency setting using minimum-cost approach with stochastic demand and travel time[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2012, 46(8): 1068-1084.
- [24] CEDER A. Optimal multi-vehicle type transit timetabling and vehicle scheduling[J]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2011, 20: 19-30.
- [25] 姚恩建, 刘彤, 郇宁, 等. 常规公交线路发车间隔及车型配置优化[J]. *北京交通大学学报*, 2020, 44: 86-93.
- [26] MESBAH M, SARVI M, CURRIE G. Optimization of transit priority in the transportation network using a genetic algorithm[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(3): 908-919.
- [27] 王建林. 基于换乘次数最少的城市公交网络最优路径算法[J]. *经济地理*, 2005, 25(5): 673-676.
- [28] MAUTTONE A, URQUHART M E. A route set construction algorithm for the transit network design problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2009, 36(8): 2440-2449.
- [29] 刘彦君. 基于轨迹数据的公交网络运行动态时空特征研究[D]; 济南:山东建筑大学, 2023.
- [30] 王登忠, 马东方, 方博, 等. 基于移动性导向的公交网络可达性研究[J]. *重庆交通大学学报(自然科学版)*, 2024, 43: 59-66.
- [31] LIU T, CEDER A. Analysis of a new public-transport-service concept: Customized bus in China[J]. *Transport Policy*, 2015, 39(0): 63-76.
- [32] ICLODEAN C, CORDOS N, VARGA B O. Autonomous shuttle bus for public transportation: A review[J]. *Energies*, 2020, 13(11): 2917.
- [33] TIRACHINI A. Ride-hailing, travel behaviour and sustainable mobility: An international review[J]. *Transportation*, 2020, 47(4): 1-37.
- [34] MA J H, YANG Y, GUAN W, et al. Large-scale demand driven design of a customized bus network: A methodological framework and Beijing case study[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2017, 2017: 1-14.
- [35] LYU Y, CHOW C Y, LEE V C S, et al. CB-Planner: A bus line planning framework for customized bus systems[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2019, 101(0): 233-253.
- [36] 杨昊. 灵活公交混合式站点选址方法研究[D]; 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2020.
- [37] 彭理群, 罗明波, 卢赫, 等. 基于 Q-learning 的定制公交跨区域路径规划研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2020, 20(1): 104-110.
- [38] 靳文舟, 郭献超, 龚隽. 基于精英选择遗传算法的需求响应公交规划[J]. *公路工程*, 2020, 45(2): 44-49.
- [39] TONG L, ZHOU L S, LIU J T, et al. Customized bus service design for jointly optimizing passenger-to-vehicle assignment and vehicle routing[J]. *Transportation Research Part C*:

- Emerging Technologies, 2017, 85(0): 451-475.
- [40] PARVASI S P, TAVAKKOLI-MOGHADDAM R, TALEIZADEH A A, et al. A bi-level bi-objective mathematical model for stop location in a school bus routing problem[J]. IFAC-PapersOnLine, 2019, 52(13): 1120-1125.
- [41] SHAFFIEI Z A, ABAS Z A, SHIBGHATULLAH A S, et al. An optimized intelligent automation for university shuttle bus driver scheduling using mutual swapping and harmony search[J]. International Journal of Computer Network and Information Security, 2016.
- [42] 谭家美, 徐瑞华. 影响交通信息支付意愿的关键因素实证研究[J]. 系统管理学报, 2009, 18(5): 572-576+600.
- [43] National Research Council (U.S.). Transportation Research Board. The bicycle as a transportation mode : 3 reports prepared for the 53rd annual meeting and 6 reports prepared for the 54th annual meeting of the Transportation Research Board[M]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Transportation Research Board, National Research Council, 1976(606).
- [44] YU J. Traveler willingness to use flexible transit services in China: Case study of Qilu software park[J]. Journal of Urban Planning and Development, 2017, 143(2): 132-139.
- [45] LI Y, LI X, ZHANG S. Optimal pricing of customized bus services and ride-sharing based on a competitive game model[J]. Omega, 2021, 103: 102413.
- [46] SAYARSHAD H R, OLIVER G H. A scalable non-myopic dynamic dial-a-ride and pricing problem for competitive on-demand mobility systems [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 91(0): 192-208.
- [47] MA W J, GUO Y H, AN K., et al. Pricing method of the flexible bus service based on cumulative prospect theory[J]. Journal of Advanced Transportation, 2022, 2022: 1-14.
- [48] 裴明阳, 陈海华, 林培群, 等. 基于站点动态分级和差异定价的灵活公交调度模型[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(11): 150-156.
- [49] HO S C, SZETO W Y, KUO Y H, et al. A survey of dial-a-ride problems: Literature review and recent developments[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 111: 395-421.
- [50] QUADRIFOGLIO L, DESSOUKY M M, ORDONEZ F. Mobility allowance shuttle transit (MAST) services: MIP formulation and strengthening with logic constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 185(2): 481-494.
- [51] PAN S.L. Designing a flexible feeder transit system serving irregularly shaped and gated communities: determining service area and feeder route planning[J]. Journal of Urban Planning and Development, 2015, 141(3): 180-188.
- [52] GUO R G. Route design problem of customized buses: mixed integer programming model and case study[J]. Journal of Transportation Engineering, 2018, 144(11): 45-58.
- [53] BERBEGLIA G, CORDEAU J F, LAPORTE G. Dynamic pickup and delivery problems[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 202(1): 8-15.
- [54] QUADRIFOGLIO L, DESSOUKY M M, PALMER K. An insertion heuristic for scheduling Mobility Allowance Shuttle Transit (MAST) services[J]. Journal of Scheduling, 2007, 10(1): 25-40.
- [55] FRAZZOLIE, BULLO F, PAVONE M. Adaptive and distributed algorithms for vehicle routing in a stochastic and dynamic environment(Article)[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(6): 1259-1274.

- [56] VAN ENGELEN M, CATS O, POST H, et al. Enhancing flexible transport services with demand-anticipatory insertion heuristics[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2018, 110(0): 110-121.
- [57] 孙继洋, 黄建玲, 陈艳艳, 等. 响应动态需求的灵活型公交路径优化调度模型[J]. *北京工业大学学报*, 2021, 47: 269-79.
- [58] COSLOVICH L, PESENTI R, UKOVICH W. A two-phase insertion technique of unexpected customers for a dynamic dial-a-ride problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 175(3): 1605-1615.
- [59] HUANG D, GU Y, WANG S A, et al. A two-phase optimization model for the demand-responsive customized bus network design[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2020, 111: 1-21.
- [60] SHEN S Y, OUYANG Y F, REN S, et al. Design and implementation of zone-to-zone demand responsive transportation systems[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2021, 2675(7): 275-287.
- [61] 邱丰, 李文权, 沈金星. 可变线路式公交的两阶段车辆调度模型[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2014, 44(5): 1078-1084.
- [62] 王健, 曹阳, 王运豪. 考虑出行时间窗的定制公交线路车辆调度方法[J]. *中国公路学报*, 2018, 31(5): 143-150.
- [63] 何民, 李沐轩, 税文兵, 钱慧敏. 可靠性和舒适性对响应式定制公交线路设计的影响[J]. *公路交通科技*, 2019, 36(5): 145-151.
- [64] 申婵, 崔洪军. 基于可靠性最短路的实时定制公交线路优化研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2019, 19(6): 99-104.
- [65] LI S W, LI Y, YANG J F, et al. Flexible bus route setting and scheduling optimization adapted to spatial-temporal variation of passenger flow[J]. *Sensors and Materials*, 2020, 32(4): 1293-1309.
- [66] WU M, YU C H, MA W J, et al. Joint optimization of timetabling, vehicle scheduling, and ride-matching in a flexible multi-type shuttle bus system[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2022, 139: 103657.
- [67] PEI M Y, LIN P Q, OU J F. Real-time optimal scheduling model for transit system with flexible bus line length(Article)[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2019, 2673(4): 800-810.
- [68] 胡为洋. 考虑多车型和多种运营模式的公交灵活调度研究[D]; 华南理工大学, 2020.
- [69] MA W J, ZENG L, AN K. Dynamic vehicle routing problem for flexible buses considering stochastic requests[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2023, 148: 104030.
- [70] 王超, 马昌喜. 基于遗传算法的定制公交多停车场多车线路优化[J]. *交通信息与安全*, 2019, 37(3): 109-117+127.
- [71] LI M, LEE E, LO H K. Frequency-based zonal flexible bus design considering order cancellation [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2023, 152: 104171.
- [72] 裴明阳. 灵活公共交通系统营运调度模型与方法研究[D]; 华南理工大学, 2020.
- [73] ALVO M, ANGULO G, KLAPP M A. An exact solution approach for an electric bus dispatch problem[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2021, 156: 102528.

- [74] LEE E, CEN X K, LO H K, et al. Designing zonal-based flexible bus services under stochastic demand[J]. *Transportation Science*, 2021, 55(6): 1280-1299.
- [75] BRAEKERS K, CARIS A, JANSSENS G K. Exact and meta-heuristic approach for a general heterogeneous dial-a-ride problem with multiple depots[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 67(0): 166-186.
- [76] NÚÑEZ A, CORTÉS C E, SÁEZ D, et al. Multiobjective model predictive control for dynamic pickup and delivery problems[J]. *Control Engineering Practice*, 2014, 32(Special I): 73-86.
- [77] KHANI A, SHAFahi Y. Transfer optimization in transit networks: headway and departure time coordination[C]// 2011 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. [v.3]. 2011.
- [78] 赵航, 安实, 金广君, 等. 考虑车辆运输能力限制的公交换乘优化[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2012, (3): 606-611.
- [79] YAN S Y, TANG C H. Inter-city bus scheduling under variable market share and uncertain market demands[J]. *Omega*, 2009, 37(1): 178-192.
- [80] WU Y H, YANG H, TANG J F, et al. Multi-objective re-synchronizing of bus timetable: model, complexity and solution[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2016, 67: 149-168.
- [81] CEDER A, TAL O. Designing Synchronization into Bus Timetables[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2001, 1760(1): 28-33.
- [82] 柏海舰, 董瑞娟, 张敏, 等. 基于同步多样性的公交时刻优化方法[J]. *交通运输工程学报*, 2013, (3): 79-85.
- [83] IBARRA-ROJAS O J, LÓPEZ-IRARRAGORRI F, RIOS-SOLIS Y A. Multiperiod bus timetabling [J]. *Transportation Science*, 2016, 50(3): 805-822.
- [84] 龙雪琴, 李景涛, 王建军, 等. 实时信息下共线公交线路发车时刻表的协同优化[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2022, 50(2): 23-32.
- [85] KURAUCHI F, BELL M G H, SCHMOCKER, J D, et al. Capacity constrained transit assignment with common lines[J]. *Journal of Mathematical Modelling & Algorithms*, 2003, 2(4):309-327.
- [86] TIAN Q Y, WANG D Z W, LIN Y H. Service operation design in a transit network with congested common lines[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2021, 144(0): 81-102.
- [87] 杨敏, 陈单涛, 蒋瑞宇, 等. MaaS 背景下面向枢纽接驳的灵活型公交调度优化[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2023, 第 51 卷(第 10 期): 22-30.
- [88] LU X, HAN J R, XU P, et al. An operation plan optimization model for integrated customized and conventional bus services based on cost analysis[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2022, 2022: 1-14.
- [89] CHEN P W, NIE Y M. Analysis of an idealized system of demand adaptive paired-line hybrid transit[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2017, 102(0): 38-54.
- [90] SAYARSHAD H R, GAO H O. Optimizing dynamic switching between fixed and flexible transit services with an idle-vehicle relocation strategy and reductions in emissions[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2020, 135(C): 198-214.
- [91] 罗佳佳. 常规公交与共享网联车组合调度方法研究[D]; 广州:广东工业大学, 2023.
- [92] 王瑜琼. 考虑常规线路影响的需求响应式公交协同优化方法研究[D]; 北京:北京交通大

- 学, 2021.
- [93] MEHRAN B, YANG Y, MISHRA S. Analytical models for comparing operational costs of regular bus and semi-flexible transit services[J]. *Public Transport*, 2020, 12(1): 147-169.
- [94] KASHANI Z N, RONALD N, WINTER S. Comparing demand responsive and conventional public transport in a low demand context[C]//proceedings of the 2016 IEEE international conference on pervasive computing and communication workshops (PerCom Workshops). 2016.
- [95] KIM M, SCHONFELD P, KIM E. Switching service types for multi-region bus systems[J]. *Transportation Planning and Technology*, 2018, 41(6): 617-643.
- [96] LIU L M, SUN L J, CHEN Y Y, et al. Optimizing fleet size and scheduling of feeder transit services considering the influence of bike-sharing systems[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 236(0): 117550.
- [97] QIU F, LI W Q, HAGHANI A. A methodology for choosing between fixed-route and flex-route policies for transit services[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2015, 49(3): 496-509.
- [98] PAPANIKOLAOU A, BASBAS S. Analytical models for comparing demand responsive transport with bus services in low demand interurban areas[J]. *Transportation Letters*, 2021, 13(4): 255-262.
- [99] AHUJA R K. *Network flows : theory, algorithms, and applications*[M]. 世界图书出版公司, 2023.
- [100] MAHMOUDI M, ZHOU X S. Finding optimal solutions for vehicle routing problem with pickup and delivery services with time windows: A dynamic programming approach based on state-space-time network representation [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2016, 89: 19-42.
- [101] HELD M, KARP R M. The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II[J]. *Mathematical Programming*, 1971, 1(1): 6-25.
- [102] RUBINSTEIN R Y. Optimization of computer simulation models with rare events[J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 99(1): 89-89.
- [103] FEITOSA D D L, SILVA V R M E, VIEIRA R V, et al. An application of holland's genetic algorithm for the problem of planning advisors in virtual learning environments[C]// IEEE Conference Anthology. 2013.



## 致谢

转眼间，来到同济已经三年了，我的学生时代真的要结束了。谢谢这么多年所有为我照亮的灯，每一段旅程都有成长有收获。

谢谢我的导师安琨老师。无数次跟我的朋友感慨安老师在这么年轻的时候就取得了这么多的学术成就，永远是我学习的目标和榜样。所以也真的很幸运能够成为安老师的学生，从刚开始接触运筹优化知识到现在一步一步地把研究做好，都离不开安老师细心耐心的指导和付出，帮我开拓思路，帮我答疑解惑。谢谢老师在科研上给我的指导，也谢谢老师在生活中对我的关心和照顾，在我最无助的时候给我的帮助，以及给我带来的温暖，让我度过那段艰难的时光。还记得当时面临找工作的迷茫与抉择时，第一个想到的就是老师，谢谢老师在人生方向上对我的指引，对我的理解和包容。也希望老师身体健康，工作顺利，学术长青。

谢谢 MAGIC 的所有老师对我的关心和帮助，谢谢马万经老师、王玲老师、俞春辉老师、苏子诚老师、刘奇老师和李璨老师。谢谢马老师对我的帮助，在生活中对我们的关心，以及每次我们坐在老师办公室里跟马老师讨论时，都能有新的收获。谢谢王老师和俞老师，王老师严谨认真负责的态度永远激励着我，让我能够认真对待每一项工作，做好每一个细节之处。俞老师的认真与博学在学术道路上给了我无比鼓励，让我受益匪浅。谢谢邢莹莹老师在审核与答辩环节对我们的帮助，也祝各位老师顺顺利利，万事胜意。

谢谢我的家人。谢谢我的爸爸妈妈这么多年的付出，对我的认可和支持，以及对我的想念，让我从来都没有后顾之忧。谢谢我的弟弟陪我一起长大，在家人的爱里成长。谢谢我的姥姥姥爷，李印生先生和王翠平女士，你们依旧是最可爱我最爱的老头和老太太。逝者已逝，生者如斯。希望我的妈妈身体健康，平安顺遂，如愿评上职称，不再担心变老，可以再遇良人，开心幸福。希望我的弟弟高考顺利，健康平安，快乐生活。

谢谢我的父亲张吉潮同志。谢谢他这么多年来在很多我看不到的地方为我默默的付出，谢谢他这么多年真的为我感到骄傲，谢谢他无条件地支持和担当，让我永远都是被偏爱的那一个。谢谢他对我的思念，也让我觉得遗憾。我也很想念他。谢谢我爸在人生很多事情上对我的指引，以至于在他离开后面临人生选择时我都感到难过，觉得要是我爸在就好了，肯定能解决的。但是有些人生轨迹也在很巧合地和我们当初的对话重合，所以那些还没说完的也来不及说的话，就让时间带给你我吧。老张，我要毕业啦，希望你能知道。我非常想念你啊。

谢谢我的朋友们。谢谢我的好朋友夏彤，给了我很多支持和鼓励，和我的朋友们在一起总是非常开心的。谢谢二组 T. rump，谢谢韩吉冰鑫、井晓文、刘志帅、王子毓、苏永亮，感谢时光，我们已经认识 10 年啦，还要继续陪伴很多年。谢谢高三 A14 班，也谢谢我们七个人，谢谢孟凡欣、张志豪、于嘉豪、于泽学、李晓东、刘世安，那是最开心也最让我怀念的时光。谢谢梁璐瑶、王玉洁、齐萍晓、朱晓雨、孔仁婧、钱靖宇、田德军、任广轮、满斌老师，谢谢那些在普利森以及寒暑假的时光。希望接下来能够和我的朋友们多多见面，多吃吃饭。也祝大家前路漫漫，得偿所愿。

谢谢 MAGIC 的大家。谢谢作宁、之勉、振宁师兄和翔宇师兄，谢谢雨涵、菱洁、宇轩、宇航、欣朋、雨潇、子麟、俊宇、腾禹、楷文，谢谢曾淋师姐、圣月师姐、马卓师姐、水滢师姐、金珏师姐、诗琪师姐、吴冕师姐、子亮师兄、王广师兄、袁见师兄、郑喆师兄、钟昊师兄，谢谢俐冰、思源、佳琪、荣杰、亦松、羽禾、景旻、金成、陈树、月海、浩文，谢谢课题组所有的师兄师姐师弟师妹，以及 2021 级的大家，感谢大家一直以来对我的帮助，无论是在项目还是在比赛中，都离不开我们之间的配合，以及大家对我的支持和照顾，让我能够有所收获，有所成长。

谢谢同济三年以来我可爱的室友们，谢谢丁玥、季荔、邹菱洁、谭群垚，在这个过程中有人毕业也有人入学，但是跟大家的相处都是非常轻松愉快的。

谢谢我们伟大的祖国。

也谢谢我自己，一路走来有过艰难的时刻，但在这个过程中也有很多收获，在一步一步地成长。现在也有着开启一段新旅程的勇气和信心。

欲买桂花同载酒，愿终似少年游。

## 个人简历、在读期间发表的学术成果

### 个人简历:

张心妍, 女, 2000 年 2 月生。

2021 年 6 月毕业于吉林大学 交通工程专业 获学士学位。

2021 年 9 月入同济大学攻读硕士研究生。

### 已发表论文:

[1] Zhang X Y, An K, Zeng L, et al. Flexible bus optimal dispatching model under low passenger demand[C]. ITS World Congress 2023, 2023.

[2] Zhang X Y, An K, Ma W.J. Joint optimization of scheduling and passenger matching for flexible and conventional bus services [C]. Transportation Research Board 2024, 2024.

### 发明专利:

[1] 安琨,张心妍,曾淋,马万经. 一种灵活公交动静态协同调度方法[P]. 上海市: CN116168529A,2023-05-26. (实质审查中)

[2] 安琨,周翔宇,马万经,贾作宁,牛振宁,王之勉,张心妍,赫子亮. 一种基于车辆次行数据的充电站点运行策略优化方法[P]. 上海市: CN116307253A,2023-06-23. (实质审查中)

[3] 安琨,牛振宁,王之勉,周翔宇,贾作宁,张心妍,马万经. 一种电动汽车路径诱导及有序充电控制方法[P]. 上海市: CN116523153A,2023-08-01. (实质审查中)